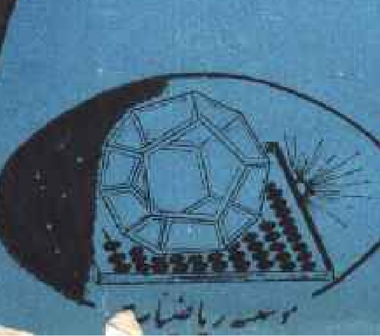
یکان

۱

مجلّه ریاضیات

این شماره :



بهمن ۱۳۴۲

بنام خدا

پیشرفت صنعتی و در نتیجهٔ پیشرفت همه جانبه یك کشور در اثر توجه بعلوم وبالاخص ریاضیات امکان پذیر خواهد بود . درك هرعلمی مستلزم دانستن مقدماتی ازعلم ریاضی میباشد وجائیکه علم ریاضی به بن بست برخورد کند پیشرفت سایرعلوم متوقف میماند .

در کشوری چون ایران که میرود تا بپایه کشورهای پیشرفته برسد احتیاج به متخصصین علوم ریاضی محسوستر است وعلاقه روزافزون جوانان ما بادامه تحصیل دررشتههای ریاضی مبین این احساس میباشد .

نیاز به موفقیت درامتحانات دبیرستان وپس ازآن مسابقات ورودی دانشگاه توجه محصلین را بکتابهای راهنمای ریاضی معطوف داشته است . یك کتاب راهنمای ریاضی چگونه باشد تامحصل را سودمند واقع شود ؟ آیا فقط حل المسائل باشد ؟ در اینصورت آیا قوه ابتکار شاگرد را ضایع نمیسازد ؟ آیا فقط شامل راهنمای حل مسائل باشد ؟ در اینصورت شاگرد چگونه برصحت عمل خود اطمینان حاصل نماید ؟ پس چه باید کرد ؟

نشریه‌ای مرتب که حل نمونه مسائلی را ارائه دهدومسائل دیگری را برای حل عنوان نماید وبعدازانقضای مدت مناسب حل مسائل دسته دوم را نیز عرضه بدارد امکان آنرا بوجود میآورد تا دانش آموز هم فکر خود رادر کشف راهحل مسأله بکاراندازد وهم ثمرهٔ کوشش خودرا دریابدو بالنتیجه مهارت لازم را درحل مسائل کسب بنماید.

نشریهٔ مرتب راهنمای ریاضی مزایای دیگری هم دارد ، این امکان را دارد که هر زمان مسائل مندرجه را با

بقیه درصفحه ماقبل آخر

چاپ دوم

استقبال خارج ازانتظاردانش آموزان و سایرطبقات از انتشار ماهنامه یکان موجب شد کــه شماره اول مجله یکهفته پس ازتوزیع نایاب گردد درصورتیکه تعداد چاپ شده به‌نسبت مجلههای علمی واختصاصی بیش‌ازحدمعمول بود و هیچگونه تبلیغات هم (که فعلا راه و روش مسلم شروع هرکاراست) بعمل نیامده بود. تعدادی‌ازآنچه که چاپ شده بود برای فروش در تهران توزیع شد، تعدادی جهت نمونه برای نمایندگان شهرستانها ارسال گردید، تعدای برای اشخاصی که قبلا تقاضا کرده بودند فرستاده شد وتعدادی هم برای مشترکین احتمالی آینده بگوشه‌ای نهاده‌شد. روزسوم بعدازانتشارمجله، دربرابر درخواستهای مکرر مراجعین ، آنچه که کنار گذاشته شده بود مصرف گردید و بعد ، هنوز یکهفته نگذشته بود که معلوم شد تجدیدچاپ شماره اول الزامی است .

بــا وجود اشتغال به تهیه مطالب و چاپ شماره دوم ، در برابر درخواستهای متعدد ، چاپ دوم شماره اول انجام گردید و هم اکنون بدست خواننده گرامی رسیده است .

در چاپ دوم شماره اول تا آنجا که میسر بود در انتخاب نمونــه حروف چاپ و فــرم صفحات تجدید نظر بعمل‌آمد و بعلاوه سعی کافی شد اشتباهات چاپی موجود اصلاح گردد . ازدانشمندان گرامی‌وعلاقمندان بمطبوعات علمی که بانهایت‌بزرگواری با یادآوری لغزشهای موجود درچاپ شماره اول موجبات بهبود مجله‌را فراهم داشته‌اند سپاسگزاری‌حاصل‌است واطمینان‌میدهد که برای‌هر شماره سعی خواهدشد مندرجات مجله مفیدتر ، طبع آن زیباتر، تنوع مطالب بیشترو بالاخره نظرخوانندگان از هرلحاظ مراعات بشود .

تجدیدچاپ‌ماهنامه‌یکان، مجلهٔ‌کاملا اختصاصی این حقیقت را روشن ساخت که برخلاف آنچه که بعض بدبینان ادعامیکنند ملت ایران واقعاً خواهان پیشرفت علمی‌است و خدمات جدی راکه دراین راه بعمل‌آید با حسن استقبال تلقی مینماید .

دکتر محسن هشترودی

بنیان ریاضیات جدید

ریاضیات هرعصر آئینه تمدن آن است، پیشرفتهای فنی وصنعتی وعلمی وهنری هرقرنی را از دید جهان بینی ریاضی آن عصر میتوان دریافت.

تاریخ تحول فرهنگها وتجدد اندیشه باتاریخ پیشرفت ریاضی همزمان است.

دراین قرن که پیشرفتهای تجربی درعلوم طبیعی وزیست شناسی وتکامل علوم مشاهده‌ای همچون هیئت و کیهان‌شناسی بکمك دانشهای موجی بررسیهای علمی دور ودراز را امکان پذیرساخته‌است دانش ریاضی درمقام معرفتی قیاسی و استدلالی محض به‌جائی منجرشده‌است که ریاضیات مجرّد یعنی بدون توسل به‌بررسی نمونه‌بندیهای دانشهای بشری معرفی گردیده‌است وازسوی دیگر تکامل منطق ریاضی وعلم جدید سمانتیك فکرمجردرا فارغ از کیفیت بیان و گفتار به‌تحقیق وتجسس گذاشته وبنیان علوم مجرد دیگررا پی‌ریزی کرده‌است.

دراین مقال مختصر اشارهٔ اجمالی به کیفیت تحول اندیشه ریاضی خصوصاً در قرن بیستم صورت میگیرد که خوانندگان گرامی اطلاعاتی کم وبیش گسترده دراینمورد پیدا کنند.

اساس پی‌ریزی ریاضی مجرد ازنظریهٔ مجموعه‌ها شروع میشود: این‌نظریه که کم یازیاد درقرن هیجدهم مورد توجه قرار گرفته‌بود دراواخرقرن نوزدهم درابتدای قرن بیستم‌اندیشه ریاضی‌دانانرا بخود مشغول داشته وهم‌آهنگی و پیوستگی منطقی وریاضیات را روشن کرد، مبانی‌این‌نظریه بعدها باکلیاتی دیگر که دردانش ریاضی همواره محتاج الیه است سرانجام مکتب استدلالی ریاضی رابنیان گذاشت.

تعارضاتی(Antinomies) که‌درنظریه مجموعه‌هاپیش آمد توجه متفکرین رابوجود اینقبیل تعارضات درمنطق جلب کرد وهم‌آهنگی بین منطق وریاضیات **(نظریه‌مجموعه‌هاوطبقات)** بر بناء علم **سمانتیك** منجر گردید.

برای روشن شدن مطلب برسیاق پیشرفت تاریخی‌ازپیدایش‌نظریه مجموعه‌ها ووجود تعارضهای منطقی گفتگو میکنیم تاسرانجام بوضع واستقرارریاضیات مجرد کنونی هدایت شویم.

❁❁❁

دسته‌بندی واجتماع افرادی دریك‌طبقه همواره بصورت دلخواه ممکن‌است. امامجموعه‌ایکه باینصورت بدست می‌آید مجموعه‌ای نامشخص‌و کم وبیش مبهم‌است. اما باتعریفی‌خاص که شامل کلیه‌افراد مجموعه گشته وافراد غیرعضو راخارج سازد میتوان مجموعه رامشخص ومعین کرد (البته توجه شود که تعریف منطقی‌جامع ومانع دراینمورد ضروری نیست هرتعریفی که نتیجه رامتضمن باشد دراینمورد کفایت میکند وچنین تعاریفی معادل‌اند) پیداست میتوان‌مجموعه‌هائی‌تعریف کرد که علی‌الظاهر‌مجموعه خودنیز ازافراد مجموعه‌باشد

مثلا اگرمجموعه کلیه نامهای زبان فارسی‌را تشکیل دهیم وباین مجموعه‌نامی دهیم‌چنین بنظرمیرسد که خود مجموعه عضومجموعه‌است بیشتر تعارضات منطقی درنظریه مجموعه‌ها ازاین‌نقطه شروع میشود ورفع چنین مشکلاتی که اکنون خیلی‌عادی بنظرمیرسد دربادی‌امرموجب مشکلاتی برای ریاضی‌دانان بود که غلبه بر آن ممتنع مینمود، بعدها

روشن شد که اینقبیل تعارضات به‌حوزه ریاضی‌منحصر نیست ودرحوزه منطق‌نیزروی میدهد.

من‌باب مثال چند مورد ازاین‌تعارضات درزیرذکرمیشود.

اول تعارض‌حکم منفرد– این‌تعارض‌ازقدیم شناخته‌است واز **ارسطو** منقول است.

غیاث‌الدین‌جمشیدکاشانی میگوید که «کاشانیان دروغگویند» بدیهی‌است که‌این‌حکم موجب دورمیگردد چه قول مذکورازطرف‌کاشانی گفته شده‌است پس مشمول‌خودحکم میگردد وجمله صحیح نیست یعنی‌کاشانیان راستگویندو چون‌گوینده‌کاشانی‌است حکم صحیح خواهدبود ودور بازمیگردد.

باید متوجه‌بود که درحقیقت این‌حکم منفردنیست وازدوحکم تشکیل شده‌است: غیاث‌الدین جمشیدکاشانی‌است ومدعی‌است که کاشانیان دروغگویند. تعارض ازاین‌جهت پیدامیشود وموجب دورمیگردد که دروغ گروه تشکیل نمیدهد چه دروغ دروغ معادل راست میباشد نه‌دروغ. اگرغیاث‌الدین جمشیدکاشانی میگفت «کاشانیان راستگویند» تعارضی‌رخ نمیدادچه راست راست معادل راست است وگروه‌تشکیل میدهد.

دوم تعارض‌احکام مستندبرتعریف : برای‌هرعدد میتوان تعریفی ریاضی‌ذکر کرد وهمچنین میتوان تعریف دیگری دادکه‌بی‌آنکه ریاضی باشدآنعدد رامشخص کند. مثلاعدد(الف) راچنین تعریف میکنیم «کوچکترین‌عددی که تعریف آن کمترازده کلمه لازم داشته باشد» بدیهی‌است اعدادی که باکمترازده کلمه تعریف میشود مجموعه‌ای تشکیل میدهند(که ممکن‌است متناهی یانامتناهی باشد که‌بین‌آنها بامقایسه کوچکترین آنهارا تعیین‌میکنیم وعدد«الف» مشخص میگردد. فی‌المثل عددمعروف (پی) چنین‌تعریف میشود «نسبت محیط دایره به‌قطرآن» واین‌جمله یا(حکم) شش کلمه دارد یعنی حکمی‌است که ازده کلمه کمتراست پس‌عدد (پی) ازاینقبیل اعداداست همچنین عدد۹ (تعداد سیارات منظومه شمسی) ازاینقبیل اعداداست زیراحکم «تعدادسیارات منظومه شمسی» کمترازده کلمه دارد وازاینقبیل احکام است واگر بهمین دوعدد قناعت شود عدد «الف» عدد (پی) خواهد بود که از دوعدد ۹ و (پی) کوچکترین آنها است. بهرحال اگر تعاریف دیگری نیزبرای اعدادی ازاین قبیل ذکرشود همواره می‌توان عدد «الف» را مشخص ساخت. اکنون ملاحظه کنیم که عدد «الف» باجمله «کوچکترین عددی که تعریف آن کمتراز ده کلمه لازم داشته باشد» تعریف شده‌است وحکم این تعریف دوازده کلمه دارد وتعارض رخ میدهد زیرا عدد«الف» بایستی باجمله‌ای (یاحکمی) که کمترازده کلمه داشته باشد تعریف شود یعنی بنابمدلول تعریف فوق عدد «الف» وجود دارد وبنابرصورت حکم این عددجزء مجموعه اعدادی که بموجب این تعریف مشخص میشوند نمی‌باشد. باکمی توجه می‌توان دریافت که مجموعه اعدادی که تعریف آنها کمتر از ده کلمه لازم داشته باشد یك رشته عدد است (متناهی یا نامتناهی برحسب تعداد) وتعریف عدد «الف» درواقع چنین است « کوچکترین عدد این مجموعه » و تعارضی درکار نخواهد بود زیرا حکم اخیر داخل پرانتز کمتراز ده کلمه دارد .

درنظریهٔ مجموعه‌ها این‌تعارضها قبلا مشهود شده‌بود وتعلق‌آنها به‌حوزه منطق بعداًروشن شد ومبنی وپایه منطق ریاضی براساس‌حساب احکام وقضایا وحساب طبقات‌است.

اگر درمجموعه‌ای (محدود یانامحدود) بین افراد روابطی‌ایجاد شود بقسمی که حاصل بکار بستن این روابط برای دوفرد از مجموعه فردی دیگراز مجموعه را بدست دهد چنین مجموعه‌ای را یك **سازمان Structure** می‌نامند

یکان

مثلا اگر مجموعه اعدادصحیح را با عمل جمع درنظر بگیریم روشن است که مجموع دو عدد صحیح نیز عددی صحیح است در اینصورت مجموعه اعداد صحیح را باعمل جمع یك سازمان می‌نامند بی آنکه بر کلیات سازمان در ریاضیات اشاره‌ای شود بهمین مختصر قناعت می کنم و به تعادل این سازمان با سازمان حاصل از مجموعه اعداد صحیح و عمل ضرب قناعت می کنم چه مجموعه اعدادصحیح با عمل ضرب نیز یك سازمان تشکیل میدهد . (در عمل جمع و سازمان اول عدد صفر عنوان واحد دارد چه افزودن آن بهر عددی عددرا محفوظ نگهمیدارد) همچنانکه‌درضرب‌وسازمان‌دوم عدد یك‌عنوان واحد دارد وضرب کردن آن در هر عددی آن عدد را محفوظ نگهمیدارد) ممکن است در سازمانی دو رابطه بین افـراد مجموعه قابل تصور باشد (مانند مجموع اعداد صحیح و اعمال جمع و ضرب) در اینصورت چنین سازمانی را **حلقه** مینامند . تعادل بین حلقه‌ها با سازمان دوگانه جمع و ضرب همـواره محقق است سازمان معادل با رابطه جمع‌را **مدول** و سازمان معادل با عمل‌ضرب را **گروه** می‌نامند وحلقه در حقیقت سازمانی است که مدول و گروه باشد. هیئت اعداد یا **Corps de noubres** مجموعه‌ای است که حاصل اعمال‌چهارگانه اصلی حساب‌در آن‌مجموعه را محفوظ نگهدارد (جز عمل تقسیم برصفر مدول که استثنا میشود) مثلا مجموعه اعداد گویا یك هیئت اعداد تشکیل می‌دهد. اعداد موهوم نیز یك هیئت اعداد است اگر عددی موهوم را که اجزاء حقیقی و موهوم آن اعداد صحیح‌اند عدد موهوم صحیح بنامیم مشاهده میشود که مجموع اعداد صحیح موهوم حلقه تشکیل می‌دهند. بدین قسم سازمانهای أصلی نمونهٔ بندی ریاضی عبارتست از :

۱ ـ **Module** که بر آن گروه جمعی **Gorupe additif** نیز گفته میشودو همچنین گروه **Goupe**(که مراد گروه ضربی است **Groupe Multificatif** که‌بطورخلاصه گروه نامیده میشود. درصورتیکه درچنین‌سازمانی $a.b=b.a$ باشد گروه را گروه **آبلی Groupe abèlien** می‌نامند) تعادل بین مدول‌و گروه محقق است‌یعنی این‌دو سازمان درحقیقت متوازن‌اند.

۲ ـ حلقه **Anneou** یا **Ring** سازمانی است که هم مدول است وهم گروه یعنی اعمال سه گانه جمع وتفریق در آن میسر است.

۳ ـ هیئت اعداد **Corpe de nombres** یا **Field** که اعمال چهارگانه‌اصلی حساب در آن میسر است.

سازمانها بدو دسته اساسی **سازمانهای جبری** (آنچه که تاکنون اشاره شد سازمانهای جبری میباشند) و **سازمانهای منطقی Structure logique** تقسیم میشوند برای هر سازمان‌منطقی محاسبه خاص‌جبری وجوددارد که سازمان متناظر آن‌نامیده میشود.مثلا جبر بول **Boole** اصول‌محاسبه سازمان منطقی‌ارسطو(یعنی‌منطق‌دوارزشی)میباشد. اهمیت این سازمانها در ریاضیات جدید بسیار زیاد است و اصول ماشینهای الکترونیکی یادستگاههای خودکار بر این سازمانها است.

***

در تاریخ ریاضیات چنانکه مشهور است علم هندسه مقام ممتازی دارد . تحول اندیشه های علمی در این زمینه باسابقه ترین و کهن ترین داستانهای دانش ریاضی است . هندسه تألیفی که با طرق اختصاصی هندسه اشکال را مورد بحث قرار میدهد قدیمیترین دستگاه هندسی است که شناخته شده است **(اصول اقلیدس معروف به تحریر اقلیدس)** با بکار بستن اصول محاسبات جبری در هندسه **دکارت** بعنوان واضع هندسه تحلیلی شناخته شده است ، (مطالعات و تحقیقات **خیام** بی آنکه دستگاه معادلات جبری‌بکار ببرد در واقع همان‌روش هندسه تحلیلی است که دکارت‌بعدها آنرا مجزا بکاربسته است) و این روش سرانجام بوضع هندسه های تصویری و آفین نائل آمده است . بعدها این هندسه ها با تحقیقات و مطالعات Poncelet بصورت مستقل در آمد و ازنوروش‌هندسه تألیفی با اصولی‌محکمتر‌ومنطقی‌تر که‌بنام

روش اصولی Methode axiomatique معروف است تأسیس گردید. کوششهای دامنه‌داری که در این روش بکار رفت کم کم از هندسه بسیار دیسیپلین‌های ریاضی تعمیم یافت و مبانی سایر دانشهای ریاضی را بصورت آکسیوماتیك درآوردند که هم اکنون از طرف دانشمندان مورد تعقیب و تفحص است با تأسیس روش اکسیوماتیك در ریاضی و استقلال مجدد هندسه از جبر دانشمندان جبری (Algebriste) از نو با تأسیس دانشی بنام **جبر هندسه** - Algèbre de la gèomètrie پرداختند که هم اکنون مورد بررسی و تکامل است. بکار بستن اصول محاسبات سازمانها وخصوصاً سازمانهای منطقی در تعاریف و احکام هندسه کمك شایسته‌ای به روشن شدن مبانی هندسه میکند. فی‌المثل درهندسه سه بعدی اقلیدسی نقاط را (مجموعه نقاط) با حروف بزرگ لاتین می‌نمائیم بقسمی که A وB وC وD و... افراد مختلف مجموعه نقاطی می‌باشند همچنین خطوط را با حروف کوچك لاتین a وb وc نمایش میدهیم و سطوح را باحروف یونانی α وβ وγ... می‌نمائیم اکنون حلقه Anneau یا Ring سازمان‌بندی این عوامل‌را تعریف می کنیم. عمل جمع‌در این سازمان بین دوعامل از مجموعه کلی (γ... و β و α...c و b و a... و C وB و A)S چنین تعریف میشود. بین دو عامل ازافراد مجموعه رابطه‌ای که با علامت $+$ می‌نمائیم تعریف می کنیم بدین قسم که مجموع دوعامل ازافراد مجموعه عامل دیگری‌ازافراد مجموعه با کمترین بعداست که شامل هردوعامل باشد مجموعه S که از زیرمجموعه های (...A وB وC)S و (a وb وc)S و (α وβ وγ...)S تشکیل‌شده است برای‌هر زیر مجموعه‌دارای بعدی‌است که بااندیس زیرمجموعه‌نموده میشود یعنی بعد A وB و... صفر و بعد a وb و... یك و بعد α وβ وγ و... دومی باشد. مجموع دوعامل ازافراد مجموعه S عامل دیگری از مجموعه‌کلی S است بقسمی که عوامل‌مفروض هردو بر آن قرار گیرند واین عامل‌دارای کمترین بعد باشد مثلاً اگر [P] و[Q] وعامل نامشخص ازمجموعه S باشد (عوامل نامشخص‌را باحروف بزرگ‌لاتین نمایش می‌دهیم) $[P]+[Q]=[R]$ چنین تعریف میشود که R اززیرمجموعه‌های نقاط وخطوط ویا سطوح چنان انتخاب‌میشود که P وQ بر روی آن باشد و اندیس R (اندیس نظیرزیرمجموعه‌ای که [R] به‌آن متعلق هست کمترین مقداررا داشته باشد) مثلاً اگرعامل مانند a (خط) با عامل مانند B (نقطه) جمع کنیم چنین خواهیم داشت $a+B=۲$ که اندیس a برابریك واندیس B برابرصفر واندیس ۲ برابر دو است یعنی مجموع یك خط ویك نقطه صفحه‌ای است که بر آنها میگذرد. روشن است اگر نقطه B برروی خط a باشد دراینصورت مجموع این دو مقدار،‌ان خط a است زیرا در این صورت چون نقطه برروی a استوجمیع نقاط a نیز برروی خط میباشند عامل با کمترین بعد که شامل هردو است همان خط a باشد در این حال $a+A=a$ می‌باشد (برخلاف جمع جبری مجموع دو عامل یکی از عوامل است بی‌آنکه‌آن عوامل صفرباشد) برای تکمیل‌این اعمال محتاج به تعریف دیگری نیزمیباشیم. مجموعه‌کلی S را از نظرمحتوی به U می‌نمائیم (یعنی تمام فضای هندسه که شامل‌جمیع نقاط و جمیع خطوط وجمیع سطوح باشد) و مجموعه خالی را که دارای هیچ فردی نیست، N مـی نمائیم (که شبیه صفرعلم حساب است) افزودن این دومفهوم عمل جمع وعمل‌ضرب (که بعداً تعریف میشود) را تعمیم می‌دهد. در اینصورت مشاهده میشود که مجموع دو خط $a+b$ اگر متقاطع یا متوازی نباشند عامل U می‌باشد یعنی $a+b=U$ و اگر متقاطع یا متوازی باشند (یعنی دریك صفحه باشند) در اینصورت مجموع آنها همان صفحه‌است که شامل آنهاست: $a+b=\alpha$

ضرب دوعامل ازافراد مجموعه‌کلی S چنین تعریف‌میشود: حاصل‌ضرب دوعامل نامشخص [P] و[Q] ازافرادمجموعه S عامل دیگری ازهمان مجموعه است که درهردوعامل [P] و[Q] مشترك باشد وبیشترین بعد را دارا باشد عمل‌ضرب را با علامت $\times$ نمایش میدهیم : $[P]\times[Q]=[R]$ اندیس R بزرگترین اندیس است که در زیر مجموعـه ها شامل خاصیت مذکور در تعریف ضرب می‌باشد مثلا : حاصل ضرب دوخط متقاطع نقطهٔ فصل مشترك آنهاست : $a\times b=C$ و حاصل ضرب دوخط متنافر عامل خالی N می‌باشد $a\times b=N$

نا تمام

احمد بیرشك

تاریخچه ریاضی در ایران

«مقدمه»

ازدورهٔ پیش از اسلام آثاری بجا نمانده است تاحکم قطعی بتوان داد . اما از قراین برمی آید که شاهنشاهی بزرك هخامنشی که تقریباً همه اقوام متمدن آن زمان را تابع یا خراجگزار خود می‌دانسته بحکم منطق از علوم زمان برخوردار بوده است. اگر اسکندر مقدونی در عالم مستی و بی‌خبری کتابخانهٔ استخر را با همهٔ کاخ آن دستخوش آتش کرده است نتوانسته است ستونها و بقایای کاخ را، که امروز مایهٔ حیرت اهل دل و فکر است، ازمیان ببرد.

جرج سارتن ، نویسندهٔ کتابهای بسیار مهم دربارهٔ علم، ضمن بیان خدمات ایرانیان به‌تمدن بشری میگوید: «چرا ازتخت جمشید سخن میگوئیم ؟ مگر این گواهان بزرك نبوغ ایرانی خود حدیثی مفصل ازمجملی که گفتیم نمی‌توانند بود ؟ »

براستی هم بیست وپنج قرن گزندباد وباران وتابش آفتاب که مکمل بی‌داد اسکندر بوده‌اند نتوانسته‌اند این نقش‌ونگار را که صنادید عجم در آن پدیدار است از میان بردارند .

هرودوت مورخ یونانی از یك مهندس ایرانی بنام **«آرتاکائیس»** یاد میکند که در شبه جزیرهٔ **«آتوس»** ترعه‌ای ساخت تا ناوگان **خشایارشا** از آن گذر کند .

ازدورهٔ ساسانی‌هم، که بایستی‌محیط علمی نیرومندی در آن وجود داشته‌باشد ، آثار زیادی بجای نمانده است . تازیان هم با تعصب خاصی که به‌قرآن داشتند و بیان آنچه را که در آن‌است بصورت دیگرزاید می شمردند وآنچه را که در کتاب آسمانی نیست مایهٔ گمراهی میپنداشتند بی‌دریغ کتابها و کتابخانه‌ها را سوزاندند و چیزی بجا نگذاشتند.

باوجود این کتابی بنام «زیك شتریار» (زیج شهریار) که گویا درزمان خسروانوشیروان نوشته شده است یکی ازمبانی نجوم اسلامی شناخته میشود . نویسندهٔ کتاب مهم **طبقات الامم** ازدو کتاب در نجوم یاد میکند که یکی را منتسب به **زردشت** ودیگری را منسوب به **جاماسب** میداند. این نویسنده‌ازسابقهٔ ایرانیان دررصد کواکب و برپا کردن رصدخانه‌ها وتنظیم زیجها یادمیکند .

ابوریحان درآثارالباقیه‌متذکر می‌شود که‌ایرانیان ازقدیم درهیات‌و نجوم‌دست داشتند ووضع نوروزومهرگان دلیلی بارز براطلاع واحاطهٔ آنان است .

گرویدن عدهٔ زیادی ازدانشمندان خارجی بدرگاه شاهنشاه ایران، مانند **دمسقیوس سوری و سنبلیقیوس و السیدوروس** و چند دانشمند دیگر که بدربار انوشیروان **پناهنده شدند**، ونیزوجود مراکزعلمی مهم رها و گندی . شاپور وریواردشیر وسلوکیه دلائل دیگری بر وجود یك محیط مساعد علمی درزمان ساسانیان است . بقایای بنای باعظمت طاق کسری فقط، بقول‌شاعر، پاداش حسن‌عمل انوشیروان نیست‌بلکه نشانهٔ‌هنرمهندسان ومعماران‌ایرانی دربرپا کردن کاخهای عظیم بوده‌است .

اینکه نفوذ ایرانیان در تمدن اسلامی پایهٔ اصلی و مایهٔ آبروی این تمدن بوده‌است قولی است که جملگی، ازدوست‌داشتن، بر آنند. بی‌شبهه‌این نفوذ مولودوضعی که در یکی دو قرن اول اسلامی در ایران حکومت میکرد نمی‌توانداد بود . در آن مدت ایرانیان نخست دورهٔ مبارزات علمی و نظامی را برای جلوگیری از سقوط امپراتوری بزرك خود گذراندند ، آنگاه دورهٔ زبونی و شکستگی و

خواری پیش آمد که خیلی زود جای خود را یک نبرد پنهانی اما پی گیر و دامنه‌دار، برای تأمین سیادت معنوی ایرانی داد و پیروزی در این نبرد یکی از رازهای پیدایش تمدن درخشان است. پس شك نیست که نفوذ ایرانیان بر پایهٔ یك تمدن و محیط علمی قبلی استوار بود.

✿ ✿ ✿

در دورهٔ بعد از اسلام به چهره‌های تابناك ایرانی بر میخوریم که در صفحات تاریخ تمدن اسلامی نمایندهٔ تأثیر شگرف و نفوذ عمیق قوم مادر آن تمدن است. این درخشندگی بخصوص در رشته های سیاست و نجوم و ریاضی محسوس است.

از آثار ادبی بی‌پایان زبان فارسی باین نکته پی‌میبریم که اطلاع از اصول و اصطلاحات نجوم و هیأت لازمهٔ زندگی هر فرد تحصیل کردهٔ آن زمان بوده است نوشته های نظم و نثر فارسی مشحون است از اصطلاحاتی که فهم آنها را برای کسانی که به ریاضی و سیاست و علم احکام نجوم وقوف نداشته‌اند یا نداشته‌باشند غیر ممکن میسازد. برای نمونه چند مثال کوچك از چند شاعر بزرگ ذکر میکنیم:

از نظامی گنجوی:

هفت گنبد درون آن باره
کرده بر طبع هفت سیاره
گنبدی کو ز چشم کیوان بود
در سیاهی چو مشك پنهان بود
وانکه بودش ز مشتری مایه
صندلی داشت رنك و پیرایه
وانکه مریخ بست پرگارش
گوهر سرخ بود در کارش

از سنائی غزنوی:

شصت کوکب در فلك گشته مبین در زمین
در ده و دو برج پیدا گشته در لیل و نهار
ماه در افزایش و نقصان و خور بر حال خویش
سوی مصنوعات شو آنگه بصانع کن نظار

از خاقانی شروانی:

پیشگاه حضرتش را پیشکار
از بنات النعش و جوزا دیده‌ام
آن سه دختر[1] و آن دو خواهر[2] پنج وقت
در پرستاری بیکجا دیده‌ام
هفت خاتون[3] را در این درگاه سبز
راه این درگاه والا دیده‌ام

و باز از او:

بازگردم چو ستاره که شود راجع از آنك
مستقلم، ره امکان شدنم نگذارند
مشتری وار بجوزای دو رویم بوبال،
چکنم، چون سوی سرطان شدنم نگذارند

از فردوسی در نامه‌ای که خسرو پرویز برای طلب یاری به قیصر نوشته:

چو بشنید دستور دانا سخن
بفرمود تا زیجهای کهن
ببردند مردان اختر شناس،
سخن راند تا ماند از شب سه پاس
سرانجام مرد ستاره شمر
بقیصر چنین گفت «ای نامور
نگه کردم این زیجهای کهن
که اختر فلاطون فکندست بن...»

و از نامهٔ رستم فرخزاد ببرادرش

که این خانه از پادشاهی تهی است،
نه هنگام پیروزی و فرهی است.
ز چارم همی بنگرد آفتاب
بجنگ بزرگانش آید شتاب
ز بهرام و زهره است ما را گزند
نشاید گذشتن ز چرخ بلند
همان تیر و کیوان برابر شده است
عطارد ببرج دو پیکر شده است

الگود انگلیسی در کتاب «میراث ایران» مینویسد «مطالعه در احوال کواکب جزئی از برنامهٔ تحصیلی هر ایرانی درس خوانده قرون وسطی بود و درست هماطور که ریاضیات در خدمت نجوم است. نجوم (یا بهتر بگوئیم علم احکام نجوم) به طب خدمت میکرد. این علوم چنان بهم

۱ـ سه ستارهٔ بنات النعش (دب اکبر) ۲ـ دوخواهر دوستاره از شعرای یمانی. ۳ـ شعرای یمانی.

حسین آزرم

از اقلیدس تا کانتر[1]

قریب بدو هزار سال اقلیدس موفق شد که اساس ریاضی دوران خودرا حفظ کند، اصول موضوعه‌اوو فضای اقلیدس دریك قالب واحد ودائم قرنها علم ریاضی را مهار کرده بودند، گرچه پیدایش هندسه های غیر اقلیدسی **«لباچفسکی»** و **«ریمن»** و بخصوص توسعه علم جبر بنیان قالب «اقلیدس - ارشمیدس» را متزلزل کرد لکن اساس آن را نبوغ توأم با جسارت **«ژرژ کانتر»** در ربع آخر قرن نوزدهم و درفاصله سالهای ۱۸۷۲-۱۸۹۷ باوضع **فرضیهٔ مجموعه‌ها**[2] چنان در هم کوفت کــه در حال حاضر روش اقلیدسی جای خود را بروش جدید بر اساس فرضیه مذکور داده است و گمان میرود که درك مفاهیم ریاضی با اعمال این روش سهلتر وقطعی تر از آنستکه اقلیدس تصور میکرد.

اگر فرضیهٔ اقلیدس[3] را نخستین مرحله تفکیك و استقلال علم ریاضی بدانیم فرضیه مجموعه آخرین گام در تحول اینعلم بشمار میآید. لکن نباید فراموش کرد که مراحل دیگری دراین میان نیزوجود دارند من‌جمله تحولی که **«دکارت»** در علم هندسه از طریق جبر بوجود آورد و بجای استدلال هندسی عبارات جبری را جایگزین نمود و نیز تصرفی که علم حساب در «آنالیز» بعمل آورد. واعداد طبیعی را جانشین اعداد مختلف کرد بنابراین فرضیه مجموعه ها آخرین مرحله تکامل وتحول علم ریاضی تا امروز بشمارمیآید.

کانتر «مجموعه» رابدوصورت زیر تعریف کرده‌است:

پیوسته بودند که درمطالعه و فرا گرفتن همهٔ آنها گریزی نبود.»

در شرح حال **ابن سینا** می خوانیم که «ابن سینا پس ازآنکه قرآن را از بر کرد ریاضیات را نزد محمود ماقی که در هندسه دست داشت فرا گرفت و نجوم را از **ابوالحسن کوشیار** آموخت.»

و در ترجمهٔ احوال بسیاری از دانشمندان بچنین نکاتی برمی‌خوریم:

ابوریحان بیرونی درمقدمهٔ کتابی که دربارهٔ نجوم وهیأت نوشته‌ می گوید: «دانستن‌صورت عالم ونهاد آسمان وزمین وآنچه بمیان‌این‌هردواست .. سخت سودمنداست»

نظامی‌عروضی معتقد بود که پادشاه باید چهاردسته ازمردمان را دربارگاه خود نگاه دارد: منجم و طبیب و شاعر و دبیر.

باقی ماندن تعداد زیادی از اصطلاحات فارسی درعلم نجوم ازقبیل: میزارات، نه‌بر، هفت‌بر، دریگان، کدخدا، پری (ماه تمام یابدر)، نیم‌پری (ماه‌نیمه‌یا تربیع)، دیك،دهگان،گوی‌راست (فلك‌مستقیم) و... نشانهٔ بازری ازتسلط ایرانیان بعلم نجوم بوده‌است.

ازدانشمندان ایرانی بسیارمیتوان نام برد، مانند:

ابومعشر بلخی صاحب«میزارات ابومعشر»، ابراهیم‌بن حبیب‌فرازی مخترع‌اولین اسطرلاب دراسلام، احمد سنجری‌مولف زیج‌شاهی، احمدبن‌عبدالله مرورودی معروف به حبش حساب، عباس جوهری، احمد بن محمدکثیر دغانی، احمدبن محمد نهاوندی، علی ابوالبحری، شیخ‌الرئیس ابن‌سینا، حکیم‌عمرخیام، خواجه نصیرالدین طوسی، ابوحنیفه دینوری، ابو-العباس احمد برخسی، ابوالوفا محمد بوزجانی، محمدبن عیسی ماهانی، ابوجعفر خازنی، ابوسهل کوهی، شیخ بهاء الدین عاملی، ملا علیمحمد اصفهانی، غیاث‌الدین جمشید کاشانی وبسیاری دیگر

از برخی خاندانها چند دانشمند و محقق بیرون آمده‌اند مانند: **خاندان نوبخت و خاندان مرورودی و فرزندان‌موسی‌خوارزمی‌معروف‌به‌بنوموسی. بنوموسی عبارتند ازمحمد واحمد وحسن خوارزمی.** ناتمام

۱- Georg Contor ریاضی‌دان روس (۱۸۴۵-۱۹۱۸) ۲- Théorie des Ensembles ۳- Axiomudisutios

۱ ـ مجموعه عبارتست از اجتماع اشیائی که دارای صفت ممیزه مشترك و معلومی باشند . هریك از آن اشیاء را «عنصر» مجموعه میگویند .

۲ـ مجموعه‌عبارتست ازاجتماع اشیائی‌مشخص ومتمایز ولی ابتکاری ویا تصوری.

تعریف مجموعه بصورت اول بسیارمشخص و منطقی وفارغ ازهرنوع تردیداست زیرا هر شیئی موجود در عالم نسبت بچنین مجموعه‌ای فقط یکوضع قطعی دارد یا این شیئی جزمجموعه است ویا بآن تعلق ندارد و اجتماع دو وضع مذکوردر آن واحد ممکن نیست ونیزدوشیئی‌متعلق بچنین مجموعه‌ای مشابه یکدیگرند هرچند بصورت‌ظاهر تفاوتهائی داشته‌باشند. مثلاوقتی‌میگوئیم مجموعه فرشهای یك‌خانه تمام فرشهای‌اینخانه بی‌توجه‌برنگ وابعادوجنس عناصراین مجموعه هستند .

از نقطه نظرتشکیل مجموعه ها تعاریف مذکور را میتوان در یك « اصل کلی » خلاصه کـرد و آن تشکیل مجموعه‌ایست که اشیاءوعناصر آن دارای‌خاصیت‌مفروضی باشند. توسعه فرضیه مجموعه‌ها نشان داده است که‌باقبول این اصل تناقض دوتعریف از بین میرود و تصور مجموعه مفهوم بسیار وسیعی پیدا میکند .

همینکه بگوئیم « تمام اشیائیکه .... »یك مجموعه داریم . مثلا مجموعه تمام کتابها ، مجموعه اعداد اول و امثال آن شاید دربادی‌امر قبول‌چنین تحولی‌درعلم‌ریاضی آنهم بخصوص ازیکنقطه بکلی تاریك بعید بنظرمیآیدلکن گذشت زمان و سیر تاریخ ریاضیات کلاسیك قرون قبل لزوم چنین تحولی را بسوی فرضیه کانتر بثبوت رسانده ، فرضیه‌ای که همان خدمت را بنحو بهترو جالبتری انجام میدهد . درحوالی سال ۱۸۷۰ درحالیکه علمای‌ریاضی آن عصرسردرگم تعاریف مبهم و استدلالهای پیچیده و مشکل بودندکانترفرضیه خود را در مورد مجموعه های فرعی و ساده‌روی‌اعدادحقیقی آزمایش‌میکردوبتدریج‌بمجموعه‌های مجرد میپرداخت . اینروش بتدریج بوسیله دیگران‌ابتدا درمورداعدادحقیقی ومنطق‌وبتدریج دربارهٔ رشته‌های‌دیگر ریاضی‌بکارمیرفت وفکروحدت رشته‌های‌مختلف علم‌ریاضی رفته رفته تحقق میبافت . در این مرحله بود که اعداد طبیعی رفته‌رفته‌درعلم‌آنالیزدخالت‌نمودو گفته«کرنکر»[1] را تأیید کرد . «**خداوند اعداد طبیعی را خلق کرد و بقیه مخلوق بشر است** » و نیز اضافه نمود که « **تمام نتایج ریاضی باید بوسیله بسیار ساده خواص اعداد قابل تعبیرباشند**»

اگر بخواهیم یك مراجعه مختصر وسریع بفرضیهٔ کانترونتایج ناشی‌ازآن بنمائیم‌باید از تعریف مجموعه وبستگی وتعلق عنصری بآن ـ مجموعه خالی ـ مجموعه شامل فقط یك عنصرشروع نمائیم وهمچنین مجموعه های فرعی که از یك مجموعه تشکیل میشوند و عناصر متعلق بهر کدام دارای خاصیت مفروضی هستند و نیزمجموع دو یا چند مجموعه .

درخلال‌اینمطالب‌باصلی‌موسوم‌به«**آکسیم‌انتخاب**» که بطور ضمنی بوسیله کانتر و دیگران بکار رفته و بنام «**آکسیم زرملو**»[2] نیز نامیده شود برخورد میکنیم کـه عبارتست از :

اگرZ مجموعه غیرخالی از مجموعه‌های غیر خالی و فاقد عناصر مشترك y باشد در اینصورت مجموعه‌ای مانند S وجود داردکه شامل منحصراًیك عنصرx متعلق به z ومشترك با y است . ایـن اصل و اصول‌دیگر بتدریج بوسیله فرمولهای جامع وساده‌ای بیان شد . بررسی کتاب معروف بورباکی[3] در اینمورد جالب توجه است .

شاید یکی‌ازعوامل موفقیت‌فرضیه‌کانترمعلول‌وجود

بقیه در صفحه ۱۵

1- Kronecker 2- Zermelo (۱۹۰٤) 3- Bourbaki

ترجمه و تلخیص: از تاریخ مختصر علوم ریاضی

تألیف موریس دوکانی[1]

هانری پوانکاره

(HENRI POINCARE)

یکی از بزرگترین ریاضی‌دانان دوران که عده کمی از دانشمندان ریاضی را میتوان با او مقایسه کرد بدون اینکه از او

پیشی گیرند **هانری پوانکاره** است. در اواخر قرن نوزده کشور فرانسه توانست بخود ببالد که علاوه بر **کوشی**[2] که در ثلث اول همان قرن میزیسته یکی دیگر از فرزندانش عنوان رکن اصلی ریاضی را بدست آورد و در تمام رشته‌های ریاضی نظری و علمی نبوغ خود را ظاهر سازد و بحل بسیاری از مسائل مشکل و پیچیده این علم موفق آید. **امیل پیکار**[3] درباره وی بجا میگوید **هر کجا ابزار کار برای تفوق بر مشکلات نارسا بود او وسائل تازه برمی‌انگیخت و مشکلات را از سر راه برمیداشت. پوانکاره** در ۲۹ آوریل ۱۸۵٤ در شهر **نانسی**[4] بدنیا آمد و در ۱۷ ژوئیه ۱۹۱۲ در پاریس درگذشت هنوز بیش از سی و سه سال نداشت که بعضویت آکادمی علوم پذیرفته شد. درسال ۱۸۷۳ بمدرسه معروف **پلی تکنیک** رفت و پس از فراغت از تحصیل بعنوان مهندس معدن در شهر **وزول**[5] شروع بکار کرد ولی پرتو درخشان آثار اولیه‌اش در ریاضیات خیلی زود اورا متوجه آموزش این علم نمود و در دانشکده علوم **کان**[6] بتدریس آنالیز پرداخت سپس بپاریس رفت ودر **سوربن**[7] دانشگاه معروف پاریس معلم کنفرانس‌ها شد **(سال ۱۸۸۱)** و بعد عهده‌دار تدریس مکانیک فیزیک و مکانیک تجربی شد در سال ۱۸۸۵ بتدریس فیزیک ریاضی و حساب احتمالات و در ۱۸۸۶ بتدریس مکانیک سماوی پرداخت در این اثنا مدرسه پلی تکنیک پست تمرین و سپس کرسی استادی نجوم را بوی محول داشت که از ۱۹۰٤ تا ۱۹۰۸ بدان مشغول بود.

اولین اثرش درباره توابعی است که بوسیله معادلات فاصله مشخص میشوند و در ۱۸۸۷ ظاهر شده در این اثر نتایج **بریو بوکه**[8] بوجه محسوسی تکامل یافته‌اند.

در همین سال پوانکاره تز دکترای خودرا که متضمن موضوع جالبی درباره انتگراسیون معادلات با مشتقات جزئی با چند متغیر است گذارند. پوانکاره دراین رساله مفاهیم تازه‌ای بکار برده است که بعداً جداگانه روی هر یك تحقیق نموده است از این پس تحقیق درزمینه‌های بسیار وفوق‌العاده گوناگون پرداخت و در تمام آنها نبوغ استثنائی خود را عیان ساخت از آنجمله **معادلات دیفرانسیل و معادلات بامشتقات جزئی و توابع تحلیلی با یك یا چند متغیر، مکانیك تحلیلی، مکانیك سماوی و جبر و نظریه اعداد** را میشود نام برد.

در ۱۸۸۰ نیروی خلاقه و فکر مبتکر او بمطالعه و بحث درشکل عمومی منحنی‌های حقیقی جواب معادلات دیفرانسیل با ضرائب حقیقی متوجه شد و بررسی عمیقی درباره نقاط غیر عادی این منحنی‌ها بعمل آورد برای این نقاط اصطلاحات تازه‌ای از قبیل **گلوگره**

1- Maurice d'ocagne 2-Cauchy 3-Emile Picard 4-Nancy 5-Vesoul 6-Caen 7-Sorbonne 8-Briot et Bouquet

یکان

کانون ـ مرکز ساخت که بلافاصله کلاسیك گشت.

در سال ۱۸۸۲ رساله دیگری درباره جوابهای حقیقی دستگاه معادلات دیفرانسیل باضرایب حقیقی منتشر کرد این جوابها عبارتند از دنبالههای متناوبی از توانهای یك متغیر کمکی و زیباترین نتایجی است که بعداز **کوشی** بدست آمده.

ولی بدون شك بالاترین افتخار پوانکاره در آنالیز کشف توابعی است که بعضی را **فوکسین**[1] و بعضی دیگر را **کلینین**[2] نامیده است (که بعداً توابع **اتومورف**[3] نامیده شدند) ومنتهی بطرح انتگراسیون کلیه معادلات دیفرانسیل خطی با ضرائب جبری میگردد.

درنظریه **توابع بیضوی توابع مدولی** که مدول تابع را نسبت بدوره تناوب مشخص میسازد و **هرمیت**[4] مطالعات کاملی درباره آن نموده است ازنظر تعمیم نتایجی که این آنالیزدان بزرگ بدست آورده بود پوانکاره حالات کلی تری را درنظر **گرفت** و به نتایجی رسید که توابع دوری و بیضوی حالات بسیار خاص آن هستند اهمیت اساسی این کار کشف یك رابطه جبری بین دو تابع فوکسین است که با جابجا کردن یك گروه و توجه باین که مختصات نقاط یك منحنی جبری را میتوان باتوابع فوکسین بیان کرد بدست می آید ویقیناً اززیباترین اصلهائی است که درتئوری نوین توابع بیان شده ـ باکاربردن این نظریه درانتگراسیون معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب جبری پوانکاره متوجه شد که:

۱ـ هر تابع فوکسین را میتوان تابع معکوس خارج قسمت دو جواب یك معادله خطی مرتبه دو باضرایب جبری دانست.

۲ ـ انتگرال عمومی یك معادله خطی باضرایب جبری از هرمرتبه باشد بوسیله توابع فوکسین **تا** داده شده

پوانکاره بموضوعهای دیگر آنالیز نیز پرداخته است و همه جا باصول تازه و کاملتری رسیده است از آن جمله **توابع هیپر فوکسین پیکار ـ انتگرالهای آبلی ـ انتگرالهای غیرمنظم معادلات خطی ـ توابع هوموورف از دومتغیر بصورت خارج قسمت دو تابع تام ـ بیان یك تابع تحلیلی دلخواه ازمتغیر مستقل بوسیله توابع یکسان از متغیر سومی و تعمیم آن برای انتگرالهای چندگانه از تئوری کوشی وانتگرال تابع متغیر مختلط** را میشود نامبرد با همکاری ریاضیدان بزرگ **پیکار** اثبات حالیبرای قضیه **ریمن** درباره توابع یکسان از n متغیر وبا 2n دوره تناوب یافته است بعلاوه درهر مرحله ازکارهای بزرگی که در فیزیك ریاضی و مکانیك سماوی انجام داده ضمناً ابداع تازهای در آنالیز نموده است ازجمله **آنالیزسیتوس**[5] را بنا نهاده واصول اساسی آنرا ساخته است. وبالاخره توجهش بنظریه اعداد وجبر معطوف شده **توابع هم نگار** وقانون نشانههای دکارت دترمینانهای مرتبه بینهایت و حل معادلات خطی بتعداد بینهایت معادله با مجهولهای بیشمار پرداخته است.

تنها کارهائی که در آنالیز انجام داده کافی است که اورادردیف بزرگترین ریاضیدانهائیکه قبل از او میزیستهاند قراردهد **گواینکه** اینکار جزفصلی از کتاب بزرگ کارهای او بشمار نمیرود ـ سهم او در مکانیك سماوی آنقدربزرگ است که **وایرشتراس**[6] او را اولین گشاینده منظر تازهای درتاریخ مکانیك سماوی دانسته است.

و این بمناسبت رسالهایست که پوانکاره بمناسبت کنکور بینالمللی در این باره بهیئت ژوری ارائه میدهد این کنکور را **اسکار دوم**[7] پادشاه سوئد ترتیب داده بود و وایرشتراس یکیاز سه تن داوران بوده است (دو تن دیگر **هرمیت** و **میتاژلفلر**[8] بودهاند).

بسط افکار و مفاهیمی که در این رساله گنجیدهشده بود پوانکاره رابنوشتن اثرمعروف روشهای نوین مکانیك سماوی متوجه کرد این اثر درسه جلد ودر سالهای ۱۸۹۲ و ۱۸۹۳ و ۱۸۹۹ منتشر شد ودر آن نشانهها و مطالب تازهای مطرح شده از قبیل معادله با تغییرات و پایاهای انتگرالها که بعداً بوسیله دانشمندان دیگری من جمله **کورنیکس**[9] و **کارتان**[10] تعقیب گردید و بالاخره جوابهای متناوب را باید نامبرد.

این روش که شباهت محسوسی با تغییرات ثابتها در آنالیز دارد ولی ازآن فراتر میرود و بجای این که ثابتی درنظر گیرد جوابهای خصوصی معادلات را در نظر میگیرد ابداع بزرگی را در میدان آنالیز موجب گشته است.

پوانکاره ثابت میکند که **مسئله سه جسم هیچ انتگرال تحلیلی متمایزی خارج از ده انتگرال که قبلا بدست آمده قبول نمیکند.**

این کتاب قبلاز همه چیز یك شاهکار ریاضیاست. اثردیگری درسه جلددرسالهای ۱۹۰۵ و ۱۹۰۹ و ۱۹۱۰ منتشر شده وجلدسوم که بوسیله **فیشو**[11] مهندس هیدروگراف از روی درس پوانکاره نگاشته شده و فقط به تئوری جذر ومد اختصاص داردکه این مسئله فوقالعاده مشکل را روشن و روبراه ساخته است.

در تکمیل کارهای قبلی پوانکاره **اثر دروسی درباره صورتعادل یك توده سیال** را منتشر کرد واین نظریه را بوجه شگفت انگیزی بجلو راند و فاش کرد که این صورتعادل بدنبالههای

1-Fuchsiennes 2-Kleinèennes 4-Automosphes 4-Hermite 5-Analysis Situs 6-Weirstrass 7- OscarII 8-Mittag-leffler 9-Kœnigs 10-Carton 11-Fickot

تمدید مهلت قبول حل مسائل مسابقه

درچاپ اول مجله مهلت حل مسائل مسابقه بیستم اسفند ۴۲ اعلام شده بود. اینك کـه چاپ دوم شماره اول انجام پذیرفته است وعده‌ای از خوانندگان فعلا این‌شماره را دریافت میدارند از این‌جهت مهلت قبول پاسخ مسابقات تمدید ومدت آن تا بیستم فروردین ۴۳ اعلام میگردد.

خطی که بوسیله سور مشترك بنام دو راهی یا انشعاب بهم مربوطند دسته‌بندی میشوند همانطور که سور بیضی شکل به سور گلابی شکل منتهی میگردند ودرحد وقتی توده سیال سرد میشود صورت گلابی شکل ممکن است خود بخود بدوقسمت تقسیم گردد بدنبال این کارها که درمکانیك سماوی انجام داده اثر دیگر پوانکاره بنام **دروس درباره فرضهای تکوینی** شامل انتقادهای بسیار استادانه وعالمانه‌ایست که بکلیه فرضهای مطرح شده تا آن تاریخ دراین باره نموده است وبالاخره سومین قسمت اثر این شاهکار عجیب ومعجزه‌آسا که به‌تنهائی میتوانست تمام فعالیت‌علمی یك دانشمند پرکاروعلاقمندرا بخود اختصاص دهند. فیزیك ریاضی‌است – این قسمت شامل چند رساله‌است که نشانهٔ از نبوغ‌خلاقه این دانشمند است مطالعه خواص‌اساسی کاربرد– روش **رفت و روا**[1] در اثبات اصل **دیریکله**[2] مربوط بتعادل‌حرارتی یك پلاك همگن–درباره معادلات‌فیزیك ریاضی و بالاخره روش **نیومان**[3] و مسئله‌دیریکله رامیشود مأخذ پیدایش معادلات انتگرال**فردولم**دانست.

درهمه‌ابتکارها پوانکاره دل‌اساسی شرایط اولیه راکه قیودی بین‌معادلات بامشتقات جزئی در قسمتهای مختلف فیزیك برقرار میسازد آشکار میسازد.

این رساله‌ها مأخذ وملاك یك‌سلسله نشریاتی است که در آن موضوعهای مختلفی که بوسیله پوانکاره در زمان استادی کرسی فیزیك ریاضی و محاسبه احتمالات در دانشگاه سوربن بحث و تدریس شده بیان گردیده است. و نه تنها یك شاهکار تعلیمی عالمانه بشمار میرود بلکه یك اثر شخص است که در آن نیروی متفکره ومبتکر خارق‌العاده مؤلف‌جلوه‌میکند وافکارنو ونظریه‌های تازه و ابتکاری و القائات بارور را بفراوانی عرضه میدارد که چون بتفصیل نمیشود ازآنها یادکرد بذکر فهرست آنهـا قنـاعت میشود **پطانسیل و مکانیك سیالات ۱۸۸۶ – ۱۸۸۵ تئوری ریاضی‌نور دوجلد ۱۸۸۷ ۱۸۸۶ و ۱۸۹۲ – ۱۸۹۱ – ترمودینامیك ۱۸۸۹ – ۱۸۸۸ – الکتریسته ونور سه‌جلد ۱۸۸۹– ۱۸۸۸– ۱۸۹۰–۱۸۸۹ و ۱۸۹۳ و Capillaritè ۱۸۸۹ –۱۸۸۸ دروس درباره تئوری الاستیسیته**[4] **۱۸۹۱– ۱۸۹۰، تئوری توربین‌ها ۱۸۹۲ – ۱۸۹۱ – نوسـانهای الکتریك، ۱۸۹۴–۱۸۹۳ تئوری تحلیلی سنجش حرارت ۱۸۹۴ – ۱۸۹۳، محاسبه احتمالات ۱۸۹۴ – ۱۸۹۳ – تئوری پتانسیل نیوتونی ۱۸۹۵–۱۸۹۴.**

بر کارهای علمی پوانکاره باید یك اثر عالی از فلسفه علوم را اضافه کرد که در یك سلسله تألیفات منتشر شده که گذشته از متخصصین مورد توجه دیگران واقع شده است وفقط بذکر عنوان آنها قناعت میشود **علم وفرض– ارزش و اعتبار علم – علم و روش– آخرین افکار** – ابتکارهای فلسفی موجب شد که پوانکاره علاوه ازعناوینی که داشت بعضویت آکـادمی فرانسه انتخاب گردد.

درمقابل کارهای عظیم این‌دانشمند بجد هر کسی دچـار سرگیجه و لااقل اعجاب میشود – مغزی که هرگز از فعالیت وتجلی باز نایستاد تا آنجا که گاهی از زندگی عادی بدور می‌افتاد حواس‌پرتی‌معروف‌اودرهنگام سخنرانی تشریفاتی رئیس آکادمی در پذیرائی و تجلیل از او شاهد این مطلب‌است‌مرك زودرس پوانکاره دره۵ سالگی اتفاق افتاد هنگامی کـه نبوغش هنوز باتمام قدرت و شدت میدرخشید و اگر چنین نشده بود سهم این دانشمند درتحولات عظیمی که در تئوریهای فیزیك نوین پدیدآمد تاچه پایه بود؟

1- Balayage 2-Dirichlet 3-Neumann 4-Erodholm 5-Elastictè

غلامرضا عسجدی

چرا معلم ریاضی شدم

درتاروپود مشترك وپیوستهٔ زمان ومکان الیاف زمان وضع مخصوص ومنحصر بخود دارد یکی اینکه نمیتوان آنرامانند بعد مکان دردوجهت مخالف اندازه گرفت دیگراینکه عرضه وظهورذهنی دوسوی مخالف الجهت زمان نسبت بما یعنی گذشته وآینده یکسان ویکنواخت نیست اگرامروز بمدت بیست ویاسی سال آینده فکر کنیم مرموزومجهول وبسیار طولانی بنظرمی آید درصورتیکه بیست ویا سی سال گذشته کوتاه ومعلوم و گذشت آن مانند باد صرصروآب روان جلوه میکند گذشته کهنه ومحکوم ازآن ما وآینده نووحاکم ازآن خداوند است ساعت باصدای یکنواخت ودل آرام خود آینده ازخودراضی را درمقابل چشمان ما قطعه قطعه کرده وجلوی پایمان میریزد واین قطرهها دراقیانوس گذشتهٔ محوونابوده میشود لیکن اگردرست فکر کنیم این گذشته فانی وبرباد رفته است که شخصیت مارا باخاطرات خود رنگ آمیزی کرده وبلکه آنرا تشکیل داده ویابعبارت دیگرپرتوی برذات ماافکنده وبگذشته است راستی اگرهمین امروز گذشته مارا بگیرند چه داریم؟ هیچ درصورتیکه خود گذشته نیزهیچ است. گذشته وآینده بوسیله معبرویا پل صراط المستقیم زمان حال بهمدیگر مربوط میشوند وسعت این معبر باندازهای باریك وبرنده است که ازهرموی نازك باریکتروازهرشمشیرتیزی تیزتراست بطوریکه گاهی ازآن بهبینهایت کوچك dt تعبیرمیشود که حدآن صفر یعنی آنهم هیچ است پس چنین شد که ماروی پل زمان حال ایستاده وبادقت خالی ازگذشته نگران آینده هستیم وباصطلاح ریاضی باسه صفرسرو کار داریم گذشته فانی، آینده خلق نشده ومعبرزمان حال که بسیارظریف وباریك وتنهامایه دلخوشی است. خداوندادرچنین احوال ازتومددمیطلبم **ایاك نعبدوایاك نستعین اهدنا الصراط المستقیم.**

دوسال پیش ازطرف وزارت متبوع مأمورشهرستان یزد شده بودم دردفتردبیرستان **ایرانشهر یزد** عکسی دیدم کهازکره سماوی گرفته شده وحرکت یومی رامجسم میکرد گفتند این عکس را دبیراین دبیرستان بنام **آقای مصحفی** با دوربین معمولی خود ازآسمان گرفته است بسیارخوشحال وبا ایشان دوست شدم زمان کوتاهی درآن شهرقدیمی با فرهنگیان عزیز ویزدیهای نیکونهاد انس گرفتم آن ایام سپری شد بهتهران برگشتم وآقای مصحفی هم به تهران آمد و مقیم شد و اینك درصدد انتشار **مجله ریاضیات** برآمده است. نگارنده را تکلیف فرمود تا مطلبی برای مجلهٔ مزبور بنویسم وقتی فکرمیکردم چه بنویسم ناگهان این فکر درمن قوت گرفت اصلا چرا من معلم ریاضی شدهام؟ در آغاز جوانی چهموجباتی پیش آمد کهبرای شغل آتیهٔخود دبیری ریاضیات رابرگزینم؟ آری این دوست عزیزوجدید خاطرات کهنه مرا تجدید کرد.

خواندن گذشته یك فرد برای خوانندگان مجله چه ارزش دارد؟ درست نمیدانم لیکن اگرانسان بعضی وقت برای شنیدن یاخواندن خاطرات شخص دیگری درخود احساس رغبت وتمایل میکند علتش معلوم است شخص خودرا در آنشخص وروح خودرا درروح اومنطبق کرده ودرواقع جذرومد احساسات خودرا مشاهده میکند بشرطیکه بااوهمفکرو یاهم شغل بوده وهردواز یك طبقه ودارای یك سرنوشت باشند.

توهم ای یادشیرین فرهنگی ای معلم ریاضی هرکجا باشی و هر که باشی این سطور را بخوان و گذشته

خودرا بیادآور درمن نگاه کن تاخودرا به‌بینی خودتماشا کردن آخرلذتی دارد.

موی سفید را فلکم رایگان نداد　　　این رشته را بنقد جوانی خریده‌ام

تو که‌عمرخودرا دورازهرگونه ریاوظاهرسازی صرف تعلیم‌خطوط واعداد باولاد این‌مرز وبوم کرده‌ای‌همواره روح واندیشهٔ خودرا برای تطبیق بااندیشه نوآموزان‌خود لرزان وهردم درانتظارقالب جدید احتمالی ساخته‌ای امروز چگونه فکرمیکنی چه‌خاطره ازشغل و گذشتهٔ خود یاچه سودی دردست وچه سودائی‌درسرداری وضع مزاج ووظائف‌ـ الاعضاء توچگونه‌است، چندبچه داری به‌تعلیم وتربیت بچه‌های خود وشغل آتیهٔ آنان اندیشیده‌ای؟

تو که یك عمر بامنطق ریاضی‌خو گرفته‌ای آیا بازاین منطق رابرای پیشرفت شاگردان خود درزندگی مفید میدانی؟ آیا بازعقیده داری که راه راست کوتاهترین وسیله‌برای رسیدن بمقصوداست ؟

آیابرصفحهٔ اخلاق ومنطق‌خود که بطورعمودی بر آن‌تکیه کرده واستوارهستی‌نگران بوده‌ای؟ خوداین‌صفحه نسبت بصفحهٔ زندگی‌اجتماعی مایل‌نیست ؟

آیامعادله زندگی روزمره وجوابهای ممکن وغیرممکن آنرا شناخته‌ای؟

چون‌هرسؤالی‌جواب دارد پس‌این سؤالات‌نیز بدون‌جواب نیست بنابراین مسئله‌را حل کن وجواب آنهارا پیدا کن.

پدروکسان پدری‌من بیشتراهل دادوستد وبازاری بوده‌اند وخودمرحوم پدرم عقیده داشت اگرمن درآتیه‌شغل آزاد داشته‌باشم بهتراست درصورتیکه خویشان مادری‌من کتابی واردوستان علم بوده‌اند بین آنهاچندتن روحانی بزرگ چندتن طبیب یافت میشد. بخاطردارم درایام‌طفولیت گاهی بخانهٔ دائی‌خود که‌ازمجتهدین طرازاول بود میرفتم موقعیکه بین آنمرحوم‌وشاگردانش دربحث علمی‌در گرفته‌بود درآنزمان‌رسم‌چنین بود که‌استاد هراندازه دانشمند وشاگردهرقدر حقیروکم اطلاع باشد بحث علمی‌خجالت وتعارف ومداهنه‌وجود نداشت اگرشاگرد درگفتاراستاد نکتهٔ ضعیفی بنظرش میرسید بی‌پرواظهارمیکرد این دیگروظیفه استادبود یا بامنطق اورا متقاعد سازد ویاخود تسلیم شود این جریان ابداً و بقدر ذره‌ای ازمقام استاد کم‌نمیکرد وحتی برصفا وصدق مقام‌اومیفزود بارهابچشم خود دیده بودم این آقایان پس‌ازبحث علمی مفصل که شبیه مشاجره بود یکدفعه فارغ شده ومشغول تناول ناهار که عبارت از یك‌غذای ساده‌ایرانی بودمیشدند اگر کسی شوخیها وخنده‌های اینان را دراین موقع میدید باور نمیکرد که همان کسانی هستند که لحظهٔ پیش دربحث علمی چنان سخنگیروبی گذشت بودند اینقبیل سجایا که منشاء ترقی‌قومی تواند بود متأسفانه درمحیط فرهنگ جدید ماضعیف شده‌است گاهی‌انسان مشاهده میکند تسامح وچاپلوسی‌ازیکطرف وافاده وتفرعن بی‌جا ازطرف دیگرهمه‌جاحتی بمجالس درس وتحقیق نیزراه یافته‌است.

ناتمام

بقیهٔ اقلیدس تا کانتر

تناقضهائی است که درسالهای قبل وبعداز ۱۹۰۰ وجود داشته وبین آنها عقاید«راسل»[۴] رامیتوان نام برد. مطالعات زرملو بوسیلهٔ عده‌ای ازدانشمندان بمنظوروصول نتایج بهترمورد بررسی و تصحیح قرار گرفت که بین آنها میتوان نام «فرانکل»[۵] و«اسکلم»[۶] و «فن‌نویان»[۷] را ذکرنمود.

فرضیه کانتر امروز روبه پیشرفت‌است وقریباً برنامه‌های ریاضی کلاسیك را مسخر خواهد کرد لکن گفته «پوانکاره» دراینمورد شایان توجه‌است: **«اگردرمسکنی ظاهراً امن گوسفندان را خوب حفاظت کنید معهذا نمیتوان‌مطمئن بود که گرگ درآن راه نیابد».**

پایان

۴-Russell　۵-Fraenkel　۶-Skolem　۷-Von Neumann

پرویز شهریاری

در بارهٔ اصول هندسی

هندسه در میان سایر علوم ریاضیات مقدماتی (جبر و حساب) وضع خاصی دارد این خصوصیت در اینجاست که قضایا و خواص اشکال که در هندسه مورد مطالعه قرار میگیرد تنها از راه یک سلسله قضاوت اثبات نمیشود، بلکه در بسیاری موارد از راه تأمل و مشاهدهٔ مستقیم بدست میآید. مثلا تساوی زوایای مجاور بقاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقین ویا تساوی دو مثلث که دارای اضلاع برابر باشند و بسیاری دیگر از خواص اشکال مستقیماً از راه مشاهده بدست میآید.

روشن بودن مطالب هندسی کمک میکند تا بسیاری از هندسه را قبل از آنکه دقیقاً اثبات شود کشف کنیم. مشاهدهٔ مستقیم اشکال هندسی در یونان قدیم (بیش از دو هزار سال قبل) یکی از وسائل اساسی برای شناخت این و یا آن خاصیت هندسی اشکال بود. ولی این وسیله تنها برای بدست آوردن خواص کاملا سادهٔ اشکال میتواند مورد استفاده قرار گیرد، مثلا مصریها که هندسه را تنها بعنوان جنبه‌های عملی سادهٔ آن مورد استفاده قرار میدادند؛ ولی توسعهٔ مطالب ساده و بغرنج شدن مسائل عملی الزاماً به بررسی خواص پیچیده‌تر اشکال هندسی منجر میشود که دیگر با مشاهدهٔ اشکال ساده بدست نمیآید و در نتیجه لزوم فرمهای بغرنج‌تر و دقیقتر قضاوت احساس میشود.

از طرف دیگر مشاهدهٔ ساده اشکال (وقتیکه سروکار ما با اشکال نسبتاً بغرنج‌تر باشد) اغلب گول زننده است و ما را مستقیماً به نتایج نادرست میکشاند.

نمونه‌های زیادی میتوان ذکر کرد که با یک دید عمومی روی شکل ما را در بارهٔ روابط متقابل عناصر شکل باشتباه بیندازد و به نتیجهٔ غلطی بکشاند. بر- همین مبناست که مسماهای زیادی در هندسه طرح شده و ما از ذکر آنها در اینجا میگذریم:

یونانیان قدیم هندسه را از مصر گرفتند آنها مطالب مجزا و پراکنده‌ای که برای مصریها روشن بود جمع و مرتب کردند و با آنها فرم قضاوت و استدلال دادند و تنها از این راه بود که توانستند خواص جدیدی برای اشکال هندسی کشف کنند. در حدود ۳۰۰ سال قبل از میلاد، **اقلیدس** هندسه‌دان یونانی در کتاب مشهور خود بنام **«مقدمات»** برای نخستین بار طرحی اساسی برای هندسه ریخت. او کوشش کرد اصطلاحات واضح را با دقت شرح دهد و مفاهیمی را که معرف ساده‌ترین اشکال هندسی هستند: نقطه، خط، سطح، و روابط متقابل بین آنها، یعنی آنچه را که تا آنزمان خود بخود معلوم شمرده میشد تحت نظم درآورد. **اقلیدس** بر پایهٔ این تعاریف توانست هندسه‌ای چنان کامل و منطقی بسازد که تا امروز هم قدرت نسبی خود را حفظ کرده است.

اقلیدس قبل از هرچیز به تعریف دقیق مفاهیم اساسی هندسه پرداخت، در زیر تعاریف او در بارهٔ نقطه، خط (و بخصوص خط‌مستقیم)، سطح (و بخصوص صفحه) و اجسام هندسی آورده میشود:

۱- نقطه چیزی است که دارای جزئی نباشد.

۲- خط عبارت از امتدادی است بدون قطر.

۳- نقطه حد خط است.

۴- خط مستقیم عبارت از خطی است که وضع استقرار آن نسبت بتمام نقاطش یکنواخت باشد.

۵- سطح عبارتست از چیزی که فقط طول و عرض داشته باشد.

۶- خط حد سطح است.

۷- صفحه عبارتست از سطحی که وضع آن نسبت بتمام خطوط مستقیمی که روی آن واقع‌اند یکنواخت باشد.

۸- جسم عبارتست از چیزی که دارای طول، عرض و ارتفاع باشد.

۹- سطح حد جسم است.

همهٔ این تعریفها این را میرساند که مفاهیم «نقطه»، «خط» و غیره تنها بیان یک نمایش ظاهری نیستند، بلکه در عین حال مفاهیمی را بیان میکنند که با تکیه بر آنها میتوان نتایج منطقی بعدی را بیان کرد. اگرچه این تعاریف از نقطه‌نظر علوم امروزی کافی نیست ولی با مفاهیم علمی آن زمان کاملا تطبیق میکند و اولین قدم در راه تشکیل و تنظیم مفاهیم هندسی بشمار میرود. این تعاریف را بایستی نقطه شروع همه کارهای بعدی در هندسه دانست که بخودی خود راه تکامل بعدی را معین کردند.

اقلیدس همهٔ حقایق هندسی را بسه دسته تقسیم میکند: اصول موضوعه، اصول متعارفی و قضایا. در حالت اول[1] به حقایق ساده‌ای اطلاق میشد که هیچگونه شکی در صحت آنها وجود نداشت و مستقیماً از مشاهده نتیجه میشد. بنابراین اصول میتوانستند بعنوان اولین احکام هندسی بشمار روند و برای نتیجه‌گیری منطقی سایر حقایق هندسی مورد استفاده قرار گیرند.

۱) اقلیدس اختلاف بین اصول متعارفی و موضوعه را بیان نکرده است. ولی معمولا در اصول متعارفی آن احکامی را بیان میکنند که مربوط به این و یا آن ساختمان هندسی باشد.

نوع سوم حقایق یعنی قضایا به احکامی اطلاق میشد که احتیاج به اثبات داشتند یعنی میبایستی با کمک احکام دو نوع اول و از راه قضاوتهای منطقی و بهم پیوسته آنها را نتیجه گرفت .

اصول موضوعه ومتعارفی اقلیدس را ذکر میکنیم :

اصول موضوعه :

۱ـ از هر نقطه بهر نقطه دیگر میتوان یك خط مستقیم عبور داد .

۲ـ خط راست محدود را میتوان تا بهر اندازه که بخواهیم ادامه دهیم .

۳ـ باهر مرکز میتوان دایره‌ای با شعاع دلخواه رسم نمود .

٤ ـ تمام زوایای قائمه با هم برابرند .

٥ـ اگر دو خط راست بوسیلهٔ یك خط سوم قطع شوند در همان طرفی از خط سوم که زوایای داخلی به مجموع کوچکتر از دو قائمه تشکیل میدهند یکدیگر را قطع میکنند .

اصول متعارفی :

۱ـ دو مقدار مساوی با مقدار سوم با هم مساوی‌اند .

۲ـ اگر بدو مقدار مساوی مقادیر مساوی بیافزائیم ، حاصل جمعها باهم مساوی‌اند .

۳ـ اگر از دو مقدار مساوی مقادیر مساوی کم کنیم ، باقیمانده‌ها با هم مساوی‌اند .

٤ـ دو چیز قابل انطباق با هم برابرند .

٥ـ کل از جزء بزرگتر است .

اصول موضوعه و متعارفی اقلیدس در جریان قرنهای متوالی بعنوان پایه‌ای برای ساختمان هندسه مورد استفاده قرار میگرفت .

۲

اخلاف نزدیك اقلیدس توجه خود را به اصل موضوع پنجم اقلیدس معطوف داشتند . دلیل این مطلب این بود که اصل پنجم نسبت به دیگران بغرنج‌تر بود و باندازهٔ کافی واضح بنظر نمیرسید . عدم وضوح اصل اقلیدس ، این تمایل را بوجود آورد که بهر نحوی هست صحت این اصل را ثابت کنند یعنی آنرا از بقیهٔ اصول (که در حقانیت آنها تردیدی نیست) نتیجه بگیرند . کوشش برای اثبات اصل پنجم اقلیدس در جریان بیش از دوهزار سال ادامه داشت ولی به نتیجه نرسید و بطوریکه بعدها روشن شد نمیتوانست هم به نتیجه مثبت برسد . تنها نتیجه‌ای که از این کوششها بدست آمد این بود که اصول دیگر معادل با اصل اقلیدس پیدا شد ولی آنها هم دارای همان عدم وضوح اصل اقلیدس بودند و از بقیهٔ اصل‌های هندسی هم بدست نمیآمدند .

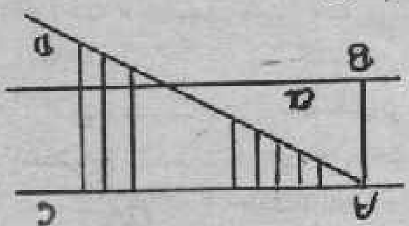
بسادگی ثابت میشود که اصل اقلیدس معادل با این حکم است : از یك نقطه واقع در خارج یك خط تنها یك خط میتوان موازی با آن رسم کرد (یعنی خطی که خط اول را قطع نکند) . در حقیقت اگر این حکم را بعنوان اصل بپذیریم میتوان اصل اقلیدس را بسادگی و بعنوان یك قضیه ثابت کرد . بعدها این منحصر بفرد بودن خط موازی بعنوان اصل جانشین اصل اقلیدس شد (آنطور که در کتابهای درسی امروزی هم معمول است) .

حکم دیگری که معادل با اصل اقلیدس است قضیهٔ مربوط به مجموع زوایای یك مثلث است .

کوشش هندسه دانها در جریان قرون متمادی این بود که یا خود اصل اقلیدس را ثابت کنند و یا احکام معادل آن را . بعنوان نمونه در اینجا بعضی از این نمونه استدلالها را ذکر میکنیم :

استدلال پروکلوس[1] (قرن ٥ میلادی)

روی یك صفحهٔ مفروض خط a و در خارج آن نقطهٔ A را در نظر میگیریم (شکل) . از نقطهٔ A عمود AB را بر خط a

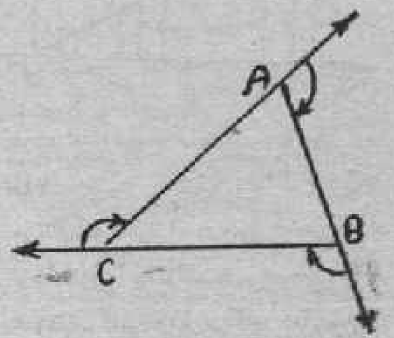


فرود میآوریم و از A عمود AC را بر AB اخراج میکنیم . خطوط a و AC موازی‌اند ، زیرا در غیر اینصورت از نقطهٔ تلاقی آنها توانسته‌ایم دو خط بر AB عمود رسم کنیم حالا فرض کنید که از نقطهٔ A خط دیگری مثل AD رسم کنیم ، پروکلوس ثابت میکند که این خط حتماً خط a را قطع میکند ، اکنون استدلال او را ذکر میکنیم :

عمودی بر AC اخراج کرده امتداد میدهیم تا خط AD را قطع کند ، هرچه از نقطهٔ A دورتر شویم طول این عمود بزرگتر میشود و اگر باندازهٔ کافی از A دور شویم ، این فاصله از فاصلهٔ بین دو خط a و AC بزرگتر خواهد شد ، بنابراین نقطه‌ای از خط AD در طرف دیگر خط a قرار خواهد گرفت و این بمعنای آنست که خط D ـ از یکطرف خط a بطرف دیگر آن عبور میکند و اینهم ممکن نیست مگر اینکه AD خط a را قطع کرده باشد . پروکلوس در استدلال خود باین مطلب تکیه میکند که فاصلهٔ نقاط یکی از دو خط موازی از دیگری نمیتواند زیاد شود . و این خود اصلی است معادل با اصل اقلیدس .

۱) پروکلوس Proclus (۴۱۰-۴۸۵ میلادی) فیلسوف ایده‌آلیست یونانی وابسته به مکتب نو افلاطونیان و صاحب تألیفات زیادی در فلسفه و ریاضیات است و بعضی از آنها تا بامروز هم باقی مانده است .

حالا نمونه‌ای از کوشش برای اثبات قضیهٔ مربوط به مجموع زوایای مثلث را که بدون استفاده از اصل اقلیدس انجام گرفته ذکر میکنیم. این استدلال مربوط به قرن نوزدهم و منتسب به **تیبو (Thibaut)** استاد دانشگاه **گتینگن** است.



مثلث ABC را در نظر بگیرید (شکل۲) ضلع CA را از طرف A وضلع AB را از طرف B وضلع BC را از طرف C امتداد میدهیم . ثابت میکنیم که مجموع زوایای خارجی این مثلث برابر ٤ قائمه است : خط CA را دور نقطهٔ A وباندازهٔ زاویهٔ خارجی A دوران میدهیم ، پس از این دوران CA بر AB منطبق خواهد شد .اکنون خط AB را دور نقطهٔ B و باندازهٔ زاویهٔ خارجی B دوران میدهیم ،دراینصورت AB بر BC قرار خواهد گرفت حالا BC را باندازهٔ زاویه خارجی C دور نقطهٔ C دوران میدهیم تا بر CA قرار گیرد . می‌بینیم که بعد از این سه دوران خط CA بر امتداد اولیهٔ خود قرار میگیرد بنابراین خط CA ضمن دوران خود یك زاویهٔ کامل یعنی ٤ قائمه‌را طی کرده‌است . ازطرف دیگر سه‌دوران این خط در سه رأس مثلث و باندازهٔ سه زاویه خارجی مثلث انجام گرفته‌است. در نتیجه مجموع این زوایای خارجی برابر با ٤ قائمه‌است .اما واضح است که مجموع زوایای داخلی و خارجی مثلث برابر با ٦ قائمه است وبنابراین مجموع زوایای داخلی آن مساوی ۲ قائمه خواهد بود .

تیبو در این استدلال سه دوران بمراکز مختلف درنظر میگیرد وتصور خودرا براین قرار میدهد که این دوران معادل است با یك دوران کامل حول یك نقطه و در آنصورت یك زاویهٔ کامل ایجاد میکند . بنا براین دیده میشود که این حکم خود شامل فرضی است که مطالعهٔ تفصیلی آن ثابت میکند که معادل با اصل اقلیدس است .

ما از سایر کوششهائی که در زمینهٔ اثبات اصل اقلیدس بعمل آمده است صرفنظر میکنیم .

با وجود اینکه برای اثبات دقیق اصل اقلیدس با عدم موفقیتهای فراوان مواجه شده بودند ، هندسه‌دانان دست از کوشش برای اثبات آن برنداشتند. دلیل این مطلب آن بود که علمای هندسه اعتقاد کامل داشتند که بدون روشن کردن موقعیت این اصل نمیتوان ساختمان هندسه را انجام داد .

۳

در نیمه اول قرن ۱۹ ریاضی‌دان نابغهٔ روسی « **نیکلای ایوانویچ لبا ـ چوسکی** » استاد دانشگاه **قازان** با شجاعت تمام مطرح کرد که: اصل اقلیدس نتیجهٔ منطقی سایر اصول هندسی نیست و بنابراین نمیتواند ثابت شود. او همچنین توضیح داد که برای ساختمان هندسه وجود چنین اصلی ضرورت ندارد .

لباچوسکی برای اثبات نظر خود، هندسهٔ جدیدی ساخت و در آن اصل اقلیدس را تغییر داد وقبول کرد که از هر نقطهٔ واقع درخارج یك خط بینهایت خط عبور میکند که آنرا قطع نخواهد کرد.

قضایای این هندسه بطور اساسی با قضایای هندسهٔ اقلیدسی متفاوت است .

مثلا در این هندسه مجموع زوایای هر مثلث از ۲ قائمه کمتر است و از آنجا حالت جدیدی برای تساوی مثلثها نتیجه میشود: «اگر سه زاویه از یك مثلث با سه زاویه از مثلث دیگر برابر باشد دو مثلث برابرند» و بنابراین درچنین هندسه‌ای مثلثهای مشابه نامساوی وجود نخواهد داشت .

لباچوسکی اولین مقالهٔ خودرا در زمینهٔ هندسهٔ جدیدش در سال ۱۸۲٦ منتشر کرد افکار لباچوسکی فوق‌العاده غیر ـ منتظره بود ولی با وجود قضاوتها و نتیجه گیری‌های غیر عادی و عجیبی که داشت بهمان اندازهٔ هندسهٔ اقلیدسی محکم و دارای اعتبار بود . بعدها این هندسه را **هندسهٔ غیر اقلیدسی** نام نهادند .

همراه با پیشنهاد این هندسهٔ جدید مسئله‌ای مطرح شد : کدام هندسه است که درجهان مادی صدق میکند و قوانین کدام هندسه میتواند برای کشف قوانین علوم دقیقه ؛ فیزیك ، نجوم وغیره بکار رود . لباچوسکی راه تحقق این مسئله را آزمایش از راه مشاهدات نجومی پیشنهاد کرد .

اما حل این مسئله بآن سادگیها هم که تصور میکردند ممکن نبود ، مطلب اینست که درك فضائی دنیای مادی را منعکس میکند .

هندسهٔ اقلیدسی بر پایهٔ مشاهده جهان مادی رشد کرده بود وبنا براین لااقل درمورد پدیده‌های ساده‌تر ، روابط موجود در آنرا با دقت زیادی منعکس میکرد. باین ترتیب تجربیات لباچوسکی جواب کاملی بسئوالات مطروحه نمیداد این تجربیات نه دلیل روشنی بر رد آنچه که در هندسهٔ اقلیدسی وجود داشت بدست میداد ونه تطبیق قضایای این هندسه را با روابط جهان مادی مورد تأیید قرار میداد .

کشف هندسهٔ غیر اقلیدسی درك هندسه دانها را بکلی دگرگون کرد .

بقیه درصفحه ٦۱

مربعها و اشکال وفقی (سحر آمیز)[۱]

تاریخچه . طریقه تشکیل . انواع مختلف

تعریف ـ یک مربع رسم کرده اضلاع آنرا n قسمت مساوی تقسیم نموده از نقاط حاصل خطوطی موازی با اضلاع رسم مینمائیم. مربع به $n \times n = n^2$ خانه تقسیم خواهد شد. چنانچه اعداد از ۱ تا n^2 (یا از $a+1$ تا n^2+a که a عدد دلخواه است) را در خانه‌های مربع چنان قرار دهیم که مجموع اعداد واقع در خانه های هر سطر (ردیف افقی) و هرستون (ردیف قائم) و هرقطر برابر با مقدار ثابت باشد چنین مربعی را مربع وفقی یا سحر آمیز[۲] مینامند مانند مربع شکل ۱ که مجموع اعداد واقع در هر سطر و هرستون و هر قطر آن برابر با ۱۵ میباشد.

۲	۷	٦	=۱۵
۹	٥	۱	=۱۵
٤	۳	۸	=۱۵
۱۵	۱۵	۱۵	

۱۵ ۱۵

عدد n (عده تقسیمات یك ضلع) **رتبه** مربع وفقی نامیده میشود. چنانچه مربع سه در سه (شکل ۱) رتبه ۳ میباشد.

وفق مربع وفقی ـ مقدار ثابت مجموع اعداد هرستون و هرسطر و هرقطر را **وفق** مربع وفقی مینامند. مثلا وفق مربع شکل (۱) برابر با ۱۵ است.

تاریخچه ـ قدیمیتر از همه، مربعهای وفقی در آثار چینیها و هندیها مشاهده میشود بین مصریها و یونانیها (مخصوصاً فیثاغورسیها که عقاید مخصوص نسبت باعداد داشته‌اند) نیز مربع های وفقی رواج داشته‌است. علمای اسلامی که در کسب و تکمیل و انتشار علوم یونانیها و هندیها و سایر اقوام تخصص داشته‌اند درباره مربعهای وفقی نیز صاحب مطالعات وحتی اکتشافاتی میباشند و درضمن بعضی از انواع مربعهای وفقی را نامگذاری نموده‌اند اروپائیان برای اولین بار درسال ۱٤۲۰ میلادی وسیله کشیشی یونانی بنام **موسکوپول**[۳] با مربعهای وفقی (مأخوذ از مسلمین) آشنائی یافتند و بعد همزمان با نشر و اشاعه علوم ریاضی توجه ریاضیدانهائی از قبیل **ستیفل**[٤]، **باشه دومریزیاك**[٥]، **فرما**[٦]، **دولاهیر**[۷]، **اولر**[۸] و امثال ایشان بسوی مربعهای وفقی جلب شده وقسمتی از وقت گرانبهای این دانشمندان صرف مطالعه اینگونه مربعها گردیده است و بعدها تا بامروز مربعهای وفقی بصورت یکنوع سرگرمی درمطبوعات عنوان شده‌است.

مربعهای وفقی و خرافات ـ اعداد وخواص جالب و مرموز آنها خیلی زود توجه بشر اوهام پرست را بخود معطوف داشته است چنانچه اغلب اقوام ومخصوصاً فیثاغورسیها برای اعداد مقامی مافوق طبیعت قائل بوده‌اند پس طبیعی خواهد بود که مربعهای وفقی با خاصیت جالب و یا رمز خاصی که برای تشکیل آن وجود دارد میان اوهام پرستان و خرافاتیان مقامی والاتر داشته باشد.

فیثاغورسیها برای هریك از هفت سیاره‌ای که میشناختند (ازجمله ماه وخورشید) یك مربع وفقی را نسبت داده وآنرا بر صفحه‌ای فلزی (فلز نیز منسوب بآن سیاره بوده‌است) حك کرده با خود میداشتند چنانچه: مربع سه در سه را منسوب بزحل دانسته وبرسرب نقش میزدند ـ مربع چهار درچهار را بمشتری نسبت داده و برقلع حکاکی میکرده‌اند ـ مخصوص ماه مربع نه در نه بوده و فلزش نقره انتخاب میشده است ـ مربع یك خانه را که درآن فقط عدد یك نوشته شود بر طلا کنده بنام خورشید و مظهر خدای لایتغیر تقدیس مینموده‌اند ـ مربع دو در دو را با چهار عدد متساوی تشکیل داده آنرا مظهری از هیولی یا ماده کامل نشده تلقی مینمودند.

درایران ومخصوصاً درزمان رواج خرافات برای مربعهای وفقی فواید عجیب و غریب قائل بوده‌اند ودراغلب کتابها یا جنگهائی که درباره این مربعها بحث شده است ازفواید آنها نیز بتفصیل

۱ـ در تنظیم این مقاله کتب و رسائل زیر مورد استفاده زیرواقع شده است.

1- Recréations Arithmétiques -E. Fourrey

2- Curiosités Arithmétiques -F. Lagarrigue

3- Lês nombres et leurs Mystèrs - A. Warusfet

٤) علوم تفریحی ـ غلامحسین مصاحب (دکتر)

٥) مقاله خرافات در باره علم (سخن شماره ۱ دوره ٦) ـ ابوالقاسم قربانی

٦) خزائن نراقی

۲ـ Carré magique   ۳ـ Moscopule   ٤ـ Stifel   ٥ـ Bachet de Méziriac

٦ـ Fermat   ۷ـ De la Hire   ۸ـ Euler

محبت داشته‌اند.

نمونه‌ای ازخواص من‌درآوردی مربعهای‌وفقی‌رادانشمند محترم آقای **ابوالقاسم قربانی** در مقالـه ای تحت عنوان «خرافات در مقابل علم» در مجله **سخن**شماره ۱ دوره ششم بنقل ازکتاب (نفایس‌الفنون) ذکر کرده‌اند وقسمتی ازآن ذیلا نقل میشود :

«خاصیت سه درسه آنست که چون وضع‌حمل دشوارشود بر دوپاره سفال نوکشند وبعضی گفته‌اند که برکرباس خام‌و دردزیر زانوی حامله نهند وبعضی گفته‌اند زیرهر دوقدم واین درست‌تر است وضع‌حمل براو آسان شود. خاصیت چهار در چهار اگـر کسی بنویسد وبا خود دارد از قولنج و مرضهای مزمن ایمن بود وکسی با اوخصومت نیندیشد و میان زن وشوهر و دوستان صلح اندازد و این شکل‌را (راحةالقلوب) گویند ... و اگر زنان با خود دارند آبستن نشوند . آورده‌اند که این‌شکل در کشتی‌نوح مندرج بود . خاصیت هفت درهفت این‌شکل‌را بکشند با مشك وصل بشویند هرکه‌آنرا بخورد خوش‌خلق‌گردد وتیز فهم شود وصاحب حافظه گردد»

نمونه دیگر آن ازکتاب **خزائن** تـألیف نراقی نقـل می‌گردد :

«... ازجهت بازآمدن گریخته مربعی‌سه درسه بکشد‌که اضلاع همه خانه‌ها متساوی باشد بنیت‌گریخته پس‌خانه‌هارا بر نظم طبیعی‌پرکند وباید‌که در هریك از چهارکنج رقم حروف بدوح[1] باشد... پس‌نام‌گریخته را بربالای رقم بنویسند وبرزیر سنگی‌گران درجایگاه او بگذارند البته بازآید یاآنکه نام‌او بر بالای رقم ۵ نوشته میخی برخانه میان فرو برند بطریقیکه برقم ۵ نرسدو درخوابگاه برزمین‌بکوبند واگر این عمل در زیربالین‌گریخته بکنند بهتراست...»

مربع بدوح[1]ـ مربع وفقی‌سه درسه‌راکه وفق‌آن(۲۰) باشد مربع بدوح‌گفته ومعتقد بودند هرکس‌آنرا پرکند تمام درختها وسنگ‌ها با اوحرف میزنند(!)

خواص مربعهای وفقیـ مربع‌وفقی‌از اعدادتشکیل شده است بنابراین خواص اعداد برآن مترتب‌خواهد بود:

ـ اگردریك مربع وفقی هریك از اعداد را باعددثابتی جمع نمائیم مربع وفقی‌جـدیدی بدست خواهـدآمدکه وفقـش مساویست با وفق مربع‌اول باضافه حاصلضرب آن‌عدد ثابت در رتبه مربع مثلا بهریك از اعداد مربع وفقی شکل۱عدد ۲۴ را اضافه میکنیم مربع وفقـی شکل ۲ با وفق ۸۷=۲۴×۳+۱۵ بدست میآید.

۳۰	۳۱	۲۶
۲۵	۲۹	۳۳
۱۲	۲۷	۲۸

ش۲

ـ اگرازهریك ازاعدادیك‌مربع وفقی عددی ثابت راکم کنیم مربع وفقی دیگری بدست خواهد آمد.

ـ اگرهریك ازاعدادیك‌مربع وفقی‌رادرعددی ثابت‌ضرب (یابرآن‌تقسیم) کنیم‌مربع‌وفقی‌جدیدی بدست خواهد آمد که‌وفق آن مساویست با وفق مربع‌اول ضرب در(یا تقسیم‌بر) آن عدد ثابت مثلاهریك ازاعدادمربع وفقی‌شکل۱ را دره‌ضرب مینمائیم مربع وفقی شکل۳ نتیجه میشود باوفق ۷۵=۵×۱۵ وهریك از اعداد مربع‌شکل۱ رابر۴ تقسیم مینمائیم مربع وفقی شکل٤

۲۰	۳۵	۱۰
۵	۲۵	٤۵
٤۰	۲۵	۲۰

ش۲

۱/۵	۱/۲۵	۰/۵
۰/۲۵	۱/۲۵	۲/۲۵
۲	۰/۷٦	۱

ش٤

با وفق $\frac{۱۵}{٤}$=۳/۷۵ بدست میآید.

ـ اگرجمله‌های یك تصاعدحسابی را باجمله های متوالی یك مربع وفقی نظیر بنظیر جمع نمائیم مربع تازه ای حاصل خواهد شد.

ـ اگرجمله‌های متوالی دو مربع وفقی را نظیربه نظیر با یکدیگر جمع کنیم باز هم یك مربع وفقی حاصل‌خواهدشد.

ـ در یك مربع وفقی میتوان اعداد واقع در خانه های مختلف را بنحوی تغییرداد که مربع باز هم وفقی باشد.

بنابراین از یك مربع وفقی بتعداد نا محدود مربعهای وفقی دیگر بدست میآید.

محاسبه وفق یك مربع‌وفقیـ اعدادی که خانه‌های مربع وفقی‌را پرمیکند تصاعد حسابی تشکیل میدهند، باین‌معنی که زیادتی هرعدد برعدد ما قبل برابر مقدار ثابت (بنام قدر نسبت) میباشد چنانچه سلسله طبیعی اعداد از۱تا n تصاعدحسابی با قدرنسبت (۱) تشکیل میدهد واعداد۱۲و۱۸و۲٤ و... تصاعد حسابی باقدر نسبت٦ میسازد بنا برآنچهٔ در علم حساب خوانده

---

۱ ـ بدح نام فرشته ایست وچون بحساب ابجد حرف ب برابربا دو و حرف د برابر با ٤ وحرف و برابر ٦ و حرف ح برابر۸ میباشد از این‌جهت ارقام ۲و٤و٦و۸ را ارقام بدوح میگفتند و از جمله عقیده خرافاتیان آن بودکه اگـرپشت پاکت نامـه (یا بدوح یا بجای آن ارقام (۸ـ٦ـ٤ـ۲) را بنویسند نامه حتماً بمقصد رسد.

دنباله مربعهای وفقی

میشود مجموع جملههای یك تصاعد حسابی برابر است با نصف مجموع اولین و آخرین جمله ضرب در تعداد جملهها. در یك مربع وفقی با رتبه n اگر اعداد از ۱ تا n^2 واقع شده باشد مجموع اعداد واقع در تمام خانهها مساویست با $\frac{n^2}{2}(1+n^2)$ و چون مجموع اعداد واقع در خانههای هر ستون یا هر سطر با یکدیگر مساویست و مربع شامل n سطر یا n ستون میباشد بنابراین وفق مربع وفقی رتبه n (یعنی مجموع اعداد یك سطر یا یك ستون) مساویست با $\boxed{\frac{n}{2}(1+n^2)}$ مثلا وفق مربع سه درسه یعنی رتبه ۳ مساویست با $\frac{3}{2}(1+3^2)=15$ و وفق مربع وفقی هشت درهشت برابر است با $\frac{8}{2}(1+8^2)=260$ چنانچه اعداد مربع وفقی بترتیب سلسله طبیعی اعداد نباشد یعنی تصاعدی با قدر نسبت غیر از (۱) تشکیل دهند دراینصورت اگر کوچکترین عدد مربع را به a و بزرگترین آنها را به b نمایش دهیم و n رتبه مربع باشد عده تمام اعداد برابر با n^2 و مجموع تمام اعداد مربع برابر با $\frac{n^2}{2}(a+b)$ بوده در نتیجه مجموع اعداد یك سطر یعنی وفق مربع برابر خواهد شد با $\boxed{\frac{n}{2}(a+b)}$ مثلا اگر اعداد ۱۲ و ۱۶ و ۲۰ و .... ۶۴ را دریك مربع سه درسه قرارداده باشیم و مربع وفقی باشد وفق آن برابر خواهد بود با $\frac{3}{2}(12+64)=84$

تبصره ـ چنانچه کوچکترین عدد از یك تصاعد حسابی و قدر نسبت آن و تعداد جملهها معلوم باشد دراینصورت جمله آخر حساب خواهد شد، اگر جمله اول را به a و تعداد جملهها را به n و قدر نسبت را به d نمایش دهیم جمله آخر برابر خواهد بود با $\boxed{a+(n-1)d}$ مثلا دریك مربع هشت درهشت اعدادی را قرار میدهیم که کوچکترین آنها ۲۵ باشد و عدد بعدی ۳۰ و همینطور هر عدد باندازه ۵ واحد از عدد ماقبل بزرگتر در این صورت بزرگترین عددی که دراین مربع میتوانیم قرار دهیم برابر خواهد بود با $25+(64-1)\times5=340$ و در نتیجه وفق این مربع میشود $\frac{8}{2}(25+340)=1460$ (ناتمام)

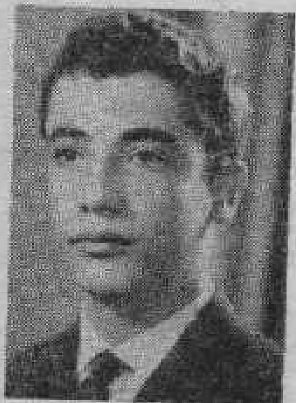
دانشجوی رتبه اول امتحان مسابقه ورودی دانشکده فنی در سال ۱۳۴۲

طبق نامه (۵۱۳۶ـ۴ـ۱۰ر۴۲) دانشکده فنی در امتحان مسابقه ورودی سال ۱۳۴۲ این دانشکده آقای **عبدالحمید جوهرزاده** با معدل ۱۸ر۳۳ رتبه اول را حائز شده است. آقای عبدالحمید جوهرزاده درسال ۱۳۲۳ درشهر **دزفول** متولد شده تحصیلات ابتدائی خود را در **دبستان پهلوی** و تحصیلات متوسطه را در **دبیرستان پهلوی** این شهرستان بپایان رسانده است. در تمام دوران تحصیل با وجود موانع ومشکلاتی که در کار تحصیلی وی وجود داشته همیشه شاگرد رتبه اول بوده است وی علاوه بر تحصیل مجبور بوده است قسمتی از وقت خود را برای تهیه مخارج صرف تدریس خصوصی نماید. بالاخره پس از اتمام تحصیلات چهارم متوسطه از دزفول عازم تهران میشود و موفق میگردد در سالهای پنجم وششم را در **دبیرستان البرز تهران** بتحصیل ادامه دهد و در این دبیرستان در پایان امتحانات متوسطه بین محصلین تمام کلاسهای ششم ریاضی رتبه اول را بدست میآورد.

آقای جوهرزاده اظهار میدارد محبتهائی را که آقای **دکتر مجتهدی** ریاست دبیرستان البرز مدت دوسال تحصیل در این دبیرستان نسبت بوی ابراز داشته است فراموش نخواهد نمود.

دانشجوی ممتاز امتحان مسابقه ورودی رشته ریاضی دانشکده علوم در سال ۱۳۴۲

بنا برنامه (۴۲۲۵ـ۵ـ۱۰ر۴۲) دانشکده علوم در امتحان مسابقه ورودی رشته ریاضی این دانشکده درسال تحصیلی جاری آقای **اسدالله منجمی** دارای رتبه ممتاز شناخته شده است آقای اسدالله منجمی متولد **اصفهان** است و تحصیلات ابتدائی ومتوسطه خود را دراین شهر بپایان رسانده است ششم متوسطه را در **دبیرستان هراتی** اصفهان گذرانده ودراین دبیرستان رتبه اول گردیده است.



حرکت یومی کره آسمانی

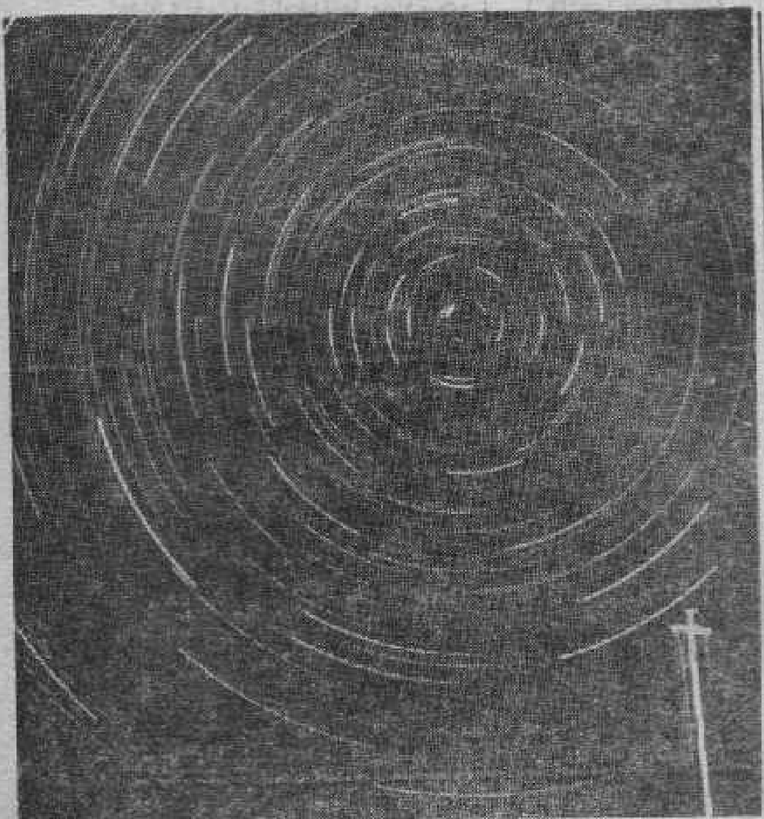
یک قطعه عکس علمی که اولین دفعه در ایران تهیه شده است[1]

آسمان همچون گنبدی بنظر میرسد که بالای زمین واقع شده در روز خورشید درسطح آن طی طریق میکند و در شب ستارگان بیشمار بصورت نقطه های درخشان زینت بخش آن میباشد . درخشندگی ستارگان متفاوت است و پراکندگی آنها در صفحه نیلگون آسمان مناظری بوجود آورده است و اندیشه خیال پرور بشر هر یک از این منظره ها را شکلی همچون اشکال پیرامون خود تصویر نموده و بر آن نامی نهاده است . مجموعه‌ای از ستارگان را دختری تصور نموده که بر تخت نشسته است (ذات‌الکرسی) مجموعه دیگررا زنی به زنجیر شده دانسته (امراة المسلسله) دسته دیگر از کواکب را اژدهائی فرض نموده که درحال حمله است (تنین) و دسته دیگر مردی زانو بر زمین زده تصور شده که حمله اژدها را دفع می‌کند (الجاثی علی رکبتیه) و از این‌قبیل توجه بیشتر و دقیقتر به این اشکال باعث کشفیاتی گردیده و توجیه و بحث در این کشفیات بصورت علمی درآمد بنام علم هیأت .

در علم هیأت در ابتدا آسمان راکره‌ای فرض کردند که زمین مرکز آن بوده و ستارگان مانند میخهای نقره‌ای بر سطح آن نصب شده است و این کره را فلک نام نهادند و اشکال تصوری مجموعه های ستارگان را صورت های فلکی نامیدند .

صورتهای فلکی هنوز هم بهمان نامهای اولیه شناخته میشوند و تعداد آنها ۴۹ عدد میباشد از بین صورت فلکی زودتر از همه میتوان دب اکبر (خرس بزرگ یا هفت برادران) را تشخیص داد و طرفی وضع شده است که باشناسائی دب اکبر سایر صور را میتوان مشخص نمود زیباترین صور فلکی در نیمکره شمالی صورت الجبار (شکارچی) است که درایران اواسط شبهای زمستان در وسط آسمان (بالای‌سر) جلوه نمائی مینماید .

اولین کشفی که با توجه دقیق به صورت های آسمانی حاصل شد حرکت آنها بود . در نظر گرفتن یک صورت در ابتدای شب و تعقیب آن در ساعتهای متوالی حرکت آنرا



حرکت یومی کره آسمانی ـ عکس بتاریخ ۱۵ دیماه ۱۳۴۰ در یزد (عرض جغرافیائی ۵۱° ۳۱° شمالی) بمدت دو ساعت از ستارگان حول قطبی گرفته شده است

واضح میسازد توجه کاملتر به حرکت صورت های مختلف این نتیجه را دادکه فلک یاکره آسمانی حول محوری میچرخدکه مدت آن ۲۴ ساعت[2] میباشد و چون خورشید را هم قرصی درخشان و وصل به فلک تصورمینمودند نتیجه‌گرفتندکه حرکت خورشید نتیجه حرکت فلک بوده و لذا حرکت فلک را حرکت یومی یا حرکت شبانه روزی نامیدند.

امروز میدانیم که ستارگان خودکره هائی هستندکه بفاصله های مختلف از زمین واقع شده‌اند نزدیکترین آنها تا زمین بیش از چهار سال نوری فاصله دارد یعنی نورکه در هر ثانیه سیصد هزارکیلو متر را طی میکند بیش از چهار سال وقت لازم دارد تا فاصله زمین و این ستاره را

۱ـ عکس و مطالب این مقاله برای اولین بار شماره ۴۷ کیهان هفته بچاپ رسیده است.
۲ـ ساعت نجومی

بپیماید وستارگانی هستند که فاصله آنها تازمین میلیاردها سال نوری است اما بازهم درعلم هیأت همه ستارگان را واقع بریک کره فرض میکنند تصوری وخیالی بطوریکه مرکزش مرکز کره زمین بوده و شعاعش آنقدر بزرگ باشد که همه ستارگان داخل آن واقع شوند واین کره را کره آسمانی مینامند :

اگرخطی ازمرکز زمین به یك ستاره وصل کرده امتداد داده شود درنقطه‌ای کره آسمانی راقطع خواهدکرد که این نقطه را تصویرآن ستاره برکره آسمانی مینامند وچون درعلم هیأت فواصل را با واحد درجه اندازه میگیرند اشکالی ندارد بجای ستارگان تصاویرآنهارا منظور بدارند به عبارت ساده همانچه که عموماً آسمان نامیده میشود و درقدیم بآن فلك میگفتند درعلم هیأت کره آسمانی نامیده میشود وحرکت دورانی کره آسمانی را همچنان حرکت یومی مینامند منتهی ثابت میشود که حرکت یومی کره‌آسمانی ظاهریست ونمیتواند حقیقت داشته باشد زیرا ثابت شده‌است که هیچ جسم متحرکی نمیتواند سرعتی بیش ازسرعت نور داشته‌باشد واگر قرارباشد ستارگان باآن فواصل بعید زمین را در۲۴ساعت دوربزنند بایستی‌سرعتی بیش‌ازسرعت نور داشته باشند وچنین امری محال است لذا نتیجه میشود که حرکت کره آسمانی ظاهری بوده ونتیجه حرکت وضعی زمین است بعبارت دیگراز مشاهده حرکت‌آسمانی حرکت وضعی کره زمین معلوم میگردد.

درزمان حاضرازجمله طرق اثبات حرکت آسمانی (در نتیجه حرکت وضعی کره زمین) عکسبرداری ازآسمان در شب میباشد باین ترتیب اگردرشب دوربین عکاسی را بسمت آسمان میزان‌کرده ومدتی دهانه آنرا باز بگذاریم درعکسی‌که ظاهر خواهد شد خطوط کم وبیش روشنی مشاهده خواهد شدکه هریك ازآنها دراثر نور یك ستاره پدیدآمده است یعنی واضح میگردد که ستارگان ثابت نبوده‌اند بعلاوه این خطوط همه منحنی بوده وبسادگی میتوان دریافت که‌کمانهائی‌از دایره‌های متحدالمرکز بوده واندازه‌آنها ازلحاظ درجات بایکدیگرمساویست وبادرنظر گرفتن اندازه این‌کمانها ومدت عکسبرداری مدت لازم برای اینکه ستاره یك دایره کامل رسم کند محاسبه خواهد شد که نتیجه ۲۴ساعت خواهدبود همچنین باتعیین مرکزمشترك کمانها قطب حرکت‌کره آسمانی ودرنتیجه حرکت وضعی‌زمین مشخص میشود. چنانچه هنگام عکسبرداری دوربین رابسمت ستاره قطبی میزان‌کرده باشیم یعنی ازستارگان نزدیك به قطب (که‌آنهارا در اصطلاح هیأت ستارگان حول قطبی میگویند) عکس گرفته باشیم نتایج فوق واضحترمشاهده خواهدشد.

این چنین عکسهائی هنوز درایران گرفته نشده‌است وفقط دریکی دوکتاب هیأت ترجمه اززبانهای خارجی ازگراور متن کتاب مجدداً کلیشه تهیه شده وچاپ‌گشته است اما وضوح لازم را ازدست داده‌است.

اکنون یك‌قطعه عکس‌که اولین دفعه درایران‌گرفته شده است معرفی میگردد.

این عکس از ستارگان حول قطبی بمدت دو ساعت‌گرفته شده‌است واز مشاهده‌آن نتایج زیرحاصل میگردد. خطوط روشنی که دراثر نورستارگان پدیدآمده‌است‌کمانهائی هستند بیك‌اندازه (متساوی‌الدرجه) و دوایرمتحدالمرکزرا مشخص میسازند ستاره قطبی (جدی) کمانی باشعاع خیلی کوچك رسم نموده است پس ستاره قطبی‌قطب نبوده بلکه‌نزدیك بقطب میباشد.

اندازه هریك ازکمانها حدود(۳۰) درجه است بنابراین مدت ۲۴ساعت وقت لازم است برای اینکه هرستاره یك دایره کامل رسم شده‌است بمراتب بیش‌ازتعداد ستارگانی است که‌باچشم غیرمسلح دیده میشود (ممکن‌است بعلت چاپ روی کاغذروزنامه بعضی ازاین خطوط مشاهده نشود).

درگوشه پائین عکس آنتن رادیو که پشت بام نصب بوده است اثرگذاشته است.

نتیجه‌کلی حاصل ازعکسهای فوق چنانچه قبلا اشاره شد وجود حرکت وضعی کره زمین میباشد.

$۱^{۲}=۱$

$۱۱^{۲}=۱۲۱$

$۱۱۱^{۲}=۱۲۳۲۱$

$۱۱۱۱^{۲}=۱۲۳۴۳۲۱$

$۱۱۱۱۱^{۲}=۱۲۳۴۵۴۳۲۱$

$۱۱۱۱۱۱^{۲}=۱۲۳۴۵۶۵۴۳۲۱$

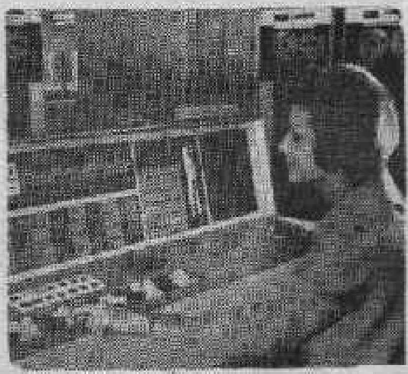
$۱۱۱۱۱۱۱^{۲}=۱۲۳۴۵۶۷۶۵۴۳۲۱$

$۱۱۱۱۱۱۱۱^{۲}=۱۲۳۴۵۶۷۸۷۶۵۴۳۲۱$

$۱۱۱۱۱۱۱۱۱^{۲}=۱۲۳۴۵۶۷۸۹۸۷۶۵۴۳۲۱$

بازی اعداد

کهنه و نو



مسائل لاینحل

ازکتاب خلاصه‌الحساب

شیخ بهائی

....قدوقع للحکماء الراسخین فی هذاالفن مسائل صرفوافی حلها افکارهم ووجهوا الی استخراجها انظارهم وتوصلوا الی کشف نقابها بکل حیلة وتوسلوا الی رفع حجابها بکل وسیلة فما استطاعوا الیها سبیلا ولا وجدوا علیها مرشدا ودلیلا فهی باقیة علی عدم انحلالا من قدیم الزمان الی هذا الان....

قسمتی ازمقدمه ایست که شیخ بهاءالدین محمدبن الحسن العاملی معروف بشیخ بهائی (۹۲۴-۹۹۸ه) درخاتمه کتاب خلاصة الحساب خود بیان نموده است باین مفهوم :

...مسائلی درعلم جبر بر دانشمندان فن عرضه شده است که با وجود بکاربردن اقسام وسایل وحیله‌ها ازحل آنها عاجزمانده‌اند واین مسائل تابامروز (زمان بهائی) لاینحل باقی مانده است...

آنگاه شیخ بهائی هفت مساله ازجمله این مسائل راشرح میدهد که درزیر ابتداء عین عبارت شیخ نقل شده وبعد مساله بصورت جبر معمول امروز بیان میشود.

۱ـ عشرة مقسومة بقسمین اذا زید علی کل جذره وضرب المجتمع فی المجتمع حصل عدد مفروض

مطلوبست حل دستگاه زیر :

$$\begin{cases} x+y=10 \\ (x+\sqrt{x})(y+\sqrt{y})=a \end{cases}$$

۲ـ مجذوراذا زدنا علیه عشرة کان للمجتمع جذر اونقصناها منه کان للباقی جذر.

مطلوبست حل هریك ازمعادلات زیر:

$$x^2+10=\sqrt{a} \quad و \quad x^2-10=\sqrt{b}$$

۳ـ اقر لزید بعشرة الاجذر ما لعمرو ولعمرو بخمسة الاجذر مالزید.

مطلوبست حل دستگاه زیر :

$$\begin{cases} x+\sqrt{y}=10 \\ y+\sqrt{x}=5 \end{cases}$$

۴ـ عدد مکعب قسم بقسمین مکعبین.

مطلوبست تعیین سه عدد z و y و x ازرابطهٔ زیر:

$$x^3+y^3=z^3$$

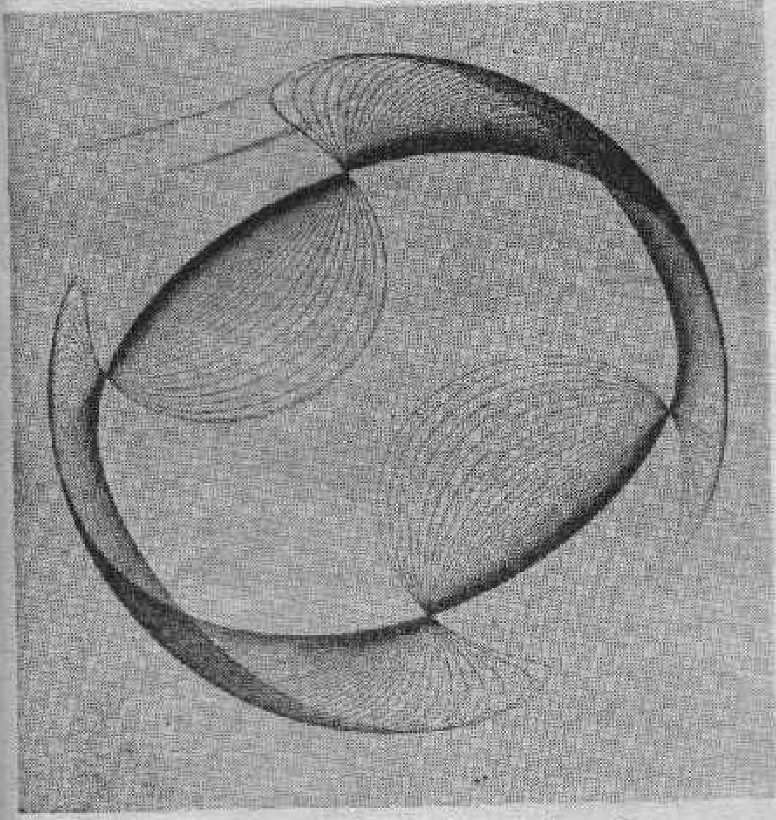
بقیه درصفحه مقابل

ازکتاب زبدة الهیاة

•(دو نکته)•

خواجه نصیرالدین طوسی

اگر سه شخص دربقعه ازبقاع زمین غیر موضعی که درزیر قطبی باشند مجتمع شوند وآنجا یك کس برجانب مغرب برود و بردور زمین بگردد تا ازجانب مشرق با موضع اجتماع آید و یك شخص برجانب مشرق برود وبردورزمین بگردد تا ازجانب مغرب با موضع اجتماع آید و یك شخص برجای اجتماع مقام کند بعدازآن یکدیگرحساب کنند تاچند ←



منحنی که وسیله ماشین الکتریکی (آنالاك ۱۱۰) رسم شده است

روز است تا آنجا برفته‌اند . از آنجه‌مقیم گوید آنکس که بر جانب مغرب رفته باشد یك روز کمتر گوید و آنکس که بر جانب مشرق رفته باشد یکروز بیشتر . وهر سه راست گویند وسبب آنست کـه مغربی را از نصف‌النهار تا نصف‌النهار زیادت از آن باشد که‌مقیم‌را بقدر حرکت او . وآن زیادت دردور شبانروزی شود که بر همه روزها موزع شده‌باشد پس‌در حساب او یکروز کمتر آیدو مشرقی را بعکس یکروز زیادت باشد .

چون ماه‌جرم کثیف صیقلی است و نوراز آن منعکس‌میشود واکثر کره زمین را آب محیط است و این کره هم کثیف است‌و از آب نور منعکس میشود اگر تقدیر کنیم که برسطح ماه‌شخصی باشد‌بقیاس او زمین‌مانند ماه باشد بقیاس باما و ازاو‌نور‌منعکس میشود وبسبب‌حرکت ماه برگرد‌زمین اورا چنان‌نماید که‌زمین گرد او متحرك باشد واشکال مختلف هلالی وبدری وغیر آن‌در یکماه از زمین مشاهده کند الاآنکه بوقت آنکه مارا بـدر است اورا محاق باشد وبرعکس و چـون ماه‌را خسوف بود او را کسوف بود وبرعکس الاآنکه خسوف اورا مکث نبود وکسوفرا مکث بسیار بود وچون روی زمین بعضی‌آب است وبعضی خشك بانعکاس نوراز روی زمین متساوی نباشد پس چنانکه ما بروی ماه محو میبینیم آنکس‌را از زمین‌همچنین نماید و هرچند این معنی محال است امـا تصور امثال این اوضاع ذهـن را مفید باشد که برتخیل هروضع که خواهد قادر باشد واحکام آن وضع بسهولت دریابد .

بقیه مسائل لاینحل

۵ـ عشره مقسومة بقسمین اذاقسمنا کلا منهما علی‌الاخر و جمعنا الخارجین کان المجتمع مساویاً لاحد قسمتی‌العشره

مطلوبست حل دستگاه

$$\begin{cases} x+y=۱۰ \\ \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=x \end{cases}$$

۶ـ ثلث مربعات متناسبة مجموعها مربع

مطلوبست تعیین x و y و z ازروابط زیر :

$$\begin{cases} x^۲:y^۲=y^۲:z^۲ \\ x^۲+y^۲+z^۲=a^۲ \end{cases}$$

۷ـ مجذور اذا زید علیه جذره‌ودرهمان‌او نقص عنه جذره و در همان کان للمجتمع من الزیادة فی الصورة‌الاولی‌اولباقی من‌النقصان‌فی‌الصورت‌الثانیه جذر .

مطلوبست تعیین مقدار x ازهریك ازروابط زیر

۱) $x^۲+x+۲=a^۲$

۲) $x^۲-(x+۲)+b^۲$

آخرین گفتار یك ریاضیدان در دم مرگ

هنگامیکه (بسو Bossut) ریاضیدان فرانسوی در حال احتضاربود اقوامش ویرا احاطه‌کرده وبا ناله‌های‌جانسوز وکلمات تأثرآور ازوی درخواست میکردند که سخنی بگوید‌تا برای‌آخرین‌بار صدایش را بشنوند ولی متأسفانه سعی ایشان بی‌نتیجه‌ماند وناله‌هایشان در حالت «بسو» تأثیری نبخشید .

میرتوئی (Maupertuis) دوست ریاضیدان مزبور که درآن مجلس حاضر بود گفت من‌شما را بمقصود میرسانم‌و به «بسو» نزدیك شد وپرسید دوازده دوازده تا ؟

محتضر جواب داد ۱۴۴ وجان بجان آفرین‌تسلیم کرد .

بازی اعداد

۰×۹+ ۱=۱

۱×۹+ ۲=۱۱

۱۲×۹+ ۳=۱۱۱

۱۲۳×۹+ ۴=۱۱۱۱

۱۲۳۴×۹+ ۵=۱۱۱۱۱

۱۲۳۴۵×۹+ ۶=۱۱۱۱۱۱

۱۲۳۴۵۶×۹+ ۷=۱۱۱۱۱۱۱

۱۲۳۴۵۶۷×۹+ ۸=۱۱۱۱۱۱۱۱

۱۲۳۴۵۶۷۸×۹+ ۹=۱۱۱۱۱۱۱۱۱

۱۲۳۴۵۶۷۸۹×۹+۱۰=۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱

اعزام به فضای ماوراءجو

مسائل ریاضی (حل شده و حل کردنی)

برای دانش آموزان دوره دوم دبیرستان

(مسائل این شماره درحدود برنامه مواد ثلث اول سال تحصیلی تنظیم شده است)

I- جبر برای کلاسهای چهارم طبیعی و ریاضی

۱- عبارت زیر را ساده نمائید:

$$y=\frac{|x|-1}{x^2-1}-\frac{x^2-|x|}{x^2-2|x|+1}$$

حل- دوحالت باید در نظر بگیریم:

حالت اول - x مثبت باشددر اینصورت خواهیم داشت:

$x=|x|$ و عبارت فوق بصورت زیر نوشته شده آن را ساده مینمائیم:

$$y=\frac{x-1}{x^2-1}-\frac{x^2-x}{x^2-2x+1}=\frac{x-1}{(x-1)(x+1)}$$
$$-\frac{x(x-1)}{(x-1)^2}=\frac{1}{x+1}-\frac{x}{x-1}=\frac{x-1-x(x+1)}{x^2-1}$$
$$=\frac{-1-x^2}{x^2-1}=\frac{1+x^2}{1-x^2}$$

حالت دوم - اگر $x<0$ باشد خواهیم داشت:

$|x|=-x$ و درنتیجه:

$$y=\frac{-x-1}{x^2-1}-\frac{x^2+x}{x^2+2x+1}=-\frac{x+1}{(x+1)(x-1)}$$
$$-\frac{x(x+1)}{(x+1)^2}=-\frac{1}{x-1}-\frac{x}{x+1}=$$
$$\frac{-(x+1)-x(x-1)}{x^2-1}=\frac{-1-x^2}{x^2-1}=\frac{1+x^2}{1-x^2}$$

بنابراین درهمه حالات y برابر $\frac{1+x^2}{1-x^2}$ میباشد.

۲- مطلوبست حل معادله (۱) $x+\frac{1}{x}=a$

حل- بنابر اتحاد

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$$

خواهیم داشت:

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=4$$

و بنابراین معادله (۱) نتیجه خواهد شد.

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=a^2-4$$

چنانچه $a^2-4>0$ باشد داریم:

$$x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{a^2-4} \qquad (۲)$$

طرفین معادلهای (۱) و (۲) را عضو به عضو با یکدیگر جمع مینمائیم. معادله $2x=a\mp\sqrt{a^2-4}$ بدست آمده و در نتیجه

$$\boxed{x=\frac{a\pm\sqrt{a^2-4}}{2}}$$

(چنانچه طرفین دو معادله (۱) و (۲) را عضو بعضو از هم کم کنیم همین جواب بدست خواهد آمد).

۳- مطلوبست تعیین مقدار x بفرض

$$x-\frac{1}{x}=\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{x}} \qquad (۱)$$

حل- عبارت طرف چپ رابطه را تجزیه مینمائیم:

$$\left(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{1}{x}}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{x}}\right)=\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{x}}$$

از تقسیم طرفین تساوی بر مقدار مخالف صفر $\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{x}}$ نتیجه میشود:

$\sqrt{x}-\sqrt{\frac{1}{x}}=1$ که چون طرفین را بتوان ۲ برسانیم داریم

$x+\frac{1}{x}-2=1$ یا

$$x+\frac{1}{x}=3 \qquad (۲)$$

مانند مسأله قبل عمل کرده و با توجه به رابطه (۱) که x و همچنین $x-\frac{1}{x}$ مثبت است یک جواب $x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ بدست می آید:

II- جبر برای چهارم طبیعی

۴- عبارت $(3x-4)^2-2(3x-4)(2x+1)+(2x+1)^2$ مفروض است اولا مستقیماً وهمچنین با بسط وساده کردن تحقیق کنید که این عبارت مربع یک دوجملهای که تعیین خواهید کرد میباشد. ثانیاً مقدار عددی عبارت $x^2-10x+25$ را در ازاء $\sqrt{x}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ حساب کنید. ثالثاً مقدار کسر $\frac{x^2-10x+5}{25-x^2}$ را در ازاء $x=\frac{\sqrt{50}}{2}$ تعیین کرده حاصل

را ساده نمائید.

۵ـ اولا عبارت

$$(2x+1)(x-3)+(2x+1)(3x-4)-(2x+1)^2$$

را بحاصلضرب عوامل اول تجزیه کنید . ثانیاً مطلوبست حل معادله

$$(2x+1)(x-3)+(2x+1)(3x-4)=(2x+1)^2$$

ثالثاً ـ کسر زیر را ساده نمائید.

$$\frac{2[(2x-\frac{1}{3})^2-\frac{16}{9}]}{(2x+1)(x-3)+(2x+1)(3x-4)-(2x+1)^2}$$

بازاء چه مقداری از x کسر فوق برابر با صفر میگردد.

III ـ جبر برای سال چهارم ریاضی

۶ـ معلوم کنید که ازسه مقدار

$$\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[5]{2}} \quad \text{و} \quad \sqrt[7]{32}\times\sqrt{2} \quad \text{و} \quad \sqrt[4]{8}$$

کدام کوچکتر و کدام بزرگتر است.

۷ـ حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{(\sqrt[5]{9})^3\times\sqrt[15]{3}\times\sqrt[3]{9}\times\sqrt{12}}{(\sqrt[3]{\sqrt[5]{3}})^2\times\sqrt[5]{27}\times\sqrt{3}}$$

۸ـ مخرج کسر زیر را گویا نموده حاصل را ساده کنید.

$$\frac{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{2}}$$

۹ـ مقدار عبارت $\frac{(x-1)\sqrt{3}}{\sqrt{x^2-x+1}}$ را در ازاء $x=2\pm\sqrt{3}$ حساب کنید.

۱۰ـ معلوم کنید که هریك از رابطه‌های زیر صحیح است یا غلط و اگر غلط است صحیح آنرا بنویسید.

a) $\sqrt{x^2}=x$

b) $\sqrt{a^2-2a+1}=a-1$

c) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=\sqrt{3}-2$

۱۱ـ مطلوبست حل وبحث هریك از معادلهای زیر

a) $\frac{m}{x-2}=\frac{3m-1}{x+1}$

b) $\frac{x-a}{a-b}-\frac{x+a}{a+b}=\frac{2ax}{a^2-b^2}$

۱۲ـ ثابت کنید که اگر $xyz=1$ باشد خواهیم داشت :

$$\frac{x}{xy+x+1}=\frac{y}{yz+z+1}+\frac{z}{zx+z+1}-1$$

۱۳ـ ثابت کنید که اگر $a+b+c=0$ باشد نتیجه خواهد شد :

$$\frac{1}{b^2+c^2-a^2}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+b^2-c^2}=0$$

۱۴ـ تخم مرغ فروشی تعدادی تخم‌مرغ داشت که آنها را درسه دفعه بشرح زیر فروخت. دفعه اول نصف تعداد تخم‌مرغهائی که داشت باضافه نصف یکدانه، تخم‌مرغ دفعه‌دوم نصف تعداد تخم‌مرغهائی که باقیمانده‌بود باضافه نصف‌یکدانه ودفعه‌سوم نصف تعداد بقیه تخم‌مرغها را باضافه نصف یکدانه ودیگر تخم مرغی برایش باقی‌نماند مطلوبست تعداد تخم‌مرغهائی که درابتدا داشته است. (درصورتیکه هیچگاه تخم‌مرغ شکسته معامله نکرده است)

IV ـ متمم حساب برای سال چهارم ریاضی

۱۵ـ ثابت کنید که اگر $\frac{1}{a+b}$ و $\frac{1}{a+c}$ و $\frac{1}{b+c}$ تصاعد حسابی تشکیل دهند a^2 و b^2 و c^2 نیز تصاعد حسابی تشکیل خواهد داد.

۱۶ـ ثابت کنید که اگر x و y و z سه جمله متوالی از یك تصاعد هندسی باشد درازاء مقادیر مختلف عددصحیح n (مثبت منفی یا صفر) خواهیم داشت:

$$(x^n+y^n+z^n)(x^n-y^n+z^n)=x^{2n}+y^{2n}+z^{2n}$$

۱۷ـ دریك تصاعد هندسی مجموع سه جمله متوالی برابر ۲۶ میباشد وچنانچه جمله‌اول را با دوبرابر جمله دوم وسه‌برابر جمله سوم جمع نمائیم ۶۸ حاصل میشود. این تصاعد را مشخص نمائید.

۱۸ـ حاصل‌عبارت زیر را بدست آورید.

$$\log(a^2-1)+\log(b^2-1)-\log[(ab+1)^2-(a+b)^2]$$

۱۹ـ عبارت زیر را ساده کنید.

$$\frac{1}{2}\log 2+\frac{1}{2}\log(2+\sqrt{2})+\frac{1}{2}\log(2+\sqrt{2+\sqrt{2}})+\frac{1}{2}\log(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})$$

V ـ هندسه برای سال چهارم ریاضی وطبیعی

۲۰ـ خط ثابت xy ونقطه ثابت A واقع بر آن مفروض است. دایره متغیر (C) درنقطه A بر xy مماس میباشد.

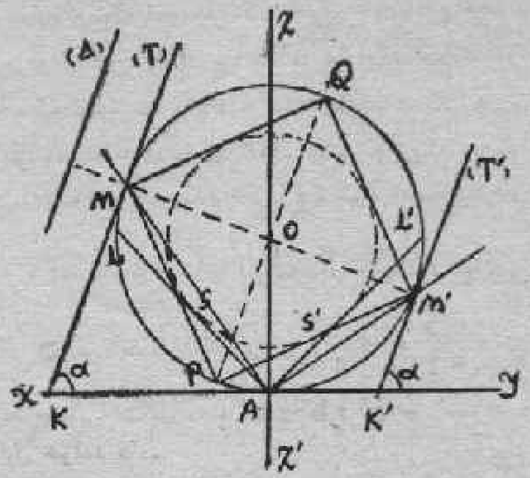
۱ـ مکان‌هندسی نقطه O مرکز دایره را تعیین کنید.

۲ـ بردایره (C) دومماس (T) و (T') در امتداد مفروض Δ رسم میشود مکان هندسی نقاط M و M' نقاط تماس (T) و (T') را با دایره (C) تعیین کنید.

۳ـ قطر PQ ازدایره بموازات Δ رسم میشود مکان‌هندسی نقاط P و Q چیست ؟

۴ـ ثابت کنید چهارضلعی $PMQM'$ مربع‌بوده ودایره محاطی این مربع وقتی که دایره (C) تغییر کند مماس بر دوخط ثابت باقی میماند.

حل-۱) چون مماس بر دایره بر شعاع نقطه تماس عمود است بنابراین مکان هندسی مرکز دایره (C) خط zz' میباشد که



در نقطه A عمود بر xy رسم شده است.

۲- قطر MM' از دایره (C) را عمود بر Δ رسم می‌نمائیم مماسهای T و T' که در نقاط M و M' بر دایره رسم شود با Δ موازی میباشند چنانچه اندازه زاویه Δ را با xy به α نمایش دهیم (که مقداریست ثابت) مماسهای T و T' نیز با xy زاویه‌هائی مساوی با α خواهند ساخت اگر نقاط تقاطع T و T' را با xy بترتیب به K و K' نمایش دهیم مثلث KAM و همچنین K'AM' متساوی‌الساقین بوده زاویه MAy برابر با $\frac{\alpha}{2}$ و زاویه M'Ax برابر با $\frac{\alpha}{2}-90°$ میباشد یعنی خطوط AM و AM' خطوط ثابت میباشند لذا مکان هندسی نقطه M خط ثابتی است که از A گذشته با xy زاویه برابر با $\frac{\alpha}{2}$ میسازد و مکان هندسی نقطه M' خط ثابت AM' میباشد.

۳- زاویه قطر PQ با Z'Z برابر است با زاویه Δ با Z'Z وبرابر خواهد شد با $\alpha-90°$ ودر مثلث متساوی‌الساقین OAP یا OAQ اندازه زاویه OAP یا OAQ ثابت بوده درنتیجه خطوط AP و AQ خطوط ثابت میباشند (مکان هندسی نقاط P و Q).

۴- چهارضلعی PMQM' که دوقطرش مساوی و عمود منصف یکدیگرند مربع میباشد. از A دوخط AS و AS' را مماس بر دایره محاطی این مربع رسم مینمائیم چنانچه نقاط تلاقی این مماسها را با دایره (C) L و L' بنامیم وترهای AL و AL' و PM که از مرکز دایره یک فاصله‌اند متساوی‌الطول میباشند. درنتیجه اندازه کمان AL وهمچنین AL' برابر ۹۰° بوده و نتیجه خواهد شد که خطوط AS و AS' با Z'Z زاویه ۴۵° ساخته و خطوط ثابت میباشند.

۴۱- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC محاط در دایره O مفروض است از نقطه M واقع بر کمان حاده AC دو وتر MN و MP را بترتیب موازی با اضلاع AB و AC رسم میکنیم.

اگر M بر کمان AC حرکت کند:

۱- ثابت کنید که اندازه زاویه PMN برابر با یکی از دومقدار ثابت که تعیین میکنید خواهد بود و وتر PN همواره بر یک دایره ثابت مماس میباشد.

۲- ثابت کنید نیمساز زاویه MNP همواره از یک نقطه ثابت میگذرد.

۳- نقطه M را چنان تعیین کنید که مثلث MNP قائم‌الزاویه باشد.

۴- نقطه M را چنان تعیین کنید که زاویه MPN دو برابر زاویه MNP باشد.

۵- اگر طول ضلع مثلث ABC برابر با a باشد شعاع دایره محیطی آن وفاصله وتر NP را از مرکز دایره برحسب a تعیین کنید.

VI- هندسه برای چهارم ریاضی

۴۲- مربع ABCD بضلع a مفروض است اوساط اضلاع AB و BC و CD و DA را بترتیب K و L و M و N مینامیم ربع دایره بمرکز A وبشعاع AB خطوط NL و KM را در نقاط E و F قطع میکند.

۱- ثابت کنید خطوط AE و AF زاویه A از مربع را به سه قسمت متساوی تقسیم میکنند.

۲- اگر امتداد DF ضلع BC را در G قطع کند رابطه $\overline{DG}^2 = 2\overline{BD}^2$ را ثابت کنید.

۳- طولهای KF و FM و BG و DF را برحسب a حساب کنید.

۴- نسبتهای مثلثاتی زاویه CDG را تعیین کنید.

۴۳- دو دایره متخارج O و O' مفروض است از نقطه M واقع بر دایره O مماسهای MT و MT' را بر دایره O' رسم میکنیم.

۱- M در چه نقطه از دایره O انتخاب شود که طول مماس MT می‌نیمم (حداقل مقدار ممکن) یا ماکزیمم (حداکثر مقدار ممکن) باشد.

۲- ثابت کنید که زاویه TMO' ماکزیمم است وقتی که طول MT مینیمم باشد و مینیمم است وقتی که طول MT ماکزیمم باشد.

۳- بفرض اینکه شعاع دایره O برابر 2a وشعاع دایره O' برابر با a وطول خط‌المرکزین دو دایره برابر با 4a باشد زاویه TMO' درحالت ماکزیمم برابر با چند درجه بوده و درحالت مینیمم نسبتهای مثلثاتی آن چقدر است؟

VII- جبر برای کلاس پنجم طبیعی وریاضی

۴۴- نقطه A(۱و۱) مفروض است.

۱- نقطه B را درربع دوم محورهای مختصات چنان تعیین کنید که اختلاف طول دو نقطه A و B برابر با ۳ واحد بوده

طول قطعه خط AB برابر با ۵ واحد باشد .

۲ـ اگر M نقطه وسط AB و H تصویر B برمحور $x'x$ باشد معادله خط Δ را بنویسید که از B گذشته با خط MH موازی باشد .

۳ـ بر خط Δ نقطه C بعرض (۱ـ) را تعیین کرده معادله خط AC را بنویسید .

٤ـ از نقطه A عمود AK را بر BC رسم مینمائیم معادله AK را بدست آورده مختصات نقطه K و مساحت مثلث $\overline{ABC}$ را حساب کنید .

۵ـ برخط Δ نقطه P را چنان تعیین کنید که خط AP با محور $x'x$ زاویه $135°$ بسازد .

حلـ ۱ـ داریم $|x_A - x_B| = 3$ ودر نتیجه $x_a - x_B = \pm 3$ یا $x_B = x_A \pm 3 = 1 \pm 3$ وبرای x_B دو جواب ۲ـ و ٤ بدست میآید $x_B = -2$ قابل قبول است و فرض میکنیم $B(-2, y)$ داریم

$$AB = \sqrt{(x^A - x^B)^2 + (y^A - y^B)^2}$$

یا

$$5 = \sqrt{(1+2)^2 + (1-y)^2}$$

$$25 = 9 + (1-x)^2 \text{ یا } 1 - y = \pm 4$$

$$y = -3 \text{ و } 5$$

که جواب $y = 5$ قابل قبول است پس $B(-2, 5)$

$$M \begin{cases} x = \dfrac{y^A + x^B}{2} = \dfrac{1-2}{2} = -\dfrac{1}{2} \\[2ex] y = \dfrac{y^A + y^B}{2} = \dfrac{1+5}{2} = 3 \end{cases} \text{ و } H\left|\begin{matrix} -2 \\ 0 \end{matrix}\right.$$

چون خط Δ با خط MH موازیست پس ضریب زاویه Δ مساویست با ضریب زاویه MH یا

$$m_{MH} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{-\frac{1}{2} + 2} = 2 \text{ و } m\Delta = 2$$

معادله خط Δ با معلوم بودن مختصات یك نقطه وضریب زاویه مینویسیم .

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ یا } y - 5 = 2(x+2)$$

$$(\Delta): y = 2x + 9$$

۳ـ در معادله Δ درازاء $y = -1$ مقدار x یعنی طول نقطه C را تعیین میکنیم $C(-5, -1)$ و معادله خط AC را با معلوم بودن مختصات دو نقطه بدست میآوریم .

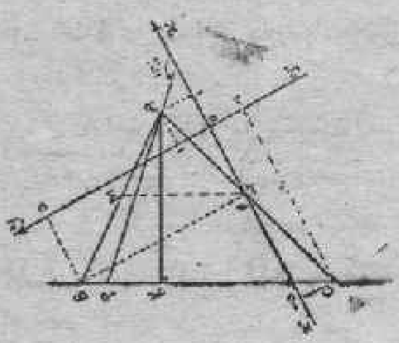
$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ یا } \frac{y-1}{x-1} = \frac{-1-1}{-5-1} = \frac{1}{3}$$

$$(AC): y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

٤ـ داریم $m_{AK} \cdot m_{BC} = -1$ و از روی معادله BC یا Δ معلوم میشود که $m_{BC} = 2$ پس $m_{AK} = -\frac{1}{2}$

و معادله AK را مینویسیم

$$y - y_1 = m(y - y_1) \quad y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)$$



$$(AK): y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$$

$$K \begin{cases} (BC): y = 2x + 9 \\ (AK): y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$2x + 9 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{ یا } 5x = -15 \text{ و } x = -3 \text{ و } y = 3$$

$$K(-3, 3)$$

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot AK}{2}$$

$$BC = \sqrt{(-2+5)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$AK = \sqrt{(1+3)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$S = \frac{3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{2} = 15 \quad \text{واحد سطح}$$

۵ـ ضریب زاویه خطی که با محور $x'x$ زاویه $135°$ میسازد مساویست با $tg\,135 = -1$ ومعادله با خط با ضریب زاویه ۱ـ را مینویسیم که از A گذشته باشد ومعادله حاصل را با معادله Δ حل نموده مختصات P را بدست میآوریم .

$$(AP): y - 1 = -(x - 1) \qquad y = -x + 2$$

$$P \begin{cases} y = 2x + 9 \\ y = -x + 2 \end{cases} \quad P\left(-\frac{7}{3}, \frac{13}{3}\right)$$

۳۵ـ دریك دستگاه محورهای مختصات متعامد چهار نقطه $A(6, 0)$ $B(0, 3)$ و $C(-3, 3)$ و $D(-6, 6)$ مشخص شده است .

۱ـ معادله خط AB را بنویسید .

۲ـ از O مبداء مختصات عمود OH را بر AB رسم میکنیم

معادله OH را بدست آورید .

۳ـ معادلات خطوط AC و BD را نوشته مختصات M نقطه تلاقی آنها را تعیین کنید و تحقیق نمائید که M بر OH واقع است .

۴ـ مساحت چهارضلعی ABCD را حساب کنید .

۳۶ ـ نقطه $A(1, 5)$ و Δ بمعادله $y=2x-2$ مفروض است .

۱ـ نقطه A را درصفحه محورهای مختصات مشخص کرده خط Δ را رسم کنید .

۲ـ از A عمود AB را برخط Δ رسم میکنیم معادله AB را نوشته مختصات نقطه B را بدست آورید .

۳) از A خطی موازی Δ رسم میکنیم تا محور $y'y$ را در نقطه D قطع کند معادله خط AD را نوشته مختصات نقطه D را حساب کنید .

۴ـ برخط Δ نقطه C را بطول (۱−) تعیین نموده معادله خط CD را بنویسید .

۵ـ مساحت ذوذنقه قائم ABCD را حساب کنید .

III ـ برای کلاس پنجم ریاضی

۳۷ـ بفرض اینکه a و b مختصات یك نقطه مانند M از صفحه باشد در ازاء نواحی مختلفی که $M(a, b)$ را اختیار میکند درو جود و علامت ریشه‌های معادله زیر بحث کنید .

$$x^2-2(a-b)x+a^2+2ab=0$$

حل ـ

$$\Delta'=(a-b)^2-a^2-2ab=b^2-4ab=b(b-4a)$$

نمایش هندسی $b=0$ و $b-4a=0$ را درصفحه محورهای مختصات رسم میکنیم (خطوط $x'x$ و $u'u$) و علامت هریك از دو مقدار b و $b-4a$ را در ازاء مختصات نقاط ناحیه‌های مربوطه تعیین مینمائیم و بالنتیجه بازاء مختصات نقاط ناحیه‌های xou و $x'ou'$ علامت Δ منفی و در دو ناحیه uox' و $u'ox$ علامت Δ مثبت میباشد .

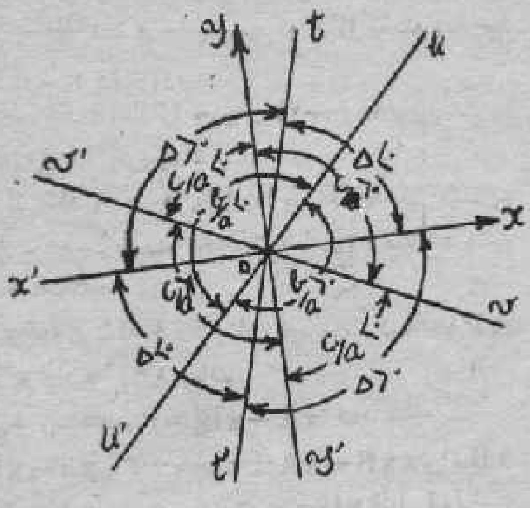
$$\frac{c}{a}=a^2+2ab=a(a+2b)$$

خطوط $y'y$ و $v'v$ نمایش هندسی $a=0$ و $a+2b=0$ را رسم کرده در ناحیه‌های حاصل علامت $\frac{c}{a}$ را معین مینمائیم .

$$-\frac{b}{a}=2(a-b)$$

وخط $t't$ نمایش هندسی $a-b=0$ را رسم نموده علامت $-\frac{b}{a}$ را در دو ناحیه آن معین میکنیم .

طبق جدول زیر بحث معادله را نتیجه میگیریم



ناحیه	xou	uot	toy	yov	vox'	x'ou'	u'ot'	t'oy'	y'ov'	v'ox
Δ	−	−	+	+	+	−	−	+	+	+
c/a	+	+	+	−	+	+	+	+	−	+
−b/a	+	−	−	−	−	−	+	+	+	+
نتیجه	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

۳۸ـ خط متغیر Δ بمعادله $(4m+2)x-(3m+1)y-2=0$ مفروض است.

۱ـ ثابت کنید که در ازاء جمیع مقادیر m خط Δ بر یك نقطه ثابت A میگذرد .

۲ـ فاصله مبداء مختصات را از Δ برحسب m حساب کرده و مقدار m را چنان معلوم کنید که این فاصله ماکزیمم باشد. یك جواب برای m بدست خواهد آمد تحقیق کنید خط Δ که در ازاء این مقدار m بدست میاید بر OA عمود است. (تعبیر هندسی)

۳ـ در ازاء $m=-\frac{11}{25}$ معادله Δ بصورت $6x+8y-50=0$ درمیآید بر این خط نقطه A بطول ۳ را انتخاب میکنیم .

الف ـ نقطه B را برخط اخیر چنان تعیین کنید که عمود منصف قطعه خط AB نیمساز ربع دوم محورهای مختصات رادر نقطه بطول $-\frac{25}{14}$ تلاقی نماید .

ب ـ بفرض $B(-1, 7)$ قرینه نقطه A را نسبت بخط OB بدست آورید و C بنامید و تحقیق کنید که B نیز قرینه O نسبت به AC بوده و چهارضلعی ACOB مربع میباشد .

ج ـ با مفروضات قسمتهای قبل نقطه P را بر Oy'

چنان تعیین کنید که مثلث PAB با مربع ABCO معادل باشد و در اینحال تانژانت زاویه APB را تعیین کنید.

۲۹ـ معلوم کنید M(a و b) در چه ناحیه از صفحه محورهای مختصات واقع باشد تا تابع

$$y=x+\sqrt{(2a+b)x^2+2(a-b)x+b}$$

در ازاء جمیع مقادیر x معین باشد.

۳۰ـ با استفاده از مشتق. از بین مربعهائی که میتوان در مربع مفروض بضلع a محاط نمود آنرا تعیین کنید که مساحتش مینیمم باشد.

۳۱ـ در مربع مستطیل ABCD بابعاد a و b متوازی‌الاضلاع KLMN را چنان محاط میکنیم که اضلاعش با اقطار مستطیل موازی میباشد و K بر AB واقع است اگر $AK=x$ فرض شود مقدار x را چنان معلوم کنید که مساحت متوازی‌الاضلاع ماکزیمم باشد.

۳۲ـ شخصی مختار است که زمین مستطیل شکلی بمساحت ۶۴ آر انتخاب کند ابعاد زمین را چگونه اختیار کند که خرج دیوارکشی دور آن حداقل ممکن باشد.

IX ـ مثلثات برای کلاسهای پنجم طبیعی و ریاضی

۳۳ـ x کمانی است حاده و $\cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ اولا $\cos 4x$ را حساب کنید ثانیاً اندازه کمان x را تعیین کنید.

حل ـ اولا:

$\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1$ و $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$$\cos 2x = 2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2 - 1 = \frac{2(6-2\sqrt{5})}{16} - 1 = \frac{-\sqrt{5}-1}{4}$$

$$\cos 4x = 2\left(\frac{-\sqrt{5}-1}{4}\right)^2 - 1 = \frac{2(6+2\sqrt{5})}{16} - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

ثانیاً ـ ملاحظه میکنیم که $\cos 4x = \cos x$ در نتیجه

$4x \pm x = 2K\pi$ و $x=\frac{2K\pi}{3}$ و $\frac{2K\pi}{5}$

وچون x کمان حاده میباشد فقط یک جواب

$x=\frac{2\pi}{5}=72^\circ$ برای آن بدست میاید

۳۴ـ مطلوبست تعیین مقدار

$y=\frac{1+2\sqrt{x(1-x)}}{2x-1}$ در ازاء $x=\cos^2 a$ $(0<a<\pi)$

$$y=\frac{1+2\sqrt{\cos^2 a(1-\cos^2 a)}}{2\cos^2 a-1}=\frac{1+2\sqrt{\cos^2 a\sin^2 a}}{\cos 2a}$$

$$y=\frac{1+2|\cos a\sin a|}{\cos 2a}$$

دو حالت در نظر میگیریم : اولا چنانچه a حاده باشد در اینصورت :

$|\cos a\sin a| = \cos a\sin a$

$$y=\frac{1+2\cos a\sin a}{\cos^2 a-\sin a}=\frac{\cos^2 a-\sin^2 a+2\cos a\sin a}{(\cos a-\sin a)(\cos a+\sin a)}$$

$$y=\frac{(\cos a+\sin a)^2}{(\cos a-\sin^2 a)(\cos a+\sin a)}=\frac{\cos a+\sin a}{\cos a-\sin a}$$

ثانیاً ـ a منفرجه باشد دراینصورت

$|\cos a\sin a| = -\cos a\sin a$ و

$$y=\frac{1-2\cos a\sin a}{\cos^2 a-\sin^2 a}=\frac{(\cos a-\sin a)^2}{(\cos a+\sin a)(\cos a-\sin a)}$$

$$y=\frac{\cos a-\sin a}{\cos a+\sin a}$$

۳۵ـ بفرض اینکه داشته باشیم.

$$tg\,x=\frac{\sqrt{1+y}+\sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y}-\sqrt{1-y}}$$

و $-1<y<1$ و $y\neq 0$ ثابت کنید که $y=\sin 2x$

۳۶ ـ بفرض $(1+a\cos x)(1-a\cos x)=1-a^2$

و ($a\neq 0$ و 1) ثابت کنید که :

$$\frac{tg^2\frac{x}{2}}{tg^2\frac{y}{2}}=\frac{1+a}{1-a}$$

۳۷ـ ثابت کنید که:

$$\frac{1}{\cos 10^\circ}-\frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}=4$$

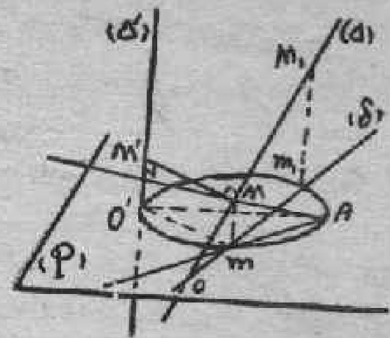
۳۸ـ ثابت کنید که عبارت زیر مربع کامل میباشد.

$2(1+\sin x)(1+\cos x)$

X ـ هندسه برای کلاس پنجم ریاضی

۳۹ـ دو خط متنافر (Δ) و (Δ') و نقطه A واقع در خارج آنها مفروض است. از نقطه A خطی مانند (D) چنان رسم کنید که (Δ) را در M قطع کند بطوریکه MM' عمود مرسوم از M بر (Δ') عمود مشترک دو خط (D) و (Δ') باشد.

حل ـ چنانچه مسأله را حل شده فرض کرده و بر نقطه A صفحه P را بگذرانیم که در نقطه O' بر خط (Δ') عمود باشد و تصاویر قائم (Δ) و (D) و M را بر صفحه P بترتیب (δ) و (d) و M' بنامیم زاویه AMM' قائمه بوده وچون ضلع M و M' از آن با صفحه P موازیست پس تصویر این زاویه بر صفحه P یعنی زاویه AMO'



نیز قائمه میباشد در نتیجه m نقطه تلاقی دایره بقطر $O'A$ باخط (δ) میباشد. بنابراین برای حل مسأله ابتدا صفحه P ودایره بقطر $O'A$ رادرآن رسم میکنیم:

اولا- اگراین دایره خط (δ) تصویر (Δ) رابرصفحه P در دونقطه m و m' قطع کند وازاین دونقطه عمودهائی برصفحه P اخراج کنیم تا Δ را درنقاط M و M_1 قطع نماید خطوط AM و AM_1 جوابهای مسأله خواهدبود.

ثانیاً- اگردایره بقطر $O'A$ بر (δ) مماس شود دراینصورت مسأله فقط یك جواب خواهد داشت وآن خطی است که از A عمود بر صفحه P یعنی موازی با (Δ') رسم میشود.

ثالثاً- اگر دایره بقطر $O'A$ خط (δ) راقطع نکند مسأله جواب نخواهد داشت.

۴۰- ثابت کنید درهر کنج سه‌وجهی سه نیمساز زاویه‌های خارجی دوبدوی یالهادریك صفحه واقعند.

۴۱- پنج نقطه A و B و C و D و E غیرواقع دریك صفحه مفروض است وسط قطعه خطی که دونقطه ازاین پنج نقطه رابیکدیگر وصل میکند به I ونقطه تلاقی میانه‌های مثلثی را که ازسه نقطه دیگر تشکیل میشود به G نمایش میدهیم. چنانچه کلیه ترتیبهائی را که ممکن است اختیار نمائیم:

۱) - تعیین کنید چند خط امثال خطوط IG خواهیم داشت.

۲)- ثابت کنید که همه خطوط امثال IG ازیك نقطه ثابت خواهد گذاشت.

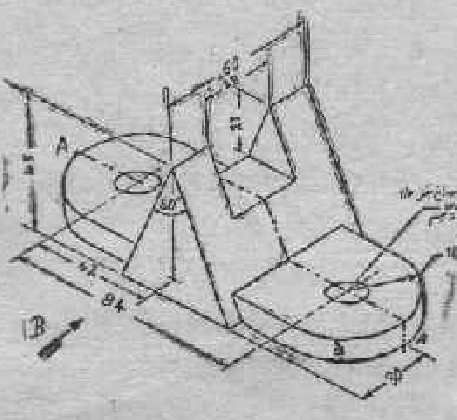
۴۲- دوخط متنافر (Δ) و (Δ') وصفحه P ماربر (Δ) وموازی با (Δ') مفروض است. مکان هندسی نقاطی ازصفحه P راتعیین کنید که مجموع مربعات فواصل آنها ازدوخط (Δ) و (Δ') برابر مقدار ثابت K^2 باشد.

۴۳- خط ثابت (D) ونقطه ثابت O واقع درخارج آن مفروض است AB قطعه خطی است باطول ثابت که برروی (D) میلغزد. وضعی از AB را تعیین کنید که درازاء آن مجموع طولهای $OA+OB$ می‌نیم باشد.

۴۴- دوخط متنافر Δ و Δ' مفروض است قطعه خط AB بطول ثابت بر Δ میلغزد وفرض میکنیم A' و B' بترتیب تصاویر قائم A و B روی Δ' باشد. وضعی از AB را تعیین کنید که $AA'+BB'$ می‌نیم باشد.

XI- رسم فنی برای کلاس پنجم ریاضی

۴۵- مطلوبست رسم تصاویر مقطع AA قائم، افقی ونیمرخ شکل زیر (واحد میلیمتر مقیاس $\frac{1}{1}$)



XII- جبر ومثلثات برای کلاس ششم طبیعی

۴۶- معادله دایره‌ای رابنویسید که مرکزش $C(3, -2)$ بوده و بر دایره بمعادله $x^2+y^2+2x-2y-2=0$ مماس باشد.

حل- داریم:

$$x^2+y^2+2x-2-2y=0$$

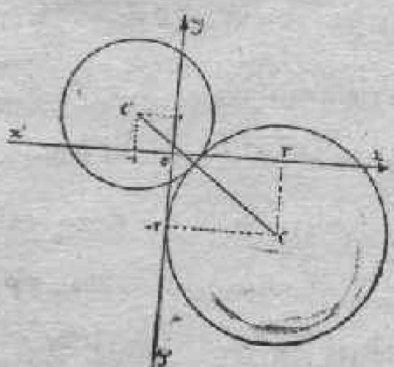
یا

$$(x+1)^2+(y-1)^2=4$$

ومعادله دایره ایست بامرکز $C'(-1, 1)$ وبشعاع $R'=2$

این دایره را (C') ودایره مطلوب را (C) مینامیم. دردودایره مماس طول خط المرکزین یامساویست بامجموع دوشعاع (مماس خارج) ویا مساویست با تفاضل دوشعاع (مماس داخل). طول خط المرکزین دودایره عبارتست از:

$$C'C=\sqrt{(3+1)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{25}=5$$



و از طول شعاع دایره (C') بزرگتر است پس دو دایره مماس خارج میتوانند باشند و $R=CC'-R'=5-2=3$ و معادله (C) عبارت خواهد شد از

$$(x-3)^2+(y+2)^2=9$$

یا

$$x^2+y^2-6x+4y+4=0$$

۴۸- مطلوبست حل معادله

$$1+\sin 2x+\cos 2x=\sin x+\cos x$$

و تعیین جوابهای بین صفر و 2π از آن.

حل- میدانیم

$$\sin 2x=2\sin x\sin x \quad \text{و} \quad \cos 2x=2\cos^2 x-1$$

پس طرف اول معادله بصورت

$$1+2\sin x\cos x+2\cos^2 x-1=2\sin x\cos x+2\cos^2 x$$

نوشته میشود:

$$2\sin x\cos x+2\cos^2 x=\sin x+\cos x$$

$$2\cos x(\sin x+\cos x)=\sin x+\cos x$$

$$(\sin x+\cos x)(2\cos x-1)=0$$

$$\sin x+\cos x=0$$

$$\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\cos x}=0 \quad \text{یا} \quad tg\,x+1=0$$

$$tg\,x=-tg\frac{\pi}{4}=tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) \qquad \boxed{x=K\pi-\frac{\pi}{4}}$$

$$2\cos x-1=0$$

$$\cos=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3} \qquad \boxed{x=2K\pi\pm\frac{\pi}{3}}$$

و در فاصله $(0\text{ و }2\pi)$ جوابهای $\frac{3\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$ برای x بدست می‌آید.

۴۹- مطلوبست حل معادله

$$\cos 2x-\cos x-\sin^2 x+1=0$$

۵۰- معادله زیر را حل کرده جوابهای بین صفر و 2π از آن را حساب کنید.

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+2x\right)}=2-\sqrt{3}$$

۵۱- مطلوبست تعیین مقادیری از x واقع بین $(0\text{ و }2x)$ که در ازاء آنها مشتق تابع زیر برابر با صفر میگردد.

$$y=\cos x+\cos 2x+\frac{\cos 3x}{3}$$

۵۲- تابع $y=4x^3-2x^2-3x+1$ مفروض است

۱) تحقیق کنید که منحنی (C) نمایش تابع محور $x'x$ را در یك نقطه بطول ۱ و در دو نقطه دیگر که مختصات آنها را تعیین خواهید کرد قطع میکند.

۲) جدول و منحنی (C) نمایش تغییرات تابع را رسم کنید (واحد ۳ سانتیمتر).

۳) اگر M نقطه نظیر ماکزیمم و N نقطهٔ نظیر مینیمم تابع باشد مختصات نقطه P وسط MN را تعیین کرده تحقیق کنید که نقطه P برمنحنی (C) قرار دارد.

۴) معادله مماس برمنحنی (C) را در نقطه P بدست آورده آنرا در همان شکل منحنی (C) رسم کنید.

۵) از روی شکل منحنی (C) معلوم کنید که معادله $8x^3-4x^2-6x+3=0$ دارای چند ریشه است و علامت ریشه‌های آن چیست.

۵۳- مطلوبست تعیین معادله دایره‌ای که محور $x'x$ را در نقطه بطول ۲ قطع کرده و در نقطه بعرض ۴ برمحور $y'y$ مماس باشد.

۵۴- دایره (C) بمعادله $x^2+y^2-8x=0$ و نقطه $P\begin{vmatrix}5\\-1\end{vmatrix}$ مفروض است.

۱) دایره (C) رسم کنید.

۲) معلوم کنید خط (Δ) که نقطه P را بمرکز دایره وصل میکند با محور $x'x$ زاویه چند درجه میسازد.

۳) مختصات نقاط M و N نقاط تلاقی خط (Δ) را با دایره (C) تعیین کنید.

۴) ضریب زاویه مماس بر دایره (C) را در یکی از نقاط M یا N بدست آورید.

XIII - جبر برای کلاس ششم ریاضی

طریقه تازه‌ای برای تعیین مرکز تقارن و تعیین معادله محور تقارن موازی یا غیرموازی با محورهای مختصات بعضی از انواع منحنی‌ها

اگر خطی مانند (Δ) محور تقارن یك منحنی (C) باشد هرخط عمود بر (Δ) که منحنی (C) را در دو نقطه قطع کند نقطه وسط وتر حاصل بر (Δ) واقع خواهد بود. برعکس اگر یك خط غیر مشخص (Δ') منحنی را در دو نقطه قطع کرده مکان هندسی اوساط وترهای حاصل خطی باشد عمود بر (Δ') این خط محور تقارن منحنی خواهد بود.

معادله خط (Δ') را $x=ax+b$ و معادله منحنی (C) را بصورت $f(x,y)=0$ در نظر گرفته و فرض میکنیم $f(x,y)$ نسبت به x و y از درجه دوم باشد نقاط تقاطع خط (Δ') و منحنی (C) عبارتست از جوابهای دستگاه.

$$f(x\ \text{و}\ y)=0$$

$$y=ax+b$$

و با حذف y بین دو رابطه معادله درجه دوم $f(x\ \text{و}\ ax+b)=0$ بدست میاید که ریشه‌های آن طولهای نقاط تقاطع خط و منحنی میباشد چنانچه نقاط تقاطع را با M و N نمایش دهیم طول و از روی آن عرض نقطه P وسط MN بسادگی بدست میاید و خواهیم داشت :

$$P\begin{cases} x=\varphi(a\ \text{و}\ b) \\ y=\psi(a\ \text{و}\ b) \end{cases}$$

فرض میکنیم a ثابت باشد و بین x و y نقطه P پارامتر b را حذف مینمائیم در نتیجه یک رابطه درجه اول نسبت به x و y و شامل پارامتر a بدست میاید که عبارتست از معادله خط مکان هندسی اوساط نقاط M و N وقتی که خط (Δ') بموازات خود حرکت کند .

۱) چنانچه در ازاء جمیع مقادیر a این خط از نقطه ثابتی مانند ω بگذرد نقطه ω مرکز تقارن منحنی (C) خواهد بود .

۲) چنانچه این خط را عمود بر خط $y=ax+b$ اختیار کنیم یعنی ضریب زاویه آنرا که برحسب a است مساوی $-\frac{1}{a}$ قرار دهیم مقادیری از a بدست میاید که در ازاء آن خط مزبور محور تقارن منحنی خواهد بود .

تبصره ـ هنگامی که منحنی دارای محور تقارن موازی محور $y'y$ باشد ضمن محاسبات باید ریشه $a=\mp\infty$ معادله مزبور را در نظر داشت .

چند مثال :

۵۵ـ مطلوبست تعیین مختصات مرکز تقارن و معادله محور تقارن منحنی نمایش هندسی تابع $y=\frac{x+1}{x-1}$

حل ـ

$$\begin{cases} y=\frac{x+1}{x-1} \\ y=ax+b \end{cases} \qquad \frac{x+1}{x-1}=ax+b$$

پس از اختصار معادله زیر بدست میاید .

$$ax^2-(a-b+1)x-b-1=0$$

نصف مجموع ریشه‌ها عبارتست از طول P و عرض آنرا با قراردادن مقدار x در معادله $y=ax+b$ بدست میآوریم خواهیم داشت :

$$P\left(x=\frac{a-b+1}{2a}\ \text{و}\ y=\frac{a+b+1}{2}\right)$$

از رابطه طول P مقدار b را بدست میآوریم :

$b=-2ax+a+1$ و چون این مقدار را در رابطه عرض P قرار دهیم نتیجه میشود .

$$y=-ax+a+1 \qquad (1)$$

۱) اگر معادله (۱) را نسبت به a مرتب مینمائیم :

$a(x-1)+y-1=0$ که در ازاء $x=1$ و $y=1$ به a بستگی نخواهد داشت پس $\omega(x=1\ \text{و}\ y=1)$ مرکز تقارن منحنی است .

۲) معادله (۱) یک خط را مشخص میکند با ضریب زاویه $-a$ برای اینکه این خط بر خط $y=ax+b$ عمود باشد باید $-a\cdot a=-1$ باشد و در نتیجه $a=\pm1$ بدست آمده و در ازاء این مقادیر a معادله (۱) بصورت $\boxed{y=-x+2}$ و $\boxed{y=x}$ در میاید که معادلات محورهای تقارن منحنی میباشد .

۵۶ـ معلوم کنید آیا منحنی (C) نمایش تغییرات تابع $y=x+1\pm\sqrt{4x+1}$ دارای مرکز یا محور تقارن میباشد یا نه .

حل ـ چنانچه y را مساوی $ax+b$ قرار دهیم پس از اعمال لازم و اختصار خواهیم داشت :

$$(a^2-2a+1)x^2-2(a+b+1-ab)x+b^2-2b=0$$

و مانند مسأله قبل مختصات P را حساب میکنیم .

$$P\begin{cases} x=\frac{a+1}{(a-1)^2}-\frac{b}{a-1} \\ y=\frac{a(a+1)}{(a-1)^2}-\frac{b}{a-1} \end{cases}$$

و پس از حذف b خواهیم داشت : $y=x+\frac{a+1}{a-1}$

۱) معادله اخیر در ازاء مقادیر مختلف a در امتداد ثابت حرکتی یعنی نقطه ثابت ندارد لذا منحنی (C) دارای مرکز تقارن نیست .

۲) ضرایب زاویه خط با معادله اخیر برابر است با ۱ و وقتی بر خط بمعادله $y=ax+b$ عمود است که $a=-1$ باشد در نتیجه خط بمعادله $\boxed{y=x}$ محور تقارن منحنی است .

۵۷ـ منحنی بمعادله $y^2-4xy+3x^2+1=0$ دارای یک مرکز و دو محور تقارن میباشد آنها را مشخص کنید .

[**جواب :** $O(0\ \text{و}\ 0)$ مرکز تقارن و $y=\frac{1\pm\sqrt{5}}{4}x$ معادلات محورهای تقارن]

۵۸ـ ثابت کنید که منحنی بمعادله $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ یک مرکز تقارن و بتعداد

تامحدود محور تقارن‌دارد مختصات مرکز تقارن و معادله کلی محور تقارن آنرا بدست آورید. (تعبیر هندسی)

مسائل حل کردنی

۵۹ـ ثابت کنید که در ازاء همه مقادیر m خط بمعادله $y=8m-4x$ برمنحنی نمایش تابع $y=x^3-2(2-m)x^2-8mx$ مماس است. معادله مکان هندسی نقطه تماس را معلوم کنید ومقدار m را چنان تعیین کنید که نقطه تماس مرکز تقارن منحنی باشد ودراین حالت خط ومنحنی را در یکدستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

۶۰ـ تابع $y=x^4-6x^2$ مفروض است.

۱) منحنی (C) نمایش هندسی آنرا رسم کنید.

۲) اگر M نقطه عطف منحنی باطول مثبت باشد معادله خط (Δ) مماس برمنحنی را درنقطه M بدست آورید وتحقیق کنید که خط (Δ) دریك نقطه دیگر K منحنی را قطع میکنید ومختصات K را تعیین کنید.

۳) چنانچه S تصویر نقاط با عرض می نیمم تابع و K' تصویر K برمحور $y'y$ و L نقطه تقاطع خط Δ با این محور و T قرینه S نسبت به O (مبداء مختصات) باشد تحقیق کنید که چهار نقطه K' و L و T و S تقسیم توافقی تشکیل میدهند.

۶۱ـ مطلوبست تعیین معادلات مماسهای مشترك منحنی‌های بمعادلات $x^2+y^2=1$ و $x^2+y^2-6x+5=0$

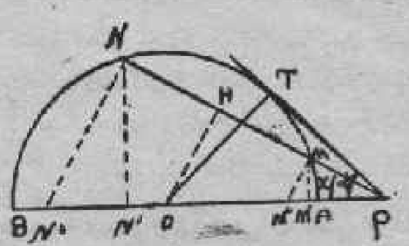
XIV ـ مثلثات برای ششم ریاضی

۶۲ ـ دایره‌ای بقطر $AB=2R$ بمرکز O مفروض است بر AB نقطه P را بفاصله $OP=a>R$ از مرکز انتخاب مینمائیم از P قاطعی رسم میکنیم که نیمدایره را در M و N قطع کرده با po زاویه x بسازد از M و N عمودهائی بر AB رسم میکنیم که آن را در M' و N' قطع می کنند و در M و N عمودهائی بر MN اخراج می کنیم که AB را در نقاط M'' و N'' تلاقی مینمایند.

۱ـ مطلوبست تعیین زاویه x برای اینکه $M'N'=K\cdot M''N''$ باشد (بحث)

۲ـ چنانچه $a=R\sqrt{2}$ باشد حدود K را تعیین کند برای این که مسأله ممکن باشد.

۳ـ در ازاء $a=\sqrt{2}$ و $K=\frac{3}{4}$ مقدار زاویه x و طول قطعه خطهای PM و PN را بدست آورید.



حل ـ $M'N'$ عبارتست از تصویر MN بر AB وداریم $M'N'=MN\cdot\cos x$ و MN تصویر $M''N''$ بر PM میباشد و داریم $MN=M''N''\cdot\cos x$ چنانچه طرفین دو رابطه را عضو بعضو دریکدیگر ضرب نمائیم حاصل میشود $M'N'=M''N''\cdot\cos^2 x$ وباتوجه بروابط داده‌شده نتیجه میشود $\cos^2 x=K$

بحث ـ از P مماس PT را بر نیمدایره رسم مینمائیم وزاویه این مماس را با PO به α نمایش میدهیم داریم $0<x<\alpha$ وچون x و α زاویه‌های حاده هستند پس:

$1>\cos x>\cos\alpha$ ویا $1>\cos^2 x>\cos^2\alpha$ و درمثلث PTO خواهیم‌داشت $\cos\alpha=\frac{\sqrt{a^2-R^2}}{a}$ پس شرط امکان مسألهآن خواهد شد که $1>K>\frac{a^2-R^2}{a^2}$ باشد.

۲ ـ در ازاء $a=R\sqrt{2}$ نامساوی مضاعف فوق الذکر تبدیل‌میشود به نامساوی مضاعف $1>K>\frac{1}{2}$

۳ـ درازاء $K=\frac{3}{4}$ داریم $\cos^2 x=\frac{3}{4}$ ویا $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

و در نتیجه $x=30^\circ$ عمود OH را بر MN رسم‌میکنیم در مثلث OPH داریم

$$PH=OP\cos 30^\circ=R\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{R\sqrt{6}}{2}$$

و

$$OH=OP\cdot\sin 30^\circ=\frac{R\sqrt{2}}{2}$$

ودرمثلث OHM داریم:

$$\overline{HM}^2=\overline{OM}^2-\overline{OH}^2=R^2-\frac{R^2}{2}=\frac{R^2}{2}$$

و

$$MH=\frac{R\sqrt{2}}{2}$$

در نتیجه

$$PM=PH-MH=\frac{R}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

$$PN=PH+MH=\frac{R}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

۶۳ـ دودایره متخارج $(O$ و $R)$ و $(O'$ و $R')$ با خط المرکزین بطول $OO'=a$ مفروض است نقطه M برمحیط دایره O حرکت میکند وزاویه OM با OO' برابر است با

$$\widehat{MOO'}=2\varphi$$

۱ـ فعلا مقادیر φ_1 و φ_2 از φ دونقطه M_1 و M_2 را در نظر میگیریم ثابت کنید شرط لازم و کافی برای اینکه خط M_1M_2 بردایره O' مماس باشد آنست که

$$(a-R)\cos\varphi_1\cos\varphi_2-(a+R)\sin\varphi_1\sin\varphi_2+R'=0$$

راهنمائی ـ از O عمود بر M_1M_2 و از O' بموازات M_1M_2 رسم نموده از حل مثلث قائم‌الزاویه حاصل رابطه را نتیجه بگیرید .

۲ـ از نقطه M_2 مماس دیگری بر دایره O' رسم میشود. این مماس دایره O را در M_3 قطع میکند اگر φ_3 مقدار φ نظیر M_3 باشد ثابت کنید که بین مقادیر φ_1 و φ_3 رابطه‌ای بصورت زیر برقرار است که در آن ضرائب A و B و C عباراتی برحسب a و R و R' میباشد

$$A\cos\varphi_1\cos\varphi_3+B\sin\varphi_1\sin\varphi_3+C=0$$

راهنمائی ـ نظیر رابطه قسمت اول را برای φ_2 و φ_3 نوشته بین دو رابطه φ_2 را حذف نمائید

(Alg. V. Lespinard-R. pernet)

۹۴ـ ثابت کنید که اگر $\sin\alpha=p\sin\beta$ و $\cos\alpha=q\cos\beta$ و $\sin\alpha+\cos\alpha=r(\sin\beta+\cos\beta)$ باشد رابطه زیر برقرار است :

$$(p-r)^2(1-q^2)+(q-r)^2(1-p^2)=0$$

۹۵ ـ مطلوبست محاسبه حدتابع زیر وقتی که $a\to b$

$$y=\frac{\sin(a-b)+\sin(b-c)+\sin(c-a)}{\sin(a-b)+\sin(b-d)+\sin(d-a)}$$

(مجله ریاضیات ۱۳۰۹)

۹۶ـ اگر A و B و C زوایای مثلثی باشند ثابت کنید که سه عبارت زیر متساویند.

$\sin^2C+\sin A\sin B\cos C$ و $\sin^2B+\sin C\sin A\cos B$ و $\sin^2A+\sin B\sin C\cos A$

(مجله ریاضیات ۱۳۰۹)

۹۷ـ ثابت کنید که معادله $m\sin x\pm\cos x=m$ عموماً دارای سه جواب درفاصله (۰ و 2π) میباشد و مقدار m راچنان معلوم کنید که سه ریشه معادله مثلث متساوی الاضلاعی را در دایره مثلثاتی مشخص ساخت .

۹۸ـ ثابت کنید که معادله

$\sin^2x-(2m+1)\sin x\cos x+m=0$ عموماً دارای چهار جواب x_1 و x_2 و x_3 و x_4 در فاصله (۰ و 2π) میباشد و مقدار m را چنان معلوم کنید که داشته باشیم :

$$x_1+x_2+x_3+x_4=\frac{2\pi}{2}+\operatorname{Arc\,cotg}\frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

XVـ حساب استدلالی برای ششم ریاضی

۹۹ـ کوچکترین عدد درست مثبتی را پیدا کنید که چون آخرین رقم سمت چپ آن بسمت راست برده شود عدد حاصل $\frac{3}{2}$ عدد اول باشد .

حل ـ عدد مطلوب را N ورقم سمت چپ آنرا x وبقیه عدد یعنی عددی را که از حذف رقم x حاصل میشود y مینامیم داریم $N=10^nx+y$ که x و y اعداد درست بوده و $x<9$ میباشد. حال اگر آخرین رقم سمت چپ N یعنی x را بسمت راست ببریم عدد حاصل برابر $10y+x$ خواهد بود.

$$10y+x=\frac{3}{2}(10^nx+y)$$

که پس از اختصار نتیجه خواهد شد :

$$17y=(3\times10^n-2)x$$

x و ۱۷ نسبت بهم اول هستند پس مقدار داخل پرانتز باید مضربی از ۱۷ باشد وکوچکترین عدد در ازاء $x=1$ حاصل خواهد شد پس :

$$17y=3\times10^n-2$$

کوچکترین جواب قابل قبول برای n عدد ۱۵ میباشد ودر ازاء آن خواهیم داشت :

$$\boxed{N=1176470588235294}$$

محمود بهزاد

دانشجوی دوره دکترای دانشگاه میشیگان

۷۰ـ کوچکترین عدد درست مثبتی را پیدا کنید که چون آخرین رقم سمت راست بسمت چپ برده شود عدد حاصل $\frac{3}{2}$ عدد اول باشد .

۷۱ ـ مطلوبست تعیین یك عدد سه رقمی که در دستگاه بمبنای ۷ بصورت abc وبه مبنای ۹ بصورت cba نوشته شود.

(E.P.M)

۷۲ـ دریك تقسیم اگرخارج قسمت را بهریك از جمله‌های مقسوم ومقسوم‌علیه بیفزائیم خارج قسمت تغییر نکرده مانده باندازه ۳۰۶ واحد کم میگردد. مطلوبست تعیین خارج قسمت .

۷۳ـ دریك تقسیم اگر یك صفر بین ارقام دهگان وصدگان مقسوم قراردهیم مانده تقسیم ۷۴ واحد کم شده ویك رقم ۲ بسمت راست خارج قسمت اضافه میشود چنانچه درتقسیم جدید هم یك صفر بین ارقام دهگان وصدگان قراردهیم مانده (مانده تقسیم دوم) باندازه ۱۶۲ واحد زیاد شده وخارج قسمت (خارج قسمت تقسیم دوم) ده برابر میگردد. مطلوبست تعیین مقسوم علیه تقسیم .

XVIـ هندسه ومخروطات برای ششم ریاضی

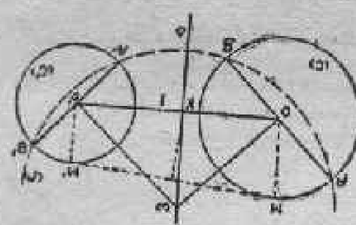
تعریف ـ میگوئیم دایره (c) دایره (c') را بطور

شبه عمود (Peseudo - orthogonalement) قطع کرده است هرگاه دایره (c) محیط دایره (c') را بدو قسمت متساوی تقسیم کرده باشد یعنی نقاط تقاطع دو دایره درطرفین قطری ازدایره (c') واقع باشد .

دو دایره متمایز هیچگاه نمیتوانند دو بدو یکدیگر راشبه عمود قطع کنند (چرا ؟) . دایره‌های بیشماری میتوان یافت که‌همه آنها دایره مفروضی را شبه‌عمود قطع کنند؛ قطردلخواهی مانند AB از دایره را رسم مینمائیم اگر ω نقطه‌ای از عمودمنصف AB باشد دایره بمرکز ω وبشعاع ωA دایره بقطر AB راشبه عمود قطع مینماید .

۷۴- مکان‌هندسی‌مراکز دوایری‌را تعیین کنید که‌دو دایره مفروض (c) و (c') راشبه عمود قطع‌مینمایند .

حل- اگرمرکز دایره (c)را o وشعاع آنرا R ومرکز دایره (c') را o' وشعاع آنرا R' بنامیم و فرض کنیم دایره (γ) بمرکز ω و بشعاع r دو دایره (c) و (c') را در نقاط (A وB) و(A' وB') قطع کرده AB قطری از دایـره (c)و A'B' قطری از دایره (c') باشد دراینصورت قوت نقطه o نسبت بدایره(γ) برابر خواهدبودبا $(-R^2)$ وقوت نقطه o' نسبت بـدایره (γ) برابر خواهدبودبا $(-R'^2)$ چنانچه $\omega o = d$ و $\omega o' = d'$ اختیار شود داریم $d^2 - r^2 = -R^2$ و $d'^2 - r^2 = -R'^2$ ونتیجه خواهدشد $d^2 + R^2 = d'^2 + R'^2$ یا $d^2 - d'^2 = R'^2 - R^2$ وچنانچه I وسط oo' وK تصویر ω بر oo' باشد درمثلث $\omega oo'$ داریم $d^2 - d'^2 = 2\overline{oo'}\cdot\overline{IK}$ ودرنتیجه $2\overline{oo'}\cdot\overline{IK} = R'^2 - R^2$ یا $\overline{IK} = \frac{R'^2 - R^2}{2\overline{oo'}}$ میباشد ونتیجه میگیریم که K نقطه ثابتی از خط oo' بوده نقطه ω بر خط ثابتی مانند (Δ) که در نقطه K بر oo' عموداست واقع‌میباشد .



برعکس بآسانی میتوان ثابت نمودکه هر نقطه از (Δ) مرکز دایره‌ای میتواندباشدکه دو دایره (c)و(c') راشبه‌عمود قطع نماید پس (Δ) مکان هندسی مراکز دوایری است که دو دایره (c) و(c') را شبه‌عمود قطع مینماید .

طریقه ترسیم (Δ)- دوشعاع OM وO'M' ازدوایر (c)و(c') را عمود بر oo' رسم نموده عمود منصف MM' را نیز رسم‌مینمائیم که در نقطه K با oo' متقاطع خواهدشد و(Δ) را درK عمود بر oo' رسم‌میکنیم .

تبصره- چنانچه H پای‌محوراصلی‌دودایره‌روی oo' باشد داریم $\overline{HI} = \frac{R^2 - R'^2}{2\overline{oo'}}$ در نتیجه $\overline{IK} = -\overline{IH}$ یعنی دو K وK نسبت به I متقارن میباشند .

۷۵- دایره (c) بقطر AB مفروض است وMN وتر متغیری ازدایره (c)وعمود برAB میباشدثابت کنیدعمودمنصف AB مکان هندسی‌مراکزدوایری‌است که دایره متغیربقطرMN را شبه‌عمود تلاقی مینماید .

۷۶- دودایره(c) و(c') مفروض‌است مکان‌هندسی‌مراکز دوایری را تعیین کنیدکه بردایره (c) عمود وبردایره (c')شبه عمودباشند .

۷۷- ثابت کنید جمیع‌دوایرشبه‌عمود بردو دایره‌مفروض (یاعمود بریک‌دایره وشبه عمود بردایره دیگر) دستگاه دوایر تشکیل داده خط‌المرکزین دو دایره را در دو نقطه‌ثابت‌قطع می‌نمایند .

۷۸- سه دایره (c)و(c') و(c'') مفروض استدایره‌ای رسم‌کنیدکه بر دایره(c) عمود بردایره(c') شبه‌عمودوبردایره (c'') مماس باشد .

مخروطات

۷۹- ثابت کنید که بجز مثلث متساوی‌الاضلاع مثلثهای نوع دیگررا میتوان چنان دربیضی محاط نمود کـه مرکزثقل آنها برمرکز بیضی منطبق باشد (راهنمائی- استفاده از قضیه تصویردایره) .

۸۰- خط(Δ) بر بیضی بکانونهای F وF' درنقطه M مماس میباشد اگر H وH' تصویرهای F و F' بر(Δ) وI نقطه‌تلاقی F'H و FH' باشد ثابت‌کنید IM قائم بر بیضی میباشد

XVII- هندسه رقومی

۸۱- واحد را سانتیمتر اختیار نمائید .

۱- خط a_2o را بامعلومات زیر رسم‌نمائید a برمحور اقصر و ٤ واحدسمت چپ مرکزکاغذ واقع‌بوده ao بامحوراقصر کاغذ زاویه ٦٠° ساخته و $ao = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ و o پائین‌وسمت‌راست a واقع است .

۲- برخط a_2o صفحه P را چنان مرور دهید که‌فاصله a_2 را از اثر صفحه برابر با ۵ باشد و تصویر a_2 بر اثر صفحه سمت چپ o واقع‌شود. مقیاس‌شیب صفحه را بفاصله‌یک‌وسمت‌چپ a_2 رسم‌نمائید .

۳- بر خط AO نقطه B را چنان تعیین کنید که‌فاصله آن از اثر صفحه برابر با $\frac{5}{3}$ بوده دونقطه A و B دریکطرف اثر باشند .

راهنما و مسائل ریاضیات متوسطه

(برای داوطلبان ورود بدانشگاه ـ قابل استفاده دانش آموزان)

انتخاب یک روش خاص در حل مسائل هندسی

(از : محمدحسن رزاقی خمسی)

بطور کلی مطالبی که درهندسه مورد بحث و گفتگوست از دو صورت خارج نیست: یا اینکه درروی شکل هندسی معینی میخواهیم بین اجزاء آن روابطی برقرار کرده ووجود خواص معینی را تحقیق کنیم ویا از روی معلومات و اطلاعات قبلی و با شرایط معینی میخواهیم شکل هندسی را ایجاد نمائیم ـ هندسه دانان صورت اول را **(قضیه هندسه)** و صورت دوم را **(مسئله هندسه)** نام گذارده‌اند .

نظر باینکه حل یک مسئله هندسه منجر برسم شکل میشود پس طبعاً ناگریز از بکار بردن ابزار وآلات رسم خواهیم بود دردرجه اول بخط کش نیازمندیم تا بکمك آن خط مستقیمی رسم نمائیم که از دونقطه معلوم بگذرد وسپس پرگار که بوسیله آن دایره‌ای به مرکز معلوم وبشعاع معلوم رسم کنیم .

حل هر مسئله هندسه منجر میشود بتکرار این دوعمل بتعداد دفعاتی که صورت مسئله اقتضاء میکند در اینجا تذکر این مطلب مفید است که بعضی ازمسائل هندسه با اینکه بنظر ساده جلوه میکنند ولی قابل حل نیستند مثلا محال است که بتوانیم بکمك خط کش و پرگار یك زاویهٔ را بسه جزء برابر تقسیم کنیم . **(تثلیث قوس)** و یا اینکه دایره‌ای را بمربع معادل تبدیل کنیم **(تربیع دایره)** بطور کلی یك مسئله هندسه قابل حل نیست وقتیکه محاسبات مربوط بمجهول مسئله منجر شود بحل معادله بالاتر از درجه دوم وچون یك خط و یك دایره (بکاربردن یك بار خط کش ویکبار پرگار) و یا دو دایره (بکاربردن دوبار پرگار) در بیش از دو نقطه نمیتوانند مشترك باشند پس تمام مسائل قابل حل هندسه از درجه دوم بوده و یا ازدرجه اول هستند (بکاربردن دوبار خط کش) و بحث این مسائل عیناً مانند بحث یك معادله درجه دوم در جبر است (دو جواب یك جواب وصفر جواب) یك مسئله هندسه را مشخص مینامیم وقتیکه شرایط مذکور در صورت مسئله کافی برای تحقق یافتن شکل مطلوب موجود بوده ودر نتیجه تعداد جوابهای مسئله محدود باشد ودرغیر اینصورت یعنی وقتیکه تعداد جوابهای مسئله بینهایت باشد مسئله را غیر مشخص مینامیم .

وجود مسائل غیر مشخص اهمیت خاصی درحل عدهٔ بسیاری ازمسائل هندسه دارند باین معنی که با افزودن یك شرط مسئله قطعیت پیدا کرده و دسترسی بمجهول میسر میگردد . مثلا فرض کنیم که بخواهیم این مسئله را حل کنیم .

۴ـ درصفحه P نقطه c_1 را چنان پیدا کنید که قطعه خط BC از نقطه O بزاویه قائمه دیده شود .

۵ـ درصفحه P نقطه d_2 را بدست آورید بنا برآنکه خطوط DA و DB و DC واقتیه رقوم ۲ صفحه یکدستگاه اشعه توافقی تشکیل دهند .

۶ـ نقطه S را بالای صفحه P چنان تعیین کنید که : $SA=SB=SC$ و $ASD=۹۰°$ باشد

هندسه ترسمی

۸۲ـ دو نقطه A و C دوراس مقابل از لوزی $ABCD$ است که قطر BD از آن افقی بوده و $BD=\frac{۲}{۳}AC$ میباشد بنا برآنکه بعد وارتفاع نقطه A بترتیب ۶ و ۸ وبعد وارتفاع نقطه B بترتیب ۷ و ۵ وفاصله رابطه‌های A و B ازیکدیگر برابر با ۸ باشد .

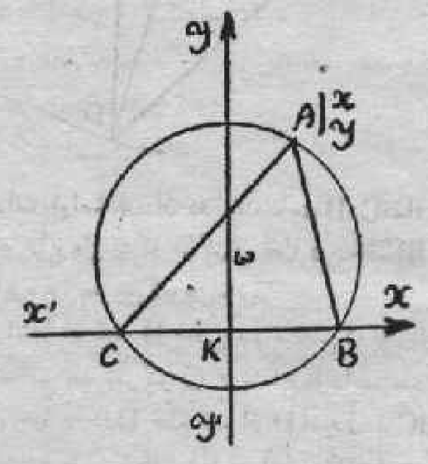
۸۳ـ صفحه P را که برخط زمین گذشته است مشخص نمائید بنا برآنکه آثار دوخط مفروض (قائم ZZ' و منتصب DD') ازآن بیك فاصله باشد و نقطه تلاقی هر یك ازاین دوخط را باصفحه P بدست آورید (دوجواب)

۸۴ـ صفحه مواجه PQ' را مشخص کنید بنا برآنکه با صفحه افقی تصویر زاویه باندازه ۳۰° ساخته وآثار دوخط مفروض قائم ZZ' ومنتصب DD' ازآن بیك فاصله باشد. بعد اثر خط قائم برابر ۲ وارتفاع اثر خط منتصب برابر با ۳ و فاصله رابطهای آنها برابر با ٤ میباشد .

۸۵- (مثلثی رسم کنید که از آن یك ضلع و زاویهٔ مقابل به آن ضلع معلوم باشد) میدانیم که چنین مسئله‌ای بینهایت جواب دارد وبنا براین مطابق تعریف بالا یك مسئله غیرمشخص است ولی هرگز نمیتوانیم یك شکل دلخواه برای جواب آن رسم کنیم زیرا با این که مسئله بینهایت جواب دارد ولی کلیه جوابها در تحت یك نظم خاصی گروه‌بندی شده بطوری که در اولین بررسی کلیه جوابها از نظر ما میگذرند حال برای آن که بهتر بمفهوم دقیق این معنی برسیم مسئله را بطریق زیر عنوان میکنیم (روی ضلع ثابت BC مثلث ABC را بسازید که در آن زاویه $A=\alpha$ باشد) میدانیم که نقطه A باید روی کمانی از دایره که مرکزش روی عمود منصف BC است قرار داشته باشد وطریقه ساختن این کمان دایره را در هندسه دیده‌ایم (کمان حاوی زاویه α) در اینجا باید توجه ما بیك نکته دیگری معطوف گردد و آن تولید مکان هندسی است که باید دید چگونه بوجود می‌آید - چون وضعیت یك نقطه وقتی معین است که برای آن دو شرط برقرار کنیم لذا نقصان یك شرط وضع نقطه را غیرمشخص گردانیده و مکان هندسی تولید میشود.

موضوع مکان هندسی و بخصوص مسئله فوق (کمان حاوی زاویه α) از مباحث بسیار مهم هندسه بوده و در خور اهمیت فراوانی است و در حقیقت کلید حل بسیاری از مسائل است بهمین مناسبت خالی از فایده نیست که مسئله نامبرده بالا را بطریقه جبری در نظر بگیریم.

محور $x'x$ را منطبق بر $BC=2a$ وعمود منصف BC را محور $y'y$ اختیار کرده فرض میکنیم A بمختصات x و y باشد مینویسیم که زاویه دوخط AB و AC مساویست با α اگر m و m' ضریب زاویه‌های این دوخط باشد داریم:



$m'=\frac{y-0}{x+a}$ و $m=\frac{y-0}{x-a}$

حال اگر در رابطه $tg\alpha=\frac{m-m'}{1+mm'}$ بجای m و m' مقادیرشان را قرار داده واختصارات لازمه را بجا آوردیم

حاصل میشود.

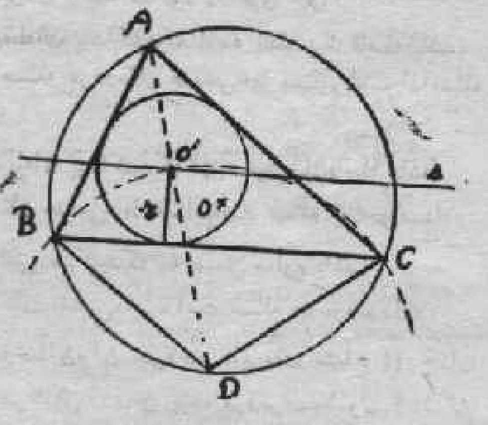
$$x^2+(y-a\,cotg\alpha)^2=\frac{a}{sin^2\alpha}$$

این معادله دایره‌ایست که کمان حاوی زاویهٔ α روی آن قرار دارد همانطوری که گفته شد برای تعیین وضع نقطه A برقراری یك شرط دیگر لازم است پس طبعاً آن یك شرط دیگر هم یك مکان هندسی دیگر بوجود می‌آورد و در نتیجه نقطه تقاطع دو مکان هندسی جواب مسئله خواهد بود مثلا اگر فرض کنیم در مسئله بالا ارتفاع h وارد بر ضلع BC در مثلث ABC هم معلوم باشد در اینصورت نقطه تقاطع مکان هندسی $y=h$ با دایره جواب مسئله خواهد بود.

از آنچه گذشت قاعده کلی زیر را نتیجه گرفته وآنرا برای حل بسیاری از مسائل هندسه بکار میبریم **بدواً شرایط مذکور در صورت مسئله را از یك دیگر تفکیك و مجزا کرده و سپس مکانهای هندسی نقاط مربوطه را پیدا میکنیم نقطه‌ای که در جستجوی آن هستیم چون باید روی دو کمان هندسی قرار بگیرد پس محل تلاقی دو مکان هندسی جواب مسئله خواهد بود** نباید تصور کرد که در این قبیل مسئله‌ها همیشه دومکان هندسی موجوداست بلکه ممکن است در مسئله‌ای چندین مکان هندسی وجود داشته باشد مثلا درمسئله زیر:

۸۶- از مثلثی ضلع $BC=a$ ، R شعاع دایره محیطی و r شعاع دایره محاطی داخلی در دست است مثلث را رسم کنید.

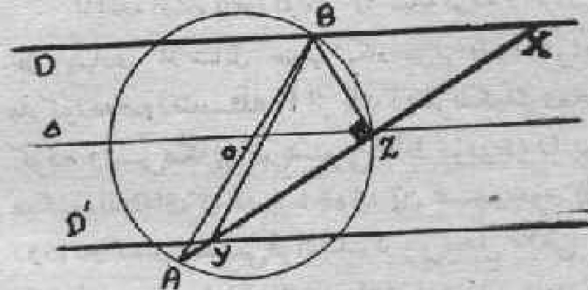
در این مسئله سه مکان هندسی موجوداست مکان هندسی اول مکان نقطه A یعنی دایره بشعاع R که وتری از آن پاره خط $BC=a$ است مکان هندسی دوم خطی است Δ که موازی با BC



وبفاصله r از آن رسم میشود بالاخره مکان هندسی سوم دایره‌ایست بمرکز D وسط همان کمان BC بشعاع $DB=DC$ زیرا مرکز دایره محاطی داخلی واقع است روی نیمساز زاویه A واین خط همیشه از نقطه ثابت D وسط کمان BC میگذرد (مرکز

دایره مکان) وچون مرکز دایره محاطی داخلی مثلث وقتیکه A در B و C واقع میشود برهمین دونقطه منطبق است پس دایره به مرکز D بشعاع $DB=DC$ خواهدبود و بالاخره نقطه O' محل تلاقی Δ بادایره بمرکز D مرکز دایره محاطی داخلی مثلث ABC میباشد. گاهی مسئله طوریست که درنظر اول مکانهای هندسی بچشم نمیخورد وباید مجهول دیگری راکه بوجود آورنده مکانهای هندسی است دنبال نمائیم در حقیقت این مجهول ثانوی بمنزلهٔ کلیدی است که باآن مجهول اصلی مسئله گشوده میشود:

۸۷- دوخط موازی D و D' و یک نقطه B روی D ویک نقطه A درخارج دو موازی مفروضند از نقطه A خط قاطعی چنان رسم کنید که دوموازی D و D' را در x و y طوری قطع کند که



داشته باشیم $Bx=By$

اگر z وسط پاره خط xy باشد زاویه AZB قائمه است. پس مکان هندسی اول دایره است بقطر AB ومکان هندسی دوم خط Δ است که متحدالفاصله از D و D' رسم میشود. z محل تقاطع دومکان هندسی بوده وپس از پیداکردن آن x و y بدست میآیند. اکنون میپردازیم بذکرچند مثال که میتوان آنهـا را مستقیماً بابکاربردن قاعده مذکور در فوق حل کرد.

۸۸- نقطه‌ای پیداکنید که ازسه نقطه بیک فاصله باشد. دراین مسئله هردومکان هندسی خط مستقیم است لذا مسئله یک جواب دارد.

۸۹- نقطه‌ای پیداکنید که ازسه خط بیک فاصله باشد. هردو مکان هندسی خط مستقیم است مسئله یک جواب دارد.

۹۰- مثلثی رسم کنید که سه ضلعش معلوم باشد. هردو مکان هندسی دایره است مسئله دوجواب دارد.

۹۱- دوخط Δ و Δ' مفروضند دایره‌ای بشعاع R چنان رسم کنید که مرکزش روی Δ بوده و وتری بطـول l از Δ' جداکند.

مکان هندسی خط مستقیم است و مسئله یک جواب دارد.

۹۲- دریک دایره مثلث قائم الزاویه ABC را طوری محاط کنید که اضلاع AB و AC آن از دو نقطه M و N بگذرند.

مکان هندسی دایره بقطر MN بوده ومسئله دوجواب دارد

۹۳- از یک چهارضلعی $ABCD$ اضلاع AB و BC و قطرهای AC و BD وزاویهٔ D معلومند چهارضلعی را رسم کنید.

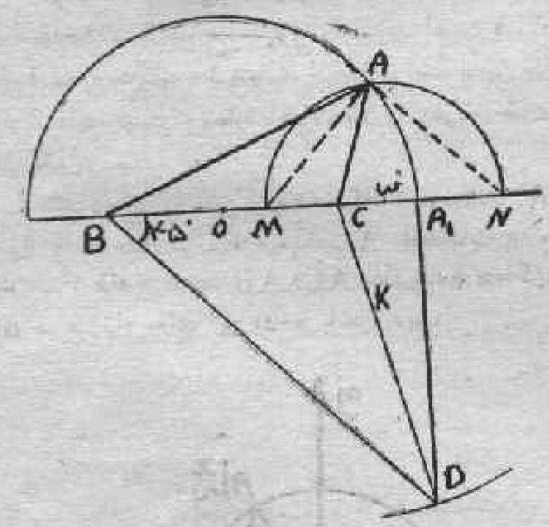
پس از رسم مثلث ABC کمان حاوی زاویهٔ α را روی AC میسازیم وبعد دومکان هندسی را درنظرمیگیریم.

۹۴- ازیک ذوذنقه متساوی الساقین $ABCD$ قاعده کوچکتر AB وارتفاع h و زاویه قطر AC با ساق AD کـه α میدانیم معلومند شکل را رسم کنید.

عمودمنصف AB را باندازه ارتفاع h جداکرده وانتهای خط را بنقطه A وصل کرده و باندازه خودش امتداد میدهیم و روی آن کمان حاوی زاویهٔ $\pi-\alpha$ را میسازیم الخ.

۹۵- ازمثلثی ضلع $BC=a$ و $\dfrac{b}{c}=K$ و $b^2+c^2=d^2$ معلومند آن مثلث را رسم کنید.

میدانیم مکان هندسی نقاطی که نسبت فواصل آنها از دو نقطه ثابت B و C مساوی مقدار ثابت K باشد دایره‌ای بقطر MN است بطوری که نقاط M و N و B و C چهار نقطه یک تقسیم توافقی میباشند واز طرف دیگرمیدانیم مکان هندسی نقاطی که مجموع



مجذورات فواصلشان از دو نقطه ثابت B و C مساوی مقدارثابت d^2 باشد دایره‌ایست که مرکزش نقطه o وسط BC است وشعاع این دایره را بطریق زیرمی‌سازیم:

ابتدا از نقطه B خطی رسم میکنیم که با BC زاویه ۴۵ درجه بسازد بعد بمرکز C و بشعاع K دایـره‌ای رسم میکنیم که این خط را در D قطع کند از D عمودی بر BC رسم میکنیم OA_1 شعاع دایره مطلوبست زیرا چون $A_1D=A_1B$ است پس $\overline{A_1B}^2+\overline{A_1C}^2=K^2$ خواهدبود دوایر باقطار MN و A_1A_2 یکدیگررا درنقطه A قطع میکنند مثلث ABC جواب مسئله است.

م-ح-رزاقی خمسی
تهران ۹دیماه/۱۳۴۲

مسائل مختلف ریاضیات متوسطه

۹۶ـ بفرض $x=\frac{a+b}{2}$ و $y=\sqrt{ab}$

$\frac{2}{z}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ معلوم کنید x و y و z کدامیک کوچکتر و کدام بزرگتر است . x و y و z را چه واسطه بین a و b گفته و طریقه رسم آن چیست.

۹۷ـ مطلوبست محاسبه حاصل‌عبارت زیر

$$\sqrt{(a+1)^2}+\sqrt{(a-1)^2}$$

۹۸ـ از تساوی $\frac{\alpha}{a}=\frac{\beta}{b}=\frac{\gamma}{c}$ تساوی زیر را نتیجه بگیرید

$$(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)(a^2+b^2+c^2)=(\alpha a+\beta b+\gamma c)^2$$

۹۹ـ بفرض اینکه a و b و c سه عدد مثبت باشد صحت رابطه زیر را تحقیق کنید.

$$(a+b)(b+c)(c+a)>8abc$$

۱۰۰ـ a و b و c و x و y و z شش عدد مثبت و بعلاوه a و b و c اعداد صحیح میباشند ثابت کنید که اگر b واسطه عددی بین (a و c) و y واسطه هندسی بین x و z باشد خواهیم داشت:

$$x^b y^c z^a = x^c y^a z^b$$

۱۰۱ـ مطلوبست حل معادله :

$$2^{2x-y-1}\times 5^{x-2y+1}=20^{y-x+4}$$

۱۰۲ـ مطلوبست حل و بحث معادله

$$\sqrt{x+\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-\sqrt{x-1}}=a$$

۱۰۳ـ مطلوبست حل و بحث معادله

$$\sqrt{|x|-x}=m-2x$$

۱۰۴ـ مقادیر A و B و C را چنان معلوم کنید که داشته باشیم :

$$\frac{1}{\sin x\cos x(\sin x+\cos x)}=\frac{A}{\sin x}+\frac{B}{\cos x}+\frac{C}{\sin x+\cos x}$$

۱۰۵ـ a و b دو مقدار معلوم است یک تصاعد عددی چنان تعیین کنید که مجموع n جمله اولیه آن (در ازاء جمیع مقادیر n) برابر باشد با $S_n=an^2+bn$.

۱۰۶ـ ثابت کنید اگر دو دایره o و o' بر یکدیگر عمود باشند دایره بقطر oo' مکان هندسی نقاطی است که مجموع قوت های آنها نسبت بدو دایره برابر با صفر است.

۱۰۷ـ ربع دایره AOB مفروض است M نقطه‌ایست از کمان AB خط AM و نیمساز زاویه BOM یکدیگر را در P تلاقی مینمایند مطلوبست تعیین مکان هندسی نقطه P وقتی که M کمان AB را طی کند.

۱۰۸ـ مثلث متساوی الساقین ABC ($AB=AC$) مفروض است M نقطه‌ایست واقع بر دایره محیطی مثلث و P نقطه تلاقی AM با ضلع BC یا امتداد آن میباشد مطلوبست مکان هندسی مراکز دوایر محیطی دو مثلث BPM و CPM وقتی که M محیط دایره محیطی مثلث را بپیماید.

۱۰۹ـ مطلوبست رسم مثلث متساوی‌الساقینی که از آن طول قاعده وطول نیمساز زاویه مجاور بقاعده معلوم است.

(فرستنده: محمود بهزاد ـ آمریکا)

❁❁❁

دومساله طرح آقای محمد داوری
دبیر فرهنگ اردکان

۱۱۰ـ حاصل‌عبارت زیر را بدست آورید.

$$x=\frac{\sqrt{\frac{3}{4}+\sqrt{\frac{3}{4}+\sqrt{\frac{3}{4}+\sqrt{\cdots}}}}}{\sqrt{\frac{1}{4}+\sqrt{\frac{1}{4}+\sqrt{\frac{1}{4}+\sqrt{\cdots}}}}}$$

۱۱۱ـ مطلوبست حل دستگاه دومعادله دومجهولی زیر

$$\begin{cases} x^3+y=\frac{17}{27} \\ x+y^3=\frac{19}{27} \end{cases}$$

پنج مساله طرح آقای حبیب‌الله عبداللهی
دبیر دبیرستانهای تهران

۱۱۲ـ مطلوبست تعیین x ازمعادله :

$$\log_3 x^2+\log_{\sqrt{3}} x+\log_{\sqrt[3]{3}} x=\log_{\sqrt{3}}\sqrt[3]{3}$$

۱۱۳ـ معادله درجه سوم

$$27x^3+37x^2-3(m-8)x-m^3=0$$

مفروض است اولا معادله را در حالتیکه سه ریشه تصاعد عددی تشکیل میدهند حل کنید.

ثانیاً درحالتیکه سه ریشه معادله تصاعد هندسی تشکیل میدهند معادله را حل نمائید.

۱۱۴ـ مطلوبست حل معادله

$$2\sin^3 x+7\sin^2 x-8\sin x+2r=0$$

درصورتیکه بدانیم $\frac{1}{\sin x_1}=\frac{1}{\sin x_2}+\frac{1}{\sin x_3}$

(x_1 و x_2 و x_3 ریشه‌های معادله‌اند).

۱۱۵– هرگاه x_1 و x_2 و x_3 ریشه‌های معادله $x^3+x+1=0$ فرض شوند ثابت کنید.

$$\Sigma\frac{x_1^3}{x_1^2+1}+\Sigma\frac{x_1}{x_1^2+1}=0$$

۱۱۶– معادله $x^4-x^3-14x^2+6x+m=0$ مفروض است.

اولا بفرض اینکه بین x_1 و x_2 و x_3 و x_4 رابطه $x_1x_2=x_3x_4$ برقرار باشد معادله را حل نمائید.

ثانیاً اگر ریشه های معادله طولهای چهار نقطه واقع بر یك محور باشد مقدار m را چنان معلوم کنید که این چهار نقطه تقسیم توافقی تشکیل دهند.

یازده مسأله از آقای جواد حریرچی
دبیر دبیرستانهای تهران

۱۱۷– (ترسیمی) بر نقطه مفروض aa' خطی مرور دهید که با صفحه افقی تصویر زاویه α تشکیل داده و تصاویر آن نسبت بهم عمود باشند.

۱۱۸– از مثلثی h_a و A و $b-c=l$ معلوم است آنرا رسم کنید.

۱۱۹– بین چهارضلعیهائیکه اضلاع آنها a و b و c و d میباشد مساحت کدام می‌نیمم است وبچه‌دلیل

۱۲۰– ثابت کنید بازاء جمیع مقادیر x نا معادله زیر همواره صادق است.

$$x^3(1-x)<3(x^2-x+1)$$

۱۲۱– دستگاه سه‌معادله سه‌مجهولی زیررا حل کنید.

$$\begin{cases} x^2+y-z^2=0 \\ x^4+y^4-z^4=560 \\ x^3+y^3+z^3=3xyz \end{cases}$$

۱۲۲– ثابت کنید حد عبارت

$$\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\dots+\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$$

وقتیکه $n\to\infty$ برابر با $\frac{2}{3}$ است.

۱۲۳– ثابت کنید که عدد $1+3^{4n+1}$ را میتوان به صورت مجموع سه مجذور نوشت:

۱۲۴– مطلوبست تعیین عدد هشت رقمی بقسمیکه مجذور کامل باشد و اعداد حاصل از چهار رقم سمت راست و سمت چپ آن دو عدد متوالی باشد.

۱۲۵– صحت تساوی زیررا ثابت کنید.

$$\sqrt[3]{\cos\frac{2\pi}{7}}+\sqrt[3]{\cos\frac{4\pi}{7}}+\sqrt[3]{\cos\frac{8\pi}{7}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2}(5-3\sqrt[3]{7})}$$

۱۲۶– تابع $y=\frac{2m\cos x+m^2}{2\cos x+m^2+1}$ که در آن $1>m>0$ میباشد مفروض است ماکزیمم ومی نیمم آنرا بدون استفاده ازمشتق حساب کنید.

۱۲۷– مثلث ABC مفروض است نقاط D و E را بترتیب روی AB و AC بقسمی اختیار کنید که داشته باشیم:

$$BD+CE=DE$$

کارگر با استعداد

درمیان نامه‌ها ومقاله‌هائی که باداره مجله رسیده نامه‌ای از **آقای فریدون قاسمی کارگر فروشنده نفت در رودبار گیلان** واصل شده‌است. آقای قاسمی بیش از ده جدول وفقی با اعداد صحیح واعشار، چندین مسأله مربوط باعداد، وچند مسأله فکری تنظیم نموده وضمن نامه خود ارسال داشته است.

این کارگر که فقط دارای تحصیلات ششم ابتدائی است مسائل مربوط بحساب استدلالی ششم ریاضی را درك کرده وحل نموده است و همچنین بدون اینکه از قواعد تصاعد وتشکیل مربع های وفقی با خبر باشد اقسام اینگونه مربع ها را طرح نموده است. ما ضمن اینکه بچنین کارگری با این استعداد تبریك میگوئیم، امیدواریم ساعتها وقت خود را که در راه تشکیل مربعهای وفقی میگذراند صرف ادامهٔ تحصیل وتکمیل اطلاعات ریاضی خود بنماید وامیدوار باشد که آیندهٔ درخشانی در انتظار او خواهد بود. نمونه‌ای از مسائلی که ارسال داشته است ذیلا درج میشود:

۱– اگر عددی را که از تکرار عدد (۰۳۷) بدست میآید در هریك از نه مضرب اولیه ۳ ضرب کنیم حاصل دارای ارقام متساوی خواهد بود.

۲– اگر عددی را که از تکرار عدد (۰۰۳) بدست میآید یا نه مضرب اولیه آنرا در ۳۷ ضرب نمائیم حاصلضرب دارای ارقام متساوی میباشد.

۳– تقسیم ۱۵ لیتر مایع وسیلهٔ دو ظرف ۱۰/۵ لیتری و ۴/۵ لیتری بدو قسمت متساوی

چند مسأله از استاد دکتر هشترودی

۱۳۸ــ مطلوبست حل معادله :
$$(x^2-x+5)^2+(3x^2-3x+15)^2=6x^4$$

۱۳۹ــ مطلوبست حل معادله:
$$(2x^2-x+4)^2+(3x^2-7x+6)^2=5x^2$$

۱۴۰ــ ثابت کنید که از تساوی:
$$x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{x^{n}}}}}}}=n$$
نتیجه میشود که $x^n=n$

۱۳۱ــ مطلوبست تعیین x_1 و x_2 و ..... و x_n از دستگاه زیر:

$$\begin{cases}
x_1(x_2+x_3+\cdots+x^n)+1\times 2(x_1+x_2+\cdots\cdot+x_n)^2=9a^2\\
x_2(x_1+x_3+\cdots+x_n)+2\times 3(x_1+x_1+\cdots\cdot+x_n)^2=25a^2\\
\vdots\\
x_k(x_1+x_2+\cdots+x_{k-1}+x_{k+1}+\cdots+x_n)+K(K+1)(x_1+x_2+\cdots\cdot+x_n)^2=(2K+1)^2a^2\\
\vdots\\
x_n(x_1+x_2+\cdots\cdot+x_{n-1})+n(n+1)(x_1+x_2+\cdots\cdot+x_n)^2=(2n+1)^2a^2
\end{cases}$$

۱۳۲ــ مطلوبست تعیین شکل منحنی نمایش $x^y=y^x$ و تعیین نقاط منتظم آن.

۱۳۳ــ توابعی را تعیین کنید که دارای ماکزیمم و مینیمم باشد بدون اینکه مشتق تابع صفر گردد. شرط کلی وجود ماکزیمم و مینیمم برای یك تابع چیست؟

۱۳۴ــ در مثلثی یك زاویه n برابر زاویه دیگر است. چه رابطه بین اضلاع وجود دارد. دوحالت درنظر بگیرید. حالت اول اگر n عددصحیح باشد حالت دوم ــ n غیرصحیح باشد چه اعدادی را قبول میکند.

۱۳۵ــ درچهار ضلعی غیرمشخص هریك از اضلاع را به ۳ قسمت متساوی تقسیم مینمائیم. ازنقاط حاصل، هردو نقطه نزدیکتر برأس واقع بردوضلع مجاور را بیکدیگر وصل میکنیم وخطوط حاصل را امتداد میدهیم تا یکدیگر را تلاقی نمایند . متوازی ـ الاضلاعی تشکیل میشود. ثابت کنید مرکز ثقل متوازی الاضلاع بر مرکز ثقل چهارضلعی منطبق است.

دانشجوی ممتاز امتحان مسابقه ورودی دانشکده کشاورزی کرج (درسال ۱۳۴۲)

بنابر نامه (۸۱۸۵ـ۹ـ۱۰ر۴۲) دانشکده کشاورزی کرج درامتحان مسابقه ورودی سال ۱۳۴۲ این دانشکده بین ۶۵۱ نفر داوطلب آقای **محمدعلی کشاورز** حائز رتبه دوم شده است.

آقای محمد علی کشاورز درشهر **دامغان** متولد شده و درطی تحصیلاتش دراین شهر همواره شاگرد رتبه اول بوده است بالاخره دررشته طبیعی از **دبیرستان فردوسی** دامغان فارغ التحصیل شده و بعدبرای ورود بدانشگاه عازم تهران گردیده است در مدتی که در دامغان تحصیل مینموده است ریاضیات ایشان را همواره دبیر لیسانس شیمی بعهده داشته است.

مسائل مسابقه

حق شرکت در هر مسابقه مخصوص دانش‌آموزان کلاسی است که ذکر شده است و علاوه بر آنان، دانش‌آموزان کلاسهای پائین‌تر نیز میتوانند شرکت نمایند درمسابقهٔ مخصوص فارغ‌التحصیلان دانش‌آموزان دبیرستان نیز میتوانند شرکت نمایند. درمسابقه ممتاز هرکس که مایل باشد حق شرکت خواهد داشت.

I- مسابقه برای دانش آموزان کلاس چهارم ریاضی

مسأله هندسه بااستفادهٔ ازمقالهٔ اول

۱۳۶- مردی جوان وحادثه‌جو دربین اسناد جداعلای خویش کاغذ کهنه‌ای پیدا کرد که برروی آن محل گنجی را ثبت کرده بودند. راهنمائیهائی باین ترتیب نوشته شده بود:

«باکشتی بنقطه‌ای بعرض شمالی... وطول غربی... سفر کن (برای برملانشدن راز از ذکر ارقام واقعی طول و عرض جغرافیائی که دراصل سندداده شده خودداری شده است)؛ درآنجا جزیره‌ای متروك خواهی یافت. در ساحل شمالی این جزیره چمن بزرگی است که حصار ودیواری ندارد ودرآن تنها یك درخت بلوط ویك درخت صنوبر خواهی دید. بعلاوه در آنجا چوبه‌داری کهنسال خواهی یافت که سابقاً خیانت‌پیشگان رامطابق معمول بآن می‌آویختیم. ازپای چوبه‌دار بطرف درخت بلوط برو وگامهای خودرابشمار ازپای درخت بلوط باندازه یك زاویه قائمه براست بپیچ وهمان اندازه که شمرده بودی قدم بردار ودر محلی که رسیدی نشانه‌ای برروی زمین بگذار. آنگاه بپای چوبه‌دار بازگرد و ازآنجا تاپای درخت صنوبر را قدم کن ودرآنجا باندازهٔ یك قائمه به چپ بپیچ وباز بهمان اندازه که شمرده بودی قدم بردار و درهرجاکه رسیدی نشانه دیگری برزمین نصب کن. در نقطه‌ای که درست دروسط دونشانی است زمین رابشکاف تابه گنج دست یابی.»

دستورهائی که‌داده شده بود بسیار روشن وواضح بود. پس جوان سفینه‌ای فراهم کرد و بادبان را بسوی دریای جنوب برافراشت. جزیره ومزرعه و درختان بلوط وصنوبر رایافت اما باکمال تأسف متوجه شدکه ازچوبه‌دار اثری نیست. زمانی درازتر ازآنچه تصورمیشد از تاریخ تنظیم گنجنامه گذشته بود و باد و باران وتابش آفتاب چوبه‌دار را پوسانیده وبرزمین غلطانیده بود وهیچ اثری هم ازجای آن برجای نمانده بود.

جوان حادثه‌جو دستخوش نومیدی شد و سپس درحالیکه ازخشم دوچار جنون شده بود همهٔ نقاط مزرعه را درطلب آنچه میجست زیرو رو کرد، اما همهٔ کوششهای او بهدر رفت؛ جزیره بزرگتر ازآن بود که کاوش همه آن میسر شود. پس جوان بادست خالی جزیره راترك کرد؛ وشایدهم هنوزدفینه بحال خود وبجای خود باقی باشد.

داستان غم‌انگیزی بود. اماغم‌انگیزتر آنکه بدانیم هرگاه جوان اندکی ازریاضیات آنهم فقط ازمقاله اول اقلیدس اطلاع داشت برگنج دست یافته بود. چگونه؟ دانش آموزان گرامی چهارم ریاضی جواب خواهندداد.

(نقل ازکتاب یك وسه بی نهایت ترجمه احمد بیرشك)

II- مسابقه برای دانش آموزان سال پنجم ریاضی

مسأله جبر (هندسه تحلیلی)

۱۳۷- دریك سیم کشی دریائی، دوکشتی A وB ازکشتی حامل قرقره‌های سیم که نزدیکیهای یك جزیره مستقر بوده‌است سیم دریافت داشته وبقعر دریامیانداخته‌اند بطوریکه درلحظات مختلف طول سیم واصل بین کشتی حامل قرقره‌ها وهریك ازدو کشتی A وB بایکدیگر مساوی بوده‌است باتوجه باینکه سرعت حرکت کشتیها یکنواخت ومتساوی، جهت حرکت کشتی A از جزیره بسمت مشرق، جهت حرکت کشتی A ازجزیره به سمت شمال ودرلحظه حرکت کشتی B از جزیره، کشتی A درفاصله ۲۰ کیلومتری شرق جزیره واقع بوده است موقعیت کشتی حامل قرقره‌ها رانسبت بجزیره معلوم نمائید.

III- مسابقه برای دانش آموزان سال ششم ریاضی

حساب استدلالی

۱۳۸- پرویز و خسرو وبیژن با بانوان خود بنامهای افسانه وپروانه ولاله ببازار رفته هریك تعدادی دستمال میخرند بطوری که تعداد دستمالهائی که هریك میخرد ازلحاظ عدد مساویست با بهای یك دستمال بحسب ریال. بنابرآنکه جمع خرید هرمرد ۶۳ ریال بیش ازجمع خرید خانمش باشد وبعلاوه پرویز ۲۳ دستمال بیش از پروانه وخسرو ۱۱ دستمال بیش از افسانه خریده باشد معلوم کنید هریك ازخانمها بانوی کدامیك ازآقایان میباشد.

VI- مسابقه برای فارغ التحصیلان رشته ریاضی دبیرستان

۱۳۹- مطلوبست حل معادله مثلثاتی زیر

$$2\sin X\frac{X}{7} - 3tg^{2}\left(\frac{3X}{5}+\frac{3\pi}{10}\right) - 2 = 0$$

۷- مسابقه ممتاز

مسأله اول

۱۴۰- مطلوبست تعیین رابطه بین x و y مستقل از α بفرض

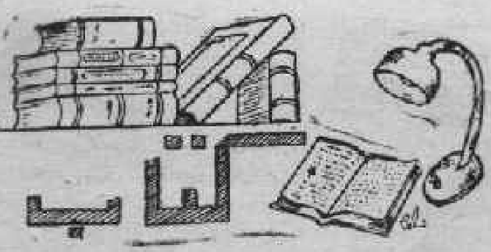
$$\begin{cases} x = \sin\alpha \dfrac{1}{\sin^2\alpha} \\ y = \cos\alpha \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \end{cases}$$

مسأله دوم- مسأله ((الحسن))

درماهنامه یکان سعی میشود علاوه برمسائل متعارفی مسائل تاریخی ومشهور ریاضی نیز بخوانندگان معرفی گردد. ازجمله مسائل مشهور ریاضی مساله (الحسن) میباشد. (Problemed'alhazan) . دانشمند گرامی جناب آقای بیرشک ضمن مقاله خود (مقدمه برتاریخچه ریاضی درایران) این مساله را بین خوانندگان بمسابقه گذاشته بودند ودانشمند معظم استاد دکتر هشترودی نیزاین مساله وچندمساله دیگررا برای مسابقه معرفی فرمودند. طرح کننده این مساله ابوعلی حسن ابن حسن معروف به ابن هیثم (۹۶۵-۱۰۳۹ میلادی) میباشد که ازجمله ریاضیدانهای عالیمقام اسلامی وصاحب ۹۱ تالیف ریاضی میباشد. وی مساله را باین صورت مطرح نموده است که آینه ایست بشکل دایره (دایره ازداخل صیقلی) نقطه نورانی در داخل آن واقع شده کدام شعاع نورانی این نقطه پس از دو انعکاس باز برهمان نقطه میگذرد.

مساله الحسن درارو پا باین صورت آمده است. میز بیلیارد گردی است وتوپ در یك نقطه A از آن قرار دارد توپ را درچه امتداد باید پرتاب کرد که پس از دو انعکاس بار دیگر بر نقطه A بگذرد. مساله الحسن را بطریق هندسی اولین دفعه درحدود هشتاد سال قبل یك مهندس فرانسوی حل نموده است پس از آن استاد دکتر هشترودی با راه بسیار ساده حل نموده اند که اغلب راه حل خودرا در کلاس درس مطرح نموده واز دانشجویان اثبات آنرا میخواهند. ذیلا مساله الحسن باعبارات معمول هندسه بیان شده وحل هندسی آن بمسابقه گذارده میشود:

۱۴۱- دایره بمرکز O و نقطه A درداخل آن مفروض است مطلوبست رسم مثلث ABC بقسمی که رأسهای B و C بر محیط دایره قرارداشته نقطه تلاقی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث بر O مرکز دایره منطبق باشد.



نقد کتاب

استقبال روز افزون دانش آموزان از کتابهای اختصاصی و علمی بازار این نوع کتابها را تا اندازه‌ای رونق بخشانده است و امید آن میرود که کشور ایران از لحاظ انتشار این نوع کتابها نیز بپایه کشورهای مترقی برسد.

یك کتاب که در یك زمینه چاپ میشود باید آنطور که هست معرفی شود و بعلاوه خواننده روش صحیح مطالعه آنرا بداند و بر لغزشهائی که احیاناً در کتاب پیش آمده است آگاه باشد.

از صاحب‌نظران و دانشمندان علاقه‌مند بکتب علمی (مخصوص کتابهای درسی و حل‌المسأله ها) دعوت میشود با انتقاد اصولی این نوع کتابها ضمن اینکه ارزش کتاب را بالا میبرند دانش آموزان را نیز بمطالعه صحیح راهنمائی فرمایند.

مقالات رسیده باکمال امتنان قبول ودر مجله درج میشود.

کتابهائی که توسط مؤلفین واصل شده است

۲۰۰۰ مسأله مثلثات

باحل‌وجواب

برای داوطلبان کنکور دانشکده‌ها

و دوره دوم دبیرستانها

تهیه و تنظیم از:

محمد علی شیخان- حبیب‌الله عبداللهی

روح‌اله عباسی- قدرت‌الله عباسی-

احسان‌الله قوام زاده

در ۶۸۸ صفحه وزیری بها ۲۰۰ ریال

رسم تزئینی

تهیه کننده و طرح کننده

محمدحسین

عطار ناصری

شامل ٤٤ طرح ورسم

با چاپ مرغوب

بهاء ۳۰ ریال

حل المسائل ریاضیات

حساب استدلالی- مثلثات- جبر- هندسه

برای سال ششم ریاضی وداوطلبان

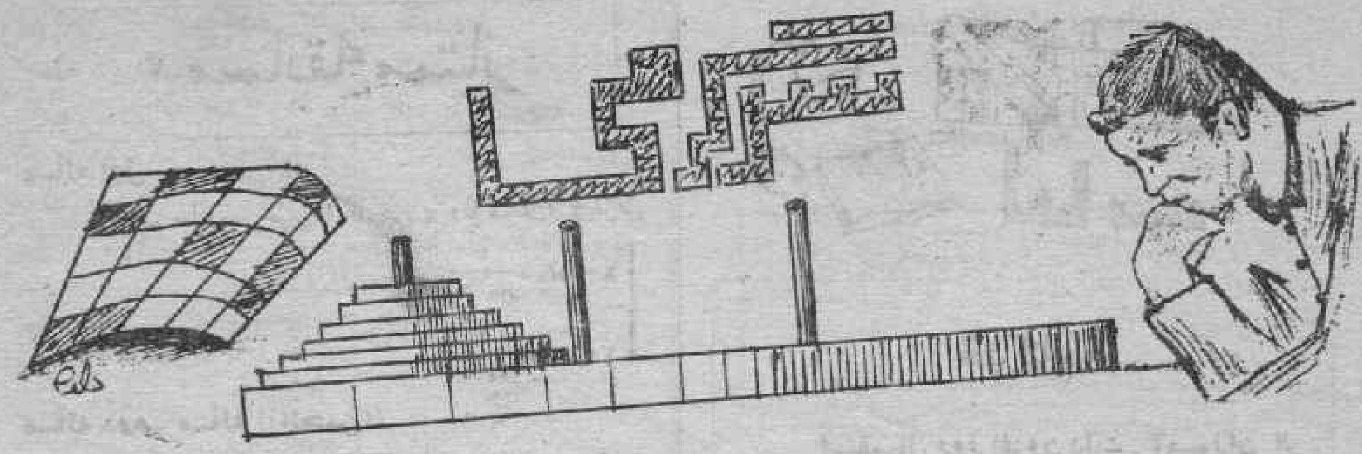
ورود بدانشکده‌ها

تألیف:

غلامعلی ریاضی- محمد حسین پرتوی

شاهرخ خانی- تقی پاچناری

۲۲۲ صفحه قطع وزیری بهاء ۷۰ ریال



مساله پایان جهان

« درمعبد بزرگ بنارس

در زیر گنبدی که در وسط جهان ساخته شده است . صفحه‌مفرغی است که بررویش سه‌سوزن الماس قراردارد . هرسوزن نزدیك به ۵۰ سانتیمتر ارتفاع‌دارد و بکلفتی تنه یك‌زنبورعسل‌است . خدا در آغاز خلقت شصت و چهار قرص از زرناب بدور یکی از این سوزنها قرار داد بقسمی که بزرگترین قرصها برروی صفحه مفرغی قرارگیرد وقرصهای‌دیگر بترتیب که کوچك میشوند برروی هم واقع گردندبقسمیکه کوچکتر از همه دربالای همه‌واقع باشد .

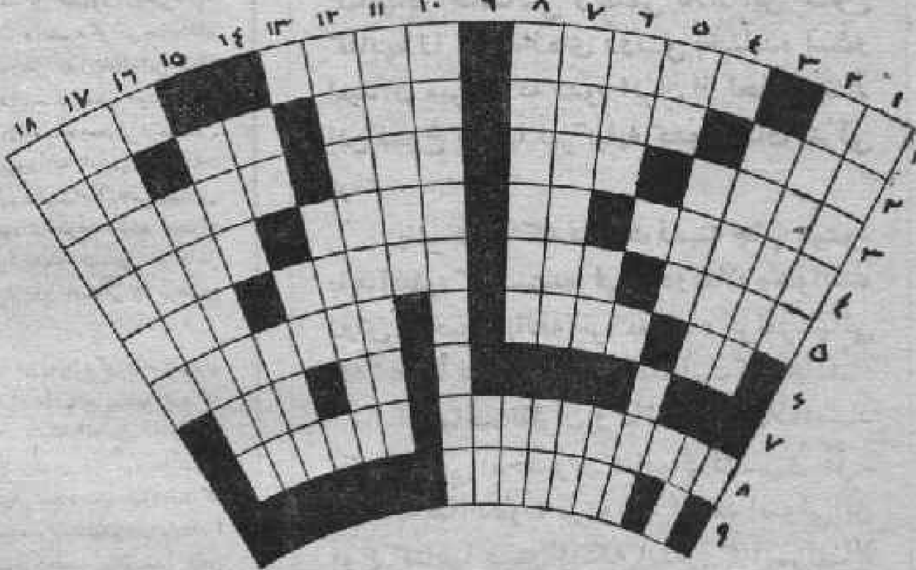
بقیه درصفحه مقابل

جدول اعداد

اعداد (۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴ و ۱۲۸ و ۲۵۶ و ۵۱۲) را درهریك از خانه‌های مربع زیر چنان قراردهید که‌حاصلضرب اعدادواقع درهرسطر وهرستون وهر قطر برابر بامقدارثابت‌باشد.

چگونه ؟

چگونه‌ازعدد ۱۹ یك‌واحد کم کنیم‌تا باقیمانده‌برابر ۲۰ گردد



جدول کلمات متقاطع

قرارداد ـ جهت معمولی برای قرار دادن حروف کلمات در جدول برای ردیف افقی ازراست بچپ وبرای ردیف قائم ازبالا بپائین است . چنانچه قبل‌ازشرح کلمه مربوط بیك قسمت علامت (ــ) گذارده شده باشد جهت قراردادن حروف آن کلمه درجهت عکس معمولی خواهد بود یعنی برای ردیف افقی ازچپ‌براست وبرای ردیف قائم ازپائین ببالا .

ردیف افقی : ۱ ـ جز برخودش برعدد دیگر بخش پذیر نیست ـ قطعه خطی که دارای امتداد ، جهت واندازه‌باشد ـ بمعنی پایه است ودر رقومی برابر است باکتانژانت‌زاویه‌میل ـ زیباترین‌سیاره ازمنظومه شمسی . ۲ ـ سه‌ربع ازکیلو ـ تضعیف‌آن ازمسائل تاریخی ولاینحل هندسه است ـ افسانه‌ای ساخته‌اند که‌باسقوط آن‌نیوتن قانون جاذبه راکشف کرد ـ (ــ) قضیه کمکی که درمقدمه یك‌قضیه اثبات شود ـ (ــ) صد متر مربع ـ ۳ ـ (ــ) جیب بی‌انتها ـ دو سر کمان را بهم وصل میکند ـ باحذف اول جهت را مشخص میکند ـ (ــ) اولین عدد ترتیبی یا وصفی . ٤ ـ نام یکی از دوبعد سطح ـ کوچکترین عددی که عده حروفش باخودش

بقیه درصفحه مقابل

معمای عدد

من ازاعداددانم یك عددرا
کزوشش کم نمودی مینشد کم
اگرهم برسرش شش میفزودم
ازآن افزوده‌برخودمینشدهم
ازآن دشوارترچیزی نباشد
برون آورد بعلم جبرمحکم

ازشعر (فرانسه) زیرچه میفهمید ؟

(تعداد حروف هر کلمه ازشعرزیررا در نظر گرفته معلوم کنید چه‌عددی‌را مشخص‌میسازد) .

Que J · aime a faire apprendrc un
nombre utile aux Sages
Immortel Archimède · artiste ingenieur
Qui de jugemcut pent priser la valeurs
Pour moi ton problème eut de pareils-
avantages ·

بقیه جدول کلمات متقاطع

مساویست ـ سالی که باندازه ده روز وسیزده‌ساعت‌وسیزده‌ثانیه‌از سال شمسی کوتاه‌تراست ـ عبارتی جبری راگویند وقتیکه‌در آن جمله‌ها بترتیب درجه واقع شده باشد . ۵ـ اولین مترجم‌جبر خیام بزبان فرانسه ـ یك‌فوت با انتهای اضافی ـ آنچه‌که بوسیله اثبات‌از فرض یك قضیه بدست میآید ـ درخارج ازحوزه قوم حادثه وجود ندارد . ۶ـاز جزء بزرگتراست . دلیلی‌که دومش بهما بعدآخرش منتقل شده است ـ اولش را نقطه‌دارکنید نام‌دانشمند ایرانی نویسنده اولین کتاب جبر بدست میآید. ۷ـ یك و دو بحساب ابجد ـ دانشکده‌ای‌که اکثر فارغ‌التحصیلان ششم ریاضی مایل بتحصیل درآن هستند . ۸ـ ساده‌ترین‌وطبیعی‌ترین ماشین حساب ـ تابعی راگویندکه درازاء مقداری‌ازمتغیردارای مقدار نباشد . ۹ ـ دانش‌آموزان رشته ریاضی خود را چنین میدانندتااینکه ازدانشکده فارغ‌التحصیل شوند ورسماًاین‌عنوان را بدست‌آورند .

ردیف‌قائم ـ ۱ـ کوچکترین‌دوعددی‌که بامجموع‌خود تشکیل تصاعد میدهند ۲ـ (ـــ) دانشمندی‌که هیأت آن مدتی جانشین هیأت بطلمیوس شد و جای خود را بهیأت‌کپلر داد ـ مساویست‌با مجموع دورقم عدد مربعش۳ـ قسمتی ازحجم کره‌که محدودباشد بسطح یك‌قاچ‌ودوصفحه‌قطری وقلادرهم شکسته‌است ۴ـ باحذف‌وسط عددی‌را بیان می‌کندکه مساویست بامجموع‌دو عدد ماقبلش و با حذف‌اول بمعنی وترخواهد بود.عضوی‌ازناظر که مرکزکره سماوی اختیارمیشود . ۵ـ دو ثلث از رمه‌خط کشی که‌همراه‌تخته رسم‌است. ۶ـ باحذف‌وسط اولین‌عددزوج‌بدست خواهد آمد ـ عدد اسم معروف ـ علامت جمع . ۷ـ نام نقطه تقاطع استوای‌سماوی با دایرة‌البروج. الف‌باولش اضافه‌شود به مقدارکمتر از ده‌گفته میشود . ۸ ـ دانشمند ریاضیدان استاد کلژدوفرانس‌مخترع نوعی‌ترازوو اولین‌نفرکه‌روش ترسیم مماس برمنحنی را از روی حرکت بدست‌آورد ـ دوسوم دست. ۹ـ هر عددکه‌بر۲و۳و۵ قابل قسمت باشد بر‌آن نیزقابل قسمت‌خواهد بود . ۱۰ دانشمند معروف انگلیسی‌کاشف قانون‌جاذبه عمومی. ۱۱ـ آخرش‌را باماقبل‌عوض‌کنید دستگاه فرانسوی‌حاصل‌خواهد شد . ۱۲ـ دانشمندوریاضیدان‌ایرانی معاصرابن‌سیناصاحب‌تألیفات بسیار در ریاضی . ۱۳ اولش‌راکنار بگذارید باقی‌درهم ریخته آنچه‌خواهدبودکه مقصوداز‌حل‌مسأله‌تعیین‌آنست. ۱۴ـ تیربرش مساوی سه‌کیلو است ـ علامت‌جمع . ۱۵ـ (ـــ) زاویه‌حاده‌که خط با تصویرش‌دریك‌صفحه میسازد ـ اخراج‌عدد صحیح‌ازکسر. ۱۶ـ دوحرف آخرش را قبل‌ازآن قراردهید موقعی را معین میکندکه‌آفتاب در نصف‌النهار است . ۱۷ـ گالیله بخاطر چنین ادعائی محکوم‌شد. ۱۸ـ اگرحرف زباخرش اضافه‌شوددانشمندی را معرفی میکندکه معاصرنیوتون‌بوده ویا ابداع آنالیز عناصر بینهایت‌کوچك انقلابی درعلم ایجادکرد .

بقیه مسأله پایان جهان

این‌سوزن‌وقرصهادابرزویهم (برج‌برهما)مینامند. کاهنی‌که نگهبانی‌دستگاه‌ها را برعهده‌دارد باید شب‌وروز.لاینقطع ، برطبق قانونی‌که برهما وضع کرده است قرصها را از یکی از سوزنها بردارد وبدور دیگری قراردهد قانون لایتغیر الهی اینست‌که هیچگاه قرص‌کوچکتری زیرقرص بزرگتر واقع نگردد . هر زمان که‌هرشصت‌وچهارقرص طلا ازسوزنی‌که خدا در آغازخلقت آنهارا بدورآن نهاده بود بدور یکی‌از دوسوزن دیگرمنتقل‌شود سوزن وبرج‌ومعبد وبرهمنان‌همه‌خاك خواهند شد جهان‌ازجهش برقی محو ونابود خواهدگردید . »

خوانندگان‌یکان معلوم خواهند نموداولا راه‌جابجاکردن قرصها‌چیست ثانیاً بفرض‌اینکه‌مدت‌زمان لازم‌را برای‌هرحرکت۱ ثانیه باشد زمان پایان جهان چقدرخواهد بود .

(شکل سرصفحه سرگرمی مربوط باین‌مسأله است)

معما

گوشواری داشتم از لعل و مرواريد وزر

بود یکمثقال وزن آن مرصع گوشوار

قیمتش کردند صرافان ز روی معرفت

لعل مثقالی به سی لؤلؤ بهیجده زر بچهار

بستد از من صیرفی و بیست دینارم بداد

مانده‌ام حیران در این‌داد وستد بی‌اختیار

یك مهندس از همه روی زمین‌خواهم‌که او

یك بیك آرد حساب وزن آن اندر شمار

حساب ابجد

حروف	ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ی
ارزش‌حسابی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
حروف	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص	ق	
ارزش‌حسابی	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	
حروف	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ	
ارزش‌حسابی	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰	۱۰۰۰	

ارقام رومی

I	V	X	L	C	D	M
۱	۵	۱۰	۵۰	۱۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰

قاعده ـ چنانچه رقم کوچکتر سمت راست رقم‌بزرگتر از خود واقع‌شود با آن جمع‌میگردد اما اگرسمت چپ‌آن‌قرار گیرد ازآن‌کم شود مثلا : $IX = ۹$ و $XI = ۱۱$

مسائل امتحانات مواد ریاضی ثلث اول دوره دوم دبیرستانها[1]

۱- دبیرستان البرز

جبر کلاسهای چهارم طبیعی

۱۴۲- مطلوبست محاسبه

$$z=4\sqrt{\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}$$

۱۴۳- عبارت اسم زیررا محاسبه کنید.

$$\sqrt{\frac{\frac{a+2b}{b}}{\frac{a-2b}{b}+\frac{b}{a}}+\frac{b}{a}}$$

۱۴۴- عبارت زیررا بحاصلضرب عوامل تجزیه کنید.

$$(x^5-1)-x^4(x-1)$$

۱۴۵- کسر زیر را خلاصه کنید.

$$\frac{x^3(y-z)-y^3(x-z)+z^3(x-y)}{(x-y)^3-(x-z)^3+(y-z)^3}$$

متمم حساب کلاسهای چهارم ریاضی

۱۴۶- با استفاده از جدول لگاریتم اعشاری مطلوبست محاسبه

$$P=\sqrt[5]{\frac{0/5142}{375}}$$

۱۴۷- با استفاده از جدول لگاریتم اعشاری مطلوبست محاسبه

$$Q=\log_{36}1756+\operatorname{colog}_{24}984$$

۱۴۸- مطلوبست محاسبه z درصورتیکه داشته باشیم:

$$z=49^{(1-\log_7 2)}+5^{(-\log_5 4)}$$

۱۴۹- مطلوبست محاسبه x از معادله لگاریتمی زیر:

$$\log_m x+\log_m (x+5)+\log_m 0/02=0$$

۱۵۰- مطلوبست محاسبه $\log c$ برحسب لگاریتم a و b

$$C=\frac{a\sqrt{ab(a^2-b^2)}}{\sqrt[3]{a+b}}$$

جبر کلاسهای چهارم ریاضی

۱۵۱- مخرج کسر زیررا گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$$

۱۵۲- عبارت زیررا بحاصلضرب عوامل تجزیه کنید:

$$x(y+z)^2+y(z+x)^2+z(x+y)^2-4xyz$$

۱۵۳- معادله اسم زیررا حل کنید.

$$\frac{\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}}{a}-\left[\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{a})(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{x}\right]^{\frac{1}{2}}=0$$

۱۵۴- مطلوبست تعیین مقادیر a و b و c بقسمیکه عبارت

$$P(x)=x^4+(a+b)x^3+bx^2+cx+(a+b+c)$$

برعبارت $Q(x)=x^3-3x^2+2x$ قابل قسمت باشد و بعداز تعیین a و b و c خارج قسمت تقسیم مزبور را تعیین کنید.

مسائل امتحان هندسه کلاسهای چهارم ریاضی

۱۵۵- مطلوبست مکان هندسی رأس چهارم متوازی‌الاضلاعی که محیطش مقدار ثابتی باشد ودوضلع آن بر دوخط مفروض Δ و Δ' قرار داشته باشد.

۱۵۶- زاویه $\widehat{xoy}=60^\circ$ میباشد روی خط ox نقاط M و N و روی oy نقطهٔ T را چنان اختیار میکنیم که $OM=MN=l$ و $OP=3l$ باشد. از نقطهٔ P عمود PH را بر ox فرود میآوریم ثابت کنید PH محور تقارن مثلث PMN میباشد.

جبر کلاسهای پنجم طبیعی

۱۵۷- نقطه A روی محور xها بطول $(-2m-1)$ و نقطه B روی محور yها بعرض $(2m+1)$ مفروض میباشند.

- مکان هندسی نقطهٔ M وسط پاره‌خط AB را تعیین کرده و ثابت کنید این مکان خط نیمساز ناحیه دوم دستگاه مختصات است.

- ثابت کنید خط AB بازاء مقادیر مختلف m همیشه

۱- مسائلی که تاآخر دیماه باداره مجله واصل شده است دراین شماره چاپ شده است. مسائلی که بعداً رسیده یا واصل شود درشماره‌های آینده مجله درج می‌گردد - رؤسای همه دبیرستانهای تهران و شهرستانها موافقت داشته باشند مسائل ریاضی امتحانات داخلی خودرا ارسال دارند بترتیب چاپ میشود دراین شماره تقدم وتأخر دبیرستانها بترتیب حروف الفبا نام آنها میباشد.

موازی خط نیمساز ناحیه اول دستگاه مختصات است.

ـ مقدار m را طوری تعیین کنید که نقطهٔ $M\left|\begin{matrix}-2\\+2\end{matrix}\right.$ روی خط AB قرار گرفته باشد.

ـ از نقطهٔ $A\left|\begin{matrix}-4\\+4\end{matrix}\right.$ خطی با ضریب زاویه $+\frac{1}{2}$ و از نقطهٔ $B\left|\begin{matrix}0\\+4\end{matrix}\right.$ خطی با ضریب زاویه (۲ـــ) رسم میکنیم تا یکدیگر را در نقطه C تلاقی کنند مختصات این نقطه را تعیین نموده و مثلث ABC را رسم کنید.

ـ زوایای مثلث ABC ومساحت این مثلث را حساب کنید.

جبر کلاسهای پنجم ریاضی

۱۵۸ ـ نقاط $A\left|\begin{matrix}-5\\-9\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}7\\5\end{matrix}\right.$ و $C\left|\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right.$ مفروض میباشند.

الف ـ مطلوبست تعیین مختصات D بقسمیکه چهار ضلعی ABCD ذوزنقه قائم‌الزاویه در رأس A باشد ب ـ زوایای بین اقطار این ذوزنقه را محاسبه کنید.

۱۵۹ ـ دوخط بمعادلات

$$\frac{x}{y-1}=2 \quad و \quad \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$$

مفروض میباشند معادله خطی را بنویسید که از نقطه M محل تلاقی این دوخط گذشته وسطح حادث از این خط و محورهای مختصات ۲۴ واحد مربع باشد.

۱۶۰ ـ در یك دستگاه مختصات قائم xoy نقطهٔ A روی محور طولها ونقطه B روی محور عرضها طوری حرکت میکند که همواره $OA+OB=c$ است اگر نقطه K رأس چهارم مستطیل OAKB باشد ثابت کنید عمود وارده از رأس K بر قطر AB همواره از نقطهٔ ثابتی که مختصات آنرا تعیین خواهید کرد میگذرد.

۱۶۱ ـ تابع $y=x+\sqrt{2x+1}$ مفروض است اگر y' مشتق مرتبه اول و y'' مشتق مرتبه دوم آن باشد مطلوبست محاسبه عبارت $\frac{1-y'}{y''}$

مسائل امتحان هندسه فضائی کلاسهای پنجم ریاضی

۱۶۲ ـ مثلث متساوی الاضلاع ABC بضلع a مفروض است. از نقاط A و B و C بترتیب سه D_1 و D_2 و D_3 را بر صفحه مثلث عمود میکنیم:

الف ـ صفحه غیر مشخص P که موازی BC است خطوط مزبور را بترتیب در نقاط A_1 و B_1 و C_1 قطع کرده است درصورتی که مساحت مثلث $A_1B_1C_1$ برابر $a^2\frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد طول اضلاع این مثلث وهمچنین زاویه مسطحه فرجه صفحات P و مثلث ABC را محاسبه کنید.

ب ـ نقطه غیرمشخص M را در داخل فضای محصور بین سه صفحه‌ای که بوسیله دو بدوی سه خط D_1 و D_2 و D_3 تشکیل میگردد درنظر می گیریم ثابت کنید مجموع فواصل نقطه M از این سه صفحه مقداریست ثابت وآنرا حساب کنید.

۱۶۳ ـ دوخط متنافر $AB=CD=2a$ مفروض است درصورتی که هریك ازآنها برصفحه عمود منصف دیگری واقع بوده و طول عمود مشترك آنها برابر a باشد نقطه‌ای مانند M پیدا کنید که داشته باشیم $MA=MB=MC=MD$ و این فاصله را حساب کنید.

۱۶۴ ـ چهارضلعی چپ ABCD مفروض است ثابت کنید دراین چهارضلعی مجموع مربعات اضلاع برابر است با مجموع مربعات اقطار بعلاوه چهار برابر مربع پاره خط واصل بین اوساط اقطار

مثلثات کلاس پنجم ریاضی

۱۶۵ ـ مطلوبست تعیین زوایای α و β و γ برحسب رادیان درصورتیکه داشته باشیم.

$$\alpha+\beta=\frac{\pi}{15} \quad و \quad \beta+\gamma=10\ \text{گراد} \quad و \quad \gamma+\alpha=15^\circ$$

۱۶۶ ـ اگر $\cot g\, a=-\frac{2}{3}$ بوده و انتهای کمان a در ربع چهارم باشد مقدار عددی عبارت $A=\frac{4\sin^2 a-9\cos^2 a}{6\sin a\cos a}$ را محاسبه کنید.

۱۶۷ ـ عبارت زیر را محاسبه کنید.

$$z=\cot g^2\left(\frac{5\pi}{2}+z\right)\cos^2(z-7\pi)+\cos^2\left(z-\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$tg^2\left(\frac{9\pi}{2}+z\right)-tg\left(\frac{7\pi}{2}-z\right)tg(z-11\pi)$$

۱۶۸ ـ جوابهای کلی معادله: $\sin x-\cos x=\frac{1-\cot g\, x}{2}$ را بدست آورده وجوابهای بین صفر و 2π را حساب کنید.

۱۶۹ ـ اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$\sin^2 t\, tg\, t+\cos^2 t\cot g\, t+2\sin t\cos t = tg\, t+\frac{1}{tg\, t}$$

جبر کلاس‌های ششم ریاضی

۱۷۰ ـ تابع اسم $y=\sqrt{2(x^2-1)}$ را رسم کنید.

ـ بازاء چه مقادیری از m خط $y=mx+1$ برمنحنی مزبور مماس است.

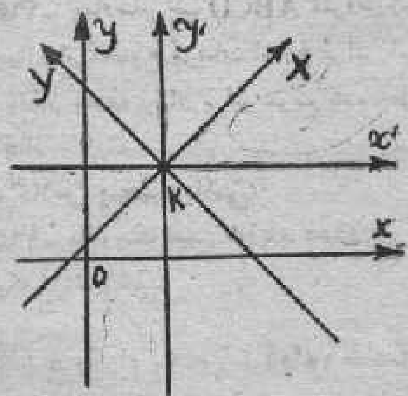
۱۷۱ ـ تابع $\frac{y(y-8)}{x(x-6)}=2$ دردستگاه مختصات xoy

مفروض است.

۱ـ مختصات نقطهٔ K مرکز تقارن منحنی این تابع را حساب کنید.

۲ـ اگر دستگاه مختصات xoy باانتقال موازی بدستگاه مختصات x'Ky' تبدیل شود معادلهٔ تابع مزبور را در این دستگاه بصورت $f(x',y')=0$ بنویسید.

۳ـ اگر دستگاه مختصات x'Ky' باانتقال دورانی بدستگاه مختصات XKY تبدیل شود بقسمیکه محور طولهای آن از نقطهٔ O بگذرد معادله تابع مزبور را دراین دستگاه مختصات بصورت $F(X,Y)=0$ بنویسید.



۱۷۲ـ تابع $y=\frac{x-1}{x^2+1}$ مفروض است ، ثابت کنید که سه نقطهٔ عطف منحنی نمایش تابع مزبور بر روی یك خط مستقیم که معادلهٔ آنرا تعیین خواهید کرد قراردارند.

مثلثات کلاسهای ششم ریاضی

۱۷۳ ـ اگر $tg\,x+cotg\,x=\frac{(a+b)^2}{2(a-b)\sqrt{ab}}$ و $tg^2\alpha=\frac{b}{a}$ باشد کمان x را برحسب α حساب کنید .

۱۷۴ـ مطلوبست حل وبحث معادله زیر:

$$\begin{cases}\frac{1}{\cos x}-\frac{1}{\sin x}=m\\ \frac{5\pi}{12}<x<\frac{13\pi}{12}\end{cases}$$

۱۷۵ـ این معادله را حل کنید:

$$\sin x\cos x-\sin^2\alpha\cos x-\cos^2\alpha\sin x=0$$

۱۷۶ـ مطلوبست حل وبحث دستگاه زیر:

$$\begin{cases}tg\,x\cdot tg\,y=2\\ tg\,x+tg\,y=a\sin x\sin y\end{cases}$$

حساب استدلالی کلاسهای ششم

۱۷۷ـ حاصل جمع دوعدد $(۴۲۳٫۱۲)_۵$ و $(۳۷۱٫۲۴)_۸$ را در مبنای ۱۰ تعیین کنید.

۱۷۸ـ عددی درمبنای مجهولی بصورت ۳۱۴ و درمبنای اعشاری مربع کامل است مبنی را تعیین کنید.

۱۷۹ـ مطلوبست تعیین عدد صحیح چهار رقمی بصورت $\overline{ab\,bc}$ درصورتیکه داشته باشیم. $\overline{ab}\;\overline{bc}=a\cdot b\times\overline{ab}$

۱۸۰ـ فرض میکنیم خارج قسمت $a-1$ بر b عدد q باشد خارج قسمت تقسیم ab^n-1 را بر b^{n+1} تعیین نمائید.

۱۸۱ـ ثابت کنید $A=2^{4n+4}-4^{3n+3}$ بر ۱۷ قابل قسمت است.

۱۸۲ـ عددی سه رقمی تعیین کنید که بر ۵ و ۹ قابل قسمت بوده و باقیماندهٔ تقسیم آن بر ۱۱ برابر ۱۰ باشد.

۲ـ دبیرستان خرداد

۱۸۳ـ رقومی وترسیمی کلاسهای ششم ریاضی

۱ـ اولا در روی صفحهٔ P که شیب آن $\frac{5}{4}$ میباشد خط a_1b_1 راطوری رسم کنید که این خط با صفحهٔ مقایسه زاویهٔ ۴۵° تشکیل دهد.

ثانیاً ـ در روی صفحهٔ P مثلث متساوی‌الاضلاعی چنان رسم کنید که یك ضلع آن خط a_1b_1 باشد.

ثالثاً چهار وجهی منتظمی چنان بسازید که یك یال آن قطعه خط a_1b_1 بوده ویك وجه آن منطبق برصفحهٔ P باشد.

۲ـ اولا خط a_2b_2 راطوری رسم کنید که با صفحه مقایسه زاویهٔ ۳۰ تشکیل دهد.

ثانیاً بترتیب از دو نقطهٔ a_2 و b_2 دو خط باسابهای ۵ و ۱ و ۱ چنان رسم کنید که در نقطهٔ c برقوم یك متقاطع شوند.

ثالثاً مکان هندسی نقاطی را بدست آورید که از سه نقطه a_2 و b_2 و c یك فاصله باشد.

رابعاً منشور قائمی چنان بسازید که مثلث $a_2b_1c_2$ یك قاعده آن بوده ارتفاع آن برابر ۴ واحد باشد.

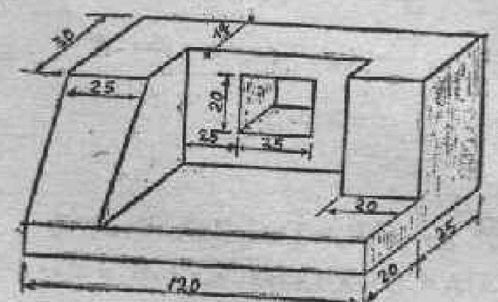
درهردومسأله یك جوابرا بدلخواه انتخاب نمائید.

دبیر : **آقای مسعود محمدی**

۲-دبیرستان خوارزمی

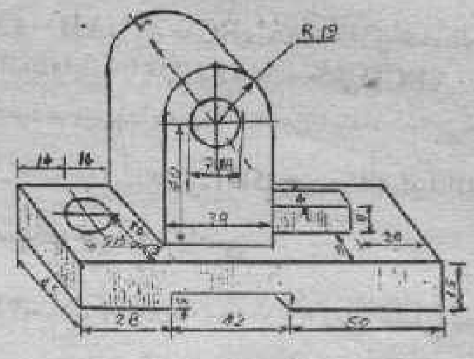
۱۸۴- رسم فنی چهارم ریاضی

(دبیر: آقای مهندس خوئی)



۱۸۵- رسم فنی پنجم ریاضی

(دبیر: آقای مهندس خوئی)



جبر و مثلثات ششم طبیعی

۱۸۶- معادله $(m-1)\cos^2 x+m\sin x+2m+3=0$ مفروض است.

الف- مطلوبست مقدار m تا یک جواب معادله $210°$ باشد.

ب- معادلهٔ $2\cos^2 x-\sin x-1=0$ را حل کنید.

ج- جوابهای فرض (ب) درفاصلهٔ صفر و 2π حساب کنید.

۱۸۷- معادلهٔ $\sqrt{3}\sin x-\cos x=\sqrt{2}$ را حل کرده جوابها را درفاصله صفر و 2π بدست آورید.

۱۸۸- دستور مشتق را درتابع زیر بکار برده وسپس مقدار مشتق را بازاء $x=-30°$ محاسبه کنید.

$$y=\frac{1}{3}\sin^2 3x+\frac{1}{10}\cos^2 5x-tg\frac{3\pi}{2}+\frac{2}{7}cotg^2 7x$$

۱۸۹- تابع درجه سوم $y=ax^3+bx^2+cx+d$ مفروض است ضرایب a و b و c و d را چنان معلوم کنید که می‌نیمم تابع بعرض ۴- روی محور عرضها بوده یکی ازنقاط تلاقی تابع بامحور xها بطول ۱ وضریب زاویه خط مماس برمنحنی نمایش تابع بطول ۱- برابر ۳- باشد.

۱۹۰- درتابع $y=\frac{ax+b}{x+c}$ ضرایب a و b و c راطوری تعیین کنید که منحنی نمایش تابع محور عرضها رادرنقطه‌ای بعرض ۲ قطع کرده خط $x=-1$ یکی از مجانبها بوده با خط $x-2y-1=0$ درنقطه‌ای بطول ۳ مشترک باشد.

۱۹۱- توابع زیر را دریکدستگاه مختصات رسم کنید.

$$y=x^3+3x^2-4$$

$$y=\frac{-2x+2}{x+1}$$

دبیر- آقای چاوشیان

جبر کلاس ششم ریاضی

۱۹۲- مشتق تابع $y=\sin^2 x$ را ازراه مستقیم حساب کنید.

۱۹۳- مشتق تابع $y=3tg^2\sqrt[3]{x}$ را محاسبه نمائید.

۱۹۴- یك تابع اولیه ازتابع $y=\sin^2 x\cos^3 x+1$ را پیدا کنید.

۱۹۵- یك تابع اولیه از تابع $y=x(2x-3)^n$ را بدست آورید.

۱۹۶- تحقیق کنید تابع $y=\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right)^2$ و دو مشتق اولیه آن دررابطهٔ $y''y-y'^2=n\left(\frac{y}{x}\right)^2\times f(x)$ صدق می‌کنند و f(x) را حساب کنید.

۱۹۷- حد عبارت $\sqrt[3]{x^3-1}-\sqrt[3]{x^3+x}$ را بازاء $x=+\infty$ پیدا کنید.

۱۹۸- با استفاده ازقاعده هوپیتال مقدار عبارت $y=\frac{x^2+\sin^2 x}{x^2+(1-\cos x)^2}$ را بازاء $x=0$ پیدا کنید.

۱۹۹- بدون استفاده ازقاعده هوپیتال مقدار عبارت $y=\frac{\sqrt{2-\sin x}-1}{3\cos x}$ را بازاء $x=\frac{\pi}{2}$ پیدا کنید.

۲۰۰- اولا ازنقطه A بطول $x=1$ واقع برمنحنی (C) نمایش تغییرات تابع $y=\frac{x-1}{x+1}$ یك مماس و یك قائم براین منحنی رسم ومعادلات آنرا بنویسید.

ثانیاً- ازنقطه $B\left|\begin{matrix}2\\-2\end{matrix}\right.$ قائم‌هائی برمنحنی (C) رسم می‌کنیم تعداد آنها رامعلوم کنید ومختصات پای قائم رابنویسید.

دبیر- آقای باقر امامی

مثلثات ششم ریاضی

۲۰۱- مطلوبست حل معادلات زیر:

$$\sin(x+\frac{\pi}{4})=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$$

$$\cos(x+\frac{\pi}{6})+\cos(x-\frac{\pi}{3})=0$$

$$cotg x-tg x=2\sqrt{2}(\cos x+\sin x)$$

۲۰۲- معادله $(m-1)\cos^2 x-2m\cos x+2m=0$ مفروض است اولا بازاء $m=\frac{1}{15}$ جوابهائی از این معادله واقع بین π و $\frac{3\pi}{2}$ را بدست آورید ثانیاً درحالت کلی بازاء مقادیر

مختلفه m درو جود ریشه‌ها بحث کنید.

۲۰۳ـ مطلوبست حل نامعادله

$2+\sqrt{4-\cos x}<4\cos x$ با $0<x<2\pi$

۲۰۴ـ دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} tg\,x+tg\,y=1 \\ \cos x\cos y=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

دبیر ـ آقای باقر امامی

حساب استدلالی ششم ریاضی

۲۰۵ـ ثابت کنید عدد $M=a^{4n+1}-a$ بازاء تمام مقادیر صحیح ومثبت a و n بر ۳۰ قابل قسمت است.

۲۰۶ـ ثابت کنید معادلهٔ $x^2+y^2-3z^2$ دارای ریشه صحیح نیست.

۲۰۷ـ بازاء چه مقادیر صحیح ومثبت m معادلهٔ درجهٔ دوم زیردارای ریشه‌های منطق خواهد بود:

$$x^2-(m-1)x+3m-10=0$$

۲۰۸ـ مطلوبست باقیماندهٔ تقسیم عدد $A=5^{2341}+3^{228}$ بر ۱۳.

۲۰۹ـ ثابت کنید عدد

$$A=m(m^2-49)(m^2+49)$$

بازاء تمام مقادیر صحیح ومثبت m بر ۳۰ قابل قسمت است.

دبیر ـ آقای پرویز شهریاری

٤ـ دبیرستان هدف شماره ۱۵

جبر کلاسهای چهارم طبیعی

۲۱۰ـ عبارتهای زیر را خلاصه کنید:

$$\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}-\frac{24}{\sqrt{6}}+\frac{2}{2-\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{4x-8y}+\sqrt{9x-18y}-3\sqrt{\frac{x-2y}{25}}$$

۲۱۱ـ کسر زیر را خلاصه کنید ومقدار آن را در ازاء

$$\begin{cases} x=\sqrt{27} \\ y=3\sqrt{7} \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} a=2\sqrt{3} \\ b=-\sqrt{27} \end{cases}$$

حساب کنید.

$$\frac{(a-b)^2(x-y)^2}{(ax+by)^2-(ay+bx)^2}$$

۲۱۲ـ نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{3x-5}{15}-\frac{x-7}{75}<\frac{6x-9}{35}$$

۲۱۳ـ علامت عبارت زیر را معین کنید:

$$(3-2x)(4x+5)$$

دبیر ـ آقای نقیه

مسائل هندسه کلاسهای چهارم طبیعی

۲۱۴ـ مطلوبست تعیین نسبتهای مثلثاتی زاویه حاده A درصورتیکه بدانیم :

$$\frac{5tgA-3}{10tgA+3}=\frac{1}{3}$$

۲۱۵ـ نقاط A و B و C و D متوالیاً برروی دایره بمرکز O مفروضند هرگاه قوسهای AB و BC و CD و DA بترتیب با اعداد ۲ و ۳ و ٤ و ٦ متناسب باشند.

اولاـ مطلوبست تعیین قوسهای AB و BC و CD و DA ثانیاً چنانچه $\widehat{AB}=48^\circ$ و $\widehat{BC}=82^\circ$ و $\widehat{CD}=96^\circ$ باشند مطلوبست تعیین اندازه زوایای داخلی چهارضلعی محاطی ABCD وزاویه مابین دوقطر وهمچنین زوایای حاصل مابین امتداد اضلاع مقابل

دبیر ـ آقای حبیب‌الله عبداللهی

جبر کلاسهای چهارم ریاضی

۲۱۶ـ اول کسر زیر را بساده‌ترین صورت تبدیل کنید .

$$\frac{x^3+x^2-8x-12}{x^2-x-6}$$

ثانیاً مقدار عددی کسر را درازاء $x=\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ حساب کنید.

۲۱۷ـ اولا ثابت کنید که بازاء جمیع مقادیر p و q عبارت $x^3+(p+1)x^2+(p+q)x+q$ بر $x+1$ قابل قسمت است. ثانیاً p و q را طوری تعیین کنید که اعداد ۱ و ۲ ریشه‌های دیگر این عبارت باشد.

۲۱۸ـ کسر زیر را گویا وخلاصه کنید.

$$\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{3+\sqrt{18}+\sqrt{15}+\sqrt{12}}$$

۲۱۹ـ معادله اصم زیر را حل کنید وریشه‌های قابل قبول آنرا معلوم کنید.

$$\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}-\frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{4x-\sqrt{x-2}}}{4-x}$$

دبیر ـ آقایان صفری لنگرودی ـ نقیه

مسائل امتحان هندسه کلاسهای چهارم ریاضی

۲۳۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC (زاویه $\widehat{A}=۹۰$) و $Tg\widehat{B}=\sqrt{۳}$ مطلوب است محاسبه وتر BC در صورتیکه $\overline{AC}\sqrt{۱۲}$ باشد .

۲۳۱- صحت اتحاد زیر را تحقیق کنید .

$$\frac{1+Sinx}{1-Sinx}-\frac{1-Sinx}{1+Sinx}=4tgx.\frac{1}{COSx}$$

۲۳۲- دو خط موازی α و β و نقطه M خارج آنها مفروض است از نقطه M خطی رسم کنید که α را در A و β را در B قطع کند بطوریکه $AB=1$ باشد .

۲۳۳- ذوزنقه $ABCD$ مفروض است ($AB \parallel CD$) بطوریکه $\widehat{BDA}=\widehat{ACB}=۹۰$ است ثابت کنید هرگاه از O محل تلاقی دوقطر عمودی بریکی از دو قاعده فرود آوریم امتداد این عمود از محل تلاقی دوساق ذوزنقه میگذرد .

دبیر- آقای مهندس شاملو

متمم حساب کلاسهای چهارم ریاضی

۲۳۴- معادله لگاریتمی زیر را حل کنید .

$$\log\sqrt[3]{2x+1}+\frac{1}{3}colog(5x-1)=\bar{1}/87406$$

۲۳۵- حاصل عبارت زیر را بدون آنکه در صورت و مخرج آن تغییری بدهید بوسیله لگاریتم محاسبه نمائید .

$$\frac{\sqrt{6/23}}{0/25}$$

۲۳۶- معادله زیر را حل کنید :

$$3^{x-1}-2^{x-1}=۰$$

۲۳۷- حاصل عبارت زیر را حساب کرده و در صورت لزوم تا یك میلیونیم تقریب حساب کنید .

$$\sqrt[7]{0/066087^{\frac{5}{2}}}$$

۲۳۸- حاصل عبارت زیر را بدست آورید .

$$\log_{\sqrt{۵}}۵+\log ۰/۰۱+\log_{\sqrt{۳}}۱۲=?$$

دبیر آقای مهندس شاملو

جبر کلاسهای ثنجم طبیعی

۲۳۹ - نقاط $A\left|\begin{matrix}۱۰\\۴\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}۴\\۱۰\end{matrix}\right.$ دو رأس از مثلث ABC هستند که رأس سوم آن نقطه . C روی نیمساز ربع اول (ناحیه اول) قراردارد و فاصله $OC=\sqrt{2}$ است اولا مختصات نقطه C را معلوم و مثلث ABC را با سه نقطه $A\left|\begin{matrix}۱۰\\۴\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}۴\\۱۰\end{matrix}\right.$ و $C\left|\begin{matrix}۱\\۱\end{matrix}\right.$ رسم کنید . ثانیاً ثابت کنید ABC متساوی‌الساقین است مساحت این مثلث را حساب کنید ثالثاً هرگاه محورهای مختصات را بموازات خود طوری انتقال دهیم که مبدأ جدید G محل تلاقی سه میانه مثلث باشد مختصات جدید سه رأس مثلث را حساب کنید.

۲۳۰- خط $y=mx+p$ مفروض است اولا مقادیر m و p را طوری تعیین کنید که اگر این خط با خط $y=x-2$ در نقطه‌ای روی محور طولها متقاطع گردد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای بعرض ۴ قطع کند . ثانیاً دوخط $y=4-2x$ و $y=x-2$ را در یك دستگاه محورهای مختصات رسم کرده واز طریق ترسیم نقطه تلاقی این دوخط را معلوم کنید. ثالثاً روی خط $y=x-2$ نقطه‌ای مانند D چنین تعیین کنید که فاصله آن تا مبدأ مختصات. مساوی $OD=\sqrt{10}$ گردد و نسبت به هردو جوابی که بدست میآید نقطه‌های $D1$ و $D2$ را معلوم و طول پاره خط $D1D2$ را حساب کنید .

دبیر- آقای صفری لنگرودی

مثلثات کلاسهای پنجم طبیعی

۲۳۱- درصورتیکه انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم و $\sin\alpha=\frac{۳}{۵}$ و $\cos\beta=-\frac{۴}{۵}$ باشد مقدار عددی عبارت زیر را معلوم کنید .

$$S=\frac{۳tg\alpha+۲cotg\beta}{۴\cos\alpha-۲\sin\beta}$$

۲۳۲- اولا درستی این اتحاد را ثابت کنید :

$$\left(\frac{۱}{\sin\alpha}-\sin\alpha\right)\left(\frac{۱}{\cos\alpha}-\cos\alpha\right)=\frac{tg\alpha}{۱+tg^{۲}\alpha}$$

ثانیاً در ازاء $x=۴۵^{\circ}$ مقدار عددی هریك از دو طرف اتحاد را مستقلا معلوم کنید .

۲۳۳- جوابهای معادله مثلثاتی زیر را بین صفر و ۲π معلوم کنید .

$$\cos\left(۳x+\frac{\pi}{۵}\right)-\cos\left(x+\frac{\pi}{۲}\right)=۰$$

دبیر- آقای صفری لنگرودی

جبر کلاسهای پنجم ریاضی

۲۳۴ - مقدار m را چنان تعیین کنید که در ازاء جمیع مقادیر x نامساوی زیر برقرار باشد .

$$\frac{x^{۲}+۲x-۴}{x^{۲}-۲x+۴}>m$$

۲۳۵- معادله :

$(m-۱)x^{۲}-۲(m+۱)x+۴m+۴=۰$ که در آن $(m\neq۱)$ مفروض است اولا بازاء چه مقادیر m معادله دارای

جواب است ثانیاً وقتی که معادله فوق دو جواب 'x و "x دارد بر یک محور x'x نقاط A و 'A و "A را بترتیب بطولهای (۲+) و 'x و "x اختیار میکنیم ثابت کنید که مقدار $\overline{AA'}.\overline{AA''}$ برابر مقدار ثابتی است .

۲۳۶- مطلوب است حل دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر.

$$\begin{cases} x^2+y^2=68 \\ xy-\sqrt{xy}=12 \end{cases}$$

۲۳۷- $A\begin{vmatrix}4\\3\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}2\\1\end{vmatrix}$ دو رأس از لوزی ABAD داده شده است و نقطه P مرکز لوزی برمحور x'x قرار دارد مطلوب است تعیین مختصات نقاط P و C و D .

۲۳۸ - نقاط $A\begin{vmatrix}6\\-3\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}-2\\3\end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix}2\\5\end{vmatrix}$ مفروض است اولا آنها در یک صفحه محورهای مختصات نمایش دهید ثانیاً معادله خط AB را بدست آورید ثالثاً مساحت مثلث ABC را تعیین نمائید .

۲۳۹- اولا معادله خطی را بنویسید که محور x'x را در نقطه بطول (۳) قطع کرده با محور ox زاویه ۴۵ درجه بسازد ثانیاً معادله خطی را بنویسید که در نقطهٔ بطول (۲) برخط بمعادله $y=x-2$ عمود باشد ثالثاً دوخط D و 'D بمعادلات $y=x-2$ و $y=-x+1$ را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید رابعاً خط متغیر Δ بمعادله $y=2x+\alpha+1$ خط D را دریک نقطه A وخط 'D را در یک نقطه B قطع میکند مختصات نقاط A و B را برحسب α بدست آورده ومقدار α را چنان معلوم کنید که زاویه AOB قائمه باشد . (O مبدأ مختصات) .

دبیر- مصحفی

مثلثات کلاسهای پنجم ریاضی

۲۴۰- درصورتیکه انتهای دو کمان x و y درربع دوم و $tg\,x=-\frac{1}{2}$ و $tg\,y=-\frac{1}{3}$ باشد حساب کنید $(tg\,x-y)$ را .

۲۴۱- اولا درستی اتحاد مثلثاتی زیررا ثابت کنید .

$$\frac{tg4x+tg2x}{tg4x-tg2x}=16\cos^4x-16\cos^2x+3$$

ثانیاً در ازاء $x=30^\circ$ مقدار عددی هریك از دوطرف اتحاد را مستقلا حساب کنید .

۲۴۲- معادله مثلثاتی زیررا حل کنید وجوابهای معادله را بین صفر و π حساب کنید .

$$\sin(2x+\frac{\pi}{6})-\sin(2\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$$

۲۴۳- درستی تساوی زیررا ثابت کنید .

$$tg\frac{\pi}{16}-cotg\frac{\pi}{16}+2tg\frac{\pi}{8}=-4$$

دبیر- آقای صفری لنگرودی

مسائل امتحان هندسه کلاسهای پنجم ریاضی

۲۴۴- کنج سه قائمه Sxyz مفروض است روی یالهای آن نقاط A و B و C را اختیار کرده اگر محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC را M و محل تلاقی میانه‌های مثلث SAB را N بنامیم ثابت کنید که MN برصفحه SAB عمود است و نسبت $\frac{SC}{MN}$ را حساب کنید .

۲۴۵- دو خط متنافر D و Δ مفروض است برخط D صفحه‌ای مرور دهید که با خط Δ زاویه α بسازد (بحث)

۲۴۶- نقطه A خارج فرجه PQ مفروض است بر نقطه A صفحه‌ای مرور دهید که بر صفحه Q عمود باشد و با صفحه P زاویه α بسازد (بحث)

۲۴۷- از نقطه A واقع برصفحه P خطی در این صفحه رسم کنید که با خط مفروض D که با صفحه P متقاطع است زاویه α بسازد (بحث) .

دبیر- آقای مهندس شاملو

جبر و مثلثات کلاسهای ششم طبیعی

۲۴۸- $A\begin{vmatrix}6\\-1\end{vmatrix}$ و $A'\begin{vmatrix}-4\\-1\end{vmatrix}$ دو رأس و $F\begin{vmatrix}5\\-1\end{vmatrix}$ یکی از کانونهای بیضی میباشد اولامعادله این بیضی را بنویسید .

ثانیاً بیضی به معادله .

$9x^2-18x+25y^2+50y=191$ رسم نمائید .

ثالثاً معادلات مماس براین بیضی را از نقاط بطول ۱ بنویسید

۲۴۹- تابع $y=\frac{mx+2}{x+m}$ مفروض است اولا ضرایب این تابع را طوری تعیین کنید که $M\begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix}$ مرکز تقارن منحنی نمایش باشد ثانیاً جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع $y=\frac{3x+1}{x-2}$ رسم نمایند

۲۵۰- معادله مثلثاتی $(m+2)\sin x+2m\cos x=2$ مفروض است اولا حدود m را طوری تعیین کنید که این معادله جواب داشته باشد .

ثانیاً در ازاء $m=1$ این معادله را حل کنید .

دبیر- آقای مسعود محمدی

جبر کلاسهای ششم ریاضی

۲۵۱- جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع زیررا رسم کنید .

$$y=\left(\frac{x}{2-x}\right)^2$$

۲۵۲ـ مجانبهای تابع زیر را تعیین کنید.

$$y=\frac{x+\sqrt{x^2-4}}{x+1}$$

۲۵۳ـ حد تابع زیر را بازاء $x=\pi$ بطریقه مستقیم و هوپیتال تعیین کنید.

$$y=\frac{x-\pi}{tg2x-tgx}$$

دبیر ـ آقای جم‌نژاد

مثلثات کلاسهای ششم ریاضی

۲۵۴ـ معادله

$$(2m-1)\sin^2x+m\sin x\cos x+\cos^2x=3m-2$$

مفروض است:

اولاً ـ بازاء چه مقادیر m معادله مفروض دارای جواب است؟

ثانیاً ـ بفرض اینکه تفاضل دودسته جواب معادله مفروض برابر $\frac{\pi}{2}$ باشد مقدار m را تعیین کنید.

ثالثاً ـ بازاء $m=1$ جوابهای معادله مفروض را حساب کنید

۲۵۵ـ عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید وجواب را بساده ترین صورت ممکن درآورید.

$$S=tgax+cotgax+\frac{1}{\sin ax}+\frac{1}{\cos ax}$$

حساب استدلالی ششم ریاضی

۲۵۶ـ یك عدد ۵رقمی چنان تعیین کنید که اگر یك صفر بین رقم دهگان وصدگان آن قرار دهیم عدد حاصل ۴۸۸۷۰۰ واحد بزرگتر شود.

۲۵۷ـ دریك تقسیم مقسوم ۱۲۵۹۶ و خارج قسمت ۲۰ واحد میباشد مقسوم علیه‌ها و باقیمانده‌های این تقسیم را بدست آورید.

۲۵۸ـ اعداد $\overline{du}$ و a و b را طوری تعیین کنید که داشته باشیم.

$$(76)_a=(59)_b=\overline{du}$$

دبیر: آقای مسعود محمدی

مسائل امتحان هندسه و مخروطات کلاسهای ششم ریاضی

۲۵۹ـ دو دایرهٔ مماس خارج o و o' بشعاعهای R و R' مفروضند ازنقطه تماس M دو وتر متعامد MAB و MCD را رسم میکنیم ثابت کنید:

$\overline{MA}^2+\overline{MB}^2+\overline{MC}^2+\overline{MD}^2$ مقدار ثابتی است که آن را پیدا خواهید کرد.

۲۶۰ـ دو دایره بمراکز A و B که یکدیگر را در وتر CD قطع میکنند مفروضند. نقطهٔ O وسط AB را مرکز دایره‌ای قرار میدهیم که از C و D بگذرد. ثابت کنید مجموع قوتهای نقاط این دایره نسبت بدو دایره A و B صفر است.

۲۶۱ـ دایره‌ای بشعاع R مفروض است. وتر ABC را طوری رسم می‌کنیم که قطر دایره را تحت زاویه ۴۵ درجه قطع کند ثابت کنید

$$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=2R^2$$

دبیر: آقای دکتر عصار

مسائل رقومی وترسیمی کلاسهای ششم ریاضی

۲۶۲ـ درصفحهٔ افقی رقوم ۵ نقطهٔ M را بدست آورید بقسمی که از نقطه مفروض a_3 بفاصله ۳ و از خط قائم V به فاصله ۲ باشد.

۲۶۳ـ عمود مشترك خط افقی H_5 وخط مدرج Δ را بدست آورید (تصاویر دوخط غیر موازی است)

۲۶۴ـ a_2 و b_5 دو رأس مستطیلی هستند که رأس C آن برقوم ۷ درصفحهٔ Q قرار دارد، مستطیل را بسازید (صفحهٔ Q با مقیاس شیب شده است)

۲۶۵ـ برروی خط قائم V نقطه‌ای بدست آورید که از P بفاصلهٔ ۳ باشد (صفحهٔ P با مقیاس شیب نموده شده است)

۲۶۶ـ دونقطهٔ m_1 و n_5 دو رأس مربعی هستند که رأس K آن درصفحهٔ افقی H_4 قرار دارد مربع را رسم کنید.

۲۶۷ـ صفحهٔ P را بشیب $\frac{2}{3}$ چنان رسم کنید که بزرگترین شیبش بالبه درازتر کاغذ موازی باشد وازبالا بپائین مدرج شود. تصویر نقطهٔ D برافقیه رقوم ۳ این صفحه قرار دارد. d_4 رأس منشور قائم ABCDEF است که قاعدهٔ ABC آن درصفحهٔ P است و مثلثی است قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین که در رأس A قائم‌الزاویه است وطول وترش ۵ است وضلع AB آن باصفحه مقابله زاویه ۳۵ می‌سازد و B طرف راست C_1 و درطرف چپ A قرار دارد ورقوم B از رقوم A بیشتر است. جسم را نمایش دهید ومرئی ومخفی را مراعات کنید.

دبیر: آقای احمد بیرشك

۵- دبیرستان هدف شماره ۲

جبر چهارم طبیعی

۳۶۸- عبارت زیر را ساده کنید:

$$\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}+2\right) : \left[\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{a^2b+b^2a}\right] \cdot \frac{2a-2b}{a+b}$$

۳۶۹- حاصل کسر زیر را حساب کنید،

$$\frac{(-2)^5 \cdot (-10)^{-6} \cdot (15)^{-4}}{(+5)^{-9} \cdot (-9)^{-3}}$$

۳۷۰- حاصل رادیکالهای زیر را بدست آورید:

$$8\sqrt{\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\sqrt{12}+4\sqrt{27}-2\sqrt{\frac{3}{16}}= ?$$
$$(5\sqrt{14}-3\sqrt{5})(7\sqrt{14}-2\sqrt{5})= ?$$

۳۷۱- مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

۳۷۲- از تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ تناسب: $\frac{3b-7d}{3a-7c}=\frac{3b+7d}{3a+7c}$ را نتیجه بگیرید:

مسائل هندسه چهارم طبیعی

۳۷۳- نقاط A و B و C و D متوالیاً روی خط d مفروضند از نقاط A و B دو خط متوازی و از نقاط C و D دو خط متوازی دیگر رسم میکنیم تا یکدیگر را قطع کنند ثابت کنید اگر قطر متوازی‌الاضلاع حاصل خط d را درنقطه M قطع کند

$$MA \cdot MC = MB \cdot MD$$

۳۷۴- در ذوزنقه ABCD از نقطه M واقع برروی ساق AD خطی موازی دوقاعده رسم میکنیم تا BC را در نقطه N قطع کند اگر $AM=12$ و $MC=27$ و $MD=BN$ باشد اندازه دوساق را بدست آورید.

۳۷۵- هرگاه $tg\,x=\sqrt{\frac{3}{13}}$ باشد مطلوبست تعیین y بساده‌ترین صورت ممکنه

$$y=\frac{\sin^2 x-3\cos^2 x}{\sin x+tg 60^\circ \cdot \cos 60^\circ}$$

۳۷۶- مثلث ABC محاط در دایره مفروض است ارتفاع AH وقطر AM را رسم میکنیم اگر AH دایره را در نقطه F قطع کند ثابت کنید FM موازیست با BC

۳۷۷- اوساط اضلاع AB و AC از مثلث ABC را M و N می‌نامیم بمرکز M وبقطر AB دایره‌ای میزنیم این دایره MN را درنقطه D و امتداد آنرا در نقطه E قطع میکند ثابت کنید BD و BE نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه $\hat{B}$ میباشد

جبر چهارم ریاضی

۳۷۸- حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{8x^3+28y^3}{64x^3+48x^2y+12xy^2+y^3} \times \frac{y^2-16x^2}{4x^2-6xy+9y^2} : \frac{6xy^2-20x^2y-16x^3}{y^3+8xy^2+16x^2y}$$

۳۷۹- اولا مطلوبست تعیین m بقسمی که عبارت زیر بر $x-1$ قابل قسمت باشد.

$$(m+2)x^4+2(m-1)x^3-(2m+1)x^2+(3m-8)x-m$$

ثانیاً مطلوبست محاسبه خارج قسمت عبارت فوق بازاء $m=2$ بر $x-1$ بدون عمل تقسیم

۳۸۰- حاصل عبارت زیر را بصورت رادیکالی بنویسید.

$$\left(x^{-\frac{1}{2}} : y^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}} : \left(\sqrt{x^{\frac{-1}{2}}} \cdot y^{\frac{1}{3}}\right)^{-4}$$

۳۸۱- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید و تمام عملیات ممکنه را انجام دهید.

$$\frac{5}{\sqrt[3]{-12}-\sqrt{3}}$$

۳۸۲- مطلوبست محاسبه دوعبارت زیر

$$\left(2\sqrt[5]{\sqrt[12]{17}}+3\sqrt[10]{\sqrt[6]{17}}+3\sqrt[12]{\sqrt[5]{17}}\right) : \sqrt{\sqrt[6]{17}} = ?$$
$$\sqrt{x^2y}-\sqrt{y^3}-\sqrt{x^3-2x^2y+xy^2}$$

مسائل هندسه کلاسهای چهارم

۳۸۳- درصورتیکه $tg\,x = \frac{3}{4}$ باشد مطلوبست محاسبه مقدار عبارت زیر.

$$\sin 30^\circ - \frac{\sin x-\cos^2 x}{\sin^2 45^\circ - tg^2 30^\circ \cdot \cos 60^\circ}$$

۳۸۴- درهر مثلث اگر یک زاویه منفرجه باشد میانه وارد برضلع مقابل بآن کوچکتر از نصف همین ضلع است.

۲۸۵ ـ از مثلث قائم‌الزاویه ABC $(A=۹۰^\circ)$ اندازه زاویه B و تفاضل دو ضلع این زاویه معلوم است مثلث را رسم کنید
دبیر آقایان : ارشاقی ـ قوامی ـ افروز

حساب کلاسهای چهارم ریاضی

۲۸۶ـ اولا ثابت کنید رابطهٔ $log_y x log_x y=۱$ برقرار است ثانیاً با استفاده از قسمت اولا دستگاه دومجهولی لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} ۷(log_y x + log_x y)=۵۰ \\ xy=۲۵۶ \end{cases}$$

۲۸۷ـ بوسیلهٔ جدول لگاریتم عدد A را تعیین کنید.

$$A=\frac{\sqrt[۵]{(۲۸/۰۱۵۶)^۳.(۷۴۲/۵)\frac{۲}{۳}}}{(۰/۰۰۰۵۱۲)^۲.(۰/۳۲۵)^۴}$$

۲۸۸ـ مطلوبست تعیین x درعبارت زیر:

$$log^۲\frac{x}{۲}-۱$$

$$x \qquad =x$$

۲۸۹ ـ مطلوبست حل دستگاه دومجهولی لگاریتمی زیر:

$$\begin{cases} log\sqrt{x-y}+colog(x+y)=\bar{۱}/۵۲۲۸۸ \\ logx-logy-log۲ \end{cases}$$

۲۹۰ـ مطلوبست تعیین x درعبارت :

$$\frac{x+۴}{x} \qquad \frac{۲}{x}$$

$$۳-۱۵\times۳+۱۸=۰$$

۲۹۱ـ مطلوبست تعیین x بدون استفاده از جدول لگاریتم

$$۴log۳+log۲۵-log۴+colog۹+colog۴۵-log۵=$$

$$log(x+۱)+log(\frac{x}{۲}-۱)$$

دبیر : **آقای علی آبادی**

جبر کلاس پنجم طبیعی

۲۹۲ ـ نقاط $A\left|\begin{matrix}۱\\۲\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}-۲\\-۱\end{matrix}\right.$ و $C\left|\begin{matrix}۲\\-۳\end{matrix}\right.$ رئوس مثلثی میباشند اولا این مثلث را رسم کنید ثانیاً مطلوبست محاسبهٔ مختصات محل تلاقی میانه‌های مثلث.

ثالثاً ـ تانژانت زاویه‌ای که میانه AM با ارتفاع AH می‌سازد.

رابعاً مختصات رأس چهارم متوازی الاضلاع را حساب کنید که AB و BC اضلاع آن باشد و مساحت این متوازی الاضلاع بدست آورید.

۲۹۳ـ دوخط $y=۲x-m$ و $y=۲mx-۶$ مفروضند اولا m را چنان تعیین کنید که نقطهٔ تقاطع این دو خط روی نیمساز ربع اول واقع باشد.

ثانیاً ـ بازاء $m=۲$ این دوخط را روی یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید .

۲۹۴ـ سه خط D بمعادلهٔ $y=x-۱$ و D' به معادلهٔ $y=۲x-۴$ و D'' بمعادلهٔ $y=(a-۲)x-(a+۲)$ مفروضند اولا a را چنان تعیین کنید که این سه خط دریک نقطهٔ متقارب باشند.

ثالثاً ـ a را چنان تعیین کنید که خط D'' با خط $y=ax+۱$ بر هم عمود باشند.

مثلثات کلاس پنجم طبیعی

۲۹۵ـ مطلوبست محاسبهٔ کمان ۱۲۰ گراد برحسب درجه ورادیان.

۲۹۶ـ مطلوبست محاسبهٔ عبارت زیر بازاء $x=\frac{\pi}{۲}$

$$sinx\,cos۲x+tg۳x-tg(x-\frac{\pi}{۶})-cotg(x+\frac{\pi}{۳})$$

۲۹۷ـ صحت اتحادهای زیررا ثابت کنید.

$$sina\,tg^۲a+cosa\,cotg^۲a=tg^۲a+cotg^۲a-۱$$

۲۹۸ـ در صورتیکه بدانیم $tg\alpha=\frac{۱۱}{۶۰}$ وانتهای کمان در ربع سوم است مطلوبست محاسبهٔ سایر خطوط مثلثاتی α

۲۹۹ـ صحت رابطه زیررا ثابت کنید:

$$cos۷۵^\circ cos۸۰^\circ+۳sin۳۵۰^\circ cos۲۵۵^\circ+۴cos۱۷۰^\circ cos۱۰۵^\circ=۰$$

۳۰۰ـ مطلوبست محاسبهٔ خطوط مثلثاتی $\frac{۱۳\pi}{۴}$

۳۰۱ـ درصورتیکه بدانیم $A+B+C=\pi$ مطلوبست اثبات رابطه زیر :

$$cosA=-cos(B+C)$$

جبر کلاسهای پنجم ریاضی

۳۰۲ـ معادله زیررا حل کنید :

$$\frac{\sqrt{x-۴}-\sqrt{x+۴}}{\sqrt{x-۴}+\sqrt{x+۴}}=x-\frac{۱۱}{۲}$$

۳۰۳ـ دستگاه دومعادلهٔ دو مجهولی زیر راحل کنید :

$$\begin{cases} x^۴+x^۲y^۲+y^۴+۲۱ \\ x^۲+xy+y^۲-۷ \end{cases}$$

۳۰۴ـ ناحیه‌ای ازصفحه را تعیین کنید که مختصاتشان در دستگاه زیر صدق کند:

$$\begin{cases} x=1>0 \\ x+y-4<0 \\ y>0 \end{cases}$$

۳۰۵ – وتر مثلث قائم الزاویه ABC روی خط Δ به معادله $y=2$ قرار دارد و $A\begin{vmatrix}2\\4\end{vmatrix}$ راس قائمه است ورأس C برروی OA میباشد (o مبداء مختصات)

اولا– مختصات دورأس B و C و مساحت مثلث ABC را حساب کنید.

ثانیا– اگر مختصات $B\begin{vmatrix}6\\2\end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix}1\\2\end{vmatrix}$ باشد معادله نیمساز زاویه C ازمثلث ABC را بنویسید.

ثالثاً– مختصات نقطه تلاقی سه میانه مثلث ABC را حساب کنید.

رابعاً– معادلات عمود منصف‌های AB و AC را نوشته و مختصات نقطه تلاقی آندورا بدست آورید.

مثلثات پنجم ریاضی

۳۰۶ – صحت اتحادهای زیر را ثابت کنید.

$$\frac{tg(180-a)\,tg\left(a-\frac{\pi}{2}\right)\left(-2\sin(150)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)\right)}{cotg300-\cos150}=2\sqrt{3}+2\sqrt{3}\sin a$$

$$\sin^3 a(1+cotg\,a)+\cos^3 a(1+tg\,a)=\sin a+\cos a$$

۳۰۷ – ثابت کنید که عبارت زیر بستگی به x ندارد.

$$\frac{1}{3}(\sin^6 a+\cos^6 x)-\frac{1}{4}(\cos^2 x-\sin^2 x)^2=?$$

۳۰۸–اگر

$$tg\,y=\frac{(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{3})}{4} \text{ و } \cos=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

باشد مطلوبست محاسبه $\cos(x-y)=?$

۳۰۹–تانژانت دوزاویه‌حاده بترتیب مساوی $\frac{4}{3}$ و $\frac{1}{7}$ میباشد ثابت کنید که تفاضل آندوزاویه مساوی $45°$ میباشد.

۳۱۰– معادله زیررا حل کرده و جوابهای بین صفر و 2π را بدست آورید.

$$\cos5x(1+\cos2x)=0$$

مسائل امتحان هندسه کلاس‌های پنجم ریاضی

۳۱۱– روی صفحه P دایره‌ای بقطر AB مفروض است نقطه M یکی از نقاط این دایره میباشد از A عمود AS را بر صفحه اخراج نموده و نقطه S را به نقاط M و B وصل میکنیم و نیز از A عمود AC را بر SB و عمود AD را بر SM فرود میآوریم اولا ثابت کنید زاویه $\widehat{SMB}=90°$ ثانیاً ثابت کنید $SC\times SB=SD\times SM=\overline{SA}^2$ و از آنجا نتیجه‌بگیرید دو مثلث SMB و SCD متشابهند و زاویه $\widehat{SCD}=90°$ است ثالثاً– ثابت کنید SC بر صفحه ACD عمود است.

۳۱۲– دوصفحه متقاطع P و Q و نقطه A خارج این دو صفحه مفروض‌اند ازنقطه A صفحه‌ای چنان رسم کنید که بر صفحه P عمود بوده و فصل مشترک این صفحه با صفحات P و Q دوخط موازی باشند

جبر و مثلثات کلاس ششم طبیعی

۳۱۳– تابع $y=x^3+ax^2+bx+C$ مفروض است.

اولا– ضرایب a و b و c را بطریقی تعیین کنید که منحنی درنقطه $A\begin{vmatrix}-2\\0\end{vmatrix}$ ماکزیمم و یا می‌نیمم باشد و درنقطه‌ای بعرض ٤ محور عرضها را قطع کند.

ثانیاً – مطلوبست رسم جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع زیر:

$$y=(x+2)(x^2+3x+2)$$

۳۱۴ – اولا مطلوبست محاسبه‌مختصات مرکز و طول شعاع ورسم دایره زیر:

$$4x^2+4y^2-4x+8y+1=0$$

ثانیاً– مطلوبست محاسبه مختصات محل برخورداین‌دایره با خطیکه از $A\begin{vmatrix}2\\-2\end{vmatrix}$ گذشته و بر خط $y=\frac{1}{2}x-4$ عمود باشد

۳۱۵– معادله زیر را حل کرده وجواب بین‌صفر و 2π را حساب کنید.

$$2\sin x-\cos x=\sqrt{2}$$

۳۱۶ – معادله زیر راحل کرده وجواب کلی را بدست آورید.

$$\cos6x+\cos2x+1=0$$

دبیر– آقای احسانی

جبر ششم ریاضی

۳۱۷– اولا مطلوبست رسم‌منحنی تابع

$$y=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{9}{2}x$$

ثانیا– مطلوبست‌تعیین معادله‌خطوطی‌را که‌ازنقطه M بطول ۲ واقع برمنحنی باضریب زاویه m گذشته‌باشند درمحل‌تلاقی این خط بامنحنی بحث‌نموده و m را چنان تعیین کنید که‌یکی از دونقطه تلاقی دیگر این خط‌بامنحنی مبداء مختصات‌باشددر این‌صورت مختصات نقطه تقاطع دیگر را حساب کنید.

۳۱۸ـ اولا مطلوبست تعیین معادله‌مماس وقائم برمنحنی

$$y^2 - 2xy - 3x^2 - 2y + 6x + 12 = 0$$

درنقطه بطول‌سه واقع برمنحنی

ثانیاً ـ مطلوبست تعیین معادله مماس‌های وارد از مبدأ مختصات برمنحنی‌مزبور وتعیین مختصات نقاط تماس

ثالثاً ـ مطلوبست تعیین‌معادله خطوط مجانب‌منحنی‌مزبور

۳۱۹ـ اولا بحسب مقادیرمخالف m ریشه‌های معادله

$$(5m - 2)x^2 - 2(2m + 1)x + 4 - m = 0$$

را با اعداد ۲ـ و ۱ و ۱+ مقایسه نمائید.

ثانیاً ـ بازاء $m = \sqrt{3} + 1$ مقادیرعددی ریشه‌ها را حساب کنید.

دبیرـ آقای ابوترابیان

حساب استدلالی کلاس‌های ششم ریاضی

۳۲۰ـ در یك تقسیم خارج قسمت ۴۲ وباقیمانده مساوی ۱۲۲۱ میباشد درمقابل هرسه واحدی که بمقسوم میافزائیم دو واحد بمقسوم علیه اضافه مینمائیم تعیین کنید: حداکثر طبق روش فوق چند واحد میتوان بمقسوم ومقسوم علیه افزود بدون آنکه خارج‌قسمت تغییر کند. (باستدلال)

۳۲۱ـ مطلوبست تعیین عددی سه‌رقمی که چون آنرا در ۳۲۹ ضرب کنیم حاصلضرب بعدد ۵۰۲۸ مختوم گردد.

۳۲۲ـ عددی درمبنای مجهولی مانند x بشکل ۵۱۷ نوشته شده است و درمبنای $x-1$ بشکل ۶۵۶ نوشته می‌شود مطلوبست تعیین مبنای x و تعیین عدد مزبور در دستگاهی بمبنای ۱۲

۳۲۳ـ دوعددمتوالی را چنان تعیین کنید که چون بهریك از این دوعدد ۱۰ واحداضافه‌شود بحاصلضرب آنها باندازه ۱۰۱۰ واحد اضافه شود.

دبیرـ آقای ابوترابیان

هندسه رقومی کلاسهای ششم ریاضی

۳۲۴ـ از نقطه مفروض a دوخط چنان رسم کنید که با صفحه فق [illegible] های ۴۵° و ۳۰° ساخته وخط واصل بین آثارشان با امتداد [illegible] واقع درصفحه مقایسه زاویه ۳۰° ساخته وبطول ۴ باشد

۳۲۵ـ از نقطه a واقع درصفحه P که بامقیاس‌شیب نموده شده خطی در آن رسم کنید که باخط $C'd$ متعامد باشد.

۳۲۶ـ $x'x$ را منطبق برمحور افقی و $y'y$ را منطبق بر محورطول و a_r را بر $x'x$ بفاصله ۳ واحد سمت راست $y'y$ انتخاب کنید. نقطه b_8 را روی خط $y'y$ طوری تعیین کنید که طول‌حقیقی خط $a_r b_8$ مساوی $5\sqrt{2}$ باشد (b بالای $x'x$) سپس

ملخص ذوزنقه ABCD را که رأس B قائم‌الزاویه وساق AB مساوی قاعده BC باشد رسم کنید رقوم رأس C مساوی ۱۰ و C طرف چپ $y'y$ باشد (قاعده AD نصف قاعده BC است).

۳۳۷ـ تصاویر دو خط متقاطع وآثار آنها معلوم است زاویه حقیقی دوخط ۶۰° است رقوم نقطه تقاطع آنها را بدست آورید (رقوم مثبت را اختیار کنید)

۳۳۸ـ a_1 و b_2 که فاصله تصویرهای آنها ۴ است دو رأس مجاورمربع ABCD هستند که قطر BD آن افقی است ملخص آنرا کامل کنید.

۳۳۹ـ صفحه P با فراز یك ونقطه b_1 واقع در آن مفروض است (فاصله b از مقیاس شیب ۲ انتخاب شود) ملخص مثلث متساوی الساقین ABC واقع درصفحه P را رسم کنید بطوریکه قاعده آن $BC=4$ و C برقوم ۲ بوده تصویر آن طرف راست b و شعاع دایره محاطی داخلی مثلث مساوی ۱/۵ باشد رقوم رأس A کمتر از رقوم B است.

دبیرـ آقای ارشاقی

۶ـ دبیرستان هدف شماره ۴۰

جبر چهارم ریاضی

۳۳۰ـ خارج قسمت کسر زیررا بدون عمل‌تقسیم بدست آورید.

$$\frac{x^7 - 128}{x - 2}$$

۳۳۱ـ p و q را طوری انتخاب کنید که عبارت : $x^3 - px^2 + q - 1$ بر $x^2 - 1$ قابل‌بخش باشد.

۳۳۲ـ کسر زیررا ساده کنید.

$$\frac{(x+y)^4 - (x+y)^2}{(x+y)^4 + (x+y)^3}$$

۳۳۳ـ کسر زیررا منطق کنید.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}$$

۳۳۴ـ کسر زیررا منطق کنید.

$$\frac{2}{\sqrt[3]{5}\sqrt{2}}$$

۳۳۵ـ معادله زیررا حل کنید.

$$\sqrt{x-5} + \sqrt{x+2} = 5$$

۳۳۶ـ معادله زیررا حل کنید

$$\frac{1-x}{x^2-1}+\frac{2}{1-x}=\frac{-7}{3}$$

۳۳۷ـ علامت عبارت زیررا تعیین کنید:

$$(-x+2)(x-3)$$

۳۳۸ـ دستگاه زیررا حل کنید:

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-2y=-8 \\ x+z=-3 \end{cases}$$

۳۳۹ـ دستگاه زیررا حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=2 \\ \frac{3}{x}+\frac{5}{y}\frac{91}{6} \end{cases}$$

دبیر ـ آقای افشار

متمم حساب کلاس چهارم ریاضی

۳۴۰ـ مقدار x را با استفاده از محاسبات لگاریتمی بدست آورید.

$$x=\frac{325\times\sqrt{0/241}}{0/031\times\sqrt[3]{22}}$$

۳۴۱ـ معادله لگاریتمی زیررا حل کنید.

$$2x-3y=2$$
$$\log x+\log 5=1+\log y$$

۳۴۲ـ a وb را چنان پیدا کنید که عبارتهای زیر تشکیل یك تصاعد عددی بدهند.

$5a+b+1$ و $3b+2a-2$ و $2a+b+1$ و $a+b$

۳۴۳ـ دریك تصاعد عددی عدد ۸ جمله دوم و عدد ۲۳ جمله هفتم آنست تصاعد راتشکیل دهید و مجموع این هفت جمله را حساب کنید.

دبیر ـ آقای محمدحسین عطار ناصری

مسائل هندسه چهارم ریاضی

۳۴۴ـ ذوزنقه قائم‌الزاویه ABCD (A و D قائمه) مفروض است میدانیم که $AB=13$ و $CD=8$ ($AD=12$) مطلوبست محاسبه BC

۳۴۵ـ ازنقطه p واقع درداخل دایره O وترهائی رسم میکنیم مطلوبست مکان هندسی اوساط این وترها

۳۴۶ـ از مثلث AAC ارتفاع AH ومیانه BN وطول BC در دست است این مثلث را رسم کنید.

دبیر ـ آقای افشار

مسائل هندسه پنجم ریاضی

۳۴۷ـ مطلوبست تعیین مکان هندسی نقاطی که از سه رأس یك مثلث بیك فاصله باشد.

۳۴۸ـ مطلوبست تعیین مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصلشان ازدوصفحه متقاطع مساوی باطول معلوم K باشد.

۳۴۹ـ مثلث ABC ونقطه O درخارج صفحه آن مفروض است صفحه‌ای معین کنید ازنقطه O بگذرد ونقاط A وB وC ازآن بیك فاصله باشند.

دبیر ـ آقای افشار

جبر کلاس پنجم ریاضی

۳۵۰ـ مطلوبست حل دستگاه زیر،

$$\begin{cases} x^2y+y^2x=20 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\frac{5}{4} \end{cases}$$

۳۵۱ـ مطلوبست حل معادله اصم زیر:

$$\sqrt{x+1}=\sqrt{15-x}=4$$

۳۵۲ـ مطلوبست تعیین مقادیر m برای اینکه نامساوی فوق بازاء جمیع مقادیر x برقرارباشد.

$$mx^2-4(m+1)x+m-5<0$$

۳۵۳ـ مطلوبست حل معادله اصم زیر:

$$x=\sqrt{(b-x)(c-x)}+\sqrt{(c-x)(a-x)}+\sqrt{(a-x)(b-x)}$$

۳۵۴ـ طول یك ضلع لوزی برابراست با $\sqrt{5}$ و نقاط $A\left|\begin{matrix}-3\\3\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}-2\\4\end{matrix}\right.$ عبارتند از مختصات دو انتهای یك قطر مطلوبست مختصات دو رأس دیگر لوزی

۳۵۵ـ مطلوبست تعیین معادله خطی که از نقطه $\left|\begin{matrix}3\\0\end{matrix}\right.$ گذشته و باخط $y=2x-1$ زاویه $45°$ تشکیل دهد.

۳۵۶ـ ثابت کنید که بازاء جمیع مقادیر m خط $(m+1)+(m-1)y+2=0$ ازنقطه ثابتی می گذرد که مختصات آنرا پیدا خواهید کرد.

۳۵۷ـ مطلوبست فاصله نقطه $M\left|\begin{matrix}2\\2\end{matrix}\right.$ از خط

$$2x=4y-12$$

دبیر آقای افشار

حساب استدلالی ششم ریاضی

۳۵۸ـ عدد ۲۶۵۴٫۲۴ درمبنای ۸ نوشته شده مطلوبست

نمایش آن در دستگاهی بمبنای ۱۲ .

۳۵۹ـ مطلوبست تعیین دوعدد بطوریکه یکی از آنها ٦ برابر دیگری بوده واگر بهر کدام از آنها ۹ واحد اضافه شود بحاصلضربشان ۸۳۷ واحد اضافه میشود .

۳٦۰ـ مطلوبست تعیین عددیکه چون آنرا بر ۷۹۱ تقسیم کنیم باقیمانده مساوی ۷٦۰ شود و چون آنرا به ٦۹۱ تقسیم کنیم خارج‌قسمت ۵ واحد زیاد شود و باقیمانده تقسیم مساوی ۵ شود (باستدلال) .

۳٦۱ـ در یك تقسیم مقسوم مساوی ۳۲۷۹۲۲ وباقیمانده‌های جزئی برای تعیین خارج قسمت به ترتیب ۲۲٤ و ۱٦۷ و ۳٦۸ میباشند مطلوبست تعیین مقسوم‌علیه و خارج قسمت .

دبیر ـ آقای ابوترابیان

هندسه رقومی‌ ششم ریاضی

۳٦۲ـ خط مدرج Δ وصفحه R که با مقیاس‌شیب‌نموده شده است داده شده برروی خط Δ نقطه‌ای بدست آورید که صفحه R بفاصله ۲ باشد .

۳٦۳ـ تصویر ذوزنقه $ABCD$ داده شده رقوم a برابر ۲ و شیب خط AD مساوی $\frac{۳}{۲}$ و طـول حقیقی قاعـده کوچکتر مساوی ۵ است ورقوم هرسه رأس دیگراز رقوم a بیشتراست‌مشکل راکامل کنید .

۳٦٤ـ دوخط یکی افقیه $H_{۰}$ و دیگری خط مدرج D مفروض است و تصویرهای آنها غیرموازی . عمود مشترك آنهارا رسم کنید .

۳٦۵ـ از مربعی ضلع $a_{٤}b_{۸}$ داده شده و مرکز مربع در صفحه مفروض P است مربع‌را بسازید (ab با مقیاس شیب صفحه موازی است .

۳٦٦ ـ مقیاس‌شیب‌صفحه P را موازی‌لبه بالای کاغذرسم کنید و صفحه را با شیب $\frac{٤}{۵}$ از چپ براست مدرج کنید . بروی افقیه رقوم ۳ نقطه $S_{۸}$ را اختیار کنید و عمود SA رابرصفحه فرودآورید . هرم مثلث‌القاعده $SABC$ راکه وجه ABC آن‌در صفحه P باشدرسم کنید بقسمی که ABC متساوی‌الاضلاع باشد و ارتفاع AH آن با صفحه مقایسه زاویه ۳۰ بسازدو H طرف راست A و رقومش کمتراز رقوم A باشد B طرف راست AH وضلع مثلث مـساوی SA است مرئی ومخفی را مراعات کنید .

دبیر ـ آقای احمد بیرشك

♠♠ بقیه درباره اصول‌هندسی ♠♠

همین حقیقت که‌هندسهٔ غیراقلیدسی کامل وبدون تناقض است اعتمادچندصدساله‌را نسبت به‌کلمات « واضح است » ودبنظر میرسد» از بین‌برد ، کلماتی که تکیه کلام هندسه دانهای قدیم بود . تحلیل اصل اقلیدس که قرنهاطول کشیده بوداستحکام نتایج هندسهٔ مقدمـاتی را (کـه هندسه اقلیدسی برپایهٔ آنها بود) بکلی‌متزلزل ساخت . این تحلیل روشن کرد که‌بین آن حقایق هندسی که گمان میرفت ارتباطی بایکدیگر ندارند چه‌ارتباط عمیقی‌وجود دارد و در نتیجه روابط فضائی درجهان مادی بنحو جدیدی نمایان شد .

باین‌ترتیب دستگاه اصول‌وتعاریف اقلیدس بعنوان پایه‌ای برای ساختمان هندسه‌غیرکافی‌بود . دردنیای افکارواندیشه‌های جدید دیگر این تعاریف و اصول مطلقاً ناقص‌بودند ونمیتوانستند پیشرفت های علوم دقیقه را تأمین نمایند .

مثلا این‌تعریف که « خط‌عبارتست ازیك امتداد بدون عرض» دیگرهندسه‌دانان را راضی نمیکرد ، زیرا مفاهیم امتداد و عرض‌دیگرآن وضوح‌وروشنی ابتدائی را که در زمان اقلیدس‌داشتند، از دست دادند . برای‌هندسه‌دانهای‌زمان ما بسیاری‌ازتعاریف اقلیدس‌بدون‌تحلیل دقیق‌آنهاو بررسی‌تمام‌جوانب‌موردلزوم (که‌بوسیلهٔ پیشینیان مسکوت گذاشته‌شده بود) دارای ارزش واعتباری‌نیست . مثلا نمیتوان فهمیدکـه چرا مثلا تعریف ٤ نمیتواند برای دایره قبول شود و یـا تعریف ۷ برابر سطح استوانه دوار و مخروط .

باین ترتیب لزوم دقت کامـل در تعاریف و اصول هندسی احساس‌میشد و این کاردر اواخر قرن۱۹ انجام‌گرفت باین معنی‌که‌همهٔ مسائل مربوط‌به‌اصول هندسی مورد بررسی دقیق قرارگرفت . این‌کوششها منجر بساختمان جـدیدی برای اصول هندسی شد ، اصولی‌که با دقت فوق‌العادهٔ ریاضیات معاصر تطبیق میکند .

در زیر شرح مختصری از وضعیت کنونی این مسئله را ذکرمیکنیم :

دنباله دارد

★★★

توضیح راجع به حل مسائل

از بین مسائلی که در این شماره ماهنامه یکان درج شده است حل بعضی از آنها در شماره دوم بنظر خوانندگان خواهد رسید و حل مسائلی که ذیلاً نام برده میشود بعهده دانش‌آموزان واگذار میشود .

مهلت قبول حل این مسائل (و مسائل مسابقه) تا بیستم فروردین میباشد نام کسانی که مسائل را صحیح حل نموده باشند در مجله درج خواهد شد و بعلاوه بهترین حل نیز بچاپ خواهد رسید .

مطالب ارسالی باید فقط در یک روی کاغذ و با خط خوانا و منظم نوشته شده باشد دانش‌آموزان هر کلاس فقط میتوانند حل مسائل مربوط بکلاس خود یا کلاس بالاتر را ارسال دارند - فراموش نفرمائید نام خانوادگی خود و کلاس و دبیرستانی را که در آن تحصیل میکنید حتماً بنویسید .

مسائلی که حل آنها بعهده دانش آموزان واگذار میشود :

۱- دانش‌آموزان چهارم طبیعی - مسائل شماره ۴-۲۱
۲- « « « ریاضی « ۱۲-۱۳ .
۳- دانش‌آموزان پنجم طبیعی مسائل ۲۵-۳۵-۳۸
۴- « « ریاضی « ۲۹-۳۱-۲۳۳۵-۱۶-۳۶-۴۰-۴۳-۴۴-۴۵ .
۵- دانش آموزان ششم طبیعی مسائل شماره ۴۹-۵۰-۵۳-۵۴ .
۶- دانش‌آموزان ششم ریاضی « « ۵۹-۶۰-۶۳-۶۴-۶۷-۷۰-۷۱-۷۲-۸۳-۷۸-۸۱-۸۲-۸۳-۸۴
۷- فارغ‌التحصیلان متوسطه و داوطلبان کنکور دانشگاه مسائل شماره ۹۶-۹۸-۱۰۰-۱۰۳-۱۰۶ تا شماره ۱۳۵

نمایندگان و خبرنگاران ماهنامه یکان

- آقای **علی‌اصغر شیعه بیگی** دانشجوی دانشکده فنی نماینده و خبرنگار در دانشگاه تهران .
- آقای **سید عبدالحسین ریاضی همدانی** دانشجوی دانشکده کشاورزی - نماینده و خبرنگار در دانشکده کشاورزی کرج .
- آقای **رضا ملک** دانش آموز دبیرستان رکنیه یزد - نماینده و خبرنگار در شهرستان یزد .
- دوشیزه **قمرالملوک نفیسی** دانش‌آموز و نماینده و خبرنگار دبیرستان گوهر - تهران .
- دوشیزه **حکیمه حکمی** - دانش آموز و نماینده دبیرستان پروین اعتصامی - کرمان .

مقاله‌ها و مسائل رسیده

توسط دبیران محترم ریاضی و علاقمندان دیگر مقاله‌ها و مسائلی برای چاپ در مجله یکان واصل شده است که متأسفانه چاپ آنها در شماره اول مقدور نشد و در شماره دوم بنظر خوانندگان خواهد رسید :

❁ **دستگاههای الکترونیک** - ما همه کم و بیش با دستگاههای الکترونیک (رادیو-تلویزیون .....) سروکار داریم. تشکیلات داخلی این دستگاهها چیست ؟ آیا میشود آنها را با وسایل خیلی ساده ساخت ؟

آقای محمد رضا اصفهانی دانشجوی الکترونیک یک سلسله مقاله بزبان ساده در باره **دستگاههای الکترونیک** تنظیم نموده‌اند که چاپ آنها از شماره دوم آغاز خواهد شد .

روش کوتاه و مفید در چهار عمل اصلی - مقاله‌ایست که **آقای حسین ستاری تهرانی** دبیر ریاضیات تهران ارسال داشته است .

❁ **مسائل ریاضی برای کلاس ششم ریاضی** - طرح از دبیر دانشمند **آقای م . ا . گیتی زاده** دبیر فرهنگ مسجد سلیمان - امیدواریم در هر شماره یکان توفیق چاپ مسائلی از این همکار گرامی را داشته باشیم .

❁ **مسائل ریاضی** - برای محصلین و فارغ‌التحصیلان دبیرستان - ارسالی آقای **علی اصغر شیعه بیگی** دانشجوی دانشکده فنی .

❁ **مسائل ریاضی** امتحانات ثلث اول دبیرستان شاهپور شیراز ارسالی آقای **مسعود امین‌زاده** .

تقاضا از دوستانی که برای مجله یکان مطلب میفرستند

۱- مطالب با خط خوانا وفقط در یک روی کاغذ نوشته شده باشد .
۲- مطالب مختلف در اوراق جداگانه نوشته شود .
۳- مسائل ارسالی حتماً با حل همراه باشد و بخصوص ذکر شده باشد که مسأله طرح فرستنده است یا از جایی اخذ شده است و در اینصورت مأخذ ذکر شود .
۴- مطالب رسیده بترتیب تاریخ وصول و با توجه باهمیت موضوع چاپ خواهد شد .
۵- مقاله‌های رسیده مسترد نمیشود .

پیام مدیر نشریه معلمین ریاضی انگلستان به معلمین ریاضی ایران

ضمن مکاتبه با مسئولین مطبوعات ریاضی کشورهای مختلف آقای Claude Birtwistle دبیر ریاضی و مدیر مجله Mathemaics Teaching نشریه انجمن دبیران ریاضی انگلستان خواسته است تا سلام گرم وی بدبیران ریاضی ایران ابلاغ شود .

میزان معلومات محصل تطبیق دهد ، درطول سال تحصیلی مدد کاری برای معلم و راهنمائی برای متعلم باشد . خوانندگان خود را در جریان پیشرفتها و تحولات علوم بگذارد وخارج ازچهارچوب برنامه مصوبه مواد تحصیلی، اطلاعات لازم را دراختیار آنها قرار بدهد و...

اینچنین نشریه‌هائی در کشورهای خارج بانواع مختلف وجوددارد وعمر بعضی از آنها نزدیك بقرن میباشد . درایران برای اولین‌مرتبه درسالهای ۱۳۰۹ و۱۳۱۴ بهمت دانشمند گرامی آقای **دکتر غلامحسین مصاحب** نشریه ماهیانه مجله ریاضیات تأسیس و منتشر شده است و بعد کشور ما فاقد یك چنین نشریه‌ای بوده است فقط گاهی بخش مختصری ازبعضی مجله‌ها اختصاص بریاضیات داشته است چنانچه در مجله « راهنمای زندگی » (بمدیریت **حسینقلی مستعان**) که در فاصله سالهای ۱۳۱۹ و ۱۳۲۰ منتشرمیشده است مسائلی جامع مربوط بریاضیات عنوان میشده‌است ، **کیهان فرهنگی** که بمدت محدود منتشر شده شامل مباحث ومسائلی راجع بعلوم ریاضی بوده است ودراین میان بیش‌ازهمه درنشریات **مهرگان** نسبت بطرح ودرج مسائل ریاضی توجه میشده‌است.

جز آنچه که گفته شددرمیان مطبوعات ایران جای یك مجله ریاضی خالی بود و احساس احتیاج جوانان ما بیك چنین مجله نگارنده را برآن داشت که اوائل سال تحصیلی گذشته اقدام به تقاضای صدورامتیازمجله بنماید .

در طی تشریفات مربوط بصدور امتیاز ، **نشریه مهرگان** شامل مسائل‌ریاضیات فیزیك وشیمی و طبیعی برای دانش آموزان تأسیس ومنتشر شدو نگارنده هم که‌آرزوی خود را عملی شده مشاهده مینمود افتخار آنرا بدست آورد که درتهیه شماره هائی ازاین نشریه توفیق انجام خدماتی را داشته باشد . استقبال دانش آموزان از این نشریه محرك و مشوقی شد که در کسب امتیاز درخواستی و انتشار نشریه‌ای منحصراً در باره ریاضیات اصرار بورزد و اینك افتخار دارد اولین شماره مجله را بجامعه محصلین ایران تقدیم میدارد .

تهیه وانتشاریك مجله آنهم در زمینه علوم ریاضی با اطلاعات ومآخذ وسیع وقابل اطمینانی که لازم دارد کاری است که دربادی امرغیرممکن بنظر میرسد اما بذل توجه وعنایت دانشمندان فرهنگ‌پروری که مقالات وآثارایشان زینت‌بخش صفحات‌مجله‌میباشد و مساعدتهای بیدریغ‌دیگر دانش‌دوستان امری تقریباً محال را عملی ساخت و ثمره مساعی این ذوات محترم مخصوصاً حمایتهای **جناب استاد دکتر محسن هشترودی** است که ماهنامه یکان هم‌اکنون حیات خودرا آغازمیکند . وظیفه خود میداند که مراتب تشکر وسپاسگزاری خود را حضور این دانشمندان تقدیم دارد وآرزونماید با ادامه عنایات خود موجبات رشدمجله را نیز فراهم داشته باشند . از استاد معظم جناب آقای **دکتر ناظرزاده کرمانی** که در امر کسب امتیاز ابراز محبت فرموده اند و استاد گرامی جناب آقای **دکتر محمدعلی‌قینی** که در تهیه عمده مطالب راهنمائیهای‌لازم مبذول داشته‌اند نیز تقاضا دارد تشکراتمرا قبول‌فرمایند .

صاحب امتیازماهنامه یکان ـ **عبدالحسین مصحفی**

یکان
شماره اول ـ سال اول
چاپ دوم ـ اسفند ماه ۱۳۴۲
(چاپ‌اول ـ بهمن ماه ۱۳۴۲)
هرماه یك بار منتشر میشود
صاحب امتیاز مدیر و سردبیر
عبدالحسین مصحفی
جای اداره موقت ـ تهران خیابان سرباز شماره ۳۵۳
(۶تا ۸ بعد ازظهر)
نشانی پستی ـ صندوق پستی ۲۴۶۳
تلفن ۷۵۸۵۷۰
بهای تك شماره ۲۰ ریال
اشتراك سالانه (۱۲ شماره) ۲۰۰ ریال
وجوه اشتراك مستقیماً بعنوان مجله یکان ارسال شود یا بحساب جاری شماره ۶۸۶۳ بانك صادرات ومعادن شعبه فردوسی تهران منظور و رسید آن بدفترمجله ارسال‌شود
مقاله‌های وارده مسترد نمیشود

چاپخانه محمدعلی علمی

یک نمونه از رسم‌های کتاب رسم تزئینی

بها ۳۰ ریال