شصت‌سالگیِ

سیاوش شهشهانی

شصت‌سالگیِ سیاوش شهشهانی

گردآورندگان: یحیی تابش، پدرام صفری، کاوه لاجوردی
چاپ اول: ۱۳۸۱
تیراژ: ۸۰۰ نسخه
لیتوگرافی، چاپ، و صحافی: چاپخانهٔ دانشگاه صنعتی شریف

چند نکته

بسم الله الرحمن الرحیم

این مجموعه در نکوداشتِ دکتر سیاوش شهشهانی و به بهانهٔ شصت‌سالگی‌اش، در دهم خرداد ۱۳۸۱، منتشر می‌شود.

در طرح‌های اولیه در نظر داشتیم مقالاتی تهیه کنیم در باب تأثیر شهشهانی در دانشکدهٔ علوم ریاضی دانشگاه صنعتی شریف (از ۱۳۵۳)، سهم او در مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات (از ۱۳۶۸)، و نقش او درگسترش فرهنگ مکتوب فارسی ریاضیات (به‌ویژه از ۱۳۷۰)؛ متأسفانه این مقالات آماده نشد.

نویسندگانِ مقاله‌های انگلیسی مقاله‌هایشان را به صورتِ (تقریباً) آمادهٔ چاپ در اختیار ما گذاشتند؛ غیر از در مورد سرْصفحه‌ها، برای یکنواخت‌سازیِ سبک مقالات کوششی نکرده‌ایم.

گردآورندگان
خرداد ۱۳۸۱

فهرست مطالب

چند نکته ..... سه
سال‌شمار زندگی ۱
کتاب‌شناسی ۳
فارغ‌التحصیلان دورهٔ دکتری ۵
سیاوش شهشهانی، ۲۵ سال واقع‌گرایی: حماسهٔ پیروزی لاک‌پشت ۷
حکایات ۱۳
محمدرضا رزوان، دگردیسی در خمینه‌ها ۲۳
فهرست مطالب بخش انگلیسی v

سال‌شمارِ زندگی
سیاوش میرشمس شهشهانی

۱۳۲۱ ۱۰ خرداد، تولد در تهران
۱۳۳۳_۳۶ دورهٔ اول متوسطه، دبیرستان اندیشه، تهران
۱۳۳۶_۳۹ دورهٔ دوم متوسطه، دبیرستان هدف ۱، تهران
۱۳۳۹ شروع دورهٔ کارشناسی ریاضیات درکالج هوپ، میشیگان، امریکا
۱۳۴۰_۴۳ ادامهٔ دورهٔ کارشناسی ریاضیات در دانشگاه کالیفرنیا، برکلی، امریکا
۱۳۴۳ شروع دورهٔ تحصیلات تکمیلی در دانشگاه کالیفرنیا، برکلی
۱۳۴۸ دریافت درجهٔ دکتری، تحت راهنمایی استیو اسمیل.
عنوان رساله: نظریهٔ سرتاسری معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ دوم عادی روی خمینه‌ها
۱۳۴۸_۴۹ تدریس در دانشگاه کالیفرنیا، برکلی
۱۳۴۹_۵۰ استادیار در دانشگاه نورث‌وسترن، ایلینوی، امریکا
۱۳۵۰_۵۲ استادیار در دانشگاه ویسکانسین، مدیسن، امریکا
۱۳۵۲_۵۳ استادیار در دانشگاه میشیگان، ان‌اربر، امریکا
_۱۳۵۳ عضویت در هیأت علمی دانشگاه صنعتی شریف
۱۳۵۸ رتبهٔ استادی در دانشگاه صنعتی شریف
۱۳۵۸ ازدواج با دکتر الهه الهی
۱۳۶۲ تولد اولین فرزند، سپهر
۱۳۶۴ تولد دومین فرزند، سهراب
۱۳۶۴_۶۷ رئیس دانشکدهٔ علوم ریاضی دانشگاه صنعتی شریف
۱۳۶۸_۷۳ رئیس بخش ریاضی مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات
_۱۳۶۷ عضویت در هیأت تحریریهٔ نشر ریاضی (مدیر مسؤول از ۱۳۷۰)
۱۳۶۸_۷۳ رئیس بخش ریاضیات مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات
_۱۳۶۸ قائم‌مقام مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات

کتاب‌شناسی

By S. Shahshahani

– "Second order ordinary differential equations on differentiable manifolds", *Global Analysis (Proc. Sympos. Pure Math. Vol. XIV,* Berkeley, Calif., 1968), Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1970, pp. 265-272. *MR*: 41 #7720.

– "Dissipative systems on manifolds", *Invent. Math.* **16** (1972), 177-190. *MR*: 46 #6397.

– "Symplectic structures on integral manifolds", *Indiana Univ. Math. J.* **23** (1973/74), 209-211; erratum: *ibid.,* **24** (1974), 93. *MR*: 47 #9476, 50 #5848.

– "Some examples of dynamical systems", *Control Theory and Topics in Functional Analysis (Internat. Sem., Internat. Center Theort. Phys., Trieste, 1974)*, vol. II, Internat. Atomic Energy Agency, Vienna, 1976, pp. 227-234. *MR*: 58 #24373.

– "A new mathematical framework for the study of linkage and selection", *Mem. Amer. Math. Soc.* **17** (1979), no. 211. *MR*: 80b:92021.

– "Periodic solutions of polynomial first order differential equations", *Nonlinear Anal.* **5** (1981), no. 2, 157-165. *MR*: 82d:34052.

نوشتهٔ سیاوش شهشهانی

ـ اسرار مکعب روبیک، نشر نو، تهران، ۱۳۶۱.

ـ «سیر تاریخی فلسفه ریاضیات»، فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی، شمارهٔ اول (۱۳۶۵)، ۴۰ـ۱۵.

ـ «تصویرهایی از برکلی»، پیک ریاضی، شمارهٔ ۳ و ۴ (۱۳۶۵)، ۱۷۰ـ۱۵۱.

ـ «خمهای جبری»، نشر ریاضی، سال ۱، شمارهٔ ۲ (۱۳۶۷)، ۹۶ـ۸۵.

ـ «سی و سه مسألهٔ قدیمی از مجلهٔ مانتلی»، نشر ریاضی، سال ۲، شمارهٔ ۳ (۱۳۶۸)، ۲۳۰ـ۲۲۸.

ـ «ریاضیات عمومی برای رشتهٔ ریاضی لازم است»، نشر ریاضی، سال ۳، شمارهٔ ۳ (۱۳۶۹)، ۱۰۳ـ۹۹.

ـ «پدیدهٔ هشترودی تکرار شدنی نیست»، نشر ریاضی، سال ۴، شمارهٔ ۱ و ۲ (۱۳۷۰)، ۷۳ـ۷۲.

ـ «مجله‌های ریاضی جهان و کتابخانه‌های ریاضی ایران»، نشر ریاضی، سال ۴، شمارهٔ ۳ (۱۳۷۱)، ۵۱ـ۴۵.

ـ «المپیاد، اعزام دانشجو، و فرار مغزها»، نشر ریاضی، سال ۸، شمارهٔ ۱ (۱۳۷۵)، ۷۶ـ۷۵.

ـ (با یحیی تابش و امیدعلی کرمزاده) «در دفاع از المپیاد»، نشر ریاضی، سال ۸، شمارهٔ ۲ (۱۳۷۶)، ۳ـ۲.

ـ (با احمد شفیعی‌ده‌آباد) «زنده‌باد دترمینان!»، نشر ریاضی، سال ۸، شمارهٔ ۲ (۱۳۷۶)، ۴۶ـ۴۵.

ـ «سیر و سفری در جهان اعداد» (نقد دو کتاب)، نشر ریاضی، سال ۹، شمارهٔ ۲ (۱۳۷۷)، ۵۷ـ۵۴.

ـ «گزارشی از بحران مجله‌های پژوهشی ریاضی»، نشر ریاضی، سال ۱۰، شمارهٔ ۱ (۱۳۷۷)، ۶۲ـ۶۰.

ـ «همینگ، روئل، و سیارهٔ دوردست»، نشر ریاضی، سال ۱۱، شمارهٔ ۱ (۱۳۷۸)، ۷۲ـ۷۱.

ـ «ریاضیات چیست؟» (نقد کتاب)، نشر ریاضی، سال ۱۲، شمارهٔ ۱ و ۲، (۱۳۸۰)، ۷۰ـ۶۸.

ترجمهٔ سیاوش شهشهانی

ـ اف.ج. آلمگرن و ه. منتگمری، «مدالهای فیلدز سال ۱۹۷۴»، بولتن انجمن ریاضی ایران، شمارهٔ ۳ (۱۳۵۳)، ۵۲ـ۳۸.

ـ رنه توم، «آیا ریاضیات 'نوین' اشتباهی آموزشی و فلسفی است؟»، بولتن انجمن ریاضی ایران شمارهٔ ۵ (۲۵۳۵)، ۲۳ـ۷.

ـ جان میلنر، توپولوژی از دیدگاه حساب دیفرانسیل، مؤسسهٔ انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ۱۳۵۸.

ـ (با محمد جلوداری‌ممقانی) آندره ویل، نظریهٔ اعداد، شرکت سهامی انتشارات خوارزمی، تهران، ۱۳۶۹.

فارغ‌التحصیلان دورهٔ دکتری

- محمد جلوداری‌ممقانی، دستگاههای بازنویسی و سری رشد گروهها، دانشگاه صنعتی شریف، شهریور ۱۳۷۴.
- بهمن خانه‌دانی، مفاهیم شاخص در برگ‌بندی هلومرف تکین، دانشگاه صنعتی شریف، شهریور ۱۳۷۵.
- مریم ربیعی، نتایجی دربارهٔ دینامیک خانوادهٔ $z^m(z^z - b)$، دانشگاه صنعتی شریف، مهر ۱۳۷۵.

۲۵ سال واقع‌گرایی: حماسهٔ پیروزی لاک‌پشت*

سیاوش شهشهانی

پیشنهاد نوشتن خاطرات یا مشاهداتی از ۲۵ سال اخیر ریاضیات در ایران در نظر اول آنقدر وسوسه‌انگیز بود که بی‌تأمل به استقبال آن رفتم. ولی هرچه مهلت تحویل نوشته نزدیکتر شد، و بعداً هرچه از آن بیشتر گذشت و نگاههای ویراستار مجموعه ملامت‌بارتر شد، خود را در دامی که افتاده بودم عاجزتر و بیچاره‌تر یافتم. می‌گویند فرق روزنامه‌نگار و سیاستمدار این است که اولی باید بکوشد وقایع و حقایق را آن‌طور که هست بیان کند، ولی دومی باید، به لحاظ تدابیری که حرفه‌اش می‌طلبد، در انتخاب آنچه که بازگو می‌کند یا مکتوم می‌دارد خویشتنداری و دوراندیشی را پیشه کند. چه‌بسا حقایقی که گفتنش فتنه برانگیزد ولی اگر ناگفته بماند سیر زمان آن را به فراموشی مطلقی که سزاوارش است بسپارد. در جامعهٔ ریاضی نوپای کشورمان که همین ۲۵ سال اخیر شکل گرفته است، همهٔ ما خواه‌ناخواه جزئاً به کار سیاسی (به مفهوم عام آن) اشتغال داریم، یعنی بازتاب و تأثیر گفته‌ها و نوشته‌هایمان اغلب بیش از آن است که بتوان از یک اظهار نظر ساده یا یک بازگویی مستقیم وقایع انتظار داشت. آن دسته از ما که می‌پنداریم دفتر فعالیتمان هنوز مفتوح است، باید از اجل یک ربع قرن دیگر مهلت بطلبیم تا بلکه گرد و غبار امور روزمره‌مان فرو نشیند و از پس آن حقایق و خاطرات ماندنی را دست‌چین کنیم.

مردم برای چه خاطره می‌نویسند؟ گمان می‌کنم یک عامل مهم میعاد با مرگ و ترس از ظلم و بیرحمی تاریخ است. مردم خاطره می‌نویسند که فراموش نشوند، خود را تبرئه کنند، با دشمنان حقیقی و موهومی تسویه حساب کنند، و بالاخره کسانی هم هستند که از جوانی به خود عادت داده‌اند که هر روز چند خطی راجع به وقایع آن روز ثبت کنند. من چنین دفتر خاطراتی ندارم و حافظه‌ام هم در این زمینه شاید کمتر از معمول یاری کند. ولی ترسی دارم که وقتی ۲۵ سال بعد به ریاضیات ۲۵ سالی که اکنون پشت سرگذاشته‌ایم نظر افکنند، به زور حاضر شوند که به اصطلاح حتی یک پاورقی به آن اختصاص دهند، چون در ربع قرن گذشته هیچ ریاضیدان ایرانی در ردیف اول جهانی ندرخشید و هیچ قضیهٔ ریاضی بزرگی در ایران کشف نشد. بیرحمی تاریخ! وقتی مردم راجع به ژاپن صنعتی صحبت می‌کنند، همهٔ توجه به این قرن و بخصوص پنجاه سال اخیر است که در آن صنعت ژاپن به اوج شکوفایی خود رسیده است. فقط تاریخ‌نویسان حرفه‌ای به دوران کم زرق و برق ژاپن قرن نوزدهم که در آن پایه‌های عظمت قرن بیستم آن کشور ریخته شد توجهی دارند. وقتی راجع به علم و ریاضیات مجارستان صحبت

*ـ این مقاله عیناً از یادنامهٔ بیست و پنج سال کنفرانس ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۳، صص. ۸۳ـ۷۹ نقل می‌شود.

می‌شود، بی‌اختیار شخصیتهای علمی برجسته‌ای به یاد می‌آیند که در اواسط این قرن از آن کشور برخاستند و کمتر کسی می‌پرسد چطور در یک مقطع زمانی این همه چهرهٔ درخشان علمی از یک کشور کوچک برخاست. یک ربع قرنی که در ریاضیات ایران سپری شد، دوران کم‌تلألؤ، بی‌قهرمان و بی‌آوازه بود، ولی عصری بود که به اعتقاد بسیاری از ما، تلاش، کوشش، شکیبایی و همت گسترده، شالوده‌های دورانی را فراهم ساخت که ممکن است در آن برای نخستین بار پس از چند قرن، کشورمان در سطح جهانی مطرح شود. از این روست که فکر می‌کنم لازم باشد ماوقع دوره‌ای که گذشت به دقت و صداقت جایی ثبت شود، نه فقط به‌خاطر اینکه سهم تودهٔ قهرمانان خاموش این دوره به فراموشی سپرده نشود، بلکه بیشتر به این سبب که چنانچه پیش‌بینی‌های امیدبار ما راجع به آیندهٔ ریاضیات کشور تحقق پذیرد، این حقیقت باید شناخته شود که موفقیت جامعهٔ ریاضی نه تصادف بوده است، نه معجزه، و نه حاصل یک ماجرای قهرمانی، بلکه دستاورد تلاش ممتد تعدادی افراد سخت‌کوش و متواضع در طول چند دهه که باور داشتند پیشرفت و اعتلاء تحقق‌پذیر است ولی نقشه‌های ضربتی و ساده‌اندیشانه راه به جایی نمی‌برد. شاید این درس خوبی برای سایر رشته‌ها و سایر زمینه‌های توسعه نیز باشد.

لازم است که برای آگاهی آیندگان بعضی تحولات یک ربع قرن اخیر ریاضیات ایران دست‌کم فهرست‌وار ضبط گردد:

۱ـ با تبدیل دانشگاه شیراز از یک مؤسسهٔ کوچک محلی به یک دانشگاه مملکتی در حدود سی سال پیش، اولین دگرگونی مهم، پس از تأسیس دانشگاه تهران، در نظام آموزش عالی کشور رخ داد. در نظام جدیدی که در این دانشگاه گسترده شد، نیروهای جوان و پرتحرکِ تازه از خارج بازگشته و نیز تعدادی استاد خارجی به‌کار گرفته شدند. در رشتهٔ ریاضی، برای اولین بار ریاضیات جدید به‌طور اسلوبی در سطوح کارشناسی و کارشناسی ارشد مطرح گردید[۱]، و از آن مهمتر، باب نوآوری، تحرک و تنوع در کلیهٔ شؤون آموزش عالی گشوده شد. روندی که در شیراز آغاز شده بود به‌سرعت به دانشگاهها و مؤسسات آموزش عالی که در کشور می‌روییدند و نیز قهراً به دانشگاههای قدیمی‌تر سرایت کرد. همزمان، با ازدیاد درآمد نفت، حرکت اعزام دانشجو به خارج که از مدتها قبل شروع شده بود، سرعت گرفت، و علی‌رغم پدیدهٔ اجتناب‌ناپذیر فرار مغزها، تعداد قابل ملاحظه‌ای فارغ‌التحصیل خارج، به کشور بازگشته و جنبش اصلاح آموزش علمی را تقویت کردند و سرعت بخشیدند. آنچه امروز در گروههای علوم ریاضی کشورمان به‌عنوان برنامهٔ مطلوب پذیرفته شده است، با همهٔ نارساییها و همهٔ ناهماهنگیهایی که در اجرای آن وجود دارد، نمودار پیشرفت چشمگیری نسبت به ۲۵ سال قبل است. مطالبی که یک ربع قرن پیش ارائهٔ آن به‌عنوان پروژهٔ کارشناسی ارشد تحسین‌آفرین محسوب می‌شد، اکنون مواد عادی دروس سال دوم دورهٔ کارشناسی هستند. البته بخشی از این تحول ثمرهٔ پیشرفت و تحول عمومی در سطح جهانی است ولیکن بی‌شک رشد نسبی آموزش ریاضی دانشگاهی کشور ما از رشد میانگین جهانی بالاتر بوده است.

۲ـ اکنون شاهد برگزاری بیست و پنجمین کنفرانسی هستیم که اولینِ آن در سال ۱۳۴۹ در شیراز برپا شد.

۱ـ تأسیس دورهٔ مدرسی مؤسسهٔ ریاضیات مرحوم دکتر مصاحب حدوداً همزمان با تأسیس دورهٔ کارشناسی ارشد ریاضی در شیراز است و حرکتی بود مستقل از دانشگاه شیراز. تکیهٔ ما به جریان دانشگاه شیراز به سبب گسترده‌تر بودن اثرات ملّی آن است.

در طی برگزاری نخستین کنفرانس، تشکلی که منجر به تأسیس انجمن ریاضی ایران شد صورت گرفت و اکنون ۲۴ سال از عمر این انجمن می‌گذرد. مشکل است بتوان صادقانه دربارهٔ «فعالیتهای درخشان» انجمن ریاضی ایران حماسه‌سرایی کرد. درست است که انجمن هر ساله در برگزاری کنفرانس ریاضی مشارکت داشته است، در طول کنفرانس مسابقهٔ ریاضی کشور میان دانشجویان دورهٔ کارشناسی را هدایت کرده است، نشریاتی چند به‌چاپ رسانده، تعدادی سمینار و کنفرانس تخصصی برگزار کرده است، و آرم پنج‌ضلعی آن در جاهای دیگری نیز ظاهر شده است، ولی منتقدان آن، که این نویسنده هم مدتی در زمرهٔ آنان بوده است، بیشتر انجمن را به‌صورت شبحی کمرنگ و خواب‌آلود دیده‌اند با مرزهای نامعلوم که سالانه در فستیوال فروردین ماه نی‌لبک می‌نوازد، بعضی انتشاراتش بهتر است طوری نایاب شود که در آینده موجب شرمساری نشود، و . . . . وقتی جوان و بی‌صبر بودم دهها فعالیت معنی‌دار و پرثمر برای انجمن متصور بودم و از این رنج می‌بردم که به‌نظر می‌رسید هر پیشنهاد یک تهاجم یا توطئه تلقی می‌شود. ولی گذشت زمان تدریجاً عقل اجتماعی را جایگزین منطق انفرادی می‌کند. برخلاف چند سال پیش من اکنون ارزیابی مثبتی را نسبت به وجود و استمرار انجمن ریاضی ایران قائل هستم. انجمن آیینه‌ای از رشد بطیء ولی پایدار جامعهٔ ریاضی ایران بوده است. تحرک بیشتر در بسیاری موارد ممکن بود، ولی به همین قیاس، عکس‌العمل و تشکل ارتجاع در پی آن امکان‌پذیر. اینکه انجمن ریاضی ایران به یک عامل ارتجاع صنفی بدل نشده است و هیچ دسته و گروهی در آن قدرت مطلق ندارد، بازتابی است از سلامت جامعهٔ ریاضی ایران و تضمینی برای ادامهٔ حیات انجمن. برای تداوم حیات لازم است که انجمن از هیچ سو از روند غالب جامعهٔ ریاضی فاصله نگیرد ولی در عین حال در مقابل افکار اصلاحی و جریانهای مثبت موضعگیری منفی نکند.

نقل یک واقعهٔ اخیر که بر ارزیابی من از نقش انجمن ریاضی ایران اثر عمیق گذاشته است شاید بیجا نباشد. پس از اعلام آمادگی فرهنگستان علوم برای حمایت از یک آزمون ارزیابی تحصیلات دورهٔ کارشناسی، کمتر از سه ماه برای برنامه‌ریزی، تدارک و اجرای آزمون موجود بود. اینکه همهٔ اقدامات لازم، در مهلت مقرر و با همکاری بسیار گستردهٔ جامعهٔ ریاضی ایران جامهٔ عمل پوشید، حاکی از وجود پیوند ارتباطی مستمر و صمیمی در درون جامعهٔ ریاضی است، پیوندی که در چارچوب تشکل انجمن ریاضی ایران رشد یافته است. مشکل می‌توان تصور کرد که اقدامی مشابه در رشتهٔ دیگری به این سرعت و با این وسعت همکاری داوطلبانه تکرارشدنی باشد.

۳ـ یکی از اقدامهای مهم ۲۵ سال اخیر، تأسیس دوره‌های دکتری ریاضی و آمار در تعدادی از دانشگاههای کشور است و اهمیتی که این امر در نهادینه ساختن پژوهش در ریاضیات دارد. به سبب گسترده بودن طیف اهداف، ارزیابی موفقیت دوره‌های کارشناسی به پارامترهای گوناگونی بستگی دارد، ولی در مورد دورهٔ دکتری ریاضی، این اجماع نظر وجود دارد که ضابطهٔ نهایی، توانایی فارغ‌التحصیلان این دوره در امر پیشبرد دانش، یعنی تحقیق، می‌باشد. پیش از تأسیس دوره‌های دکتری، علاوه بر اینکه فقدان دورهٔ باروری آموزشی عالی ذاتاً یک نقص و کمبود چشمگیر بود، جایگاه پژوهش در آموزش عالی نیز همواره در حالت تعلیق قرار داشت. از آنجا که تحقیق مهمترین رکن گذراندن دورهٔ دکتری است، جایگاه آن اکنون به‌عنوان جزئی لاینفک از آموزش عالی برای همیشه تثبیت شده است. خوشبختانه در این زمینه نیز ماهیت رشتهٔ ریاضی از یک سو و خالی بودن جامعهٔ ریاضی ایران از ساختارهای غیرقابل انعطافِ «سلسله‌مراتبی»، امکان پیشبرد طبیعی و سالم تحقیقات را بیش

از بسیاری از رشته‌های دیگر فراهم آورده است. تعدّد دانشگاههایی که مجری دورهٔ دکتری ریاضی هستند در نظر بعضی یک زنگ خطر کیفی برای این دوره است، ولی به‌نظر ما منافع «باز بودن» این دوره که امکان طبیعی رقابت محصول و برخورد سلایق را ممکن ساخته است بر مضار فارغ‌التحصیل شدن تعدادی افراد «زیر استاندارد» می‌چربد و بار دیگر جامعهٔ ریاضی نشان خواهد داد که پیشرفت طبیعی، پیوسته، همه‌گیر، و باز بودن میدان رقابت، بهترین تضمین اعتلای محصول است. در کشورهای جهان سوم، مسألهٔ ارزیابی تحقیقات یا حتی شناختن تحقیقات اصیل یا سودمند، مانند مسائل دیگر توسعه، دستخوش سوءتفاهمها، سوءتعبیرها، و گاهی سوءغرضهایی است. در جایی که دولتمردان به این نتیجه رسیده باشند که گسترش و تشویق تحقیقات گام مهمی در راه توسعه است، و در عین حال یک جامعهٔ محققِ جاافتاده وجود نداشته باشد، اغلب با تحقیقات به‌صورت یک کالای وارداتی برخورد می‌شود و یکباره انواع سازمانها، آکادمی‌ها، مراکز تحقیقاتی، جوایز، و مجلات پژوهشی از در و دیوار می‌رویند، درصدِ حداقلی از درآمد ملّی مصروف تحقیق می‌شود وگزارشهای پژوهشی قطوری از سوی دانشگاهها، مؤسسات تحقیقاتی و وزارتخانه‌ها پخش می‌شود. این تجمع فعالیتها یک بازی پرخرج است که قواعد و فوت و فن‌های خودش را دارد و ارتباط زیادی با تحقیقات اصیل ندارد. در زمینه‌های کاربردی عبث بودن این فعالیتها وقتی آشکار می‌شود که هیچ نتیجهٔ ملموسی عاید آنانی که باید از نتایج تحقیق متمتّع شوند نمی‌گردد. آن‌وقت است که مسؤولانی که حساب دخل و خرجشان را دارند از دانشگاهها و مؤسسات تحقیقاتی قطع امید می‌کنند و با چراغ دور جهان می‌گردند. در زمینه‌های بنیادی مانند ریاضیات بهترین میدان افشاگری، کلاس درس و برخورد با نسل جوان است. ممکن است یک محقق، مدرس خوبی نباشد یا نتواند خیلی از مطالب را سرپایی به یاد آورد، ولی کسی که مدعی گسترش مرزهای دانش است، نمی‌تواند خود تهی از دانش و عاجز از فکر کردن باشد. در رشتهٔ ریاضی، مانند رشته‌های هنر و ادب، بدون حداقل بهره‌ای از ذوق طبیعی و کار ممتد در پرورش این ذوق، نمی‌توان به مرحلهٔ محقق بودن رسید. اهل فن و دانشجویان حریص و بااستعداد به‌راحتی وجود یا فقدان این ویژگیها را در می‌یابند. برگزاری دوره‌های دکتری از بهترین ضمانتهایی هستند که می‌توان برای اصالت تحقیق وضع کرد.

۴ـ هیچ بحث پیشرفتهای ۲۵ سال گذشته در ریاضیات بدون ذکر موفقیتهای چشمگیر جوانان ما در عرصهٔ المپیادهای جهانی کامل نیست. فکر شرکت در المپیاد جهانی از سالیان قبل توسط افراد گوناگونی عنوان شده بود، ولی جایی را که جوانان ما طی هفت سال شرکت در این مسابقات برای خود باز کرده‌اند شاید هیچ‌کس پیش‌بینی نکرده بود. آنچه در اینجا برای ما مطرح است، سوای ارزش تبلیغاتی و تقویت روحیهٔ ملّی، نقش این المپیادها در آیندهٔ ریاضیات کشور است. اینکه تعداد قابل ملاحظه‌ای از اعضای تیمهای المپیاد جذب تحصیل در رشتهٔ ریاضی شده‌اند و جنبش زنجیره‌ای که این امر در جذب استعدادهای درخشان، المپیادی و غیر، پدید آورده است، می‌تواند بالقوه مهمترین رویداد ۲۵ سال گذشته در ریاضیات کشور باشد. گاهی این نکته عنوان می‌شود که این یک جنبش ملّی نیست زیرا که عملاً همهٔ این استعدادها به یک دانشگاه، دانشگاه صنعتی شریف، جذب شده‌اند. لازم است که این نکته مورد بحث صادقانه قرار گیرد. در وضعیت فعلیِ گروههای ریاضی کشور، از نظر سطح دانش و تحقیق هیأت آموزشی، هیچ دانشگاهی در آن سطح نیست که بتواند مدعی منحصر

به فرد جذب استعدادهای درخشان باشد. موفقیت چشمگیر دانشگاه صنعتی شریف در این زمینه زاییدهٔ دو عامل است. اول اینکه اساتید این دانشگاه از آغاز حرکت المپیاد همکاری مؤثر و فعالی با این نهاد داشتند و همان‌طور که در سالیان قبل نیز موفقتر از سایر دانشگاهها در جذب استعدادهای بالا به رشتهٔ ریاضی بودند، این بار نیز در جذب تعدادی از دانش‌آموزانِ دو سه دورهٔ اول به موفقیتهایی دست یافتند. این هستهٔ اولیه که تدریجاً به مدرسین دوره‌های بعد تیمهای المپیاد تبدیل شدند دانشگاه صنعتی شریف را به‌عنوان جایگاه طبیعی اردوی آموزشی تیم المپیاد ریاضی مطرح ساخت و از آن پس پیوندهای ایجادشده میان المپیادیهای دوره‌های مختلف یک روند زنجیره‌ای را پدید آورد. ولی عامل دومی نیز در میان هست و آن رضایت نسبی دانشجویان برجسته از تحصیل دورهٔ کارشناسی ریاضی در دانشگاه صنعتی شریف است. این دانشگاه به پشتوانهٔ سنّت تفوّقِ گروههای آموزشی بر دیوانسالاران اداری (که به هیچ‌وجه در دانشگاههای ما عمومیت ندارد) موفق شده است یک برنامهٔ بسیار انعطاف‌پذیر دورهٔ کارشناسی ارائه کند که در عین رعایت مقررات عمومی، برای بهترین استعدادها نیز چالش کافی را ایجاد می‌کند. دانشگاههایی که در آن گروههای آموزشی تسلیم تعبیرات کارمندان ادارهٔ آموزش از مقررات آموزشی هستند و حتی در مورد تعبیر یک پیشنیاز قدرت تصمیم‌گیری ندارند، و دانشگاههایی که با ایجاد مرزهای مصنوعی میان دروس کارشناسی، کارشناسی ارشد، و دکتری، راه اعتلای دانشجویان دورهٔ کارشناسی را مسدود می‌کنند، نباید انتظار داشته باشند که جاذب و نگاهدارندهٔ استعدادهای درخشان باشند. خوشبختانه در این مقوله نیز جامعهٔ ریاضی ایران به‌جای عکس‌العمل ارتجاعی چاره‌اندیشی‌های مثبتی برای جذب تعداد بیشتری دانشجوی مستعد و توزیع گسترده‌تر آنان کرده است. پیشنهادهایی در رابطه با معاف کردن تعداد بیشتری از داوطلبان بالاتر عضویت در تیمهای المپیاد از شرکت درکنکور سراسری به شرط تحصیل در رشتهٔ مربوط به المپیاد در دست بحث است که می‌تواند راهگشای حل این مسأله باشد.

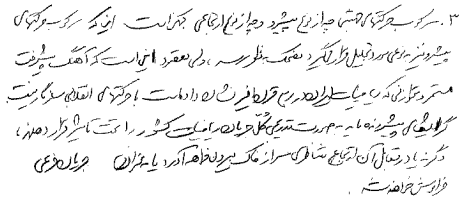
پیشرفتها و حرکتهای امیدبخش ۲۵ سال گذشته به چهار مورد بالا محدود نیست. مسلماً موارد دیگری هست که استحقاق بحث و یادآوری دارد. مثلاً پیشرفتی که در زمینهٔ ریاضی‌نگاری (شامل واژه‌گزینی، ویراستاری ریاضی، ژورنالیزم ریاضی، تهیه و چاپ کتاب، ...) شده است بی‌شک اثرات طویل‌مدت دارد، و در جاهای دیگری در این مجموعه به آنها پرداخته شده است، ولی چهار موردی که در بالا ذکر شد برای اثبات مدعای ما کافی است. تز اصلی ما در این نوشته این است که پیشرفت ریاضیات ایران در ۲۵ سال گذشته، در همهٔ شؤون آن، چند ویژگی بنیادی دارد که همهٔ آنها نویدبخش حرکتی مستمر و پایه‌ای هستند. این ویژگیها عبارت‌اند از:

۱) رشد متوازن و متعادل، پیشرفت تدریجی برنامه‌ها، سطح هیأتهای آموزشی و سطح متوسط دانشجویان رشتهٔ ریاضی.

۲) صمیمیت جامعهٔ ریاضی و پیوندهای اجتماعی نزدیک که مانع از پدید آمدن یک سیستمِ «کاست» یا سلسله‌مراتب شده است.

۳) اجتناب از حرکتهای جهشی چه از نوع پیشرو و چه از نوع ارتجاعی. ممکن است اینکه اجتناب از حرکتهای پیشرو نیز به نوعی مورد تجلیل قرار گیرد مضحک به‌نظر برسد، ولی مقصود این است که

آهنگ پیشرفت مستمر و متوازنی که ریاضیات ایران در ربع قرن اخیر نشان داده است با حرکتهای انقلابی سازگار نیست. گرایشهای پیشرونده باید به‌صورت تدریجی کلّ جریان ریاضیات کشور را تحت تأثیر قرار دهند، وگرنه یا در مقابل آن ارتجاع متناظری سر از خاک بیرون خواهد آورد یا به‌عنوان جریان فرعی فراموش خواهند شد.



[بخشی از دست‌نویس، ۱۳۷۲. نویسنده هنگام تصحیح نمونه‌های چاپی «سرکوب» را به «اجتناب» تبدیل کرده است.]

حکایات

۱

تو کلاس‌های دکتر، ریاضی یه جور دیگه است، خیلی شیرین‌تر و جذاب‌تر . . . اون ترم، سیستم‌های دینامیکیِ یک داشتیم. اون جلسه قرار بود یکی از دانشجوها بخشی از درس رو سمینار بده. چه‌قدر موضوع، جدی و سنگین بود و چه‌قدر اون قضیه، مهم! سخنران، صورتِ قضیه رو پای تخته نوشت. یک "β" تو اون بود، ولی اون‌قدر بدخط نوشته بود که خودشم فهمید و پاکِش کرد و دوباره نوشت، بازم مثِ قبل. خلاصه، دو سه بار نوشت و پاک کرد، نوشت و پاک کرد . . . و بالاخره گفت: «آهان، درست شد!» در این موقع، دکتر که در تمومِ این مدت با خونسردی تموم درگوشه‌ای از کلاس نشسته بود و پیپ معروفِش رو چاق می‌کرد، آروم گفت: «اونم خیال می‌کنی!» کلاس منفجر شد . . .

سپیده چمن‌آرا

۲

نیم‌سال دوم سال تحصیلی هفتاد و چهار-هفتاد و پنج، ما شاگردان کلاس ریاضی دوی آقای دکتر بودیم. وقتی که فرمول تیلر چندمتغیره را گفتند، مسأله‌ای هم به‌عنوان «کاربرد» مطرح کردند که «مقدار فلان تابع دومتغیره را در فلان نقطه با تقریب کم‌تر از 10^{-2} تقریب بزنید.» بعد هم، همان‌طور که می‌شود حدس زد، بسط تیلر مرتبهٔ دوم تابع را حول نقطه‌ای نزدیک آن نقطه نوشتند، که به طرز بدیهی‌ای نتیجه داد که اختلاف مقدار واقعی با مقدار تابع در این نقطه از $10^{-3}e^{-1}$ کم‌تر است. بعد، پرسیدند که «خوب، حالا e^{-1} را چند بگیریم؟» ما شروع کردیم به تقریب زدن که «e بین ۲٫۵ و ۳ است؛ پس $\frac{1}{e}$ باید بین . . .»، که دکتر همه را خلاص کرد: «نه . . . این e^{-1} را هم مثلاً ۱۰ می‌گیریم . . .» تا آخر جلسه، ما مانده بودیم و eای که ۲٫۶۱ کم‌تر از آن‌که ما می‌دانستیم بود!

بردیا حسام

۳

سال ۷۵ با دکتر شهشهانی ریاضی دو داشتیم. اوایلِ مشتق‌پذیری توابع چندمتغیره و مشتق جهتی بود و دکتر داشت تابعی مثال می‌زد که نشون بده مشتق جهتی داشتن، مشتق‌پذیر بودن رو نتیجه نمی‌ده. خلاصه مثال که تموم شد، برگشت به طرف کلاس و گفت: این تابع در مبدأ در هر راستایی مشتق جهتی داره ولی حتی پیوسته نیست؛ این دیگه خیلی توهین‌آمیزه!

* * *

بازم سال ۷۵، بازم ریاضی دو، بازم یه مثال. وسط حل مسئله کار به محاسبهٔ ماتریس مشتق یک تابع رسید. دکتر ماتریس خیلی بزرگی رو روی تخته نوشت، برگشت به طرف کلاس و گفت: این ماتریس قیافهٔ خیلی عوضی‌ای داره!

کیا دلیلی

۴

ترم دوم سال ۶۵، زوج ۷:۳۰ تا ۹، تالار ۵، ریاضی عمومی ۲.

هوا سرد بود و بچه‌های کلاس از راه‌های دور و نزدیک به دانشگاه می‌اومدن؛ واسه همین تا حدود ساعت ۸:۱۵، هنوزم گه‌گداری در واز می‌شد و یه عده تو کلاس می‌اومدن. کم‌کم کلاس پر شده بود و آخری‌ها وقتی وارد کلاس می‌شدن، مدتی رو به کلاس دنبال جای خالی می‌گشتن. کسایی که از اول تو کلاس بودن، حسابی درگیر بحثِ درس شده بودن. دکتر شهشهانی معجونی از هندسهٔ دیفرانسیل و آنالیز حقیقی رو با کمی توپولوژی مخلوط کرده بود و به زبان ریاضیِ ۲ به شیرینی می‌گفت و روی تخته می‌نوشت. لذت درس چنان بود که کسی به رفت و اومدا توجه نمی‌کرد.

تو این بین یکی از بچه‌هایی که بعد از ۴۵ دقیقه تازه وارد شده بود، روی سکوی جلوی تخته، پشت سرِ دکتر، رو به کلاس دنبال جا می‌گشت و کسی هم به اون توجه نمی‌کرد که یهو دکتر برگشت و دید یه نفر پشت سرش ایستاده! تو این بین توجهمان به همهمه و شلوغی کلاس هم جلب شد. بیشتر کسایی که دیر اومده بودن در حال گفت‌وگو بودن و با رفت و اومدا می‌شد گفت کلاس عین یه کاروان‌سرا شده بود. دکتر شهشهانی در اولین برخورد با کمی عصبانیت زیر لب غرغرکنان به اونی که روی سکو واستاده بود گفت «برو، برو پایین!» و رو به بقیهٔ کلاس با اخم دستش رو بالا برد و زیر لب چیزی شبیه «سیس‌س‌س...» گفت و دستش رو بالا نگه داشته بود و می‌خواست چیزی رو اضافه کند که تو کلاس سکوت مطلق حکم‌فرما شد. شاید حدود سه تا پنج ثانیه هیچ حرکتی از هیچ‌کس حتی دکتر که دستش بالا و رو به جمع بود سر نزد و تنها چشم دکتر روی جمع می‌چرخید. تو دلم می‌گفتم الان دکتر واسه بچه‌هایی که تازه تو دانشگاه اومدن و هر کدام هزار ادعا دارن کلی نصیحت و حرف و حدیث می‌گه، اما حدسم غلط از آب در اومد. دکتر همون طور که دستش بالا بود، آهسته رو به تخته چرخید و

دستش را پایین آورد و شروع کرد به نوشتن و گفت «خمِ مشتق‌پذیرِ . . .». کلاس از خنده ترکید. شاید خود دکتر هم در حالی که رو به تخته با جدیت بحث رو دنبال می‌کرد یک لبخند زده باشد.

مانی رضائی

۵

امتحان پنج‌ساعتهٔ پایان‌ترمِ توپولوژی، در بین درسهای جذابِ دورهٔ تحصیل‌ام جالب بود. ساعت ۹ صبح، زمانی که دکتر شهشهانی ورقه‌ها را توزیع می‌کرد گفت «چون طرح سؤالات ساده برای شما توهین‌آمیز بود، سعی کردم در شأن کلاس امتحان را برگزار کنم!»

مانی رضائی

۶

سمینار چندروزه‌ای دربارهٔ دستگاه‌های دینامیکی برپا شده بود. ریاضی‌دانانی از نقاط مختلف دنیا آمده بودند و بنابراین همه به انگلیسی سخن‌رانی می‌کردند. روز آخر سمینار بود و دکتر شهشهانی هم آخرین سخن‌ران. دربارهٔ قضیه‌ای که خودش به‌تازگی ثابت کرده بود صحبت می‌کرد. با هیجان مشهوری گرم نوشتن احکام و فرمول‌ها روی تخته بود. وقتی برگشت دید که همه با بهت به تخته خیره شده‌اند. همهٔ اعدادِ «دو» روی تخته به فارسی نوشته شده بود. . . .

پدرام صفری

۷

یک‌سوم میانی تخته را پاک کرد. از یک گوشه یک تکه گچ جُست و گوشه‌ی بالا راست نوشت «قضیه»ـــیا، نه: نوشت «ق» و دایره‌ی «ض» را هم کشید. بعد ایستاد و تخته را نگاه کرد، ته تالار را نگاه کرد، باز تخته را نگاه کرد، با دقت و حتی کمی شاید استیصال. بعد گفت «به من می‌گویند تو برای "قضیه" زیاد دندانه می‌گذاری.»

بعد دل به دریا زد و شش‌ـهفت دندانه‌ی متوالی گذاشت. بعد با کف دست چند تا از دندانه‌ها را پاک کردـــ سه‌ـچهار تا را. بعد، راضی از اینکه مشکل دندانه‌های اضافه را حل کرده است، یک دونقطه جلوی «قضیه» گذاشت، و رفت سر اصل مطلب.

کورش علیانی

۸

خیلی بدخط است. اگر شاگردش بوده باشید شاید دیده باشید که گاهی تشخیصِ کلماتی که می‌نویسد چندان ساده نیست. و گویا این فقط مشکلِ ما نیست:

در یکی از جلساتِ نشر ریاضی داشتیم چند نفر را برای کاری انتخاب می‌کردیم، و او نام‌های منتخبان را می‌نوشت: فرجامی، توسرکانی، میلانی،... تمام که شد، قرار شد اسم‌ها را بخواند تا در صورت‌جلسه ثبت شود. شروع کرد: «"قر-با-نی"؟ قربانی دیگه کیه؟»

کاوه لاجوردی

۹

وقتی دکتر می‌خواست خبر نه چندان دور از انتظار سقوط در درس توپولوژی را به بنده اعلام کند تنها به یک جمله بسنده کرد: «فکر می‌کنم تو آن اندازه منزوی نیستی که ساینتیست خوبی شوی»!

شایان‌رضا مشاطیان

۱۰

بعد از یک ماهی که از ترم گذشته بود، دیگر همهٔ دانشجوهای کلاس درس هندسهٔ منیفلد همدیگر را می‌شناختند. دکتر درس را تازه شروع کرده بود که شخصی وارد شد و رفت ردیف جلوی کلاس نشست. با چنان دقتی از تمام جزئیات روی تخته و حرف‌های دکتر یادداشت برمی‌داشت که همه کنجکاو شده بودند ببینند تازه‌وارد کیست. یک ساعتی از کلاس گذشته بود که دستش را بلند کرد و کنجکاوی‌های فروکش‌شدهٔ دانشجوها دوباره برانگیخته شد. سکوت محض در کلاس برقرار شد و همه منتظر بودند که ببینند قرار است چه سؤال مهمی پرسیده شود. «اِ... ببخشید... این‌ها هندسهٔ فضائیه؟»

۱۱

برای کسانی که از تنوع خوانده‌ها و اندیشیده‌های او خبر نداشتند احتمالاً اینکه فلسفهٔ ریاضیات درس دهد عجیب می‌نمود؛ اما هر کس ساعتی در یکی از کلاس‌هایش بوده بود حتماً حدس می‌زد که برای این‌یکی هم سنگ تمام بگذارد.

آخرین جلسهٔ سال هفتادوششِ کلاس. دکتر وحید سخنرانِ مهمان بود. نشسته بودیم و آشفته بودیم. اهواز، تصادف ... چند کشته ... چه کسانی؟ همه چیز مبهم. فقط از یعقوب نامِ مجتبی را شنیده بودم. سخنران آمده بود ولی از استاد خبری نبود. آرمان هم در ردیف سوم، سمت چپ من، ننشسته بود.

رفتم که شهشهانی را پیدا کنم، و وقتی برگشتم خودش آمده بود و داشت به وحید می‌گفت که در کلاس نمی‌مانَد. بیرون که می‌رفت اشاره‌ای کرد.

من و مرد، بیرون کلاس، رو به رو. شک ندارم که هر کدام حد اکثر یک کلمه گفتیم. شاید بیست ثانیه به هم نگاه می‌کردیم...

۱۲

یکی از روزهای ماه رمضان کلاس تمام شد و دکتر شهشهانی با دست‌های آغشته به گچ آمد بیرون. یکی از همکاران که از آن‌جا رد می‌شد نکته‌ای پراند که «آقای دکتر، می‌گن گچ روزه رو باطل می‌کنه!» دکتر جواب داد «مال ما رو که باطل نکرده!»

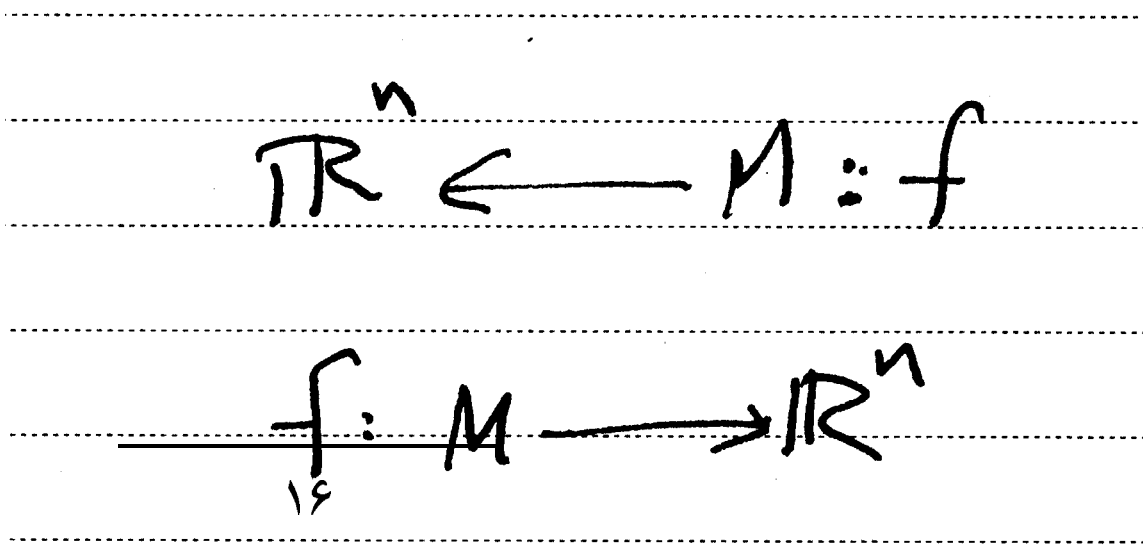
۱۳

۱۴

یه هم‌کلاسی داشتیم به اسم محمود. خیلی بچهٔ شیک‌پوشی بود. برعکس همهٔ بچه‌ها که خیلی اسپرت میومدن دانشگاه، همیشه کت و شلوار اطوکشیده، پیرهن صاف و صوف، کفش‌های زرشکی، این تیپ لباس می‌پوشید. یه روز بچه‌ها یک عکس از جوونیهای انیشتین تو روزنامه پیدا کرده بودن، با محمود مو نمی‌زد. خیلی تمیز بود. از روزنامه بریدن بردن به دکتر نشون بدن. گفتن آقای دکتر، ببینین، این عکس محمود، تو روزنامه چاپ شده. دکتر نگاهی کرد و گفت: «آره، یه شباهتهای ظاهری‌ای داره ...!»

۱۵

از همان اوایل که دکتر شهشهانی به ایران برگشته‌ــحوالی سال ۱۳۵۳ــسعی می‌کرده که رسم‌الخط ریاضی فارسی داشته باشد. مثلاً این که اعداد را به فارسی می‌نوشته و برای لغات تخصصی ریاضی معادل فارسی می‌جسته. در آن زمان هم ادبیات و رسم‌الخط جاافتاده‌ای برای ریاضی‌نویسی فارسی وجود نداشته. اتفاقاً قرار می‌شود که دکتر شهشهانی کتابی ریاضی را به فارسی ترجمه کند و برای این کار، کتاب «توپولوژی از دیدگاه حساب دیفرانسیل» اثر جان میلنور را انتخاب می‌کند. در نسخهٔ اولیهٔ این ترجمه، عبارات ریاضی که در متن جملاتِ فارسی هستند از راست به چپ نوشته شده‌اند، مثلاً «نگاشت $Y \leftarrow X : f$ را یک وابرسانی نامند در صورتی که ...»، یا «فرض کنید $\mathbb{R}^k \supset X$ ...». البته این فلسفهٔ کلیِ «از راست به چپ نوشتنِ عبارات ریاضی در متن فارسی» به اصرارِ ویراستار تغییر می‌کند، ولی به هر حال این مطلبی است قابل بررسی و تأمل.



تکذیب‌نامه: مرا قصد و توان آن نیست که در اینجا به‌خدمات دکتر شهشهانی اشاره کنم، چه زادروز من چندان از اخذ او ـ رجهٔ دکتری ـ را فاصله‌ای نیست. پس من از دیررسندگان‌ام و بنابراین به ثبت خاطره‌هایی بسنده می‌کنم.

اولین بار که نشر ریاضی را دیدم جوانکی پرآرزو بودم، شرکت‌کننده در نوزدهمین کنفرانس ریاضی در رشت. از روی میز برداشتم‌اش و ستون بلند نام‌ها را در صفحهٔ اول از نظر گذراندم. همان دقیقه صاحب یکی از همان نام‌ها که کلاه بره سرش می‌گذاشت و سبیل چخماقی داشت و از قضا در مجاورت من ایستاده بود چیزی پرسید شاید شبیهِ «به نظرتان چطور است؟» که گمان می‌کنم من هم طبق معمول جوابی ناسنجیده و آلوده به شک و طعن پراندم، شاید مثلِ «ظاهرش که بد نیست». خبر نداشتم که این کاردستیِ زعمای ریاضیِ قوم به چه زحمتی صورت وجود پذیرفته.

* * *

(همواره یک‌یکِ اسم‌های یک لیست را از نظر گذراندن عادت‌ام بوده. یادم هست که تازه به دانشگاه کرمان راه یافته بودم و همان اوائل یک روز که بخش ریاضی سوت و کور بود همهٔ اسم‌های روی دفاتر استادها را از نظر گذرانده بودم و اسم یک نفر را آشنا یافته بودم ــ همانی که برچسب آبی شیکی بر درش چسبانده بود:

"Mathematicians are foolproof."

بعداً یادم آمد که از او مقاله‌ای در رشد ریاضی دیده بودم: مهدی رجبعلی‌پور، که تا مدت‌ها بعد به چهره نمی‌شناختم‌اش.

یا چند سال پیش اسم یکی از شاگردانِ سابقِ شهشهانی را که حالا برای خودش ریاضی‌دان قابلی شده بود در خبرنامهٔ انجمن ریاضی امریکا جزو برندگان فلان جایزهٔ مهم یافته، و فوراً به شهشهانی ئی‌میل زده بودم و اطلاع داده بودم.)

* * *

درکنفرانس ریاضی اصفهان، همان سال‌ها، ناگهان دوست‌ام علی به من گفت «شهشهانی بودها!» و من ندیده بودم‌اش. «آدم باورش نمی‌شود آن‌همه معلومات داشته باشد»، علی اضافه کرد. این اولین «دیدار» ــ من با شهشهانی بود.

یکی‌ـدو سال بعد، در دورهٔ فشرده‌ای که طی دو هفته برای تدریس نظریهٔ مجموعه‌ها در دانشگاه شهید بهشتی تدارک دیده شده بود شرکت کردم. یادم می‌آید آن سال هم من و هم علی کسالت داشتیم و فقط عشقِ مجموعه‌ها بود که ما را کشانده بود تهران. دکتر لاریجانی که در آن ایام سمتی در وزارت امور خارجه داشت و خودش هم صاحب علائق منطقی بود، حضور چندین ریاضی‌دانِ منطقیِ طراز اول (از جمله مثلاً وودین) را در آن دوره ممکن ساخته بود. آنجا هم تا جایی که می‌توانستم (عادت شمارهٔ ۲!) چپ و راست از سخنران‌ها سؤال می‌کردم. وقتی شنیدم شهشهانی دربارهٔ من گفت «...از دکتر رجبعلی‌پور شنیده‌ام که...» کلی ذوق‌زده شدم. اما بعد فکر کردم شاید شهرت‌ام مرهون سماجت‌هایم در سؤال کردن سرِ کلاس‌های دانشگاه کرمان و به پر و پای استادها پیچیدن بوده باشد، و نه بیش.

درکنفرانس ریاضی باختران اسم برنده‌های مسابقهٔ ریاضیِ دانشجویی را که اعلام کردند، من و علی بیرون تالار ایستاده بودیم که از قضا برخوردیم به آقایی که داشت توتون توی پیپ‌اش می‌چپاند. ما را که دید لبخندی زد و تنها گفت «تبریک». و ما دست و پامان را گم کردیم؛ هر دو غیرشریفی بودیم و انتظار تبریک گرفتن از شهشهانی را نداشتیم.

* * *

به مرورِ سال‌ها از آن جوانک پرشور تبدیل شدم به خواب‌گردی که ادامهٔ تحصیل در رشتهٔ ریاضی برایش حکمِ default را پیدا کرده بود، نه یک چیزِ فوق‌العاده و هیجان‌انگیز.

به فرودگاه مهرآباد که وارد شدم تا دورهٔ فوق‌لیسانس را در دانشگاه شریف بیاغازم، شهشهانی را آنجا منتظر ورود خانواده‌اش یافتم. مرا دید و به من تعارف کرد که اگر کمی صبر کنم مرا هم می‌رساند. با او راحت نبودم،

ولی پیشنهادِ وسوسه‌کننده‌ای بود، به ویژه که در مورد او کنجکاو هم بودم. به من گفت که توقع داشته من رتبهٔ بهتری در امتحان ورودی فوق لیسانس کسب کنم. (آن سال مرحوم مهرآبادی رتبهٔ اول را کسب کرده بود.) از خودم پرسیدم: «چرا؟!» بعد هم مرا رساند منزل عمویم.

ترم اول با شهشهانی هندسهٔ خمینه‌ها داشتم. سر کلاسِ او هم هِی سؤال می‌کردم، ولی خواب‌گردی‌هایم ادامه پیدا کرد و عاقبت دورهٔ فوق لیسانس را رها کردم تا خدمت مقدس اجباری را به سر آورم. در همان ایام روزی در کتابخانهٔ دانشکدهٔ ریاضی دانشگاهِ شریف کتابی را ورق می‌زدم و به مصاحبهٔ جالبی با ریاضی‌دانی برخوردم و به سرم زد که چه خوب است که نفر این را ترجمه کند و می‌دانستم که خودم خوب می‌توانم از پسِ ترجمهٔ آن برآیم. بی‌معطلی رفتم و به شهشهانی گفتم.

حالا او از معدود بازماندگانِ آن لیستِ درازِ اولیه بود که در رشت دیده بودم. متعاقباً ترجمهٔ مقاله‌ای برای نشر ریاضی به من محول شد و چندی بعد از من وکاوه برای همکاری افتخاری با نشر ریاضی دعوت شد.

اسم من وکاوه رفت توی لیست هیأت تحریریه، و بعضی شنبه‌ها با یحیی تابش و سیامک کاظمی و سیاوش شهشهانی جمع می‌شدیم توی آن اتاقکِ دفترِ نشر برای رتق و فتق امور نشر ریاضی.

من که حالا در مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات ازکاربرانِ رتبه‌اولِ شبکهٔ اینترنت شده بودم، گاه همراه با شهشهانی از ارتفاعات اختیاریه سرازیر می‌شدیم، و می‌آمدیم عباس‌آباد و جای پارکی توی کوچه‌های حوالی مرکز نشر دانشگاهی پیدا می‌کردیم و با هم وارد ساختمان کذا می‌شدیم. (سایر مواقع همیشه باید به دربان‌ها توضیح می‌دادم که برای دیدن آقای کاظمی آمده‌ام، وگر نه راه‌ام نمی‌دادند.)

در دانشگاه شریف و در مرکز تحقیقات هیبت و جذبهٔ دکتر شهشهانی اجازهٔ خودمانی شدن با او و حتی گاه جرأت سلام کردن به او را نمی‌داد. البته می‌دانستم که گروهی از دانشجویانِ مهمِ دانشکدهٔ ریاضی احترام عمیقی (و البته شاید گاه آمیخته با ترس!) برای او قائل‌اند. اما در نشر ریاضی هم معمای دکتر شهشهانی همچنان ناگشوده ماند. فقط گاه از احاطهٔ او به زبان انگلیسی و آشنایی‌اش با اصطلاحاتِ مهجور حظ و حیرت می‌کردم. نوشته‌های فارسیِ او هم از پختگی‌ای برخوردار بودند که شگفت‌زده‌ام می‌کرد. به سختی باورم می‌شد که ریاضی‌دانی که اصلاً در ایران دانشگاه نرفته بتواند آن‌گونه فارسی بنگارد (به قولِ علی «آدم باورش نمی‌شود!»)، غافل از اینکه چه بسا دیگرانی هم که فارسی خوب می‌دانند، این را مدیون علائق خود هستند، نه مرهون تحصیلات دانشگاهی‌شان در ایران!

* * *

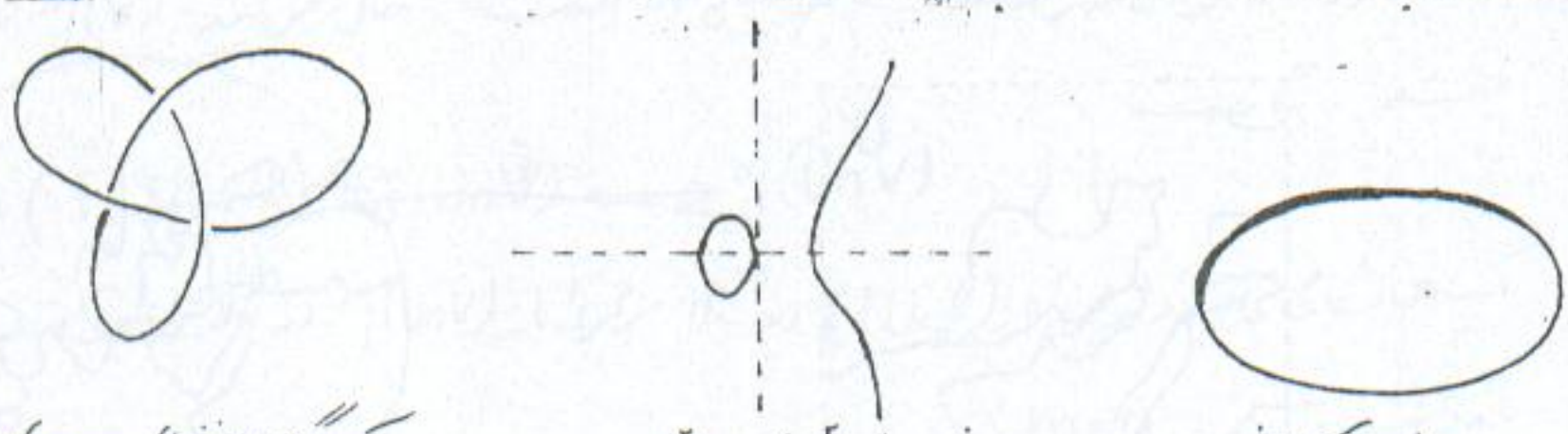
در این سال‌های دور از خانه با شهشهانی هم از طریق اینترنت مراوده داشته‌ام، و هم یکی-دو بار با او در امریکا دیدار کرده‌ام. و لیکن برای من، او همچنان شخصیتی است با ابهت، در هاله‌ای از ابهام، که می‌دانم منبع الهام شمار زیادی از ستارگانِ آسمان ریاضی دانشگاه شریف در طی دهه‌های گذشته بوده. مردی است که حضورش در جامعهٔ دانشگاهی ایران مغتنم است. چه نیک است اگر به خاطر این حضور به خود تبریک بگوییم...

عطاءالله تقاء

۱. چندگونا

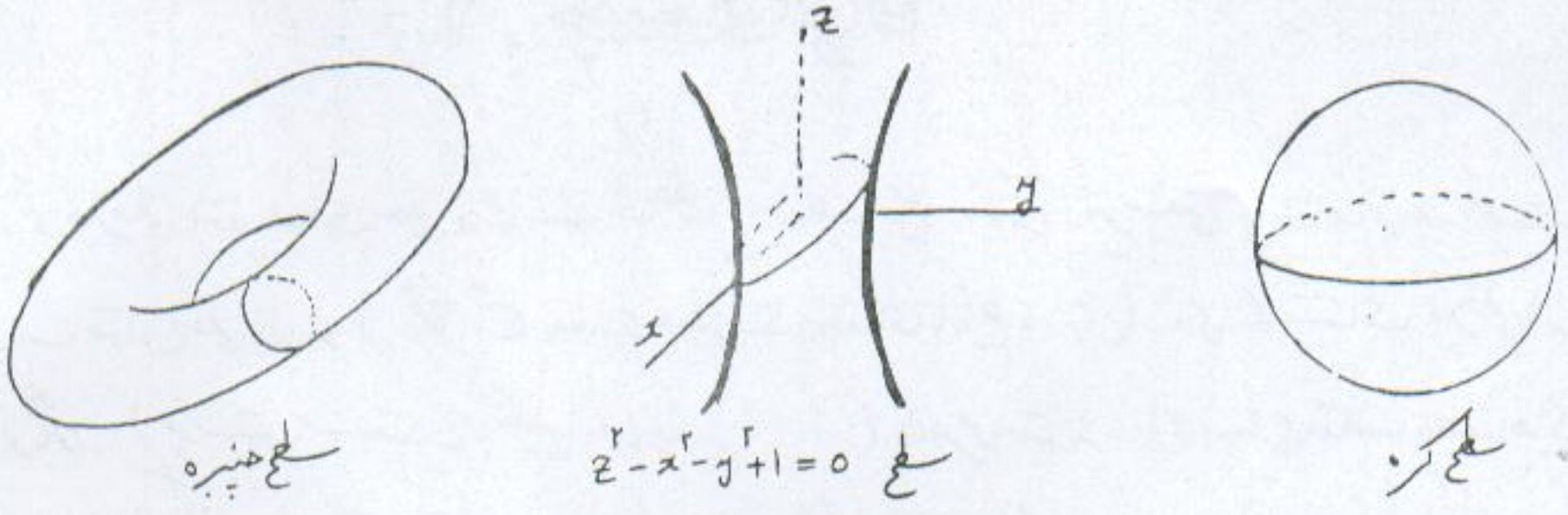
در جبر خطی با فضاهای خطی و نگاشتهای خطی سروکار داریم. در آنالیز سنتی، فضاهای مورد بحث همچنان ساختمان خطی دارند ($\mathbb{C}^n$، $\mathbb{R}^n$، فضای هیلبرت، فضای باناخ، ...)، ولی نگاشتهای غیرخطی از انواع گوناگون (پیوسته، مشتق‌پذیر، تحلیلی، اندازه‌پذیر، ...) ظاهر می‌شوند. برای بسیاری مقاصد، فضاهای خطی کفایت نمی‌کنند، و بسته به نوع نیاز، باید فضاهای ناخطی مناسبی را بکار بست. از این قبیل است:

- اگر تنها مفهوم پیوستگی در میان باشد، فضای متریک و از آن کلی‌تر فضای توپولوژیک جوابگوی نیازهاست. نقش توپولوژی عمومی تأمین و بررسی اینگونه فضاها و نگاشتهای بین آنهاست.
- مفهومی غالباً ضعیف‌تر از پیوستگی، مفهوم انتگرال‌پذیری است. فضای مناسب برای تعریف تابعهای انتگرال‌پذیر، فضای اندازه است. نظریهٔ اندازه از این نوع فضاها و انتگرال تابعهای اندازه‌پذیر گفتگو می‌کند.
- در بسیاری موارد، مثلاً در هندسه دیفرانسیل، توپولوژی دیفرانسیل، معادلات دیفرانسیل، و بسیاری از کاربردهای ریاضی، مفهومهای نظیر مشتق‌پذیری و تحلیلی بودن یک تابع در میان است در حالی که قلمرو تابع، برخلاف آنالیز کلاسیک، زیرمجموعه‌ای باز از یک فضای خطی نیست. در این فصل مفهوم 'چندگونا' (variété، manifold) را معرفی خواهیم کرد که قلمرو مناسب برای تعریف و بررسی تابعهای مشتق‌پذیر و تحلیلی است. تصویر شهودی ما از چندگونا، اشیاء خمیده ولی هموار است، مانند اشکال زیر:



یک گره در فضای سه بعدی — خم $y^2 = x(x^2-1)$ — پیرامون یک بیضی

سه نمونه از چندگوناهای یک بعدی



سه نمونه از حنیه گونا های دو بعدی

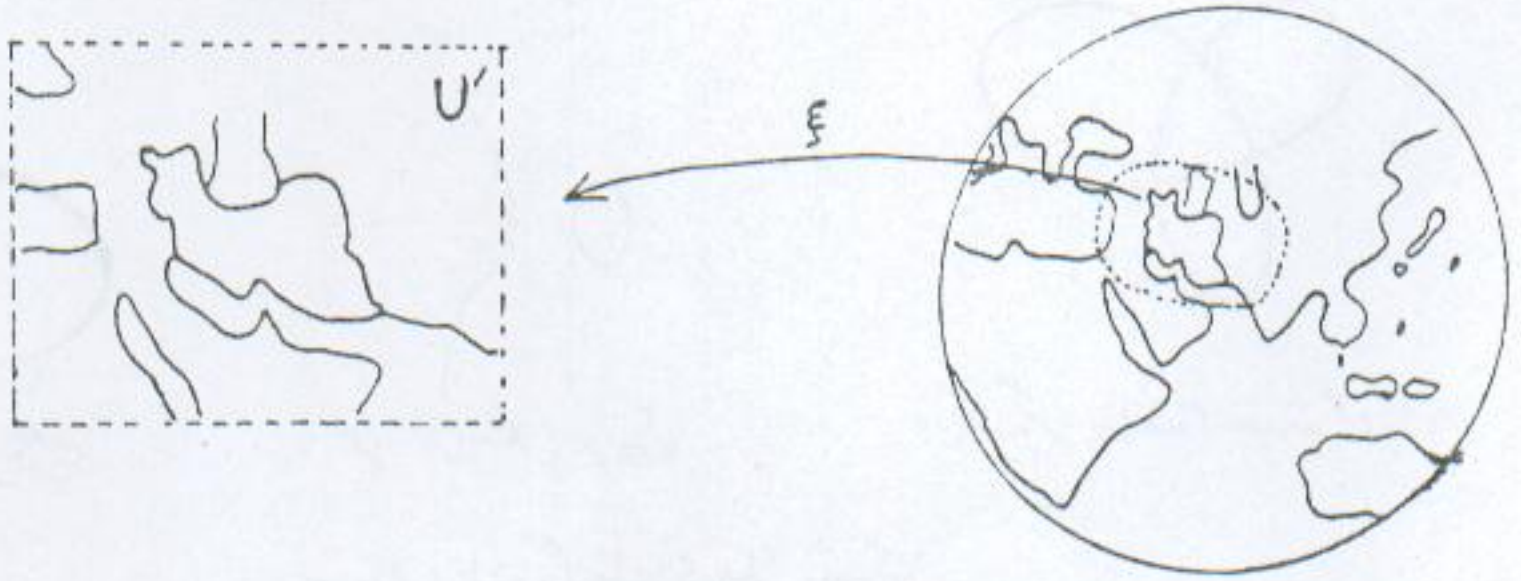
هدف کلی این کتاب را می توان بررسی حساب دیفرانسیل و انتگرال روی حنیه گونا ها عنوان کرد.

§۱. حنیه گونای توپولوژیک

(۱-۱-A) تعریف. M یک فضای توپولوژیک هاوسدورف است با پایه ای شمارا شمیر از مجموعه های باز.

منظور از یک نقشه M، زوجی (U, φ) است که در آن U زیرمجموعه باز از M است و $\varphi: U \to U'$ یک همانانی از U بر مجموعه ای باز U' از یک فضای اقلیدسی $\mathbb{R}^m$.

مشاهده کنید که نقشه جغرافیائی دقیقاً چنین عمل می کند. در آنجا M کره دوبعدی (سطح زمین) است که مفروض اقلیدسی (سطحی) نیست، و یک نقشه چیزی نیست بجز نگارش خوبی از سطح کره زمین بر صفحه (اقلیدسی) کاغذ.



دگردیسی در خمینه‌ها

محمدرضا رزوان

در بن بسیاری از دستاوردهای علمی، اندیشه‌ای روشن و ساده نهفته است. ریاضیات نیز با تمام پیچیدگیهایش این‌چنین است. البته درک جزئیات این دستاوردها چندان ساده نیست، ولی اندیشه‌های بنیادی آن برای همگان قابل فهم و سودمند است. در این نوشته می‌کوشیم به نوبهٔ خود یکی از این مفاهیم ساده را که بطور طبیعی در نظریهٔ نقاط بحرانی ظاهر می‌شود با زبانی آشنا و آسان بیان کنیم. این کار را با یک مسألهٔ قدیمی آغاز می‌کنیم.

تقریباً هر دانشجوی ریاضی می‌داند که هیچ دگردیسی از یک خمینهٔ فشرده به لبه‌اش وجود ندارد [M]. حالت خاص دیسک D^n معروفتر و قدیمی‌تر است، یعنی دیسک nـبعدی را نمی‌توان به لبه‌اش یعنی S^{n-1} جمع کرد. ولی در این حالت خاص یک چیز ممکن است و آن اینکه اگر یک نقطه از درون دیسک برداریم یک دگردیسی از فضای حاصل به S^{n-1} یافت می‌شود. اکنون سؤالی که بطور طبیعی به ذهن می‌رسد این است که از یک خمینهٔ دلخواه چه زیرمجموعه‌ای باید حذف شود تا یک دگریسی از فضای حاصل به لبهٔ خمینه موجود باشد؟ پیش از پرداختن به این پرسش نوعی از دگردیسی را که در اینجا مورد نظر است بطور دقیق تعریف می‌کنیم.

تعریف. فرض کنید M خمینه‌ای با لبهٔ ∂M و $A \subset M$ زیرمجموعه‌ای دلخواه باشد. یک دگردیسی از A در M نگاشتی مانند $H : A \times [0,1] \longrightarrow M$ است که $H(x,0) = x$ و برای هر $t \in [0,1]$ و $x \in A \cap \partial M$ داشته باشیم $H(x,t) = x$. نگاشت H را یک دگردیسی به ∂M گوییم هرگاه $H(A \times \{1\}) \subset \partial M$.

مثال. فرض کنید $I = [0,1]$ و $M = S^1 \times I$، یعنی استوانه را بعنوان اولین مثال نابدیهی در نظر بگیرید. در این‌حالت با حذف هر تعداد متناهی نقطه هم نمی‌توان یک دگردیسی از فضای حاصل به لبهٔ استوانه یعنی $S^1 \times \{0\} \cup S^1 \times \{1\}$ یافت. درواقع در فضای حاصل خمی وجود دارد که دو مؤلفهٔ لبه را به هم وصل می‌کند و تصویر آن در $H_1(S^1 \times I, S^1 \times \partial I)$ ناصفر است. بنابراین هیچ دگردیسی از این خم به لبه در M موجود نیست. ولی با حذف یک دایرهٔ مناسب که ارتباط دو مؤلفهٔ لبه را قطع کند این کار ممکن می‌شود. همچنین اگر $f : S^1 \longrightarrow M$ نگاشتی پیوسته باشد که تصویر آن لبهٔ M را قطع نکند و $f_* : H_1(S^1) \longrightarrow H_1(M)$ ناصفر باشد، در این‌صورت یک دگردیسی از $M - f(S^1)$ به لبهٔ M در M موجود است.

در واقع در بیشتر مواقع با حذف تعداد متناهی نقطه نمی‌توان فضای حاصل را به لبه جمع کرد. قضیهٔ زیر تا حدی مانع موجود برای وجود دگردیسی به لبه را نمایان می‌سازد و شاهد خوبی بر این مدعاست.

قضیه. فرض کنید M یک خمینهٔ فشردهٔ لبه‌دار و جهت‌پذیر و $A \subset M - \partial M$ زیرمجموعه‌ای فشرده باشد بطوری که یک دگردیسی از $M - A$ به ∂M در M موجود باشد. در این صورت برای هر همسایگی U از A نگاشت $i^* : H^*(M) \longrightarrow H^*(U)$ یک‌به‌یک و $i_* : H_*(U) \longrightarrow H_*(M)$ پوشاست ($i' : U \hookrightarrow M$ نگاشت جزئیت است).

برهان. ابتدا همسایگی $V \subset U$ حول A را طوری می‌گیریم که V خود یک خمینهٔ لبه‌دار باشد و $W = M - V$ نیز یک خمینهٔ لبه‌دار باشد. چون برای $M - A$ یک دگردیسی به ∂M موجود است، با تحدید این دگردیسی به $W \times [0, 1]$ می‌توان یک دگردیسی از W به ∂M یافت. پس جزئیت $j : (W, \partial M) \hookrightarrow (M, \partial M)$ در هموتوپی بدیهی است و در همولوژی یا کوهمولوژی نگاشت صفر القاء می‌کند. حال دنبالهٔ دقیق سه‌تایی $(\partial M, W, M)$ را در نظر بگیرید. مثلاً برای همولوژی دنبالهٔ زیر را داریم:

$$H_*(W, \partial M) \longrightarrow H_*(M, \partial M) \longrightarrow H_*(M, W)$$

از صفر بودن نگاشت اول و دقیق بودن دنبالهٔ بالا نتیجه می‌شود که نگاشت $H_*(M, \partial M) \longrightarrow H_*(M, W)$ یک‌به‌یک است از طرفی بنابر excision داریم $H_*(M, W) \cong H_*(V, \partial V)$. حال قضیهٔ دوگانی لفشتز [SP] یکسانیهای زیر را می‌دهد: $H_*(M, \partial M) \simeq H^*(M)$ و $H_*(V, \partial V) \cong H^*(V)$. بنابراین از طبیعی بودن دوگانی لفشتز نگاشت طبیعی $H^*(M) \longrightarrow H^*(V)$ یک‌به‌یک خواهد بود. به‌ویژه نگاشت $i^* : H^*(M) \longrightarrow H^*(U)$ نیز یک‌به‌یک است. برای کوهمولوژی نیز دنبالهٔ دقیق زیر را داریم:

$$H^*(M, W) \longrightarrow H^*(M, \partial M) \longrightarrow H^*(W, M)$$

که در آن نگاشت دوم صفر است پس نگاشت اول پوشاست. مشابهاً از دوگانی لفشتز نتیجه می‌شود که نگاشت طبیعی $H_*(V) \longrightarrow H_*(M)$ پوشاست. به‌ویژه $i_* : H_*(U) \longrightarrow H_*(M)$ نیز پوشا خواهد بود. □

مثال. فرض کنید A در قضیهٔ بالا تعداد متناهی نقطه باشد. در این‌صورت می‌توان همسایگی U را گویهای بستهٔ مجزا حول این نقاط گرفت. در این‌صورت از قضیهٔ بالا داریم $H_k(M) \simeq H^k(M) \simeq \{0\}$ برای هر $k \in \mathbb{N}$.

توضیح. قضیهٔ بالا تعمیمی از نتایج [CZ,F1,F2] می‌دهد که البته از نگاهی دیگر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین توجه کنید که شرط جهت‌پذیری تنها برای دوگانی لفشتز لازم است. بنابراین اگر ضرایب همولوژی یا کوهمولوژی را در $\mathbb{Z}_2$ بگیریم قضیهٔ بالا برای خمینه‌های جهت‌ناپذیر هم برقرار است. ما از این واقعیت در گزارهٔ بعد استفاده می‌کنیم که در واقع بررسی یک مثال جالب است. این مثال نشان می‌دهد که حکم قضیهٔ بالا در برخی موارد بهترین چیزی است که دربارهٔ مجموعهٔ A می‌توان گفت!

گزاره. فرض کنید N یک خمینهٔ بستهٔ nـبعدی، $M = N \times I$، $\partial_0 M = N \times \{0\}$، $\partial_1 M = M \times \{1\}$ و $A \subset M - \partial M$ زیرمجموعه‌ای فشرده باشد. در این‌صورت گزاره‌های زیر معادلند:

الف) $\partial_0 M$ و $\partial_1 M$ در دو مؤلفهٔ همبندی متفاوت از $M - A$ قرار دارند. به‌عبارت دیگر A آنها را از هم جدا می‌کند.

ب) یک دگردیسی از $M - A$ به ∂M موجود است.

ج) برای هر همسایگی U از A، نگاشت $H_*(U; \mathbb{Z}_2) \longrightarrow H_*(M; \mathbb{Z}_2)$ پوشاست.

د) برای هر همسایگی U از A، خمینهٔ بستهٔ nـبعدی N' و نگاشت $f : N' \longrightarrow M$ وجود دارد بطوری که تصویر f کاملاً در U واقع باشد و $\deg_2 \pi \circ f = 1$. ($\pi : M \longrightarrow N$ افکنش طبیعی است.)

برهان. الف $\Longleftrightarrow$ ب). فرض کنید $M - A = V_0 \cup V_1$ که در آن V_0 و V_1 بازهای جدا از هم هستند که $\partial_0 M \subset V_0$ و $\partial_1 M \subset V_1$. براحتی دیده می‌شود که یک دگردیسی از V_0 به $\partial_0 M$ و از V_1 به $\partial_1 M$ در M موجود است. چون دو باز جدا از هم هستند این دو دگردیسی، یک دگردیسی از $M - A$ به ∂M در M به ما می‌دهد.

(ب $\Longleftrightarrow$ ج). از قضیه و توضیح بالا به‌دست می‌آید.

(ج $\Longleftrightarrow$ د). ازآنجاکه مسألهٔ Steenrod برای همولوژی به پیمانهٔ دو درست است و $H_*(U) \longrightarrow H_*(M)$ پوشاست، خمینهٔ بستهٔ nـبعدی N' و نگاشت $f : N' \longrightarrow M$ یافت می‌شود که تصویر f کاملاً در U واقع باشد و مولد $H_n(N'; \mathbb{Z}_2)$ تحت نگاشت $\pi \circ f$ به مولد $H_n(N; \mathbb{Z}_2)$ برود. حال طبق تعریف درجه به پیمانهٔ دو داریم: $\deg_2 \pi \circ f = 1$. (برای جزئیات [N] را ببینید.)

(د $\Longleftrightarrow$ الف). فرض کنید A، $\partial_0 M$ و $\partial_1 M$ را جدا نکند. پس خم پیوستهٔ $\gamma : [0, 1] \longrightarrow M$ وجود دارد که $\gamma(0) \in \partial_0 M$، $\gamma(1) \in \partial_1 M$ و تصویر γ در $M - A$ واقع است. چون A فشرده است همسایگی U از A موجود است که خم γ را قطع نمی‌کند. حال بنابر فرض خمینهٔ بستهٔ nـبعدی N' و نگاشت $f : N' \longrightarrow U$ یافت می‌شود که $\deg_2 \pi \circ f \overset{2}{\equiv} 1$. توجه کنید که $\gamma \in H_1(M, \partial M; \mathbb{Z}_2)$ یک مولد است و تحت دوگانی لفشتز به مولد $\gamma^* \in H^n(M; \mathbb{Z}_2) \cong H^n(N; \mathbb{Z}_2)$ می‌رود. بنابراین $\gamma^*(f_*[N']) \overset{2}{\equiv} 1$ و ازآنجا عدد تقاطعی f و γ به پیمانهٔ دو ناصفر خواهد بود. پس تصویر f حتماً γ را قطع می‌کند که این با فرض تناقض دارد. □

مثال. بار دیگر استوانهٔ $M = S^1 \times I$ را در نظر بگیرید. در این حالت مسألهٔ Steenrod بخاطر پوشا بودن $H : \pi_1(M) \longrightarrow H_1(M)$ برای همولوژی با ضرایب صحیح نیز درست است. پس می‌توان گزارهٔ بالا را برای ضرایب صحیح بیان کرد و شرط (د) را نیز با وجود تابع $\alpha : S^1 \longrightarrow M$ با $\deg(\pi \circ \alpha) = 1$ جایگزین کرد. اما در این حالت درجه ردهٔ هموتوپی را تعیین می‌کند. پس نگاشت $\pi \circ \alpha$ با همانی هموتوپ است. پس در این حالت نگاشتی مانند $\alpha : S^1 \longrightarrow M$ موجود است که تصویرش در U واقع است و با مقطع صفر هموتوپ است.

این نتیجه تنها برای $\dim N = ۱$ برقرار است. مثلاً فرض کنید $N = S^۲$ و $M = S^۲ \times I \subset \mathbb{R}^۳$. حال A را چنبره‌ای داخل M بگیرید که $\partial_۰ M$ و $\partial_۱ M$ را از هم جدا کند. (چون چنبره جهت‌پذیر است در $\mathbb{R}^۳$ درون و برون دارد. چنین چنبره‌ای را می‌توان با جراحی روی مقطع صفر هم به‌دست آورد.) اگر U یک همسایگی حلقوی A باشد هر نگاشت از $S^۲$ به U با نگاشت ثابت هموتوپ است. (چون $\pi_۲(S^۱ \times S^۱) = ۰$.) بنابراین درجهٔ صفر دارد و نمی‌تواند با مقطع صفر هموتوپ باشد. در واقع در این حالت نمی‌توان N' را خود $S^۲$ انتخاب کرد.

مثال. در مثال قبل دیدیم که وقتی M یک استوانه باشد اطلاعات بهتری بدست می‌آید. در واقع مسألهٔ کلی وقتی که M یک رویه باشد ($\dim M = ۲$) ساده است و ایدهٔ engulfing [ST] در اینجا کار می‌کند. (برای دیدن حالتی از engulfing که به مسألهٔ ما شباهت دارد به [B] مراجعه کنید.) فرض کنید M یک رویهٔ فشرده و $A \subset M - \partial M$ زیرمجموعه‌ای فشرده باشد بطوری که یک دگردیسی از $M - A$ به ∂M در M موجود باشد. حال V را خمینه‌ای فشرده و لبه‌دار حول A در M بگیرید بطوری که $W = \overline{M - V}$ نیز یک خمینهٔ فشردهٔ لبه‌دار باشد. در این‌صورت برای کبردیسم دوبعدی $(W; \partial M, \partial V)$ نگاشت طبیعی زیر صفر است.

$$H_*(W, \partial M) \longrightarrow H_*(M, \partial M)$$

بنابراین کبردیسم W' شامل W در M یافت می‌شود که $H_*(W', \partial M) = ۰$. برای چنین حالتی قضیهٔ کبردیسم نتیجه می‌دهد که $W' \cong \partial M \times I$. پس $M - V$ را می‌توان در یک همسایگی یقه‌ای ∂M انداخت.

به کمک این واقعیت می‌توان شاره‌ای پیوسته تعریف کرد که روی ∂M برونگرا باشد و بزرگترین مجموعهٔ ناوردای آن نیز در A بیفتد. بعبارت دیگر می‌توان دگردیسی را به کمک یک شارهٔ پیوسته بدست آورد! مثال قبل نشان می‌دهد که این واقعیت در ابعاد بالا درست نیست.

قدردانی. در هنگام تهیه این نوشته، نگارنده از حمایت‌های IPM و ICTP برخوردار بوده است و از این مراکز کمال تشکر را دارد.

مراجع

[B] Buoncristiano, S., Handel-theory and engulfing, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 78 (1975), 111-116.

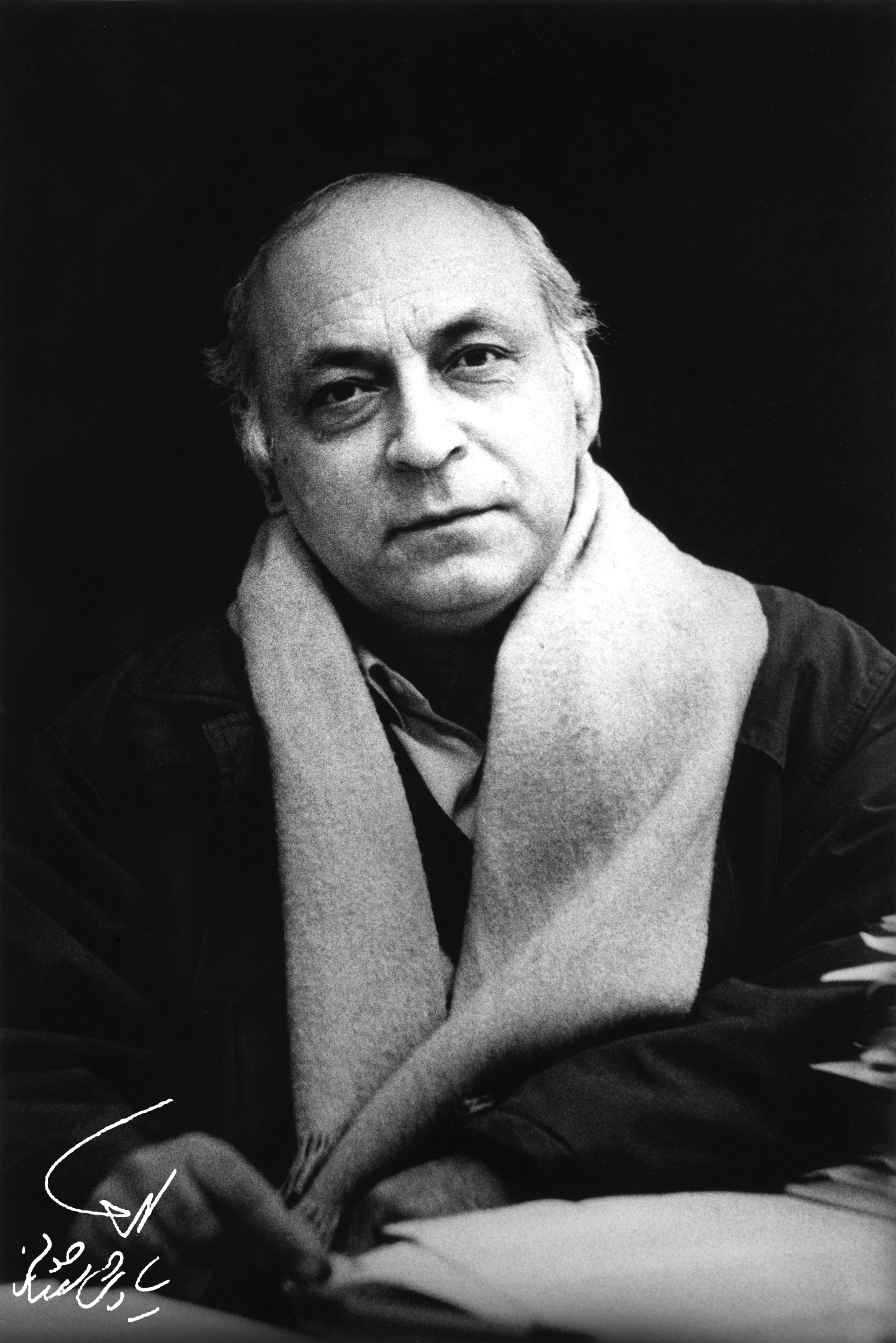
[CZ] Conley, C. and Zehnder, E., The Birkhoff-Lewis fixed point theorem and a conjecture of V. I. Arnold, Invent. Math., 73 (1988), 33-49.

[F1] Floer, A., A refinement of the conley index and an application to the stability of hyperbolic invariant sets, Ergodic Theory Dynam. Systems **7** (1987), 93-103.

[F2] Floer, A., A topological persistence theorem for normally hyperbolic manifolds via Conley index, Trans. Ames. Math. Soc. 321 (1990), 647-657.

[M] Milnor, J., Topology from the differentiable viewpoint, Univ. Press, Va, Charlottesiville, 1965.

[N] Novikov, S.P., Topology I, Encyclopedia of Math. Sciences 12, Springer-Verlag, Heidelberg, Berlin, 1996.

[ST] Stallings, J. R., Polyhedral homotopy-spheres, Bull. Ames. Math. Soc. 66 (1960), 485-488.

[SP] Spanier, E., Algebraic Topology, McGrow-Hill, 1966.