



دوره هفتم، شماره : ۶

شماره مسلسل : ۷۳

اسفند ۱۳۴۹

در این شماره :

- | | |
|------------------|---|
| ۳۴۵ | عبدالحسین مصطفی
انتظار از کنفرانس‌های ریاضی ایران |
| ۳۴۶ | آشنایی بشر را استاد ریاضی : دکتر علی افضلی بور |
| ۳۵۰ | برویر غفوریان
اصول پروازهای کوهانی |
| ۳۵۲ | ترجمه مصطفی
مقدمات احتمالات |
| ۳۵۴ | ترجمه داوید ربیان
قیمتیک ریاضی |
| ۳۵۸ | ترجمه فتح الله زرگری
اسبابهایی که در اوراق کنکور مشاهده شده
مسائل انتخابی از
مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها
سدها هفدهم سال تحصیلی ۳۹-۴۸ |
| ۳۶۱ | - |
| ۳۹۴ | - |
| ۴۰۸ | - |
| ۴۱۰ | ... |
| ۴۱۴ | ترجمه : داود ربیان
دانشمندی ریاضی، درجه حاوت زیارت |
| ۴۱۵ | علی اصلی
جدول اعداد |
| ۴۱۶ | - |
| ماقبل آخر | Problems & Solutions
رفع اشیاء
کتابخانه یکان |



تأسیس: بهمن ۱۳۴۲

هر سال ده شماره منتشر می‌شود

دوره هفتم - شماره ششم - شماره مسلسل: ۷۳
اسفند ۱۳۴۹

صاحب امتیاز و مدیر مسئول، **عبدالحکیم مصطفی**
مدیر داخلی: بانو نصرت ملک یزدی
نشانی اداره:
تهران، خیابان لاله‌زارنو، نزدیک شاهرضا، شماره ۸۱
نشانی پستی: صندوق پستی ۲۴۶۳
تلفن اداره: ۳۹۳۱۸۱

YEKAN

Mathematical Magazine

Volume VII, number 6. Feb. 1971

subscription: 3\$

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذربایجان ۶۴۰۲۸

توجه

وجودی به حساب بانکی مجله واریز شده که معلوم نیست از طرف چه اشخاصی بوده است. همچنین بعضی حواله‌های بانکی و تقاضاهای اشتراک واصل شده است که فاقد نشانی هی باشد. بعضیها نشانی را نوشته اما اسم شهر را فراموش کرده‌اند بنویسند.

از همه اشخاصی که برای اشتراک مجله‌نامه می‌نویسند تقاضاً می‌شود نام و نشانی و شهر خود را به صراحت در نامه بنویسند. همچنین از همه اشخاصی که وجهی به حساب بانکی مجله حواله کرده‌اند یا حواله می‌کنند تقاضاً می‌شود رسید بانکی را با ذکر نام و نشانی کامل خود به دفتر مجله ارسال دارند.

سومین جلسه دیدار

سومین جلسه دیدار استادان و دیبران ریاضی از ساعت ۱۹ تا ساعت ۲۱ روز پنجشنبه ۶ اسفند ماه جاری به دعوت آقای خسروی کاران در محل دیبرستان البرز، تشکیل می‌شود. بنایه تصمیمی کمتر دو مین جلسه اتخاذ شد «ریاضی چیست؟» موضوع بحث جلسه مزبور خواهد بود.

توضیح

عدای از داش آموزان سال ششم ریاضی پرسیده‌اند که آید در رسم فنی مقطع یک جسم خطوط مخفی باید رسم شوند یا نه؟ در این مورد به استحضار داش آموزان مزبور می‌رساند که چنان‌که نزهه‌دای از متخصصین متداول است، در رسم تصویر مقطع یک جسم چون مقصود اصلی نمایاندن قسمتهای داخلی جسم است، از رسم خطوط مخفی حتی الامكان خودداری می‌شود. اما پیشنهاد مؤسسه بین‌المللی استاندارد (ISO)، R128 اصول ترسیم در رسم فنی) که مأخذ اصلی در تأثیف کتاب رسم فنی ششم ریاضی بوده است در این مورد صراحت ندارد.

از طرف سازمان کتابهای درسی ایران طی نامه‌ای از اداره کل امتحانات خواسته شده است تا به طراح سؤال امتحان نهایی رسم فنی توصیه شود که اگر در سؤال انتخابی خود تصویر برش را وارد می‌سازد موضوع ترسیم یا عدم ترسیم خطوط مخفی راضمین سؤال به صراحت اعلام کنندتا در این مورد حق هیچ‌دانش آموزی خایع نگردد.

اطلاع

شماره ماهانه بعدی مجله (شماره ۷۴) در هفته اول اردیبهشت سال آینده منتشر خواهد شد.

یکان سال ۴۹ اوخر اسفند ماه جاری از چاپ خارج می‌شود. و برای کلیه مشترکان یکان ارسال می‌گردد. ضمیمه یکان سال ۴۹ در نیمة اول اسفند به بهای ۱۲ ریال در دسترس علاقمندان خواهد بود.

توجه

از عموم مشترکان یکان مقیم تهران تقاضاً می‌شود تا قبل از پایان سال جاری شماره منطقه‌پستی مربوط به محل خود را به دفتر مجله اطلاع دهند.

سپاسگزاری

از جناب آقای امیرعباس هویدا نخست وزیر، جناب آقای نصرت الله معینیان ریاست دفتر مخصوص شاهنشاهی، و سایر شخصیتها و مخصوصاً خوانندگان مجله که به مناسبت سالگرد انتشار یکان ابراز عنایت فرموده اند سپاسگزاری می شود.

عبدالحسین مصحفی

انتظار از کنفرانس‌های ریاضی

هر چند ظاهرآ بنظر می‌رسد که کار تدریس آموزگاران، دبیران و استادان در مراحل جداگانه و منفك از یکدیگر صورت می‌گیرد، اما هر دسته از آنان به نحوی تحت تأثیر نتیجه کار دسته دیگر قرار دارد. در کشورهایی وسائل ارتباط دائم سه دسته مزبور فراهم شده است. اما متأسفانه در کشور ما، نه تنها چنین ارتباطی وجود ندارد بلکه حتی بین دو دسته آموزگار و دبیر، دبیر و استاد، فاصله‌ای انکار ناپذیر مشاهده می‌شود.

برای بشمر رساندن یک برنامه آموزشی لازم است که استادان دانشگاهها، دبیران دبیرستانها و آموزگاران دبستانها با یکدیگر تعاطی افکار داشته باشند.

کنفرانس ریاضی شیراز که در فروردین ماه گذشته توسط دانشگاه پهلوی برگزار شد او لین باز برای ایجاد ارتباط بین استاد و دبیر اقدام کرد که هر چند کافی نبود اما بهره‌جست مفید بود. اکنون که مقدمات تشکیل دومین کنفرانس ریاضی ایران توسط دانشگاه صنعتی آریامهر فراهم می‌شود، انتظار می‌رود که اولاً جلسات بیشتر و با طول مدت‌های کافی به بحث پیرامون آموزش ریاضی در سطوح مختلف اختصاص یابد. ثانیاً علاوه بر دبیران ریاضی، از آموزگاران دبستانها هم که ریاضیات را تدریس می‌کنند برای شرکت و مذاکره در جلسات مزبور دعوت بعمل آید.

عبدالحسین مصحفی

برای انجام وعده‌ای که دریکان شماره ۶۸ داده شد از استاد گرامی جناب آقای دکتر افضلی پور تقاضا شد تا به پرسشهایی در زمینه‌های مربوط به آموزش ریاضی پاسخ‌گویند. ایشان با توجه خاصی که به نشریه یکان داشته و دارند این تقاضا را پذیرفته و پاسخهای خود را کتاباً مرقوم فرمودند که در زیر چاپ می‌شود.

آشنایی بیشتر با :

دکتر علی افضلی پور



از شهریور ماه ۱۳۱۵ تا شهریور ماه ۱۳۱۶ خدمت وظیفه را در رسته توپخانه انجام دادم.
در سالهای ۱۳۲۲ تا ۱۳۲۵ دوره لیسانس علوم سیاسی را در دانشکده حقوق دانشگاه تهران پیاپیان رساندم.
در سال ۱۳۲۶ برای ادامه مطالعه و تحقیق بار دیگر برای مدت یک سال به فرانسه رفت و با گذراندن دوره انتسابی در آمار دانشگاه پاریس و دفاع از رساله به اخذ دانشنامه تخصصی در علم آمار نائل گشتم.

۳- خدمات آموزشی - از آغاز خدمت آموزشی خویش تا امروز افتخار تدریس ریاضی را در دانشکده علوم دانشگاه تهران داشته‌ام. ضمناً مدت ده سال در دانشکده افسری و چندین سال در دانشکده افسوسی نیروی هوایی و دو سال هم به عنوان استاد مدعو یک ماهه در دانشگاه شیواز به تدریس ریاضی پرداخته‌ام.

در سالهای ۱۳۳۷ تا ۱۳۴۲ که مؤسسه آمار دانشگاه تهران اداره بود علاوه بر استادی ریاست آنرا بر عهده داشتم. دو سال نمایندگی دانشکده علوم را در شورای دانشگاه و مدتها مدیریت دروس دانشکده علوم و چند سال هم ریاست گروه آموزشی ریاضی را داشتم. چندین بار نیز امتحانات نهائی

۱- مراحل تحصیلی - این جانب دکتر علی افضلی پور استاد گروه آموزشی ریاضی دانشکده علوم دانشگاه تهران در ۲۴ بهمن ماه ۱۲۸۵ در شهر تهران دیده بجهان گشود. دوره‌های ابتدائی و متوسطه را در مدرسه‌های اتحادیه و اقدسیه و آلبانس فرانس و دارالعلمین مرکزی گذارند و در ۱۳۰۷ گواهینامه دوره دوم دبیرستان را بدست آورد.

در مهر ماه همان سال برای ادامه تحصیل جزو نخستین گروه دانشجویان به فرانسه اعزام شدم. مدت یک سال در دبیرستان تورن خود را آماده وارد به دانشگاه نمودم. در ۱۳۰۸ به دانشکده علوم دانشگاه فانسی رفت و در ۱۳۱۵ دانشنامه لیسانس در ریاضی و در ۱۳۱۱ دانشنامه فوق لیسانس در ریاضی را از آن دانشکده بدست آوردم. سپس به دانشکده علوم دانشگاه بود و رفته و در ۱۳۱۲ به اخذ دانشنامه لیسانس در آموزش ریاضی از آن دانشکده نایل گشتم.

پس از آن برای گذراندن دوره دکتری ریاضی به دانشکده علوم دانشگاه پاریس رفت و در ۲۳ دیماه ۱۳۱۴ از رساله خود دفاع کرده به درجه دکتری در ریاضی مفتخر شدم و از ۱۴ بهمن ماه ۱۳۱۴ خدمات آموزشی خود را در دانشکده علوم دانشگاه تهران آغاز کردم.

همچنین افتخار عضویت این دو انجمن علمی را نیز دارم.

3- International Union for the Scientific Study of Population.

4- American Statistical Association

۵- انتخاب رشته ریاضی - با آنکه من در یک خانواده دوستدار شعر و ادب پرورش یافته‌ام و خود نیز حتی از دوران تحصیل در دبستان گاه بگاه به سرودن شعر پرداخته‌ام در آخرین سالهای دبیرستان چنان مجنوب قدرت و عمق و بویژه لطف و زیبائی خاص و کم‌نظیر ریاضی شدم که عمر خود را وقف تحصیل و تدریس آن نمودم و شاید بتوان گفت که در دستیابی بین‌هندگان با شکست مواجه نشده‌ام.

۶- خاطره‌های دوران تحصیل و تدریس -

خاطره‌های تلخ و شیرین بیش از نیم قرن تحصیل و تدریس در ایران و فرانسه به اندازه‌ای است که می‌توان درباره آنها یک کتاب جالب و شاید آموزنده نوشت. امیداست اگر مجله‌ی پیش‌آید این کار انجام پذیرد.

۷- تحول آموزش ریاضی در ایران - به نظر من

از دهه‌های قرن چهاردهم هجری بخصوص با تأسیس دانشگاه تهران و بویژه پس از مراجعت دانشجویان اعزامی، جهشی بسیار محسوس در آموزش ریاضی در همه سطوح درکشور ایران پدید آمده است. می‌توان امیدوار بود که با بازگشت بیش از پیش جوانان دیگر که تحصیلات ریاضی خود را در دانشگاه‌های معتبر تا بالاترین درجه ادامه داده‌اند در این دوران انقلاب آموزشی جهش و تحولی بسیار عمیقتر در این امر مهم و اساسی فراهم آید.

۸- برنامه‌های ریاضی - به نظر من پیش از تنظیم هر برنامه درسی ضرور است بطور صریح و دقیق معلوم نمود که هدف از آموزش هر یک از موارد چیست. زیرا بنا بر این پذیرفت که در دهه هشتم قرن پیشتر لازم است بجای شعار فرسوده قرون وسطانی «دانش برای دانش» شعار امروزی و مترقبی «دانش برای زندگی» را که با واقع یینی توازن است اختیار کرد.

گرچه در سالهای اخیر در برنامه‌های ریاضی در همه سطوح از دبستان تا دانشگاه کم و بیش تغییرهایی دیده می‌شود و حتی می‌توان پذیرفت که بطور کلی تحول این برنامه‌ها در جهت بهبود آنها بوده است اما همچنانکه گفته شد تا هدف از آموزش ریاضی در هر یک از سطوح بطور صریح و دقیق روشن نباشدند نمی‌توان این گونه تغییرها را که شاید بیشتر صوری باشند تا اساسی، بر اساسی سودمند تلقی کرد.

شک نیست که در تهیه و تدوین برنامه‌های ریاضی لازم

متوجه را در تهران و شهرستانها اداره کرده‌ام.

در ۱۳۴۰ به دعوت سازمان ملل متحد برای شرکت در کنفرانس آماری کشورهای عضو اکافه به مانکوک (تاپلند) رفتم و به نیابت ریاست این کنفرانس انتخاب گشتم. همچنین در ۱۳۴۵ ریاست هیئت نماینده‌گی ایران و ریاست جلسه‌های کنفرانس آماری سنتو را در تهران بعهده داشتم.

۳- نوشه‌ها - از این جانب تا کنون پانزده کتاب بدین شرح انتشار یافته است:

1- Contribution à l' Etude de la théorie Mathématique de la Démographie

(رساله دکتری در علوم ریاضی)

2- Contribution à l' Elaboration d' Indices de prix en Iran

(رساله تخصصی در علم آمار)

۳- دیکراسی (پایان نامه لیسانس در حقوق و علوم سیاسی)

۴- حساب سال اول دبیرستان.

۵- حساب سال دوم دبیرستان.

۶- حل المسائل حساب.

۷- حساب سال ششم ریاضی.

۸- جبر دانشسرای مقدماتی.

۹- دیفرانسیل و انتگرال - احتمال و آمار (دانشکده افسری).

۱۰- آمار مقدماتی.

۱۱- روش‌های آماری در آموزش و پرورش.

۱۲- اصول نظریه ریاضی احتمال.

۱۳- اصول روش‌های ریاضی آمار.

۱۴- اصول نظریه توابع متغیر مختلط.

۱۵- متغیرهای مختلط.

همچنین در موارد گوناگون سخنرانیهای علمی متعدد ایراد نموده‌ام. امیدوارم فرستی بدهست آید تامن این سخنرانیها برای انتشار آماده شود.

۴- عضویت در انجمنهای علمی - برای این جانب موجب مباحث است که تنها عضو ایرانی این دو انجمن مهم علمی بین‌المللی می‌باشم:

1- International Statistical Institute.

2- International Association for Statistics in Physical Sciences.

ریاضی پرداخته‌اند تحولی نسبتاً شایسته در جهت بهبود کیفی این کتابها بنظر می‌رسد. اما متأسفانه شاید هنوز بتوان مواردی را یافت که در آنها تهیه و انتشار یک کتاب ریاضی بهصورت نوعی سرمایه‌گذاری بازرگانی درآمده است که باید از آن سودی سرشار و احیاناً نابجا عاید برخی افراد گردد.

در مورد کتابهای ریاضی دانشگاهی گرچه شاید بیشتر آنها کم با بیش با نیازهای واقعی و امروزی دانشجویان همانگ و منطبق باشند ولی ممکن است احتمالاً نتوان برخی از این کتابها را از هر لحاظ چنانکه باید و شاید واجد ارزشی که لازمه یک کتاب دانشگاهی است تلقی نمود.

بهر حال به نظر من تهیه و انتشار هر گونه کتاب بسویه کتابهای درسی (مانند تأسیس دستان یا بیمارستان) باید از هر گونه شائبه سودجوئی مادی مطلقاً و کاملاً منزه و مبری باشد.

۱۱- آشنائی دیران شاغل با ریاضیات جدید

برای آنکه دیران شاغل آشنائی خود را با آنچه (بدرست و یا بنا درست) ریاضیات جدید خوانده می‌شود حفظ کنند تنها راه آنست که هر دیره‌هواه خود را بیشتر داشجو بداند قائم علم یعنی هیچ‌گاه مطالعه کتابهای جدید را نه تنها فراموش نکنند بلکه آنرا وظیفه اساسی خود بشمرد. البته منظور من کتابهای نیست که چاپ آنها تازه پایان رسیده است اما حاوی هیچ نکته یا روش یا مبحث تازه نیستند.

شک نیست که مقامات مسؤول کشور باید زندگی مادی دیر و خانواده اورا بطور آبرومند از هر حیث کاملاً تأمین کنند. اما چگونه می‌توان انتظار داشت دیری که در همه روزهای هفت‌ه (حتی روزهای تعطیل) بطور متوسط ده تا دوازده ساعت طوطی- وار تدریس می‌کند (به فرض آنکه درس او براستی برای دانش- آموزان سودمند باشد) فرصت یا توانایی مطالعه و جذب طالب و مباحث تازه را داشته باشد.

لازم است که معلم حرفه مقدس خود را ازدل و جان دوست داشته باشد و باید انتیخاب آنرا مانند بازکردن یک فروشگاه تصویر نماید که هر اندازه سودی که از آن عاید می‌شود بیشتر باشد بهتر تلقی گردد.

بهر حال دیری که اصولاً دوره لیسانس ریاضی را پایان رسانده و چندین سال دانشجو بوده است باید آمادگی ادامه دانشجوئی (که مতضمن دانش آموزی است اما منحصر به ان نیست) را داشته باشد.

من همواره گفته‌ام و بازهم می‌گویم تنها کسی را می‌توان

است از یک سو با توجه به اوضاع و احوال خاص کشور ایران آزمایش‌هایی که در کشورهای متفرقی دیگر انجام یافته‌اند مورد توجه کامل قرار گیرند و از سوی دیگر از تجربه‌های گرانبهای معلمان با سابقه و برجسته و نوادران دیشیهای دانشمندان جوان از هر لحظه استفاده شود.

نکته بسیار مهم آنست که بهر حال باید از رکود و تحجر برنامه‌ها شدیداً احتراز جست. زیرا در این دوران انقلاب آموزشی تنها برنامه‌ای را می‌توان براستی سودمند دانست که همانگی خود را با همه‌گونه‌های دنیا متحول و متفرقی کنونی همواره حفظ نماید.

۹- تربیت دیر ریاضی - روش کنونی تربیت دیر ریاضی از یک سو مতضمن دوبار کاری با رشته ریاضی دانشکده علوم است و از سوی دیگر چنین بنظر می‌رسد دیرانی که با این روش پژوهش می‌یابند با ریاضی عالی دانشگاهی آشنائی کافی ندارند.

شک نیست که درس‌های ریاضی دانشکده علوم عموماً، در دیرستانها به همان صورت نمی‌توانند مورد استفاده مستقیم باشند. اما مسلم است که عدم آشنائی دیران ریاضی با جدید ترین و عالیترین مباحث که در دوره لیسانس ریاضی دانشکده علوم تدریس می‌شوند برای آنان نقصی نایخودنی بشماری آید. به نظر من دروضع کنونی بهترین روش برای تربیت دیر ریاضی که در آن از همه امکانات موجود بیشترین و بهترین استفاده بعمل آید آنست که هر سال شایسته ترین لیسانسیه‌های ریاضی دانشکده علوم دانشگاه تهران را که شور مقدس معلمی درس دارند با روشنی مناسب انتخاب کرده و در مدت یک سال آنها را برای انجام این وظیفه مهم آماده سازند. برنامه این یک سال باید بیشتر مراجعت به مواد ریاضی دیرستانی به صورت جدید و تمرین دیری و مختصری هم آشنائی با روان‌شناسی علمی (بر صفت علمی تکیه می‌کنم) باشد.

با این روش از سوی دیران ریاضی ارزنده تروشا یسته تری به دیرستانها خواهد رفت و از سوی دیگر دوبار کاری دانشکده علوم دانشگاه تهران با دانشسرای عالی که مতضمن هزینه هنگفت و بیهوده‌ای است از میان می‌رود بالآخره لیسانسیه‌های خوب ریاضی آینده‌ای مطمئن تر در پیش خواهد داشت و کم بود بسیار محسوس و نگران کننده دیر ریاضی را جبران خواهد کرد.

۱۰- کتابهای ریاضی - از سی و اندسال پیش که گاه بگاه دستگاههای رسمی و مسؤول کشور به تهیه و انتشار کتابهای

سوژه‌های فردوسیها و سعدیها و حافظها باید اصولاً و منحصر آبده زبان شیرین پارسی باشند. زبانی که یکی از بزرگترین مفاخر ما ایرانیان است و شاید بتوان حفظ ملیت ایرانی را در نشیب و فرازهای قرون و اعصار بیشتر مدیون این زبان دانست.

البته تهیه این گونه کتابها چنانکه شاید و باید کاری است بسیار حساس و نه‌چندان آسان که مستلزم صرف وقت فراوان و تسلط کامل به زبان شیوه‌ای پارسی و دستور آن (و تا اندازه‌ای تازی) و یک‌یا دوزبان بیگانه می‌باشد.

برای من توجیه عمل کسانی که از جستجوی معادله‌های شایسته برای اصطلاح‌های علمی و تأثیف کتابهای علمی به زبان پارسی یا نقل این گونه کتابها از زبان‌های بیگانه به این زبان تعلل یا خودداری می‌کنند به هیچ وجه مقدور نیست. برای ما بسیار آسان است که واژه‌های علمی زبان‌های بیگانه (مثلاً انگلیسی یا فرانسه) را که اغلب با مزاج زبان شیرین و نیرومند پارسی نیز چندان سازگار نیستند عیناً بهمان صورتها در کتابها و درسهای خود بکاربریم، یا دانشجویان ایرانی را موظف کنیم که منحصر آرکتابهای علمی به زبان‌های بیگانه استفاده نمایند ولی آیا با این عمل که اگر نتوان برای آن موجب ناگفتنی دیگری در نظر گرفت باید آنرا معلول تبلی یا نادانی مدانست وظیفه بسیار مهم می‌یافتد خوش را فراموش نکرده‌ایم؟

این جانب تا آنجاکه توانسته است بی‌هیچ‌گونه تعصب کوشیده است در کتابها و درسهای خود تقریباً برای همه اصطلاح‌های ریاضی هم ارزهای پارسی (واحیاناً تازی) که درست ورسا و ساده بوده و چندان نامائوس نباشند اختیار نماید و همچنین از جمله‌های نادرست و نارسا و پیچیده و مبهم تا اندازه مقدور احتراز جوید. البته قضاؤت در مورد میزان توفیق من در انجام این امر مهم بایدگران است.

۱۴ - کنفرانس‌های ریاضی - کنفرانس ریاضی
فروردین ماه ۱۳۴۹ شیراز را با وجود تقصیه‌ای اجتناب ناپذیری که داشت می‌توان گامی نه چندان بزرگ‌اما بهر حال مشتب و مفید هم در جهت پیشرفت در تحقیقات ریاضی و هم درجهت بهبود آموزش آن در ایران دانست. امیداست در کنفرانس‌های آینده که دو میان آنها در فوروردین ماه ۱۳۵۰ در تهران تشکیل خواهد شد باز هم توفیق‌های بیشتر بدست آوریم.

۱۵ - پیام من برای خوانندگان بیکان - شما
فرزندان گرامی، مجله‌بیکان را می‌خوانید تا برداش ریاضی خود بیفزاید و این بسیار پسندیده است. گرچه دانشجویی و دانش آموزی شاید چندان آسان نباشد ولی به هیچ روی نمی‌توان (پایین صفحه بعد)

براستی پیر (یعنی از کارمانده) دانست که نوجوان‌نوپذیر نباشد. پس اگر دبیری خود را قادر به تدریس می‌داند یعنی هنوز خویش را پیرواز کارمانده تلقی نمی‌کند باید همواره نوجوان و نوپذیر باشد. بدین سان دیگر سمشهای بده نام حفظ آشنائی دیران شاغل با تحولی که برخی افسرداد ناآشنا آنرا ریاضیات جدید می‌خوانند اصولاً مطرح نمی‌باشد.

۱۲ - مسابقه‌های ورودی دانشگاهها

می‌رسد که از مسابقه‌های ورودی دانشگاهها و مؤسسه‌های آموزش عالی کشور به صورتهایی که تاکنون انجام گرفته‌اند نتیجه مطلوب چنانکه باید و شاید حاصل نگشته است. هر سال پیش از آغاز این مسابقه‌ها چندتاری که شاید صلاحیت آنان از دیگران بیشتر نباشد بی‌توجه به نتیجه‌های تجربه‌هایی که از سالهای پیش بدست آمده‌اند و بی‌آنکه نظر افراد صالح و مُجرب را که از برنامه‌های دیرستانی و نهضه‌های دانشگاهی نیز کاملاً اطلاع دارند در این امر مهم جویا شوند و بالاخره بی‌آنکه معايب روش انجام مسابقه‌ها در سالهای گذشته و محسن راه جدیدی که برای سال جاری در نظر گرفته می‌شود بدرستی برگزینی معلوم باشد در اطاقه‌های بسته مقرر ایشان از پیش‌طوالانی و پیچیده برای مسابقه‌ها وضع می‌کنند که این امر حیوتی را هر سال بغيرجتر و بيهوده ترو داوطلبان جوان را سرگردانتر می‌سازند.

شاید ادعا شود که انجام مسابقه‌ها برای انتخاب دانشجویان دانشگاهها و مؤسسه‌های آموزش عالی باروش تست اجتناب ناپذیر است. ولی به صورت از تجربه‌های چندین ساله چنین برمی‌آید که تنها حسنی که ممکن است برای امتحان مداد ریاضی در این مسابقه‌ها با روش تست تصویر کردن سرعت ماشینی در تصحیح برگها است. اما بطورقطعی، می‌توان گفت که با این روش هیچ‌گونه اطمینان به آنکه در واقع ارزش‌ترین داوطلبان پذیرفته‌اشوند موجود نیست.

۱۳ - انتخاب معادله‌ای پارسی برای اصطلاح‌های

ریاضی - به نظر من انتخاب معادله‌ای مناسب و شایسته پارسی برای همه اصطلاح‌های ریاضی (چه قدیم و چه جدید) بی‌هیچ‌گونه تعصب و تا آنجاکه ممکن و معقول باشد و بویژه بیان مفهومها و موضوعهای بسیار دقیق ریاضی با جمله‌های درست پارسی دارای نهایت اهمیت است.

گرچه برای دانشجویان دانشگاه، و حتی دانش آموزان سالهای آخر دیرستان، دانستن یک زبان بیگانه به اندازه‌ای که بتوانند از کتابهای علمی به آن زبان کاملاً استفاده کنند لازم و حتی واجب است ولی شک نیست که کتابهای درسی فرزندان

اصول پروازهای کیهانی

تنظیم و ترجمه توسط: پرویز غفوریان

حرکت اجسام با جرم متغیر - اصول حرکت موشک

I. V. Meshcrsky - فرمول K.E.Tsiolkovsky

شود، در آن صورت دستگاه مقدار حرکتی در جهت مخالف پیدا خواهد کرد. این اصل یکی از اصول مهم حرکت موتورهای جت و موشکها می‌باشد. برای محاسبه معادله حرکت جسمی با جرم متغیر، ابتدا فرض می‌کنیم جرم آن در حال سکون نسبت به زمین برابر M و در حال حرکت با سرعت v برابر باشد. جرم مواد خارج شده را در مدت dt برابر dm فرض می‌کنیم. پس از خروج سرعت انتهایی تمام ذرات را ثابت و برابر u فرض می‌کنیم. اگر از نیروهای خارجی صرف نظر شود، می‌توان گفت نیروهای f_1 و f_2 که دستگاه و ذرات خارج شده به نگام خروج به یکدیگر وارد می‌سازند مطابق قانون سوم دینامیک (قانون عمل و عکس العمل) برابر بوده، در جهت مخالف ممتد هستند. در مدت زمان dt نقصان جرم دستگاه را dM و افزایش سرعت آنرا dv می‌نامیم. نیروی f_1 که به جرم $M - dM$ وارد می‌شود مقدار حرکت آنرا طبق رابطه زیر تغییر می‌دهد.

$$\vec{f}_1 dt = (M - dM) \vec{v} + \vec{dv} - (M - dM) \vec{v}$$

از $dM \cdot dv$ به علت کوچکی صرف نظر کرده، نتیجه می‌شود:

$$(I) \quad \vec{f}_1 dt = M \vec{d}v$$

نیروی f_2 سرعت جرم خارج شده dm را که قبل از خروج برابر v است تغییر داده برابر سرعت نهایی u می‌گردد. پس:

$$(II) \quad \vec{f}_2 dt = (\vec{u} - \vec{v}) dm$$

چون $\vec{f}_1 = \vec{f}_2$ و مقدار ماده خارج شده dm با نقصان جرم دستگاه برابر است، یعنی $dm = -dM$ است پس با در نظر گرفتن روابط (I) و (II) می‌توان نوشت:

حرکت پارهای از اجسام همراه با نقصان تدریجی جرم آنها صورت می‌گیرد. مثلاً جرم قطره‌ای از آب ممکن است در اثر تبخیر ضمن حرکت، کم کم نقصان یابدو یا در اثر تراکم مولکولهای پیخار در سطح آن، تدریجی افزایش یابد. جرم موشک یا هواپیما در اثر خروج مواد حاصل از سوخت تدریجیاً کم می‌شود. تغییر جرم محاسبات مربوط به حرکت را مشکل‌تر می‌سازد. نتیجه تجربیات و تئوریهای مربوطه به صورت اصل زیر خلاصه می‌شود:

اگر مقداری از جرم دستگاهی در جهت معینی از آن خارج

ازصفحة پیش

آنرا کاری دشوار دانست و هر کس با تلاش کافی می‌تواند کم یا بیش دانش بیندوزد.

اما آنچه بسیار مهمتر و شاید براستی دشوار است انسان (به معنای واقعی) بودن است. من امیدوارم که گرایش شما جوانان ایرانی بیشتر و حتی منحصر آ در این جهت باشد. به نظر من تنها کسی را می‌توان بر استی انسان دانست که هر چه بیشتر برای دیگران (و خود) سودمند باشد. همچنانکه دانش را باید برای زندگی آموخت، معیار سودمند بودن هم فراهم ساختن زندگی بهتر برای دیگران (و خود) از هر جهت است. منظور من زندگی است که بر استی شایسته انسان یعنی (تا آنجاکه مامی دانیم) اشرف موجودات این جهان باشد.

پس پیام من برای شما خواندنگان یکان و دیگر جوانان آنست که لحظه‌ای از تلاش برای انسان بودن بازناهیستید و امید داشته باشید که کوشش شما در راه بهبود زندگی دیگران که باید بزرگترین آرمان هرفرد شریف باشد سودمند خواهد بود. کامیابی شما را آرزوهندم.

دکترعلی افضلی پور

استاد گروه آموزشی ریاضی - دانشکده علوم - دانشگاه تهران

$500/000 \text{ N}$ (پانصد هزار نیوتن) خواهد شد. در موتور جت جرم هوایی که از داخل موتور می‌گذرد در محاسبه وارد می‌شود. اگر نیروهای خارجی مثل نیروی ثقل و مقاومت هوا نیز در نظر گرفته شود در این صورت تغییر مقدار حرکت برابر مجموع ضربه نیروهای خارجی \vec{F} و نیروهای داخلی \vec{f} خواهد بود.

$$\vec{Mdv} = \vec{Fdt} + \vec{fdt}$$

با استفاده از روابط I و III ضربه نیروی \vec{f} برابر $(\vec{u} - \vec{v})dM$ می‌باشد و از آنجا رابطه دانشمند روسی I.V.Meshchersky بدست می‌آید:

$$(VII) \quad M \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + (\vec{u} - \vec{v}) \frac{dM}{dt}$$

که به کمک آن معادلات مربوط به حرکت جسم با جرم متغیر خواه با نقصان جرم همراه باشد یا با افزایش جرم، قابل حل خواهد بود.

اگر $\vec{u} = 0$ باشد یعنی سرعت مواد خارج شده یا موادی که اضافه می‌شود نسبت به دستگاه مقایسه برابر صفر باشد در این صورت از معادله (VII) نتیجه می‌شود:

$$(VIII) \quad \frac{d}{dt}(M\vec{v}) = \vec{F}$$

ممکن است تغییر جرم در اثر تغییر سرعت طبق فرمول

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

صورت بگیرد - مثلا برای یک الکترون که m_0 جرم آن در حال سکون و m جرم آن و v سرعت آن و c سرعت نور است، بهتر است به جای فرمول دینامیک،

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{ma}$$

از رابطه فوق یعنی:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(mv)$$

استفاده کرد. در صورتی که جرم ثابت باشد فرمول دینامیک از رابطه (VIII) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\vec{F} = ma$$

$$(III) \quad \vec{Mdv} = (\vec{u} - \vec{v})dM$$

بزرگی بردار $\vec{v} - \vec{u} = \vec{\omega}$ که سرعت نسبی ذرات نسبت به موشک فرض شده است برابر $\vec{v} = \vec{u} + \vec{\omega}$ می‌باشد.

چون $\vec{\omega}$ و \vec{dM} مختلف الجهت هستند پس می‌توان رابطه

III را به صورت اسکالر زیر نوشت:

$$(IV) \quad dv = -\omega \frac{dM}{M}$$

چنانکه دیده می‌شود چون $dM > 0$ است.

خواهد بود. یعنی با کم شدن جرم راکت که در اثر خروج گازها صورت می‌گیرد افزایش سرعت حاصل می‌شود. اگر سرعت نسبی گازهای خارج شده از راکت ثابت فرض کنیم می‌توان پس از گرفتن انتگرال از رابطه (IV) فرمولی را که اولین کاشف تئوری K.E.Tsiolkovsky پژوهش‌های کیهانی، دانشمند شهیر روسی بدان دست یافت به صورت زیر نوشت:

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{M_0}^M -\omega \frac{dM}{M} \Rightarrow$$

$$(V) \quad v - v_0 = \omega \ln \left(1 + \frac{M_0 - M}{M} \right)$$

فرمول V رابطه افزایش سرعت را در یک مدت معین با سرعت خروج گازها و جرم باقیمانده M و مقدار گاز خارج شده $\Delta M = M_0 - M$ مشخص می‌سازد. مثال:

$$\text{اگر } \frac{m}{s} = 12500 \text{ و } v_0 = 0 \text{ و } \omega = 2500 \frac{m}{s}$$

فرض شود محاسبه نشان می‌دهد نسبت جرم سوخت و جرم راکت عدد ۸۹ بدست می‌آید. نیروی \vec{f}_1 وارد به دستگاه موشک و یا موتور جت را نیروی رانش (tractive force) می‌نامند. برای موشکهایی که با سوخت مایع یا جامد (نه با هوا) کار می‌کنند، موادی که خارج می‌شوند دارای سرعت اولیه‌ای برابر سرعت موشک (v) و سرعت انتهائی u پس از خروج می‌باشند؛ می‌توان نوشت:

$$(VI) \quad \vec{f}_1 = -\vec{f}_2 = (\vec{u} - \vec{v}) \frac{dM}{dt} = \omega \frac{dM}{dt}$$

مثال: اگر $\frac{m}{s} = 2500$ و مصرف سوخت در ثانیه

$$\frac{dM}{dt} = 200 \frac{Kg}{s} \quad \text{فرض شود، نیروی رانش برابر:}$$

مقدمات

Notions de

PROBABILITÉ

par : M HAGE'GE

ترجمه : مصطفی



فصل دوم = اصول حساب احتمالات

$$E_C = \{ 5 \} - \text{مجموعه نظیر پیشامد } C \text{ است.}$$

بنابراین برای هر پیشامدی که در نتیجه آزمایش شانسی رخ می‌دهد یک زیرمجموعه از E متناظر است و برعکس، هر زیرمجموعه از E متناظر با یک پیشامد می‌باشد: مثلاً به زیر مجموعه $\{ 1, 2, 5 \}$ پیشامد «شماره ۱ یا ۲ یا ۵» متناظر است. پیشامدی که به خود مجموعه E نظیر است عبارتست از «شماره یکی از عددبها ۱، ۴، ۳، ۶ است». این پیشامد خاص که در هر حال و نتیجه آزمون هر چه می‌خواهد باشد محقق است به «پیشامد قطعی» موسوم است. به زیرمجموعه‌هایی (\emptyset) پیشامد موسوم به «پیشامد غیر ممکن» متناظر است که در نتیجه هیچ آزمونی بوقوع نمی‌پیوندد.

مجموعه دارای ۶ عضو است و تعداد تمام زیرمجموعه‌های آن 2^6 است. پس در آزمایش شانسی اندختن یک تاس تعداد 2^6 پیشامد را می‌توانیم در نظر بگیریم.

پیشامد های «شماره یک است»، «شماره ۲ است»، ...، «شماره ۶ است» که با زیرمجموعه‌های یک عضوی از E متناظرند «پیشامد های ابتدایی» نامیده می‌شوند.

ج - قرکیب پیشامد ها: با معلوم بودن دو پیشامد، A و B پیشامد های زیر را می‌توان در نظر گرفت:

- A و B «یا»: پیشامدی است که فقط و فقط وقتی به وقوع می‌پیوندد که حداقل یکی از پیشامد های A و B رخ داده باشد؛ مثلاً فرض کنیم که پیشامد A عبارت باشد از «شماره زوج است» یعنی $E_A = \{ 2, 4, 6 \}$ ؛ و پیشامد B عبارت باشد از «شماره بالاتر از ۳ است» یعنی $E_B = \{ 4, 5, 6 \}$

۱- مفهوم آزمایش شانسی

الف - هر گاه تاسی را بیندازیم نمی‌توانیم از پیش با اطمینان بگوئیم که چه شماره‌ای خواهد آمد؛ می‌گویند که «انداختن تاس» یک آزمایش شانسی است. یک چنین آزمایشی را می‌توان به دفعات نامحدود تکرار کرد. هر دفعه تکرار این آزمایش را یک «آزمون» می‌نامند.

مجموعه شش حالت ممکن را که در نتیجه آزمایش بالا اتفاق می‌افتد به E نشان می‌دهیم:

$$E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

این مجموعه E «فضای نمونه» نامیده می‌شود.

ب - پیشامد ها: در یک آزمایش شانسی پیشامد های مختلفی را می‌توانیم در نظر بگیریم. مثلاً:

A: شماره زوج باشد.

B: شماره بالاتر از ۳ باشد.

C: شماره ۵ باشد.

در هر آزمون یک چنین پیشامدی یا محقق می‌شودیا بوقوع نمی‌پیوندد. مثلاً اگر تاسی را بیندازیم و شماره ۴ ظاهر شود، در این صورت پیشامد A رخ داده، پیشامد B نیز رخ داده اما پیشامد C بوقوع نیپوسته است. به هر یک از پیشامد ها می‌توانیم مجموعه ای از حالات را متناظر سازیم:

- به پیشامد A مجموعه $E_A = \{ 2, 4, 6 \}$ متناظر است.

- مجموعه نظیر پیشامد B عبارتست از:

$$E_B = \{ 4, 5, 6 \}$$

در این آزمایش ۲۲ پیشامد وجود دارد که برخی از آنها عبارتند از:

۱- «پیک» = مجموعه هشت کارت پیک.

۲- «گشنیز» = مجموعه هشت کارت گشنیز.

۳- «شاه» = $\{$ شاه پیک، شاه دل، شاه خشت، شاه گشنیز $\}$.

۴- «صورت» = مجموعه کارت‌های شاه، بی‌بی و سرباز.

۵- «پیک یا گشنیز» مجموعه ۱۶ کارت سیاه.

۶- «پیک و گشنیز» = \emptyset ; پیشامد غیر ممکن.

۷- «پیک یا شاه» =

$\{$ هشت کارت، پیک شاه گشنیز، شاه لد، شاه خشت $\}$

۸- «پیک و شاه» = $\{$ شاه پیک $\}$; یک پیشامد ابتدایی.

۹- پیشامد ضد «پیک» = «دل یا خشت یا گشنیز»

فرض کنیم که در یک آزمون کارتی که کشیده شده شاه گشنیز باشد؛ در این صورت پیشامدهای ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ رخداده و پیشامدهای ۱ و ۱۰ رخداده اگردو پیشامد A و B چنان باشند که پیشامد A و B «غیر ممکن باشد» گوئیم که A و B ناسازگار می‌باشند (به عبارت دیگر هر یک دیگری را حذف می‌کند). مثلاً پیشامدهای «پیک» و «گشنیز» ناسازگارند.

II- آزمایش شانسی «انداختن یک سکه» دو حالت ممکن دارد: شیر و خط؛ در مورد این آزمایش تعداد ۴ = ۲۲ پیشامد وجود دارد:

$E = \{P, F\} - 1$: «شیر یا خط» که پیشامد قطعی است.

هر یک از اینها یک پیشامد ابتدایی است.

$$\left\{ \begin{array}{l} P \\ F \end{array} \right\} = \{ \text{شیر} \} - 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P \\ F \end{array} \right\} = \{ \text{خط} \} - 3$$

۴ = \emptyset = پیشامد غیر ممکن، مثلاً پیشامد «شیر و خط» در صورتی که نتیجه یک آزمون خط باشد پیشامدهای ۱ و ۳ رخداده اند و پیشامدهای ۲ و ۴ بوقوع نیوسته‌اند.

در این صورت پیشامد «A» یا «B» عبارت خواهد شد از «شماره یا زوج یا بالاتر از ۳ است» و زیر مجموعه متناظر آن $E_B, E_A, \{2, 4, 5, 6\}$ است که اجتماع دو زیر مجموعه E_A و E_B می‌باشد.

A- ۹ «B»: پیشامدی است که فقط و فقط و قتنی رخ می‌دهد که A و B با هم رخداده باشند. در مثال بالا، E_A و E_B عبارتست از پیشامد «شماره زوج و بالاتر از ۳ است» و زیر مجموعه نظیر آن $\{4, 6\}$ است که فصل مشترک دو زیر مجموعه E_A و E_B است.

- پیشامد ضد یک پیشامد A پیشامدی است که فقط و فقط و قتنی رخ می‌دهد که A رخداده و فقط و فقط و قتنی رخ نمی‌دهد که A رخداده. مثلاً اگر پیشامد A عبارت باشد از «شماره زوج است» پیشامد ضد A عبارت می‌شود از «شماره فرد است». زیر مجموعه نظیر این پیشامد $\{1, 3, 5\}$ است که متمم زیر مجموعه E_A است.

- پیشامد B را نسبت به پیشامد A استلزم اگریم گوئیم هر گاه وقوع پیشامد A مستلزم وقوع پیشامد B باشد. در این حال $E_A \subseteq E_B$ زیر مجموعه E_B است ($E_A \subseteq E_B$). مثلاً وقوع پیشامد «شماره ۶ است» مستلزم وقوع پیشامد «شماره زوج است» می‌باشد و داریم $\{2, 4, 6\} \subseteq \{2, 4, 6\}$

از آنچه گذشت نتیجه می‌گیریم که می‌توانیم یک پیشامد را بازیزه مجموعه نظیر خود مشتبه کنیم؛ مثلاً اگر A پیشامد «شماره زوج است» باشد می‌نویسیم:

۵- مثالهای دیگر: I- آزمایش شانسی «کشیدن یک کارت از ۳۲ کارت بازی» را در نظر می‌گیریم. تعداد حالات ممکن این آزمایش ۳۲ است و مجموعه E (پیشامد قطعی) عبارتست از:

۱۰ پیک، سرباز پیک، بی‌بی پیک، شاه پیک، آس پیک $E = \{$ آس خشت، ۷ دل، ...، آس دل، ۷ پیک، ۸ پیک، ۹ پیک، ۷ گشنیز، ...، آس گشنیز، ۷ خشت، ...، $\}$

فیزیک ریاضی

ترجمه: داوید ریحان

نوشتة: G. pölya وابسته آکادمی علوم واستاد افتخاری
مدرسه پلی تکنیک فدرال زوریخ و دانشگاه استانفورد

* دنباله از شماره قبل *

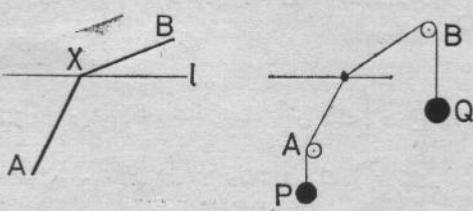
در هوای سرشار می‌شود، با سرعت دیگری در آب انتشار پیدا می‌کند. هرچند که نور با سرعت ثابت منتشر می‌شود، بالاختیار کوتاه‌ترین راه، سریع‌ترین راه را نیز بر می‌گزیند. در صورتی که سرعت به محیط عبور بستگی داشته باشد، کوتاه‌ترین راه، الزاماً سریع‌ترین نیست. ولی شاید نور **همیشه** سریع‌ترین راه را و بخصوص وقتی می‌خواهد از آب به هوای عبور کند، انتخاب می‌کند.

این مجموعه افکار به مسئله شخص می‌نیم زیرا مسئله می‌شود (شکل ۸): دو نقطه A و B و خط I که از میان این دو نقطه می‌گذرد و در سرعت u و v مفروض است، زمان می‌نیم لازم برای رفتن از A به B را با فرض اینکه از A تا I را با سرعت u و از I تا B را با سرعت v می‌پیماییم، بدست آوریم.

واضح است که سریع‌ترین مسیر مشکل از دو قطعه خط است که یکی از A به نقطه X از I و دیگری از X به B وصل شده است. مسئله به یافتن نقطه X منتهی می‌شود. دریک حرکت یکنواخت، زمان عبور برابر است با نسبت فاصله بر سرعت. در این صورت زمان لازم برای رفتن از A به B برابر است با:

$$\frac{AX}{u} + \frac{XB}{v}$$

قدار خیر را باید با انتخاب مناسب X روی I می‌نیم. بادانستن A، B، u، v، I باید X را بیابیم.



شکل ۸

III- راه حل به کمک تعبیر محدود مشابهت

یک چوب کبریت که تا نیمه در آب فرو رفته باشد شکسته بنظر می‌رسد. از این موضوع نتیجه می‌گیریم که نور که در آب نیز مانند هوا به خط راست منتشر می‌شود، در موقع ترک آب و برای دخول به هوا یک تغییر جهت ناگهانی می‌دهد. این پدیده شکست نور است، پدیده‌ای که از لحظه در کمپانی پیچیده تر و مشکل‌تر از انعکاس است. قانون شکست، پس از کوشش‌های بی‌حاصل کپلو و چند تن دیگر، بالاخره توسط Snellius کشف (حدود ۱۶۲۱) و توسط دکارت منتشر شد. بعدها فرمآ آمد (حدود ۱۶۶۵-۱۶۰۱) وایده‌های هرون را از از سر گرفت.

نوری که از شیء A واقع در زیر آب به چشم B واقع در بالای آب می‌رسد، خطی شکسته را با نقطه عطفی در سطح جدائی هوا و آب (شکل ۸) می‌پیمایید. مع الوصف، خط راستی که کوتاه‌ترین راه برای رفتن از A به B و در نتیجه کوتاه‌ترین راه برای نور است، در موقع عبور از یک محیط به محیط دیگر، از اصل هرون تبعیت نمی‌کند. این موضوع غیرمنتظره است؛ مابین حالت می‌توانیم قبول کنیم یک قانون که در دو حالت (انتشار مستقیم و انعکاس) صادق است نتواند در حالت سومی (شکست) صدق کند. فرمابه چاره جوئی پرداخت.

ایده‌ای که نور برای رفتن از یک نقطه به نقطه دیگر زمان معینی را می‌گذراند و با سرعت معینی (محدود) منتشر می‌شود، برای وی مأнос بود؛ گالیله نیز برای اندازه گیری این سرعت روشی پیشنهاد داد. شاید نوری که با سرعت معینی

مکانیکی شکل ۹ بدست می‌آید.

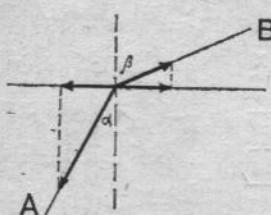
همچنین می‌توانیم بگوئیم که نیروهای وارد در نقطه X باید متعادل باشند. کشش‌های وارد توسط وزنهای ، بدون تقلیل به کمک قرقره‌های بدون اصطکاک منتقل می‌شوند . دونیر و باشد تهای متواالی $\frac{1}{u}$ و $\frac{1}{v}$ روی حلقه اثرمی‌کنند و هر کدام در امتداد نخ مربوط به خود قرار دارد . این نیروها نمی‌توانند در جهت قائم تغییر مکان دهند، زیرا [۱] که از آن عبور کرده است کاملاً سخت است (واکنش قائمی از طرف میله وجوددارد که می‌تواند بقدر کفايت بزرگ باشد) . ولی مؤلفه‌های افقی دوکشش ، که در جهات عکس قرار دارند، باید یکدیگر را تعدیل کنند یعنی دارای شدتهاي مساوی باشند . پس از تعیین این رابطه زوایای α و β را که زوایای دونخ با قائم در X می‌باشند (شکل ۱۰) مداخله می‌دهیم . تساوی مؤلفه‌های افقی از رابطه

$$\frac{1}{u} \sin \alpha = \frac{1}{v} \sin \beta \quad \text{یا} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{u}{v}$$

بدست می‌آید . رابطه اخیر شرط هربوته می‌نماییم است . حال به تعبیر فیزیکی بازمی‌گردیم . زاویه α که شعاع تابش با خط قائم بر سطح منعکس کننده می‌سازد به نام زاویه تابش و زاویه β که شعاع شکست خورده با قائم می‌سازد به نام زاویه شکست خوانده می‌شوند . نسبت $\frac{u}{v}$ سرعتها بستگی به دو محیط ، آب و هوای داشته و بستگی به شرایط هندسی مانند مواضع نقاط A و B ندارد . نتیجتاً شرط می‌نماییم ایجاب می‌کند که سنبیوس زوایای تابش و شکست فسیبت معین داشته و فقط بستگی به دو محیط داشته باشند (این نسبت را اسزوذه ضریب شکست می‌نامیم) . «اصل زمان می‌نمایم» که توسط فرما ابراز شد ، منتهی به قانون شکست سنبیوس شد که توسط مشاهدات مذیده تأیید شده است .

ما با این کار خود مولد کشف مهمی بوده‌ایم . روش جستجوی جوابهای را که مورد استفاده قرار داده‌ایم (به جای روش فرما) شایان توجه است . ابتدای مسئله ، تعبیر فیزیکی (اپتیک) بوده است . مع الوصف ، پس از حل مسئله ، تعبیر فیزیکی

دیگری (مکانیک) را
را مجسم کردیم . راه
حل ما ، راه حلی توسط
تعبیر مجدد بود . راه
حلهایی از این قبیل
باید مشابههای



شکل ۱۰

بدون باری جستن از حساب دیفرانسیل نمی‌توانیم بسادگی این مسئله را حل کنیم . فرما این مسئله را با ابداع روشی که بالاخره منتهی به حساب دیفرانسیل می‌شد ، حل نمود . روشی داده شده را توسط مثالهای قسمتهای اخیر دنبال خواهیم کرد . به باری بخت می‌توانیم مکانیسم را مجسم کنیم که جوابگوی مسئله مینیم پیشنهاد شده ، باشد . (شکل ۹) .

حلقه‌ای می‌تواند در طول میله‌ای افقی و ثابت به طول ۱ که از میان آن گذشته است ، بلغزد . دونخ X با XQ و XAP ثابت شده‌اند . هر کدام از این نخها از روی یک قرقه (به ترتیب در A و B) گذشته و در انتهای خود وزنهای را حمل می‌کند (به ترتیب P و Q) . نکیه اصلی انتخاب وزنهایها است . این وزنهای نمی‌توانند با هم مساوی باشند ؟ زیرا ، اگرچنین باشند ، در حالت تعادل خط AXB راست بوده (این موضوع قابل قبول بنظر می‌رسد) و AXB نمی‌تواند معرف میسری باشد که نور شکست خورده می‌پیماید . انتخاب وزنهایها را مداخله داده و از عالم مناسب استفاده می‌کنیم . فرض می‌کنیم که وزنه وابسته به انتهای P و Q به ترتیب از نخ اول و دوم ، به ترتیب برابر با p و q باشند .

تنها کار باقیمانده یافتن وضع تعادل است . (فرضهای تسهیلی عادی را انجام می‌دهیم ؛ میله کاملاً سخت است . نخها کاملاً نرم و کش ناپذیرند ؛ از اصطکاک وزنهای و سختی نخها و ابعاد قرقره‌ها و حلقه صرف نظر می‌شود) . مانند قسمت II مسئله خود را از دو راه مختلف حل می‌کنیم .

دو وزنه باید در مجموعه دستگاه در پایین ترین وضع ممکن قرار گیرند . (یعنی باید انرژی پتانسیل دستگاه می‌نمایم باشد) . این عبارت ایجاب می‌کند که $AP.p + BQ.q = AP.p + XB.q$ باشد . چون طول هر نخ لایتیغیر است ، نتیجه می‌شود که $AX.p + XB.q$ باید می‌نمایم باشد .

این مسئله کمی با مسئله غرما اختلاف دارد ولی دقیقاً همان مسئله فرمایم نیست . با وجود این ، دو مسئله اپتیک و مکانیک را می‌توانیم با اختیار p و q بقسمی که :

$$q = \frac{1}{v} p = \frac{1}{u}$$

باشد ، بطور ریاضی کاملاً بایکدیگر یکسان کنیم . مسئله تعادل (شکل ۹) مانند مسئله فرما مربوط به سریعترین مسیر ، ایجاب می‌کند که $\frac{AX}{u} + \frac{XB}{v}$ می‌نمایم باشد . این همان چیزی است که با تعیین اولین نقطه دید تعادل دستگاه

می گذرد و سرعت آن به مسیر پیموده شده بستگی ندارد و فقط وابسته به قشری است که درحال عبور از آنست . سرعت آن درین عبور از یک قشر به قشر بعدی تغییر می کند . کجا به

شرايطی از این قبيل برخورد کرهايم ؟

وقتي نورخورشید به سمت ما می آيد ، از قشرهای مختلفی به چگالی مختلف می گذرد ؟ درنتیجه سرعت نور از یک قشر به قشر بعدی تغیير می کند . بنا بر اين ، مسئله مکانيك مطرح شده داراي يك تعبيير مجدد يا مشابهت اپتيك است .

حال می توانيم شکل ۱۱ را دروضع جديدي قراردهيم .

فرض می کنيم که اين شکل معرف محيط اپتيكی غيرهمگن باشد . اين محيط مطبق ، از قشرهای با خواص متفاوت تشکيل شده است ، سرعت نور در قشرافقی و در عمق y برابر با $\frac{1}{2}gy$ است . نوري که اين محيط را باشروع از نقطه A به سمت نقطه B می پيمايد ، می تواند در طول منحنیهای مختلفی انتشار پیدا کند . ولی نور منحنی با سريعترین مسیر را انتخاب می کند ؟ نور در طول منحنی منتشر می شود که زمان عبور را می نيمم سازد .

درنتیجه ، منحنی قطعی پیموده شده توسط نوري که از نقطه A به نقطه B از محيط مطبق غيرهمگنی که تعریف کردیم ، می رود ، يك براسيستو کرون است ! ولی مسیر پیموده شده توسط نور نيز از رابطه سليوس بدست می آيد : در اينجا ، مسیری که منتهی به جواب مسئله می شود ناگهان جلوه گر می شود . تعبيير مجددی که توسط زان بر نولي ابراز شد ، جواب مسئله ای را که کاملاتازه و خارج از دسترس پنهان می رسيد ، مقدور ساخت .

باید کمی دیگر کوشش بخر ج دهيم ؛ ولی اين کوشش مستلزم ابتکار زيادي نیست . پس از شرح قانون سليوس تحت شکل مأنوس آن (که در قسمت III مورد بررسی قرار دادیم) ، تعبيير شکل ۱۱ را ظرفانه توجيه می کنيم . سرعت نباید بطور پيوسته در مقیاس يینهايت کوچکها تعبيير کند ، بلکه باید بطور ناپيوسته در مقیاسهای کوچک تعبيير نماید . چندين قشر افقی از ماده ای شفاف را (چندين ورقه شیشه ای) که هر کدامشان با دیگری از لحاظ اپتيكی کمی تفاوت داشته باشد ، در نظر می گيريم . فرض می کنيم که v ، v' ، v'' ... سرعتهای نور در قشرهای متواли و a ، a' ، a'' ... زوایایی باشد که استدادهای

جدیدی را با بهره های زیباتری ، بین پدیده های فیزیکی گوناگون برقرار کند .

IV- کشف منحنی براسيستو کرون توسط زان بر نولي .

يك نقطه مادي وزبن با سرعت صفر از نقطه A شروع به حرکت می کند و در طول يك سطح شیبدار بدون اصطکاک ، به نقطه B واقع در زیر آن می رسد . همچنان ، اين نقطه مادي که از حالت سکون شروع به حرکت کرده است ، می تواند از A را در روی کمانی از دایره ، مانند پاندول ، طی کند . کدامیک از این حرکات در مدت زمان کمتری انجام می گیرد ، حرکت در طول يك خط راست یا حرکت در طول کمانی از دایره ؟ گالیله فکر می کرد که نزول در طول کمانی از دایره سریعتر انجام می گیرد . **زان بر نولي** ، يك منحنی اختیاری در صفحه قائم را در نظر گرفت که دونقطه A و B را بهم بر بوط می ساخت . بینهات منحنی از اين نوع وجود دارد و منظور وی انتخاب آن منحنی بود که زمان نزول را می نیمم می ساخت ، اين منحنی را «منحنی با سریعترین نزول» یا «براسيستو کرون» می نامند . هم اکنون به درک راه حلی می پردازیم که توسط زان بر نولي باقوه تحیل عظیمش ابراز شده است .

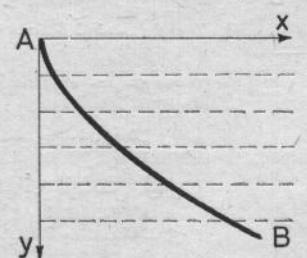
يك منحنی اختیاری که از A به B در صفحه قائم نزول کرده و در دستگاه محورهای قائم رسم شده است ، مفروض است (شکل ۱۱) . مبدأ را نقطه A ، محور افقی را محور X و محور قائم روبر طرف پایین را محور y اختیار می کنيم . دقت خود را معطوف لحظه ای می کنيم که نقطه مادي لغزان در طول منحنی ، از نقطه (y_0, x_0) با سرعت v می گذرد . رابطه

$v = \sqrt{\frac{y}{2}}$ را داریم که برای بر نولي کاملاً مانوس بود و ما امروزه آنرا از اصل ثبات انرژی بدست می آوریم . به ازای هر مسیر پیموده شده در حين نزول ، سرعت v بدست آمده فقط بستگی به y یعنی ارتفاع سقوط ، دارد .

$$(1) \quad v = (2gy)^{\frac{1}{2}}$$

منظور از اين رابطه چیست ؟ سعی می کنيم که مفهوم این عمل اساسی را کشف کنيم . خطوطی افقی رسم می کنيم تا صفحه ای را که نقطه مادي

در آن حرکت می کند ، به قشرهای افقی کم ضخامت تقسیم کند ، در ضمن نزول ، نقطه مادي به ترتیب از هر کدام از این قشرها



شکل ۱۱

شده‌اند و دقیقاً همان عمل یک معادله دیفرانسیل را انجام می‌دهند.

جواب مسئله بر اشیستو کرون که تومط ژان بر نولی بدست آمد، دارای ارزشی بخصوص است. با نگاه کردن شکل ۱۱ یا شکل ۱۲، می‌توانیم ایده اساسی جواب را کشف کنیم. در صورتی که بدون رحمت بتوانیم این ایده را بروشنا درک کنیم و خواص ایجاب آنرا بینیم، می‌توانیم بگوییم که دارای یک فکر هنری با ارزش هستیم.

طبعتاً، ایده اساسی راه حل ژان بر نولی همان تعبیر مجدد است. شکل هندسی (شکل ۱۱ یا ۱۲) را به ترتیب با دو تعبیر مختلف بررسی کردیم و آنرا در دو «عبارت» متقاوت قرار دادیم: ابتدا در عبارت مکانیکی، سپس در عبارت اپتیکی، آیا همه کشیفات مبتنی بر یک سنجه غیر مترقبه است و شالوده آن تعبیر مجدد دو عبارت مختلف است؟

دبیله دارد

اشتباهها . . . (بقیه از صفحه ۳۶۰)

فوق x^5 و $-x^4$ است.

اما این درست نیست. مسئله را به این صورت حل می‌کنیم.

تابع $y_1 = \sqrt{x - 1}$ برای مقادیر x^5 و تابع:

$$y_2 = \frac{1}{\sqrt{4+x}} \quad \text{برای مقادیر } -4 < x < 0 \quad \text{معین هستند. بنابراین}$$

ناحیه مشترک این دو ناحیه، فاصله نیمه بسته $-4 < x < 0$ است. این فاصله ناحیه معین بودن تابع فوق است.

مثال: ناحیه معین بودن تابع زیر را معلوم کنید:

$$y = \sqrt{\log \frac{x-5}{x^2-4}}$$

حل: تابع وقتی معنی دارد که:

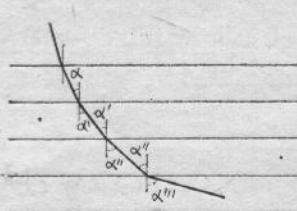
$$\log \frac{x-5}{x^2-4} > 0 \implies \frac{x-5}{x^2-4} > 1$$

کسر را به صورت راست نامعادله منتقل می‌کنیم، سپس مخرج مشترک می‌گیریم، خواهیم داشت.

$$\frac{x^2-x+1}{x^2-4} > 0 \implies \frac{(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}{x^2-4} > 0 \implies |x| < 2 \quad \text{و} \quad x^2 < 4 \quad \text{نایه معین بودن تابع، فاصله } -2 < x < 2 \quad \text{است.}$$

متوالی نور با قائم می‌سازد. بر طبق قانون سنتیوس (قسمت III) داریم:

$$\frac{\sin \alpha}{v} = \frac{\sin \alpha'}{v'} = \frac{\sin \alpha''}{v''} = \frac{\sin \alpha'''}{v'''} = \dots$$



این محیط مشکل از قشرهای نازک را کنار می‌گذاریم و به محیط مطبق که در آن بطور پیوسته باعماق تغییر می‌کند، می‌پردازیم

(در این صورت ضخامت قشرها را به سمت صفر میل می‌دهیم). بنابراین می‌بینیم که در طول مسیر همراه شده توسط نور

$$\frac{\sin \alpha}{v} = \text{مقداری ثابت است.}$$

فرض می‌کنیم که β زاویه تشکیل شده توسط مسas بر منحنی با افق باشد داریم:

$$a + \beta = 90^\circ, \quad t_y \beta = \frac{dy}{dx} = y'$$

$$(3) \quad \sin \alpha = \cos \beta = (1+y')^2$$

از ادغام معادلات (۱)، (۲)، (۳) (که ترتیب از قوانین مکانیک، اپتیک و توسط محاسبه بدست آمده است) و با مداخله نشانه‌ای شایسته که در معادله (۲) وارد می‌شود، داریم:

$$y(1+y'^2) = c$$

در این رابطه c ثابتی مثبت است. برای برآشیستو کرون معادله‌ای دیفرانسیل از رسته اول داریم. حل این مسئله برای بر نولی کاملاً ساده بود و وی می‌توانست منحنی‌های صادق در معادلاتی از این قبیل را بدست آورد. احتیاجی نداریم که در اینجا به جزئیات پردازیم: برآشیستو کرونی که از معادله دیفرانسیل بدست می‌آید، یک **سیکلوئید** است. (سیکلوئید عبارت از مکان نقطه‌ای از محیط یک دایره است که روی خط راست، می‌غلتد؛ در حالت کنونی خط راست، همان محور x است و دایره در زیر این محور می‌چرخد).

با وجود این، یادآوری می‌کنیم که ممکن است بدون استمداد از فرمولها بینیم که در قانون سنتیوس بطور ضمنی یک معادله دیفرانسیل مداخله می‌کند. این قانون تعیین کننده امتدادهای عناصر متوالی مسیر است که در شکل ۱۲ نموده

اشتباههایی که در اوراق کنکور مشاهده شده است

ترجمه از روسی توسط : فتح الله زدگری

* دنباله از شماره قبل *

نامعادلات زیر :

$$(1) \begin{cases} x+4 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x+4 < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$$

از دستگاه (1) بدست می آوریم که :

$$\begin{cases} x > -4 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow x > 1$$

و از دستگاه (2) بدست می آوریم که :

$$\begin{cases} x < -4 \\ x < 1 \end{cases} \Rightarrow x < -4$$

نتیجه می گیریم که نامعادله فوق به ازاء $x > 1$ و $x < -4$ همیشه برقرار است.

تبصره : باید در نظر داشت که گاهی نامعادله طوری است که می توان طرفین آنرا در بخرج ضرب کرد و نامعادله بدست آمده معادل با نامعادله اولی است. مثلا در نامعادله

$\frac{2x+3}{x+5} > 1$ اگر طرفین نامعادل را در $(x+5)$ که همیشه

مثبت است ضرب کنیم نامعادله $2x+3 > x+5$ که معادل اولی است بدست می آید.

در حل نامعادلاتی که دارای رادیکال با فرجه زوج هستند باید دقت شود اگر زیر رادیکال مجهول وجود داشته باشد باید

شرط مثبت بودن زیر رادیکال رعایت شود.

مثال در نامعادله $\sqrt{x-5} + 4 > 0$ باید با شرط

$x-5 > 0$ مسئله را حل کنیم.

اغلب دانشآموزان این موضوع را متوجه نیستند که وقتی مجموعه جوابهای نامعادله‌ای از چند مجموعه جواب تشکیل شده است، جواب نامعادله فصل مشترک این مجموعه‌هاست. مثلا تعدادی از شرکت کنندگان جواب نامعادله $x > 1$

رابه صورت زیر نوشته بودند:

در صورتی که باید بنویسند:

$$x > 1 \Rightarrow |x| > 1$$

و یا $x > 1$ یا $x < -1$

بعضیها دوطرف یک نامعادله را در بخرج که دارای مجهول است ضرب می کنند. این عمل را باید هیچگاه انجام داد، زیرا علامت بخرج معلوم نیست. مثلا در حل نامعادله:

$$\frac{2x+3}{x-1} > 1$$

نوشته بودند:

وعده‌ای از شرکت کنندگان هم جواب را موقول به حل دستگاه:

$$\begin{cases} 2x+3 > 1 \\ x-1 > 1 \end{cases}$$

کرده بودند، و معلوم است که نتیجه لازم را بدست نیاورده بودند. نامعادله فوق را باید به ترتیب زیر حل کنیم: عدد یک را به سمت چپ می آوریم، خواهیم داشت:

$$\frac{2x+3}{x-1} - 1 > 0$$

$$\frac{2x+3-x+1}{x-1} > 0 \Rightarrow \frac{x+4}{x-1} > 0$$

حالا می توانیم بگوئیم که نامعادله بالا معادل است با دستگاه

معادله مفروض به صورت زیر در می‌آید:

$$-x + 3 - x + 4 - 1 = 0$$

جواب این معادله $x = 3$ و قابل قبول است.

-II- اگر $x < 3$ باشد خواهیم داشت:

$$|x - 3| = x - 3 \quad |x - 4| = -(x - 4) = -x + 4$$

معادله چنین می‌شود:

$$x - 3 - x + 4 - 1 = 0$$

در این معادله هر مقداری از x صدق می‌کند پس تمام مقادیر مربوط به فاصله $x < 3$ جواب معادله می‌باشند.

-III- وقتی $x > 4$ باشد داریم:

$$|x - 3| = x - 3 \quad |x - 4| = x - 4$$

معادله به صورت زیر در می‌آید:

$$x - 3 + x - 4 - 1 = 0$$

نتیجه می‌شود $x = 4$ ، بنابراین جواب معادله مفروض عبارت

$$2 < x < 4$$

خواهد شد از:

مثال (۲) معادله زیر را حل کنید:

$$\log \sqrt{(x - 10)^2} - 1 = 0$$

$$\log \sqrt{(x - 10)^2} = \log|x - 10|$$

از آنجا نتیجه می‌شود که:

$$\log|x - 10| - 1 = 0$$

$$\log|x - 10| = 1 \Rightarrow |x - 10| = 10$$

اگر $x > 10$ باشد $x - 10 = x - 10$ و از آنجا:

$$x - 10 = 10 \Rightarrow x_1 = 20$$

و اگر $x < 10$ باشد:

$$|x - 10| = -(x - 10) = 10 - x \Rightarrow$$

$$10 - x = 10 \Rightarrow x_2 = 0$$

جوابهای معادله عبارتند از:

$$x_1 = 20 \quad x_2 = 0$$

مثال (۳) نامعادله زیر را حل کنید:

$$|4 - 3x| < 2x$$

حل: قسمت راست نامعادله فقط به ازاء x می‌تواند

بزرگتر از قسمت چپ باشد.

نامعادله فوق به صورت زیر در می‌آید:

$$-2x < 4 - 3x < 2x$$

از نامعادله اخیر به دستگاه زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} -2x < 4 - 3x \\ 4 - 3x < 2x \end{cases}$$

در حل نامعادلاتی که دارای لگاریتم هستند اگر لگاریتم جمله‌ای شامل مجھول آمده باشد باید شرط معنی داشتن لگاریتم را نیز در نظر بگیریم.

مثال در حل نامعادله:

$$\log_2 \log_5 (25 - 4x) < 1$$

بعضیها حوزه مقادیر قابل قبول برای مجھول و عده‌ای شرط معنی داشتن لگاریتم را در نظر نگرفته بودندو در نتیجه جواب غلط است بدست آورده بودند.

چون این مسئله را اکثر آشتباه کرده بودند ما در اینجا حل کامل آنرا می‌آوریم. قسمت چهارم نامعادله وقتی معنی دارد که $25 - 4x > 1$ باشد.

$$25 - 4x > 1 \Leftrightarrow 4x < 24 \Rightarrow x < 6$$

نامعادله فوق را به صورت $3 < \log_5 (25 - 4x) < 5$ می‌نویسیم:

$$25 - 4x < 5^3$$

$$25 - 4x < 125$$

$$4x > -100 \Rightarrow x > -25 \Rightarrow$$

$$-25 < x < 6$$

اشتباه کوچکی در مقدار مطلق و ریشه عددی (حسابی) در حل معادلات و نامعادلات، به اشتباهات بزرگی در حل آنها و رسم منحنیهای مربوط نمی‌شود. از آنجاکه در عملیات مربوط به مقادیر مطلق، اشتباهات مختلفی پیش می‌آید، مادر اینجا مثالهایی با حل آنها می‌آوریم.

مثال (۱) معادله زیر را حل کنید:

$$|x - 3| + |x - 4| - 1 = 0$$

حل: ریشه هر یک از جملات داخل علامتهای قدر-

مطلق را بطور جداگانه بدست می‌آوریم:

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 3$$

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x_2 = 4$$

این ریشه‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم.

مجموعه تمام اعداد حقیقی واقع در حدودهای زیر را

بررسی می‌کنیم.

$$- \infty < x < 3 \quad 3 < x < 4 \quad 4 < x < +\infty$$

در هر فاصله‌ای معادله را جداگانه حل می‌کنیم.

-I- اگر $x < 3$ باشد، برای مقدار x مربوط به

این فاصله داریم:

$$|x - 3| = -(x - 3) = -x + 3 \quad \text{و}$$

$$|x - 4| = -(x - 4) = -x + 4$$

مقادیر زوج n داریم :

$$\log_{x^n} N = \frac{1}{n} \log_x |N| \quad (4)$$

حالا چند مثال با استفاده از روابط بالا حل می کنیم .

مثال ۱) عبارت زیر را ساده کنید :

$$\log_{\frac{x^2}{4}} - 2 \log_{\frac{4}{x}} (4x^4)$$

سپس مقدار این عبارت را به ازاء $x = 4$ تعیین کنید .
حل :

$$\begin{aligned} & \log_x x^2 - \log_x 4 - 2 \log_x 4 - 2 \log_x x^4 = \\ & 2 \log_x |x| - 1 - 2 - 8 \log_x |x| = -3 - 6 \log_x |x| = \\ & = -3(1 + 2 \log_x |x|) = -3(1 + \log_4 |4|) = \\ & = -3(1 + 2) = -9 \end{aligned}$$

مثال ۲) معادله زیر را حل کنید :

$$\log x^2 = 4$$

حل : معادله را به این صورت می نویسیم :

$$2 \log |x| = 4 \Rightarrow \log |x| = 2 \Rightarrow |x| = 100$$

جواب $x_1 = 100$ و $x_2 = -100$

اگر معادله را به صورت $2 \log x = 4$ می نوشتیم در این صورت ریشه $x = -100$ حذف می شد .

اکثر آن در تعریف حوزه معین بودن تابع با اشکال مواجه می شوند و در نتیجه مسائلی را که به این تعریف مربوط می شود نمی توانند حل کنند .

تعریف : مجموعه مقادیر مستقل متغیر x را که به ازاء آنها تابع $y = f(x)$ معین باشد، ناحیه معین بودن تابع گویند. یعنی متضایر با هر x مستقل، یک یا بطور کلی چند مقدار معین برای تابع وجود دارد. خوب درک نکردن ماهیت این تعریف اغلب باعث بود آمدن اشتباهات بسیار بزرگی در تعیین ناحیه معین بودن برای تابع می شود .

مثلاً ناحیه معین بودن برای تابع :

$$y = \sqrt{-x} + \frac{1}{1/x + 1}$$

به صورت زیر تعیین شده بود :

$$-x > 0 \Rightarrow x < 0 \quad (1)$$

$$1/x > 0 \Rightarrow x > -1 \quad (2)$$

نتیجه این شده بود که ناحیه معین بودن برای تابع

(باقیه در صفحه ۳۵۷)

از نامعادله اول دستگاه بالا $\frac{4}{5} < x < 4$ و از معادله دوم

$\frac{4}{5} < x$ نتیجه می شود .

بنابراین جواب عبارت خواهد شد از :

$$\frac{4}{5} < x < 4$$

مثال ۴) منحنی تابع زیر را سم کنید :

$$y = |x + 4|$$

حل : با حذف علامت قدر مطلق ، تابع بالا به صورت زیر درمی آید .

$$y = \begin{cases} x + 4, & x > -4 \\ -(x + 4), & x < -4 \end{cases}$$

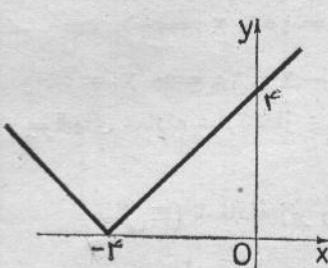
حل مسئله منجر به رسم نمایش هندسی تابع خطی $y = x + 4$ و $y = -x - 4$ می شود .

(۱) خط $y = x + 4$ را با در نظر گرفتن اینکه متغیر x فقط مقادیری را می تواند بگیرد که تابع y مثبت شود ، رسم می کنیم . به ازاء $x = 0$ داریم $y = 4$ و به ازاء $x = -4$ داریم $y = 0$. خط از نقاط $(0, 4)$ و $(-4, 0)$ می گذرد .

(۲) حالا خط $y = -x - 4$ را رارسم می کنیم . این خط از نقاط $(0, -4)$ و $(-4, 0)$ می گذرد .

رسم منحنی تابع $|x + 4| = y$ در (شکل پایین) نمایش داده شده است .

قضایای ثابت شده برای لگاریتم گرفتن در مورد حاصل-



ضرب و تقسیم و توان
اعداد مثبت را می توان
در مورد اعداد منفی هم
با استفاده از مقادیر
مطلق آنها بکاربرد .

اگر x و y اعداد
دلخواه حقیقی مخالف

صفر و همعلامت باشند، می توانیم بنویسیم :

$$\log_a(xy) = \log_a|x| + \log_a|y| \quad (1)$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a|x| - \log_a|y| \quad (2)$$

به ازاء مقادیر دلخواه $x \neq 0$ و مقادیر زوج y :

$$\log_a x^n = n \log_a |x| \quad (3)$$

اگر $x \neq 0$ و $y \neq 0$ باشد، در این صورت به ازاء

مسائل انتخابی

از مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها

سدهماهه دوم، سال تحصیلی ۴۸-۴۹

- معادله زیر را حل کنید :

$$(2m + 2)x^2 + 3x - 5 - 2m = 0$$

دبیرستان پهلوی (میاندوآب)

دبیر: سعید فرشاد - فرستنده: مسعودی

- ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر a و b داریم :

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq 2$$

- دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \\ x^2 + y^2 + z^2 = 29 \end{cases}$$

دبیرستان ملکزاده (آمل)

دبیر: جوادی - فرستنده: اقدرالله معتقد لاریجانی

- a و b را تعیین کنید که معادله درجه دوم زیر ریشه

مضاعف ۳ - داشته باشد :

$$ax^2 - 2x + b = 0$$

مسائل فیزیک

دبیرستان شبانه ابوریحان

فرستنده: سید حسین طباطبائی

- لوکوموتیوی به وزن ۲۴۰ تن روی ۳۶ تراورس تکیه دارد. ابعاد هر تراورس ۲ مترو ۲۴ سانتیمتری باشد. فشار وارد بر زمین را پیدا کنید.

کلاس چهارم طبیعی

جبر

دبیرستان شبانه ابوریحان

فرستنده: سید حسین طباطبائی

- این دو عدد را مقایسه کنید :

$$2\sqrt{5} - 4 - 4 - 2\sqrt{3}$$

- صحت این تساوی را ثابت کنید :

$$\sqrt{12+3\sqrt{7}} - \sqrt{12-3\sqrt{7}} = \sqrt{6}$$

دبیرستان ایراندخت (ساری)

فرستنده: فریده بابازاده

- اولاً معادله درجه دوم زیر را حل کنید :

$$(5k - 6)x^2 + 2(2k + 5)x - 9k - 4 = 0$$

ثانیاً k را بباید تا معادله ریشه مضاعف داشته باشد و

این ریشه را پیدا کنید.

ثالثاً k را بباید تا یکی از ریشه‌های معادله، دو برابر ۲ شود و ریشه دیگر را حساب کنید.

دبیرستان ۲۵ شهریور (مسجدسلیمان)

دبیر: عابدی - فرستنده: علیرضا صالح جعفر

- بخرج کسر زیر را ساده کرده و گویا کنید :

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{b} - 2\sqrt{25a} - b\sqrt{a^2b} + 11\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

جیوه کرده روی طشتک پر از جیوه واژ گون می کنیم، ارتفاع ستون جیوه درون لوله مساوی ۷۶ سانتیمتر است. اگر به اندازه ۵ سانتیمتر مکعب هوا وارد لوله کنیم ارتفاع جیوه ۱۵۰ سانتیمتر پایین می آید. طول لوله را بدست آورید.

دیروستان شهریار (قم)

دیبر: کبیری - فرستنده: جواد فیض

مخزن استوانه‌ای شکلی که مساحت قاعده آن 50cm^2

است بوسیله پیستون متجر کی که تا انتهای مخزن ۹۰cm فاصله دارد مسدود شده است و مخزن محتوی گازی با فشار ۱ آتمسفر است. پیستون را ۳۰cm به طرف داخل حرکت می‌دهیم:

اولاً - فشار گاز را در این حالت بدست آورید.

ثانیاً - در همین وضعیت این مخزن را با مخزن دوم به حجم ۲lit که محتوی گاز دیگری می‌باشد مربوط می‌کنیم. فشار مخلوط $1/2$ آتمسفر می‌شود؛ فشار مخزن دوم چند آتمسفر بوده است؟

دیروستان کورش کبیر (گچساران)

دیبر: آزبری - فرستنده: محمد رضا قبادی

- در داخل لوله‌ای که دیگر طرف آن بسته و طرف دیگر باز است مقداری جیوه می‌ریزیم. طول ستون جیوه برابر ۵ سانتیمتر می‌شود. اگر طرف بازلوله به طرف بالا باشد طول ستون هوای درون لوله برابر a سانتیمتر می‌شود و اگر طرف بازلوله به طرف پائین باشد طول ستون جیوه برابر b سانتیمتر می‌شود؛ با این آزمایش فشار هوا را در محل تجربه حساب کنید (دما ثابت است).

مسائل شیمی

دیروستان ۲۵ شهریور (مسجدسلیمان)

دیبر: مالکی - فرستنده: علیرضا صالح جعفر

مخلوطی از آهک و مس را در اسید سولفوریک گرم و غلیظ می‌ریزیم. محلول را بدیک لیتر می‌رسانیم، 10CC از این محلول با گاز H_2S 0.96 g/cm^3 رسب می‌دهد و چون می‌آید. در صورتی که آهن ۷ ملکول آب و مس ۵ ملکول آب تبلور داشته باشد مقدار مس و آهن را حساب کنید.

خط آهن افقی است و نیروی کشش لوکوموتیو 6000kN می‌باشد. ضریب اصطکاک خط آهن را بدست آورید.

دیروستان ۲۵ شهریور (مسجدسلیمان)

دیبر: امامی - فرستنده: علیرضا صالح جعفر

- کالریمتری است برنجی به وزن 300 g که شامل 470 g آب 20°C درجه است. 60 g گرم آهن 100°C درجه در آن می‌اندازیم. حساب کنید درجه حرارت تعادل را در صورتی که گرمای ویژه برنج 0.11 g/cm^3 و گرمای ویژه آهن 0.11 g/cm^3 باشد. ثانیاً - اگر به جای آهن همان مقدار مس 100°C درجه در کالریمتر بیندازیم درجه تعادل 20.8°C درجه می‌شود. گرمای ویژه مس را حساب کنید.

دیروستان حکیم نظامی (قم)

دیبر: موحدی - فرستنده: جواد فیض

یک بالن به حجم 200cm^3 را کاملاً پر از گلیسیرین صفر درجه کرده و آنرا تا به 25°C درجه حرارت می‌رسانیم. حجم گلیسیرین خارج شده از بالن را محاسبه کنید. ضریب انبساط گلیسیرین 0.0015×10^{-5} و ضریب انبساط حجمی شیشه 2.7×10^{-6} است.

دیروستان دکتر اقبال (مسجدسلیمان)

دیبر: پور جعفری - فرستنده: علیرضا صالح جعفر

- دو مایع به وزن مخصوص 0.8 g/cm^3 و 1.2 g/cm^3 مساوی مخلوط نموده و جسمی به وزن 200 g گرم را که وزن مخصوص 5 g بر سانتیمتر مکعب است در این مخلوط وارد می‌کنیم. وزن ظاهری جسم را در مخلوط بیابید.

دیروستان ملی سعدی

دیبر: پیرویان - فرستنده: محمود نیک پوریان

گلوله‌ای آهنه ب جرم 65 g و درجه حرارت 80°C درجه را وارد گرما سنجی که محتوی 500 g گرم الکل 2 g درجه است می‌کنیم. درجه حرارت تعادل 45°C درجه می‌گردد. در آزمایش دیگر گلوله را به درجه حرارت 96°C درجه رسانده و وارد همان گرما سنج که محتوی 625 g گرم آب 52°C درجه است می‌کنیم، درجه حرارت تعادل 56°C درجه می‌شود. اگر ظرفیت گرمائی کالریمتر 25 g باشد حساب کنید گرمای ویژه الکل و آهن را.

دیروستان ملی شمس‌داوری (مسجدسلیمان)

دیبر: پور جعفری - فرستنده: محمد رضا صالح جعفر

- یک لوله به سطح قاعده یک سانتیمتر مریع را پر از

دارای جواب باشد.

ثانیاً- به ازاء $1 = b$ و $c = 2$ مقدار a را بدست آورید.

ثالثاً- اگر $x + y + z = m$ باشد x و y و z را بدست آورید.

- معادله درجه دوم زیر مفروض است:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

در صورتی که بین خواص آن رابطه $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ برقرار باشد

چه رابطه‌ای بین ریشه‌ها موجود است.

گروه فرهنگی بامداد

دیبر: زرساز - فرستندگان: قاسم جبارزاده، سعید علیاری

- معادله زیر را حل کنید:

$$\sqrt{x-a} - \sqrt{x-b} = \sqrt{b-a}$$

دیبرستان بزرگمهر (تبریز)

دیبر: حسینی - فرستنده: ضمدم ریخته گران

- حدود m را طوری تعیین کنید که سه جمله‌ای:

$$(m-2)x^2 - 4x - m - 3$$

به ازاء جمیع مقادیر x منفی باشد.

- حدود m را تعیین کنید تا معادله زیر دوریشه مختلف-

العادت داشته باشد:

$$(m^2 - 4m)x^2 - x - m^2 + 4m - 3 = 0$$

دیبرستان پروین (تبریز)

دیبر: عزیز حسینی - فرستنده: عارفه مؤمن

- معادله زیر را حل کنید:

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{x^2 - 7x + 12} = (2x - 5)\sqrt{2}$$

- معادله زیر را حل کنید:

$$(x+1)^4 + (x+2)^4 = 16$$

دیبرستان پهلوی (گلپایگان)

دیبر: جعفری - فرستنده: علی غفاری

- b و a را پیدا کنید که ریشه‌های معادله:

$$x^2 + ax + b = 0$$

مساوی و b گردند.

دیبرستان کورش گبیو (شاھی)

دیبر: موقنزاد - فرستنده: رهبر

۱۰۰CC محلول اسید سولفوریک و اسید کلریدریک بوسیله

۱۰۰CC سود نیم نرمال خشی می‌شود. ۵۰CC از محلول فوق

با کلرور باریم $2/33$ گرم رسوب می‌دهد. غلظت و نرمالیتۀ

دو اسید را پیدا کنید.

دیبرستان موسوی (قم)

دیبر: دکتر رادمنش - فرستنده: جواد فیض

محلول شامل سولفات سدیم و سولفات مس موجود است.

در ۱۰CC از این محلول یک تکه کوچک آهن تمیزانداخته ایم

پس از کامل شدن فعل و انفعال 1000 گرم به وزن قطعه آهن

اضافه شده است و به ۱۰CC از همان محلول نیترات باریم کافی

افزوده ایم وزن، رسوب حاصل 466 گرم شده است. مطلوب است

غلظت و غلظت ملکولی هریک از دونمک در محلول.

کلاس چهارم ریاضی

جبر

دیبرستان اختراق

دیبر: فاطمی - فرستنده: سید حسین طباطبائی

معادله درجه دومی تشکیل دهید که بین ریشه‌های آن

روابط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} x' + x'' = 1 \\ x'^2 + x''^2 = m^2 + 1 \end{cases}$$

دیبرستان الهی

دیبر: با همت - فرستنده: علی مصدق

- دستگاه معادله زیر مفروض است:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{z} = a \\ \frac{y+z}{x} = b \\ \frac{x+z}{y} = c \end{cases}$$

اولاً چه رابطه‌ای بین a و b و c برقرار باشد تا دستگاه

یکان دورۀ هفتم

دیروستان دارالفنون

دیبر: جمالی - فرستندگان: اکبر مختارزاده، محمود جدی
- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ x^r + y^r + z^r = 41 \\ x^r + y^r + z^r = 189 \end{cases}$$

- دستگاه از زیر را حل و بحث کنید:

$$\begin{cases} (a^r - b^r)x + (a^r - b^r)y = 2a \\ (a^r - b^r)x + (b^r - a^r)y = -2b \end{cases}$$

- حاصل عبارت زیر را بدست آورید:

$$A = \frac{1}{1+x^{a-b}} + \frac{1}{1+x^{b-a}}$$

دیروستان دکتر نصیری

دیبر: قلیزاده - فرستنده: محمود سعادتی
- نامعادله زیر را حل و بحث کنید:

$$(2x+b)a + bx^r \cdot x^{-1} < a(2b+x)$$

- ثابت کنید که عبارت:

$$f(a) = -(a+1)^{2n+1} + a(a+2)^{3n} + (a+2)^{3n} - 2a^r - 5a - 3$$

بر عبارت زیر بخش پذیر است:

$$(a + \frac{3}{4})(a + 2)(a + 1)^r$$

- معادلات درجه دوم:

$$x^r + ax - 2a^r + 3a - 1 = 0$$

$$x^r + (2a - 1)x - 3a^r + 5a - 2 = 0$$

مفروض اند: اولاً - a را چنان تعیین کنید که دو معادله دارای یک ریشه مشترک باشند. ثانیاً - ثابت کنید که دو معادله نمی توانند دارای دو ریشه مشترک باشند. ثالثاً - اگر طرفین معادلات فوق را در a ضرب کنیم یا بر a تقسیم کنیم چه تغییر در میان آنها حاصل می شود.

دیروستان سینا (مسجدسلیمان)

دیبر: زنجانی - فرستندگان: البرز آذرپناه، علیرضا صالح جعفر
- مطلوب است حل دستگاه:

$$\begin{cases} 3xy + yz + 2zx = 3xyz \\ 6xy - 3yz + 4zx = xyz \\ 6xy + 5yz - 6zx = 5xyz \end{cases}$$

- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x(4y - 3z) = 2 \\ y(6z + 2x) = 3 \\ 3z(2x + 2y) = 7 \end{cases}$$

دیروستان پهلوی (همدان)

دیبر از گمی - فرستنده: فریده زمانی

$$f(x-1) = x^r - 2x^r + x - 2$$

را پیدا کنید و معلوم کنید که بر $1 - x$ بخش پذیر است.

- ثابت کنید که عبارت زیر همواره با معنی است:

$$\sqrt{a^r + ab + b^r}$$

دیروستان حکیم سنائی

دیبر: جمالی - فرستندگان: اصغر شهیدزاده، نیکید میرزا یانس

- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} xy = p(my + nx) \\ yz = m(nz + py) \\ zx = n(mz + px) \end{cases}$$

- حدود x را تعیین کنید که کسر زیر بین $\frac{1}{2}$ و

$$-\frac{1}{3}$$
 محصور باشد:

$$\frac{3x^r - 5x + 1}{-x^r + x - 2}$$

دیروستان خرد (گرگان)

دیبر: مصطفی سیدین - فرستنده: بهنام کی پور

- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x_1^r + x_1(x_2 + \dots + x_n) = a_1 \\ x_2^r + x_2(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = a_2 \\ \dots \dots \dots \dots \\ x_n^r + x_n(x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1}) = a_n \end{cases}$$

- بین p و q چه رابطه ای برقرار باشد تا دوریشة معادله

$$x^r + px^r + qx + q - p = 0$$

همان ریشه های معادله زیر باشد:

$$x^r + rx + 1 = 0$$

بر O_1 نقطه‌ای تعیین کنید که مماسهای مرسوم از آن بر دو دایره O_1 و O_2 با هم برابر باشند.

دیروستان حکیم سنائی

دیبر: زند - فرستنده گان: اصغر شهیدزاده، نیکیدمیرزا یانس
دایرة O و خط \triangle مفروض است. مربع ABCD را
چنان رسم کنید که یک ضلع منطبق بر خط \triangle و دو رأس آن
روی دایرة O واقع باشد.

دیروستان سینا (مسجد سلیمان)

دیبر: زنجانی - فرستنده: البرز آذر پناه
در ذوزنقه ABCD طول ضلع CD و همچنین طول ساق BC برابر a بوده و مقدار زاویه $B = 60^\circ$ می‌باشد
و می‌دانیم طول قطر BD برابر طول قاعده AB است.
اولاً طول اضلاع دیگر و طول اقطار و اندازه زوایای دیگر ذوزنقه را بدست آورید.
ثانیاً از رأس C عمودی بر BD فرود آورده امتداد می‌دهیم تا AB را در نقطه O قطع کند. ثابت کنید که این نقطه مرکز دایره محیطی مثلث DBC است و طول شعاع این دایره برابر a است.

دیروستان عبدالله مستوفی

دیبر: نجف آبادی - فرستنده گان: شهره مرعشی و پنج نفر دیگر
- مثلث ABC را رسم کنید که از آن $c - b - r_a$ و $r_b - r_c$ معلوم است.
- روی هریک از اضلاع متوازی الاضلاع مفروضی و در خارج آن مشاهد متساوی الاضلاع ساخته ایم. ثابت کنید که رأسهای سوم این مثلثها خود یک متوازی الاضلاع تشکیل می‌دهند.

دیروستان عشايري (فارس)

دیبر: توکلی - فرستنده: محمدقلی زاهدی
خطی عمود بر یک ضلع مثلث چنان رسم کنید که مثلث را به دو جزء معادل بخش کند.

دیروستان فرگام

دیبر: محمد نوری - فرستنده: عادل محمدزاده

در مثلث ABC از B' وسط AC عمود $B'M$ را
به اندازه نصف AC بر آن عمود می‌کنیم و همچنین از C' وسط عمود $C'N$ را به اندازه نصف AB بر این ضلع اخراج می‌کنیم و M و N را به A' وسط BC وصل می‌کنیم. ثابت

دیروستان فارابی (کرج)

دیبر: امام جمعه - فرستنده: محسن مصباح

- هر گاه $x - x^3 = f(x)$ باشد عبارت $f(a+b)$ را حساب کنید و ثابت کنید که بر $a+b$ بخش پذیر است.

دیروستان محمد رضا شاه پهلوی (هرند)

دیبر: بلورانی - فرستنده: مجید نجفی تمرازی
- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \frac{1}{x^4} + \frac{1}{y^5} = 5 \\ \frac{3}{x^4} + \frac{3}{y^5} = 35 \end{cases}$$

دیروستان محمد طبری (آمل)

دیبر: مفتاح - فرستنده: قادرالله معتقدلاریجانی
در صورتی که $x+y+z=1$ باشد ثابت کنید که:
 $(1-2x)^3 + (1-2y)^3 + (1-2z)^3 + 24xyz = 1$

مسائل هندسه

دیروستان آرش شماره ۱

دیبر: بکتاشی - فرستنده: پروانه بکتاشی

- در مثلث ABC قاطعی رسم کنید که $AD = DE = EC$ باشد.

- مثلث ABC را رسم کنید که $A = 60^\circ$ و $B = 70^\circ$ و فاصله محل تلاقی سه عمود منصف تا محل تلاقی سه میانه ۱ باشد.

- مربعی رسم کنید که اضلاع یا امتداد اضلاع آن بر چهار نقطه مفروض بگذرد.

دیروستان بزرگمهر (تبریز)

در نیمدایره به قطر AB و به مرکز O نیمدایره به قطر OA را رسم می‌کنیم. از نقطه دلخواه C واقع بر OA عمودی بر آن اخراج می‌کنیم تا نیمدایره کوچکتر را در F و بزرگتر رادر M قطع کند. ثابت کنید که $AM^2 = 2AF^2$.

دیروستان پهلوی

فرستنده: سید حسین طباطبائی

دو دایرة متقاطع O_1 و O_2 و دایرة O مفروض است.

جملات زیر به تصاعد حسابی خواهند بود :

$$\frac{1}{\log_a N}, \frac{1}{\log_b N}, \frac{1}{\log_c N}$$

دیروستان پهلوی (میاندوآب)

دیبر: سعید فرشاد - فرستنده: فاطمی

- تصاعد حسابی را مشخص کنید که در هر حال مجموع

جملات آن دو برابر مکعب تعداد جملاتش باشد.

- معادله زیر را حل کنید :

$$(\log_x X)^2 + (\log_x 2)^2 = 18$$

دیروستان جام جم

دیبر: بکتاشی - فرستنده: پروانه بکتاشی

- جمله دهم از تصاعد عددی را پیدا کنید که داشته باشیم:

$$S_n = 3n^2 + n.$$

- حاصل عبارت زیر را بدست آورید و حد آنرا وقتی

$$n \rightarrow \infty$$
 پیدا کنید:

$$S_n = \log_4 X + \log_2 X + \dots + \log_{2^n} X$$

دیروستان جوینی (قوچان)

دیبر: عمارزاده - فرستنده: حسین دلربائی

- اگر I_{2n} و I_n به ترتیب جملات مرتبه $2n$ و n يك

تصاعد حسابی باقدر نسبت d باشد ثابت کنید :

$$d = \frac{I_{2n} - I_n}{n}$$

دیروستان حکیم سنایی

دیبر: گوهری - فرستنده: شهیدزاده، میرزايانس

معادله زیر را حل کنید :

$$2 \log(2x+1) + \log 5 = 10 \log \log(x^2 + x - 1)$$

دیروستان حکیم نظامی (قم)

دیبر: صدری - فرستنده: حسن فیض

- اولاً ثابت کنید $(a+x)^2$ و (a^2+x^2) و (a^4+x^4)

جمل متولی يك تصاعد حسابی اند . ثانیاً x را چنان تعیین

کنید که مجموع ۱۰ جمله از رشته زیر 310 باشد.

$$(1+x)^2 + (1+x)^4 + (1+x)^8 + \dots$$

- در يك تصاعد هندسی محدود که تعداد جملاتش زوج

است نسبت مجموع جملات شماره زوج به مجموع جملات شماره

فرد برابر ۲ و جمله اول تصاعد برابر قدر نسبت آنست. اين

کنید که دو مثلث $MB'A$ و $A'NC$ با هم برابرند و زاویه $NA'M$ قائم است.

دیروستان فیروز بهرام

دیبر: رجبزاده - فرستنده: اردشیر بهرمانی

- دایره ای به شعاع معلوم رسم کنید که بر خط و دایره

مفوظی ممام باشد.

دیروستان ملی کسری

دیبر: قاضی زاده - فرستنده: حسین رجائی

- در مستطیل $ABCD$ مستطیل $A'B'C'D'$ را محاط

کرده ايم . در صورتی که $AB = 4$ و $AD = 3$ و $A'B' = 2A'D'$

$A'B' = 2A'D'$ باشد مساحت $A'B'C'D'$ را حساب کنید.

همه حساب

مسابقه درسی استان مازندران

فرستنده: قدرت الله معتقد لاریجانی

- اگر $\log 2 = 0.3$ باشد مقدار عددی $\log A$ را حساب

کنید :

$$A+1 = \sqrt{\frac{28+12\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$$

- مقدار x و y را از دستگاه زیر حساب کنید :

$$3\sqrt{\frac{2y}{x}} - \sqrt{\frac{2y}{x}} = 2$$

$$\log_x(y+2) + \log_{2y}(x+4) = 2 + \log_{2y}2$$

دیروستان بزرگمهر (تبیز)

دیبر: حسینی - فرستنده: صمد ریخته گران

- به فرض $b^2 = ac$ تحقیق کنید که :

$$\log_a N \cdot \log_b N + \log_c N \log_b N = 2 \log_a N \log_c N$$

- مجموع n جمله از رشته اعداد زیر را حساب کنید:

$$2 + 13 + \dots + 8 + \frac{17}{16} + \dots$$

دیروستان ۲۵ شهریور (مسجدسلیمان)

دیبر: زنجانی - فرستنده: علیرضا صالح جعفر، محمدعلی سلحشور

- ثابت کنید که اگر a و b و c به تصاعد هندسی باشند

گروه فرهنگی مامقانی

دیبر: بکتابشی - فرستنده: پروانه بکتابشی

- اگر S_m و S_n به ترتیب مجموع جمله m جمله n جمله و p جمله اول یک تصاعد عددی باشند، ثابت کنید که:

$$\frac{S_n}{m}(n-p) = 0$$

- به فرض $F(x) = \log_2 x$ مطلوب است محاسبه x از رابطه $FFF(x) = 0$

دیبرستان محمد طبری (آمل)

دیبر: شمس - فرستنده: عباس رضوی نیاکی

حاصل S را در عبارت زیر حساب کنید:

$$S = 25^{3\log_2 2 - 1} + 16^{2\log_2 4 - 1}$$

دیبرستان مروی

دیبر: پاچناری - فرستنده: محمد حسن نوری

معادله زیر را حل کنید:

$$4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$$

مسائل فیزیک

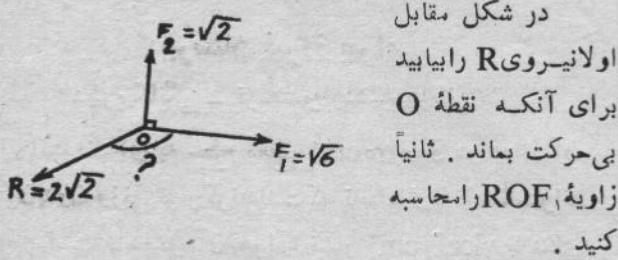
دیبرستان اختراع

فرستنده: سید حسین طباطبائی

- ترنی به وزن 10^4 kgf در درجه‌ای به شیب 3° با سرعت ثابت بالا می‌رود. در صورتی که قوان آن $4 \times 10^3 \text{ ch}$ باشد سرعت آنرا بر حسب کیلومتر بر ساعت و انرژی جنبشی (سینیتیک) آنرا بر حسب ارگ بدست آورید.

گروه فرهنگی بامداد

دیبر: مکری - فرستنده: قاسم جبارزاده - سعید علیاری



دیبرستان حکیم سنائی (اصفهان)

دیبر: باقی - فرستنده: شهیدزاده، میرزا یانس

- از فلزی به ضریب انبساط طولی λ_1 یک حلقه بدشیاع

تصاعد را مشخص کرده جمله ششم و مجموع ۱۴ جمله اول آنرا تعیین کنید.

دیبرستان خرد (گرگان)

دیبر: سیدین - فرستنده: بهنام کی پور

- در یک تصاعد عددی می‌دانیم $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$; ثابت کنید که

$$\frac{u_p}{u_q} = \frac{2p-1}{2q-1}$$

- جمله n ام یک رشته به شکل:

$$u_n = 12n + 6n^2 - 4n^3$$

است. مجموع n جمله آنرا حساب کنید.

دیبرستان دارالفنون

دیبر: دولت حقیقی - فرستنده: اکبر مختارزاده

چهار زاویه یک چهارضلعی محدب تشکیل تصاعد هندسی را می‌دهند که زاویه چهارم آن 90° برابر زاویه دوم آن است. زاویه‌های چهارضلعی را تعیین کنید.

دیبرستان سینما (مسجدسلیمان)

دیبر: زنجانی - فرستنده: البرز آذر پناه

- چهار عدد به تصاعد عددی هستند، اگر به این چهار عدد به ترتیب $5, 6, 9, 15$ را اضافه کنیم یک تصاعد هندسی بدست می‌آید. این اعداد را پیدا کنید.

- مطلوب است محاسبه مجموع جملات عبارت زیر:

$$(1+x)+(2+x^2)+(3+x^3)+\dots+(n+x^n)$$

دیبورستان فارابی (کرج)

دیبر: اختخاروری - فرستنده: محسن مصباح

اگر داشته باشیم:

$$\log \frac{2a+3b}{5} = \frac{\log a + \log b}{2}$$

$$4a^2 + 9b^2 = 12ab$$

ثابت کنید که

دیبورستان فرگام

دیبر: محمد نوری - فرستنده: عادل محمدزاده

مجموع هریک از عبارتهای زیر را بدست آورید:

$$a(a+x) + a^2(a+x^2) + \dots + a^n(a^n+x^n)$$

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots +$$

$$+ \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

یکان دوره هفتگی

مسائل شیمی

گروه فرهنگی بامداد

دیر: دکتر شایسته - فرستندگان: قاسم جبارزاده، سعید علیاری
مقداری بی اکسید منگنز را با اسید کلریدر یک کافی ترکیب
نموده گاز حاصل را وارد محلول یدورپتاسیم می نماییم. بروی
محلول حاصل در مجاورت چسب نشاسته قطره قطره محلول
دسی نرمال هیپو سولفیت سدیم اضافه می کنیم، در این عمل 200CC
محلول هیپو سولفیت سدیم مصرف می شود، وزن بی اکسید منگنز
را حساب کنید.

دیرستان ۲۵ شهریور (مسجد سلیمان)

دیر: رستم پور - فرستنده: علیرضا صالح جعفر
بر 100CC پتانس ۲ نرمال 400CC آب مقطر افزودیم.
نرمالیتۀ محلول را در حالت جدید حساب کنید و معلوم دارید
 20CC اسید سولفوریک $1/1$ ملکول گرم دولیتر چند CC از
محلول اولیه و چند CC از محلول رقیق را خشی می کند.

دیرستان حکیم سنایی (اصفهان)

دیر: قاضی - فرستنده: شهیدزاده، میرزا یانس

محلول اسید کلریدریک $\frac{1}{4}$ مولکول گرم در لیتر را بروی
ترکیب می کنیم، نمک متبلوری به وزن $12/2$ گرم حاصل می شود.
عدۀ مولکولهای آب تبلور را برای یک مولکول گرم نمک
مزبور حساب کنید.

دیرستان شهریار (قم)

دیر: دکتر رادمنش - فرستنده: جواد فیض

محلولی شامل سولفات روی، سولفات مس و سولفات
فرو و سولفات سدیم را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم.
قسمت اول پس از اضافه کردن اسید سولفوریک می تواند 40CC
محلول هر منگنات پتانسیم $\frac{1}{20}$ مولکول گرم در لیتر را بین نگذارد.

بر قسمت دوم گاز SH_2 اثر داده ایم، وزن رسوب حاصل $2/88$ گرم شده است. قسمت سوم با محلول سولفور پتانسیم رسوبی
به وزن $5/7$ گرم تشکیل داده است. بر قسمت چهارم محلول
نیترات باریم کافی افزوده ایم، در صورتی که رسوب تولید شده
نمکها را در محلول اولیه حساب کنید.

داخلی R و از فلز دیگری به ضریب انبساط λ گلوهای
($\lambda_2 > \lambda_1$) در دمای صفر با همان شعاع می سازیم. شعاع این
دو رادردمای t درجه بالای صفر و t زیر صفر مقایسه کنید.
(محاسبۀ نسبت عددی دو شعاع در دو حالت با رعایت
علامت)

دیرستان بزرگمهر (قبریز)

دیر: رفعتی - فرستنده: صمد ریخته گران

استوانه ای از آهن و روی که ارتفاع هر کدام از قسمتها
۱۰cm است وارد ظرف جیوه می نماییم. چه ارتفاعی از آن در
داخل جیوه قرار می گیرد. ثانیاً چه نیروی از بالا وارد کنیم تا
تمام استوانه داخل جیوه شود.

دیرستان ملی سعدی

دیر: پیرویان - فرستنده: محمود نیک پوریان

بالنی خالی را وزن می کنیم $15/6$ گرم می شود. تعدادی
گلوهای سربی در بالن ریخته دوباره وزن می کنیم $129/6$
گرم می شود. حال آنقدر بروی گلوه ها آب می ریزیم تا بالن پر
شود، وزنش $169/8$ گرم می شود. اگر بالن را فقط از آب پر کنیم
 $65/8$ گرم وزن دارد وزن مخصوص سرب را حساب کنید.

دیرستان سینما (مسجد سلیمان)

دیر: جنانی - فرستنده: البرز آذرپناه

کره توخالی از مس که حجم آن 500 سانتیمتر مکعب
است در مایعی به وزن مخصوص 2 گرم برسانیم مکعب
می اندازیم. کره در داخل مایع به حالت غوطه ورمی ماند. معنی
کنید حجم بعیط خالی داخل کره را. ثانیاً اگر کره را در مایعی به
وزن مخصوص 10 گرم برسانیم متر مکعب بیندازیم چه حجمی
از کره در داخل مایع قرار می گیرد (وزن مخصوص مس 8 گرم
برسانی متر مکعب است)

دیرستان فیروز بهرام

دیر: یگانگی - فرستنده: اردشیر مهربانی

استوانه ای به سطح مقطع $S = 50\text{cm}^2$ در دهانه آن
پیستون بدون وزنی قرار گرفته است که فاصله اشتاتا قاعده استوانه
 30cm است. داخل آن هوا با فشار 1kgt/cm^2 با دمای
 27°C می باشد. روی پیستون وزنه ای قرار می دهیم و دمایش را
به 47°C می رسانیم، پیشتون به قدر 10cm در استوانه پایین
می رود. معلوم کنید فشار هوای داخل استوانه چند
 kgt/cm^2 می باشد.

تعیین کنید که منحنی نمایش تابع بردو خط $y = 2x - 6$ و $y = -2x + 2$ معادل گردد و نقطه تماش با خط اول یادوم به طول ۳ باشد.

- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید:

$$3\sin 75^\circ \cos 105^\circ - 2\sin 375^\circ \cos 345^\circ = -5\sin 345^\circ \sin 105^\circ = 0$$

دیبرستان دوشیزگان امامیه

فرستنده: م. حدی

- اولاً مشتق هریک از تابعهای زیر را حساب کنید:

$$y = (5x^2 - 7x)(x^2 - 3x + 1)^4$$

ثانیاً بدون محاسبه مشتق تعیین کنید که مشتقهای دو و تابع زیر متساویند:

$$y = \sqrt{(\frac{1}{x} - 3x^2)^2}$$

$$y = \frac{6x+8}{x+3} \quad \text{و} \quad y = \frac{x-7}{x+3}$$

- درستی تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\frac{\sin(x + \frac{\pi}{4})}{\sin x} - \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

دیبرستان پهلوی (میاندوآب)

دیبر: فرشاد - فرستنده: آزادی

حاصل عبارت زیر را محاسبه کنید:

$$\sin 11^\circ + \sin 22^\circ + \sin 79^\circ + \sin 268^\circ$$

دیبرستان پهلوی (آمل)

دیبر: مفتاح - فرستنده: معتقد‌لاریجانی

- تحقیق کنید که خط و منحنی به معادلات زیر به ازاء جمع مقادیر m بیکدیگر متساویند:

$$y = -x^2 + x + 2$$

$$y + (2m - 1)x - m^2 - 2 = 0$$

- اتحاد زیر را ثابت کنید:

$$\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} + x) + \operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{2}{\cos 2x}$$

- مشتق تابع زیر را تعیین کنید:

$$y = \frac{a^2}{\sqrt{x^2 - a^2}} - \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{a^2}$$

دیبرستان شاهپور (تویسرکان)

دیبر: ریاضی - فرستنده: حسین اسدی

نقطه $(3, 2)$ را که از رأسهای مستطیلی است که يك

دیبرستان کامکار (قم)

دیبر: تقی‌زاده - فرستنده: جوادی‌پیش

۳ گرم پیریت ناخالص را بر شته نموده گاز تولید شده در آب اکسیژنه وارد می‌کنیم تا کاملاً اکسید گردد. بر محلول حاصل کلروز باریم می‌افزاییم، جرم رسوب تولید شده $9/32 \text{ gr}$ ثانیاً. اگر حجم آب اکسیژنه مصرفی 200 CC باشد ارزش آبی آنرا تعیین کنید.

دیبرستان ملی کسوی (اراک)

دیبر: البرز - فرستنده: حسین رجمائی

مخلوطی از آهن و سولفور مصنوعی آهن را در اسید کلریدریک کاملاً حل می‌کنیم $5/336 \text{ g}$ لیتر گاز در شرایط متعارفی بدست می‌آید. گاز حاصل را وارد محلول نرمال سولفات مس می‌کنیم $0/96 \text{ g}$ گرم رسوب سیاه رنگ تولید می‌شود. اولاً مقدار آهن و سولفور فرو را در مخلوط حساب کنید. ثانیاً حجم محلول نرمال سولفات کوئیوریک مصرف شده را تعیین کنید.

دیبرستان مروی

دیبر: ثقة‌الاسلامی - فرستنده: محمدحسن نوری

یک گرم اکسیلیت ناخالص را با یخ‌مجاور می‌کنیم و حجم محلول حاصل را به 100 CC می‌رسانیم 500 CC از این محلول توانسته است 100 CC محلول اسید سولفوریکی پرمنگنات پتانسیم را به $\frac{1}{50}$ ملکول گرم در لیتر کاملاً بیرنگ نماید. تعیین کنید اولاً درجه خلوص اکسیلیت مورد آزمایش را. ثانیاً محاسبه نماید جسم بدست آمده از عمل بالا چیست و چند حجمی می‌باشد. ثالثاً تعیین کنید حجم گاز حاصل از اثر پرمنگنات پتانسیم بر آن حجم را در شرایط $54/6$ درجه حرارت و فشار 38 سانتی متر جیوه.

کلاس پنجم طبیعی

جبو و مثلثات

دیبرستان پهلوی (آمل)

دیبر: مفتاح - فرستنده: معتقد‌لاریجانی

- تابع $y = ax^2 + bx + c$ مفروض است. ضرایب را قسمی

محركه هر کدام $E = 2$ و مقاومت داخلی $r = 1$ اهم را با
یک گیرنده به نیروی ضد محركه ولت $V = 6$ و مقاومت داخلی
 $r = 0.8$ اهم و مقاومت $R = 9$ اهم را بطور متواالی به
یکدیگر وصل نموده اند. اگر شدت جريان در مدار مساوی
یک آمپر باشد اختلاف پتانسیل بين دونقطه A و B و توان
کل دستگاه گیرنده را پیدا نموده توان یکی از مولدها را
بدست آورید.

دبيرستان فيروز بهرام

دبير: یگانگی - فرستنده: پرويز روانی

استوانه به سطح مقطع 50cm^2 در دهانه آن
پیستون بدون وزنی قرار گرفته است که فاصله اش تا قاعده
 $\frac{1\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ استوانه 30 cm می باشد. داخل آن هوا با فشار
بادمای 270°C می باشد. روی پیستون وزنه ای قرار می دهیم دمایش
را به 47°C می رسانیم پیستون بقدر 10 سانتیمتر در استوانه
 $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ پائین می رود. معلوم کنید فشار هوای داخل استوانه چند
می شود.

مسائل شیمی

گروه فرهنگی بامداد

دبير: آزموده - فرستنده: قاسم جبارزاده، سعید علیاری
m گرم اکسید مغناطیسی آهن در V_{CC} جوهر نمک
نرمال حل می شود. به محلول حاصل آمونیاک کافی
افزوده و نتیجه را در مجاورت هوا آنقدر حرارت می دهیم تا
وزن آن ثابت بماند راین صورت وزن آن $2/4$ گرم می شود.
اولاً فربول تمام فعل و انفعالات را که اتفاق می افتد بنویسید.
ثانیاً مقادیر m و V را حساب نمایید.

دبيرستان پهلوی (آمل)

دبير: بهدی نژاد - فرستنده: معتقد لاریجانی

100cc محلولی از جوهر نمک را تا 200cc رقیق
می کنیم. 50cc از محلول جدید $35/75$ میلیگرم نمک قلیایی
متبلور را خنثی می کند. PH محلول اولیه را حساب کنید.

ضلعش روی خط $4 = 2y - x$ و یک رأسش بر محور X هاست.
مختصات رأسهای مستطیل را پیدا کنید.

دبيرستان عبدالله مستوفی

دبير: نجف آبادی

$$\text{اگر } \sin 25^\circ = 0.43 \text{ باشد مطلوبست محاسبه:}$$

$$A = \frac{\sin 56.5^\circ \cos 87.5^\circ}{\sin 141.5^\circ}$$

دبيرستان شبانه فرهنگ (اهواز)

دبير: محمد رضا نادری

نقاط $(a-1, a-2)$ و $(a+1, a-1)$ و $(-a+1, -a+4)$ رئوس مثلث ABC مفروضند؛
اولاً $-a$ را چنان بیاید که مثلث ABC در رأس B
قائم باشد.

ثانیاً - به ازاء $a = 1$ مثلث ABC را روی یک دستگاه
محورهای مختصات رسم کنید.

ثالثاً - به ازاء مقدار اخیر a ثابت کنید مثلث مفروض
مثلثی است قائم الزاویه و متساوی الساقین.

دبيرستان ملکزاده (آمل)

دبير: جوادی - فرستنده: قدرت الله معتقد لاریجانی
- اولاً مقدار a را معلوم کنید که یکی از جوابهای معادله

زیر $\frac{\pi}{2} = x$ باشد. ثانیاً معادله را به ازاء $a = 3$ حل کنید.

$$\sin x + a \sin x - 4 = 0$$

- در صورتی که $\frac{2}{3} \text{tg} x$ و انتهای کمان x در ربع اول

باشد، مطلوبست محاسبه عبارت زیر:

$$\sin(x - \frac{\pi}{3}) + \cos(\pi - x) - \sin(\pi - x) \cos(\pi + x) +$$

$$+ \tan(x - \frac{\pi}{3}) \cot(x - \pi)$$

مسائل فیزیک

دبيرستان سینا (مسجد سلیمان)

دبير: پور جعفری - فرستنده: علیرضا صالح جعفر
بین دو نقطه A و B دو پیل مشابه به نیروی

کلاس پنجم ریاضی

جبر

- مسابه شاگردان ممتاز استان مازندران

فرستنده: قدرت الله معتقد لاریجانی

- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x(x+1)(3x^2 + 5y) = 144 \\ 4x^2 + x + 5y = 24 \end{cases}$$

- حد عبارت زیر را وقتی ∞ تعيين کنيد:

$$\sqrt{x^2 + x^2 - 1} - \sqrt{2x^2 + 3x}$$

دیروستان سینا رضائیه

دیرو: اسلامنور - فرستنده: قاسم جبارزاده

- روی خط $x=2$ نقطه‌ای تعیین کنید که اگر از آن دو مماس بر منحنی رسم کنیم مماسها بر هم عمود باشند. معادلات خطوط مماس و مختصات نقاط تماس را تعیین کنید.

- مشتق توابع زیر را معلوم کنید:

$$y = \sqrt{\frac{2x-1}{3x+2}} \quad \text{و} \quad y = \cot \sqrt{x^5 - 4x^3 + 1}$$

دیروستان ابومسلم

دیرو: سید محمدی - فرستنده: غلامحسین آموسى

- مطلوب است تعیین نقطه‌ای از محور Oy که فاصله آن از خط $x=4 = 24y + 4 = 7x + 6$ برابر باشد.

- $(2x+2)$ يك رأس مثلث متساوی الاضلاع ABC و O' مرکز دایره محیطی آن می‌باشد. مطلوب است مختصات دو رأس دیگر آن.

دیروستان امیر کبیر مشهد

دیرو: رجبی - فرستنده: مهدی خزاعی، امیر محمودی هاشمی

- مشتق هر يك از توابع زیر را حساب کنید:

$$1) \quad y = \sqrt{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$2) \quad y = \arcsin(x+1)$$

- مقدار حقیقی عبارت زیر را پیدا کنید:

$$y = \frac{\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{2x-5} - \sqrt{2x-1}} \quad \text{به ازاء } x=4$$

دیروستان امیر کبیر یزد

دیرو: استوار - فرستنده: داریوش شامردانی شریف

- منحنی نمایش تابع زیر را با بحث لازم مشخص کنید:

$$y = |x-1| - |x+1| + 2x$$

- نقطه $(6, 6)$ A و $(8, 8)$ B می‌باشد. مکان هندسی نقاطی از صفحه دو محور عمود بر هم را بدست آورید که از آن AB را بتوان با زاویه 60° رویت کرد.

دیروستان بواسحق

دیرو: سرافراز - فرستنده: ارشیدیر جعفریان

$$y = \frac{2x-5}{5x-2}$$

در نقاط M و N قطع می‌کند، اگر 'O' مرکز تقارن منحنی تابع $O'MN$ باشد مطلوب است مساحت مثلث

دیروستان ۲۵ شهریور مسجد سلیمان

دیرو: مجتبی - فرستنده: محمد کاکش

مطلوب است مختصات نقطه ثابتی که منحنی نمایش تابع زیر به ازاء جمیع مقادیر m از آن نقطه ثابت مرور می‌کند:

$$y = \frac{x - 8m - 4}{mx}$$

دیروستان تربیت وجوانی قوچان

دیرو: معمارزاده - فرستنده: حسین دلربائی

تابع زیر مفروض است:

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}} - \sqrt{x^4 - 1} - 2x + 1$$

ثابت کنید بین تابع و مشتق اول و دوم آن رابطه زیر برقرار است:

$$yy'y'' = 4(x-1)^4$$

ثابت کنید رابطه $y'' + y' - m^2 y = 0$ برقرار است.

دیروستان علمیه

دیبر: عطار نژاد - فرستنده: سورنا جوادی
نقاط $B(2, 0)$ و $C(-1, 0)$ دو رأس و
 $H(0, -3)$ نقطه تلاقی ارتفاعات مثلث ABC می باشند.
مختصات رأس A و تانزانت زوایا و مختصات G نقطه تلاقی
میانه ها را بدست آورید. هر گاه (n) مرکز دایره محیطی مثلث
باشد تحقیق کنید که H و G و n بریک امتدادند.

دیروستان فرگام

دیبر: محمد نوری - فرستنده: عادل محمدزاده
مشتق تابع زیر را بدست آورید:

$$y = \operatorname{Arctg}(x^2 - 2x)$$

دیروستان فرهنگ اهواز

دیبر: نادری

نقطه $(-2, 0)$ یکی از رئوس مربعی است که يك
ضلعش بر خط D به معادله $y - 2 = -x$ منطبق است.
مساحت این مربع را بدست آورید.

دیروستان فیروز بهرام

دیبر: خسروی - فرستنده: پرویز روانی

تابع درجه دومی بنویسید که $\frac{1}{2}S(\frac{9}{4}x^2 + 5)$
بر منحنی در نقطه تقاطع با محور عرضها موازی نیمساز ربع اول شود.
ثانیاً جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع $y = -x^2 + x + 2$ را رسم کنید. از نقطه F به عرض ۳ روی محور y ها دو مسام
بر منحنی رسم می شوند، معادلات این دو مسام را بنویسید و
مختصات A و B نقاط تمس و طول خط AB و مساحت مثلث FAB و FAB را بدست آورید.

دیروستان محمد رضا شاه پهلوی مرند

دیبر: قنبر زاده - فرستنده: حسین حسینی

ثابت کنید که $\frac{x^2}{5} - y^2 = 5$ و بیاضی
 $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1$ هم دیگر را به زاویه قائمه قطع می کنند.

دیروستان محمد رضا شاه مهاباد

دیبر: داوری - فرستنده: ابراهیم توت آغاچی
مشتق توابع زیر را بدست آورید:

$$(1) \quad y = \sin^4 5x - 2 \cos^2 \frac{x}{2}$$

دیروستان حکیم نظامی قم

دیبر: سعید - فرستنده: حسن فیض

مستطیل $OACB$ که محیط آن ثابت و برابر $2p$ می باشد مفروض است. اگر A روی Ox و B روی محور Oy تغییر کند اولاً مکان C را بدست آورید. ثانیاً ثابت کنید عمودی که از AB فرود می آید از نقطه ثابتی می گذرد.

دیروستان خوارزمی شماره ۱

دیبر: قاسملو - فرستنده: بهروز حکیمی

- تعیین کنید به ازاء چه مقادیر از x تابع:

$$y = \sqrt{4x^2 + 2x - 30}$$

- تابع $y = 2x^2 - 7$ بدهازه جمیع مقادیر m از چهار نقطه ثابت می گذرد. مختصات این نقاط را تعیین کنید.

دیروستان رازی شیواز

دیبر: صادقی - فرستنده: ستایش

- مقادیر a و b را بیابید که نمایش هندسی تابع زیر خط مستقیم باشد:

$$y = \frac{x^2 + 3ax + 5}{(b-1)x^2 + ax^2 + 3x - 2}$$

- اگر y' و y'' به ترتیب مشتق اول و مشتق دوم
تابع زیر باشد:

$$y = \frac{\sin(m \operatorname{Arccos} x)}{\sqrt{1-x^2}}$$

ثابت کنید که:

$$(1-x^2)y'' - 3xy' + (m^2 - 1)y = 0$$

- خط $y = -5x + 8$ معادله ارتفاع AH و $G(3, 0)$

مرکز ثقل مثلث ABC می باشد. اگر وسط BC روی محور x ها و $AB = BG$ باشد مختصات رأسهای مثلث را پیدا کنید.

- مقادیر a و b را پیدا کنید برای آنکه هر نقطه از منحنی $ay^2 + by + a = 4x$ از نقطه $(a, 0)$ و خط $x = -1$ به یک فاصله باشد.

دیروستان شهاب بروجن

دیبر: امام جمعه زاده - فرستنده: رضا بر جیان بروجنی

تابع $y = (x+1)^m$ مفروض است.

دیروستان اسلامی هر چهار یزد

دیبر: استوار - فرستنده: حبیب الله آجر کار

$$-\text{ با فرض آنکه } \tan 40^\circ = \frac{1}{\tan 75^\circ} \text{ باشد معادله زیر را حل کنید:}$$

$$3\sin(X+20^\circ) - 4\cos(X+20^\circ) = 5\cos(3X+20^\circ)$$

- معادله زیر را حل کنید:

$$\sin 2X + \cos(3X + \frac{5\pi}{4}) = 2$$

دیروستان الهی

دیبر: شاهراه - فرستنده: حسین میر سعیدی

ثابت کنید:

$$-3\sin^3 A = 4[\sin^3 A + \sin^3(120^\circ + A) + \sin^3(240^\circ + A)]$$

دیروستان امیر کبیر تویسر کان

دیبر: سلیمانی - فرستنده: حسین اسدی

ثابت کنید که از رابطه اول رابطه دوم نتیجه می شود:

$$(1 + \cos x)(1 + \cos y) = 1 - a^2$$

$$\tan \frac{x}{2} = \frac{1+a}{1-a} \tan \frac{y}{2}$$

دیروستان امیر کبیر یزد

دیبر: رستگار - فرستنده: داریوش شامردانی شریف

- ثابت کنید که:

$$\tan 6^\circ \tan 42^\circ \tan 66^\circ \tan 78^\circ = 1$$

- ثابت کنید که:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin(x+y) \Rightarrow \tan \frac{x}{2} \tan \frac{y}{2} = \frac{1}{3}$$

دیروستان ۲۵ شهریور مسجد سلیمان

دیبر: مجابی - فرستنده: محمد کاهکش

ثابت کنید که:

$$\operatorname{Arcsin} \frac{3}{5} + \operatorname{Arcsin} \frac{12}{13} = \operatorname{Arcsin} \frac{63}{65}$$

دیروستان تربیت قوچان

دیبر: بیمار زاده - فرستنده: حسین درباری

- ثابت کنید که عبارت زیر بستگی به x ندارد:

$$\sin a \sin(2x+a) - \sin x \sin(2a+x) + \sin^2 x$$

- مکان نقطه M را پیدا کنید:

$$M(x = \frac{\sin t}{2(1 - \cos t)}, y = \frac{1 + \cos t}{2 \sin t})$$

$$2) y = \sqrt{a + \tan 4x}$$

دیروستان مردمی

دیبر: غیاثی - فرستنده: محمد حسن نوری

اولاً اگر محل برخورد منحنی $y = x + p$ و $y = x^2 + 2y = 0$ را با خط

نقاط M و N بنامیم مکان هندسی نقاط P و مسط MN را وقتی که P تغییر می کند پیدا کنید.

ثانیاً نشان دهید که منحنیهای نمایش تغییرات تابع $y = ax^2 + x - 2$ قطع می کند و در این نقطه ثابت بر یک خط ثابت مماس است. ثالثاً

دیروستان هدف شماره ۳

دیبر: قوامی - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی

هر گاه تصاویر نقاط تقاطع خط $y = 3$ و منحنی:

$$y = (m+1)x^2 + 2mx + m + 1$$

بر محور x ها P و Q باشند، ثابت کنید نقاطی مانند K همواره بر این محور وجود دارد بقسمی که $PK \times PQ = KQ$ مقدار ثابت باشد.

مثلثات

مسابقه شاگردان ممتاز استان مازندران

فرستنده: قدرت الله معتقد لاریجانی

۱- ثابت کنید که اگر رابطه

$$\cos 2x + \cos^2 2x + a^2 \cos 2x = a^2$$

برقرار است:

$$a \tan^2 x + \tan x + a \tan x = 1$$

۲- ثابت کنید که اگر

باشد مقدار عبارت:

$$y = \frac{1}{a \sin^2 \alpha + b \cos^2 \alpha} + \frac{1}{a \sin^2 \beta + b \cos^2 \beta}$$

بستگی به مقدار α و β ندارد.

دیروستان ابن سینا رضائیه

دیبر: دیلمقانی - فرستنده: قاسم جبار زاده

۳- ثابت کنید که:

$$\frac{\sin^2 y}{\sin^2 m} + \frac{\tan(m-n)}{\tan m} = 1 \Rightarrow \tan m \tan n = \tan^2 y$$

- مجموع زیر را بدست آورید:

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx$$

$$\sin X + \sin 2X + \sin 3X = \cos X + \cos 2X \cos 3X$$

- ثابت کنید که در هر مثلث :

$$(tg A + tg B) \sin 2A = (tg B + tg C) \sin 2C$$

دیروستان شهاب بروجن

دیرو: امام جمعه زاده - فرستنده: رضا بر جیان

در مثلثی $2 \cot B = 3$ و $\cot A = 2$ ، ثابت کنید :

$$tg C + \cot C = -3$$

$$\sin^r(A+B) - \cos^r(A+B) = ?$$

دیروستان عبدالله مستوفی

- به فرض $a + b + c = 0$ ، ثابت کنید که :

$$\cot^r A + \cot^r B + \cot^r C > 1$$

- ثابت کنید که :

$$\cos^r \frac{\pi}{\lambda} + \cos^r \frac{3\pi}{\lambda} + \cos^r \frac{5\pi}{\lambda} + \cos^r \frac{7\pi}{\lambda} = \frac{3}{2}$$

دیروستان علمیه

دیرو: نجفیان - فرستنده: سورنا جوادی

معادله زیر را حل کنید :

$$\cos\left(\frac{\pi X}{4} + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi X}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$$

گروه فرهنگی فرگام

دیرو: محمد نوری - فرستنده: عادل محمدزاده

- از رابطه $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ نتیجه بگیرید که :

$$\sin^r(x+y) = (\sin x + \sin y)^r$$

- معادله زیر را حل کنید :

$$tg(x + \frac{\pi}{r}) + tg(\frac{5\pi}{14} - x) = 2$$

دیروستان شباهنگ اهواز

دیرو: محمد رضانادری

- معادله زیر را حل کنید :

$$tg y(tg^r x - tg x tg y + 1) = tg x \quad \frac{\pi}{r} > y > 0$$

- از رابطه زیر خطوط مثلثاتی کمان x را بدست آورید به

فرض آنکه انتهای کمان در ربع سوم باشد :

$$b \sin x + \cos x = a \cos x - \sin x$$

- ثابت کنید که :

$$tg x = \frac{\sin y + \cos y}{\cos y - \sin y} \Rightarrow tg y = \frac{tg x - 1}{tg x + 1}$$

دیروستان پهلوی میاندوآب

دیرو: فرشاد - فرستنده: بهروز عباس نژاد، آزادی

- حاصل عبارت زیر را بدست آورید:

$$(1 + \frac{1}{\cos x})(1 + \frac{1}{\cos 2x}) \dots (1 + \frac{1}{\cos 2^{n-1}x})$$

- معادله زیر را حل کنید :

$$\text{Arc cos } x + \text{Arc sin } x = \frac{\pi}{18}$$

دیروستان جوینی قوچان

دیرو: عمار زاده - فرستنده: حسین دلربائی

- ثابت کنید که :

$$\sin^r 2x - \sin^r x = \cos x \cos 3x$$

$$3 - 4 \cos 2x + \cos 4x = \lambda \sin^r x$$

دیروستان حکمت قم

دیرو: صدری - فرستنده: جوان فیض، حسن فیض

- اولاً ثابت کنید که :

$$\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha \cos 8\alpha = \frac{\sin 16\alpha}{16 \sin \alpha}$$

- ثانیاً مقدار عبارت زیر را حساب کنید :

$$\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{2\pi}{12} \cos \frac{4\pi}{12} \cos \frac{8\pi}{12}$$

دیروستان حکیم نظامی قم

دیرو: صدری - فرستنده: حسن فیض

- معادله زیر را حل کنید :

$$\cos^r x + \cos^r 2x + \cos^r 3x + \cos^r 4x = 2$$

دیروستان خوارزمی شماره ۱

دیرو: صداقت کیش - فرستنده: بهروز حکیمی

- بیشترین مقدار عبارت زیر را بدون استفاده از مشتق حساب کنید :

$$A = 3 \sin x - 4 \cos x$$

- بدون استفاده از جدول مقدار عبارت زیر را تا یک

واحد تقریب حساب کنید :

$$tg 1^\circ tg 2^\circ + tg 2^\circ tg 3^\circ + tg 3^\circ tg 4^\circ + \dots + tg 44^\circ tg 45^\circ$$

دیروستان ششم بهمن قم

دیرو: صدری - فرستنده: حسن فیض

- معادله زیر را حل کنید :

$$\text{Arc}\cos x + \text{Arc}\cos y + \text{Arc}\cos z = \pi$$

خواهیم داشت :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$$

- معادله زیر را حل کنید :

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \cos x$$

دیبرستان نمازی شیواز

دیبر: همت - فرستنده: علی جمادی، خبیب الله روستا

- اگر داشته باشیم :

$$\cos C = \tan A \quad \cos B = \tan C \quad \cos A = \tan B$$

ثابت کنید که :

$$\sin A = \sin B = \sin C = 2 \sin 18^\circ$$

- دایره (O) و (R) مفروض است. از C وسط کمان مفروض AB وتر CE را موازی باشعاع OA رسم می کنیم. زاویه OAB را تعیین کنید برای آنکه وتر AB وتر CE رانصف کند.

دیبرستان هدف شماره ۳

دیبر: عباسی - فرستنده: سعید تهرمانی

- اگر اضلاع مثلثی تصباعد حسابی تشکیل دهند ثابت کنید که :

$$\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}$$

$$4(1 - \cos A)(1 - \cos C) = \cos A + \cos C$$

مسائل هندسه

دیبرستان ابن سینا رضالیه

دیبر: جعفرزاده - فرستنده: قاسم چبار زاده

- از نقطه M واقع در داخل کنج Sxyz صفحه‌ای چنان رسم کنید که از تلاقی آن با یالهای کنج مثلثی پدید آید که M نقطه تلاقی میانه‌های آن باشد. - صفحه P و نقطه A و خط D مفروض است. صفحه‌ای موازی با D و عمود بر صفحه P چنان رسم کنید که A از آن به فاصله معلوم l باشد.

دیبرستان امیر کبیر مشهد

دیبر: احمدزاده - فرستنده: امیر محمودی هاشمی

ثابت کنید هر خط که در صفحه نیمساز فرجهای واقع باشد با وجوده کنج زاویه‌های متساوی می‌سازد.

دیبرستان فیروز بهرام

دیبر: خسروی - فرستنده: پرویز روانی

- از روابط زیر مقادیر α و β را مقایسه کرده تفاضل آنها را معلوم کنید :

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} \quad \tan \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- ثابت کنید که :

$$4 \sin^3 X \cos^2 X + 4 \cos^3 X \sin^2 X = 3 \sin 4X$$

دیبرستان محمد رضا شاه مرند

دیبر: بلورانی - فرستنده: مجید نجفی تمرانی

ثابت کنید که اگر داشته باشیم :

$$\tan(2\alpha - 3\beta) = \cot(3\alpha - 2\beta) \quad \text{و}$$

$$\tan(3\alpha + 2\beta) = \tan(2\alpha + 3\beta)$$

α و β هر دو مضربی از π می‌باشند.

- ثابت کنید که :

$$3 \sin(\Delta x + y) = 5 \sin(3x + y) \Rightarrow$$

$$4 \tan x = \tan(4x + y)$$

دیبرستان محمد رضا شاه مهاباد

در صورتی که $2 \tan a = 3 \tan b$ باشد ثابت کنید که :

$$\tan(a - b) = \frac{\sin 2b}{5 - 3 \cos 2b}$$

دیبرستان محمد طبری آمل

- ثابت کنید که :

$$\tan(B - C) = \frac{3 \sin 2C}{5 - 3 \cos 2C} \Rightarrow \tan B = 4 \tan C$$

- اگر داشته باشیم :

$$\cos^2 2a + \cos^2 2a + m^2 \cos 2a = m^2$$

ثابت کنید که :

$$(1 + \tan^2 a)(1 \pm m \tan a) = 2$$

دیبرستان مرآت

دیبر: عیوقی - فرستنده: محمود رهنمای چیتساز

حاصل عبارت زیر را بدست آورید :

$$(1 + \frac{1}{\cos x})(1 + \frac{1}{\cos 2x})(1 + \frac{1}{\cos 4x}) \dots$$

$$(1 + \frac{1}{\cos 2^{n-1} x})$$

دیبرستان مرودی

دیبر: یاچناری - فرستنده: محمدحسن نوری

- ثابت کنید که اگر داشته باشیم :

دیروستان فرهنگی فرگام

دیبر: محمد نوری - فرستنده: عادل محمدزاده
کنج سه قائم Sxyz مفروض است. این کنج را بوسیله صفحه P قطع می‌کنیم، اگر مثلث ABC مقطع کنج مفروض و H تصویر رأس S روی صفحه مثلث قرض شود؛
اولاً ثابت کنید که نقطه H محل تلاقی سه ارتفاع مثلث ABC است. ثانیاً ثابت کنید که $AD = SH \cdot HD$ است.
ثالثاً ثابت کنید که مساحت مثلث SBC واسطه هندسی بین مساحت تصویر مثلث SBC روی صفحه P و مساحت مثلث ABC است.

رابعاً ثابت کنید که مجموع مربعات مساحتهای مثلثهای SAC و SAB و SBC مساویست با مربع مساحت مثلث ABC.

دیروستان محمد رضا شاه مهاباد

دیبر: شاطریان - فرستنده: ابراهیم توت آغاجی
ثابت کنید که مجموع زاویه‌های هر چهارضلعی چهار قائم کمتر است.

دیروستان محمد طبری آمل

دیبر: شمس - فرستنده: معتقد لاریجانی
چهاروجهی SABC که در آن بالهای SA و SB و SC و BA باهم کنج سه قائم می‌سازند و $SA = SB = SC = a$ می‌باشد،
مفروض است. اگر M نقطه‌ای ازوجه ABC باشد و تصویر آن بروجوه SCA و SBC و SAB به ترتیب P و Q و R باشد و به فرض $MP = x$ و $MQ = y$ و $MR = z$ باشند،
ثابت کنید برای هر نقطه M از وجه ABC مقداریست ثابت و برابر با a .

دیروستان هدف شماره ۳

دیبر: احسانی - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی
کنج xyz و نقطه A روی Ox مفروض است. از صفحه‌ای مرور دهید که کنج را در ABC قطع کند و می‌بینیم مثلث ABC می‌نیمم شود.

مسائل فیزیک

دیروستان ابن سینا رضائیه

دیبر: متذکر - فرستنده: قاسم جبارزاده
درشت نمایی یک ذره بین سطح و محدب به شعاع $R = 2\text{cm}$ برابر ۵ است. این ذره بین برای رؤیت جسمی به

دیروستان ۲۵ شهریور مسجد سلیمان

دو نقطه A و B در یک طرف صفحه P واقعند. نقطه C را روی صفحه P چنان بیاورد که مثلث ABC متساوی‌الاضلاع باشد. بحث کنید.

دیروستان پهلوی میاندوآب

دیبر: فرشاد - فرستنده: بهروز عباس نژاد
صفحه P و نقطه O و خط Δ مفروض است. از O خطی رسم کنید که Δ را در B و صفحه P را در A قطع کند و $OA = 4OB$ باشد.

دیروستان پهلوی همدان

دیبر: آذرخویش - فرستنده: محمود شفاعت
مثلث قائم الزاویه APB را بقسمی رسم کنید که رأس زاویه قائم آن نقطه معلوم P بوده رأسهای A و B از آن بر اضلاع زاویه قائم مفروض xOy قرار داشته و AB به طول معین ۱ باشد.

- صفحه تصویر را چنان انتخاب کنید که تصویر متوازی اضلاع مفروضی بر آن یک لوزی باشد.

دیروستان خوارزمی شماره ۱

دیبر: وکیلی - فرستنده: بهروز حکیمی
دو خط متناصر D و Δ مفروضند. نقطه M روی D و نقطه N روی Δ تغییر می‌کند. اولاً مکان هندسی نقطه K وسط MN را تعیین کنید. ثانیاً نقاط C و B را روی D و OABC را روی Δ چنان انتخاب می‌کنیم که کنج سه قائم شود. اگر مساحت مثلث ABC را به S و مساحت مثلثهای OAB و OBC و OAC را به S' و S'' و S''' نمایش دهیم، ثابت کنید:

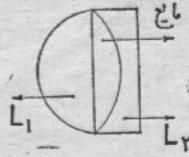
$$S' = S'^2 + S''^2 + S'''^2$$

دیروستان رازی شیراز

دیبر: جواد پور - فرستنده: یوسف ستایش
دو خط متقاطع D و Δ مفروضند. بر Δ صفحه‌ای بگذرانید که با خط D زاویه معلوم α بسازد.

دیروستان فارابی کرج

دیبر: اختخاری - فرستنده: صادق محمدی
هر متنظم مثلث القاعده S.ABC به ارتفاع ۱۵ سانتیمتر مفروض است. صفحه‌ای به موازات القاعده و به فاصله ۴ سانتیمتر از رأس، هرم را در مثلث MNH قطع می‌کند. اگر مساحت این مقطع برابر $27\sqrt{3}$ باشد مطلوب است محاسبه سطح جانبی و حجم هرم ناقص MNHABC.



شکل مقابل بهم چسبانده
و فضای بین آن دورا
از مایعی به ضریب شکست
 $n = \frac{f_1}{f_2}$ کنیم. در صورتی
که نسبت شعاعهای آنها
 $R_1 = 4R_2$ و ضریب

شکست آنها $\frac{1}{n}$ باشد مشاهده می‌شود اشعدای که به موازات محور اصلی بر این دستگاه بتابد به موازات محور اصلی خارج می‌شود. پیدا کنید ضریب شکست مابع را.

دبیرستان فیروز بهرام

دبیر: بهتاش - فرستنده: پرویز روانی

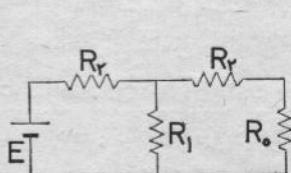
همگرایی یک ذره بین ۲۰ دیوبتری است. در مقابل آن جسم کوچکی قرار گرفته است. محل جسم را طوری تعیین کنید که تصویر مجازی در فاصله ۱۰۰ سانتیمتر از عدسی حاصل شود ناظری که چشم روی کانون تصویر غدی قرار گرفته و شیء را نگاه می‌کند تحت چه زاویه تصویر آنرا می‌بیند، در صورتی که طول شیء ۱ میلیمتر باشد کوچکترین طولی که با این ذره بین رویت می‌شود چقدر است، در صورتی که قدرت تشخیص چشم $\frac{1}{3000}$ رادیان باشد (بارسم شکل).

دبیرستان محمد رضا شاه پهلوی مرند

دبیر: حسن زاده شیر وانی - فرستنده: مجید نجفی تهرانی
به فاصله l از یک پرده جسم کدری به طول a قرار دارد. به فاصله l' از پرده ($l > l'$) دو نقطه نورانی به فاصله x قرار گرفته سایه های حاصل از دونقطه نورانی بر روی پرده دارای یک ضلع مشترک می‌باشند. پهنهای سایه و x را برحسب سایر معلومات مسئله بدست آورد.

دبیرستان هدف شماره ۳

دبیر: لطفی - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی
در مداری مطابق شکل، مقاومتهای R_1 و R_2 چنان تنظیم شده اند که اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت R به اندازه



α مرتبه کمتر از حالتی است که R_2 مستقیماً به باطری وصل شود، اما توان به مصرف رسیده توسط باطری در این حالت برابر توانی است

که اگر مقاومت R به تنها بین مدار وصل شود مصرف خواهد

طول 40 cm میلیمتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر چشم در کانون و حداقل رؤیت آن 20 cm باشد، ضریب شکست ذره بین و قطر ظاهری تصویر را بدست آورید.

دبیرستان امیر کبیر مشهد

دبیر: ترقی - فرستنده: مهدی خزاعی مقدم
در اثر عبور جریان 5 A از سیمی به طول 20 m سطح مقطع 34 mm^2 میلیمتر مربع و ضریب مقاومت $17\text{ m}\Omega$ اهم سانتیمتر دمای آن به 400° C می‌رسد. اولاً توان مصرفی در این مقاومت چقدر است. ثانیاً اگر سیم فوق را دولاکرده به هم بچسبانیم و همان شدت 5 A در دمای 400° C از آن عبور کنند در عدیقتۀ چند کیلو وات ساعت انرژی مصرف می‌شود.

$$(a = 0.004)$$

دبیرستان ۲۵ شهریور مسجدسلیمان

دبیر: جباری - فرستنده: محمد کاهکش
نقطه نورانی A روی محور اصلی یک عدسی همکرا و به فاصله 50 cm از آن قرار دارد. صفحه ای را اگر در محلهای B (در طرف دیگر عدسی) قرار دهیم روشنایی در دو حالت روی این دو صفحه برابر خواهد بود. حساب کنید اولاً فاصله کانونی عدسی را در صورتی که فاصله نقاط B و C از عدسی برابر 40 cm و 60 cm است.

ثانیاً اگر یک آینه تخت مقابل عدسی قرار دهیم بطوری که زاویه اش با محور اصلی 30° و فاصله مرکز عدسی از این آینه 40 cm باشد محل تشکیل آخرین تصویر را معلوم نمایید.

دبیرستان خوارزمی شماره ۱

دبیر: بنی‌هاشمی - فرستنده: بهروز حکیمی
دوربین گالیله‌ای است که فاصله کانونی عدسی شیئی آن 50 cm و فاصله کانونی عدسی چشمی آن 4 cm است. با این دوربین ناظری که حداقل رؤیتش 20 cm است و چشم به عدسی چشمی چسبیده است عمارتی به قطر ظاهری 50 cm را در حداقل رؤیت خود می‌بیند. اولاً فاصله بین دو عدسی را حساب کنید (طول لوله دوربین) ثانیاً طول تصویر آخری را محاسبه نمایید. ثالثاً در شتنمایی دوربین را محاسبه کنید و مسیر نور را رسم کنید.

دبیرستان دکتر نصیری

دبیر: حسن زاده - فرستنده: غلام‌حسن احمدیان
دو عدسی نازک محدب و تخت - مقعر و تخت را مطابق

دیروستان حکمت قم

دیبر: رادمنش - فرستنده: جواد فیض

مخلوطی است از ClNa و ClK به وزن $۱/۳$ گرم، آنرا در آب حل کرده و حجم محلول را به ۱۰۰CC می‌رسانیم.

بر $\frac{۱}{۱۰}$ لیتر آن چند قطره کرومات پتابسیم می‌افزاییم و تاتولید

رنگ قرمز آجری محلول NO_3Ag نرمال اضافه می‌کنیم. حجم نیترات نقره مصرف شده $= ۲۰\text{CC}$ شده است. نسبت وزنی دوجسم را در مخلوط اولیه حساب کنید.

دیروستان خوارزمی شماره ۱

دیبر: آسایی - فرستنده: بهروز حکیمی

بر $۳/۹۲\text{gr}$ اکسید فریلک متبلور را در اسید سولفوریک حل کرده محلول حاصل را تبخیر می‌کنیم تا خشک گردد و سپس آنرا حل کرده (در آب) ۲۲۴CC کاز SO_3 (در شرایط متعارف) وارد آن کرده به محلول حاصل سود نرمال می‌افزاییم تا کلیه فعل و انفعالات ممکن انجام گیرد، ۱۴۰CC سود مصرف می‌شود. تعداد آب تبلور اکسید فریلک را پیدا کنید. فرمول فعل و انفعالات را بنویسید

دیروستان علمیه

دیبر: بیهقی - فرستنده: سورنا جوادی

ملقمه‌ای است از مس به وزن $۱۶/۴$ گرم، آنرا در اسید سولفوریک گرم و غلیظ حل می‌کنیم، حجم گاز متصاعد در شرایط متعارفی $۳/۳۶$ لیتر می‌شود. مقدار هریک از دوفلزرا حساب کنید.

دیروستان فیروز بهرام

دیبر: گنجیان - فرستنده: پرویز روانی

در محلول نیم نرمال سود گازهایی را که از برشه شدن $۵/۶$ گرم پیریت حاصل شده است وارد می‌کنیم. برای از بین رفتن زنگ ارغوانی فنل فتالین لازم است که ۲۰CC اسید سولفوریک $۲۵/۰$ نرمال افزوده شود. حجم سودخنی شده را حساب کنید.

دیروستان محمد رضا شاه مهاباد

دیبر: عبدالله - فرستنده: ابراهیم توت آجagi

$۲/۱$ گرم سولفور آهن مصنوعی و ناخالص را در اسید سولفوریک رقیق حل می‌نماییم و گاز حاصل را با اکسیژن می‌سوزانیم، نتیجه احتراق را در آب حل کرده و سپس بوسیله محلول دسمی نرمال ید می‌سنجم، ۲۰CC یاد مصرف می‌شود. از طرف دیگر برای اکسید اسیون سولفات فروی حاصله ۶CC محلول نیم نرمال پر منگنات لازم است. ترکیب در صد جسم اولیه را بدست آورید.

شد. معلوم کنید اگر کلید مدار مقاومت R باز شود چه توانی در مدار توسط باطری به مصرف خواهد رسید.

$$R = ۳\Omega \quad E = ۲/۷\text{V} \quad \alpha = ۱۰$$

مسائل شبیه

دیروستان ابن سينا رضائیه

دیبر: مرادخان - فرستنده: قاسم جبارزاده

مخلوطی است از اکسید کوبیورو و اکسید کوئیوریک؛ مقداری از آنرا با ClH ترکیب کرده و حاصل را با آب رقیق می‌نماییم، رسوبی به وزن $۱/۹۹$ گرم تشکیل می‌گردد. رسوب را جدا کرده بر $\frac{۱}{۱۰}$ محلول حاصل سود کافی ریخته و رسوب را تکلیس می‌نماییم و سپس حاصل عمل را بوسیله نیترن احیاء می‌نماییم، $۲/۳۲$ گرم جسم بدست آمده است. مطابقت نسبت دواکسید در محلول اولیه.

دیروستان ابو مسلم

دیبر: غفارپور - فرستنده: غلامحسین آموسى

محلولی است از هیدرات پتابسیم به غلظت $۱/۲$ گرم در لیتر. بر ۱۰CC این محلول در مجاورت فنل فتالین قطره اسید کلریدریک می‌ریزیم تارنگ فنل فتالین تغییر کند. در این عمل ۸CC محلول اسید کلریدریک مصرف می‌شود. معین کنید: اولاً فاکتور محلول اسید کلریدریک. ثانیاً - غلظت این محلول اسید. ثالثاً - غلظت مولکولی اسید کلریدریک.

دیروستان بواسحق کازرون

دیبر: جواهری - فرستنده: اردشیر جعفریان

۱۰۰CC از یک محلول پر منگنات پتابسیم دسمی نرمال توسط ۱۰CC از یک محلول سولفات فرو احیاء می‌شود. منحصر آ با استفاده از روابط محلولهای نرمال غلظت سولفات فرو را حساب کنید.

دیروستان ۲۵ شهریور مسجد سليمان

دیبر: رستم پور - فرستنده: محمد کاهکش

محلولی شامل یونهای Ag^+ و Ba^{++} است. الف- ۱۰CC آن بانمک طعام $۰/۵۲$ ملکول گرم رسوب منفید می‌دهد. ب- ۱۰CC دیگر در بحیط اسید استیک با کرومات پتابسیم $۰/۰۱$ ملکول گرم رسوب زرد رنگ می‌دهد. پ- ۱۰CC دیگر در محیط اسیدی با $۰/۰۲\text{CC}$ آب اکسیژن $۱/۰$ حجمی ترکیب می‌شود. غلظت یونی محلول را حساب کنید.

یکی از کانونها باشد، معادله هذلولی به چه صورت است. معادله هذلولی را در حالت اول رسم کنید.

دیروستان فرگام

دیبر: طاهری - فرستنده: عادل، محمدزاده

- معادلات مجانبهای یک هذلولی $y = 2x + 8$
 - $y = 2x - 4$ بوده محور قاطع به موازات محور y و فاصله کانونی $5\sqrt{5}$ می‌باشد. معادله هذلولی را بنویسید.
 - اولاً معادله یک سهمی را بنویسید که کانونش $(3, 2)$ بوده و معادله خط‌های دیش $1 = x$ باشد. ثانیاً سهمی به معادله $-12 = -4x - 8$ - لارام شخص که دهد سم کنید.
 - توابع اولیه هر یک از توابع زیر را تعیین کنید:
- $$1) \quad y = 2\cos^2 2x + 6\sin^2 3x$$
- $$2) \quad y = \sqrt{2x - 1} + 2x(x^2 + 1)^2$$

مسائل فیزیک

دیروستان فارابی کرج

دیبر: شهیاری - فرستنده: صادق محمدی

- تار مربعی است به طول یک متر و جرم $9/8$ گرم. اگر نیروی کشش آن 10 کیلوگرم نیرو باشد، اولاً تواتر دوین صوت آنرا حساب کنید. ثانیاً نام نتی که بیان می‌کند چیست؟ ثالثاً نام چهار هم آهنگ متواالی بعدی آنرا تعیین کنید.

- آونگ ساده‌ای است به طول یک متر؛ این آونگ را در محلی به نوسان در می‌آوریم که یک نوسان ساده را در یک ثانیه انجام می‌دهد. معلوم کنید: اولاً شتاب ثقل محل را. ثانیاً اگر گلوله آونگ که جرم آن 200 گرم است از ارتفاع 500 متری سقوط کند انرژی جنبشی آن هنگام برخورد به زمین چقدر است؟

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

کلاس ششم ریاضی

جبو

دیروستان آذر شماره ۲

دیبر: زبانی - فرستنده: علیرضا اوشاق

- تابع زیر مفروض است:

$$y = 2x^3 + 36x^2 + 15x^2 + 23$$

دیروستان هرآت

دیبر: رسولی - فرستنده: محمود رهنمای چیت ساز بر روی مخلوطی از سولفور روی و سولفور آهن دو ظرفیتی اسید سولفوریک رقیق اضافه می‌کنیم. گاز حاصل می‌تواند 4000 پیکرمان نرمال را احیا سازد. از طرف دیگر محلول حاصل در قسمت اول را به 10000 حجمش رسانیده 5000 آن را با محلول پرمنگنات نیم نرمال ترکیب می‌نماییم، 2000 پرمنگنات مصرف می‌شود. وزن $\frac{1}{2}$ یک لیتر دو سو لفوایا حساب کنید.

دیروستان هدف شماره ۳

دیبر: آقائی - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی

مقداری از ملقمه روی که 20% وزن آن روی است در اسید نیتریک معمولی حل می‌کنیم. محلول نیترات‌های حاصل با کمل نمک طعام رسوبی نمی‌دهد ولی با H_2S $1/16$ گرم رسوب می‌دهد که در اسیدهای رقیق غیر محلول است. وزن ملقمه را حساب کنید.

کلاس ششم طبیعی

جبو و مثلثات

دیروستان پهلوی میاندوآب و تسویه شبستر

دیبر: فرشاد - فرستنده: شکوهی

- اولاً جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع زیر را در فاصله صفر و π رسم کنید. ثانیاً سطح محصور بین منحنی و محور X ها و دو خط $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = \frac{\pi}{2}$ را حساب کنید.

$$y = \frac{1 - 200x^2}{1 - 400x^2}$$

- تابع $y = \frac{ax + 1}{x + b}$ مفروض است. اولاً a و b را

چنان تعیین کنید که $x = 0$ و $y = 2$ مجانبهای آن گرد دو سپس منحنی رارسم کنید. ثانیاً نقطه‌ای از منحنی را بدست آورید که معاس در آن نقطه موازی خط $4x - 4y = 0$ باشد.

- خطوط $2x - 4y = 0$ و $x - 2y = 0$ مجانبهای یک هذلولی می‌باشند. اولاً اگر $(2, -2)$ و $(3, 0)$ یکی از رئوس هذلولی باشد، معادله هذلولی را بنویسید. ثانیاً اگر $(-6, 1)$ و $(0, 1)$

دیروستان امپر کبیر مشهد

دیبر: بقائی - فرستنده: مجید عرفانیان

$$\text{تابع } y = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + b} \text{ که در آن } a \text{ و } b \text{ مختصات}$$

نقطه M می باشد مفروض است.

- ۱- مکان نقطه M را وقتی a و b تغییر می کند چنان تعیین کنید که ماکزیمم و مینیمم تابع فوق عکس یکدیگر باشند.
- ۲- مقدار a را چنان بدست آورید که تابع فوق در نقطه ای به طول ۱ - بر محور طولها مماس گردد و سپس منحنی (C) نمایش تغییرات آنرا رسم کنید در صورتی که $b = 4$ باشد.
- ۳- معادلات مماس و قائم بر منحنی (C) را در نقطه تلاقی آن با محور عرضها تعیین نموده و مختصات نقطه تلاقی مماس را با منحنی تعیین کنید.

- ۴- از روی منحنی (C) ریشه های معادله زیر را با اعداد ۱ - و ۳ مقایسه کرده و تبعه مقایسه را در جدولی بنویسید.

$$(x - 1)^2 - 2x - 48 = 0$$

گروه فرهنگی بامداد

دیبر: ارشاقی - فرستنده گان: علیاری، جبارزاده

متدار حقیقی تابع زیر را به ازاء ۱ = x حساب کنید:

$$y = \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{x^2-x+1}}{x-1}$$

دیروستان بوعلی اراک

دیبر: نیخعی - فرستنده: احمد رضا آراسته

- جدول و منحنی تابع $y = x^2 + 2x + 2(x - 2)$ را رسم کنید. معادله مکان هندسی نقاطی را بدست آورید که از آن نقاط بتوان دو مماس عمود بر هم بر این منحنی رسم کرد.

دیروستان حکمت قم

دیبر: سعید - فرستنده: جواد فیض

$$\text{تابع } y = ax^2 + by^2 = 2y(2+x) + 2x^2 + 4x + 4 \text{ مفروض است. اولاً } a \text{ و } b \text{ را چنان یا باید که نقطه (۱، ۰) A نقطه ماکزیمم تابع شود، سپس منحنی } y = \frac{1}{2}x^2 + 2 \pm \sqrt{-x^2 + 4x + 4} \text{ را رسم کرده ثابت کنید که (۲، ۰) O' مرکز تقارن این منحنی است.}$$

دیروستان دکتر هوشیار

دیبر: صدیق آرا - فرستنده: محمدداوری

$$\text{تابع } y = ax + b + \frac{c}{x^2} \text{ مفروض است؛}$$

- ۱- a و b را طوری تعیین کنید که منحنی نمودار آن در نقطه ای به طول ۲ - بر خط D به معادله $y = 2x + 2$ مماس گردد.

الف - تحقیق کنید از هر نقطه M به طول a واقع بر منحنی دو مماس می توان بر آن رسم کرد. چنانچه m' و m'' ضریب زوایای این دو مماس فرض شوند رابطه ای مستقل از a بین m' و m'' بدست آورید.

ب - ثابت کنید فقط یک نقطه روی منحنی یافت می شود که دو مماس مرسوم بر منحنی از این نقطه بر هم منطبق باشند، مختصات این نقطه را بدست آورید.

ج - نتیجه بگیرید نقاط ماکزیمم و مینیمم و عطف منحنی بر یک خط راست واقعند. معادله این خط راست را بنویسید.

- تابع اولیه تابع زیر را بدست آورید :

$$y = \frac{\sin 2x}{(1 + \sin x)^2}$$

دیروستان البرز

دیبر: زاویشی - فرستنده: سورنا جوادی

$$\text{تابع } y = \frac{x^2}{x^2 - 4x + \lambda} \text{ مفروض است. در این تابع}$$

P و Q نقاط تلاقی مجانبه گرفته شده است. مثلث SOR را در نظر می گیریم. O مبدأ مختصات و نقطه R وسط پاره خط SQ و O ماکزیمم و مینیمم تابع می باشند.

اولاً- مکان هندسی نقطه G مرکز نقل این مثلث را وقتی که پارامتر λ تغییر کند بدست آورید.

ثانیاً- مطلوب است تعیین λ در صورتی که مثلث مزبور در آس O قائم الزاویه باشد و در این وضع قوت نقطه K به عرض ۵- واقع بر محور عرضها را نسبت به دایره محیطی این مثلث محاسبه کنید.

ثالثاً - به ازاء $\lambda = 3$ جدول تغییرات و منحنی نمایش تابع را رسم کنید.

رابعاً - از تابع نمایش منحنی مزبور تابع دیگری به صورت $f(x) = \frac{y'}{y}$ تشکیل می دهیم؛ مطلوب است تعیین $F(x)$ تابع اولیه $f(x)$ در صورتی که $F(1) = 2$ باشد.

خامساً - از نقطه K خط D با ضریب زاویه $m = \tan \theta > 0$ رسم شده و منحنی را در سه نقطه متمایز

A، B و C تلاقی کرده است. فرض می کنیم :

$$KC = c \quad KB = b \quad KA = a$$

مطلوب است تعیین θ در صورتی که داشته باشیم :

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{2x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x + 3}$$

-۳ از روی شکل منحنی ترسیم شده در تعداد نقاط

برخورد خط $y = k$ با منحنی بحث کنید.

-۴ اگر تصادیر نقاط برخورد خط $y = k$ را روی محور x ها' و B' بنامیم، اولاً مکان هندسی نقطه P اوساط دو نقطه تقاطع خط مزبور را با منحنی تعیین کنید. ثانیاً ثابت کنید که دو نقطه' A' و B' نسبت به دونقطه ثابت که تعیین خواهد کرد مزدوج توافقی یکدیگرند.

- حجم حادث از دوران منحنی به معادله :

$$y = \frac{\sin x - \cos x}{\cos^2 x}$$

را حول محور x ها در فاصله $0 = x = \frac{\pi}{3}$ حساب کنید.

دیبرستان مدان

دیبر: قمیری-فرستنده: سیروس حیدری

تابع $y = \frac{x^3}{3x+2}$ مفروض است.

الف - مختصات نقاط ماکسیمم و می‌نیم نمایش تغییرات تابع زیر را بدون استفاده از مشتق پیدا کنید.

ب - از نقطه A به طول $2 = x$ واقع بر منحنی خطی با ضریب زاویه m رسم شده است. این خط به ازاء بعضی مقادیر m که تعیین خواهد کرد منحنی را به غیر از نقطه A در دونقطه B و C قطع می‌کند. اولاً معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش طولهای نقاط B و C باشد. ثانیاً معادله مکان هندسی نقطه D وسط BC را تعیین کنید. ثالثاً آیا ممکن است به ازاء بعضی مقادیر m نقطه A بین دونقطه B و C واقع شود.

دیبرستان هروی

دیبر: نیوشان

فرستنده: همایون خسروی، عباس هاسدار، جهانبخش چهنسوز

- توابع اولیه تابع $y = \frac{x^5}{\sqrt{1+x^2}}$ را تعیین کنید.

- تابع $y = \frac{(m+3)x - 2m}{x^2 + m}$ مفروض است؛

اولاً - ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر m منحنیهای نمایش تابع فوق، از سه نقطه ثابت A و B و C که بر یک استقامت واقعند می‌گذرند. معادله خطی را که این سه نقطه روی آن واقعند بنویسید.

ثانیاً - معادلات خطوط مماس بر منحنیهای فوق را در نقاط A و B و C بنویسید.

-۲ جدول تغییرات منحنی C نمودار تابع $y = x - 1 + \frac{4}{x^2}$

را رسم کنید.

-۳ در نقطه A بدطول ۲ - معاسی بر منحنی C رسم می‌کنیم، معادله خط مماس را تعیین کرده و مختصات نقطه برخورد آنرا با منحنی بیایید.

-۴ به ازاء مقادیر مختلف m در تعداد و علامت ریشه های معادله $0 = x^2 + 4 = (m+1)(x^2 - m)$ بحث کرده و درستی نتایج حاصل را از روی منحنی C تحقیق کنید.

-۵ اگر سه ریشه معادله بالا اعداد α و β و γ باشند، m را طوری تعیین کنید که رابطه $\alpha + \beta = 2\gamma$ برقرار باشد.

-۶ خط Δ موازی مجانب، مایل منحنی C را رسم می‌کنیم تا منحنی C را در دو نقطه M و N و خط $\alpha = x$ را در نقطه P قطع کند. اگر q مزدوج توافقی P نسبت به دونقطه M و N باشد معادله مکان هندسی q را تعیین نمایید.

دیبرستان رهنما

دیبر: مولائی - فرستنده: غلامحسین آمویزی

اگر خط $\lambda = y = \frac{x-1}{x^2-x-2}$ را در نقاط

A و B قطع کند، λ را طوری تعیین کنید که $AB = 1$ باشد. در این صورت کوچکترین مقدار ممکن ۱ را حساب کنید.

دیبرستان فردوسی تپریز

دیبر: اسماعیلی حسینی

- در تابع $y = \frac{x^2 + a + 1}{x^2 + a}$ مطلوب است می‌حسابه a به قسمی

که ماکزیمم و می‌نیم تابع، قرینه هم باشند.

- حد عبارت زیر را به ازاء $0 = x$ حساب کنید:

$$y = \frac{1 - \cos x}{\cos x (\cos 2x - \cos x)}$$

دیبرستان فرگام

دیبر: طاهری - فرستنده: عادل محمدزاده

-۱ تابع $y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + cx + d}$ مفروض است. ضرایب

d را چنان تعیین کنید که منحنی در نقطه

$(2, \frac{3}{2})$ ماکزیمم یا می‌نیم بوده و دارای مجانبهایی به

موازات محور y را به معادلات $1 = x = 3$ باشد.

-۲ جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع زیر را رسم کنید:

۵- دیبرستان هدف شماره ۳

دیبر: ابوترابیان - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی
توابع اولیه تابع زیر را بدست آورید:

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2} \times \sqrt{\frac{1}{2x+5}}} + \frac{1-tg^2 x}{\sqrt{tg^2 x}}$$

۶- دیبورستان هدف شماره ۴

دیبر: محمدی - فرستنده: یزدان تیموریان

مطلوب است تعیین معادلات مجانب‌های منحنی تغییرات تابع زیر:

$$y = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}} (x \pm \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}})$$

مثلثات

۱- دیبورستان امیرکبیر شهر

دیبر: بهائی - فرستنده: مجید عرفانیان

- معادله مثلثاتی زیر مفروض است:

$$(m-1)\sin 2x + \cos 2x + 1 = 8m \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}$$

الف - معادله را حل و بحث کنید.

ب - m را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه‌های معادله $x = 2 \operatorname{Arctg} \sqrt{2}$ باشد.

ج - m را چنان تعیین کنید که بین ' x' و '' x '' ریشه‌های

$$\text{معادله، رابطه } \frac{\sin(x' + x'')}{\cos(x' - x'')} = \frac{3}{2} \text{ برقرار باشد.}$$

- ریشه‌های معادله $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{cotg}^2 x = \frac{2a}{b}$ را بوسیله

زاویه معین مناسبی قابل محاسبه لگاریتمی نموده و سپس قوسهای x را مشخص کنید.

۲- دیبورستان بامداد

دیبر: ارشاقی - فرستنده: علیاری، جبارزاده

عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید:

$$\sin 11x + \sin 2x + \sin 7x \sin 2x - 2 \cos 7x \cos x + \cos 7x$$

۳- دیبورستان حکمت قم

دیبر: امیدوار - فرستنده: جواد فیض

معادله $1 - m \cos x = \sin x + (2-m) \cos x$ مفروض است.

ثالثاً - m را چنان تعیین کنید که سه معاس نامبرده متقابله

گردند. مختصات نقطه تلاقی آنها را نیز تعیین کنید.

۴- دیبورستان نقش جهان

دیبر: قمیری - فرستنده: ایرج شمسائی

- به کمک مقایسه با سه عدد α و β و γ ثابت کنید منحنی

زیر همیشه دارای یک ماکزیمم و یک می‌نیم است.

(عدد ثابت) k

$$y = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) + k$$

- معادله مکان هندسی نقطه M را پیدا کرده و مختصات

مرکز تقارن این مکان را پیدا کنید:

$$M(x = \frac{2 - \sin \alpha}{\sin \alpha} \text{ و } y = \cot \alpha)$$

۵- گروه فرهنگی هدف

فرستنده: ایرج شمسائی

$$y = x - 1 \pm \sqrt{(a-1)x^2 - ax + a}$$

مفروض است:

۱ - به ازاء چه مقادیری از a ، تابع مفروض همواره

معین می‌باشد.

۲ - منحنی (C) نمایش هندسی تابع:

$$y = x - 1 \pm \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

را رسم کنید.

۳ - ثابت کنید هر خط به موازات محور عرضها، منحنی

(C) را دردو نقطه M و M' قطع می‌کند که وسط MM'

همواره روی خط ثابتی قرار دارد. با استفاده از این خاصیت

چگونه می‌توان از نمایش هندسی تابع:

$$y = x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

نمایش هندسی تابع:

$$y = x - 1 - \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

را نتیجه گرفت.

۴ - حجم حادث از دوران سطح محصور بین منحنی:

$$y = x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

و محور طولها و دو خط $x = 1$ و $x = 0$ را حول محور طولها حساب کنید.

۵ - از نقطه (N) چند قائم می‌توان بر منحنی (C)

رسم کرد. ضریب زاویه‌ای این قائمها را بیابید.

- در مثلثی $B - C = 90^\circ$ است. ثابت کنید که :

$$\cos 2C = \frac{a^2}{b^2 - c^2} = \frac{b^2 - c^2}{b^2 + c^2}$$

و اگر $b + c = m$ و $AH = h$ باشد، ثابت کنید:

$$\frac{m}{h} = \frac{\sin C + \cos C}{\sin C \cos C}$$

با معلوم بودن m و h زوایای مثلث را محاسبه کنید و بحث کنید.

دیبرستان مروی

دیبر: مظاہری - فرستنده: همایون خسروی، جهانسوز، پاسدار

- با فرض $\frac{\pi}{12} < x < \frac{7\pi}{12}$ ، معادله زیر را حل و

بحث کنید :

$$2m \sin 2x - \sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 1 + m = 0$$

- اگر O_1 و O_2 و O_3 مراکز دوازد ضلعی خارجی

مثلث ABC باشند ثابت کنید اضلاع مثلث $O_1O_2O_3$ به ترتیب برابرند با :

$$4R \cos \frac{A}{2} \quad 4R \cos \frac{B}{2} \quad 4R \cos \frac{C}{2}$$

دیبرستان هدف شماره ۳

دیبر: ابوترابیان - فرستنده: سعید قهرمانی

به فرض $\frac{\pi}{8} < x < \frac{3\pi}{8}$ ، در تعداد ریشه‌های معادله زیر

بحث کنید :

$$4(m+1) \sin^2 2x - 2(1-2m) \sin 4x = 7m + 1$$

حساب استدلالی

دیبرستان آذر

فرستنده: علیرضا وشاق

- ثابت کنید در ازاء جمیع مقادیر صحیح و مشتت N و a

و b و c ، عدد A بر عدد B بخش پذیر است:

$$A = N^3a + 2 + N^3b + 1 + N^3c$$

$$B = N^3 + N + 1$$

- مطلوب است تعیین عدد اول n بقسمی که عدد

$$N = vn + 1$$

اولاً - مقدار m را به قسمی تعیین کنید که اگر دوریشة

معادله x' و x'' باشند رابطه $x' - x'' = \frac{\pi}{2}$ بین ریشه‌ها برقرار باشد.

ثانیاً - به ازاء $m = \sqrt{3}$ معادله فوق را حل کنید.

ثالثاً - به ازاء $m = y$ منحنی نمایش تغییرات تابع مفروض را در فاصله صفر و 2π بدست آورید.

دیبرستان رهنما

دیبر: مولائی - فرستنده: غلامحسین آموسى

- اگر در مثلث ABC داشته باشیم $a = 2b$ ؛ اولاً

$$\cos C + \sin C \cdot \cot B = 2$$

ثانیاً به فرض $b = \sqrt{3} + 1$ و $C = 60^\circ$ مثلث را حل کنید.

- در مثلث ABC زاویه $A = 60^\circ$ و

$$\frac{r}{R} \text{ می‌باشد. دو زاویه دیگر مثلث را حساب کنید.}$$

دیبرستان ششم بهمن قم

دیبر: بطیعیان - فرستنده: حسن فیض

- معادله زیر را حل کنید :

$$\sin 2x (\sin 3x + \sin x) = 2(\cos 3x + \cos x)$$

- معادله زیر در ازاء چه مقدار m جواب دارد :

$$\frac{\sin \alpha \sin x}{1 + \cos \alpha} + (m-1) \cos x = \tan \frac{\alpha}{2}$$

- نوع مثلثی را تعیین کنید که در آن رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_c} = \frac{2 \sin A}{h_a}$$

دیبرستان فرگام

دیبر: طاهری - فرستنده: عادل محمدزاده

- ثابت کنید در هر مثلث دورابطه زیر برقرار است :

$$(r_a - r)(r_b + r_c) = a^2$$

$$b \sin \frac{C}{2} + c \sin \frac{B}{2} = p - a$$

- در مثلث قائم الزاویه ABC که $A = 90^\circ$ ، تفاضل

دو ضلع $b - c = l > 0$ و تفاضل وتر و ارتفاع وارد بر آن

معلوم است. مثلث را حل و بحث کنید.

دیبرستان مدادان

دیبر: بهنیا - فرستنده: سیروس حیدری

- در مثلثی $a = h_a$ است، ثابت کنید که :

$$\sin A + 2 \cos A = \frac{b^2 + c^2}{bc}$$

کنید که کسر زیر مولد عدد اعشاری ۰۰۸۸۱۸۸۰۰ باشد:

$$\frac{7a+3b}{37a+16b}$$

- ثابت کنید که مجدور کاملی به صورت $abba$ وجود ندارد.

- ثابت کنید که دو عدد زیر نسبت به هم اولند:

$$P = 3^n + 2^n + 1 \quad Q = 3^n + 2^n + 2$$

دیروستان مروی

دیرو: مختاری - فرستندگان: همایون خسروی، جهانسوز، پاسدار

- عدد صحیحی تعیین کنید که مقسوم علیهی غیر از ۲۹۲

نداشته و مجموع مقسوم علیه هایش ۲۸ باشد.

- ثابت کنید که اگر با قیمانده تقسیم عدد mcu بر ۵ و

$$71u - 5(5c + m)$$

مضرب ۳۵ است.

دیروستان هدف شماره ۳

دیرو: ابوترابیان - فرستنده: سعید قهرمانی

کوچکترین عدد صحیح X را تعیین کنید که اگر يك واحد

از رقم یکان آن که a است کم کنیم سپس يك واحد به عدد حاصل

اضافه کنیم عدد حاصل شود که مساوی باشد با حاصل ضرب

$$2 + a$$

در عددی که از حذف رقم a از عدد X بدست می آید.

مسائل هندسه و هجروطات

دیروستان حکمت قم

دیرو: صدری - فرستنده: جواد فیض

نقطه P و دایره (O) و قطر AB از آن مفروضند. نقاط

تقاطع دیگر PA و PB را بادایره به ترتیب C و D می نامیم.

ثابت کنید اگر AB حول نقطه O دوران کند CD از نقطه

ثابتی می گذرد.

دیروستان مروی

دیرو: ترقی - فرستندگان: عباس پاسدار، همایون خسروی

دایره‌ای رسم کنید که بر سه دایره که در یک نقطه متقاطع‌اند

مماس باشد.

دیروستان هدف شماره ۳

دیرو: احسانی - فرستنده: سعید قهرمانی

نقطه A و دایره O مفروض است. از A به نقطه دلخواه

روی دایره وصل می‌کنیم و از A عمودی بر آن اخراج

$$AB = AB'$$

می‌کنیم. روی این خط B' را انتخاب می‌کنیم که

دیروستان امیرکبیر مشهد

- عدد $N = \overline{mcdu}$ را از رابطه زیر بیابید:

$$\begin{cases} cd u = (c+d)^2 + 5 \\ cd = 2 \times \overline{mu} - 2 \end{cases}$$

- به ازاء چه مقادیر از X ، کسر زیر عددی صحیح است:

$$A = \frac{x^2 + 1}{2x + 1}$$

دیروستان بامداد

دیرو: اوشقاقی - فرستندگان: قاسم جبارزاده، سعید علیاری
باقیمانده تقسیم عدد زیر را بر ۱۱ بپیدا کنید:

$$A = 3456724 \times 343169$$

دیروستان حکمت قم

دیرو: صدری - فرستنده: جواد فیض

- ثابت کنید که عدد $p^{3n-1} + p + 1$ که در آن p و

n عده‌های صحیح‌اند بر $p^2 + p + 1$ بخش‌پذیر است.

- عدد به صورت تجزیه شده $N = 2^2 \times b \times c$ را چنان

بیابید که یکی مجموع مقسوم علیه هایش باشد.

دیروستان رهنما

دیرو: رکنی - فرستنده: غلام‌حسین آموسى

- اگر مجموع p عدد متولی ابتدا از a برابر A فرض

شود آیا مسئله به ازاء جمیع مقادیر صحیح A صحیح است؟

$\frac{a}{b}$ مولد کسر متناوب مرکبی است با i رقم غیر گردش

p رقم دوره گردش. ثابت کنید که $\frac{a^i}{b^i}$ هم مولد کسر متناوب

مرکبی است با $2i$ رقم دوره غیر گردش و kp رقم دوره گردش.

دیروستان فرگام

دیرو: محمد نوری - فرستنده: عادل محمدزاده

- کمترین مقدار a و n را تعیین کنید که عبارت زیر عددی

صحیح باشد:

$$\frac{2 \times 10^n + 1 + 2 \times 10^n - 11}{aa + 22}$$

- کوچکترین عددی تعیین کنید که مضرب ۵ بوده و دارای

۱۴ مقسوم علیه باشد، سپس مجموع مقسوم علیه‌های این عدد

را حساب کنید.

دیروستان هدان

دیرو: کاشانی - فرستنده: سیروس خیدری

- عده‌های bga را که نسبت به هم اولند بقسمی پیدا

۳- از نقطه (۵ و ۳) A خطی رسم کنید که با صفحه مفروض' $P\alpha Q'$ موازی بوده و با صفحه افق تصویر زاویه 35° بسازد.

۴- از نقطه (۰ و ۰) A واقع بر خط ارض دو خط' DD و ' $\triangle \triangle$ را رسم کنید سپس آثار صفحه این دو خط متقاطع را بدست آورید(خط' DD در صفحه نیمساز اول و خط' $\triangle \triangle$ در صفحه نیمساز دوم است).

۵- فصل مشترک صفحه بار بر خط ارض را که بر صفحه' $P\alpha Q'$ عمود است با صفحه' $P\alpha Q'$ بدست آورید.

۶- اگر (۱۰) A و (۴ و ۳) C (رابط aa' سمت چپ' CC به فاصله ۳) دو رأس ازیک لوزی ABCD باشد، ملخصن لوزی را بدست آورید درصورتی که نقطه' bb' روی خط ارض باشد (AC یک قطر از لوزی است)

دیبورستان های انوشهیر و آن دادگر - مرجان خوارزمی - مردم دیبر: مهندس خوئی - فرستنده گان: همایون خسروی، عباس پاسدار

هندرسه رقومی: واحد سانتیمتر مقیاس $\frac{1}{1}$ محورهای اقصر و اطول کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ بنامید - کادر کاغذ 21×25 اختیار شود.

۱- نقطه' b_۱ به فاصله ۳ سمت راست مرکز کاغذ روی محور اقصیر واقع است. خط' b_۱c_۱ را که تصویرش بر محور اقصر

منطبق می باشد بقسمی رسم کنید که شیبش $\frac{1}{3} = cp$ سمت چپ مرکز واقع گردد . نقطه a را به فاصله $\sqrt{3}$ در سمت بالای مرکز کاغذ روی محور اطول اختیار نموده و رقوم a را به طریقی تعیین کنید که مثلث ABC در فضای زاویه B قائم بوده و AC وتر مثلث قائم الزاویه مزبور باشد.

۲- بد فرض آنکه رقوم a برابر ۱۲ باشد ملخص مستطیل ABCD را که AC قطر آنست رسم نموده یک خط بزرگترین شیب آن را (P) در سمت راست کاغذ نشان دهید .

۳- وسعت حقیقی مستطیل ABCD را با تسطیح آن حول افقی رقوم ۴ صفحه P در سمت پائین کاغذ نشان دهید.

۴- مستطیل ABCD قاعده مکعب مستطیلی است که رأس G از يال CG در صفحه مقایسه واقع می باشد. ملخص مکعب مستطیل ABCDEFGH را رسم کرده خطوط مرئی و مخفی را تمیز دهید .

۵- مقطع مکعب مستطیل فوق را با صفحه افقی رقوم ۵

باشد و "B' قرینه' B را نسبت به خط مفروض \triangle بدست می آوریم . هرگاه B دایره O را بپیماید مکان هندسی "B' را بدست آورید .

رقومی و ترسیمه

دیبورستان اروندروود

دیبر: بنائی - فرستنده: محمد بهرامی

هندرسه رقومی: واحد سانتیمتر ، مقیاس $\frac{1}{1}$. محورهای اقصر و اطول کاغذ را رسم کرده و محل تلاقی آنها مرکز کاغذ بنامید.

۱- مقیاس شیب صفحه P را به اساس ۱ طوری رسم کنید که افقیه صفر آن بر محور اقصر کاغذ منطبق باشد و ترقی رقومش را از پائین به بالا انتخاب کنید .

۲- ملخص نقطه' S_۱ را بر مرکز کاغذ انتخاب کنید و از نقطه S خط SA را به اساس ۲ بقسمی رسم کنید که صفحه رادر نقطه A بالارتفاع ۴ قطع کند (سمت راست محور اطول).

۳- از نقطه a_۱ خط a_۱b_۱ را در صفحه P طوری رسم کنید که زاویه حقیقی خط AB در فضای افقیه های صفحه P برابر 30° باشد(b) سمت چپ محور اطول)

۴- مقیاس شیب صفحه مثلث ASB را بدست آورده و وسعت حقیقی مثلث را حول ولای H_۱ آن بدست آورید .

۵- از نقطه b_۱ خط b_۱c_۱ را بقسمی رسم کنید که در فضای BC بر SA عمود باشد و نقطه C در فضای بالای صفحه P به فاصله حقیقی $\sqrt{5}$ باشد (C سمت راست محور اطول و روی افقیه ۱۰ صفحه P است)

۶- قرینه نقاط A و C و B و A نسبت به نقطه S به ترتیب S.DEF و S.ABC و D و E و F بنامید و ملخص دو هرم D و E و F را بدست بیاورید .

۷- دو هرم فوق را مرئی و مخفی کنید .

۸- فاصله حقیقی بین دو صفحه ABC و DEF را بدست بیاورید .

۹- مقطع قائم دو هرم را بدست بیاورید درصورتی که اثر صفحه قائم محور اطول کاغذ باشد.

هندرسه ترسیمی: ۱- از نقطه (۰ و ۰) A خط افقی

' $\triangle \triangle$ را بقسمی رسم کنید که نیم رخ مفروض' cdc'd را قطع کند .

قسمی اختیار کنید که $sa =$ باشد. طول حقیقی sa را حساب کنید.

۲- به مرکز s و به شعاع sa دایره‌ای رسم کرده شش ضلعی منتظم a, b, c, d, e, f را در این دایره محاط کنید که جهت حرکت بر محيط آن جهت مثلثاتی باشد.

۳- یک مقیاس شیب از صفحه s, b, c را به اختیار رسم کرده ثابت کنید زاویه‌این صفحه با صفحه افق تصویر 60° درجه است.

۴- فصل مشترک صفحات s, a, b, s, c, d را پیدا کرده و زاویه حقیقی این فصل مشترک را با مقیاس شیب صفحه s, b, c تعیین کنید.

۵- عمود مشترک دو خط متناصر w و e را تعیین کرده و طول حقیقی آنرا حساب کنید.

۶- نقطه s را حول لولای b در بالای محور اقصیر تسطیح کنید تا به وضع S_1 در آید.

۷- اکنون فرض می‌کنیم مثلث S, a, b یک وحداً و قاعده این هرم منتظم باشد، اوضاع جدید چهار رأس دیگر از این هرم را تعیین و رقومهای آنها را حساب کنید.

خطوط متری و مخفی جسم را ظاهر مازید.

هندسه توسيمه: ۱- نیمرخ $'b'$ مفروض است. صفحه مواج‌هی از aa' می‌گذرد و با این نیمرخ زاویه 45° درجه می‌سازد. آثار این صفحه را تعیین کنید.

۲- فصل مشترک دو صفحه که یکی از آنها با خط بزرگترین شبیش نسبت به صفحه قائم و دیگری با خط بزرگترین شبیش نسبت به صفحه افق معلوم است تعیین کنید.

۳- پاره خط $'aba'b'$ واقع در صفحه متنصب PaQ' یک ضلع از لوزی $ABCD$ است. اگر زاویه $A = 60^\circ$ باشد ملخص لوزی را کامل کنید.

۴- آثار قائم دو صفحه موازین‌دیگر نقطه از فصل مشترک دو صفحه در دست است. آثار افقی آنها را باید.

۵- پاره خط $'bcb'c'$ قاعدة مثلث متساوی الساقین ABC است رأس A روی خط‌های قرارداده، مخصوص مثلث را کامل کنید.

دیبرستان پس از هنرمندانه

هندسه رقومی: واحد سانتی‌متر - مقیاس 1 ، محورهای اقصیر و اطول کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آنها را مرکز بنامید کادر کاغذ 25×20 انتخاب شود.

۱- نقطه a به فاصله $\sqrt{41}$ سمت راست مرکز کاغذ بر روی محور اقصیر واقع است. از این نقطه صفحه P را بدشیب

یافته متری و مخفی کنید. از نقطه E صفحه Q را بقسمی سرور دهید که فاصله B از صفحه Q دو برابر فاصله هر یک از نقاط A و D از آن صفحه. باشد. مقطع صفحه Q را در جسم نشان دهید.

هندسه توسيمه: ۱- بر دو خط متقطع D و A قطعه خط نیمرخ $= AB = 3$ را متکی و محصور نمائید بقسمی که بر D و B بر \triangle قرار گیرد.

۲- از نقطه aa' به بعد 3 و ارتفاع 2 خطی رسم کنید که با صفحه افق تصویر زاویه $= 30^\circ$ باشد و از نقطه B به بعد 2 و ارتفاع 1 بگذرد. محل B را تعیین کنید.

۳- فصل مشترک دو صفحه P, aQ' که در aP, aQ' مشترکند و P, aQ' صفحه قائم می‌باشد تعیین نمائید.

۴- فصل مشترک خط DD' را با صفحه موازی صفحه نیمساز دوم تعیین کنید.

۵- قطعه خط $bcb'c'$ داده شده ضلع مستطیلی است که O تصویر افقی مرکزش هم معلوم است. تصاویر مستطیل $ABCD$ را رسم نمائید.

دیبرستان بحرالعلوم بروجرد

دیبر: همتی - فرستنده: محمد صادق جلائی

هندسه توسيمه: ۱- از نقطه aa' نیمرخی رسم کنید که نسبت بین بعد اثراً افقی و ارتفاع اثر قائمش مساوی 3 است. ۲- مواجه DD' و تصویر افقی نقطه A مفروض است. مطلوب است ملخص نقطه در صورتی که فاصله آن تا خط مواجه 5 باشد.

۳- از نقطه aa' خطی رسم کنید که با صفحه افق زاویه 45° درجه بسازد و تصویر افقی از نقطه معلوم m بگذرد.

۴- نیمرخ $'aba'b'$ مفروض است. از نقطه $'cc'$ نیمرخ دیگری موازی آن رسم کرده و آثار صفحه حاصل را ترسیم کنید.

۵- از نقطه $(40, 0)$ صفحه متنصبی رسم کنید که با صفحه افق زاویه 30° درجه بسازد. در این صفحه جبهه‌ای به بعد 3 رسم کنید و روی این جبهه نقطه $'bb'$ را به ارتفاع 6 پیدا کنید. متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که دور آش $'aa'$ و bb' بوده و بعد مرکز آن و همچنین ارتفاع رأس $'cc'$ مساوی 5 باشد.

دیبرستان دکتر هوشیار

دیبر: صدیق آراء - فرستنده: محمد داوری

هندسه رقومی: محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم و نقطه برخورد آنها را w بنامید. واحد سانتی‌متر و مقیاس 1 است.

۱- نقطه a بر محور اقصیر سمت راست w طوری در نظر بگیرید که $wa = 2$ باشد و نیز نقطه s را بر محور اقصیر

و به فاصله ۳ سمت راست مرکز نقطه روی محور اطول و به فاصله ۴ بالای مرکز داده شده است. رقوم C را حساب کنید در صورتی که شبیخ خط AC برابر $\frac{2}{5}$ بوده و رقوم C از A کمتر باشد.

۲- بر خط AC صفحه P را به شبیخ $\frac{1}{2}$ رسم و از دو جواب آنکه افقیه هایش تقریباً موازی محور اطول امت انتخاب و یک مقیاس شبیخ صفحه را رسم کنید در این صفحه، نقطه D را بقسمتی پدست آورید که زاویه ADC برابر ۹۰ درجه بوده و ارتفاع مرسوم از رأس D در مثلث ABC برابر ۲ باشد (از دو جواب آنکه به محور اقصر نزدیکتر است انتخاب کنید).

۳- سه نقطه A و C و D سه رأس مستطیل ABCD است، آنرا رسم و قاعده تحتانی مکعب مستطیل ABCDEFGH

بگیرید که فاصله دو صفحه قاعده آن برابر ۱۰ باشد، مکعب مستطیل را رسم و خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید.

۴- ۱- نقاط m_1 و m_2 که $m_1 = 5$ و $m_2 = mn$ بده فاصله ۳

سمت چپ مرکز روی محور اقصر و n سمت راست مرکز روی محور اقصر مفروض اند. نقطه h را بده فاصله ۴ زیر محور اقصر و سمت راست محور اطول پرسی بگیرید که MH افقیه شبیخ

خط NH برابر $\frac{2}{5}$ باشد.

۵- در صفحه مقایسه، نقطه S را پرسی بیاورد که SH = SM = SN باشد. هر سه را که رأس S و قاعده اش MNH است رسم و خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید.

هندسه ترسیمی: ۱- نقاط (۱۶۰) و (۱۶۱) A و B-

مفروض است. از آفاقیه D را چنان رسم کنید که با صفحه قائم تصویر زاویه 65° درجه ساخته و تصویر افقی خط سمت چپ رابط aa' با خط الأرض را قطع کند. آثار صفحه ای که بر این افقیه و نقطه B می گذرد مشخص و فصل مشترک آنرا با نیمساز فرجه اول بدست آورید.

۲- نقطه aa' را پرسی مشخص سازید که از صفحه نیمساز فرجه دوم به فاصله ۴ بوده و از صفحات نیمساز فرجه اول و صفحه افق به یک فاصله باشد.

۳- صفحه PaQ' را که αP با xy زاویه 30° ساخته و از بالا به پائین و از چپ به راست ممتد و $\alpha Q'$ با xy زاویه 45° ساخته و از پائین به بالا و از چپ به راست ممتد است رسم و در این صفحه نقطه aa' را به بعد یک وارتفاع ۳ مشخص کرده نقطه bb' را در این صفحه پرسی بگیرید که بعد B برابر ۲ بوده و AB افقیه باشد. مثلث ABC را در این صفحه

$p = 1$ بقsmی مرور دهید که افقیه های آن موازی محور اطول بوده و ترقی رقومش از پائین به بالا باشد. یک مقیاس شبیخ صفحه راست چپ کنار کاغذ رسم کنید.

۲- از نقطه a_5 خط $a_5 m_8$ را بقsmی رسم کنید که محور اطول را در نقطه m_8 به فاصله ۲ بالای مرکز کاغذ قطع کند. از نقطه m_8 خط $m_8 b_5$ را عمود بر صفحه P رسم کنید و یک مقیاس شبیخ صفحه Q را که بر سه نقطه A و B و M می گذرد سمت راست کاغذ رسم نماید.

۳- در صفحه Q مثلث ABC را که M مرکز ثقل آن می باشد رسم نموده و ملخص مثلث را نشان دهید و بر روی این مثلث در صفحه Q ملخص متوازی الأضلاع ABCD را رسم کنید.

۴- متوازی الأضلاع ABCD قاعده فوکانی متوازی السطوح ABCDEFGH می باشد که یال AE در فضای DB عمود بوده و اساس آن برابر $1/1$ می باشد. c سمت چپ a بوده و رأس E در صفحه مقایسه واقع می شود. ملخص متوازی السطوح را رسم نموده و آن را مرئی و مخفی نماید.

۵- مقطع متوازی السطوح را با صفحه قائمی که اثرش بر محور اقصر منطبق است یافته و سمعت حقیقی آن را در سمت بالای کاغذ روی صفحه افتی رقوم ۲ نشان دهید. صفحه نیمساز فرجه Q را با صفحه مقایسه مشخص کرده و یک بزرگترین شبیخ آن را (R) در سمت بالای کاغذ مشخص کنید.

هندسه ترسیمی: ۱- نیمرخ aba'b' مفروض است. آثار آن را یافته و بر این نیمرخ صفحه ای مرور دهید که زاویه بین آثار در تصویر برابر 55° درجه باشد.

۲- از نقطه aa' به بعد ۳ و ارتفاع ۴ خطی رسم کنید که تصویر افقیش با خط زمین زاویه 45° بسازد و با صفحه PaQ' موازی باشد.

۳- فصل مشترک صفحه قائم PaQ' را با صفحه ای که بر نقطه 'OO' به بعد ۳ و ارتفاع ۲ و خط زمین می گذرد رسم نماید.

۴- قطعه خط bab'a' داده شده ضلع زاویه قائم $CBA = 90^\circ$ می باشد که C به بعد ۲ و ارتفاع ۳ است. محل C را پیدا کنید.

۵- عمود مشترک خط غیر مشخص 'DD' و خط مواجه $\triangle \triangle'$ را رسم نماید.

دیبورستان فارابی کرج

دبیر: اختر خاوری - فرستنده: صادق محمدی

هندسه رقومی I: ۱- نقطه a بدر قوم ۳ روی محور اقصر

۳- فصل مشترک صفحه عمود بر صفحه نیمساز اول را با صفحه نیمساز اول باید.

۴- قرینه نقطه aa' به بعد ۱ واقع در صفحه نیمساز اول را نسبت به صفحه مواجه PQ که با صفحه افق زاویه 35° درجه می‌سازد باید.

۵- قطعه خط $bcb'c'$ داده شده قاعده مثلث متساوی الساقی است که a' هم داده شده، تصاویر مثلث را کامل کنید.

دیبرستان هر باختو

دیبر: بنائی - فرستنده: شهناز نوری

هندسه رقومی: محورهای اطول و اقصر را می‌رسم کنید و محل تلاقي آنها را مرکز کاغذ بگیرید. واحد سانتیمتر مقیاس ۱.

۱- ملخص نقطه a - را زیر مرکز وروی محور اطول به فاصله ۴ سانتیمتر از مرکز انتخاب کنید و از این نقطه صفحه P را طوری رسم کنید که محور اقصر کاغذ افقیه صفر آن باشد. ۲- خط $a-b$ - رادر صفحه P طوری رسم کنید که تصویر ab با محور اقصر کاغذ زاویه 35° بسازد و محور اقصر رادر سمت راست مرکز قطع کند.

۳- ملخص c - را طوری بدهست آورید که در فضای زیر صفحه P به فاصله حقیقی $\sqrt{2}$ و در صورتی که زاویه حقیقی 90° باشد. (اگر موفق نشید برای فرض بعد ملخص c - را روی محور اطول و بالای مرکز به فاصله ۸ سانتیمتر از مرکز انتخاب کنید).

۴- ملخص مستطیل $ABCD$ و مقیاس شیب آن (R) و وسعت حقیقی آن را بدهست آورید.

۵- از راه محاسبه ثابت کنید مثلث ABC در رأس B قائم است.

۶- از نقطه c - خط CG را به شیب $p=2$ طوری رسم کنید که تصویرش موازی محور اقصر و ترقی رقومش از راست به چپ باشد. فصل مشترک این خطرا با صفحه P که نقطه G است بدست آورید.

۷- ملخص منشور $ABCDEFGH$ را بدهست آورید در صورتی که يك قاعده آن مستطیل $ABCD$ و يك يال آن CG باشد، سپس مرئی و مخفی آن را تعیز دهيد.

۸- مقطع قائم این منشور را بدست آورید در صورتی که اثر صفحه قائم بر محور اقصر کاغذ منطبق باشد و وسعت حقیقی مقطع قائم را در صفحه افقی α - تسطیح کرده و در پائین کاغذ نمایش دهید.

بسمی مشخص سازید که $CAB = 90^\circ$ بوده و ارتفاع C بر ابر يك باشد.

۹- خط مواجه dd' به بعد ۲ و ارتفاع ۳ و خط قائم VV' به بعد ۴ و متضمض δ به ارتفاع يك مفروضند. خطی رسم کنید که قائم و متضمض و مواجه و خط زمین را قطع کند.

دیبرستان هدان

دیبر: مهندس خوئی - فرستنده: سیدوحید بهمن

هندسه رقومی - واحد سانتیمتر مقیاس $\frac{1}{1}$ محورهای اقصیر و اطول را رسم نموده محل تلاقي آنها را مرکز کاغذ بنامید. کادر کاغذ 25×25 انتخاب شود.

۱- نقطه a - را به فاصله ۳ سمت چپ مرکز کاغذ روی محور اقصیر انتخاب کرده از این نقطه صفحه P را که با صفحه افق زاویه $\alpha = 45^\circ$ می‌سازد بسمی رسم کنید که ترقی رقوم مقیاس شیب آن از بالا به پائین و استدام مقیاس شیب موازی محور اطول کاغذ باشد. يك مقیاس شیب را سمت چپ کاغذ رسم کنید.

۲- از نقطه a - در صفحه P خط AB را که در فضای امتداد افقیهای صفحه P زاویه 60° درجه می‌سازد بسمی رسم کنید که نقطه b - سمت راست a قرار گیرد.

۳- بر روی قطعه خط AB در صفحه P مثلث متساوی الساقین ABC را که در آن $AB = AC$ و نقطه C در صفحه مقایسه واقع شده است رسم نمائید و c سمت راست ab واقع گردد. ملخص مثلث را نشان دهید.

۴- مثلث ABC قاعده تحتانی منشور $ABCDEF$ می‌باشد که يال AE بر AB عمود بوده و نقطه e - روی محور اطول کاغذ قرار می‌گیرد. ملخص منشور را رسم و مرئی و مخفی نمائید.

۵- مقطع منشور فوق را با صفحه قائمی که اثرش موازی محور اطول و به فاصله ۳ سمت راست آن می‌باشد یافته وسعت حقیقی آن را در سمت چپ نشان دهید.

هندسه توسمی: ۱- از نقطه aa' به بعد ۳ و ارتفاع ۲ خطی رسم کنید که نیم رخ $cd'c'd$ را قطع نموده و بر خط الارض متکی باشد.

۲- از نقطه aa' به بعد ۴ و ارتفاع ۲ خطی موازی صفحه نیمساز دوم رسم کنید که با صفحه افق تصویر زاویه $\alpha = 30^\circ$ درجه بسازد.

- ۶- ملخص خط بزرگترین شیب صفحه متوازی الاضلاع و وسعت حقیقی آنرا بدست آورید .
- ۷- ملخص e را طوری بدست آورید که زاویه حقیقی $EAB = 90^\circ$ باشد و فاصله e از مرکز کاغذ 4 سانتیمتر است .
- (e) سمت چپ A
- ۸- ملخص منشور $ABCDEFGH$ را بدست آورید درصورتی که قاعده آن متوازی الاضلاع $ABCD$ و یکیال آن AE باشد .
- ۹- اگر قاعده $ABCD$ منشور از شیشه و بقیه سطوح منشور از فیبر باشد مرئی و مخفی آنرا تمیز دهید .
- ۱۰- مقاطع صفحه افقی u منشور را بدست آورید و نسبت به آن شکل مرئی و مخفی کنید .
- هندرسه ترسیمی:** ۱- ملخص نقطه aa' را طوری بدست آورید که مجموع فوایدش از صفحه افق تصویر و صفحه نیمساز اول برابر 4 و مجموع بعدوارتفاقی u برابر 6 باشد .
- ۲- خط منتصب VV' و خط غیر مشخص dd' و خط نیمرخ $aba'b'$ مفروضند . یک خط افقی HH' براین سه خط متنکی کنید .

- ۳- از نقطه u مفروض (۲) و (۲) خط جبهی dd' و خط HH' که در صفحه نیمساز ربع دوم است رسم کنید ، سپس آثار صفحه آن دو خط مقاطع را بدست آورید .
- ۴- فصل مشترک صفحه u مفروض PQ' را با صفحه ماربز خط ارض و نقطه O بدست آورید .
- ۵- از نقطه (۴) A خطی رسم کنید که با صفحه افق تصویر زاویه 30° درجه بسازد و برخط افقی HH' عمود باشد .

مسائل فیزیک

دبیرستان آذر شماره ۲

دبیر : پله روی - فرستنده : علی اکبر حسنی

- معادله حرکت دیاپازنی $\frac{1}{2} \sin 100\pi t = x$ می باشد .
- شاخه ای از دیاپازن را به سیمی به طول 40cm = ۱ متصل می کنیم که جرم هر متر آن 9.8 گرم است . معین کنید طول موج ارتعاش در تار . اختلاف فاز دونقطه ای که به فاصله 15cm و 20cm از دیاپازن واقعند چقدر است ؟

- دیاپازنی ، صوتی به قواتر $100 = N$ ایجاد می کنید . در مقابل دهانه آن لوله صوتی بازی به طول 2 متر که بیستونی

- هندرسه ترسیمی:** ۱- ملخص نقاط (۱) و (۵) B و (۱) و (۵) A را در صفحه نیمرخ PQ' بدست آورده سپس ملخص مریع $ABCD$ را در صفحه نیمرخ PQ' بدست آورید . درصورتی که AB یک ضلع و نقطه CC' بعدش منفی باشد .
- ۲- از نقطه A به بعد 4 و ارتفاع 2 خط افقی HH' و خط dd' را که موازی صفحه نیمساز ربع دوم است رسم کرده سپس آثار صفحه این دو خط مقاطع را بدست آورید .
- ۳- فصل مشترک صفحه PQ' که عمود بر صفحه نیمساز ربع دوم است با صفحه مواجه RU' که عمود بر صفحه نیمساز ربع اول است و بعد از افقی u است بدست آورید .
- ۴- ملخص (۳) و (۵) A و C را بدست آورید (رابط cc' به فاصله 3 سمت راست رابط aa' است) ملخص مریع $ABCD$ را بدست آورید درصورتی که قطر BD خط افقی باشد .
- ۵- نقطه (۳) A و خط افقی HH' مفروض است . از نقطه aa' خط $\triangle \triangle$ را طوری رسم کنید که با صفحه افق تصویر زاویه 45° ساخته و در فضا بر خط افقی HH' عمود باشد .
- ۶- فصل مشترک صفحه PQ' (که عمود بر صفحه نیمساز ربع اول است) با صفحه ماربز خط ارض و نقطه OO' به بعد 1 و ارتفاع 4 بدست آورید .

دبیرستان نظام

دبیر : بنائی - فرستنده : علی اکبر حسنی

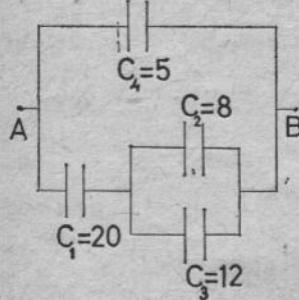
هندرسه رقومی:

- محورهای اقصیر و اطول کاغذ را رسم کرد و محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ بگیرید . واحد سانتیمتر و میلیمتر 1 .
- ۱- ملخص نقطه a_4 را زیر مرکز کاغذ و روی محور اطول به فاصله 4 سانتیمتر از مرکز انتخاب کنید .
- ۲- ملخص خط بزرگترین شیب صفحه P را به موازات محور اطول طوری رسم کنید که افقی صفر آن محور اقصیر کاغذ بوده و ترقی رقومش از پائین به بالا و شیب این صفحه 1 باشد .
- ۳- ملخص b را در صفحه P طوری بدست آورید که طول حقیقی $AB = 4\sqrt{5}$ سانتیمتر باشد (b سمت راست مرکز است) .

- ۴- ملخص c_8 را طوری انتخاب کنید که به فاصله حقیقی $\sqrt{2}$ زیر صفحه P و $CA = CB$ باشد (چنانچه نتوانستید برای فرض بعدی نقطه c_8 را بالای مرکز و روی محور اطول به فاصله 10 سانتیمتر از مرکز انتخاب کنید)
- ۵- ملخص نقطه D را سهارم متوازی الاضلاع $ABCD$ را بدست آورید .

۱۲۰ ولت برقرار می‌سازیم. شدت جریان ۸ آمپر از آن می‌گذرد. چنانچه به دوسره مینی بوین جریان متناوبی به اختلاف پتانسیل ۱۲۰ ولت و تواتر ۵۰ برقرار می‌سازیم شدت جریان مؤثر ۴ آمپر از آن خواهد گذشت. اولاً ضریب خودالقائی بوین و ضریب توان آنرا حساب کنید. ثانیاً - ظرفیت خازنی را حساب کنید که اگر بطور متواالی با بوین فوق بسته شود تحت اختلاف پتانسیل مؤثر ۱۲۰ ولت شدت جریان همان ۸ آمپر گردد.

- در شکل مقابل ظرفیت هر خازن بر حسب میکروفاراد



کنار آن نوشته شده است
و بارذخیره شده در خازن
 C_4 برابر $50\mu F$ کولن
می‌باشد. تعیین کنید اولاً
ظرفیت معادل ظرفیتهاي
Bین دو نقطه A و
را. ثانیاً بارذخیره شده
در خازن C.

دیبرستان علوی مشهد

دیبر: پاکدل - فرستنده: ابوالحسن تقیوی

بین دونقطه اختلاف پتانسیل متناوبی به معادله
 $V = 110\sqrt{2} \sin 100\pi t$ برقرار است. این دونقطه را بایک سلف به مقاومت حقیقی یک اهم و ضریب سلف دوهانری و یک خازن به ظرفیت پنج میکروفاراد بطور سری به هم مربوط می‌کنیم. مطلوب است: اولاً - محاسبه مقاومت ظاهری مدار. ثانیاً شدت مؤثر جریان. ثالثاً - اختلاف پتانسیل مؤثر دوسر سلف و معادله شدت جریان. خازن دیگر با چه ظرفیتی و به چه طریق باید در مدار قرار گیرد تا اختلاف فاصله جریان و اختلاف پتانسیل ۶۰ درجه گردد.

دیبرستان فارابی کرج

دیبر: وطنچی - فرستنده: صادق محمدی

یک مقاومت و یک سلف و یک خازن بطور متواالی در مداری قرار دارند. اولاً جریان نسبت به فشار مدار 45° تأخیر فاذا دارد و فشار ماکزیمم دو سرسلف دو برابر فشار ماکزیمم دوسر خازن است. اگر فشار دوسر سلف $t = 100\pi$ و $V_1 = 280 \sin 100\pi t$ باشد L و C و توان حقیقی مدار را حساب کنید. ثانیاً اگر معادلات فشار و جریان مدار به ترتیب:

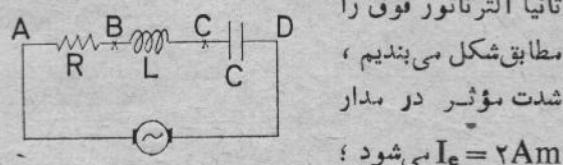
$$V = 70 \sin(500t + \frac{\pi}{6})$$

$$I = 3/58 \sin(500t + \frac{\pi}{6})$$

در آن حرکت می‌کند قرار گرفته است. معین کنید در چه فاصله‌ای از دهانه لوله، پیستون باید بر سرتاسری اولین بار بین لوله و دیپاپ زن تشید حاصل شود. آیا مواضع دیگری وجود دارد که در لوله تشید حاصل گردد؟ اگر گازی به چگالی $1/44$ بجای هوا وارد کنیم در چه مواضعی از پیستون مجددآ در لوله تشید حاصل می‌شود. درجه حرارت گاز برابر درجه حرارت هوا و سرعت صوت در هوا برابر $340 m/s$ است.

دیبرستان بامداد

دیبر: بازر گان - فرستنده گان: سعید علیاری، قاسم جبارزاده آلترناتوریک فازه‌ای دارای 16 قطب است. روتور فوق با سرعت 375 دور در دقیقه می‌گردد، تواتر جریان را پیدا کنید.



ثانیاً آلترناتور فوق را
مطابق شکل می‌بنديم،
شدت مؤثر در مدار
می‌شود؛ $I_e = 2 Am$

$$\text{اگر } R = 40\Omega \text{ و } N = 500/s \text{ و } L = \frac{3}{10\pi} H$$

$C = \frac{1000}{3\pi}$ میکروفاراد باشد معلوم کنید مقاومت ظاهری و ضریب توان مدار را. ثانیاً اختلاف پتانسیلهای از A تا B و از A تا C و از A تا D را بدست آورید. ثالثاً اختلاف پتانسیل از A تا D را با طریقه هندسی فرnel از راه رسم بدست آورید.

دیبرستان دکتر هوشیار

دیبر: حسین پور - فرستنده: داوری

مداری تشکیل شده است از یک خازن به ظرفیت $\frac{1}{\pi}\mu F$ و یک بوین آهنربائی به مقاومت 100 اهم و ضریب خودالقائی $\frac{103}{\pi}$ هانری که بوین در مقابل سیم آهنی و به محاذات وسط آن قرار گرفته است. تعیین کنید اگر از این مدار جریان متناوبی به معادله $I = 5\sqrt{2} \sin 100\pi t$ عبور کند، اولاً معادله اختلاف پتانسیل دوسر مدار چقدر است. ثانیاً اگر جرم یک متاتار 5 گرم باشد تعیین کنید تار را باید با چند کیلو گرم نیز بشیم تا این که در اثر عبور الکتریسیته از بوین در تار تشیدی ایجاد شود و یک شکم در آن تولید گردد. در این صورت نام پنج هماهنگ متواالی تار را بدست آورید (طول سیم نیم متر) $g = 10 m/s^2$ و $la_2 = 440$.

دیبرستان رهمنا

دیبر: بابازاده - فرستنده: غلامحسین آموسى - به دو سربوینی جریان مستقیمی به اختلاف پتانسیل

- اتومبیلی با سرعت ثابت 72 Km/h در جاده افقی حرکت می کند. اگر کلیه نیروهای مقاوم در مقابل حرکت برابر 100 kgf باشد تعیین کنید توان مصروفی موتور و مصرف بنزین رادرطی 100 km در صورتی که راندمان موتور 35% و توان گرمایی بنزین 10000 kJ/kg برگرم وزن مخصوص بنزین 0.75 g/cc باشد.

دبیرستان پایک کرج

دبیر: امین پور - فرستنده: صادق محمدی

- با یک توب می خواهد هدفی را که در فاصله 12 کیلومتری است مورد اصابت گلوله قرار دهد. (توب و هدف در یک خط افقی قرار دارند) اولاً لوله توب تحت چهزاویه ای با افق قرار گیرد در صورتی که سرعت اولیه گلوله 800 متر بر ثانیه باشد. ثانیاً بعد از چه مدتی گلوله به هدف اصابت می نماید.

ثالثاً ارتفاع اوج گلوله را معین کنید.

دبیرستان بامداد

دبیر: بازگان - فرستنده: سعید علیاری، قاسم جبارزاده گلوله ای را با سرعت 100 متر بر ثانیه از نقطه O واقع بر سطح افقی با چهزاویه ای پرتاب کنیم تا در فاصله یک کیلومتر از محل پرتاب به زمین برسد. در همین لحظه گلوله دیگری را از ارتفاع 200 متری قائم نقطه O با چه سرعتی پرتاب افقی پرتاب کنیم تا یکدیگر را تلاقي نمایند. سرعت این گلوله هنگام برخورد به زمین چقدر است علمی؟

$$g = 10 \text{ MKS}$$

دبیرستان بحرالعلوم بروجرد

دبیر: زرینکوب - فرستنده: محمد صادق جلائی

توان ماشین پخاردو ضربه ای $11304 \text{ کیلو گرم متر بر ثانیه}$ است. قطر پیستون 20 سانتیمتر و فشار مؤثر روی پیستون 12 kg/cm^2 است. مسیر پیستون را در صورتی حساب کنید که چرخ طیار در هر دقیقه 180 دور بچرخد.

دبیرستان دکتر هوشیار

دبیر: میرحسینی - فرستنده: محمد داوری

جسم A به جرم $M = 10 \text{ Kg}$ روی سطح شیداری به زاویه شیب 30° که ضربی اصطکاک آن $\sqrt{3}$ است به نجی بسته شده، سردیگر نخ پس از عبور از بالای سطح شیداریه جسم B $= 10 \text{ Kg}$ بسته شده که متکی بر سطح افقی است. ضربی اصطکاک این سطح 0.5 است. طرف دیگر جسم B بوسیله نجی که از روی قرقه O کنار میز افقی گذشته به جسم دیگری به جرم M متصل است.

دستگاه از سکون به راه می افتد، هنوز از $1/6$ ثانیه حرکت

و ضریب سلف مدار $5/0 = L$ هانری گردد مقدار R و C و توان حقیقی مدار را تعیین کنید.

دبیرستان فرگام

دبیر: راستی - فرستنده: عادل محمدزاده

جربان متناوبی را ز آهنربای الکتریکی عبور می دهیم. در زیر آهنربای سیم آهنه قرار گرفته است، در اثر عبور جربان سیم به ارتعاش در می آید و فرکانس صوت اصلی سیم از رابطه

$$\frac{Fa_2}{N} = 3/48$$

- این جربان را ز مداری که شامل مقاومت $R = 5\Omega$ و

مارپیچ الکتریکی به ضربی سلف L و خازن $C = 10 \mu F$ است عبور می دهیم، ضربی سلف مارپیچ را طوری تعیین کنید که ضربی توان در این حالت برابر باشد. اگر در این حالت شدت مؤثر در مدار 20 آمپر باشد اختلاف پتانسیل ماکزیمم در دو سر

مدار چقدر است؟

- برای اینکه ظرفیت $10 \mu F$ بدست آید صفحاتی از قلع که سطح هر یک $706/5 \text{ cm}^2$ است انتخاب نموده و بین آنها عایق میکارهای خاصت 1 mm قرار می دهیم؛ اگر ضربی عایق میکارهای باشد چند عدد از این خازنهای اوچگونه، بایستی به یکدیگر بیندیم تا ظرفیت $10 \mu F$ بدست آید.

دبیرستان هروی

دبیر: آیتی، کتیر ائی - فرستنده: جهانسوز، همایون خسروی

- لوله صوتی بازی به طول 150 cm نت sol را به عنوان صوت اصلی بیان می کند. معین کنید: اولاً سرعت انتشار صوت را در گاز لوله. ثانیاً نام پنج هار مونیک متواتی لوله را. ثالثاً اگر انتهای لوله را بیندیم و در آن طوری بدمیم که سه گره تولید شود طول سوچ و تو اترو نام صوت حاصل چیست؟

$$la_2 = 435$$

مسائل مکانیک

دبیرستان آذر شهر

دبیر: پیله رو دی - فرستنده: علیرضا واشقانی

- مختصات پارامتری حرکت متخرکی:

$$\begin{cases} x = a(1 + \cos t) \\ y = b \sin t \end{cases}$$

می باشد؟ مطلوب است معادله مسیر، مؤلفه های سرعت در یک لحظه و معادله هدوگراف.

دیبرستان نقش جهان

فرستنده: ایرج شمسائی

جسمی به جرم 150 g را به نخی به طول 50 cm بسته و آن را مانند آتش گردان با سرعت $120\text{ دور در دقیقه دوران می‌دهیم}.$ تعیین کنید اولاً سرعت زاویه‌ای و خطی و شتاب حرکت را. ثانیاً وقتی جسم در بالاترین نقطه مسیر قرار می‌گیرد یعنی نخ به وضعیت قائم می‌رسد نخ را رها می‌کنند. معین کنید در چه فاصله افقی از قائم محل رها شدن به زمین می‌رسد. مرکز دوران 15 متر بالاتر از سطح زمین است.
 $g = 10\text{ m/s}^2$ و $\pi = 3$

دیبرستان هدف شماره ۳

دیبر: آینه - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی

دریک اسیلو گراف کاتودیک یک دسته الکترون با سرعت افقی 10 cm/s در یک میدان الکتریکی بین دو صفحه افقی به طول 2 cm وارد می‌شوند. این میدان الکتریکی شتابی ثابت به طرف پایین برابر 10^{17} cm/s^2 بر الکترونها وارد می‌کند. اولاً تغییر مکان عمودی ('OO') الکترون را در موقع عبور از بین دو صفحه پیدا کنید. ثانیاً سرعت الکترون را در موقع خروج از بین دو صفحه تعیین کنید. (از وزن الکترون صرف نظر می‌شود)

مسائل شیمی

دیبرستان بابک کرج

دیبر: شرفکنی - فرستنده: محمد صادق محمدی

از احتراق 158 g گرم اسیدآلی دو ظرفیتی 448 ml/liter CO_2 (در شرایط متعارف) 180 g گرم آب بدست آمده است. به علاوه 100 CC محلول 29 g گرم در لیتر این اسید می‌تواند 25 CC سود $2N$ را کاملاً خنثی کند. اولاً فرمول خام این جسم را تعیین کنید. ثانیاً فرمول گستره و نام شیمیائی این اسید را نیز بنویسید بشرط آنکه جسم می‌تواند ترکیبات اخافی باهالوژنها تولید کند و دو عامل اسیدی روی یک کربن قرار نمی‌تواند بگیرند. ثالثاً - آیا این اسید ایزومر دیگری هم می‌تواند داشته باشد یا خیر؟ و چرا؟

گروه فرهنگی بامداد

دیبر: مکری - فرستنده: قاسم جبارزاده، سعید علیاری محلولی از آلدئید استیک به غلظت 1 M ملکول گرم در لیتر موجود است. 100 CC این محلول با چه حجم محلول فهلهینگ که در هر لیترش 35 g گرم کاتکبود متبلور دارد ترکیب می‌شود. وزن رسوب حاصله چقدر است؟

نخ از نقطه N بین جسم A و B پاره شده جسم A رویهم $4/2$ متر روی سطح شبیدار بالا رفته و سپس بر می‌گردد. تعیین کنید: ۱- شتاب حرکت دستگاه 2 m/s^2 - جرم 3 kg نیروی کشنخ در نقاط N و P که P بین جسم B و M است. $g = 10\text{ m/s}^2$

دیبرستان فارابی کرج

دیبر: شهریاری - فرستنده: محمد صادق محمدی

گلوله‌ای را با سرعت اولیه 134 m/s در امتداد جاده شبیدار که زاویه شبیب آن 30° است پرتاب می‌کنیم. درصورتی که ضریب اصطکاک جاده $2/5$ باشد، معلوم کنید: اولاً مسافتی که می‌پیمایید تا سرعتش به صفر برسد به شرط آنکه از پائین جاده به طرف بالا در امتداد جاده پرتاب شده باشد. ثانیاً اگر گلوله را از بالای جاده شبیدار به طرف پائین با سرعت اولیه 100 m/s پرتاب کنیم در امتداد جاده شبیدار پس از پیمودن مسافت 100 m سرعتش چگونه خواهد شد. $g = 10\text{ m/s}^2$.

دیبرستان فرگام

دیبر: رامتنی - فرستنده: عادل محمدزاده

کامیون به جرم $7/5$ تن با سرعت ثابت 35 km/h ساعت در جاده افقی حرکت می‌کند. توان موتور برابر با 9 اسب بخار می‌باشد و 12 l لیتر بنزین برای هر صد کیلومتر مصرف می‌کند. مطلوب است: ۱- مجموع نیروهای مقاوم و اصطکاک وارد 200 m راندمان موتور. ۲- کامیون به جاده شبیدار به شیب $2/100$ می‌رسد و در امتداد آن بالا می‌رود. درصورتی که نیروهای اصطکاک و مقاومت و همچنین توان موتور به همان حال مانده باشد معین کنید سرعت یکنواخت کامیون را در این جاده. وزن مخصوص بنزین 75 g/l گرم بر سانتیمتر مکعب و از سوخت هر گرم بنزین 1000 cal حرارت تولید می‌شود.
 $g = 10\text{ m/s}^2$

دیبرستان هروی

دیبر: آینه، کتیرا - فرستنده: همایون خسروی، جهانسوز گلوله‌ای به جرم 200 g به انتهای نخی به طول 2 m بسته شده و در سطح قائمی دوران می‌نماید. هنگامی که گلوله به وضعیت افقی می‌رسد و سرعت آن از پائین به بالا می‌باشد نخ را رها می‌کنیم، گلوله با سرعت 40 m/s بر ثانیه به زمین می‌رسد. اگر فاصله رها شدن تا زمین 35 m باشد معلوم کنید گلوله در هر دقیقه چند دور می‌زده است. ثانیاً نیروی مرکزی وارد بر گلوله و انرژی جنبشی آن موقع رسیدن به زمین چقدر است.

$$\pi = 3 \quad g = 10\text{ m/s}^2$$

گرم جوهر نمک خشی می شود. دریک آزمایش ۵۴/۰۵ گرم از این جسم آلی با ۱۰ cm^۳ جوهر نمک نرمال خشی می شود. فرمول جسم و تمام ایزومرهای آنرا گستردۀ رسم کنید در صورتی که می دانیم از تجزیۀ ۱/۰۸ گرم از این جسم آلی، ۲/۶۴ گرم آنیدرید کربنیک و ۰/۷۲ گرم آب و ۲۲۴ cm^۳ از درشارایط متعارفی ایجاد می گردد.

دیبورستان علوفی مشهد

دیبر: مرشدیان - فرستنده: ابوالسن تقوعی
- ۱/۱ گرم از یک اسید آلی یک ظرفیتی اشباع شده را می سوزانیم. بخارات حاصل را پس از بوردادن از ظرف محتوی اسید سولفوریک غلیظ وارد یک لیتر آب باریت می نماییم، فاکتور آب باریت ۱/۰ کم می شود. فرمول خام این اسید چیست؟
- معلوم نمایید ۰/۵۰۰۰ محلول استالدئید ۱/۰ گرم در لیتر
چه حجم مایع فهلینیگ شامل ۳۵ گرم در لیتر سولفات مس متبلور را می تواند بی رنگ نماید و وزن رسوب حاصله چقدر است؟

دیبورستان مروی

دیبر: فروتن - فرستنده: همایون خسروی، جهانبخش جهانسوز، عباس پاسدار
- ۲/۲ گرم از یک اسید چرب اشباع یک ظرفیتی با ۲۲/۷ cm^۳ سود نرمال خشی می گردد. معین کنید اولاً جرم ملکولی اسید را. ثانیاً فرمول آنرا. ثالثاً انواع ایزومرهای آنرا نوشه، نام گذاری کنید.
- استری است اشباع شده و یک ظرفیتی؛ برای تعویض جرم ملکولی ۳/۷ گرم آنرا در ۱۰۰ گرم بنزین حل می کنیم، نقطۀ جوشش حلال به اندازه ۱/۳۳۵ درجه بالا می رود. در صورتی که $K = ۲۶۷۰$ باشد تعیین کنید وزن مولکولی استررا. از ظرف دیگر اگر این استررا با آهک صابونی کنیم در صورتی که نسبت کلسیم به نمک کلسیم $\frac{۴}{۱۵/۸}$ باشد فرمول استر. را پیدا کنید این استر از چه اسید والکلی تولید شده است، واکنش آنرا بنویسید.

دیبورستان هدف شماره ۳

دیبر: رفیع زاده - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی
- ترکیب درصد کربن را دریک کربورا شباعی بدست آورده و تغییرات آنرا بر حسب تعداد کربن بنویسید.
- در یک کربور ۰/۲۹ گرم از این آلدئید چند مانیتمتر مکعب مایع فهلینیگ (۳۵ گرم سولفات مس متبلور در لیتر) را بی رنگ کنید این کربور شباعی است و فرمول آنرا بدست آورید.
- فرمول گستردۀ کربور آلومنیم را رسم کرده بگوئید که این جسم آلی است یا معدنی.

- به ۲۰۰۰C ۹/۲ درجه ۳۰۰C آب مقطر اضافه می کنیم. درجه الکلی جدید چقدر است؟

دیبورستان بوعلی اراک

دیبر: البرز - فرستنده: احمد رضا آزاده
- ماده شیمیائی به فرمول $C_7H_6O_2$ در واکنش با سدیم فلزی شرکت نمی کند ولی در واکنش با محلول سود سوز آور استات سدیم می دهد. فرمول گستردۀ و نام این ماده را مشخص کنید. فرمول معادله شیمیایی اثر آن را بر سود سوز آور بنویسید.

$2P^۴$ و $2S^۲$ و $1S^۲$ ، ساختمان الکترونی چه عنصری می باشد و در ترکیب دو اتم این عنصر با هم چه اریتالهائی شرکت می نماید و چه نوع پیوندهای مولکولی بوجود می آید.

دیبورستان حکیم نظامی قم

دیبر: رامش - فرستنده: جواد فیض
از تیروکربور اشباع شده ای به کمک واکنش و ورته، تیروکربور جدیدی بدست آورده ایم که با ۵ هزار گرم خود اکسیژن بطور کامل می سوزد. فرمول دو تیروکربور را پیدا کنید و واکنشهای مربوطه و فعل و افعال سوختن آنها را بنویسید.

دیبورستان رهنما

دیبر: محسنی طهرانی - فرستنده: غلامحسین آموسى
- ۱/۸۷ گرم آلدئید ۳۰۰C محلول سولفومنگانیک N_{۱۰} را بی رنگ می کند. فرمول این آلدئید را پیدا کرده و فرمول واکنش را بنویسید.
- از تجزیۀ ۰/۵۹ گرم جسم آلی شامل C, H و N_{۱۰} ۶۲۲C_۰ گاز CO_۰ در شرایط متعارفی بدست ۰/۸۱ گرم آب بدست ۱۱۲۰۰C گاز از تجزیۀ یک ملکول گرم این جسم می آمد. اگر از تجزیۀ یک ملکول گرم این جسم ۰/۳۲ گرم از این آلدئید چند مانیتمتر مکعب گاز از دشایط متعارفی بدست آید، فرمول ملکولی این جسم را پیدا کرده و کلیه ایزومرهای آنرا بنویسید.

دیبورستان فرگام

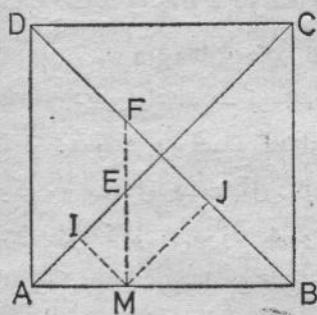
دیبر: مبصری - فرستنده: عادل محمدزاده
- از حل یک گرم آلدئید اشباع شده یک ظرفیتی در صد گرم آب، نزول نقطۀ انجامد ۰/۳۲ درجه می گردد؛ فرمول و نام آنرا مشخص کنید. ۰/۲۹ گرم از این آلدئید چند مانیتمتر مکعب مایع فهلینیگ (۳۵ گرم سولفات مس متبلور در لیتر) را بی رنگ کنید. $k = ۱۸۵۰$
- یک ملکول گرم از یک جسم آلی ازت دار با دوملکول

حل مسائل یکان شماره: ۷۲

مزبور با هم برابر باشند؟

حل - از تشابه دو مثلث BJM و AIM نتیجه می‌شود:

$$\frac{MI}{MJ} = \frac{MA}{MB} = \frac{x}{10-x}$$



از تشابه دو مثلث BMF و AME نیز

نتیجه می‌شود:

$$\frac{MF}{ME} = \frac{MB}{MA} = \frac{10-x}{x}$$

$$\frac{MI}{MJ} = \frac{MF}{ME} \Rightarrow \frac{x}{10-x} = \frac{10-x}{x}$$

$$x^2 = (10-x)^2 \quad \text{یا} \quad x = \pm(10-x)$$

$$x = -10 + x \quad \text{غیرممکن}$$

$$x = 10 - x \Leftrightarrow x = 5$$

یعنی برای تساوی دو نسبت مزبور باید M وسط AB اختیار شود.

حل مسائل کلاس چهارم ریاضی

۷۲/۳ - ترجمه فتح الله زرگوی

ثابت کنید که اگر حداقل یکی از دو معادله:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

$$a'x^2 + b'x + c' = 0 \quad (2)$$

ریشه حقیقی نداشته باشد، در این صورت معادله زیر ریشه حقیقی خواهد داشت:

$$(ab' - a'b)x^2 + 2(ac' - a'c)x + \quad (3)$$

$$+ (bc' - b'c) = 0$$

حل مسائل کلاس چهارم طبیعی

۷۲/۱ - به قرض اینکه داشته باشیم:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \quad \text{و} \quad x > 1$$

اولاً مقدار $\frac{1}{x}$ را حساب کنید. ثانیاً مقدار x را بدست آورید.

حل - داریم:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2(x \times \frac{1}{x}) + 2(x \times \frac{1}{x}) = \\ = (x - \frac{1}{x})^2 + 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \Rightarrow (x - \frac{1}{x})^2 = 5$$

چون $x > 1$ است پس $x - \frac{1}{x} > 0$ است و خواهیم داشت:

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{5} \quad \text{یا} \quad x^2 - x\sqrt{5} - 1 = 0$$

$$x = \frac{\sqrt{5} \pm \sqrt{5+4}}{2} = \frac{\sqrt{5} \pm 3}{2}$$

$$x > 1 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5} + 3}{2}$$

۷۲/۲ - مربع $ABCD$ به طول ضلع ۱۰ مفروض است.

بر ضلع AB نقطه M رادر نظر می‌گیریم که $AM = x$ باشد و عمدهای MI و MJ را به ترتیب بر قطعه‌ای AC و BD رسم می‌کنیم. همچنین در M عمودی بر AB اخراج می‌کنیم که AC را در E و BD را در F قطع می‌کند. مقدار هر یک از دو نسبت $\frac{MF}{ME}$ و $\frac{MI}{MJ}$ را بر حسب x حساب کنید

و معلوم کنید که آیا می‌توان M را چنان تعیین کرد که دونسبت

$$\log_x(x+1) = \frac{1}{2} \Rightarrow x+1 = \sqrt{x}$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

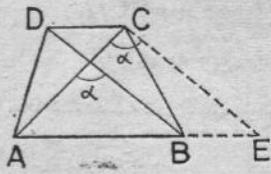
معادله اخیر ریشه حقیقی ندارد.

$$\log_x(x+1) = 2 \Rightarrow x+1 = x^2$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

جواب منفی x قابل قبول نیست.

۷۲/۶ ثابت کنید که اگر در ذوزنقه‌ای یک قطر و امتدۀ هندسی و قطر دیگر واسطۀ حسابی بین دو قاعده باشد زاویۀ بین دو قطر قائم نیست.



حل - ذوزنقه
ABCD را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که:

$$AB = a \text{ و } CD = b$$

$$AC = \sqrt{ab} \text{ و } BD = \frac{a+b}{2}$$

از C موازی با قطر BD رسم می‌کنیم تا امتداد AB را در قطع کند. در مثلث ACE زاویۀ ACE برابر با زاویۀ α و

$$CE = DB = \frac{a+b}{2}$$

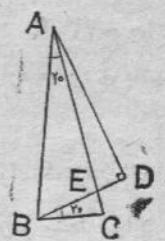
زاویۀ دو قطر ذوزنقه است و می‌باشد و داریم:

$$(a+b)^2 \neq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + (\sqrt{ab})^2$$

$$AE^2 \neq AC^2 + CE^2 \Rightarrow a^2 \neq 90^\circ$$

۷۲/۷ ترجمه مصطفی گودرزی طائمه در مثلث متساوی الساقین ABC طول قاعده BC برابر با a و طول هر یک از ساقهای AC و AB برابر با b و اندازه زاویۀ A برابر 25 درجه است. ثابت کنید که:

$$a^2 + b^2 = 2ab$$



حل - بر ضلع
نقطۀ E را چنان CA انتخاب می‌کنیم که اندازه زاویۀ CBE برابر با 25 درجه باشد و از CE را برابر با AD معمود

رسم می‌کنیم. مثلث BCE با مثلث ABC متشابه است و نتیجه می‌شود:

$$\frac{CE}{BC} = \frac{BC}{AB} \text{ با } CE = \frac{a^2}{b} \Rightarrow AE = b - \frac{a^2}{b}$$

حل - مشاهده می‌کنیم که هر گاه a و b و c رابه ترتیب با a' و b' و c' جانشین سازیم معادله (۳) فرق نمی‌کند. پس می‌توانیم فقط حالتی را بررسی کنیم که معادله (۱) ریشه حقیقی نداشته باشد. یعنی فرض می‌کنیم که داشته باشیم:

$$b'^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow 0 < b'^2 < 4ac$$

از طرف دیگر داریم:

$$b(ac' - a'c) - a(bc' - b'c) = c(ab' - a'b)$$

$$b'(ac' - a'c)' = [a(bc' - b'c) + c(ab' - a'b)]'$$

$$b'(ac' - a'c)' = [c(ab' - a'b) - a(bc' - b'c)]' + 4ac(ab' - a'b)(bc' - b'c)$$

$$b'(ac' - a'c)' > 4ac(ab' - a'b)(bc' - b'c)$$

$$b'^2 < 4ac \Rightarrow$$

$$(ac' - a'c)' > (ab' - a'b)(bc' - b'c)$$

رابطۀ اخیر نشان می‌دهد که میان معادله (۳) مشتبث یا صفر است.

پس این معادله دارای ریشه حقیقی است.

۷۲/۴ ترجمه مصطفی گودرزی طائمه

$$ax^r + bx + c = 0 \text{ ریشه‌های معادله}$$

باشند معادله‌ای تشکیل دهید که دارای چهار ریشه‌زیر باشد:

$$\frac{1}{x'} \text{ و } \frac{1}{x''} \text{ و } x' \text{ و } x''$$

حل - معادله‌ای که ریشه‌هایش به ترتیب عکس ریشه‌های

معادله مفروض باشد عبارتست از:

$$cx^r + bx + a = 0$$

پس معادله مطلوب عبارت می‌شود از:

$$(ax^r + bx + c)(cx^r + bx + a) = 0$$

$$acx^{2r} + (a+c)bx^r + (a^r + b^r + c^r)x^r + (a+c)bx + ac = 0$$

۷۲/۵ از سعید فرشاد دانشجوی زیاضی دانشگاه تبریز

از معادله زیر مقدار X را بدست آورید:

$$\log_x(x+1) + \log_{x+1}x = \frac{3}{2}$$

حل - با فرض $A = \log_x(x+1)$ نتیجه خواهد شد

$$\log_{x+1}x = \frac{1}{A}$$

$$A + \frac{1}{A} = \frac{3}{2} \text{ یا } 2A^2 - 3A + 2 = 0$$

$$A = \frac{1}{2} \text{ یا } 2$$

سه جمله‌ای اخیر و قتی همواره مثبت است که اولاً میان آن منفی یا صفر باشد و ثانیاً ضریب x^2 یعنی m مثبت باشد.

$$\begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = 1 - 6m^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow m > \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$y' = \frac{\sqrt{6}}{2}x^2 + 2x + \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = -\frac{4\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \text{ضریب زاویه‌ای مماس} = \frac{9\sqrt{6}}{3} - 48$$

۷۲/۱۰ - از مجید عرفانیان شیشه دانشجوی
دانشگاه مشهد

در مثلث ABC اندازه زاویه A برابر 45° است و
 $\operatorname{tg} C$ و $\operatorname{tg} B$ ریشه‌های معادله زیر می‌باشند:
 $ax^2 + bx + c = 0$

ثابت کنید که $a = b + c$ می‌باشد.

حل - داریم:

$$\operatorname{tg}(B+C) = \frac{\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C}{1 - \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C}$$

$$A = 45^\circ \Rightarrow \operatorname{tg}(B+C) = -1$$

$$\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = -\frac{b}{a}, \quad \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C = \frac{c}{a}$$

$$-1 = -\frac{\frac{b}{a}}{1 - \frac{c}{a}} = \frac{-b}{a-c} \Rightarrow a = b + c$$

حل مسائل کلاس پنجم ریاضی

۷۲/۱۱ - از جهانشاه کریمی بیر گانی، مسجد سلیمان
اولاً منحنی‌های به معادلات زیر را در یک دستگاه محو رهای

مختصات رسم کنید:

$$(C) : y = 2x^2 + 3x + 1$$

$$(C') : y = 4x^2 + 6x - 2$$

ثانیاً اگر S رأس منحنی C و S' رأس منحنی C' باشد
منحنی Γ مکان نقطه P از صفحه را تعیین کنید برای آنکه ضریب
زاویه‌ای خط PS دو برابر ضریب زاویه‌ای خط PS' باشد.

ثالثاً منحنی Γ رادرهمان شکل منحنی‌های C و C' رسم
کنید و نقاطی از آنرا پیدا کنید که از آنها پاره خط SS' به زاویه
قائم دیده می‌شود.

در مثلث قائم الزاویه ABD اندازه زاویه ABD برابر 60°
درجه است پس:

$$BD = \frac{AB}{\tan} = \frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{2}}, \quad AD = \frac{b\sqrt{3}}{2}, \quad DE = \frac{b}{2} - a$$

$$AE' = ED' + DA'$$

$$(b - \frac{a}{2})^2 = (\frac{b}{2} - a)^2 + (\frac{b\sqrt{3}}{2})^2$$

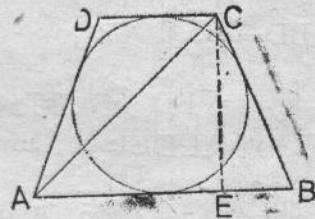
پس از ساده کردن:

$$a^2 + b^2 = 3ab$$

۷۲/۸ - ترجمه فتحالله‌زرگری

دایره‌ای به طول قطر d در ذوزنقه‌ای متساوی الساقین
محاط شده است. ثابت کنید که طول قطر این ذوزنقه از $d\sqrt{2}$ بزرگتر است.

حل - در مثلث قائم الزاویه AEC داریم:



$$AC' = CE' + AE'$$

$$AE = \frac{AB + CD}{2} = BC, \quad BC > CE$$

$$AC' = CE' + BC' > 2CE$$

$$AC > CE\sqrt{2} \quad \text{یا} \quad AC > d\sqrt{2}$$

حل مسائل کلاس پنجم طبیعی

۷۲/۹ - حدود m را معلوم کنید برای آنکه تابع زیر
همواره صعودی باشد:

$$y = mx^2 + x^2 + 2mx - 3m + 1$$

به ازاء کمترین مقدار m که بدست آورده‌اید ضریب زاویه
مسامی بر منحنی را در نقطه‌ای از آن به طول $-8 = x$ حساب
کنید.

حل - برای آنکه تابع همواره صعودی باشد لازم است
که مشتق آن همواره مثبت باشد:

$$y' = 3mx^2 + 2x + 2m$$

۷۲/۱۲ - از اصغر کرامت ششم ریاضی دبیرستان
فردوسي رضائیه

اولاً اگر $\tan \beta = 2\sqrt{2} \tan 3x$ باشد نسبتهاي مثلثاتي
دیگر کمانهاي حاده α و β را تعیین کنيد.

ثانیاً جوابهاي معادله زير را بر حسب α و β بدست آوريد:

$$\sqrt{2} \sin 7x - 3 \cos 7x = 2\sqrt{14} \cos 3x + \sqrt{2} \sin 3x$$

حل - اولاً بسادگي معلوم خواهد شد که:

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{58}} = \frac{3\sqrt{58}}{58} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{58}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{58}}{58}$$

$$\sin \beta = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{29}} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{29}}{29} \quad \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{29}}{29}$$

ثانیاً طرفين معادله را بر $\sqrt{58}$ تقسيم می کنيم:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{58}} \sin 7x - \frac{3}{\sqrt{58}} \cos 7x =$$

$$\frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{58}} \cos 3x + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{58}} \sin 3x$$

با توجه به قسمت اولاً داريم:

$$\cos \alpha \sin 7x - \sin \alpha \cos 7x = \sin \beta \cos 3x + \cos \beta \sin 3x$$

$$\sin(7x - \alpha) = \sin(3x + \beta)$$

$$7x - \alpha + (3x + \beta) = 2k\pi + \pi$$

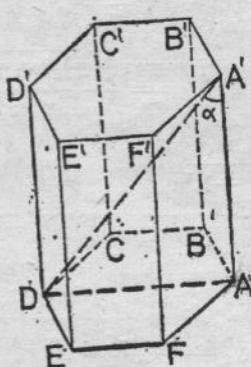
$$7x - \alpha - (3x + \beta) = 2k\pi$$

$$x = \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{10} + \frac{\alpha + \beta}{10}$$

$$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\alpha + \beta}{4}$$

۷۲/۱۳ - ترجمه فتح الله زرگوي

بزرگترین قطریک منشور منتظم با قاعده شش ضلعی، به طول d بوده و با يال جانبی زاویه α می سازد. سطح جانبی و حجم اين منشور را بر حسب d و α حساب کنيد.



حل - از هر رأس منشور مثلاً A' ، $A'E'$ می توان سه قطر ($A'C$, $A'D$) را رسم کرد. تصاویر اين قطرها بر صفحه قاعده به ترتيب AD و AE و AC قطع های شش ضلی قاعده می باشند.

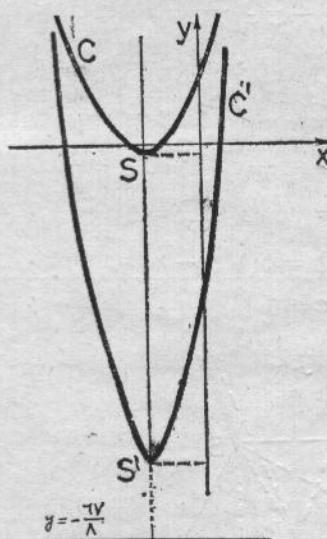
حل - اولاً داريم:

$$y' = 4x + 3$$

x	$-\infty$	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	•	$+\infty$
y'	--	•	+			
y	$+\infty$	$\downarrow 0$	$\downarrow -\frac{1}{4}$	$\nearrow 0$	$\nearrow 1$	$\nearrow +\infty$

$$y' = 8x + 6$$

x	$-\infty$	$-\frac{3 - \sqrt{17}}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3 + \sqrt{17}}{4}$	$+\infty$
y'	--	•	+		
y	$+\infty$	$\downarrow 0$	$\downarrow -\frac{17}{4}$	$\nearrow -2$	$\nearrow 0$



منحنیهای نمایش هندسی
دوتابع به شکل مقابل است.
ثانیاً فرض می کنیم
خواهیم داشت $P(x, y)$

$$m_{PS} = \frac{y+1}{8x+6}, \quad m_{PS'} = \frac{4y+17}{4x+3}$$

$$m_{PS} = 2m_{PS'} \Rightarrow y = -\frac{67}{8} \quad \text{یا} \quad x = -\frac{3}{4}$$

مکان P عبارتست از دو خط که یکی از آنها همان SS' است و دیگری خط \triangle موازی با محور y است بقسمی که S' از آن و از آن و از S متساوی الفاصله می باشد.

هرگاه زاویه SPS' قائم باشد P بر دایره به قطر SS' قرار خواهد داشت اما این دایره هیچگاه خط \triangle را قطع نمی کند و خط SS' را در همان نقاط S و S' قطع می کند.

حل مسائل کلاس ششم طبیعی

۷۲/۱۵ - بافرض $(\alpha = 60^\circ)$ اولاً شش ضلعی منتظم ABCDEF را در صفحه محورهای مختصات رسم کنید و مختصات رأسهای دیگر آن را بدست آورید.
ثانیاً هذلولی درنظر می‌گیریم که D کانونهای آن بوده از چهار رأس دیگر شش ضلعی مزبور می‌گذرد. مشخصات این هذلولی و معادله آنرا تعیین کرده آنرا رسم کنید.

حل - اولاً اگر ABCDEF شش ضلعی مطلوب باشد

در مثلث متساوی الاضلاع ABO داریم:

$$OH = \frac{OA}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad BH = \frac{OB\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

نتیجه می‌شود:

$$B\left(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{و} \quad C\left(-\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$$

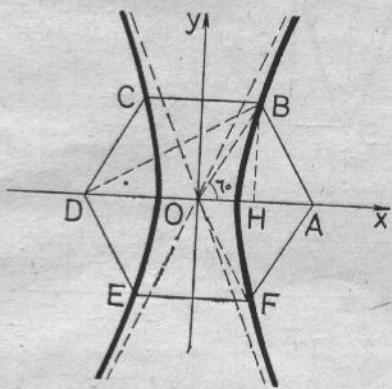
$$E\left(-\frac{5}{2}, -\frac{5\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{و} \quad F\left(\frac{5}{2}, -\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$$

ثانیاً داریم:

$$BD' = AD' - AB' = 75 \quad \text{و} \quad BD = 5\sqrt{3}$$

$$BD - BA = 5\sqrt{3} - 5 = 5(\sqrt{3} - 1)$$

$$2c = AD = 10 \Rightarrow c = 5$$



در هذلولی مورد نظر داریم:

$$2a = BD - BA \Rightarrow a = \frac{5(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

$$b' = c' - a' = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad \text{و}$$

$$\frac{x'}{a'} - \frac{y'}{b'} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{x'}{25(4 - 2\sqrt{3})} - \frac{y'}{50\sqrt{3}} = 1$$

$$x'\sqrt{3} - (2 - \sqrt{3})y' = 25(2\sqrt{3} - 3)$$

از خطوط مایل مرسوم از یک نقطه بر یک صفحه آنکه بعد از پای عمودی‌تر باشد بزرگتر است و چون AD بزرگترین قطر شش ضلعی ABCDEF است پس $A'D$ بزرگترین قطر منشور

مفروض می‌باشد،

در مثلث $AA'D$ داریم:

$$AA' = AD \cos \alpha = d \cos \alpha \quad \text{و} \quad AD = d \sin \alpha$$

طول هر ضلع و همچنین شعاع دایره محیطی شش ضلعی

به طول $\frac{d \sin \alpha}{2}$ است پس مساحت آن S می‌شود:

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{d \sin \alpha}{2} \times \frac{d \sqrt{3} \sin \alpha}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{8} d^2 \sin^2 \alpha$$

$$h = AA' = d \cos \alpha \quad \text{و}$$

$$V = Sh = \frac{3\sqrt{3}}{8} d^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha$$

۷۲/۱۶ - ترجمه زرگری

در صورتی که مساحت سطح جانبی یک هرم منتظم مربع-

القاعده S و طول ارتفاع آن h باشد طول ضلع قاعده هرم را پیدا کنید.

حل - اگر

مربع ABCD قاعده

هرم منتظم SABCD

باشد به فرض اینکه طول

ضلع این مریع x باشد

داریم:

$$BC = x \quad \text{و}$$

$$HK = \frac{x}{2}$$

در مثلث SHK داریم:

$$SK = \sqrt{SH^2 + HK^2} = \sqrt{h^2 + \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2}}{2}$$

$$S = 4BC \times \frac{SK}{2} = x \sqrt{4h^2 + x^2}$$

$$x^2 + 4h^2 - S^2 = 0$$

$$x = \sqrt{-2h^2 + \sqrt{4h^2 + S^2}}$$

(X نمی‌تواند منفی باشد از این جهت فقط جواب مشتب

معادله اختیار شده است).

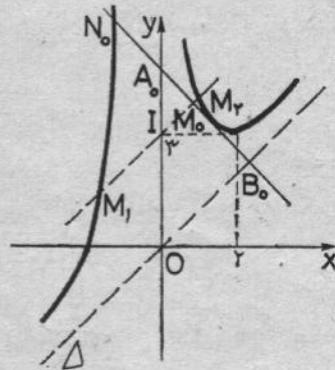
و از این راه طریقہ ترسیم هندسی مماس T و همچنین مماس دیگر T' را که از M بر منحنی رسم می شود بدست آورید.

۳) مساحت سطح محصور بین منحنی C و خط Δ و دو خط به معادلات $x=2$ و $x=\lambda > 2$ را بر حسب λ حساب کرده و حد آنرا وقتی $\lambda \rightarrow +\infty$ تعیین کنید.

۴) منحنی C_a نمایش هندسی تابع زیر را در نظر می گیریم:

$$y = x + \frac{4a^2}{x^2}, \quad a \neq 0$$

ثابت کنید که هر منحنی C_a از روی منحنی C با یک تجانس به مرکز O بدست می آید. معادله مکان هندسی نقطه P از C_a را پیدا کنید که مماس در آن نقطه بر منحنی با X' موازی است.



حل - ۱) تابع

به ازاء $x = 0$ نامعین $y = 0$ و منفصل و به ازاء بقیه مقادیر x معین و اتصالی است. خط $y = x$ مجانب قائم و خط $y = x + h$ مجانب مایل منحنی است. مشتق تابع

$$y' = 1 - \frac{\lambda}{x^2} = \frac{x^2 - \lambda}{x^2} = \frac{(x-2)(x+2+\lambda)}{x^2}$$

در ازاء $x = 2$ صفر شده و در ازاء دو مقدار $x = 0$ و تغییر علامت می دهد. جدول تغییرات و شکل منحنی به قرار زیر است:

x	$-\infty$	$-\sqrt{-\lambda}$	0	2	$+\infty$
y'		+		- 0 +	
y	$-\infty$	$\nearrow 0 \nearrow +\infty$	$+ \infty$	$\nearrow 3 \nearrow +\infty$	

معادله خط غیر مشخصی که با Δ موازی باشد

است و داریم:

$$\frac{x^2 + 4}{x^2} = x + h$$

$$hx^2 - 4 = 0$$

این معادله وقتی ریشه حقیقی دارد که $h < 0$ باشد و چون مجموع ریشه های آن صفر است پس طول نقطه I برابر صفر بوده و مکان I عبارت می شود از نیم محور Oy

۷۲/۱۶ - در مثلث ABC اندازه زاویه C برابر با

۶۰ درجه و زاویه A حاده بوده $\sin A = \frac{2}{3}$ است. به فرض $\sin B$ اولاً و ثانیاً اندازه های $b = BC = \lambda$ را حساب کنید.

حل - داریم:

$$B = 180^\circ - (60^\circ + A) = 120^\circ - A$$

$$\sin B = \sin(120^\circ - A) =$$

$$\sin 120^\circ \cos A - \cos 120^\circ \sin A$$

$$\sin A = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos A = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{15} + 2}{6}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \left(\lambda \times \frac{\sqrt{15} + 2}{6} \right) \div \frac{2}{3} = 2\sqrt{15} + 4$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \left(\lambda \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \div \frac{2}{3} = 6\sqrt{3}$$

حل مسائل کلاس ششم ریاضی

۷۲/۱۷ - ترجمه از فرانسه

تابع زیر مفروض است:

$$y = x + \frac{4}{x^2}$$

۱) جدول تغییرات و منحنی C نمایش هندسی تابع را رسم کنید. اگر Δ مجانب مایل منحنی باشد خط متغیری در نظر می گیریم که همواره در امتداد Δ است و منحنی را در نقطه M_1 و M_2 قطع می کند. معادله مکان I وسط M_1M_2 را پیدا کنید.

۲) نقطه M به طول x از منحنی را در نظر می گیریم و در این نقطه مماس T را بر منحنی رسم می کنیم که این مماس محورها را در A و B و خط Δ را در O و منحنی را مجددآ در N قطع می کند. ثابت کنید که:

$$\frac{M_A}{M_B} = -2 \quad \text{و} \quad \frac{N_A}{M_B} = \frac{M_B}{N_B}$$

مذبور مجانس محور y' را تعیین کنیم از تلاقی آن با \triangle نقطه B_1 و از آنجا خط A_1B_1 یعنی مماس مطلوب مشخص می‌شود.

(۳) برای تعیین سطح مورد نظرتابع زیر را در نظر می‌گیریم:

$$f(x) = \left(x + \frac{4}{x^2}\right) - x = \frac{4}{x^2}$$

$$F(x) = -\frac{4}{x} + C$$

$$S = F(\lambda) - F(2) = -\frac{4}{\lambda} + 2$$

$$\lambda \rightarrow +\infty : \lim S = 2$$

(۴) اگر (x, y) و $M(x, y)$ نقطه غیر مشخصی از منحنی C و (x', y') مجانس آن در تجانس به مرکز O و به نسبت k باشد داریم:

$$x' = kx \quad y' = ky \implies x = \frac{x'}{k} \quad y = \frac{y'}{k}$$

$$y = x + \frac{4}{x^2} \implies \frac{y'}{k} = \frac{x'}{k} + \frac{4}{k^2} : \frac{x'^2}{k^2}$$

$$y' = x' + \frac{4k^2}{x'^2}$$

به ازاء $k = a$ نتیجه می‌شود که منحنی C_a از روی منحنی C در تجانس به مرکز O و به نسبت a بددست می‌آید. نقطه P_a از منحنی C_a که مماس در آن نقطه بر منحنی با محور X' موازی باشد مجانس نقطه P از منحنی C است که همین خاصیت را دارد و چون (۲) و (۳) است پس مکان P_a خط OP به معادله $y = \frac{3}{2}x$ می‌باشد.

۱۸/۲۲- ترجمه فتح الله زرگری

مثلث ABC در دایره به مرکز O محاط است و اندازه زاویه A از آن 50° درجه می‌باشد. خطوط CO و BO ضلعهای مقابل را به ترتیب در D و E قطع می‌کنند. اگر اندازه زاویه CDE برابر 5° درجه باشد، اندازه زاویه ADE را حساب کرده نتیجه بگیرید که مثلث ADE متساوی الساقین است.

توجه - در چاپ صورت مسئله این موضوع که اندازه زاویه CDE برابر 5° است از قلم افتاده است).

(۲) معادله مماس بر منحنی در نقطه M_0 به طول x_0 عبارت می‌شود از:

$$y - (x_0 + \frac{4}{x_0^2}) = (1 - \frac{\lambda}{x_0^2})(x - x_0)$$

$$y = (1 - \frac{\lambda}{x_0^2})x + \frac{12}{x_0^2}$$

طول نقطه B_1 از معادله زیر بددست می‌آید:

$$x = (1 - \frac{\lambda}{x_0^2})x + \frac{12}{x_0^2} \implies x = \frac{3}{2}x_0$$

همچنین داریم:

$$A(x=0, y=\frac{12}{x_0^2})$$

طول N_0 از معادله زیر بددست می‌آید:

$$x + \frac{4}{x^2} = (1 - \frac{\lambda}{x_0^2})x + \frac{12}{x_0^2}$$

$$2x^2 - 3x_0x^2 + x_0^2 = 0$$

این معادله با توجه به اینکه ریشه مضاعف x_0 دارد چنین

می‌شود:

$$(x - x_0)^2(2x + x_0) = 0 \implies x_{N_0} = -\frac{x_0}{2}$$

اگر N_0, B_0, M_0 و O به ترتیب تصاویر نقاط A, B, M و N بر محور X' باشد داریم:

$$\frac{M_0A_0}{M_0B_0} = \frac{M_0'O}{M_0'B_0} = \frac{-x_0}{\frac{3}{2}x_0 - x_0} = -2$$

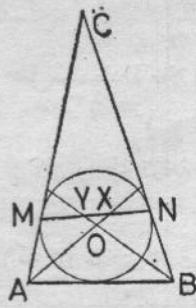
$$\overline{N_0A_0} = \overline{M_0B_0} \iff \overline{N_0O} = \overline{M_0B_0}$$

$$\overline{N_0O} = \frac{x_0}{2} \quad M_0'B_0 = \frac{3}{2}x_0 - x_0 = \frac{x_0}{2}$$

نتیجه می‌گیریم که هر گاه در نقطه غیر مشخص M از منحنی معناسی بر آن رسم کنیم که منحنی را مجدداً در N و \triangle B در B و محور y' را در A قطع کند A و M و N بین B و O قرار داشته وداریم:

$$NA = \frac{1}{2}AM = MB = \frac{1}{4}NB$$

معناسی در نظر می‌گیریم که در M بر منحنی مماس شده و آنرا مجدداً در M قطع می‌کند. اگر A_1, B_1 نقاط تلاقی این مماس با y' و \triangle باشد نقطه B_1 مجانس نقطه B در تجانس به مرکز M و به نسبت $4 + 1$ است. هم اگر در تجانس



اندازه زاویه $\angle AOB$

$$\text{برابر } 90^\circ + \frac{C}{2} \text{ و}$$

اندازه زاویه $\angle AMN$

$$\text{نیز برابر } 90^\circ + \frac{C}{2}$$

است و از آنجا اندازه

$$\text{زاویه } \angle AXM \text{ برابر } \frac{B}{2}$$

بوده و در مثلث AMX داریم:

$$\frac{MX}{AM} = \frac{\sin \frac{A}{2}}{\sin \frac{B}{2}} \quad (1)$$

اما می‌دانیم که:

$$\begin{aligned} AM &= p - a = \frac{b + c - a}{2} = \frac{a}{2} \times \frac{\sin B + \sin C - \sin A}{\sin A} \\ &= \frac{a}{2} \left(4 \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \right) \div 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \\ &= \frac{a \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \end{aligned}$$

این مقدار AM را در رابطه (1) منظور می‌کنیم نتیجه می‌شود:

$$MX = a \sin \frac{C}{2} \quad (2)$$

به طریق مشابه خواهیم داشت:

$$NY = b \sin \frac{C}{2} \quad (3)$$

$$XY = MX + NY - MN$$

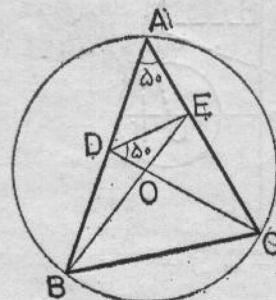
$$\begin{aligned} XY &= (a + b) \sin \frac{C}{2} - 2(p - c) \sin \frac{C}{2} = \\ &= c \sin \frac{C}{2} \quad (4) \end{aligned}$$

از روابط (2) و (3) و (4) نتیجه می‌شود:

$$\frac{MX}{a} = \frac{NY}{b} = \frac{MN}{c}$$

- از ۱۲۰ آقا ابراهیمیان دانشجوی دانشگاه آریامهر

ثابت کنید که به فرض $y \neq x$ معادله زیر جواب



حل- اندازه زاویه $\angle ADE$ را x° فرض می‌کنیم، در این صورت داریم: $ODB = 130^\circ - x$ و $OBD = x - 30^\circ$ و $OEC = x - 20^\circ$ و $OCE = 80^\circ - x$ در مثلثهای

و OBD و OEC بنا به قضیه سینوسها داریم: $OE = \frac{R \sin(x - 30^\circ)}{\sin(x + 20^\circ)}$ و $OD = \frac{R \sin(x - 20^\circ)}{\sin(x + 30^\circ)}$

و در مثلث ODE داریم: $\frac{OD}{OE} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 50^\circ}$

و نتیجه می‌شود:

$$\frac{\sin(80^\circ - x) \sin(80^\circ + 20^\circ)}{\sin(50^\circ - x) \sin(50^\circ + 30^\circ)} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 50^\circ} = \frac{1}{2 \sin 50^\circ}$$

$$\frac{\cos 50^\circ - \cos(2x - 10^\circ)}{\cos(2x - 30^\circ) + \cos 50^\circ} = \frac{1}{2 \sin 50^\circ}$$

بعد از اختصار خواهیم داشت.

$$\sin 20^\circ = \sqrt{3} \cos 2x + \sin(2x + 40^\circ)$$

با توجه به رابطه زیر که به سادگی محقق می‌شود:

$$\sin 20^\circ = \sin 40^\circ - \sin 10^\circ \operatorname{tg} 60^\circ$$

خواهیم داشت:

$$\cos(x + 40^\circ)[\sqrt{3} \cos(x - 40^\circ) + \sin x] = 0$$

اما چون $0^\circ < x < 80^\circ$ است مقدار داخل کروشه مثبت

است و در نتیجه داریم.

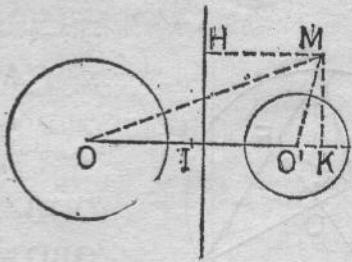
$$\cos(x + 40^\circ) = 0 \implies x = 50^\circ$$

۷۲/۱۹ - ترجمه زدگوی

در مثلث ABC نقاط M و N به ترتیب نقاط تماس دایرة محاطی داخلی با ضلعهای AC و BC است. خط MN نیمسازهای داخلی زاویه های A و B را به ترتیب در X و Y قطع می کند. ثابت کنید که مساحت قطعه خط XY با ضلعهای مثلث متناسبند.

حل- اگر O مرکز دایرة محاطی داخلی مثلث باشد

صحیح ندارد:



$$MO' - R') + (MO'^2 - R'^2) =$$

$$= \frac{d^2}{4} + 2MI^2 - (R^2 + R'^2)$$

$$p + p' = 2MI^2 + \frac{d^2}{4} - (R^2 + R'^2)$$

$$p - p' = 2\overline{OO'} \cdot \overline{HM}$$

$$4pp' = (p + p')^2 - (p - p')^2$$

$$4pp' = (2MI^2 + \frac{d^2}{4} - R^2 - R'^2)^2 - 4d^2 \cdot HM^2$$

(۲) با مفروضات داده شده داریم:

$$4pp' = (2MI^2 + \frac{d^2}{4} - 2R^2)^2 - 4d^2 \cdot HM^2 = \\ = 4d^2 MK^2$$

در این حالت چون I بر \triangle واقع است داریم:

$$HM^2 + MK^2 = IM^2$$

و رابطه بالا چنین خواهد شد:

$$(2MI^2 + \frac{d^2}{4} - 2R^2)^2 - 4d^2 MI^2 = 0$$

بعد از انجام عملیات لازم نتیجه خواهد شد:

$$[2MI + (d + 2R)][2MI + (d - 2R)] \times [2MI - (d + 2R)][2MI - (d - 2R)] = 0$$

سه حالت درنظر

می‌گیریم:

d > 2R - I

باشد هریک از عبارتهای

داخل کروشهای اول

ودوم مشتبه هستند و در

نتیجه یکی از دورابطه

زیر را خواهیم داشت:

$$2MI - (d + 2R) = 0$$

$$MI = \frac{d}{2} + R$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2$$

حل - معادله بالا به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(x^2 - y^2)^2 + 2xy = (x - y)^2$$

از این رابطه نتیجه می‌شود که باید داشته باشیم:

$$xy = m(x - y)^2$$

که m عددی است صحیح) و در نتیجه خواهیم داشت:

$$1 + 2m^2 = x^2 - y^2$$

$$(x^2 + y^2)^2 = 4xy + (x^2 - y^2)^2$$

$$(x^2 + y^2)^2 = 4m^2(x^2 - y^2)^2 + (x^2 - y^2)^2$$

$$(x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2)^2(4m^2 + 1)$$

رابطه اخیر وقیع برقرار است که $4m^2 + 1$ مربع کامل

یک عدد صحیح باشد و چون $4m^2 + 1$ مربع کامل یک عدد صحیح

است مجموع آن با عدد یک، مربع کامل نخواهد بود. پس رابطه

اخیر و از آنجا رابطه مفروض به ازاء هیچ مقادیر صحیح x و y بر

قرار نخواهد بود.

۷۲/۲۱ - فرستنده: علی رئیس زاده از دبیرستان غزالی

رسانی

عدد صحیح X چگونه باشد تا عدد:

$$A = 13^{2n+1} + 5^{4n+2} + X$$

در ازاء جمیع مقادیر n مضرب ۷ باشد.

حل - عدد A را به ترتیب چنین می‌نویسیم:

$$A = 13 \times 169^n + 25 \times 125^{2n} + X$$

$$= 13(24 \times 7 + 1)^n + 25(18 \times 7 - 1)^{2n} + X$$

$$= (13 + 25 + X)^{2n} + X$$

$$3 + X = 7k \implies X = 7k - 3$$

۷۲/۲۲ - ترجمه از فرانسه

در یک صفحه دو دایره به مرکزهای O و O' و به شعاعهای R و R' با طول خطالمرکزین $OO' = d$ مفروض است. نقطه M را در صفحه دو دایره در نظر گرفته قوت آنرا نسبت به دایره O با p و نسبت به دایره O' با p' و تصویر M را بر محور اصلی دو دایره با H و بر خطالمرکزین دو دایره با K نشان می‌دهیم؛

۱) مقادیر p + p' و pp' را حساب کنید.

۲) به فرض $R' = R = M$ را تعیین کنید بنابر آنکه

$$pp' = d^2 \cdot MK'$$

داشته باشیم:

حل - به فرض آنکه I وسط OO' باشد داریم:

$$MO^2 + MO'^2 = \frac{d^2}{4} + 2MI^2$$

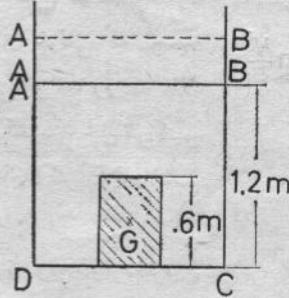
همچنین عمود منصف BK از S می‌گذرد. نتیجه می‌شود خطی که در H بر MA و خطی که در K بر MB عمود شود یکدیگر را در F قطع می‌کنند که قرینه O نسبت به S بوده و بر X' واقع است. بنابراین خطوط MA و MB بر سهی P مماس می‌باشند که F کانون آن و \triangle مماس در رأس آن است.

حل مسائل فیزیک

ترجمه و انتخاب توسط: هوشنگ شریفزاده

۷۲/۲۴- برای کلاس‌های چهارم

ظرف استوانه‌ای شکلی به مساحت قاعده 50×20 مترمربع تا ارتفاع $1/2$ متر آب دارد. جعبه‌ای سنگین به ارتفاع $1/6$ متر و با مساحت قاعده $1/5$ مترمربع و به وزن 200 kgf در ته این ظرف داخل آب قرار دارد. برای بیرون آوردن این جعبه از داخل آب حداقل چه مقدار کار باید انجام داد؟ از انواع مقاومتها صرف نظر می‌شود.



حل - فرض

MS کنیم ABCD مقطعی از ظرف است. سطح اولیه آب را پیش از آنکه جعبه در ظرف آب گذاشته شود نشان می‌دهد.

وقتی که جعبه در ظرف قرار می‌گیرد، سطح آب تا A'B' بالا می‌آید، بطوری که حجم بین AB تا A'B' برابر حجم جعبه یعنی $0.1m^3 \times 0.6 = 0.06m^3$ است.

بنابراین ارتفاع AA' برابر $0.06 / 0.1 = 0.6$ است.

اما در ضمن خارج شدن جعبه از آب، سطح آب از A'B' به AB سقوط می‌کند. بنابراین جعبه فقط باید به اندازه $1/2m$ بالا باید تا از آب خارج شود.

انرژی پتانسیلی که جعبه بدست می‌آورد:

$$300 \times 1/2 = 240 \text{ kgm}$$

بر اثر خروج جعبه از آب، مرکز ثقل آب بین AB و A'B' به سطح G سقوط می‌کند. G مرکز ثقل جعبه در هنگامی است که در تعطیف قرار دارد. بین مرکز ثقل آب چابه‌جا شده به اندازه $m/0.5 = 1/0.5$ پایین می‌آید.

$$2MI - (d - 2R) = 0$$

$$MI = \frac{d}{2} - R$$

مکان M عبارت خواهد بود از دو دایره به مرکز I که هریک مطابق باشکل بالا بر دو دایره مفروض مماس می‌باشند.

$$d - 2R < MI < d$$

باشد هریک از عبارتهای داخل کروشهای اول و چهارم مشت بوده و از صفر شدن عبارتهای کروشهای دوم یا سوم نتیجه خواهد شد.

$$MI = R + \frac{d}{2} \quad \text{یا} \quad MI = R - \frac{d}{2}$$

در این حالت مکان M دو دایره به مرکز I است که مطابق باشکل بر دایره‌های مفروض مماس می‌باشند.

-III- هر گاه $d = 2R$ باشد یعنی دایره‌های مفروض برهمنم مماس خارج باشد مکان M عبارتست از نقطه I و دایره به مرکز I و بدشاع $2R$

در هر حال مکان M عبارتست از دو دایره به مرکز I و مماس بر دو دایره مفروض.

۷۲/۲۳- ترجمه از فرانسه

در یک صفحه دو خط عمود برهم $x'x$ و $y'y$ و نقطه ثابت S بر $x'x$ و نقطه متغیر M بر $y'y$ مفروض است. دایره Γ به قطر OM را رسم می‌کنیم و از S به مرکز این دایره وصل می‌کنیم که آنرا در A و B قطع می‌کند. ثابت کنید با تغییر مکان M خطوط MA و MB بر سهی $x'x$ و $y'y$ مماس باقی می‌مانند.

حل - در

S خط را عمود بر $x'x$ رسم می‌کنیم که MA و MB را در H و K قطع می‌کند. مثلثهای KHS و ASH به BSK و ASH قطع می‌کنند. مثلثهای BIM و AIM ترتیب با مثلثهای BIM و AIM متشابهند و هریک از مثلثهای مذبور متساوی الساقین بوده عمود منصف AH و

$$v = r\omega = r \times 2\pi m$$

$$\frac{r^2 \times 4\pi m^2}{r} (\cos\theta - \mu \sin\theta) = g \sin\theta + \mu g \cos\theta$$

مقدار ماکزیمم :

$$n_{\text{Max}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r} \left(\frac{\sin\theta + \mu \cos\theta}{\cos\theta - \mu \sin\theta} \right)}$$

برای حالتی که جسم می‌خواهد رو به پائین حرکت کند جهت f روبه بالا است و سایر قسمتهای مسئله عیناً مانند حالات قبل است. مگر اینکه در فرمول (۱) به جای f ، $-f$ – قرار می‌دهیم و برای n مقدار مینیمم می‌شود :

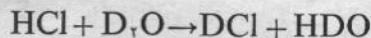
$$n_{\text{Min}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r} \left(\frac{\sin\theta - \mu \cos\theta}{\cos\theta + \mu \sin\theta} \right)}$$

حل مشائل شیمی

ترجمه و انتخاب توسط : باقر مظفر زاده

۷۲/۲۶ - آب سنگین را بر 73 گرم کلوروئیدرزن اثر

می‌دهند. واکنش به این صورت جریان پیدا می‌کند :



پس از مدتی جرم کلوروئیدرزن اولیه به $\frac{73}{5} = 14.6$ گرم افزایش پیدا می‌کند. معین کنید چه مقدار HCl به DCl تبدیل شده است.

حل - از تبدیل یک مولکول گرم HCl به یک مولکول گرم DCl ، یک گرم ($\frac{73}{5} - 14.6 = 37.4$) اضافه وزن پیدا می‌شود. بنابراین اگر 15 گرم ($73 - 14.6 = 58.4$) HCl به DCl تبدیل شده است.

۷۲/۲۷ - آیا تمام مواد از مولکول تشکیل یافته‌اند.

پاسخ - تمام مواد ساختمان مولکولی ندارند. ترکیبات یونی به حالت جامدیا گذاخته مانند NaCl و K_2SO_4 ساختمان مولکولی ندارند، بلکه از یونهای مثبت و منفی تشکیل می‌یابند. همچنین در موردی که شبکه اتمی (مانند الماس) یا فلزی (فلزات) دارند، نمی‌توان اصطلاح مولکول را بکار برد.

۷۲/۲۸ - از ترکیب دو عنصر A و B ماده C تشکیل شده است. ماده A جامد است و جریان برق را بخوبی

وزن آب جابجا شده برابر :

$$0.1^3 \times 0.1^2 \times 1000 = 60 \text{ kgf}$$

است. بنابراین کاهش انرژی پتانسیل آب برابر :

$$60 \times 1.05 = 63 \text{ kgm}$$

است. کار لازم برای خارج ساختن حبکه از داخل آن برابر اختلاف این دو مقدار انرژی پتانسیل یعنی برابر است با : $240 - 63 = 177 \text{ kgm}$

۷۲/۲۵ - برای کلاسهای ششم، فرستنده :

محمدداد سوشت دانشجوی دانشکده صنعتی

جسمی به جرم m به دیواره داخلی قیفی تکیه دارد.

قیف حول محور تقارن خودکه به‌موقع قائم است با سرعت n دور در ثانیه می‌چرخد. دیواره قیف بالف زاویه θ می‌سازد و ضریب اصطکاک بین جسم و دیواره قیف μ بوده سرکز جسم به فاصله L از محور می‌باشد. حداکثر و حداقل n چقدر باید باشد تا جسم روی دیواره قیف ساکن بماند.

حل - مسئله را برای حالتی که جسم می‌خواهد روبه بالا حرکت کند حل می‌کنیم تا حداکثر N بدست آید :

نیروهای وارد نیروی

گریز از مرکز $\frac{v^2}{r}$ و mg و f نیروی اصطکاک و N عکس العمل عمودی می‌باشد. با تصویر نیروها در امتداد N داریم

$$N = mg \cos\theta + m \frac{v^2}{r} \cos(90^\circ - \theta)$$

$$N = mg \cos\theta + m \frac{v^2}{r} \sin\theta$$

حال نیروها را در امتداد f تصویر می‌کنیم :

$$\begin{cases} f + mg \sin\theta = m \frac{v^2}{r} \cos\theta \\ f = \mu N \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu(mg \cos\theta + m \frac{v^2}{r} \sin\theta) + mg \sin\theta = m \frac{v^2}{r} \cos\theta$$

$$\frac{v^2}{r}(\mu \sin\theta - \cos\theta) = -g \sin\theta - \mu g \cos\theta$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} A = 2 \operatorname{tg}(A - a) &\Leftrightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{2MC}{AC} \\ &\Rightarrow BC = 2MC \end{aligned}$$

۷۲/۳۲-(ب) هر گاه اندازه‌های سه زاویه متشکلی به

تصابع حسابی باشند اندازه زاویه متوسط 60° درجه است و در این صورب هر گاه A° اندازه زاویه‌ای از این مثلث باشد چنانچه $a = 60^\circ$ باشد از دو زاویه دیگر فقط مجموع آنها 120° معلوم است و نمی‌توان آنها را مشخص کرد. اما صورتی که $a \neq 60^\circ$ و در ضمن $180^\circ < a < 120^\circ$ باشد اندازه زاویه سوم از مثلث $a^\circ - 120^\circ$ بوده و هر سه زاویه مشخص می‌شوند.

۷۲/۳۳-(ب) اگر AH ارتفاع مثلث ABC بوده

و داشته باشیم $AH = BH \cdot HC$ در این صورت اگر H و C و B واقع باشد مثلث در زاویه A قائم است اما اگر H خارج پاره خط BC باشد زاویه A قائم نخواهد بود. (در حالت اخیر تفاضل دو زاویه C و B برابر 90° بوده و مثلث شبه قائم نامیده می‌شود)

۷۲/۳۴-(ب) کلیه عده‌های سه رقمی (باشرط اینکه رقمهای آنها متفاوت باشند) که در آنها رقم دهگان و اسطمه هندسی دور قم دیگر باشد عبارتند از:

۱۲۴ و ۸۴۲ و ۲۴۸ و ۹۳۱ و ۱۳۹ و ۴۲۱

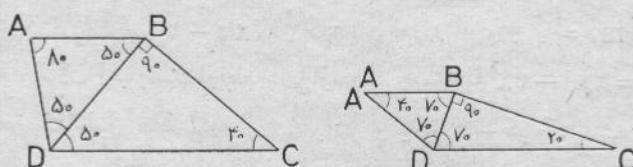
۷۲/۳۵-(ب) ذوزنقه‌ای در نظر می‌گیریم که قطر آن

بر یک مساوی آن عمود و اندازه زاویه مقابل به این قطر 40° و قاعده کوچکتر با ساق دیگر برابر باشد. بر حسب اینکه کدام قاعده با ساق برابر باشد و کدامیک از دو زاویه مقابل به قطر 40° باشد حالت‌های مختلف در نظر می‌گیریم:

حالت اول - مطابق باشکل الف فرض می‌کنیم که

در این حالت داریم: $DB \perp BC$, $C = 40^\circ$ و $AB = AD$

$$A = 80^\circ \text{ و } B = 140^\circ \text{ و } C = 40^\circ \text{ و } D = 100^\circ$$



حالت دوم - مطابق باشکل ب داریم:

$$AB = AD \text{ و } A = 40^\circ \text{ و } DB \perp BC$$

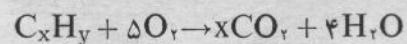
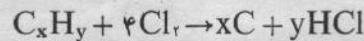
هدایت می‌کند. ماده B مایع است و جریان برق را هدایت نمی‌کند. ماده C در آب حل می‌شود و محلول آن بهرنگ آبی است و بر اثر عبور جریان برق از محلول آبی آن از نومواد A و B تولید می‌شود. مواد A و B را مشخص کنید.

پاسخ - ماده B برم است زیرا غیرفلز مایع در شرایط معمولی است. ماده A فلز است زیرا جریان برق را بخوبی هدایت می‌کند. از تأثیر فلز بر برم برومور فلز حاصل می‌شود. این فلز زیاد فعال نیست زیرا از عبور جریان برق در محلول آبی برومور آن دوباره بدست می‌آید. بعلاوه محلول نمگ آن بهرنگ آبی است و این رنگ از خصوصیات ترکیبات مس است.

۷۲/۲۹ - از سوختن یک حجم از یک تیاره کربور گازی شکل در کلر، چهار حجم کلر بکار می‌رود. یکی از محصولات این واکنش کردن است. بر اثر سوختن یک حجم از همین تیاره کربور در اکسیژن پنج حجم اکسیژن لازم می‌شود. حجمها در شرایط یکسان حرارت و فشار اندازه گیری شده است. این تیاره کربور را مشخص کنید.

حل - معادله سوختن تیاره کربور در کلر و اکسیژن

چنین است:



از معادله اول معلوم می‌شود که $y = 8$ و از معادله دوم برمی‌آید که $x = 3$ و در نتیجه فرمول ترکیب C_3H_8 است.

پاسخ تستهای ریاضی

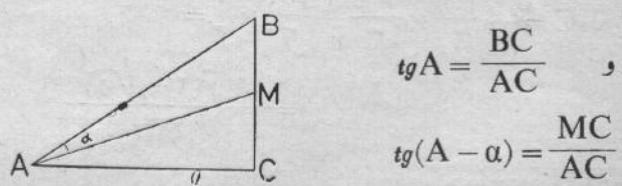
۷۲/۳۰-(ج) برای آنکه معادله درجه دوم:

$$mx^2 - (m+1)x - m + 1 = 0$$

دو ریشه مختلف العلامت داشته باشد لازم و کافی است که:

$$\frac{c}{a} = \frac{-m+1}{m} < 0 \Leftrightarrow m > 1 \text{ یا } m < 0$$

۷۲/۳۱-(ب) مطابق باشکل داریم:



$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{tg}(A - \alpha) = \frac{MC}{AC}$$

زیرا مشتق هر یک از آنها مثبت بوده و هیچگاه تغییر علامت نمی‌دهد:

$$y'_1 = \frac{2}{(-x+1)^2} > 0 \quad y'_2 = \frac{6}{(2x-3)^4} > 0$$

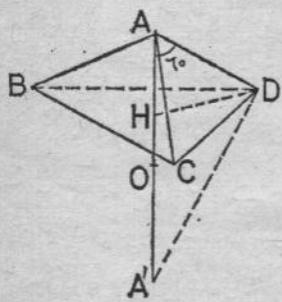
$$y'_3 = 3(x+2)^2 > 0$$

- ۸۲/۳۹ - (۵) هرگاه در چهار وجهی

داشته باشیم:

$$AB = AC = AD = a \quad BC = CD = DB$$

و زاویه اتفاقع AH با هریک از یالهای جانبی 60° درجه باشد



چون در صفحه ADH
در نقطه D خطی بر DA
عمود کنیم تا امتداد
قطع AH را در A' قطع
کند و سطح AA' از چهار
رأس چهار وجهی به یک فاصله
است. در مثلث ADA'
که زاویه D قائم و
زاویه A برابر 60°

است ضلع AD کوچکتر از ضلع DA' بوده و AH تصویر AD بر روی از AO نصف وتر کوچکتر می‌باشد.

$$-\text{۷۲/۴۰} - (\text{الف}) \text{ داریم } \sin B = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ و } B \text{ که زاویه}$$

مثلث است ممکن است حاده یا منفرجه باشد اما داریم:

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{\sqrt{5}} < \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow 30^\circ < B < 45^\circ$$

$$135^\circ < B < 150^\circ \quad \text{یا}$$

چون زاویه A از مثلث برابر 45° است پس $B < 135^\circ$ بوده و درنتیجه $30^\circ < B < 45^\circ$ است. برای هر یک از زاویه‌های A و B از مثلث یک اندازه وجود دارد پس برای زاویه C نیز یک اندازه وجود خواهد داشت داریم:

$$\sin B = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$C = 180^\circ - (45^\circ + B) = 135^\circ - B$$

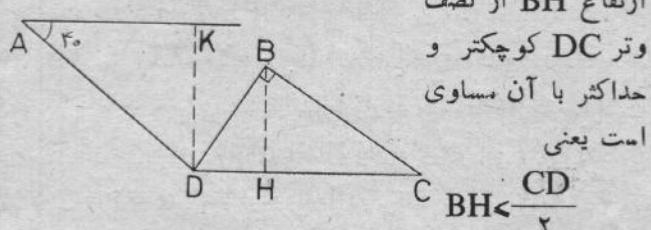
$$\cos C = \cos 135^\circ \cos B + \sin 135^\circ \sin B$$

$$\cos C = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{5})}{6}$$

$$B = 160^\circ \quad C = 20^\circ \quad D = 140^\circ$$

حالات سوم: اگر فرض کنیم که $AD = DC$ و $DB \perp BC$

و زاویه A برابر 40° باشد در مثلث قائم الزویه BDC



ارتفاع BH از نصف
وتر DC کوچکتر و
حداکثر با آن مساوی
است یعنی
و در مثلث قائم الزویه ADK ضلع DK که رویرو به زاویه
 40° است از نصف وتر AD بزرگتر است یعنی
از دو نامساوی اخیر نتیجه می‌شود که $DK > BH$ اما چون
 $BH = DK$ با AB موازی است. در این حالت
تناقض پیش می‌آید. پس وجود چنین ذوزنقه‌ای غیر ممکن است.
- ۷۲/۳۶ - (ج) در دو معادله :

$$E_1 : ax^2 + bx = 0$$

$$E_2 : (x+k)(ax^2 + bx) = 0$$

هر گاه $k = -\frac{b}{a}$ یا $k = 0$ باشد در این صورت جوابهای هر
یک از دو معادله صفر و $-\frac{b}{a}$ می‌باشد.

- ۷۲/۳۷ - (هیچکدام) از حذف y بین معادلات خط

وسهی داریم :

$$x^2 - 4x + 4 = mx$$

$$x^2 - (m+4)x + 4 = 0$$

خط و سهی وقتی متقاطعند یعنی نقطه P وقتی وجود دارد
که داشته باشیم :

$$\Delta = (m+4)^2 - 16 > 0 \Rightarrow m < -8 \quad \text{یا} \quad m > 0$$

از طرف دیگر از روی معادله بالا داریم :

$$P(x = \frac{m+4}{2}, y = \frac{m(m+4)}{2})$$

$$m = 2x - 4 \Rightarrow y = 2x^2 - 4x$$

$$m > 0 \quad \text{یا} \quad m < -8 \Rightarrow x > 2 \quad \text{یا} \quad x < -2$$

مکان P عبارتست از قطعه‌هایی از سهی به معادله $y = 2x^2 - 4x$ که طول نقاط آنها از ۲ بزرگتر و یا از ۲ کوچکتر باشد.

- ۷۲/۳۸ - (۵) هرسه تابع زیر همواره صعودی می‌باشد:

$$y_1 = \frac{x+1}{-x+1}, \quad y_2 = \frac{-1}{(2x-3)^2}, \quad y_3 = (x+2)^3$$

(۵) وقتی مثلث MTN متساوی الساقین باشد چون زاویه M از این مثلث قائم است پس هر یک از زاویه‌های دیگر آن 45° می‌باشد . یعنی مماس \triangle با محور Xها زاویه‌ای مساوی 45° یا 135° می‌سازد و مسئله بداین منجر می‌شود که بر منحنی نقطه M راچنان تعیین کنیم که ضریب زاویه مماس بر منحنی در آن نقطه 1 ± 1 باشد و به این ترتیب دونقطه M بدست می‌آید .

-۷۲/۴۴۵ (۵) به ترتیب داریم :

$$\frac{\sin(45^\circ - x)}{\sin(45^\circ + x)} = a \quad \text{یا} \quad \frac{\sin 45 \cos x - \cos 45 \sin x}{\sin 45 \cos x + \cos 45 \sin x} = a$$

$$\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = a \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1-a}{1+a} = \tan x$$

(۵) برای آنکه خط و منحنی بر هم مماس

$$\frac{hx' + 2}{x'^2 - 3} = x + h \quad \text{یابعد از اختصار}$$

$$= x - 3x - 3h - 1 = 0$$

$$4p^2 + 27q^2 = 4(-27) + 27(-3h - 1)^2 = 0$$

$$(3h + 1)^2 = 4 \Rightarrow h = \frac{1}{3} \quad \text{یا} \quad -1$$

-۷۲/۴۴۶ (الف) و تی $p^2 + 27q^2 = 0$ باشد

بوده و مشتق تابع یعنی :

$$y = \frac{3x^2 + p}{3(x^2 + px + q)}$$

در ازاء دو مقدار از X صفر می‌شود و در ازاء سه مقدار از X بینهایت می‌گردد . چون تابع در ازاء جمیع مقادیر X معین و اتصالی است و در ازاهه مقدار X فقط یک مقدار برای y بدست می‌آید پس منحنی در ازاهه مقدار X که ریشه‌های معادله $x^2 + px + q = 0$ باشند عطف داشته و مماس بر منحنی در این نقاط با محور y ها موازی است و علاوه بر آن یک ماسکیم و یک نیم دارد .

-۷۲/۴۷ (الف) هر گاه در مثلثی داشته باشیم

$$b = 5\sqrt{2} \quad \text{و} \quad a = 5 \quad \text{و} \quad A = 30^\circ$$

داشت :

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = 45^\circ \quad \text{یا} \quad 135^\circ$$

زاویه B باید از $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ کمتر و در عین حال از ۴۱۳ در صفحه

$$C = \text{Arcos} \frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{5})}{6}$$

$$tg(4x - y) = 1 \quad \text{و} \quad tg y = \frac{1}{239} \quad \text{هر گاه} \quad -72/41$$

باشد داریم :

$$\frac{tg 4x - tg y}{1 + tg 4x tg y} = 1 \quad \text{و} \quad tg y = \frac{1}{239}$$

$$\Rightarrow tg 4x = \frac{120}{119}$$

$$tg 4x = \frac{120}{119} = \frac{2 \tan 2x}{1 - \tan^2 2x}$$

$$2 \tan^2 2x + 119 \tan 2x - 60 = 0$$

$$\tan 2x = \frac{5}{12} \quad \text{یا} \quad -\frac{12}{5}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{5}{12} \quad \text{یا} \quad -\frac{12}{5}$$

$$5 \tan^2 x + 24 \tan x - 5 = 0$$

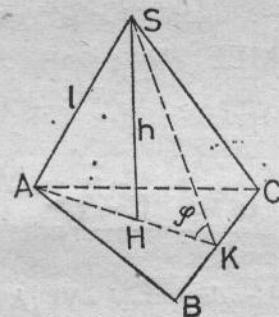
$$5 \tan^2 x - 5 \tan x - 6 = 0$$

یا

چون X حاده است جوابهای مثبت هر یک از این معادلات قابل قبول است و خواهیم داشت :

$$\tan x = \frac{1}{5} \quad \text{یا} \quad \frac{3}{2}$$

-۷۲/۴۲ (الف) اگر طول ارتفاع SH از هرم منتظم



مثلث القاعدة SABC

برابر h و طول بال جانبی

آن [وزاویه وجه جانبی با

صفحه قاعده φ باشد

چون H مرکز مثلث

Mتساوی الاضلاع

است اگر K وسط ضلع

BC باشد

$AH = \frac{1}{2}HK$ بوده و زاویه HKS همان φ می‌باشد . در مثلث SAH

$$AH = \sqrt{l^2 - h^2} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{2}$$

و در مثلث SHK داریم :

$$\tan \phi = \frac{SH}{HK} = h : \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{2} = \frac{2h}{\sqrt{l^2 - h^2}}$$

یکان دوره هفتم

مسئلہ پرائی حل

تصاعد هندسی بدهند دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x^r = y^r + z^r + 1 \\ x = y + z - 3 \end{cases}$$

۷۳/۶ - از سید جمال آشفته

نوع مثلثی را معلوم کنید که بین S مساحت، d_a و d'_a نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه A و a و b و c و ضلعهای آن رابطه زیر برقرار باشد:

$$S = \frac{a' d_a \sqrt{d'_a}}{4bc}$$

۷۳/۷ - از علیرضا علیپور دانشجوی فنی

روی ضلع DE از شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ نقطه M را بدفاصله $EM = x$ از E اختیار می کنیم. در صورتی که ضلع شش ضلعی مذکور به طول a و مساحت چند ضلعی $ABCDM$ برابر مساحت چند ضلعی $AMEF$ باشد مقدار x را برحسب n و a بحسب آورید و حدود n را معلوم کنید.

کلاس پنجم طبیعی

۷۳/۸ - فرستنده: علیرضا علیپور

در مثلث ABC که قاعده BC به طول 10 و ارتفاع AH به طول 6 است مستطیل $KLMN$ راچنان محاط کرده ایم که KL بر BC و M بر AC و N بر AB قرار دارد. اگر $KL = x$ و مساحت مستطیل بر ابربا y باشد، تابع y را برحسب x مشخص کرده نمایش هندسی آنرا رسم کنید.

۷۳/۹ - با معلوم بودن مقادیر زیر، مقدار $\operatorname{tg} y$ را حساب کنید:

$$\operatorname{tg}(4x + y) = \frac{-7\sqrt{2}}{19} \quad \text{و} \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

کلاس چهارم طبیعی

۷۳/۱ - معادله زیر را حل و معلوم کنید که غیر از 2

جواب حقیقی دیگری ندارد.

$$(x - 2)^2 = 6 - \frac{4}{x^2} - 2x$$

۷۳/۲ - از علیرضا علیپور دانشجوی دانشکده فنی تهران

در مثلث ABC اندازه زاویه A برابر 135° و $AC > AB$ است. از A عمودی بر AC اخراج می کنیم که ضلع BC را در D قطع می کند. ثابت کنید که:

$$\frac{1}{AD} = \frac{1}{AC} + \frac{\sqrt{2}}{AB}$$

کلاس چهارم ریاضی

۷۳/۳ - ترجمه فتح الله زرگوی

به فرض اینکه a مثبت باشد معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{a + \sqrt{a + x}} = x$$

۷۳/۴ - ترجمه زرگوی

اگر x' و x'' ریشه های معادله $x^2 - ax + a = 0$ باشند مقدار a را تعیین کنید برای آنکه $x'^2 + x''^2 = S$ کمترین مقدار را داشته باشد.

۷۳/۵ - از جواد فیض دانشجوی دانشکده فنی تبریز

هر گاه $\log_y x$ و $\log_z y$ و $\log_x z$ به ترتیب تشکیل

در وجوه SCA و SBC قراردارند. طول یال این مکعب را بر حسب a و h حساب کنید.

کلاس ششم طبیعی

-۷۳/۱۴ در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ از y از

کانون F خطی موازی خط هادی رسم می کنیم که سهمی را در نقاط M و N قطع می کند. مختصات این نقاط و طول MN را بدست آورید.

-۷۳/۱۵ منحنی نمایش هندسی تابع زیر را در فاصله

$1 < x < 1$ - رسم کنید.

$$y = \frac{\sin \pi x}{1 - 2 \cos \pi x}$$

کلاس ششم ریاضی

-۷۳/۱۶ تابع زیر مفروض است:

$$y = (x-a)\sqrt{(x-b)^2} \quad a \neq b$$

اولاً بدون محاسبه مشق تابع، معادله بمسان بر منحنی نمایش تابع را درهای از نقاط تلاقی آن با محور طولها بدست آورید و در صورتی که معادله یکی از این مسامها $y = x-3$ باشد مقادیر a و b را معلوم کنید.

ثانیاً بداعاء $a=3$ و $b=2$ جدول تغیرات و منحنی نمایش تابع را رسم کنید و مساحت سطح محصور بین منحنی و محور طولها را حساب کنید.

-۷۳/۱۷ از عبدالحسین ایمانی

ثابت کنید که در هر مثلث رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{A}{\sin \frac{a}{2}} + \frac{B}{\sin \frac{b}{2}} + \frac{C}{\sin \frac{c}{2}} = \frac{1}{2r}$$

-۷۳/۱۸ از مصطفی گودرزی طائمه

منحنی نمایش هندسی تابع زیر را رسم کنید:

$$y = \sqrt{1 \pm \sin 2x}$$

-۷۳/۱۹ از عبدالحسین ایمانی

ثابت کنید اگر N مجذور کامل باشد مجموع مجذورات مقسوم علیه های آن مضربی است از مجموع مقسوم علیه های آن.

-۷۳/۲۰ فرستنده ج. هنری راقفی از انگلستان

اولاً ثابت کنید که نظیر هر مثلث منفرج الزاویه ABC

-۷۳/۱۰ دو تابع زیر را در نظر می گیریم:

$$y = \frac{ax+1}{x-b} \quad y = \frac{bx+1}{x-a}$$

اولاً ثابت کنید برای آنکه هر یک از منحنی های C و C' نمایش هندسی این دو تابع، هذلولی باشد لازم و کافی است که $ab \neq -1$ باشد.

ثانیاً به فرض $a \neq b$ $ab \neq -1$ ثابت کنید که دو منحنی C و C' در هر حال در دونقطه متمایز M و N واقع بر نیمساز ربع اول و سوم محورها متقاطع بوده و در هر یک از این نقاط با یکدیگر زاویه قائم می سازند و به فرض $a+b = 2\tan 2\varphi$ نقاط M و N را بر حسب φ بدست آورید و در صورتی که مبدأ مختصات وسط MN واقع شود مقدار φ و مختصات نقاط M و N را تعیین کنید.

ثالثاً ثابت کنید که نقاط تلاقی دو به دو مجانبهای دو منحنی رأس های یک مربع می باشند. در حالتی که مساحت مربع مزبور ۱۶ واحد سطح و علاوه بر آن مبدأ مختصات در وسط MN واقع شده باشد مقادیر a و b را تعیین کرده منحنی های C و C' نظیر آنها را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

-۷۳/۱۱ از سید وحید خونساری

هر گاه داشته باشیم:

$$a = |\tan \beta \tan \gamma| \quad b = |\tan \gamma \tan \alpha| \quad c = |\tan \alpha \tan \beta|$$

$$\cot \alpha = \cot \beta + \cot \gamma \quad \cot \beta = \cot \gamma \cot \alpha$$

ثابت کنید که خواهیم داشت:

$$a = c(\sqrt{1 + 2 \sin 18^\circ}) \quad b = c(\sqrt{1 + 2 \sin 18^\circ})$$

-۷۳/۱۲ فرستنده سلمان نور آذر دانشجوی دانشکده صنعتی

سی خواهیم جسمی محدب تو خالی و سازیم به شکل مرکب از بدنه یک استوانه دوار و دونیمکره که درطریفین این استوانه واقع شده باشند. اگر حجم جسم مزبور مقدار ثابت V باشد مقدار R شعاع استوانه چقدر باید باشد تا مساحت سطح جسم مزبور می نیم باشد.

-۷۳/۱۳ در هرم منتظم SABC که قاعده آن مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a وارتفاع آن SH = h است مکعبی چنان محاط کرده ایم که یک قاعده آن در صفحه ABC، دور انس از قاعده دیگر آن دروجه SAB و دو رأس دیگر آن به ترتیب

و HCA دو به دو بربگانه عمودند.

۷۳/۲۱ فرستنده ج. منیر واقفی

ثابت کنید که از هر نقطه حداکثر سه خط قائم بر دایره‌ای می‌توان رسم کرد و سه نقطه پای سه قائم مزبور بر دایره‌ای واقعند که از رأس سهمی می‌گذرد. معادله مکان نقاطی را پیدا کنید که نظیر آنها دو خط قائم از سه قائم مزبور برهم منطبق باشند.

دایره‌ای وجود دارد که نسبت به آن هر ضلع مثلث قطبی رأس مقابل می‌باشد. ثابت کنید که H نقطه تلاقی ارتفاعات مثلث مرکز دایره مزبور بوده و شعاع آن برابر است با:

$$r = \sqrt{4R^2 \cos A \cos B \cos C}$$

ثانیاً مثلث حاد الزوايا ABC را در نظر می‌گیریم. در صورتی که H نقطه تلاقی ارتفاعات این مثلث باشد ثابت کنید سه دایره از نوع فوق الذکر نظیر مثلثهای HBC و HAB

مسئلہ ریاضی

۷۳/۲۴ هر گاه 'x' و ''x' ریشه‌های معادله:

$$x^2 + 2(m-2)x - m + 1 = 0$$

باشد. در این صورت ریشه‌های معادله:

$$x^2 - (3-2m)x + (2-m)(1-m) = 0$$

الف - عبارتنداز: $x_1 = x' + x''$ و $x_2 = x'x''$

$$x_2 = \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} \quad x_1 = x'x'' \quad \text{و}$$

$$x_2 = x' + x'' \quad x_1 = \frac{x'}{x''} + \frac{x''}{x'} \quad \text{ج -}$$

$$x_2 = \frac{x' + x''}{2} \quad x_1 = x'x'' \quad \text{د -}$$

۷۳/۲۵ مثلث قائم الزاویه‌ای که اندازه‌های ضلعهایش سه جمله متوالی از یک تصاعد هندسی باشند که قدر نسبت آن عدد منطق باشد؟

الف - به تعداد نامحدود وجود دارد.

ب - فقط یک عدد وجود دارد.

ج - حداکثر چهار عدد وجود دارد.

د - وجود ندارد.

۷۳/۲۶ رابطه:

$$\log(uv) = \log u \times \log v$$

الف - هیچگاه نمی‌تواند برقرار باشد.

ب - تنها وقتی برقرار است که: $u = v = 100$ باشد.

ج - بهاء زاء بینهایت مقادیر u و v برقرار است.

د - بهاء زاء جمیع مقادیر u و v برقرار است.

۷۳/۲۷ در مثلث ABC که $AC > AB > BC$ است بر امتداد

کلاس چهارم ریاضی

۷۳/۲۲ اگر معادله:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

دارای دو جواب حقیقی باشد، در این صورت معادله:

$$cx^2 + bx + a = 0$$

الف - بدون لزوم شرط دیگری دارای دو جواب حقیقی می‌باشد.

ب - با وجود شرط $c \neq 0$ دارای دو جواب حقیقی است.

ج - وقتی دارای دو جواب حقیقی است که علاوه بر شرط

$c \neq 0$ شرط دیگری نیز برقرار باشد.

د - جواب حقیقی نخواهد داشت.

۷۳/۲۳ برای تعیین مقادیر حقیقی x و y از معادله

$$(ax^2 + bx + c)^2 + (a'y^2 + b'y + c')^2 = 0$$

الف - فقط کافی است که داشته باشیم:

$$(b^2 - 4ac)(b'^2 - 4a'c') > 0$$

ب - لازم و کافی است که داشته باشیم:

$$b^2 - 4ac > 0 \quad b'^2 - 4a'c' > 0$$

ج - غیر از معادله بالا وجود یک معادله دیگر لازم است.

د - علاوه بر شرایط:

$$b^2 - 4ac > 0 \quad b'^2 - 4a'c' > 0$$

وجود شرایط دیگری نیز لازم است.

- b جمیع مقادیر را قبول می کند مکان P یک خط نامحدود باشد،
 الف - لازم و کافی است که $a > 0$ باشد.
 ب - لازم و کافی است که $a < 0$ باشد.
 ج - a برابر با هر مقادیر می تواند باشد.
 د - چنین چیزی ممکن نیست.

۷۳/۳۲ از نقطه (۱) A خطی با ضریب زاویه ای $m = \frac{x-1}{x+2}$ می گذرانیم که منحنی نمایش هندسی تابع y را در دو نقطه M و N قطع کند. اگر P وسط MN باشد وقتی مقادیر مختلف را قبول کند مکان P عبارت خواهد بود از:
 الف - یک خط نامحدود ب - یک پاره خط
 ج - دو نیم خط د - هیچکدام

۷۳/۳۳ برای آنکه تساوی:

$$m \operatorname{tg}^3 x = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(x+\alpha) + \operatorname{tg}(x+2\alpha)$$

نسبت به x یک اتحاد باشد؛
 الف - برای m فقط یک مقدار و برای α فقط یک مقدار بدمست می آید.
 ب - برای m بیش از یک مقدار و برای α فقط دو مقدار بدمست می آید.
 ج - برای m فقط یک مقدار و برای α دو مقدار بدمست می آید.

د - برای m و همچنین α مقادیر قابل قبول بدمست نمی آید.
۷۳/۳۴ در صورتی که داشته باشیم:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -1 + \sqrt{5} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} = \frac{6\sqrt{5} + 10}{5}$$

$$A = \frac{a}{\sin x} + \frac{b}{\cos x}$$

مقدار A برابر است با:

$$b - \frac{8\sqrt{5} + 10}{5}$$

الف - صفر

د - هیچکدام

$$j - \frac{(8\sqrt{5} + 10)b}{5}$$

۷۳/۳۵ فرض می کنیم که 'x' و "x" جوابهای معصوب بین صفر و π از معادله زیر باشند.

$$(m^2 + 1) \operatorname{tg} x + (m-1) \operatorname{tg}^2 x - m^2 + 5 = 0$$

برای اینکه $x' + x'' = 90^\circ$ باشد مقدار m باید برابر باشد با:

$$+ \sqrt{2} - \sqrt{2} \quad \text{ب} - \pm \sqrt{2} \quad \text{ج} - \sqrt{2}$$

د - برای m مقدار قابل قبول بدمست نمی آید.

صلح BC نقطه D را چنان انتخاب کردہ ایم که $DB = BC$ است و از D خطی بر نیمساز داخلی زاویه A عمود کردہ ایم که AB را در K و AC را در L قطع کرده است. نسبت

$\frac{CL}{BK}$ برابر است با:

$$\text{الف} - 2, \text{ب} - \frac{AC}{AB}, \text{ج} - \frac{1}{2}, \text{د} - \text{هیچکدام}$$

۷۳/۲۸ در دایره به شعاع R وتر AB چنان رسم شده است که مساحت قطعه دایره بین این وتر و کمان AB (کمانی که از نصف دایره کمتر است) برابر شده است با:

$$\frac{R^2}{12} (2\pi - 3\sqrt{3})$$

در این صورت طول وتر AB برابر است با:

$$\text{الف} - R\sqrt{3}, \text{ب} - R\sqrt{3}, \text{ج} - R, \text{د} - \text{هیچدام}$$

۷۳/۲۹ در مثلث ABC از نقطه D پای نیمساز AD عمودهای DK و DL را به ترتیب بر پل عهای AC و AB رسم کرده ایم. در صورتی که طول KL برابر باشد با نصف طول AD، اندازه زاویه A از مثلث برابر خواهد بود با:

$$\text{الف} - 60^\circ, \text{ب} - 15^\circ, \text{ج} - 30^\circ, \text{د} - \text{هیچکدام}$$

کلاس پنجم ریاضی

۷۳/۳۰ بر منحنی C نمایش هندسی تابع:

$$y = \frac{ax+b}{a'x+b'}$$

نقطه M را در نظر می گیریم و در این نقطه خطی بر منحنی مماس می کنیم که مجانب قائم آنرا در A و مجانب افقی آن را در B قطع می کند. اگر ω نقطه تلاقی مجانبهای منحنی و طول پاره خط AB دو برابر طول پاره خط ωM باشد؛

الف - M می تواند هر نقطه غیر مشخص منحنی باشد.
 ب - M فقط می تواند در محل تلاقی منحنی با خطی واقع باشد که از ω می گذرد و با یکی از نیمسازهای محورها موازی است.

ج - M فقط در نقاط تلاقی منحنی با نیمساز محورها واقع است.

د - هیچکدام.

۷۳/۳۱ منحنی C و خط Δ با معادله های زیر را در نظر می گیریم:

$$(C) : y = \frac{x-1}{x+1} \quad (\Delta) : y = ax + b$$

اگر M و N نقاط تلاقی منحنی C و خط Δ وسط باشد هر گاه a ثابت بوده و b تغییر کند برای آنکه وقته MN

- الف - حداقل دارای دو ماسیم یا می نیم است.
 ب - ماسیم یا می نیم ندارد.
 ج - دوبی نیم دارد و یک ماسیم.
 د - فقط یک ماسیم دارد.

۷۳/۴۰- منحنی نمایش هندسی تابع:

$$y = \frac{|x|}{x} \sqrt{x^2 - 1}$$

- الف - دو مجانب دارد.
 ب - فقط یک مجانب دارد.
 ج - مجانب ندارد.
 د - چهار مجانب دارد.

۷۳/۴۱- برای آنکه معادله مثلثاتی

$$a\sin x + b\cos x = c$$

- دارای دو جواب متمایز مکمل باشد؛
 الف - لازم اما غیر کافی است که $b = 0$ باشد.
 ب - لازم و کافی است که $b = 0$ باشد.
 ج - شرط $b = 0$ نه لازم است و نه کافی است.
 د - معادله بالا هیچگاه دو جواب مکمل نمی تواند داشته باشد.

۷۳/۴۲- دوره تناوب تابع:

$$y = (\cos x - \sin x)(1 + 4 \sin x \cos x)$$

برابر است با:

$$\text{الف: } 2\pi \text{ ب: } \frac{2\pi}{3}, \text{ ج: } \pi \text{ د: هیچکدام}$$

- ۷۳/۴۳- هر گاه دو عدد صحیح و مثبت a و b نسبت بهم اول باشند و n عددی صحیح و مثبت باشد تساوی:

$$\frac{n+5}{n+42} = \frac{a^r}{b^r}$$
- الف - ممکن نیست که برقرار باشد.
 ب - به ازاء بینهایت مقدار n برقرار است.
 ج - فقط به ازاء یک مقدار n برقرار است.
 د - با وجود شرط دیگری در ازاء بعضی از مقادیر n برقرار است.

۷۳/۴۴- عددشش رقمی به صورت abcabc که مجدول کامل باشد؛

- الف منحصر بدیک عدد است.
 ب - وجود ندارد.

۷۳/۴۶- خط \triangle کره Σ را در دو نقطه A و B قطع کرده است. اگر M ناظهای از کره Σ باشد بقسمی که زاویه AMB قائم باشد؛

- الف - در هر حال فقط یک نقطه M وجود دارد.

ب - تعداد نقاط M یا دو یا بینهایت است.

ج - درحالی ممکن است که نقطه M وجود نداشته باشد.

د - در هر حال بینهایت نقطه M وجود دارد.

۷۳/۴۷- دو خط متقاطع \triangle و \triangle' ثابت می باشند.

قطعه خط AB به طول ثابت l بر \triangle و قطعه خط $A'B'$ به طول ثابت l' بر \triangle' می لغزد. حجم چهاروجهی $'ABA'B'$ الف - وقتی که AB و $A'B'$ به وضعی قرار گرفته باشد که عمود مشترک دو خط \triangle و \triangle' عمود منصف هر دوی از آنها باشد ماسیم خواهد.

- ب - وقتی که عمود مشترک دو خط \triangle و \triangle' عمود منصف هر دوی از دو خط AB و $A'B'$ باشد می نیم می باشد.
 ج - همواره برابر با مقدار ثابت است.
 د - هیچکدام

کلاس ششم ریاضی

۷۳/۴۸- منحنی C و خط \triangle به معادله های زیر را در نظر می گیرید:

$$(c) : y = ax^r + bx^s + cx + d$$

$$(\triangle) : y = k$$

و فرض می کنیم که منحنی در یک نقطه M بر خط \triangle مماس بوده وغیر از آن در هیچ نقطه دیگر با خط \triangle نقطه مشترک نداشته باشد.

الف - وقتی فرض مذبور محقق باشد می توانیم نتیجه

بگوییم که:

$$(I) : ad - bc = ak$$

ب - امکان ندارد که فرض مذبور محقق باشد.

ج - فرض مذبور فقط و فقط وقتی محقق خواهد بود که رابطه (I) برقرار باشد.

د - ممکن است که فرض مذبور محقق باشد اما در این صورت رابطه (I) بحسب نمی آید.

۷۳/۴۹- منحنی نمایش هندسی تابع:

$$y = \sqrt{|x^2 - 1|}$$

۱۵ یا به صورت 1×15 و یا به صورت 5×3 تجزیه می شود بنابراین عدد مطلوب یا به صورت $a^4 b^4$ یا به صورت $a^2 b^4$ است که در هر حال مربع کامل است و تعداد عاملهای اول آن غیر از یک یا یک عدد و یا دو عدد است یعنی حداکثر دارای دو عامل اول غیر از یک می باشد.

۷۲/۵۰-(ب) هر گاه بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $b a$ برابر ۱۵ و کوچکترین مضرب مشترک آنها ۱۸۰ باشد با فرض $a = 15a'$ و $b = 15b'$ داریم

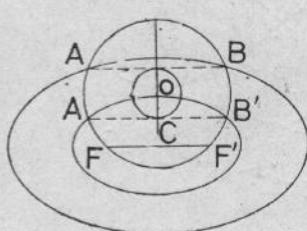
$$\frac{180}{15} = 12 \text{ نسبت بهم اول اندیس:}$$

$$\begin{array}{l|l} a' = 1 & a' = 3 \\ \hline b' = 12 & b' = 4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l|l} a = 15 & a = 45 \\ \hline b = 180 & b = 60 \end{array}$$

۷۲/۵۱-(ج) دایره به شعاع R که بر خط \triangle مماس باشد مکان مرکز آن دو خط \triangle_1 و \triangle_2 است که با \triangle موازی و از آن به فاصله R قرار دارند. دایره به شعاع R که بر دایره مفروض به مرکز O و به شعاع r عمود باشد مکان مرکز آن دایره O' است که مرکز O و شعاع $r + R$ است.

از تلاقی خطوط \triangle_1 و \triangle_2 با دایره O حداکثر چهار نقطه بدست می آید که مرکز دایره مطلوب می باشند.

۷۲/۵۲-(ج) دونقطه F و F' را بر دایره به مرکز O



موازی می باشد. هر گاه AB به طول معین ۲۱ باشد بر دایره به مرکز O و به شعاع $r = \sqrt{R^2 - l^2}$ مماس خواهد بود. بنابراین برای رسم بیضی مطلوب ابتدا دایره اخیر را رسم می کنیم. رسم این دایره در موردی که $R > l$ باشد ممکن است. براین دایره حداکثر دو خط موازی با FF' می توانیم مماس کنیم و بیضی مطلوب را چنان رسم می کنیم که بر طرفین هر خط اخیر بگذرد.

- ج - حداکثر دو عدد وجود دارد.
- د - بیش از دو عدد وجود دارد.

۷۳/۴۵ از F کانون سهمی به معادله $y = 2px$ خطی موازی با محورها رسم می کنیم که سهمی را در دونقطه M و N قطع می کند. اگر O مبدأ مختصات باشد ($tgMON$) برابر است با:

$$\text{الف} - \frac{4}{3}, \quad \text{ب} - \frac{4}{3}, \quad \text{ج} - \frac{4}{3}, \quad \text{د} - \text{هیچکدام}$$

۷۳/۴۶ از نقطه P واقع در خارج سهمی مفروض دو

محاس PT و $P'T$ را بر آن رسم کرده ایم. نقطه متغیر M را بر کمان TT' از سهمی در نظر می گیریم و در این نقطه مماسی بر سهمی رسم می کنیم که مماسهای PT و $P'T$ را در A و B قطع می کند. اگر F کانون سهمی باشد اندازه زاویه AFB :

الف - وقتی که M بر PF واقع باشد می نیمم است.

ب - وقتی که M بر PF واقع باشد ماسیم است.

ج - در ازای تمام مواضعی که نقطه M روی کمان TT' اختیار می کند برابر با مقدار ثابت است.

د - هیچکدام

۷۳/۴۷ بر خط نیم ربع مفروض $'aba'b'$ نقطه

به بعد e و به ارتفاع h را در نظر می گیریم. با فرض اینکه $4e^2 = 36 + 9h^2$ باشد نقطه $'mm'$:

الف - در هر حال وجود دارد و منحصر به فرد است.

ب - هیچگاه نمی تواند وجود داشته باشد.

ج - می تواند وجود داشته باشد و تعداد آن حداکثر دو است.

د - در هر حال به تعداد دو عدد وجود دارد.

حل مسائل (دنباله از صفحه ۴۰۷)

زاویه $A = 30^\circ$ بزرگتر باشد (چون $b > a$ است) و هر دو جواب بالا این شرایط را دارند.

۷۲/۴۸-(ب) هر گاه در مثلثی داشته باشیم

$$2a = (b+c)(\sqrt{3}-1)$$

$$\frac{2a}{2\sin A} = \frac{(b+c)(\sqrt{3}-1)}{1} = \frac{b+c}{\sin B + \sin C}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin B + \sin C = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ B+C = 150^\circ \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B = 120^\circ \\ C = 30^\circ \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} B = 30^\circ \\ C = 120^\circ \end{array} \right.$$

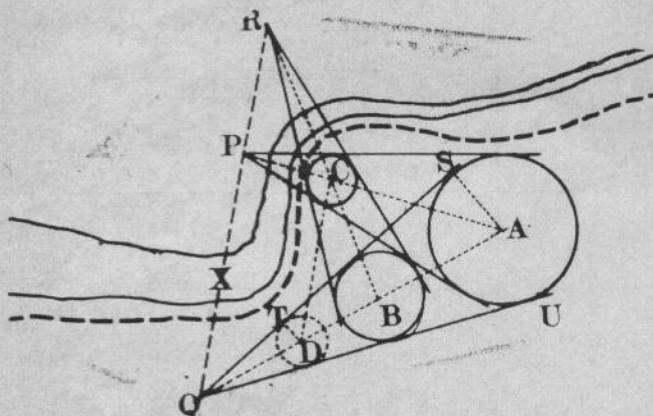
۷۲/۴۹-(ج) اگر تعداد مقسوم علیه های عددی ۱۵ باشد چون

در مجاورت زیزانی

از یافتن آن منصرف نیشد و یا کورمال کورمال به جستجوی آن می‌پرداخت. اما پروفسور لحظه‌ای تردید نکرد. زیرا ووشی مشخص برای ترسیم خط PQ داشت و در نتیجه نقطه X را باز یافت.

حال خواننده عزیز، یک خط کش و پرگار بردارید و با کمی استدلال ملاحظه کنید که شما هم می‌توانید این نقطه را بدست آورید. سعی کنید قبل از آنکه پاسخ را بخوانید راه حل را شخصاً پیدا کنید.

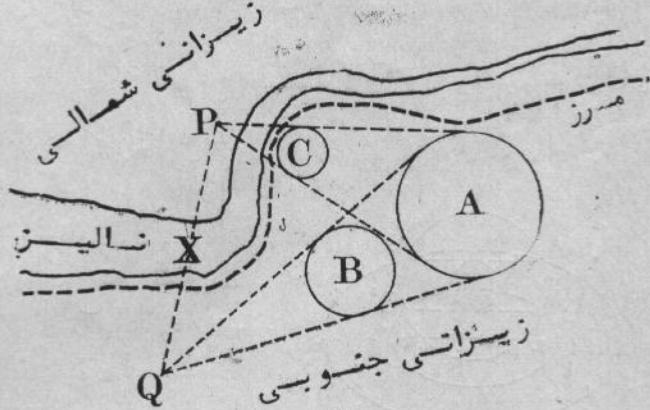
پاسخ - مسئله برای شما و برای پروفسور بدين قرار است که باداشتن نقطه مفروض P نقطه دیگری از PQ را در این طرف مرز که در دسترس باشد بدست آورید. این نقطه R ، محل تقاطع مماس مشترکهای دوایر (C) و (B) است. زیرا، محل تقاطع مماس مشترکهای سه دایره غیر متساوی روی یک خط راست واقعند. برای اثبات این موضوع فرض می‌کنیم که R_1 و R_2 اشعه دوایر (A) و (C) باشند. درزاویه متشکل توسط مماسهای دوایر (A) و (B) ، دایره (A) را هم شعاع با (C) و مماس بر QS و Qu ترسیم می‌کنیم. (کافی است خطی موازی با QS و به فاصله R_2 از این خط رسم نمایید).



محل تقاطع QA و این موازی مرکز D را بدست می‌دهد.
(پایین صفحه بعد)

جنگ بوقوع می‌پیوندد و دشمن در شرف تسخیر زیزانی، میهن پروفسور ژئومتر است. پروفسور مصمم می‌شود که از مخصوصه جان سالم بدربرد، ولی قبل از پنهان بردن به ترالی می‌خواهد که مجسمه‌های کوچک کیمونوی خود را که یکی از گرانبهاترین ثروت وی محسوب می‌شود، در مکانی مخفی کند. آنها را در صندوقی بدون منفذ قرار می‌دهد و آنرا در نالیز، رودخانه‌ای که نزدیک محل وی جریان دارد، می‌اندازد. محل غرق صندوق بطور اتفاقی انتخاب نشده بود ...

در ساحل جنوبی رودخانه سه گازومتر وجود داشت و پروفسور از آنها برای تعیین جهت استفاده نمود. ابتدا به نقطه Q که از آن گازومتر B کاملاً گازومتر A را مخفی می‌کرد، رفت و چوبی در زمین فروکرد. همین عمل را در مورد گازومترهای A و C انجام داد و نقطه P را مشخص کرد. آنگاه



سوار قایق شده و در وسط فاصله دو کناره رود و روی خط PQ ، گنجینه خود را در آب افکند. سپس چوبها را از زمین درآورد.

پس از خاتمه جنگ، پروفسور به زیزانی یا واضحتر بگوئیم به زیزانی شمالی بر می‌گردد، زیرا زیزانی جنوبی در تصرف دشمن درآمده بود و او نمی‌توانست قدم در آن جا بگذارد. پروفسور هر گاه که می‌خواست می‌توانست نقطه P را بازیابد و لی نمی‌توانست نقطه Q را بdest بیاورد زیرا از این پس مرز کمی از جنوب شطuber می‌کرد. اگر کس دیگر بغير از پروفسور بودیا

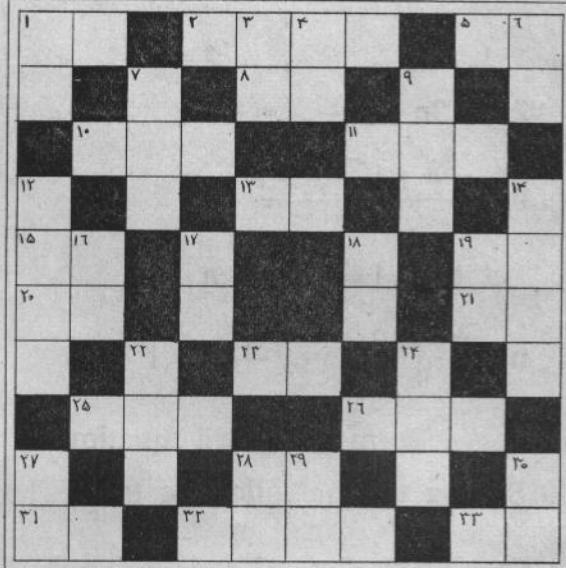
ج د و ل ا ع ن

طرح از : علی اصغری، سمنان

حسابی هستند . ۵- یک آن برابر یک آن عدد ۲ افقی و دهگانش برابر دهگان عدد ۱ افقی است . ۸- عدد (101001) که در مبنای ۷ نوشته شود . ۱۰- مجموع رقمهایش $1+2+4=7$ است و چون با ۱۲ جمع شود عددی باشد رقم یکسان حاصل شود . ۱۱- دو برابر کوچکترین عدد سه رقمی که رقمهایش به تصادع هندسی می‌باشند . ۱۳- مجموع رقمهایش بزرگترین مقدار را داراست . ۱۵- خودش مضرب ۱۷ و مقلوبش مضرب ۵ است . ۱۹- عدد اولی که اگر بر ۷ تقسیم شود یک واحد باقی ماند و اگر بر ۹ تقسیم شود ۲ واحد باقی ماند . ۲۵- دو ثلث عدد ۱۳ افقی . ۲۱- یک هشتم عدد ۱۱ افقی . ۲۳- نصفش توان سوم است . ۲۵- یازده برابر عددی که ثلث آن مکعب کامل است . ۲۶- اگر جذر عدد ۲۳ افقی را در سمت راست بنویسیم این عدد حاصل شود . ۲۸- هم مکعب کامل و هم مریع کامل است . ۳۱- مقلوب عدد ۱۵ افقی . ۳۲- به صورت $aabb$ و برابر است با حاصل ضرب aa در 0.0933 . دو برابر عدد ۳۱ افقی .

قائم : ۱- همان عدد ۵ افقی . ۳- مریع کامل است . ۴- این عدد هم مجددور کامل است . ۶- مضربی از عدد ۲۳ افقی است . ۷- با مقلوب خودش برابر است و مجموع رقمهایش ۱۰ است . ۹- مجددور نصف عدد ۱۸ قائم . ۱۲- به صورت $aabb$ است که همان عدد ۸ افقی است . ۱۴- ده برابر عدد ۲۵ افقی . ۱۶- همان عدد ۲۳ افقی . ۱۷- بزرگترین مقسوم علیه مشترک عدددهای ۱۳ افقی و ۲۰ افقی . ۱۸- تعداد حالتها ممکن نشستن چهارنفر روی یک نیمکت . ۱۹- یک واحد کمتر از عدد ۱۸ قائم . ۲۲- به صورت abb است و چون با a جمع شود عددی به صورت $(2a)cc$ بدست آید . ۲۴- ده برابر عدد ۲۳ افقی . ۲۷- تکرار یک رقم و هر یک از عدددهای ۱۳ افقی و ۲۵ افقی را می‌شمرد . ۲۸- مقلوب عدد ۲۳ افقی . ۲۹- مقلوب عدد ۱ قائم . ۳۰- دو برابر عدد ۳۳ افقی .

حل جدول شماره قبل در صفحه بعد



افقی : ۱- بزرگترین عدد ab که $ab + ba = aa$ باشد . ۲- کوچکترین عدد چهار رقمی که رقمهایش به تصادع

(از صفحه قبل)

شاههای ASQ و DTQ متشابهند در نتیجه :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{AQ}{DQ} \quad \text{یا} \quad \frac{AS}{DT} = \frac{AQ}{DQ}$$

و به همین ترتیب $\frac{R_1}{R_2} = \frac{AP}{CP}$ است و در آین صورت

$\frac{AQ}{DQ} = \frac{AP}{CP}$ ، یعنی CD اضلاع مثلث APQ را به پاره

خطهای متناسب تقسیم می‌کند و موازی با PQ است . بادر نظر گرفتن (B) ، (C) و (D) می‌توانیم ثابت کنیم که

$\frac{BC}{CR} = \frac{BD}{DQ}$ و بنا بر این CD موازی با RQ است . چون

PQ هردو موازی با CD بوده و دارای نقطه مشترک Q می‌باشند ، پس برهم منطبقند .

PROBLEMS AND SOLUTIONS

Problem 78- Find a base n such that $(231)_n$ is a square number.

First Solution-

$$231_n = 2n^2 + 3n + 1 = c^2$$

$$2n^2 + 3n + (1 - c^2) = 0$$

$$n = \frac{-3 \pm \sqrt{8c^2 + 1}}{4}$$

Let $8c^2 + 1 = p^2$, then

$$n = \frac{-3 \pm p}{4} \text{ and } p^2 - 8c^2 = 1$$

which is a form of the Pell equation.

Setting up the following table

p	1	3	17	99	577
c	0	1	6	35	204
n_1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{7}{2}$	24	$143\frac{1}{2}$
n_2	-1	$-\frac{3}{2}$	-5	$-25\frac{1}{2}$	-145

we see that the smallest positive integral base is 24.

Second Solution- If 231_n is a square number then we consider integral values >4 or <-4 . Since negative integers were not excluded, we find that -5 is a solution [That is, $2(-5)^2 + 8(-5) + 1 = 36$ which is a square number.]

Problem 79- coplaner circles O and O' intersect at P and Q. Through P construct a line intersecting the circles in A and B

so that $AP = PB$

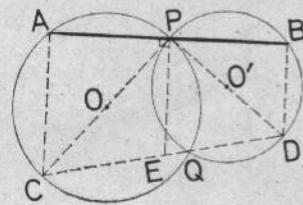
Solution- First we have the trivial case where $A = B = Q$. Since

$$A = B = Q, AP = PB.$$

Next we consider the general case, as shown in Fig.

Construct diameters PC and PD.

Draw line segment CD. Bisect CD, and name its midpoint E. Draw PE. Through P Constr-

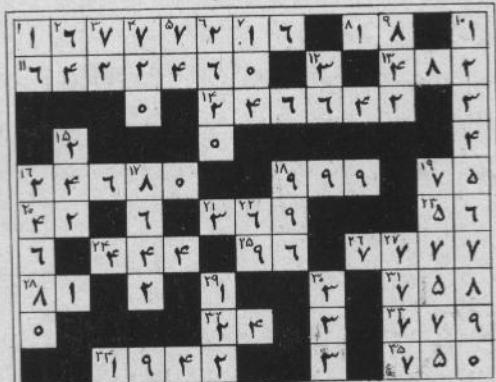


$\angle PAC = \angle PBD$ = a right angle.

$$AC \perp AB, BD \perp AB \implies AB \mid PE \parallel BD$$

$$\rightarrow AP = PB$$

(Three parallel lines intercepting equal segments on one transversal, intercept equal segments on all transversals).



رفع اشتباه

* در مسائل ترسیمی ورقه‌ی مربوط به امتحان سه‌ماهه اول دبیرستانهای اروندرود و نظام مندرج در یکان شماره ۷۰ اشتباههایی صرفاً چاپی روی داده است از جمله اینکه در صفحه ۱۸۴ ستون دوم سطر ۱۱ «به فاصله ۴ سانتیمتر از مرکز» و سطر ۱۴ «ملخص نقطه ۵» صحیح است.

* بسیاری از خوانندگان اشتباههای مکرری را که در حل مسئله ۷۱/۶ مندرج در صفحه ۳۲۱ یکان شماره ۷۲ روی داده یادآوری کردند، همانطور که خوانندگان متوجه بودند حل مسئله مذبور به صورتی که چاپ شده غلط می‌باشد.

* چند نفر از خوانندگان اشتباهی را که در حل مسئله ۷۱/۶ مندرج در یکان شماره ۷۲ بکاررفته یادآوری کردند، دستگاه دوم مندرج در حل مسئله مذبور باید به صورت زیر اصلاح شود:

$$\begin{cases} 3^{\left(\frac{x}{y}-1\right)} = 3^{\left(\frac{y}{x}+1\right)} \\ \frac{x-1}{1-y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

* آقای محمد حسن نوری از کلاس پنجم ریاضی دبیرستان مروی نوشتند که مسئله ۷۱/۶ مندرج در یکان شماره ۷۱ در پیش از خوانندگان اشتباهی را که در حل مسئله ۷۱/۶ مندرج در یکان شماره ۷۲ بکاررفته یادآوری کردند، قبلاً در بسیاری از کتابهای حل المسائل چاپ شده است.

ضمیمه‌های یکان سال

برای دانش‌آموزان کلاسهای سوم دبیرستانها

شامل مطالب گوناگون و مسائل امتحانات

داخلی دبیرستانها

جزوه سال ۱۳۴۶ -- جزوی سال ۱۳۴۷ -- جزوی سال ۱۳۴۸

بهای هر جزو: ۱۲ ریال

فروشگاه بزرگ (شماره ۲)
شرکت سهامی

انتشارات خوارزمی

خیابان شاهزاد، مقابل در خروجی دانشگاه

جای فروش مجله و سایر انتشارات یکان

یکان سال ۱۳۴۸

شامل سوالها و حل مسائل امتحانات نهایی خرداد و شهریور ۱۳۴۸ کلاسهای ششم طبیعی و ریاضی
سوالها و حل مسائل کنکور سراسری و امتحانات ورودی دانشگاهها و مؤسسات آموزشی عالی در سال ۱۳۴۸
نمونه‌هایی از مسائل امتحانات نهایی فرانسه و انگلستان و اتحاد شوروی.

بهای: ۲۵ ریال

کتابفروشی فخر رازی

تهران - خیابان شاهزاد - تلفن: ۳۱۰۵۵۳

جای فروش مجله و سایر انتشارات یکان

انتشارات پکان

روش ساده
حل مسائل شیمی

ترجمه: عطاء الله بزرگ نیا

فلا نایاب

مجموعه علمی

شامل مقالات ریاضی، فیزیک و شیمی
حل مسائل ممتاز ریاضی و مطالعه دیگر

۶۰ ریال

راهنمای ریاضیات متوسطه

تألیف: عبدالحسین مصطفی

چاپ چهام: ۱۲ ریال

سرگرمیهای جبر

ترجمه: پرویز شهریاری

۶۰ ریال

تمرینات
ریاضیات مقدماتی

تألیف: استاد هشتگردی
فلا نایاب

مقدمه بر
تئوری مجموعه‌ها

تألیف: علی اصغر هومانی
فلا نایاب

معماهای ریاضی

ترجمه: محمد رکنی فاجار

فلا نایاب

مسائلی از حساب استدلالی

تألیف: محمود کاشانی

جلد سوم
۱۵ ریال

جلد دوم
۱۵ ریال

جلد اول
۱۲ ریال

مبادی
منطق و ریاضی جدید

بها: ۴۰ ریال

تألیف: غلامرضا عسگری