

جلد چهارم اول اسفند ماه ۱۳۰۶ شمسی سال اول

حل المسائل

ریاضی

که شامل حل مسائل شعب مختلفه علوم ریاضی است در تحت نظر و مر اقت
ناصر - هورفر - ریاضی

در اول و پانزدهم هر ماه منتشر خواهد شد

وجه اشتراک سالبانية در طهران و ولات یک تومن

قیمت یک جلد دهشابی است

اشخاصیکه مایل باشند بگتابخانه تهران خیابان لاله زاد رجوع نمایند
برای اشخاصیکه بعد از انتشار چند جلد مشترک میشوند مجلدات

ماقبل پیزفرستاده خواهد شد

مسائلی که در این مجموعه حل میگردد عموماً ازمه - ابقهها و امتحانات نهائی ایران و اروپا
و غیر آن اتخاذ میشود ضمناً بعضی از مسائل که در یک دو جلد بهمراه حل میشود در
چلدهای قبل بعنوان سوال طرح خواهد شد و اسمی مشترکی کی که مسئله مندرجه را
پانزده روز بعده از نشر همان جلد صحیح حل کرده بگتابخانه تهران بفرشند و ذیل همان مسئله درج
خواهد شد ضمناً تذکر میدهیم که در یک جلد اتفاق صفحات مخصوص

بجمل مسائل راجع بدورة اول متوسطه پوده و بقیه آن

به دوره دوم اختصاص خواهد داشت

عمل نک فروشی کتابخانه نهران و قرائتخانه شرافت است

کشش

حال بازار $x = 2$ مقدار په مساوی $\frac{1}{2}$ - و بازار $x = 2$ مقدار پنجه میباشد

پس بینه اگر $f(x)$ صفر صورت نداشته باشد صفر خرج و بازار

$x = 2$ صفر صورت پنجه برای صفر محاسبه است

مسئله - کسر $\frac{x^2 + xy - x^2 + y^2}{x^2 - y^2 + xy - x^2}$ را بصورت ساده تری

تبديل کنید . آنده صورت را بستوان مرتبه چنین نوشت

$$x^2 + xy - x^2 + y^2 = (x+y)^2 - x^2 = (x+y+x)(x+y-x)$$

و چنین خرج را بصورت زیل بستوان تبدیل کرد

$$x^2 - (y^2 - xy + x^2) = x^2 - (y-x)(x-y+x)$$

و بنا بر این

$$\frac{x^2 + xy - x^2 + y^2}{x^2 - y^2 + xy - x^2} = \frac{(x+y+x)(x+y-x)}{(x+y-x)(x-y+x)} = \frac{x+y+2x}{x-y+2x}$$

مسئله - دستگاه را حل کنید

$$\begin{cases} x+ay+a'x+a''=0 \\ x+b'y+b'x+b''=0 \\ x+c'y+c'x+c''=0 \end{cases}$$

در معادله درجه سوم $f(u) = u^3 + 2u^2 + yu + x = 0$ اگر مرتب

بجای عدالت ایر a و b و c را فراز و بسیم :

$$f(b) = b^3 + b^2x + bx + x \quad f(a) = a^3 + a^2x + ax + x$$

و $f(c) = c^3 + c^2x + cx + x$ و از مقایسه اینها با معادلات فرض شده

دیده میشود که $f(a) = f(b) = f(c)$ مساوی صفر میباشند

بنابراین $f(u) = u-a = u-b = u-c$ و قابل قدرت

بوده لذا بر حاصل ضرب آنها نیز قابل قدرت است آنچون ضرب

$u^3 + 2u^2 + yu + x$ واحد است پس بستوان چنین نوشت :

مسئله - در بعارت $x = 2$ مقدار y مساوی $\frac{1}{2}$ - و بازار $x = 2$ مقدار پنجه میباشد

پس بینه اگر $f(x)$ صفر صورت نداشته باشد y برابر باشد باشد

برای آنکه $f(x)$ قابل قدرت شود باید $= 0 = (x-2)^2$ باشد بنابراین

$$a = 2 + 12 + 14 - 2a - 72 = 0$$

$$x = 2 + 12 + 14 - 2a - 72 = 0$$

بنی $f(x) = x^3 - 17x^2 + 24x - 72$ قابل قدرت است .

مسئله - در بعارت $x = 2$ مقدار y و z را طوری اختیار کنید که $f(x)$

مقدار y و z را با صفر ضرب و عامل $x-2$ داشته باشد

$$y = x^2 - x - 2$$

او لا بستوان $(x-2)$ را با صفر ضرب و عامل $x-2$ داشته باشد

خرج کرد پس برای آنکه $f(x) = 0$ قابل قدرت باشد باید :

$$f(-1) = -1 - 3 - a - 4 + b + 16 = 0 \quad f(2) = 32 - 32 + 8a - 1 - 4b + 16 = 0$$

$$b = -12 \quad a - b = 10 \quad a = 2 \quad b = -12 \quad \text{و بنا بر این } a = 2$$

$$\text{لذا } 16 + 2a - b = 16 + 2(2) - (-12) = 32 \quad \text{قابل قدرت خواهد بود}$$

مسئله - مقدار عددی $y = \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^3 + x^2 - 4x - 4}$ را برابر بازدید کنید

خانکار دیده میشود مقدار y بازار $x = 2$ و $x = -2$ بصورت $\frac{1}{2}$ و میاید

بنی صورت محاسبه کسر نویس بازار $x = 2$ و $x = -2$ صفر میباشد پس

کوت و خرج بر $-2 - x + 2 + x$ و لذا بر حاصل ضرب آنها $-2 - x$

قابل قدرت است لذا بستوان چنین نوشت

$$y = \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^3 + x^2 - 4x - 4} = \frac{(x^2 - 4)(x + 3)}{(x^2 - 4)(x + 1)} = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$$

$$x = \frac{(A-b)(A-c)(A-d)}{(a-b)(a-c)(a-d)}$$

$$y = \frac{(A-a)(A-c)(A-d)}{(b-a)(b-c)(b-d)}$$

$$z = \frac{(A-a)(A-b)(A-d)}{(c-a)(c-b)(c-d)}$$

$$\text{مسئله} - \text{ معادله} \quad \frac{(x+2)^{\Delta} + (x-2)^{\Delta}}{(x+3)^{\Delta} + (x-3)^{\Delta}} = \frac{1}{4}$$

ابتدا پرانتزهای صورت و مخرج را متوافق قاعده نیوتن بفرمودیم:

$$(x+2)^{\Delta} = x^{\Delta} + 10x^{\Gamma} + 40x^{\Upsilon} + 10x^{\zeta} + 10x^{\eta} + 31$$

$$(x-2)^{\Delta} = x^{\Delta} - 10x^{\Gamma} + 40x^{\Upsilon} - 10x^{\zeta} + 10x^{\eta} - 31$$

$$(x+3)^{\Delta} = x^{\Delta} + 10x^{\Gamma} + 90x^{\Upsilon} + 270x^{\zeta} + 405x^{\eta} + 243$$

$$(x-3)^{\Delta} = x^{\Delta} - 10x^{\Gamma} + 90x^{\Upsilon} - 270x^{\zeta} + 405x^{\eta} - 243$$

$$\text{و با براین معادله فوق بصورت } \frac{x^{\Delta} + 40x^{\Gamma} + 10x^{\Upsilon}}{x^{\Delta} + 90x^{\Upsilon} + 405x^{\eta}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{و یا } x^{\Delta} - 10x^{\Gamma} - 243x^{\Upsilon} = 0 \quad \text{در میان حال اگر در طرف اول این معادله}$$

$$x(x^{\Gamma} - 10x^{\Upsilon} - 243) = 0 \quad \text{را عامل شترک قرار دهیم}$$

$$x^{\Gamma} = 0 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 243} \quad \text{و باز } x = 0 \quad \text{و یا } x = \pm \sqrt{10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 243}}$$

$$\text{مسئله} - \text{ معادله} \quad (x^{\Gamma} - x + 1)^{\Gamma} - 10x(x^{\Gamma} - x + 1)^{\Upsilon} + 9x^{\eta} = 0$$

دستگاه حل کنید

طرفین معادله را برابر x^{Γ} تقسیم نموده و آنرا به صورت نیوتنیم:

$$\left(\frac{x^{\Gamma} - x + 1}{x} \right)^{\Gamma} - 10 \left(\frac{x^{\Gamma} - x + 1}{x} \right)^{\Upsilon} + 9 = 0$$

$$\text{حال فرض نکنیم } y = \frac{x^{\Gamma} - x + 1}{x} \quad \text{باشد} \quad y^{\Gamma} - 10y^{\Upsilon} + 9 = 0$$

$$\text{و یا } y = \pm 1 \quad \text{و یعنی } y = \pm 1 \quad \text{پس حل معادله مفرض وضیع جمل چهار معادله درجه دوم}$$

$$\text{ذلیت شدیل میشود:} \quad \frac{x^{\Gamma} - x + 1}{x} = \pm 1$$

$$f(u) = u^{\Gamma} + xu^{\Upsilon} + yu^{\eta} + z = (u-a)(u-b)(u-c)$$

$$= u^{\Gamma} - (a+b+c)u^{\Upsilon} + (ab+ac+bc)u - abc$$

$$x = -(a+b+c) \quad y = ab+ac+bc \quad z = -abc$$

(یرا ضرایب جمل تساب طرفین یک اتحاد باید مساوی باشند)

مسئله - دستگاه حل کنید

$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ ax + by + cz + dt = A \\ a^{\Gamma}x + b^{\Gamma}y + c^{\Gamma}z + d^{\Gamma}t = A^{\Gamma} \\ a^{\Upsilon}x + b^{\Upsilon}y + c^{\Upsilon}z + d^{\Upsilon}t = A^{\Upsilon} \end{cases}$$

اگر طرفین معادلات فوق را ترتیب در درجه m و n و Γ و η و t

ضرب نموده و عضو بعضاً نهاده باشد یک جمع کرد و ضرایب x و y و z را صفر نمایند از این حاصل میتوان:

$$m + ar + a^{\Gamma}s + a^{\Upsilon}t = 0$$

$$Dt = H \quad , \quad m + br + b^{\Gamma}s + b^{\Upsilon}t = 0$$

$$m + cr + c^{\Gamma}s + c^{\Upsilon}t = 0$$

آنچه باشی این دستگاه سمجھوی متوافق مسئله سابق عبارتند از:

$$s = -(a+b+c), \quad r = ac+ab+bc, \quad m = -abc$$

$$D = -abc + d(ab+bc+ac) - d(a+b+c) + d^{\Gamma}$$

$$\equiv (d-a)(d-b)(d-c) \quad \text{و چنین:}$$

$$H = (A-a)(A-b)(A-c) \quad \text{و با براین:}$$

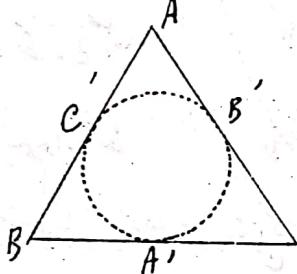
$$t = \frac{(A-a)(A-b)(A-c)}{(d-a)(d-b)(d-c)}$$

بطبقی سه با طریقه فوق میتوان بسیلت معادله مساوی مجموعات

ساوی α خواهد بود .
 هندسه مسلمه - نقاط A' و B' محل تابع اصلاح
 ABC با دایره محاط آن فشرده اند . پس از آنکه صنعت
 BC از جت وضع دلیل ثابت باشد مطلوب اثبات احکام زیر است
 ۱- تبیین مکان هندسی که نقطه A ایجاد شوند و قیمت AB باشد
 ۲- دخالت و قیمت CB باشد

$CB = CA$ نتیجه میشود $A'B' \parallel AB$ و $CA' = CB$ و خواهد

یعنی مکان هندسی مطلوب ایله است که برگز C شاعر رسم شود



۳- تبیین مکان هندسی نقاط A و C و قیمت $AB = AC$

نقطه A ثابت باشد چون $AB = AC$ و $BC = BA$ و $CB = CA$ حاصل

میشود $CA - BA = CB + AB - AC - BC = CB - BC$ اما

$CA - BA = CA' - BA'$ پس $CB - BC = CA' - BA'$ یعنی مکان

هندسی نقاط A شاخه از پولی است که دو گذنش نقاط C و B و محور

فاطع شد که $CA - BA = CA' - BA'$ کافیست که نقطه C خواهد

و با اخر و قیمت این دو مقدار مساوی باشند مکان هندسی عودی است که

بر وسط خط BC حسن ایجاد شود

۴- مکان هندسی نقاط A و C مساوی مقدار ثابت باشد

$AB + AC = AB' + AC' + BC' + CB = l$ چون $AC' = AB' = l$

و با $BC = CB$ از این تساوی معلوم میشود نقطه A بقیه رسم

$\frac{x^r - x+1}{x} = -1$ و $\frac{x^r - x+1}{x} = 1$ و $\frac{x^r - x+1}{x} = -1$
 در چنانکه دیده بیشود معادله دارای هشت ریشه است
 مسلمه - در هندسه بشعاع R زوونتھ چنان محاط کننده

مجموع دو قاعده آن برابر مجموع ساقین آن باشد

گر $ABCD$ زوونتھ مطلوب نقطه I وسط BC و H تصویر
 شعاع B باشد فرض کنیم $BI = xR$ پس $AH = R - x$

پس $\overline{AB} = AH \cdot AD = (R - x)2R$

و با براین معادله فشرده مسلمه چنین میشود :

$2\sqrt{2R(R-x)} = 2R + 2x$ طرفین این معادله

تفاوت بسته اند پس میتوان طرفین آن را بخورد نمود بدون آنکه ریشه

خارجی در معادله داخل گردید $R^2 + 2Rx + x^2 - 2R(R-x) = 0$ دیگر $R^2 + 4Rx - R^2 = 0$ که آن را میتوان چنین نوشت :

$$x = R(\sqrt{5} - 2)$$

برای تبیین مقدار x بوسیله رسم هندسی از نقطه A ماضی بر دایره

مفرد فشرده رسم کرده

بان طول AM را

ساوی شعاع دایره جدا

میکنیم و برگز D دو شاعر

قوسی رسم میکنیم تا متساود ADM با نقطه F قطع نماید

مساوی AF خواهد بود زیرا در مثلث قائم الزاویه ADM

طول DM مساوی $AD = xR$ و $RV\sqrt{5}$ میباشد پس تفاصل آنها

مساوی $AD = xR$ و $RV\sqrt{5}$ میباشد

مقداری است ثابت .

فرض نماییم MN و BD و AC و R شعاع دایره که مرکز

نیمی E رسم شده و نقطه از میان آن باشد پس موافق قضیه میانه هست

$$\bar{PB}^r + \bar{PD}^r = r\bar{PN}^r + \frac{8D^r}{r} \quad \bar{PA}^r + \bar{PC}^r = r\bar{PM}^r + \frac{A^r}{r}$$

و چون طرفین این دو تساوی اعضه بعضاً با یکدیگر جمع نمیشوند :

$$\bar{PA}^r + \bar{PB}^r + \bar{PC}^r + \bar{PD}^r = r(\bar{PM}^r + \bar{PN}^r) + \frac{\bar{AC}^r + \bar{BD}^r}{r}$$

تاً چون نقطه E وسط MN فرض شده از مثلث PMN چین تجویز شود

$$\bar{PM}^r + \bar{PN}^r = r\bar{PE}^r + \frac{\bar{MN}^r}{r} = rR^r + \frac{\bar{MN}^r}{r}$$

$$\bar{PA}^r + \bar{PB}^r + \bar{PC}^r + \bar{PD}^r = rR^r + \frac{r\bar{MN}^r + \bar{AC}^r + \bar{BD}^r}{r}$$

یا BD و AC و MN و PA معاوی ثابتند پس حمل تحقق بوده بینی :

$$ct, \bar{PA}^r + \bar{PB}^r + \bar{PC}^r + \bar{PD}^r = ct$$

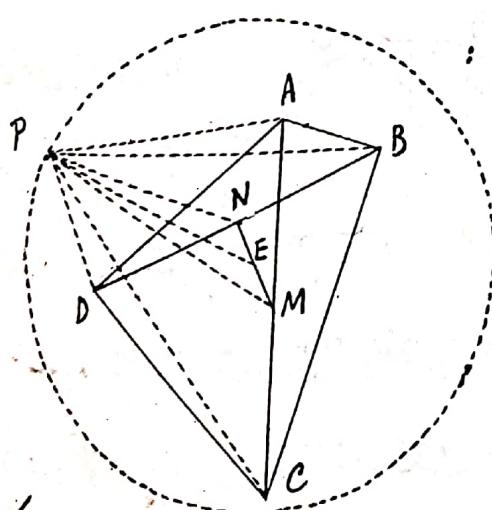
بنصری - اگر طرف این تساوی مقدار ثابت K باشد

طرف ثالثی نیز تساوی مینماییم مقدار ثابت بوده و از آنچه :

$$R^r = \frac{rK^r - (\bar{AC}^r + \bar{BD}^r + r\bar{MN}^r)}{r}$$

دایره خواهد بود که مرکزش E و شعاعش R باشد و از این حمل

ذلیتی تجویز شود :



حمل - مکان نهادی تناطی از سطح دواره اضلاع که مجموع

که دو کانونش C و B و محور اطوش مقدار ثابت است

- مثلث ABC رابطه ضلع AB طول برابر r و امتداد منصف الزاویه

A خط باشد رسم کنید

برکز B و شعاع $CB + r\ell$ دارهای بیضی را رسم نماییم و از نقطه C خطی برداز

هد مرور بسیم

که دارهای دادی

را نظر I و I'

قطع کند چون این

دو نقطه B و C مصل

نمیم و از وسط

دو خط IC و IC' دو عدد اخراج نمیشوند BI و I' را در نقاط

کرد مساحت مطلوب است قطع خواهد کرد زیرا بناست تساوی

$AC + AB = AB + AI = r\ell + BC$ و AI نتیجه میشود $AC = AI$

بنابراین $AB + AC = r\ell + BC$ معلوم $A'I$ و $A'C$ میشوند

از طرف دیگر چون از نقطه A و A' دو خط به ازرات Δ رسم کنیم

عمود بر دو خط AH و $A'H'$ میشوند آنچون دو خط اخیر منصف الزاویه های

خارجی مثلثات $A'DC$ و $A'BC$ اند زمینه $A'D$ و $A'B$

منصف الزاویه های داخل بین مینمایند

مسئله - برکز E وسط خط و اصل بین اوساط اقطار $ABCD$ با شعاع

اختباری دایره مرور بسیم ثابت کنید که مجموع مربعات فواصل

هر تقطیر منفرد بمحیط این دایره از چهار رأس دواره اضلاع

$$= 500 \times 981 \times \frac{v^2}{1000} = 367875 \text{ dynes}$$

حال اگر در رابطه (۱) بجای F مقدارش Mg و بجای m مساوی Mg باشد میتوانم حاصل میشود $\frac{F}{Mg} = \frac{v^2}{g} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Mg}{g}} \cdot t$ و از آنجا میشود

بنابراین معاوله حرکت جسم در سطح مورب AB جبارت خواهد بود از:

$$e = \frac{1}{2} g \sin \alpha \cdot t^2 \quad (2)$$

چون در رابطه فوق $t = \sqrt{\frac{2x}{g \sin \alpha}}$ میشود:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{g \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2x \cdot 1000}{981 \times \frac{v^2}{1000}}} \#$$

برای یافتن حدت گلوله دترستی الیه سیر خود از رابطه (۲) مشتق استخراج میکنیم که معاوله سرعت حرکت گلوله بدست آید.

حال اگر در رابطه $E = \frac{1}{2} Mv^2$ بجای v مقدارش $e \cdot Mg \sin \alpha$ میشود:

$$E = \frac{1}{2} Mg \sin \alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} Mg \sin \alpha \cdot \frac{2x}{g \sin \alpha} = e \cdot Mg \sin \alpha$$

که چون بجای صدوف مقادیر شان افزایشی مقدار حدت چاپ میشود.

$$E = e \cdot Mg \sin \alpha = 1000 \times 500 \times 981 \times \frac{v^2}{1000} = 3678750 \text{ ergs}$$

هنده سه تریکی مسئله - بر دو خط مستقیم فرمیت بطول معین AB مردود میشود.

حل سهندسی - معلوم است که همسواری کلی از دو خط CD و AB و CD اقل سطح نقی را قطع خواهد کرد که در غیر اینصورت لازم میشود که در یک سطح نقی (موازی یا متعاض) و یا در دو سطح نقی باشد و در صورت این برداشته است که مسدود چاپ خواهد داشت

اولاً و خط AB و CD هردو سطح نقی H_1 را قطع میکنند - در اینصورت

مرتعات فواصلشان از روسری دار چه اضلاع تعداد
نایابی باشد محیط دایره است که بر کرز و سطح خط و اصلین
او ساط اقطار آن سَمَّ شود.

$$K^2 = \frac{1}{2} (AC^2 + BD^2) + MN^2$$

بنده اگر شعاع R را صفر فرض کنیم

پس بدان گفت که:

وطی خط و اصلین او ساط اقطار هست دار چه اضلاع
نایابی نقطه است که مجموع مرتعات فواصلش از رو
سینهوم میباشد.

فرازیک مسئله - طول سطح موربی α متر دارد تفاوت آن v
نایابی است گلوله را که جرمش 0.05 کرم است آزادانه در سطح آن
ها میگذرد که میتواند اولاً با چوشه ساقط میشود ثانیاً طول سطح مورب A

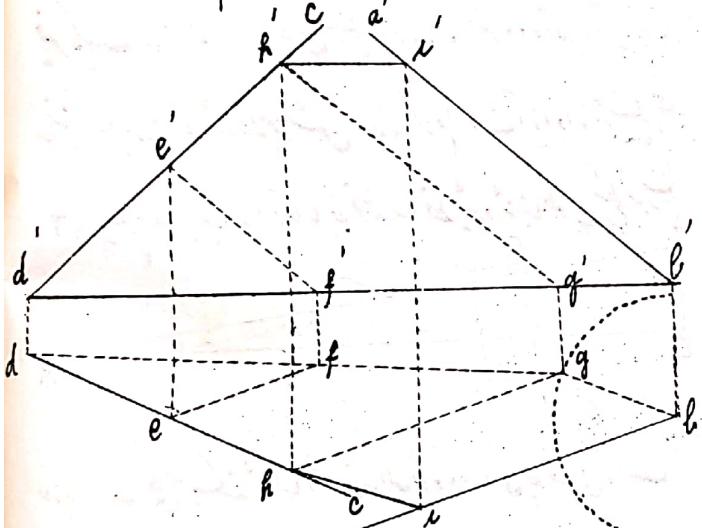
اچدست طی میگذرد ثالث دترستیها الیه خود دارای چه حدتی است
(محسوده ران)

حل - هست که جرم دوزن جسم را تبریز P و M و قوه که با آن
گلوله در سطح مورب ساقط میشود F و شدت قوه تعلق را در سطح مورب
با α انداده قائم و فرض کنیم از شابه دو میله قائم الزاویه
(ABC و POF) (اضلاع میزان از حاده شان برهم عوداً) نیزه بر

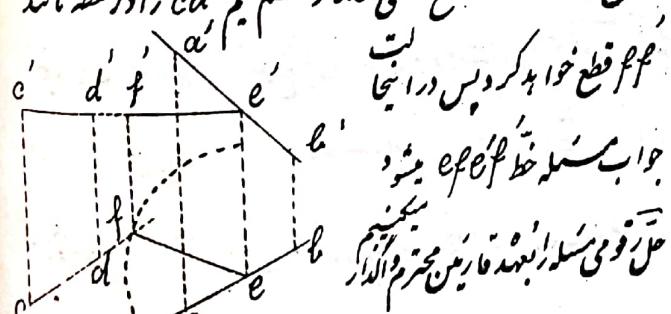
$$(1) \frac{F}{P} = \frac{AC}{AB} = \tan \alpha$$

$$F = P \tan \alpha = Mg \tan \alpha =$$

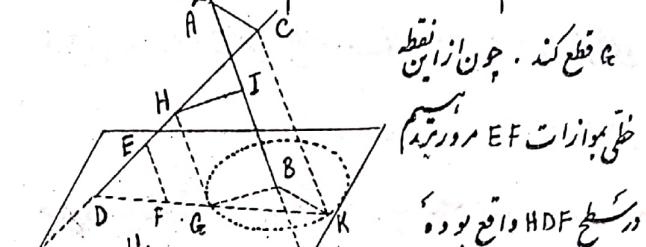
بیچاره افقی نباشد. آثار افقی اند و خط را که تقاطع آنها دارد تیزین میکنیم و برگزیده و اسره شعاع آن در سطح افق رسم نماییم. بعد از نقطه ee' مفسر وض برگزیده خط $cde'd$ را میگذرد و خط $efef'$ را موازی با آن میگذرد. مرور میگیریم اثر افقی این خط معنی نقطه f را تعیین کرد. آثار افقی $cde'd$ است و صل کرده اند و میگیریم تا محیط داره را بر نقطه f مانند gg' تقاضی کند. چون از نقطه g خیر خط $ghgh'$ را برواند آنرا میگذرد. مرور میگیریم اثر افقی $cde'd$ را در نقطه h و تقاضی میگیرد و آنرا $ahah'$ میگذرد. از این نقطه موازات $gg'ha$ و خطی مرور میگیریم جواب مسئلہ افتد.



خواهد بود مانند فرض کنیم $cde'd$ افقیه باشد پس $cde'd$ اثر قائم سطح افقی خواهد بود و خط CD در آن واقع است. محل تقاضی این سطح با خط $abah'$ نقطه ee' است که چون برگزیده شعاع داره در سطح افقی de رسم کنیم cd را در نقطه m مانند ff' قطع خواهد کرد و تقاضی برگزیده E و شعاع آن در سطح HI داره و مکنیم با خط CD را در دو نقطه قطع خواهد کرد و بنا بر این مسئلہ دو جواب دارد یا با این طریق:

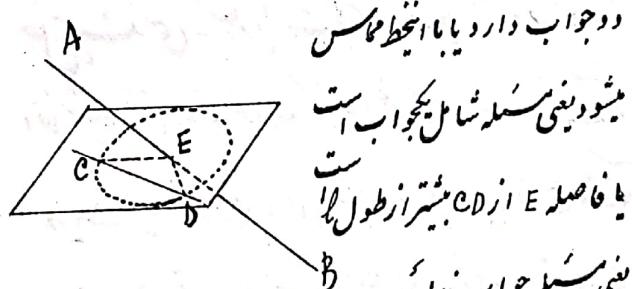


برگزیده تقاطع کی از دو خط منسلان نقطه B دایره شعاع آن رسم میکنیم و بعد از نقطه مفترض کسے برگزیده شان نقطه E خطا EF را بموازات AB مرور میگیریم و DFG را انداد میگیریم تا محیط داره را در نقطه A مشتمل شود. چون از این قطع کند. چون از این



نیازی نیست DC را در نقطه H تقاضی میکند. حال از خط HI را بموازات GB رسم کنیم این خط نیز در سطح HI واقع است پس AB را در نقطه I قطع میکند و بالآخره جواب مسئلہ خط HI خواهد بود. وضاحت وقتی برداره ماسک گرد و شامل بجواب بوده و همچنان که اصل محیط داره را تقاضی نکند مسئلہ جواب ندارد.

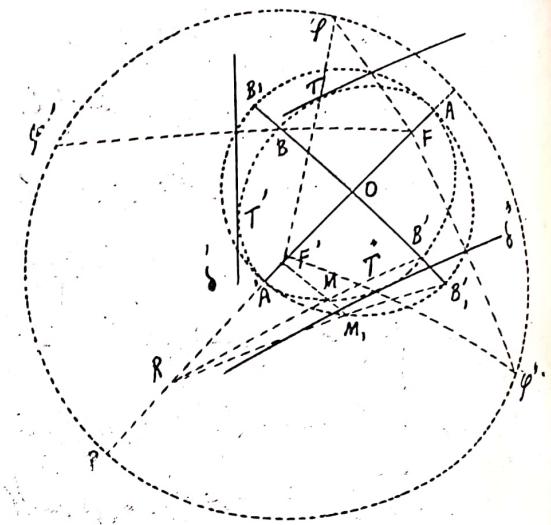
مانند این از دو خط تقاضا CD افقیه است. چون خطا gg' میگیری
این نقطه بیت پس سطح افقی را که بر CD مانند H_1 مرور میگیریم
در نقطه E قطع خواهد کرد و تقاضی برگزیده E و شعاع آن در سطح HI داره
و مکنیم با خط CD را در دو نقطه قطع خواهد کرد و بنا بر این مسئلہ
دو جواب دارد یا با این طریق:



مشود یعنی مسئلہ شامل بجواب است
یا فاصله E از CD بیشتر از طول hi
یعنی مسئلہ جواب ندارد.

حل رسمی - اولاً فرض میگیریم دو خط تقاضا CD و $abah'$

محدوده مسکله - این پیشی یک کانون و وضع سخط مماس



با ماسا یعنی نقاط T و T' و آن نقاط تماش اند زیرا چنانکه دیگر خطوط و صل بین یک کانون و قدر نسبت بخط مماس از نقطه تماش میگذرد و این داشت که با این ترتیب وضع پیشی کاملاً شده است و برای تعیین نقاط مختلف آن بهتر است که دایره صلی آن (قطعه $AA' = BR$) را رسم کنیم و از نقطه B و B' از خطوط قاطع غیر مشخص پائمه B, R مثلاً رسم کنیم و مبدل $transformer$ را که BR را در پیشی معین کنیم و از نقطه M_1 محل تلاقی BR با دایرۀ خلی بر قطرا طول عمودی نیم BR را در نقطه مانده M مبدل M_1 کو مغلق پیشی است قطع کند.

جبر - مسکله نیمایه بقططر AB و مرکزه و شعاع R و ماس در نقطه B برآن مفروض است نقطه مانده M بر محیط آن فرض کرد و MP را برابر BP عوهد کنیم مطلوب است آنرا تعیین نقطه M که $AM + MP$ مساوی $AM + MP$ مساوی $AM + MP = x$ باشد تا این بفرض آنکه $AM = y$ باشد تغیر x را بحسب جهتی تعیین نموده منحنی نایش تغیرات آن را رسم کنید تا این نقطه را بطریقی تعیین کنیم که $MP = MH$ باشد $MP = MH$ باشد

- از مسئله قائم الزاویه AMP
 $MP = \sqrt{R^2 - x^2}$
 $MP = \sqrt{R^2 - x^2}$

$$x + \sqrt{R^2 - x^2} + \alpha = \alpha$$

$$\alpha = \sqrt{R^2 - x^2}$$

بنابرآن کانون درست است آن پیشی را رسم کنید.
 ذوق میکنیم سه خط را داره و مماس سه ماس و نقطه F کی از کافونها
 پیشی باید میدایم قرینه هست کانون نسبت بخط مماس واقع است
 در دایره نادی برگز کافون دیگر نبا براین قرینه های نقطه F
 نسبت بمساحتی که دارد که که تعیین سیمایم سه نقطه H و G
 و H مغلق پایه نادی کافون دیگر پیشی است بنا براین دایره نادی
 بر قطرا طول غیر مفروض دایره نادی و شعاع آن قطرا طول پیشی مطلوب است.

از دایره F به F وصل میکنیم و نقطه O وسط FF' را مرکز قرار

ا) شعاع $FP = d$ دو قوس رسم میکنیم تا FF' را در نقاط A و A'

پس پیشی قطع نماید. از و نقطه F و F' نیز شعاع $OA = a$ تووس رسم

ب) نامعوذ منصف FF' را در نقاط B و B' قطع کند و این داشت

ظاهر پیشی است زیرا $OB = OB' = a$ برای تعیین نقاط تماش کا

القطع F به قرینه های F نسبت بمساحتها وصل کنیم محل تلاقی این

مسئله مطلوب است خدا $x = \sqrt{x^2 + x + 1} - ax$ و قیمت x میل ندیده است
مسئله - عقره های ثانیه شماره و قیمه شماره ساعت شمار ساعی را ذکر
بر یکدیگر تطبیق نماین کنند بعد از چهار دو مرتبه هر چهل و سویم عقره های
شماره ای دو عقره ساعت شماره و قیمه شماره را پنهان کنند.

مسئله - کسر $\frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$ را مجموع دو کسر بجهت $\frac{x-1}{3x^2-5x+2}$
تبدیل کنند بعباره اخیری مقادیر a و b و A و B را تعیین کنند.
کسر اول معادل مجموع دو کسر نانی باشد.

مسئله عبارت $f(x) \equiv x^2 - (1m - r)x + 18m^2 - 7m - 1$ باشد
مقدار m را بطریق معین کنند که $f(x)$ بر باز اجنبی مقادیر نباشد
باشد ثانیاً مقدار m را طوری انتخاب کنند که مجموع مربعات
ریشه های معادله $f(x) = 0$ مساوی ۲۴ گردید.

مسئله - دستگاه $x^2 + y^2 + xy + y = 21$ و $x^2 + xy + y^2 = 19$ را حل کنند.

مسئله - دستگاه $x^2 + y^2 = 8$ و $xy + x^2y = a$ را حل کنند
بهندگه مسئله - ثابت کنند که اگر در مثلثی و منصف الزاویه قاء
باشد آن مثلث متساوی اساقین است

(برای دوره دوم توسطه) ثابت - مسئله صحت اخواذ ذیل اثبات
کنند

$$\cot x + \operatorname{cosec} x = \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}$$

مسئله - عبارت ذیل را قابل محاسبه کنند

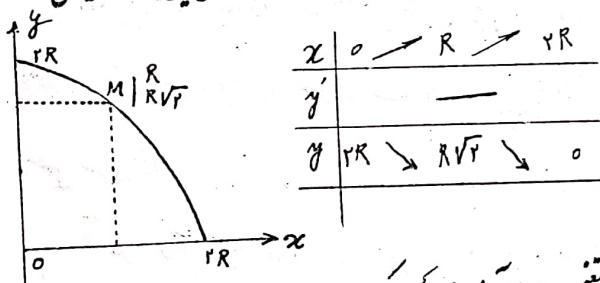
$$\sin(a+b+c) = \sin a - \sin b - \sin c$$

شرط آنکه ریشه های معادله فوق تطبیقی باشند بایست که $\frac{a}{x-DR}$
پس اگر $\frac{a}{x-DR} = 0$ باشد مسئله صاحب دو جواب مشبت دارد
 $a \neq DR$ باشد مسئله میشود که مشبت نخواهد داشت

- برای تعیین تغییرات $y = \sqrt{PR(x-R)}$ باید $x > R$ باشد
تغییر در ترقی دیگر مشتق تابع $y = \frac{-R}{\sqrt{PR(x-R)}}$ چهارمنه و بنابراین

$$x = 2R \text{ و باز } x = 2R \text{ مقدارش}$$

مقدار آن صفر نخواهد بود و از ملاحظه جداگانه میتوان نتیجه نهاد



تغییرات آنرا رسم کرد

- ۳) $x = \sqrt{2R(2R-x)}$ پس کافی است طول نقطه تقاطع مختصی
نمایش تغییرات فوق را با منصف الزاویه بین دو مجموعه نمود و
برای نیکار طرفین معادله (۱) را بجذور مکینیم توجه میکرد

$x^2 - 4R^2 - 4Rx + 2R^2x = 0$ این معادله دارای دوره تطبیقی
کی مشبت دو گیری منفی میباشد ریشه منفی آن در مسئله صدق
یکنند و در بقیه مشبت آن عبارت است از $x = R(\sqrt{5}-1)$
و برای تعیین آن کافی است قطر را بهشت ذات وسط و طرفین تقسیم

(سید عزیزی - حسینی چالی)

مسئله حل کردنی - برای دوره اول توسطه

جهت مسئله - مقدار $\frac{x-1}{x^2-5x+4}$ را بازداده $x=1$ تهیی کنند.

لیکن از ربط مطبعی علی