



دوره هفتم، شماره ۳: ۲۰ شماره مسلسل

آذر ۱۳۴۹

### در این شماره:

چرا برنامه مصوب مواد ریاضی در دوره دوم  
دیرستان از اختبار افتاده است؟

زرگ کالاتور

پیشرفت آموزش ریاضی در دانشسرای عالی

ذکان ریاضی

آغاز توبولزی

مسائل ابن هشتن

پروسی مسئله فرما

قدر مطلق

کتابخانه تکان

در جهان اعداد

تاریخچه علائم ریاضی

مسائل انتخابی از مسائل امتحانات

ثبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵ دیرستانها

حل مسائل تکان شماره ۶۹

مسائل برای حل

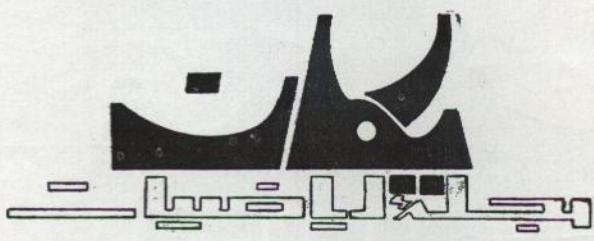
نهایی ریاضی

مسائل کوتاه و معماهی

دانستهای ریاضی، چهار نسل

جدول اعداد

Problems & Solutions



تأسیس: بهمن ۱۳۴۲

هر سال ده شماره منتشر می‌شود

دوره هفتم - شماره سوم - شماره مسلسل: ۷۰

آذر ۱۳۵۹

صاحب امتیاز و مدیر مسؤول، عبد الحسین مصطفی

مدیر داخلی: بانو نصرت ملک یزدی  
نشانی اداره:

تهران، خیابان لاله‌زارنو، نزدیک شاهزاده، شماره ۸۱

نشانی پستی: صندوق پستی ۲۴۶۳

تلفن اداره: ۳۹۳۱۸۱

**YEKAN**

Mathematical Magazine

Volume VII, number 3. Dec. 1970

subscript. n ; 3\$

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذر تلفن ۶۴۰۲۸

## منتشر شد

جزوه‌های اول، دوم و سوم «مسائلی از حساب استدلای» تألیف محمود کاشانی که نایاب شده بود تجدید چاپ شده و آماده فروش می‌باشد.

جزوه اول: ۱۲ ریال برای مشترکان بکان: ۱۰ ریال

جزوه دوم: ۱۵ » ۱۲ : » ۱۵

جزوه سوم: ۱۵ » ۱۲ : » ۱۵

## نخستین جلسه دیدار

عصر پنجشنبه ۲۶ آذر ۱۳۴۹ نخستین جلسه دیدار استادان و دبیران ریاضی از ساعت ۱۹ به بعد در یکی از از هتلها یا باشگاه‌های مناسب برگزار می‌شود. از علاقمندان به شرکت در این جلسه تقاضا می‌شود تا قبل از روز ۲۴ آذر مراتب را به دفتر مجله اطلاع دهنند. (با تلفن مجله عصرها مذاکره فرمایند).

## توجه

وجوهی به حساب بانکی مجله واریز شده که معلوم نیست از طرف چه اشخاصی بوده است. همچنین بعضی حواله‌های بانکی و تقاضاهای اشتراک واصل شده است که فقد نشانی می‌باشد. بعضیها نشانی را نوشته اما اسم شهر را فراموش کرده‌اند بنویسنده.

از همه اشخاصی که برای اشتراک مجله‌نامه می‌نویسند تقاضا می‌شود نام و نشانی و شهر خود را به صراحت در نامه بنویسند. همچنین از همه اشخاصی که وجهی به حساب بانکی مجله حواله کرده‌اند یا حواله می‌کنند تقاضا می‌شود رسید بانکی را با ذکر نام و نشانی کامل خود به دفتر مجله ارسال دارند.

آگهی

## انجمن معلمان ریاضی ایران

از همکاران گرامی دعوت می‌نماید در صورت تعایل در جلسات مشورتی که هر هفته روزهای یکشنبه از ساعت ۱۷ الی ۱۹ در محل دبیرستان البرز تشکیل می‌شود شرکت فرمایند. بحث پر امون تحولات اخیر علوم ریاضی و نقش انجمن در مسیر نوآموزی الزامی همکاران و تعیین برنامه سینیار آینده معلمان ریاضی کشور می‌باشد.

لطفاً همکاران محترم شهرستانی نظرات خود را کتاباً اعلام فرمایند. دبیر انجمن - خسروی کامرانی

## چرا برنامه مصوب مواد ریاضی دوره دوم دبیرستانها

### از اعتبار افتاده است؟

دبستانها و دبیرستانهای سرتا سرکشور قانوناً موظفند که از برنامه آموزشی واحدی پیروی کنند. مجموعه ریزموادی که در هرسال تحصیلی باید آموخته شود و از طرف شورای عالی فرهنگ به تصویب رسیده و «برنامه مصوب تحصیلات دوره دوم دبیرستان» نامیده می‌شود تنها مأخذ و مرجع مجریان و مأموران آموزشی در دبیرستانها است.

شواهد بسیاری حاکی است که برنامه مصوب تحصیلات در دوره دوم دبیرستانها در موارد متعددی اعتبار خود را ازدست داده است. شرایط زمانی و مکانی ایجاب کرده است که معلمان تعلیمات خود را با نیازهای روز دانش آموزان مطابقت دهند.

معلمان ریاضی ایراد می‌کنند که کتاب درسی ناقص است و با شرایط روز هیچگونه تطابقی ندارد. آنگاه، موادی را خارج از برنامه مصوب، یا از راه جزو هگفتن و یا با استفاده از کتابهای جنب درسی به دانش آموزان می‌آموزند و در نوبتهای سه‌گانه هم از همین مواد امتحان بعمل می‌آورند.

با مزه این است که تاکنون در چند مورد افرادی از همین معلمان که خود موادی را خارج از برنامه می‌آموزند، شکایتها بایی علیه بعضی مؤسسات آموزشی به مقامات مسؤول تسلیم داشته‌اند مبنی بر اینکه امتحانات آنها خارج از حدود برنامه مصوب بوده و رفوزگی فرزند ایشان بی‌مورد بوده است!

صرف نظر از بعضی دبیرستانهای بخش خصوصی که خود را در اجرای برنامه‌هایی سوای برنامه مصوب مجاز می‌دانند، در اکثریت دبیرستانهای دولتی در مواردی آنچه که آموخته می‌شود غیر از آن است که در برنامه مصوب مطرح شده است.

یکی از این موارد متمم حساب در کلاس چهارم ریاضی است. در برنامه مصوب این ماده آنچه که درباره لگاریتم ذکر شده منحصر به لگاریتم اعشاری و کاربرد جدولهای لگاریتم است. اما آنچه که فعلاً در اکثریت دبیرستانها درباره لگاریتم آموخته می‌شود و سؤالهای امتحانی دبیرستانها مؤید آن است، مسائل مربوط به معادلات مجھول القوی و تغییر مبنا و از

این قبیل است ، و در این باره معلمان خود را ناگزیر می دانند ؛ بیشتر مسائلی کسه در امتحانات ورودی دانشکده ها راجع به لگاریتم مطرح می شود از این قبیل است و بعلاوه مسائل متعددی که از مطبوعات خارجی ترجمه شده و به دست محصلین می رسد و اینا حل آنها را از معلمان می خواهند ، معلم را ناچار می کنند تا مطالبی بیش از آنچه که در کتابهای درسی مندرج است به محصلین بیاموزد .

برنامه های تحصیلات دستانهای ما فعلانو شده و کتابهایی که براساس آن تأثیف و تنظیم شده از لحاظ نفاست چاپ و ارائه مطالب مقام دوم را در تمام دنیا احراز کرده است . دوره اول متوسط هم از سال آینده جای خود را به دوره راهنمایی می دهد . محصلین دستانهای که با برنامه نوجلو آمده اند و در سال آینده از دستان فارغ التحصیل می شوند بازهم با برنامه نو و با کتابهای نو سروکار خواهند داشت .

اما هنوز باید چندین سال دیگر صبر کرد تا نوبت اجرای برنامه های جدید در دوره دوم متوسطه فرا رسید و در این مدت بازهم باید برنامه کهنه و ناقص فعلی مجری باشد . اکنون که شورای عالی آموزش ریاضیات زیر نظر مستقیم وزرای علوم و آموزش عالی و آموزش و پرورش و باشر کت برجستگان استادان و معلمان ریاضی کار تجدید نظر در برنامه های ریاضی دوره دوم دیستاناها را آغاز کرده است ، جادارد اصلاحاتی فوری را منطبق بر نیازهای محصلین ، در برنامه کنونی ریاضیات دوره دوم بعمل آورد و موجباتی را فراهم آورد تا آنچه را که در بیشتر دیستاناها آموخته می شود در تمام دیستاناها بیاموزند و فارغ التحصیلان همه دیستاناها در سرتاسر کشور اطلاعاتی همسطح فراگرفته باشند .

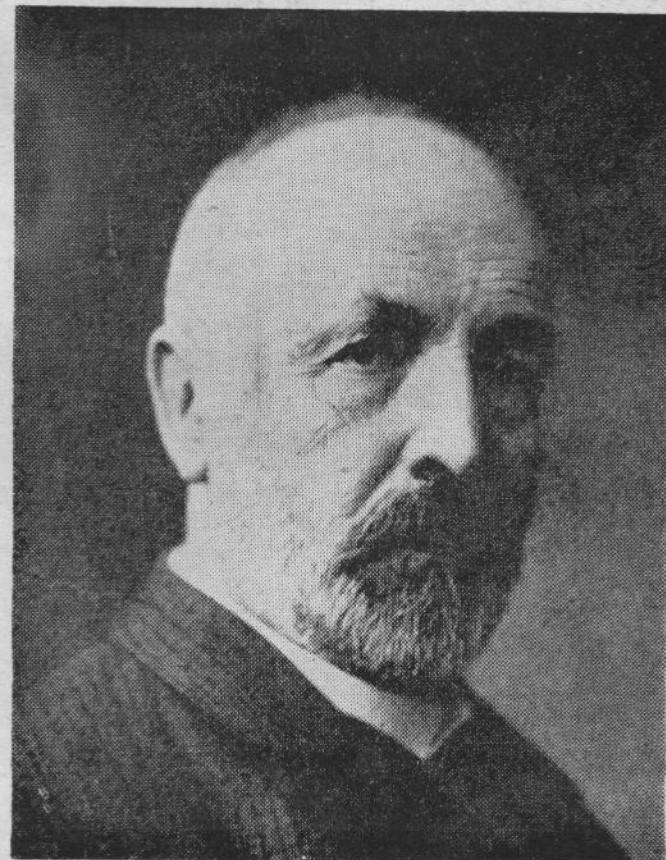
عبدالحسین مصححی

## ژرژ کانتور

بیشتر فت فوق العاده تکین و صنعت در عصر ما مخصوصاً دست یابی بشر به فضای خارج از جو ، ایجاب می کرد که در اساس ریاضیات و در روش آن تجدید نظر شود و ریاضیات آنچنان عرضه گردد که جوابگوی نیازهای سایر علوم امروزی باشد .

آنچه که امروز به نام ریاضیات مدرن جانشین روش های قدیمی ریاضیات شده است مبتنتی بر نظریه مجموعه ها است که برای تختیین با توسط ژرژ کانتور عرضه شده است .

ژرژ کانتور پسر تاجری دانمارکی بود . در سال ۱۸۴۵ در روسيه بدنیآمد . تقریباً بیشتر عمر خود را در دانشگاه های آلمانی گوتمن ، برلن و هال گذراند . به سال ۱۸۷۹ بررسی نظریه مجموعه ها را آغاز کرد . در سال ۱۹۱۸ در گذشت .



# پیشرفت آموزش ریاضیات در دانشسرای عالی

نوشته: محمدحسین احمدی

قسمت اول این مقاله در یکان شماره ۶۸ چاپ شد. به علت تراکم مقالات شماره ۶۹ چاپ دنباله مقاله در شماره مزبور میسر نشد و در زیر به نظر خوانندگان می‌رسد. در ضمن از خوانندگان تقاضا می‌شود به غلط‌نامه چاپی قسمت اول مقاله به شرح زیر توجه داشته باشد:

خطا: دو قسمت، صحیح: سه قسمت  
صفحه ۴، ستون ۲، سطر ۳  
۱۳۹۷ « « « ۱۵ « :

## مؤسسه ریاضیات دانشسرای عالی

ریاضیدان نروژی و دکتر جهری ریاضیدان هندی (اعزامی از یونسکو) در مؤسسه مشغول تدریس می‌باشدند. کتابخانه اختصاصی مؤسسه ریاضیات در حال حاضر مشتمل بر قریب سه‌هزار مجلد از جدیدترین و معترض‌ترین کتابها در همه رشته‌های ریاضیات می‌باشد و بعلاوه مشترک قریب چهل مجله مشهور ریاضی است، که مورد استفاده محصلین است. کتب جدید‌الانتشار معتبر از ممالک مختلف منظماً برای کتابخانه خردباری می‌شود تا کتابخانه مؤسسه همواره مرکزی مجهز برای تحقیق و کسب جدیدترین اطلاعات از رشته‌های مختلف ریاضیات باشد.

### برنامه دروس دوره مدرسي ریاضيات

برنامه ریاضی دوره مدرسي در سال اول مشتمل بر مواد ذیل بوده و جمع ساعت دروس به انضمام تمرینهای هر درس حداقل ۱۷ ساعت در هفته می‌باشد:

جبر نوین - توپولوژی - مبانی آنالیز - حساب عالی (تئوری اعداد) - منطق و متدولوژی ریاضیات - تئوری مجموعه‌ها و توابع متغیرهای حقیقی - مکانیک تحلیلی - فیزیک.

در سال دوم که کلاس‌های اقل ۱۶ ساعت در هفته دایراست

برنامه ریاضی به شرح زیر است:

قبلایاد آوری می‌شود که در این مقاله پاره‌ای از مطالب و بخصوص شرایط ورود به دوره مدرسی عیناً از روی دفترچه راهنمای نقل شده است تا به این وسیله حق مطلب بهتر ادا شده باشد.

همانطور که در قسمت اول مقاله یاد شد، طرح تأسیس مؤسسه ریاضیات دانشسرای عالی در آبان ۱۳۴۴ تصویب شد و خود مؤسسه از اویل مهرماه ۱۳۴۵ دایر گردید. محل مؤسسه تاسال قبل در محل دانشسرای عالی بود اما از ابتدای سال تحصیلی جاری به محل مجزا منتقل شده است.

از ابتدای شروع به کار مؤسسه تاکنون، هرساله عدد انگشت شماری که اغلب به ده نفر هم نمی‌رسند، در آن مشغول به تحصیل بوده‌اند. اولین دوره محصلین مؤسسه در سال ۱۳۴۷ فارغ التحصیل شده در دانشکده‌های مختلف ایران و در خود دانشسرای عالی به تدریس ریاضیات نوشغول شده‌اند.

در سالهای گذشته ریاضیدانان خارجی که در مؤسسه تدریس می‌کردند عبارت بودند از آقایان: پروفسور هنریک سبلر گ ریاضیدان نروژی، پروفسور جان مکناتن و تیاکر ریاضیدان انگلیسی.

در سال تحصیلی جاری آقایان: دکتر س. گ. هالورنس

داوطلبانی که دارای درجه فوق لیسانس در ریاضی بوده و یادوره یک ساله بعد از لیسانس دانشسرای عالی را با موفقیت بهایان رسانده باشند در صورت حائز بودن شرایط علمی مساوی حق تقدیم خواهند داشت. امتحانات ورودی در اردیبهشت ماه هر سال انجام می گیرد. امتحانات، علاوه بر مصاحبه، مشتمل بر امتحان زبان انگلیسی و امتحان ریاضیات می باشد.

### ۱- امتحان زبان انگلیسی

چون قسمتی از دروس دوره مدرسي بوسيله استادان خارجي و به زبان انگلیسی ايراد می شود، و علاوه، محصلين در دوره تحصيل در دوره مدرسي همواره باید از کتب و مجلاتي که به اين زبان نوشته شده است استفاده کنند، ضرورت دارد که هنگام ورود به مؤسسه ریاضيات اصلاح کافي از اين زبان در حدودي که برای فهم سخنرانیها و استفاده از کتب و مجلات علمي ضروري است داشته باشند. به همین جهت، در همین حدوداز داوطلبان امتحان زبان انگلیسی بعمل می آيد، و آن مشتمل بر ترجمه کتبی از يك متن انگلیسی ریاضی و ترجمه شفاهی از متون ریاضی به همین زبان می باشد.

### ۲- امتحان ریاضيات

امتحان ریاضيات مشتمل بر يك امتحان عمومي و امتحاناتي در ثوری اعداد حقيقی و آنالیز ریاضی است.

الف - امتحان عمومي: امتحان عمومي شفاهی است و در ضمن مصاحبه انجام می گيرد، و يكی از هدفهای آن تشخيص دادن فهم عمومي داوطلب در ریاضيات و در اصول منطقی اولیه آن است.

قبل توسيه می شود که داوطلبان اصول اولیه منطق را در حدودي که ذيلا معین می شود از يكی از کتابهای زیر تحصيل کنند:

۱- مبحث اول از کتاب مدخل منطق صورت، تأليف غلامحسین مصاحب.

۲- فصول منطق جلد اول کتاب آنالیز ریاضی، تأليف: غلامحسین مصاحب.

۳- کتاب:

Suppes, P., First Course in Mathematical Logic (New York, Blaisdell).

ب - امتحان ثوری اعداد حقيقی و آنالیز: اين امتحان درسه برحله انجام می گيرد:

جبر نوین - حساب عالي - تئوريهای جدید انتگراسيون و مسلسلهای مثلثاتی - هندسه - توابع تحلیلی - تئوري معادلات دیفرانسیل و انتگرال - حساب تغییرات - فیزیک مدرن دانشجویان مدرسي علاوه بر برنامه درسي فوق باید بر نامه های زیررا نيز در سطح كامل رضایت گشی انجام دهد:

I - دانشجو موظف است که در هر سال حاصل يك بار در موضوع يا مسئله ای که استادان معین خواهند کرد با مراجعت به کتب و مجلات ریاضی شخصاً تحقیق و استقصاء کنند آنرا در يك جلسه بحث و مناظره با حضور استاد مربوط مطرح کند و مورد بحث قرار دهد.

II - دانشجو در دوره تحصيل خود موظف است که يك کتاب ریاضی جدید را که استادان بارعايت ذوق و زبان خارجي که محصل می داند معین می کنند مطالعه کندو امتحان دهد و نيز آنرا به زبان فارسي تلخیص نماید.

III - در پایان دوره، دانشجو باید به يكی از زبانهای خارجي در حدود استفاده کامل از کتابها و مجلات ریاضی تسلط یافته باشد.

دانشجویان مدرسي پس از گذرانیدن دوره دوساله اختصاصی به دریافت دانشنامه مدرسي نائل خواهند شد. آنگاه وزارت علوم و آموزش عالي موظف است که آنانرا با حقوق و مزاياي استادياری جهت تدریس در دانشکده های علوم شهرستانها به خدمت بگمارد. مضارفاً به اينکه دانشسرای عالي هر سال معمولاً شاگردان اول و دوم دوره مدرسي را (در صورت نياز به استاديار) به منظور تدریس در آن سازمان استخدام می کند، و معاف شدن از انجام خدمت پنجساله اول در شهرستانها از دیگر مزاياي است که برای فارغ التحصيلان اخير الذكر قائل شده است. فارغ التحصيلان اين مؤسسه اگر پس از دو سال تدریس در دانشگاههای شهرستانها، درجه دکترای خود را در رشته ریاضي احرار نمایند طبق قانون اساسنامه دانشسرای عالي می توانند با تصویب شورای مرکزی دانشگاهها به مقام رسمي استادياری نائل شوند. و در این صورت باقیمانده تعهد پنجساله اين گروه جزو خدمت رسمي استادياری آنان محسوب خواهد شد.

### شرایط ورود به دوره مدرسي

#### I- امتحانات ورودی:

بر طبق ماده سوم از مصوبه شورای مرکزی دانشگاهها، فقط کسانی می توانند در امتحانات ورودی دوره مدرسي ریاضيات شرکت کنند که حاصل دارای درجه لیسانس در ریاضيات باشند.

دانشسرای عالی پرداخت می شود .  
در خاتمه امید آن داریم که دانشسرای عالی ، پیشرو ورود ریاضیات جدید به این کشور ، باکوشش و فعالیت پایان ناپذیر مسؤولان دانشمند مؤسسه ریاضیات بتواند روزی دوره دکترای ریاضیات را در ایران برای اولین بار دایر نماید .

### دانستانهای ریاضی (بقیه از صفحه ۲۱۴)

برطبق این جدول دیده می شود که درازای مقادیر بزرگتر از  $x = 3$  جواب ممکن بدست نمی آید . به ازای  $x = 4$  در این  $\frac{t}{u}$  و در نتیجه  $t + u = 10$  را فقط می توانیم به دو صورت بنویسیم ، در صورتی که مطلوب مسئله سن پیشینیان ژان است . باقی می ماند  $x = 2$  یا  $x = 3$  درازای  $x = 2$  یعنی اگر ژان ۱۲ سال داشته باشد ، درستون اول خوانده می شود :

$$u = 1, t = 2, u = 2, t = 4 \text{ وغیره}$$

به بیانی دیگر ، سنین اسلاف به ترتیب ۲۱ ، ۴۲ ، ۶۳ و ۸۴ سال خواهد بود . باید جواب ۲۱ را حذف کنیم زیرا مردی ۲۱ ساله نمی تواند پسری ۱۲ ساله داشته باشد (به دلایل مختلف ، و برای اینکه هیچگونه شباهتی وجود نداشته باشد ، در صورت مسئله قید کرده ایم که فاصله بین دو نسل حداقل بیست سال است).

دومین ستون که مربوط به  $x = 3$  است ، برای ژان سنی معادل با ۱۳ ایجاب می کند و برای سایرین سنین ۶۲ ، ۳۱ و ۹۳ را بدست می دهد . این جواب نیز غیر قابل قبول است زیرا فاصله سنی بین ژان و پدرش ۱۸ سال است . تنها جواب قابل قبول همانی است که در بند اخیر بدست آورده ایم .

و حالا اگر می خواهید قدمی فراتر نهید ، همین مسئله را با درنظر گرفتن اینکه سن ژان بین ۲۰ تا ۲۹ است ، حل کنید . در این حالت  $\frac{2t}{u} = x$  است و شما (با همین روش ) ثابت خواهید کرد که ژان ۲۴ و پیشینیانش به ترتیب ۶۲ ، ۴۲ و ۸۴ سال دارند . ولی در این حالت نیز فاصله سنی بین ژان و پدرش ۱۸ سال خواهد بود . پس جواب غیر ممکن است و باز هم (اگر بتوان گفت) در فرضهایی که سن ژان ۳۵ یا بالاتر باشد ، همین فکر صادق است .

- ۱- امتحان تعریفات - در این قسمت تعریف قریب بیست مفهوم ریاضی سؤال می شود . مدت امتحان یک ساعت است .
- ۲- امتحان نظری - در این امتحان اثبات حداقل پنج قضیه ریاضی سؤال خواهد شد . مدت امتحان دو ساعت است .
- ۳- امتحان عملی - در این امتحان قریب ده مسئله از تئوری اعداد حقیقی و آنالیز داده می شود . مدت امتحان سه ساعت است .

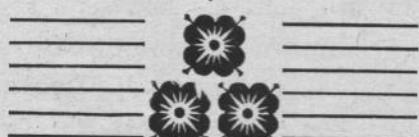
چون تجربه نشان داده است که اگر داوطلبان متون معینی در اختیار داشته باشند بهتر می توانند فعالیت ذهنی خود را متمرکز سازند ، کتابهای ذیل توصیه می شود :

- ۱- جلد اول کتاب آنالیز ریاضی ، تألیف غلامحسین مصاحب ، در تئوری اعداد حقیقی .
- ۲- ده فصل اول کتاب زیر در آنالیز :

Apostol, T.M. Mathematical Analysis , (Reading and London, Addison-Wesley) .

داوطلبانی که در امتحانات ورودی پذیرفته شدند قبل از شروع به تحصیل در دوره مدرسی باید تعهد نامه ای را که شامل شش اصل می باشد پر کرده و به بثت برسانند . به عبارت بهتر تعهد ثبتی بسپارند . یکی از اصول ششگانه مندرج در تعهد نامه مذکور مبتنی بر این است که دانشجویان به مضمون فراغ از تحصیلات رشته مدرسی ریاضیات مدت پنج سال تمام در هر یک از دانشکده ها و مؤسسات تعلیمات عالیه که وزارت علوم و آموزش عالی مقرر کند به تدریس اشتغال ورزید .

**ساعات کار - کمک خرج تحصیلی** - تحصیل در دوره مدرسی کاری به تمام معنی تمام وقت است و گذشته از اینکه حاصلین دوره مدرسی ریاضیات از اشتغال به هر کار و خدمتی اعم از موظف یا غیر آن - جز تحصیل در مؤسسه ریاضیات ممنوع اند برای محصلی که بخواهد برنامه های دوره مدرسی را با موفقیت پیايان رساند مجال اینکه به کار دیگر پردازد باقی نمی ماند . به هر محصلی که هیچگونه دریافتی از وزارت توانه ها و سازمانها و مؤسسات دولتی و وابسته به دولت نداشته باشد و شغل شاغل تحصیل در دوره مدرسی باشد ، در دوره تحصیل ماهانه مبلغ ده هزار ریال کمک هزینه تحصیلی بوسیله



## زبان ریاضی

نوشته: احمد بیرشک

نشریه بخش تعلیماتی ریاضی گروه فرهنگی هدف

ارزش‌های محدود، در رابطه:

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

برای  $x$  ارزش‌های بیشمار می‌توان یافت، اما ارزش  $x$  در رابطه  $x^2 = 1$  فقط دوتا است.

**۳- محاوره و عبارت** - محاوره وسیله بیان مقصود است. واحد نخستین محاوره عبارت است. ریاضیات نوعی محاوره علمی است؛ چون به رشتہ تحریر در آید به صورت زنجیری از «نمادها»<sup>(۲)</sup> یا علامتها (کلمات، اشکال، اعداد) در قالب «عبارت» ظاهر می‌شود.

عبارت برچند نوع است: اخباری، امری، استفهامی، استعجایی... در محاوره علمی عموماً عبارتهای اخباری به کار می‌روند. ازین روی دراین نوشته همه‌جا برآمدما از «عبارت» عبارت اخباری است.

با تعبیری که از عبارت‌کردیم پیدا است که «تحته پاک کن راکه روی بخاری گذاشته است؟» و «آقا، لطفاً مدادتان را به من بدهید» و «سرخویش گیر و راه مجانبنت در پیش ( گلستان سعدی )»، به زعم ما، عبارت شمرده نمی‌شوند؛ اما « عددی است صحیح» و «برخی پستانداران تخم می گذارند» و «نادرشاه به سال ۱۶۵ درفتح آباد قوچان کشته شد» و «در تیرماه ۱۳۷۰ در جزایر هاوایی کسوف کلی روی خواهد داد»، همه، عبارت‌اند.

- دراین مقاله برسر آنیم که به بررسی مختصری در «نهاد»<sup>(۱)</sup> استدلال ریاضی پردازیم. این کار را از «عبارت»، که واحد اساسی استدلال است، آغاز می‌کنیم و می‌کوشیم نشان دهیم که چگونه با تغییردادن یا ترکیب کردن عبارتها به شکل بخشیدن به برهان ریاضی توفیق می‌توان یافت.

**۴- ثابت و متغیر** - دریابان مطالب همیشه از اشخاص یا اشیاء، خواه انتزاعی و خواه عینی، نام می‌بریم. برخی نامها، که در دستور زبان اسم خاص نامیده می‌شوند، بر چیزهای مشخص و معین دلالت می‌کنند؛ بعضی دیگر، که اسم عام نام دارند، مبین کسان یا چیزهای معینی نیستند. در ریاضیات به جای اسم خاص و اسم عام اصطلاحات «ثابت» و «متغیر» به کار می‌روند.

هر نام، اعم از اشخاص یا عام و اعم از ثابت یا متغیر، نماینده چیزی است و وقتی لفظی را بر زبان می‌آوریم از آن مراد و قصد چیزی داریم. نام «نادرشاه افشار» مبین شخصیتی است که مشخصاتش در تاریخ ضبط است؛ نام «صندلی» مبین چیزی است با شکل وقواره معین که بر روی آن می‌توان نشست. آنچه راکه نام مبین آن است « ارزش»<sup>(۲)</sup> آن می‌گویند. همچنین آنچه راکه ثابتی یا متغیری تبیین کنندار از آن خوانند. ارزش یک نام، یک ثابت یا یک متغیر در حقیقت معنی آن است. گاهی برای متغیری ارزش‌های متعدد می‌توان داشت و گاهی

**(۱) Structure** معادل این واژه در زبان فارسی «ساختمان» و «ساخت» و «سازمان بندی» نیز به کار رفته است. ساختمان هم دارد و به درون و باطن بیشتر توجه دارد تا به ظاهر، لفظ خیلی مناسبی به نظر نگارنده می‌رسد. این است که همه‌جا نهاد را به جای ساخت، وقتی که ترجمه **Structure** باشد، به کار می‌بریم.

**(۲) valeur** (فرانسوی)، **value** (انگلیسی)

**(۳) Symbole** نماد ترجمه است. مظهر و علامت نیز دراین مورد به کار رفته‌اند.

صورت گزاره‌ی شامل متغیر است، پس نه راست است ونه دروغ، متغیر هر صورت گزاره‌ی حوزه‌ی دارد. وقتی که به جای متغیر چیز مناسبی از حوزه را قرار دهیم، مثلاً در مثالی که دیدیم به جای A نام شهری را بگذاریم، یک گزاره بوجود می‌آید. پس صورت گزاره‌ی دستگاه گزاره سازی است. هر گاه در صورت گزاره‌ی «<sup>x</sup> عددی است طبیعی» که حوزه متغیرش مجموعه اعداد صحیح باشد اعدادی بگذاریم تا گزاره‌های :

۱) ۲ عددی است طبیعی؛ ب) ۱ عددی است طبیعی ؛  
 ج) ۴ عددی است طبیعی بوجود آیند دو گزاره (ا) و (ب) ارزش دوسویی ارزش ۵ دارند زیرا که ۴ عدد طبیعی نیست.

عبارت‌ها را می‌توان باهم ترکیب کرد و عبارتهاي تازه بوجود آورد. یا آنها را بوسیله «ادوات»، یعنی حروف و کلماتی مانند «و»، «یا»، «خلافه»، «اما»، «چون که»، «هر چند که» و... تغییر داد تا عباراتی جدید تشکیل شوند. ترکیب‌هایی مانند «چنین نیست که» یا «محتمل است که»... هم عبارتها را دیگر گون می‌سازند تا عبارتی نو پدید آورند. این گونه ترکیبها را «مبدل» می‌نامیم. ادوات و مبدلات را، که در هرمورده و هر موضوع ممکن است بکارروند، «اجزاء منطقی» عبارت می‌نامیم.

**مثال** - با عبارتهاي خورشید می‌درخشد و «باران می‌آيد» می‌توان عبارتهاي دیگر ساخت، از اين گونه :  
 خورشید می‌درخشد و باران می‌آيد ؟  
 خورشید می‌درخشد اما باران می‌آيد ؟  
 خورشید می‌درخشد هر چند که باران می‌آيد ؟  
 اگر باران بیاید خورشید نمی‌درخشد .

در اینجا به ارزش ۵ یا ر عبارتها کاري نداریم ، فقط می‌بینیم که چگونه می‌توان عبارتها را با یکدیگر ترکیب کرد و عبارتهاي دیگري ساخت .

**۳- نهاد منطقی** (۲) - برای ساختن یك عبارت مرکب:  
 یا عبارت دیگری را دیگر گون می‌کنیم ؟  
 یا دویا چند عبارت را به هم مربوط می‌سازیم .  
 عبارتهايی را که دیگر گون می‌شوند یا با هم ترکیب می‌گردند عبارتهاي اوپین می‌نامیم. چگونگی ارتقا آنها

برخی از عبارتها فاقد معنی هستند، اما بسیاری از آنها معنی دارند. وقتی می‌گوییم عبارتی معنی دارد برای این است که می‌توان گفت محتواي آن راست است یاد روض. برای آنکه چنین عبارتی را آنهاي دیگر تمیز گذاریم آنرا «گزاره»<sup>(۱)</sup> می‌نامیم .

پس برای گزاره می‌توان ارزش «راست» یا «دروغ» قائل شد . ارزش راست را با حرف R و ارزش دروغ را با حرف D نمایش می‌دهیم. گاهی به جای R و D از «۱» و «۰» استفاده می‌شود. در این صورت ۱ و ۰ بکلی معنی عادی خود را ازدست می‌دهند و صورت دونماد، اولی به معنی راست و دومی به معنی دروغ، به خود می‌گیرند .

باید کوشش کرد که گزاره به گوینده بستگی نداشته باشد و از قیود زمان و مکان نیز فارغ باشد. ارزش گزاره‌هایی که پیشتر آورده‌یم همه ۵ است. اگر در گزاره‌ی حتمی یک مورد خلاف دیده شود ارزش آن ۵ خواهد بود. مثلاً با آنکه رشتة عدد های صحیح بی‌پایان، و تعداد آنها بی‌شمار، است ارزش گزاره «هر عدد صحیح دست کم با دورقم نوشته می‌شود» ۵ است ، مگر آنکه گفته شود: «عدد های صحیح به استثنای نه تا همه دست کم با دورقم نوشته می‌شوند» .

اعتقاد به راست بودن گزاره‌ی ممکن است نتیجه‌ی علم خود ما باشد، مانند «۴ عددی است صحیح»؛ یا نتیجه‌ی اعتقاد ما به علم دیگران. مثلاً اگر ارزش گزاره «روز بیستم تیر ماه ۱۳۷۵ در جزایرها اي كسوف کلی روی خواهد داد» ۵ باشد نتیجه‌ی اعتقادی است که به محاسبات دانشمندان نجوم داریم ؛ یا اگر گزاره «نادرشاه به سال ۱۱۶۰ درفتح آباد قوچان کشته شد» را راست می‌دانیم بر اثر اعتماد مابه نویسنده‌گان تاریخ است . عبارت «A شهری است بزرگ» گزاره نیست، زیرا که معلوم نیست و است یا ۵. متغیر است، اگر به جای آن تهران یا پاریس بگذاریم عبارت تبدیل می‌شود به گزاره‌ی با ارزش R، و اگر شهر ری یا زرند قرار دهیم گزاره‌ی با ارزش ۵ نتیجه‌ی می‌شود؛ ولی در هر دو صورت تبدیل به گزاره می‌شود . عبارتی را که شامل متغیر باشد و چون به جای متغیر ارزشی بگذاریم گزاره بدست آید «صورت گزاره»<sup>(۲)</sup> نامند .

forme prpositionnelle (۲)

proposition (۱)

structure logique (۳)

طبیعی به نظر می‌رسد که ارزش عبارت مرکب بستگی به ارزش عبارتهای ترکیب‌کننده داشته باشد.

**۴- تعیین ارزش عبارتهای مرکب - این اصل را می‌پذیریم:** «ارزش عبارت مرکب بر مبنای ارزش عبارتهای اولین آن معین می‌شود و بستگی دارد به نهاد منطقی آن».

مسئله بدین صورت مطرح می‌شود: مطلوب است تعیین ارزش عبارت مرکبی که ارزش عبارتهای اولین و نهاد منطقی آن در دست باشد.

به مثالهایی که زدیم بازمی‌گردیم. فرض می‌کنیم که  $P \text{ و } Q$  هر دو راست باشند. در این صورت بطور طبیعی چنین می‌نماید که گزاره‌های ۱) و ۲) دروغ و گزاره‌های ۳) و ۴) راست باشند. اما اگر  $P$  راست و  $Q$  دروغ یا هردو دروغ باشند تعیین ارزش عبارت مرکب دشوارتر می‌شود. برای این کار بایدیک روش و فن خاص وضع و اجرا کرد. جمله‌های اولین را همان  $P$  و  $Q$  اختیار می‌کنیم و بترتیب به تعیین ارزش «چنین نیست که  $P$  ...» یا «نه  $P$ »، « $Q$  و  $P$ »، « $Q$  یا  $P$ »، «هر گاه  $P$  آنگاه  $Q$ » و « $Q$  را فقط اگر  $P$  می‌پردازیم.

نخست به هریک نامی می‌دهیم. «نه  $P$ » را **نقض** یا **نفی**<sup>(۱)</sup>، « $P$  و  $Q$ » را **پیوست** یا **عطاف**<sup>(۲)</sup> و  $P$ ، « $P$  و  $Q$ » را **گمسخت** یا **فصل**<sup>(۳)</sup> و  $Q$ ، «هر گاه  $P$  آنگاه  $Q$ » را **استلزم**<sup>(۴)</sup> و « $Q$  را فقط اگر  $P$ » را **هم ازی منطقی** یا **تعادل منطقی**<sup>(۵)</sup> می‌نامیم:

برای تعیین ارزش گزاره‌های مرکب از جدول استفاده می‌کنیم.

۱) **ارزش نقض** - نقض را با علامت س که طرف چپ گزاره گذاشته می‌شود نشان می‌دهیم. در بعضی کتابها به جای س خطی بالای نام گزاره گذاشته می‌شود، مانند  $\bar{P}$ . ارزش نقض هر گزاره بسیار روشن است: نقض د، د و نقض د، د است.

I- جدول ارزش نقض گزاره

P	ر	د
س	د	ر

بوسیله مبدلات یا ادوات، «نهاد منطقی» یا «صورت منطقی» آنها خوانده می‌شود.

معنی یک عبارت مرکب عموماً بستگی دارد به مبدل یا اداتی که در ترکیب آن بکار می‌رود. در محاوره عادی ممکن است ادات یا مبدلی به صورتهای مختلف تعبیر و تفسیر شود و در معنی و مفهوم عبارت اشکال یا تردیدی را موجب گردیده باشند. وقت را کاهش دهد. اما در ریاضیات هر ادات یا مبدلی معنی صریح و روشنی دارد و دو دلیلها و تردیدهای در ریاضیات تجلی می‌کنند در ریاضیات راهی ندارند.

در علوم ریاضی از ادوات چهار گانه «و»، «یا»، «هر گاه... آنگاه...» و «... وقتی و فقط وقتی که...» و یک مبدل «چنین نیست که...»، یا بطور ساده و مختصر «نه...» استفاده می‌شود. با مجاهده می‌توان از تعداد کمتری ادوات استفاده کرد، اما کاری است به نسبت دشوار، پس از آن می‌گذریم. نخست تأثیر هر ادات یا مبدل را بر عبارت مرکب بررسی می‌کنیم.

فرض می‌کنیم عبارتهای مورد مطالعه ما  $P$  و  $Q$  باشند.

مثلاً: (P) این قالی کار کشان است؛ (Q) حسن ظرف آبرآ روی قالی بر گرداند.

برخی از جمله‌های مرکب از  $P$  و  $Q$  بدین قرارند:

الف) چنین نیست که این قالی کار کشان باشد (یا این قالی کار کشان نیست).

ب) حسن ظرف آب را روی قالی بر نگرداند. [نه  $Q$ ]

ج) این قالی کار کشان است و حسن ظرف را روی قالی [Q و P] بر گرداند.

د) این قالی کار کشان است یا حسن ظرف آبرآ روی قالی بر گرداند.

ه) **هر گاه** حسن ظرف آب را روی قالی بر گرداند باشد آنگاه این قالی کار کشان است. [هر گاه... آنگاه...]

حالا بینیم از گزاره بودن عبارتهای اولین می‌توان توجه گرفت که عبارت مرکب هم گزاره است؟ جواب بسیار ساده است: عبارت مرکب وقتی گزاره است که ارزشی داشته باشد.

- ارزش عبارت مرکب را چگونه می‌توان معین کرد؟
- (۱) conjunction (فرانسوی) conjonction (انگلیسی) conjunction (۲) negation (۳) implication (۴) disjunction ، disjunction (۵) equivalence logique (۶) س در حقیقت N کشیده است که حرف اول Negation است.

### P $\vee$ Q ارزش III

P	R	R	D	D
Q	R	D	R	D
P $\vee$ Q	R	R	R	D

مثال ۱ - (P) تهران پایتخت ایران است و؛ (Q) مشهد

شهری است از ایران ر : P $\vee$ Q ر

مثال ۲ - (P) تهران پایتخت ایران است و؛ (Q) مشهد

پایتخت افغانستان است د : P $\vee$ Q د

مثال ۳ - (P) تهران پایتخت عراق است د؛ (Q) مشهد

شهری است از ایران ر : P $\vee$ Q R

مثال ۴ - (P) تهران پایتخت عراق است د؛ (Q) مشهد

پایتخت افغانستان است د : P $\vee$ Q د

### P $\vee$ Q مکرر-جدول ارزش III

P	R	R	D	D
Q	R	D	R	D
P $\vee$ Q	D	R	R	D

درستون دوم از چه دقیق فرمائید : با آنکه P و Q هر دوراست هستند دروغ است .

مثال - (P) تهران پایتخت ایران است و؛ (Q) کابل پایتخت افغانستان است د P $\vee$ Q یعنی : «تهران پایتخت ایران است و گرنه کابل پایتخت افغانستان است» که بیشک ۵ است.

۵) ارزش استلزم - دراستلزم همیشه شرطی در کار است : هرگاه چنین باشد آنگاه چنان خواهد بود. ازین روی این ترکیب را قوی ترکیب شوطی نیز می‌گویند. استلزم را با نماد  $\rightarrow$  نمایش می‌دهیم . P  $\rightarrow$  Q  $\Rightarrow$  خوانده می‌شود: «هرگاه آنگاه Q» یا P مستلزم Q است، یا «P ایجاب می‌کند که Q»، یا «P وقتی که Q»، یا «P شرط لازم است برای Q» و یا «Q شرط کافی است برای P» .

P  $\rightarrow$  Q در حقیقت یک قضیه است ، مانند :

### ب) ارزش عطف دو گزاره - پیوست ، یا عطف ،

یا ترکیب عطفی ، دو گزاره را با نماد  $\wedge$  نمایش می‌دهیم و همیشه عبارت را از چپ به راست می‌خوانیم . P $\wedge$  Q خوانده می‌شود P و Q .

### P $\wedge$ Q ارزش II

P	R	R	D	D
Q	R	D	R	D
P $\wedge$ Q	R	D	D	D

چون در مقایسه دو گزاره چهار حالت پیش می‌آید جدول عطف دو گزاره (غیر از ستون نام گزاره‌ها) چهار ستون دارد .

مثال ۱

۵ ۵ ۵ ۳ - ۱ = ۲ (P) ۲ + ۴ = ۶ (Q)

P $\wedge$ Q = (۲ + ۴) + (۳ - ۱) = ۶ + ۲ = ۸

مثال ۲ - د ۵ ۵ ۳ - ۱ = ۱ (P) ۲ + ۴ = ۶

۵ P $\wedge$ Q

مثال ۳ - ۵ ۵ ۳ - ۱ = ۲ (P) ۲ + ۵ = ۶ (Q)

۵ P $\wedge$ Q

مثال ۴ - ۵ ۵ ۳ - ۱ = ۱ (P) ۲ + ۴ = ۵ (Q)

۵ P $\wedge$ Q

### ج) ارزش فصل دو گزاره - گسست ، یا فصل ،

یا ترکیب فصلی ، دو گزاره را با علامت  $\vee$  (۱) نمایش می‌دهند.

P $\vee$ Q خوانده می‌شود «P یا Q» (همیشه از چپ به راست).

یا «در زبان فارسی ، و برخی زبانهای دیگر ، دارای دو معنی مهم و متمایز است ، یکی اختیار را می‌رساند و دیگری

حصو را . مثال برای نوع اول : «قصددارم روسی یا آلمانی بخوانم» در این حالت یکی از دوزبان اختیاردارم و مسانعی ندارد

که هر دورا هم بیاموزم . مثال نوع دوم : «برای یک ملت زنده یا استقلال است یا مرگ» ؟ راه منحصر است به یکی از این

دو ، یا مرگ یا استقلال .

به جای «یا» نوع اول گاهی «ویا» به کار می‌رود . به جای

«یا» نوع دوم «والا» و «و گرن» می‌توان به کار برد . استقلال والا (و گرن) مرگ .

«یا» حصر کننده که با نماد  $\vee$  نموده می‌شود کمتر مورد

استعمال دارد .

(۱)  $\vee$  حرک اول VEL لاتینی به معنی «یا» است . علامت عطف وارون علامت فصل است .

رامست یا دروغ بودن  $P \Rightarrow Q$  تأثیر مستقیمی در راست بودن عکس یا نقیض آن ندارد اما ارزش عکس نقیض مستقیماً مربوط به استلزم است.

**۵ - ارزش هم ارزی** - درهم ارزی ، یا تعادل ، همیشه دوشرط در کاراست؛ ازاین روی این ترکیب را «ترکیب دو شرطی» می‌نامند. هم ارزی را با نعاد  $\Leftrightarrow$ ، که مبین استلزم دوطرفی است، نمایش می‌دهند.  $P \Leftrightarrow Q$  خوانده می‌شود؛  $P$  «مستلزم  $Q$  است و عکس»، یا « $P$  وقتی و فقط وقتی که  $Q$ »، یا « $P$  هرگاه و فقط هرگاه که  $Q$ »، یا « $P$  شرط لازم و کافی است برای  $Q$ » و یا «منطقاً هم ارز است با  $Q$ ».

مثال : در مثلث  $ABC$  :

$$\wedge_{A=90^\circ} \Leftrightarrow BC^\perp = AB^\perp + AC^\perp$$

در مثلث  $ABC$  :

$$AB = AC \Leftrightarrow \wedge_{B=C}$$

$P \Leftrightarrow Q$  جدول ارزش V

P	ر	ر	د	د
Q	ر	د	ر	د
$P \Leftrightarrow Q$	ر	د	د	د

مثال - (P) : مثلث  $\triangle$  قائم الزاویه است .  
 (Q) : یک ضلع کوچکتر و اسطعه هندسی است بین بزرگترین ضلع و تصویر ضلع دیگر برآن. می‌دانید که:  
 هرگاه  $P$  و  $Q$  د باشند  $P \Leftrightarrow Q$  ر است  
 هرگاه  $P$  و  $Q$  د باشند  $P \Leftrightarrow Q$  د است  
 هرگاه  $P$  و  $Q$  د باشند  $P \Leftrightarrow Q$  د است  
 هرگاه  $P$  و  $Q$  د باشند  $P \Leftrightarrow Q$  د است  
 «دنیاله دارد»

$\wedge_{ABC \Rightarrow \sum A = 180^\circ}$  مثلث است

$$\wedge_{(AOB < 90^\circ \text{ و } A'OB' < 90^\circ \text{ و } OA|O'A')} \wedge_{OB|O'B'} \Rightarrow AOB = A'OB'$$

$P \Rightarrow Q$  IV

P	ر	ر	د	د
Q	ر	د	ر	د
$P \Rightarrow Q$	ر	د	ر	د

مثال - ۱ :  $(P) - \alpha < 90^\circ \text{ و } \beta < 90^\circ$

اصلان  $\alpha$  اصلان  $\beta$  :  $(Q) - \alpha = \beta$  و  $P \Rightarrow Q$

مثال - ۲ :  $(P) - \alpha < 90^\circ \text{ و } \beta < 90^\circ$

اصلان  $\alpha$  اصلان  $\beta$  :  $(Q) - \alpha = \beta$  و  $P \Rightarrow Q$

مثال - ۳ :  $(P) - \alpha < 90^\circ \text{ و } \beta < 90^\circ$

اصلان  $\alpha$  اصلان  $\beta$  :  $(Q) - \alpha = \beta$  و  $P \Rightarrow Q$

مثال - ۴ :  $(P) - \alpha < 90^\circ \text{ و } \beta < 90^\circ$

اصلان  $\alpha$  اصلان  $\beta$  :  $(Q) - \alpha = \beta$  و  $P \Rightarrow Q$

در گزاره  $Q \Rightarrow P$ ،  $P \Rightarrow Q$  را مقدم و  $Q$  را قالی نامند.

معمولباً با استلزم سه نوع گزاره دیگر مورد مطالعه

قرار می‌گیرند :

که عکس  $(^1) P \Rightarrow Q$  نام دارد ;

که نقیض  $(^2) \neg P \Rightarrow \neg Q$  نام دارد ;

که عکس نقیض  $(^3) \neg Q \Rightarrow \neg P$  نام دارد.

(۱) reciproque

(۲) inverse

(۳) contrapositive



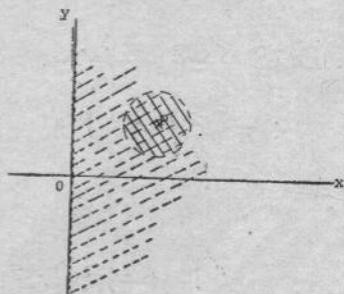
# آغاز توپولوژی

علیرضا امیرمعز

مثال ۱- فرض کنیم که  $S$  مجموعه نقاطی از صفحه باشد

بسمی که :

$$S = \{(x, y) \mid x > 0\}$$



شکل ۱

چنانچه مشاهده می شود این مجموعه تمام نقاطی است که طرف دست راست محور  $y$  جا دارد (شکل ۱). این مجموعه باز است یعنی هر نقطه آن درونی است.

برهان - فرض کنیم که  $P \in S$ . بنابراین مختصات  $P$  عبارتست از  $(q, p)$  بسمی که  $0 < p$ . اکنون قرص باز زیر را در نظر می گیریم.

$$D = \{(x, y) \mid (x - p)^2 + (y - q)^2 < r^2\}$$

خواننده می تواند به آسانی نشان دهد که  $D \subset S$ . بانتیجه هر نقطه  $S$  درونی است و  $S$  مجموعه ای است باز.

مثال ۲- این بار  $S$  را مجموعه نقاطی از صفحه می گیریم که

$$S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 > 4\}$$

این مجموعه باز است.

برهان - واضح است که  $S$  مجموعه نقاطی است از صفحه خارج دایره  $x^2 + y^2 = 4$  (شکل ۲). فرض کنیم.

$$P = (p, q) \in S$$

$$p^2 + q^2 > 4$$

اکنون قرص باز زیر را در نظر می گیریم:

موضوع توابع اتصالی که حوزه (domain) و دامنه (range) آنها مجموعه هایی از اعداد حقیقی است سبب شده است که همسایگی یک عدد حقیقی را تعریف و تعیین کنیم. این مطلب فاصله های باز (Open intervals) و بالاخره مجموعه های باز و امعاری می کند. بین مجموعه اعداد حقیقی و مجموعه نقاط یک خط راست یک تنازن یکپیک طبیعی موجود است. بنابراین معمولاً نخست خواص یک خط راست بررسی می شود. ولی برای روشن شدن موضوع در این مقاله صفحه اقلیدسی را از نظر توپولوژی بروزی می کنیم و خط راست را به عنده خواننده می گذاریم.

۱- درون یک دایره - دایره  $(C)$  به مرکز  $C$  و شعاع  $r$  را در نظر می گیریم. می گوئیم نقطه  $P$  درون  $(C)$  است هر گاه  $|CP| < r$  باشد. مجموعه نقاط درون  $(C)$  را قرص باز (Open disk) می نامیم. این مجموعه را می توان چنین تعریف کرد.

$$A = \{(x, y) \mid (x - h)^2 + (y - k)^2 < r^2\} \\ C = (h, k)$$

البته خواننده مستحضر است که :

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

معادله دایره ای است به مرکز  $(h, k)$  و نامساوی  $|CP| < r$  با نامساوی زیر معادل است :

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 < r^2$$

۲- مجموعه باز - فرض کنیم که  $S$  مجموعه ای از نقاط یک صفحه اقلیدسی باشد. نقطه  $P$  را درونی می نامیم اگر قرص بازی به مرکز  $P$  موجود باشد که تمام نقاطش داخل  $S$  باشد. مجموعه ای که تمام نقاطش درونی است. مجموعه باز نامیده می شود. اینک یکی دومثال می زنیم.

مجموعه‌ای است باز

د - مجموعه تهی را بنا به تعریف باز محسوب می‌کنیم.  
خواننده می‌تواند به آسانی الف و ب و ج راثابت کند.

**۴- توپولوژی** - آنچه در قسمت ۳ گفته شد مبنای گفته شده و موضوع توپولوژی را پیشنهاد کرده است.

مجموعه  $T$  را یک فضای توپولوژیک :

(Topological space) می‌ناییم هر گاه در آن زیرمجموعه‌هایی باشد به نام زیر مجموعه‌های باز که در اصول موضوع زیر صدق کنند :

الف - مجموعه  $T$  مجموعه‌ای است باز

ب - اجتماع هر عده از این زیرمجموعه‌ها باز است  
ج - فصل مشترک عده‌ای محدود از این زیرمجموعه‌ها باز است.

د - مجموعه تهی مجموعه‌ای است باز .

به کمک این چهار اصل قضایای بسیاری ثابت می‌شود و حتی موضوع توابع اتصالی را می‌توان تعریف کرد و قضایائی درباره آنها ثابت نمود .

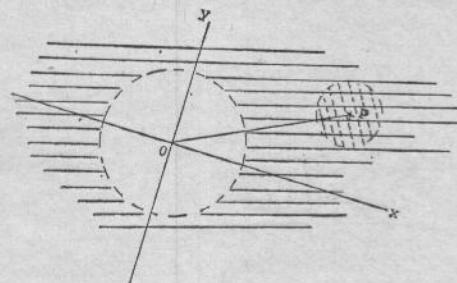
آنچه تا اینجا گفته شد به منظور تعریف توپولوژی بود.  
ولی توپولوژی به اینجا پایان نمی‌یابد. موضوع مجموعه‌های بسته بررسی می‌شود ، از قضایای مجموعه‌هایی وجود دارند که نه بازنده نه بسته و مجموعه‌هایی پیدا می‌شوند که هم باز و هم بسته‌اند. خواننده می‌تواند به کتابی مقدماتی درباره توپولوژی مراجعه کند.

آنچه را راجع به صفحه گفته شد خواننده می‌تواند راجع به محور  $X$  ها بررسی کند . فقط لازم و کافی است که در  $x = 0$  و  $y = 0$  فرض کنیم .

کتابها

1- Ali R. Amir - Moez , Elements of curve tracing and some topological properties of the plane, Edward Brothers Inc. ann arbor Michigan (1969)

2- John L. Kelley, General Topology, D. Van Nostrand Co. Inc. Princeton, New Jersey (1955)



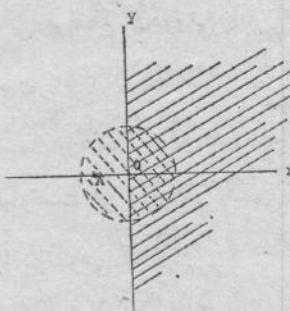
شکل ۲

$$D = \left\{ (x, y) | (x-p)^2 + (y-q)^2 < r^2 \right\}$$

ملاحظه می‌شود که  $D \subset S$

**مثال ۳** - فرض کنیم :

$$S = \left\{ (x, y) | x > 0 \right\}$$



این مجموعه باز نیست. ملاحظه می‌شود که  $O = (0, 0)$  متعلق به  $S$  است و نمی‌توان قرص بازی بدست آورد به مرکز  $O$  که زیر مجموعه  $S$  باشد . مثلا:

$$D = \left\{ (x, y) | x^2 + y^2 < r^2 \right\}$$

هرقدر  $r$  را کوچک بگیریم باز عددی مانند  $k$  موجود است بقسمی که نقطه  $(0, -k)$  متعلق به  $D$  است ولی به  $S$  متعلق نیست .

### ۳. خواص مجموعه‌های باز

خواص عمده مجموعه‌های باز را بیان می‌کنیم :

الف - تمام صفحه مجموعه‌ای است باز

ب - اجتماع مجموعه‌های باز مجموعه‌ای است باز .

(عدد مجموعه‌ها را می‌توان بینهایت گرفت)

ج - فصل مشترک عده‌ای محدود مجموعه‌های باز

# ابن هیثم و مسائل او

ترجمه و تنظیم از : جعفر آقایانی چاوشی

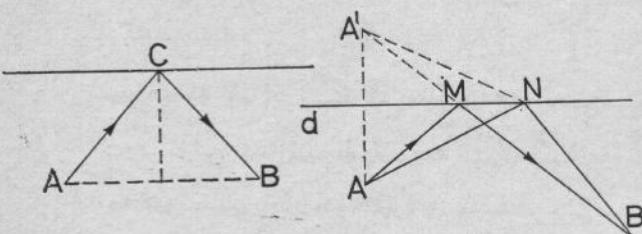


در شماره گذشته مجله ، شرح حال و آثار علمی ابن‌هیثم به نظر خوانندگان رسید . در دنباله مقاله مزبور که در زیرچاپ می‌شود مسائل مشهور ابن‌هیثم و راه حل‌های مختلفی که برای آنها ارائه شده است از نظر خوانندگان می‌گذرد . در ضمن در چاپ مأخذ مقاله که در شماره گذشته چاپ شده چنداشتباه روی داده است که یادآوری می‌شود : نام مؤلف کتاب «اعلام المهنديين في الإسلام» به صورت «نصيف بك» چاپ شده که صحیح آن «نظیف بك» است . در چاپ نام آقای دکتر علی رضا امیرمعز نیز کلمه «AMIR» از قلم افتاده است ، خوانندگان که بانام ایشان آشنا هستند خود متوجه این اشتباه چاپی شده‌اند .

اینک دنباله مقاله :

## مسائل مشهور ابن‌هیثم

(a)  $AC + CB$  کو تا هترین راه است (شکل ۱)  $CB$  قطع می‌نماید.



شکل ۱ - a

شکل ۱ - b

اگر  $B$  از خط  $d$  به یک فاصله نباشد (شکل ۱ - b) در این صورت، قرینه  $A$  را نسبت به  $d$  یافته آنرا  $A'$  می‌نامیم و  $A'B$  را اوصل می‌کنیم تا  $d$  را در  $M$  قطع کند  $AM + MB$  کوتاهترین فاصله و  $M$  جواب مسئله است. زیرا داریم :  $AM + MB = A'B$

۱- مسئله «شتر، صحراء، رودخانه» - عربی در صحراء

مجبر بود در راه مراجعت به خانه اش از آب رودخانه‌ای که در نزدیکی و در یک جانب وی و خانه اش قرار داشت شتر خود را سیراب کند . چه مسیری را باید بپیماید تا کوتاهترین فاصله را پیموده باشد ؟

حل - فرض می‌کنیم مرد عرب در نقطه  $A$  و خانه اش در نقطه  $B$  و رودخانه به وضع خط  $d$  باشد . دو حالت در نظر می‌گیریم :

اول اینکه  $A$  و  $B$  از خط  $d$  به یک فاصله باشند . در این حالت مسئله خیلی ساده خواهد بود : عمود منصف خط  $AB$  را رسم می‌کنیم که خط  $d$  را در

صفر و دو خانه در کوکو کی می کند که این مسئله تریم

P چنان رسم کنید که دورأس دیگرش بر دایره واقع بوده و O مرکز دایرة محاطی داخلی آن باشد.

هر چند که چندین راه حل این مسئله و مخصوصاً ساده‌ترین آنها در یکان شماره ۹ مندرج است، با وجود این دوراه حل مسئله که از آقای دکتر امیرمعز است ذیلا ارائه می‌شود.

قبل از حل متنبّه کر چند نکته می‌شویم:

رسم یک شکل هندسی در صفحه معمولاً به تعیین نقاط منجر می‌شود. هر نقطه از تلاقی دو مکان هندسی بدست می‌آید. هر گاه تعیین آن نقطه از محل تقاطع دو خط یا یک خطوط یک دایره یا دو دایره بدست آید می‌گوئیم که ترسیم هندسی است. گاهی برای ترسیم شکل قطعه خطی را مجھول می‌گیریم و سعی می‌کنیم معادله‌ای با آن مجھول بدست آوریم. هر گاه این معادله از درجه دوم، یا قابل تبدیل به درجه دوم باشد مسئله حل هندسی دارد. در غیر این صورت مسئله حل هندسی ندارد و اثبات آنرا باید در کتابهای جبر جدید چستجو کرد.

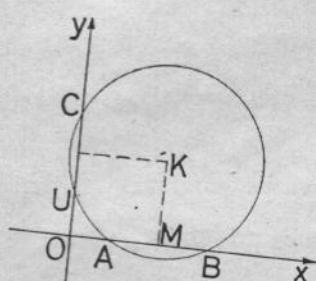
### حل ترسیمی معادله درجه دوم:

معادله درجه دوم:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های این معادله باشد. لذا:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$



شکل ۳

دو محور عمود بر هم که  
دارای واحدهای برابرند  
در نظر می‌گیریم (شکل ۳)  
فرض می‌کنیم که  
 $OA = x_1$  و

$$OB = x_2$$

جواب مسئله باشد. اگر

$M$  وسط قطعه خط  $AB$

باشد رابطه زیر بدست

می‌آید:

$$OM = \frac{1}{2}(OA + OB) = -\frac{b}{2a}$$

روی محور  $y$  دونقطه  $U$  و  $C$  را چنان می‌گیریم که

$$OU = 1 \quad \text{و} \quad OC = \frac{c}{a} \quad \text{باشد چون:}$$

$$x_1 x_2 = (OA)(OB) = (OU)(OC) = \frac{c}{a}$$



اگر N نقطه متغیری از خط d باشد داریم:

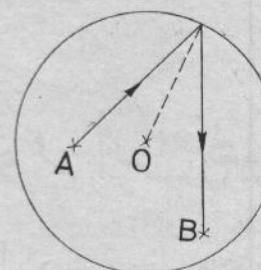
$$NA + NB = A'N + NB$$

اما در مثلث A'BN داریم  $A'B < A'N + NB$  یعنی:

$$AM + MB < AN + NB$$

و نتیجه می‌شود  $AM + MB$  مینیمم است.

**مسئله ۲** – نقاط A و B داخل دایرة صیقلی به مرکز O مفروض است. شعاع نورانی را تعیین کنید که از A گذشته و بعد از برخورد به دایره و بازتاب، از B بگذرد (شکل ۲).



شکل ۲

این مسئله از  
مسائل لاینجل است. حل  
آن به این منجر می‌شود  
که بیضی رسم کنیم با  
کانونهای A و B بقسمی  
که بر دایرة (O) مسas  
باشد و این مسئله راه  
حل هندسی ندارد.

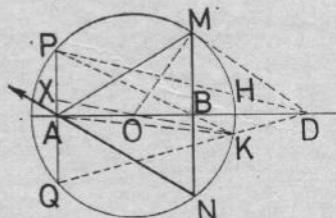
**مسئله ۳** – این مسئله که به نام «مسئله الحسن» معروف است و در اولین شماره مجله یکان به مسابقه گذاشته شده و راه حلها مختلف از آن در شماره ۹ چاپ شده چنین است:

از نقطه مفروض در داخل آینه‌ای دایره شکل، شعاعی نورانی را رسم کنید که بعد از دو مرتبه انعکاس به همین نقطه برگردد.

صورت هندسی مسئله چنین است: نقطه P واقع در داخل دایرة به مرکز O مفروض است. مثلثی متساوی الساقین به رأس

را در نقطه Q قطع می‌کند و OQ معادل ریشه مثبت معادله است. بقیه ترسیم واضح است. بحث به عهده خواننده‌واگذار می‌شود.

**راه حل دوم** - فرض می‌کنیم AM شعاع نورانی و AM - MN - NA مسیرش باشد.



شکل ۵

می‌توان ثابت کرد که MN عمود بر MD است. مماس AO را از نقطه M بر دایره رسم می‌کنیم. در این صورت MO و MD نیمسازهای زاویه AMB خواهند برد بنابراین:

$$\{ M(A \text{ و } B \text{ و } O \text{ و } D) \}$$

اشعه توافقی می‌باشد.

فرض می‌کنیم عمود بر AO در نقطه A دایره را در P قطع نماید.

در این صورت DP و DQ را رسم می‌کنیم. این دو خط به ترتیب دایره رادر K و H قطع می‌کنند. از آنجا که قطبی نقطه D نسبت به دایره (O) است خطوط KP و QH در نقطه B متقابله‌اند.

بنابراین نقاط K و B و P بریک استقامت واقع‌اند و اشعه توافقی:

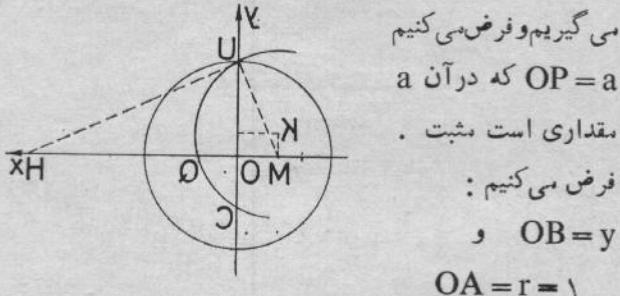
$$PQ \text{ را در } \{ K(A \text{ و } B \text{ و } O \text{ و } D) \}$$

و X و Q قطع می‌کنند و  $\{ A \text{ و } X \text{ و } Q \}$  یک تقسیم توافقی است. برای رسم AM ابتدا X را بدهست می‌آوریم که مزودج توافقی Q نسبت به PA می‌باشد، سپس خط XO را رسم می‌کنیم که دایره (O) را در K قطع نماید.

از نقطه D بر دایره (O) نقطه M را مشخص می‌کند.

نتیجه می‌شود که نقاط A و C بریک دایره‌اند و مقدار  $\frac{c}{a}$  قوت نقطه O نسبت به این دایره است. نقطه K مرکز این دایره، محل تلاقی عمود منصف قطعه خط UC و عمودبرمحور Xها از نقطه M است.

**حل مسئله الحسن** - بدون اینکه در جزئیات مسئله بحث کنیم به شکل ۴ مراجعه می‌کنیم. قطعه OQ را



شکل ۴

$$\begin{cases} xy = r^2 = 1 \\ \frac{y-x}{y+a} = \frac{x}{a} \end{cases}$$

پس از حذف y نتیجه می‌شود:

$$2ax^2 + x - a = 0$$

ملاحظه می‌شود که:

$$x_1 x_2 = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad (x_1 + x_2) = -\frac{1}{4a}$$

خط OP را محور x انتخاب می‌کنیم و خط عمود بر آن از نقطه O را محور y می‌نامیم. (شکل ۴)

واضح است که  $OC = -\frac{1}{2}$  و  $OU = 1$ . و برای

بدست آوردن نقطه M باید عکس  $4a$  رادر جهت منفی روی محور x انتخاب کنیم. برای این کار نقطه H را روی محور x چنان انتخاب می‌کنیم که  $OH = 4a$  باشد. مثلث قائم الزاویه HUM را رسم می‌کنیم که  $OM = \frac{1}{4a}$  می‌شود. عمودمنصف قطعه

خط CU و عمود بر محور x از نقطه M یکدیگر را در نقطه K قطع می‌کنند. دایره به مرکز K و به شعاع KU محور x ها



# بررسی مسئله فرما

دنباله از شماره قبل

ترجمه: هوشنگ شریفزاده

$$\begin{cases} x^k + y^k - z^k = 2v'^k \\ x^k + y^k + z^k = 2^{ak} n^{\beta k} u^k \end{cases} \text{ یا برعکس}$$

که از آنجا:

$$A \begin{cases} z^k = \pm (2^{ak} - 2^{nk} \beta k u^k - v'^k) \\ y^k = 2^{ak} - 2^{nk} \beta k u^k + v'^k - 2^{ak} n^{\beta k} (uv)^k \end{cases} \text{ یا داشته باشیم:}$$

$$\begin{cases} x^k + y^k - z^k = 2^{ak} u^k \\ x^k + y^k + z^k = 2v'^k n^{\beta k} \end{cases} \text{ یا برعکس}$$

که از آنجا:

$$\begin{aligned} z^k &= \pm (2^{ak} - 2^{nk} u^k - v'^k n^{\beta k}) \\ y^k &= 2^{ak} - 2^{nk} u^k + v'^k n^{\beta k} - 2^{ak} n^{\beta k} (uv)^k \end{aligned}$$

با توجه به عبارت اخیر  $z^k$  به این نتیجه می‌رسیم که:

$$n^{n-1} \pm 2^{a(n-1)-1} \text{ مضرب } n \pm 1$$

$$n^{n-1} + 2^{a(n-1)-1} \text{ مضرب } n$$

$$n^{n-1} + 2^{a(n-1)-1} = n + 1 \text{ مضرب } n$$

واز آنجا، با همان روش پاراگراف قبل،  $n = 3$  یا  $n = 1$  است، عدم امکان نیز برای حالتی که فقط  $Z$  شامل مضارب ۲ و ۳ است، بدست می‌آید.

دنباله دارد

یکان دوره هفتم

در چاپ قسمت اول این مقاله در شماره قبل، در صفحه ۸۱ سطون اول سطر آخر رابطه‌ای که چاپ شده اشتباه است و صحیح آن چنین است:

$$Z^{n-1} = cn$$

\*\*\*

- اکنون حالتی را بررسی می‌کنیم که:

$$x = 2^{\alpha} n^{\beta} uv$$

$$\begin{aligned} z^{\frac{n-1}{2}} &= 2^{\alpha(n-1)} - 2^{nk(n-1)} u^{n-1} + \\ &\quad + v^{n-1} \end{aligned}$$

رابطه پیشنهادی (۱) را به صورتی دیگر می‌نویسیم.

$$\frac{n-1}{2} = k \quad \text{بسادگی می‌توان تحقیق کرد که با فرض}$$

به منظور سادگی، رابطه (۱) به این صورت نوشته می‌شود:

$$(x^k + y^k - z^k)(x^k + y^k + z^k) = 2x^ky^k =$$

$$= 2 \times 2^{\alpha k} n^{\beta k} u^k v^k$$

که  $u'v' = uv$  است و  $u'$  و  $v'$  نسبت به هم اولند و بر  $n$  قابل قسمت نیستند.

دوپرانتز طرف اول، اگر عامل ۲ را در آنها کنار بگذاریم

نسبت به هم اولند، زیرا ۱۱ گرمه مقسوم عليه مشترکی بغیر از ۲ داشتند، آن عدد مقسوم عليه  $2Z^k$  و بنابراین  $Z$  نیز می‌بود، و در عین حال که مقسوم عليه طرف دوم می‌بود، مقسوم عليه  $y$ ، و بنابراین، بر طبق رابطه (۱) مقسوم عليه هردو می‌بود و این برخلاف شرایط اول بودن است. بنا بر این باید

یاداشته باشیم:

## راهنمای ریاضیات متوسطه

# قدر مطلق |

دنباله از شماره قبل

عبدالحسین مصطفی

$$\sqrt[n]{x^r} = |x|$$

قرار داد  $\sqrt[n]{x^r} = x$  است پس :

$$x > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{x^r} = x$$

$$x < 0 \Rightarrow \sqrt[n]{x^r} = -x$$

درحالات کلی چنین می‌نویسیم :

$$\sqrt[n]{x^r} = |x|$$

چند مثال عددی :

$$\sqrt[(-5)^2]{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$\sqrt[(1-\sqrt{3})^2]{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt[4]{28-16\sqrt{3}} = \sqrt[4]{16+12-16\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt[4]{(4-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{|4-2\sqrt{3}|}$$

وچون  $|4-2\sqrt{3}| > 4$  است پس :

$$\sqrt{|4-2\sqrt{3}|} = \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3+1-2\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = |\sqrt{3}-1| = \sqrt{3}-1$$

**مثال دیگر** - حاصل عبارت زیر را به ازاء  $\sqrt{3}-1$  حساب کنید :

$$y = \frac{(x-1)\sqrt{3}}{\sqrt{x^r-x+1}}$$

قبل توجه خواننده به این نکته جلب می‌شود که  $\sqrt[n]{A}$  به شرط  $A > 0$  نمایش یک عدد حسابی است بقسمی که توان  $n$  آن برابر با  $A$  باشد. به عبارت دیگر به شرط  $\sqrt[n]{A} > 0$  همواره نشان دهنده یک عدد مثبت است. فرض می‌کنیم که  $a$  عددی جبری باشد بقسمی که  $a^n = A$  باشد. درhaltی که  $n$  فرد باشد  $a$  با  $A$  همعلم است و اگر  $A$  مثبت باشد  $a$  نیز مثبت است و می‌توانیم بنویسیم:

$$a^n = A \Rightarrow \sqrt[n]{A} = a$$

درhaltی که  $n$  زوج باشد و داشته باشیم  $a^n = A$ ، عدد  $a$  ممکن است مثبت باشد و ممکن است منفی باشد. در این حالت چنانچه بنویسیم  $\sqrt[n]{A} = a$  و قنی که  $a$  منفی باشد اشتباه کرده‌ایم. زیرا که  $\sqrt[n]{A}$  نمایش یک مقدار مثبت است و نمی‌تواند با مقدار منفی برابر باشد. دراین حالت چنین می‌نویسیم :

$$a^n = A \Rightarrow \sqrt[n]{A} = |a|$$

بنابرآنچه قبل در مورد قدر مطلق گفته شد می‌توانیم

چنین بنویسیم :

$$a > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{A} = a \quad \text{و زوج } A = a^n : \\ a < 0 \Rightarrow \sqrt[n]{A} = -a$$

مثل  $\sqrt{x^r}$  درhaltی که  $x$  مثبت باشد برابر است با  $x$  و درhaltی که  $x$  منفی باشد برابر است با  $-x$  و چون بنا به

به ترتیب داریم :

$$y = \frac{(2 - \sqrt{3} - 1)\sqrt{3}}{\sqrt{4 - 4\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} + 1}} = \frac{(1 - \sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}}$$

$$y = \frac{(1 - \sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{3}{2}(4 - 2\sqrt{3})}} = \frac{(1 - \sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1)^2}} = \frac{(1 - \sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}} = \frac{(1 - \sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}} = -\sqrt{2}$$

مثالهای حرفی :

۱- حاصل عبارت زیر را حساب کنید :

$$y = \sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(x-1)^2}$$

قبل از نویسیم :

$$y = |x+1| + |x| + |x-1|$$

اگر  $x > 1$  باشد هر یک از سه عبارت  $|x+1|$ ,  $|x|$  و  $|x-1|$

مشبт بوده و داریم :

$$y = x+1+x+x-1 = 3x$$

اگر  $1 < x < 0$  باشد خواهیم داشت :

$$y = x+1+x-(x-1) = x+2$$

در حالت  $0 < x < 1$  داریم :

$$y = x+1-x-(x-1) = -x+2$$

بالاخره وقتی  $-1 < x < 0$  باشد داریم :

$$y = -(x+1)-x-(x-1) = -3x$$

۲- محاسبه حاصل عبارت زیر :

$$y = \sqrt{x^2 + 1 + 2\sqrt{x^2}} - \sqrt{x^2 + 1 - 2\sqrt{x^2}}$$

الف - در صورتی که  $x$  مشبт باشد داریم :

$$y = \sqrt{x^2 + 1 + 2x} - \sqrt{x^2 + 1 - 2x}$$

$$y = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$$

اولاً اگر  $x > 1$  باشد نتیجه می شود :

$$y = x+1-(x-1) = 2$$

ثانیاً در صورتی که  $1 < x < 0$  باشد داریم :

$$y = x+1-(-x+1) = 2x$$

ب - اگر  $x$  منفی باشد داریم :

$$y = \sqrt{x^2 + 1 - 2x} - \sqrt{x^2 + 1 + 2x}$$

$$y = \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(x+1)^2}$$

اولاً اگر  $0 < x < 1$  باشد داریم :

$$y = -x+1-(x+1) = -2x$$

ثانیاً در صورتی که  $-1 < x < 0$  باشد داریم :

$$y = -x+1-(-x-1) = 2$$

مثال ۲ - مطلوب است محاسبه عبارت :

$$x = \frac{4t}{t^2 + 4} \text{ درازاء } y = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$$

قبل از توجه داریم که عبارت  $y$  وقتی معین است که :

$$1+x > 0 \Rightarrow 1 + \frac{4t}{t^2 + 4} > 0 \Rightarrow 4t + t^2 + 4 = (t+2)^2 > 0$$

$$1-x > 0 \Rightarrow 1 - \frac{4t}{t^2 + 4} > 0 \Rightarrow (t-2)^2 > 0$$

عبارت  $y$  درازاء همه مقادیر  $t$  معین است و چون عبارت داده شده را بر حسب  $t$  نوشته ساده کنیم خواهیم داشت :

$$y = \sqrt{\frac{(t+2)^2}{t^2 + 4}} - \sqrt{\frac{(t-2)^2}{t^2 + 4}}$$

$$y = \frac{|t+2| - |t-2|}{\sqrt{t^2 + 4}}$$

سه حالت باید در نظر بگیریم ؛ حالت اول اگر  $t > 2$

باشد خواهیم داشت :

$$y = \frac{t+2-(t-2)}{\sqrt{t^2 + 4}} = \frac{4}{\sqrt{t^2 + 4}}$$

حالت دوم - اگر  $-2 < t < 2$  باشد داریم :

$$y = \frac{t+2-(-t+2)}{\sqrt{t^2 + 4}} = \frac{2t}{\sqrt{t^2 + 4}}$$

حالت سوم - وقتی  $-2 < t < 0$  باشد داریم :

$$y = \frac{-t-2-(-t+2)}{\sqrt{t^2 + 4}} = \frac{-4}{\sqrt{t^2 + 4}}$$



## حل المسائل جبر

برای سال چهارم ریاضی دبیرستانها

تألیف: غلامرضا یاسی پور

مرکز فروش:

**مؤسسه انتشارات احمد علمی**

تهران - بازار بین الحرمین

در ۱۶۶ صفحه - بها: ۱۸۰ ریال

## تمرینات ریاضی و راهنمای حل

برای دانشآموزان سال ششم طبیعی

### خودآموز متمم حساب

برای دانشآموزان سال چهارم ریاضی

تنظیم از: محمود تقائی

مرکزپخش: دبیرستان علوی مشهد

**توجه** - اداره کتابخانه و ارسال

کتابهایی که زیرعنوان بالا معرفی می‌شوند مذکور است. خواستاران به کتابفروشیها یا به ناشران آنها مراجعه فرمایند.

## تمرینات

$$-1 \quad \text{حاصل عبارت } y = \sqrt{x^2} + \sqrt{(x-1)^2}$$

هریک از مقادیر زیر بدست آورید:

$$x = \sqrt{3} \quad x = -\sqrt{3} \quad x = 0/5$$

$$-2 \quad \text{حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید:}$$

$$\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}(\sqrt{3}+1)$$

$$\sqrt{2-\sqrt{3}}(\sqrt{6}-\sqrt{2})(2+\sqrt{3})$$

$$\sqrt{6+4\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{7}(\sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt{7-4\sqrt{3}})$$

$$-3 \quad \text{حاصل هریک از عبارتهای زیر را در فواصل مختلف}$$

تعیین کنید:

$$y = x + \frac{\sqrt{x^2}}{x} \quad y = \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(x+1)^2}$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{(x+1)^2}} - \frac{x+1}{\sqrt{x^2}}$$

$$y = \sqrt{x^2 + 2x + 2} + \sqrt{(x+1)^2} -$$

$$- \sqrt{x^2 + 2x + 2} - \sqrt{(x+1)^2}$$

## درجہان اعداد

ترجمہ: فتح اللہ ذرگری

1 - یا - کاف

$$63:3 = 6 \times 3 + 3$$

$$95:5 = 9 + 5 + 5$$

$$85 - 63 = 8 + 5 + 6 + 3$$

$$(2+7) \times 2 \times 16 = 222 + 16$$

$$95 - 4^2 = 9 \times (5+4) - 2$$

$$\sqrt{64} = 6 + \sqrt{4}$$

$$\sqrt{1936} = -1 + 9 + 36$$

$$\sqrt{6724} = 6 + 72 + 4$$

$$\sqrt{11881} = 118 - 8 - 1$$

$$\sqrt{169} = 16 - \sqrt{9} = \sqrt{16} + 9$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 \times 2^2 = 34 - 2 \\ 4^2 : 2 = 24 - 2 \end{array} \right.$$

$$2^8 - 1 = 128$$

$$5^8 - 4 = 625$$

$$\sqrt{144} = 14 - \sqrt{4}$$

$$\sqrt{121} = 12 - 1$$

$$\sqrt{256} = 6 + 5 \times 2$$

$$\sqrt{324} = (4+2) \times 3$$

$$\sqrt{64} = 4 + \sqrt{9} = -\sqrt{4} + 9$$

# تاریخ پیدایش برخی از علائم ریاضی

ترجمه: فتح الله زرگری

علائم در ریاضیات نقش عمده‌ای را ایفا می‌کنند. پیشرفت در اکثر علوم ریاضی مرهون این نشانه‌ها است. زبان ریاضی که مجموعه‌ای از نشانه‌ها است و سیار دقیق و واضح برای آنکه شخص بتواند مفاهیمی را که دریافته به دیگری بفهماند. تاریخ پیدایش برخی از رایجترین علامتهای ریاضی در زیر درج می‌شود.

تاریخ	مبتكر	علامت	مفهوم	تاریخ	مبتكر	علامت	مفهوم
۱۷۱۸	برنولی	تابع	$m(x)$	۱۶۵۵	والیس	$\infty$	پنهانیت
۱۷۳۴	اولر	«	$f(x)$	۱۷۳۶	اولر	e	مبنا لگاریتم
۱۶۷۵	لایب نیتز	دیفرانسیل	$d^n x$	۱۷۰۶	جونس	$\pi$	نسبت محیط دایره به قطر
۱۶۷۵	لایب نیتز	انتگرال	$\int$	۱۷۲۶	اولر	i	اولر
۱۶۷۵	لایب نیتز	مشتق	$\frac{d}{dx}$	۱۷۷۷	اولر	$\sqrt{-1}$	اولر
۱۷۷۰	لاگرانژ	$f'(x), y'$	مشتق	۱۶۳۷	دکارت	y, x	مقادیر متغیر مجهول
۱۸۱۹	فوریه	انتگرال معین	$\int_a^b$	۱۸۵۳	کشی	$\bar{r}$	بردار
۱۸۰۸	کرامپ	فاکتوریل	!	ریاضیدانان آلمان اواخر قرن ۱۵			
۱۸۴۱	وایرشتراس	قدر مطلق	$ x $	۱۶۳۱	اوترید	$\times$	ضرب
۱۷۸۶	لویلر	حد	$lim$	۱۶۹۸	لایب نیتز	.	»
۱۸۵۳	هامیلتون	تساوي	=	۱۶۸۴	لایب نیتز	:	تقسیم
۱۵۵۷	رکورد	بزرگ، کوچک	><	۱۶۳۷	دکارت	a <sup>n</sup>	توان
۱۶۳۱	هاریوت	توازی		۱۵۲۵	رودلف	$\sqrt[n]{-}$	ریشکی
۱۶۷۷	اوترید	تعامد	—	۱۶۲۹	ژیرار	log	لگاریتم
۱۶۳۴	اریگون	پرانتز	( )	۱۶۲۴	کپلر	sin	با میلی
۱۵۴۴	استنیل	کروشه	[ ]	۱۶۳۲	کاوالیری	cos	ویت
۱۵۴۵	کارдан	آکولاد	{ }	۱۷۴۸	اولر	tg	ویت
۱۵۵۰	بامبلی			۱۷۵۳	اولر	arcsin	
۱۵۹۳	ویت			۱۷۷۲	لاگرانژ		

## مسائل انتخابی از

# مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها

ثلث اول، سال تحصیلی ۴۸ - ۴۹ (آذر ۱۳۴۸)

### دبیرستان محمد طبری (آمل)

دبیر: بناساز

کسر زیر را ساده کنید.

$$\frac{a^r - x^r}{a^r - 2ax + x^r} : \left( \frac{a^rx + x^r}{a^r - x^r} \times \frac{a^r + a^rx + x^r}{a^rx - ax + x^r} \right)$$

### مسائل فیزیک

#### دبیرستان بزرگمهر (تبیز)

دبیر: رفعتی - فرستنده: صمد ریخته گران

- اتومبیلی به وزن ۵ تن در یک جاده شیب دار پوشیده رو به بالا حرکت می‌کند. نیروی اصطکاک برای هر ۵۰/۰ تن  $Kgf\cdot h$  می‌باشد و اتومبیل با سرعت ثابت  $36Km/h$  در حرکت است. توان موتور را بر حسب اسب بخار پیدا کنید.
- اسپی ارابه‌ای به وزن ۵۰۰ کیلو گرم را درجه افقی به ضریب اصطکاک ۲/۰ حرکت می‌دهد. حداقل نیروی وارد از طرف اسب بر ارابه را پیدا کنید. ثانیاً کار نیروی مذکور را برای مسافت ۱۰۰ متر بر حسب  $Kgm$  و  $\theta$  باید.

#### دبیرستان حکیم نظامی (قم)

دبیر: موحدی - فرستنده: جواد فیض

- در یک شیشه مدرج ( $cm^2$ ) ۱۶۰ گرم الكل ریخته و در آن یک گلوله آلومینیم به وزن ۱۲۵ گرمی اندازیم کل تا ۲۶۷/۵ درجه بالا می‌آید. وزن مخصوص آلمینیم را پیدا کنید.

- یک واگن معدن به وزن ۵۰۰ Kg روی سطح شیبداری

### کلاس چهارم طبیعی

#### جبر

#### گروه فرهنگی انوشه

دبیر: پیروز

- عبارت زیر را خلاصه کنید.

$$\frac{a^r + 2ab + b^r - c^r}{a^r - b^r - c^r - 2bc} \times \frac{a^r - 2ac + c^r - b^r}{b^r - 2bc + c^r - a^r}$$

- کسر زیر را خلاصه کنید.

$$\frac{x^6 - ax^4 - a^4x + a^6}{x^4 - ax^r - a^rx^r + a^rx}$$

#### دبیرستان حکیم نظامی (قم)

دبیر: موحدی - فرستنده: جواد فیض

- مطلوبست محاسبه مقدار عبارت A از رابطه زیر:

$$A = \sqrt[7]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[7]{20 - 14\sqrt{2}}$$

M را از رابطه زیر بدست آورید.

$$M = \sqrt[a]{a\sqrt[a]{a\sqrt[a]{a}}} + \sqrt[b]{b\sqrt[b]{b\sqrt[b]{b}}} + \sqrt[c]{c\sqrt[c]{c\sqrt[c]{c}}} + \sqrt[a]{a\sqrt[a]{a\sqrt[a]{a}}}$$

تجزیه الکتریکی نمود؟ در این صورت حجم اکسیژن حاصل چند میلیمتر مکعب است؟

### دیروستان کورش کبیر (شاهی)

دیبر : موخر نژاد - فرستنده : رهبر

- بر  $5/0$  گرم هیدرورکلسمیم آنقدر آب اثر می دهیم تا دیگر گازی متصاعد نشود. گاز حاصل می تواند بر اکسید گداخته مغناطیسی آهن اثر کرده و  $8/40$  گرم آهن آزاد نماید، درجه خلوص هیدرورکلسمیم را حساب کنید.

- چه حجم از محلول جوهر نمک به چگالی  $1/18$  و درجه خلوص  $36/5$  را باید انتخاب کرد و با چه مقدار آب، خلوط کرد تا یک لیتر محلول  $73$  گرم در لیتر اسید کلریدریک بدست آورد.

-  $25 \text{ cm}^3$  اسید کلریدریک با  $5/0$  گرم کربنات کلسمیم و  $10 \text{ CC}$  پتانس  $28$  گرم در لیتر خشی می شود. غلظت ملکولی اسید را بدست آورید.

### دیروستان ملکزاده (آمل)

فرستنده : قدرت الله معتقد لاریجانی

- اولاً  $50 \text{ CC}$  سود به فاکتور  $2$  نرمال با چند  $CC$  اسید  $1/4$  نرمال خشی می شود. ثانیاً اگر غلظت محلولی از سولفات فریک  $8/0$  گرم در لیتر باشد  $30 \text{ CC}$  محلول سود با چند  $CC$  سولفات فریک ترکیب می شود.

-  $2/24$  لیتر گاز سولفور را در محلول آب اکسیژنه  $11/2$  حجم حل کرده ایم، چند  $CC$  آب اکسیژنه مزبور به کار می رود و اسید حاصل با چند گرم کربنات سدیم متبلور که  $10$  ملکول آب تبلور دارد خشی می شود.

## کلاس چهارم ریاضی

### جبر

#### دیروستان ابو مسلم

دیبر : جوادی - فرستنده : غلامحسین آموسى

- حاصل کسر  $\frac{x^2 + 2x - 2}{x}$  را در ازاء

$$\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} = x \quad \text{حساب کنید.}$$

به طول  $12$  متر که با افق زاویه  $30^\circ$  درجه دارد بالا می رود. اولاً کار لازم برای بالا بردن این واگن را بر حسب کیلو گرم متر و ژول وارگ حساب کنید. ثانیاً این کار بوسیله موتوری در مدت  $15$  ثانیه انجام می گیرد، توان موتور بر حسب کیلو گرم متر بر ثانیه و اسب بخار چقدر است؟

### دیروستان فردوسی (گلپایگان)

دیبر : جعفری - فرستنده : علی غفاری

- دستگاهی تشکیل شده از یک تخته که به موازات سطح زمین استوار شده است. در طرف پائین این دستگاه دو قرقه قرار دارد که از روی آنها نخی عبور داده شده است. به طرفین نخ دونیروی  $F_1 = 300$  و  $F_2 = 400$  نیوتون وارد می گردد. معلوم کنید درین دو قرقه چه وزنهای قرار دهیم تا امتداد نخها در نقطه آویز برهم عمود باشند.

- نیروی قائم  $R = 10 \text{ Kgf}$  را به دو مؤلفه  $F_1$  و  $F_2$  تقسیم کنید بطوری که اندازه  $F_1$  افقی بوده و با  $R$  زاویه  $60^\circ$  درجه بسازد. اندازه های  $F_1$  و  $F_2$  را بدست آورید.

### دیروستان فیروز بهرام

دیبر : یگانگی - فرستنده : اردشیر مهر بانی

- نیروی  $R = 10 \text{ Kgf}$  را به دونیروی عمود بر هم طوری تجزیه کنید که اندازه یکی از آنها  $F_1$  و مقدار دیگری  $F_2 = F_1 + 2$  باشد.

- جسمی به وزن  $f = 30 \text{ kgf}$  را روی سطح شیبداری به زاویه شب  $30^\circ$  درجه قرار داده ایم. آنرا بوسیله چرخ چاهی که در انتهای سطح شیبدار قرار گرفته بالا می کشیم، شعاع استوانه آن  $10 \text{ cm}$  و شعاع دسته اش سه برابر شعاع استوانه می باشد. راندمان کل  $80\%$  است. معلوم کنید: اولاً نیروی محرک. ثانیاً کار یک دور نیروی محرک چند ژول است.  $(3) \pi = \pi$  فرض شود)

### مسائل شیمی

#### دیروستان حکیم نظامی (قم)

دیبر : شریعت - فرستنده : جواد فیض

از ترکیب  $2/8$  گرم آهن با اسید سولفوریک رقیق چند  $CC$  و چند گرم نیدرن می توان بدست آورد. برای تهیه همین مقدار نیدرن چه مقدار آب را باید

$$\frac{2x - 3}{(x-2)(x-1)^2}$$

### دیبرستان پوین

دیبر : حسینی - فرستنده : عارف مؤمن

- معادله زیر را حل کنید .

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{x-10} = 4$$

- عبارت زیر را تجزیه کنید .

$$2x^2 + (2a+b+2)x + ab + b$$

- معادله درجه دومی چنان تشکیل دهید که هریک از ریشه هایش از سه برابر ریشه های معادله زیر دو واحد کمتر باشد .

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

### دیبرستان پهلوی (کرمان)

دیبر : عمرانی - فرستنده : محمد رضا قهاری

$$\beta^2 + \beta m + d = 0 \quad \alpha^2 + \alpha m + d = 0$$

و  $\lambda^2 + \lambda m + d = 0$  سه عدد مختلف باشند

$$\alpha + \beta + \lambda = 0$$

ثابت کنید :

- مخرج کسر زیر را گویا کنید .

$$\frac{36}{2 + \sqrt{3} + \sqrt{7}}$$

### دیبرستان پهلوی (گلپایگان)

دیبر : جعفری - فرستنده : علی غفاری

- ثابت کنید اگر :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

$$\frac{1}{x^m} + \frac{1}{y^m} + \frac{1}{z^m} = \frac{1}{x^m + y^m + z^m}$$

(m) عددیست صحیح و فرد )

- چند جمله ای زیر مفروض است .

$$f(x) = bx^4 + ax^3 + 4x^2 + x - 5$$

پارامترهای a و b را طوری باید که باقیمانده f(x)

$$بر - 9 - x^2 - 26x + 112 = R \text{ گردد .}$$

### دیبرستان پهلوی (ملایر)

دیبر : گلستانی - فرستنده : امان الله ترکمان اسدی

عبارت  $\sqrt{a} + a)x + a - x^2$  را به حاصل ضرب عوامل

تجزیه کنید .

- ضرایب p و q رابه قسمی تعیین کنید که عبارت  $x^4 + px^2 + q$  بر عبارت  $x^2 - x - 6$  قابل قسمت باشد .

### دیبرستان البرز

فرستنده : علی مهرداد وحدتی ، دانشجوی پلی تکنیک تهران

- اولاً جذر عبارت زیر را تعیین کنید .

$$A = 4x^4 - 20x^3 + 33x^2 - 20x + 4$$

ثانیاً بزرگترین مقسوم عليه مشترک A و B را تعیین کنید .

$$B = 2x^3 + 3x^2 + 4x - 3$$

- جوابهای مشترک نامعادلات زیر را تعیین کنید .

$$\begin{cases} -x^2 + 3x - 2 < x^2 - 4x - 5 \\ x^2 - 4x + 3 > x^2 - 8x + 15 \\ x^2 - x^2 > a^2 - a^2 x \end{cases}$$

- این معادله را حل کنید :

$$(a^2 - 4a + 2)^2 + (a - 2)^3 - (a - 3)^2 (a - 1)^2 = 3$$

- عبارت زیر را تجزیه کنید .

$$a^2 b + 2bc\sqrt{ac} - (b^2 c + ac^2)$$

- اگر  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  باشد ، ثابت کنید :

$$(1 - a^2)(1 - b^2)(1 - c^2) > 8a^2 b^2 c^2$$

### دیبرستان امیو کبیر

دیبر : کمپانی - فرستنده : سید کاظم نواب زاده

- عبارت زیر را تجزیه کنید .

$$(a - b)^5 + (b - c)^5 + (c - a)^5$$

- عبارت زیر را گویا و مقدار x را پیدا کنید .

$$x = \sqrt{a-x} \times \sqrt{b-x} \times \sqrt{b-x} \times \sqrt{c-x} +$$

$$\sqrt{c-x} \times \sqrt{a-x}$$

- مخرج کسر زیر را گویا کنید :

$$\frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2}$$

### دیبرستان ۲۵ شهریور (مسجد سلیمان)

دیبر : زنجانی - فرستنده : علیرضا صالح جعفر

- m و n را چنان تعیین کنید که عبارت زیر بر

$x^2 + x + 2$  قابل قسمت باشد . پس از تعیین m و n خارج

قسمت را تعیین کنید .

$$x^2 + (m+2)x^2 - (m+n)x + m - n + 2$$

- کسر زیر را به کسرهای ساده تجزیه نمایید .

## دیروستان رازی (شیراز)

دیبر : جوادپور - فرستنده : دیبر

اسفندیار اسفندیاری کاموس شهبازی

- اگر  $f(x) = 1 + 2x$  باشد ثابت کنید :

$$\underbrace{fff\dots f(x)}_{n \text{ مرتبه}} = 2^n(1+x) - 1$$

- مقادیر  $a$  و  $b$  و  $p$  و  $q$  راچنان تعیین کنید که تساوی زیر به ازاء جمیع مقادیر  $x$  برقرار باشد .

$$(2x - 1)^{20} - (ax + b)^{20} = (x^2 + px + q)^{10}$$

## دیروستان رضا شاه کبیر (شاهی)

دیبر : حاتمی - فرستنده : علی اکبر احسانی

- معادله زیر را حل کنید .

$$(x^2 - a)^2 - 2x^2 + 4x - 2a = 0$$

- با استفاده از خطوط مثلثاتی ، معادله زیر را حل کنید:

$$\sqrt[2]{3} + \sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{5}$$

## گروه فرهنگی شهریار (قم)

دیبر : امیدوار - فرستنده : جواد قیض

- ثابت کنید که عبارت  $(x+3)^2 - 2x - 1 = f(x+3)$  را حساب

$$P(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$$

بخش پذیر است . خارج قسمت را نیز محاسبه کنید .

$$Q(x) = 2x^9 - x^6 - 9x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 4x + 4$$

- نابعادیه مضاعف زیر را حل کنید :

$$1 > \frac{x-2}{2x+1} > \frac{2x+1}{x-2}$$

## دیروستان علوی (مشهد)

دیبر : سهرابیان - فرستنده : محمود دیبانی

- دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \sqrt[4]{x+y} = 3 \\ \sqrt[4]{y+x} = 17 \end{cases}$$

- راچنان تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد :

$$\sqrt[3]{45+29\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$$

## دیروستان جم (قلهک)

دیبر : کیا - فرستنده : محمد سلیمانی

- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید .

$$\frac{\sqrt[3]{9+\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{4}}} + \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{7-\sqrt[3]{2}}}$$

-  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید که  $x^3 + ax^2 + bx + 2$  بر  $(x-1)(x-2)$  قابل قسمت باشد .

## دیروستان حکیم سنائی (اصفهان)

- معادلات اصم زیر را حل کنید .

$$1) \quad \sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$$

$$2) \quad \sqrt{1+\sqrt{x^4-x^2}} = x-1$$

- عبارت زیر را تجزیه کنید

$$x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2$$

## دیروستان دکتر نصیری

دیبر : قلیزاده - فرستنده : ابوالقاسم امیری

- اگر  $(x+3)^2 - 2x - 1 = f(x+3)$  باشد ،  $f(x^2)$  را حساب

کنید .

- کثیرالجمله درجه دومی بنویسید که بر  $x-1$  قابل قسمت بوده و باقیمانده آن بر  $(x+2)$  و  $(x-4)$  به ترتیب  $-3$  و  $5$  باشد .

- بدون انجام عمل تقسیم نشان دهید که عبارت  $P$  بر  $(x-1)(x^2-3)$  بخش پذیر است .

$$P = 9x^{12m} - 3x^{12m+2} + 2x^{12m+2} + x^{12m+2} - 6x^{12m+1} - 3x^{12m}$$

## دیروستان رازی (شاهی)

دیبر : حسینی - فرستنده : علی اکبر احسانی

- دستگاه زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ x^2+y^2+z^2=28 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}=4 \end{cases}$$

- عبارت زیر را تجزیه کنید .

$$(1+x+x^2+\dots+x^n)^2 - x^n$$

## دیبرستان فکرت (اسکو)

- اگر  $a + b + c = 0$  باشد ثابت کنید:  
 $2(a^4 + b^4 + c^4) = (a^2 + b^2 + c^2)^2$

## حساب

### دیبرستان ابوالملجم

دیبر : جوادی - فرستنده : غلامحسین آموسی  
 $\log 2 = 0.30103$  و  $\log 3 = 0.47712$   
 مطلوب است محاسبه  $\log a$  در صورتی که :

$$a = \sqrt[5]{\frac{8}{9}}$$

- مطلوب است محاسبه  $x$  از رابطه زیر:  
 $\log[12 + 2\log(x - 2)] = 1$

### دیبرستان البرز

فرستنده : علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی‌تکنیک تهران  
 - معادله زیر را حل کنید:

$$\sqrt{\log_5 x + 1} - \sqrt[3]{\log_5 x} = \sqrt[4]{\log_5 x} - \sqrt[3]{\log_5 x} - 1$$

- این معادله را حل کنید:

$$\log_4 x^4 + \frac{1}{2} \log_4 x + \log_4 x = 4$$

$$\frac{\log a}{bc} = \frac{\log b}{ac} = \frac{\log c}{ab}$$

$$a^{ac} \cdot b^{ab} \cdot c^{bc} = a^{ab} \cdot b^{bc} \cdot c^{ca}$$

- مطلوب است حل دستگاه زیر:

$$\begin{cases} \frac{1}{2(x+y)} \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{x+y}{3} = \sqrt[4]{x-y+4} \end{cases}$$

### دیبرستان امیرکبیر

دیبر : کمپانی - فرستنده : سید کاظم نوابزاده  
 - معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt[3]{\sqrt{x^4}} = 3 \times \sqrt[3]{\sqrt{x-1}}$$

دیبر : حمیدی - فرستنده : بهروز علمداری

- ضرایب  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که عبارت:  
 $x^3 + x^2 + 2b - 1$  قابل قسمت باشد.

- عبارت  $1 - x^5$  را به حاصل ضرب عوامل تجزیه کنید.

## دیبرستان فیوضات (مشهد)

دیبر : فریدی - فرستنده : محمد کاوئی  
 - نامعادله زیر را حل کنید:

$$1 < \frac{3 + 2x - x^2}{x^2 - 7x + 12} < 2$$

- بدون عمل تقسیم حاصل زیر را بدست آوردید.

$$x^{4n+4} - 16a^2 x^{n+1} - 2a$$

## دیبرستان کامکار (قم)

دیبر : اردھائی - فرستنده : جواد فیض

-  $m$  را چنان تعیین کنید که عبارت  $f(x) = x^7 - x + m$

$$f(x) = 6x^4 - 7x^3 + 4x^2 + 3m + 2$$

- عبارت زیر را به حاصل ضرب عوامل تجزیه کنید:

$$x^3(z - y^2) + y^3(x - z^2) + z^3(y - x^2) + xyz - 1$$

## دیبرستان محمد رضا شاه پهلوی (گیلان)

دیبر : سلیمانی - فرستنده : اسماعیل رضائی

- اگر  $xy = ab(a+b)$  باشد از عبارت:

$$x^2 - xy + y^2 = a^2 + b^2$$

عبارت زیر را نتیجه بگیرید:

$$(bx - ay)(ax - by) = 0$$

-  $a$  را چنان تعیین کنید که کسر زیر به ساده‌ترین صورت

خود درآید:

$$\frac{a^6 + a^4 x + a^2 x^2 + \dots + ax^4 + x^6}{1 + x + x^2 + \dots + x^4}$$

## دیبرستان هروی

دیبر : شریفی - فرستنده : محمد حسن نوری

- عبارت زیر را خلاصه کنید:

$$(2a \sqrt[3]{ax^2} - a \sqrt[6]{ax^6} - ax) : (\sqrt[3]{a^2 x} - \sqrt{ax})$$

## دیبرستان حکیم‌سنائی (اصفهان)

- دیبر : گوهری - فرستنده : اصغر شهیدزاده
- مجموع  $n$  جمله از تصادع حسابی به صورت  $(n+2)$  می‌باشد. دهمین جمله این تصادع را حساب کنید.
- حد مجموع "جمله‌یک تصادع هندسی نزولی برابر ۴ وحد مجموع مربعات جمله‌های این تصادع  $\frac{16}{3}$  می‌باشد، تصادع را تشکیل دهید.

## دیبرستان حیات (شیواز)

- دیبر : سلطانی مقدم - فرستنده : مسعود لطیفی
- رابطه‌ای بین  $y$  و  $x$  تعیین کنید تا اگر بین  $5x$  و  $2y$  همچنین بین  $y$  و  $5x$  هر کدام  $n$  واسطه عددی درج کنیم واسطه‌های  $K$  ام متساوی گردند.
- تعداد و مجموع اعداد سه رقمی را که در تقسیم بر ۷ باقیمانده ۲ می‌آورند معلوم کنید.

## دیبرستان خوارزمی (شماره ۱)

دیبر : قاسم‌لو - فرستنده : فرزاد نعیم

$$\frac{b+c-a}{\log a} = \frac{a+c-b}{\log b} = \frac{a+b-c}{\log c} \quad \text{اگر}$$

باشد، ثابت کنید:

$$a^{b-c} \times b^{c-a} \times c^{a-b} = 1$$

-  $y$  را از معادله زیر محاسبه کنید:

$$\log \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{y}}} (\gamma - \log \sqrt[2]{\log \sqrt[2]{y}} \times \log \sqrt[2]{y}) = \lambda$$

- معادله زیر را حل کنید:

$$\log_{\varphi}(x+12) \log_x 2 = 1$$

## دیبرستان دکتر نصیری

دیبر : ایزدی‌فر - فرستنده : ابوالقاسم امیری

S را از رابطه زیر بدست آورید:

$$S = 6 + 36 + 336 + 3336 + \dots + \underbrace{3006}_{n \text{ مرتبه}}$$

## دیبرستان رازی (شاهی)

دیبر : فتاحی - فرستنده : علی اکبر احسانی

- حاصل جمع زیر را پیدا کنید:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{3}{27} + \frac{4}{81} + \dots + \frac{n}{3^n}$$

## دیبرستان ۲۵ شهریور (مسجد سلیمان)

- دیبر : زنجانی - فرستنده : علیرضا صالح جعفر
- مقدار  $K$  را از رابطه زیر بدست آورید:

$$K = \frac{1}{2} \log 2 + \frac{1}{2} \log(2 + \sqrt{2}) +$$

$$\frac{1}{2} \log(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}) + \frac{1}{2} \log(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}})$$

- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} 3x \times 2y = 576 \\ \log \sqrt[2]{(y-x)} = 4 \end{cases}$$

## دیبرستان پهلوی (میاندوآب)

- دیبر : فرشاد - فرستنده : میرصادق فاطمی
- اگر داشته باشیم  $a^2 + 4b^2 = 4ab$ ، ثابت کنید:

$$\log \frac{3a + 2b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$$

- معادله زیر را حل کنید:

$$\log(x-1) + c \log(x+1) = 2 \log 2$$

## دیبرستان پهلوی (همدان)

- دیبر : ازگمی - فرستنده : کریم ناجی
- ثابت کنید که کسر زیر بستگی به مقدار  $a$  و  $b$  و  $c$  نداشته و همواره مقدار تابی است.

$$\frac{\log(bc\sqrt{a}) + \log(ac\sqrt{b}) + \log(ab\sqrt{c})}{\log a + \log b + \log c}$$

## دیبرستان جوینی (قوچان)

- دیبر : عمارزاده - فرستنده : حسین دلربائی
- یک تصادع حسابی دارای ۱۵ جمله است که جمله‌وسط آن برابر ۵۳ می‌باشد. اولاً مجموع جملات آنرا حساب کنید.
- ثانیاً در صورتی که مجموع ۳۱ جمله اول تصادع مساوی ۱۰۲۳ باشد، تصادع را مشخص کنید.

- مطلوب است محاسبه  $n$  جمله از رشته زیر ( $n$  نامحدود)

$$(4 + \frac{3}{2}) + (8 + \frac{3}{4}) + (12 + \frac{3}{8}) + \dots$$

- اگر  $\log_{10} 27$  برابر  $a$  فرض شود مطابقت محاسبه  
کنید:  $\log_{10} 27 = a$

### دیروستان قناد (بابل)

دیبر: حسینجان زاده

فرستندگان: عزیزانه زارع - محمود امیری

اگر  $\log_m a \cdot \log_m b \cdot \log_m c = \log_m (abc)$  باشد ثابت کنید تساوی زیر برقرار است.

$$\log_m a \cdot \log_m b + \log_m b \cdot \log_m c + \log_m c \cdot \log_m a = \log_m a + \log_m b + \log_m c$$

### دیروستان کامکار (قم)

دیبر: سعیدی - فرستنده: جواد فیض

لگاریتم عددی برابر ۳ است. اگر مبنا نصف عدد باشد مطابقت محاسبه عدد.

### دیروستان مروی

دیبر: باچناری - فرستنده: محمد حسن نوری

معادله زیر را حل کنید:

$$5^{\log X} - 3^{\log X} - 1 = 3^{\log X} + 1 - 5^{\log X}$$

### دیروستان هدف (شماره ۳)

فرستنده: باقر محمدی

- جمله  $p$  ام یک تصاعد عددی  $q$  و جمله  $q$  ام آن است. جمله  $n$  ام تصاعد را مشخص کنید. (برحسب و  $q$ ).

- اگر  $h$  واسطه توافقی و  $g$  واسطه هندسی بین دو

$$\text{عدد } b \text{ باشند و داشته باشیم } \frac{h}{g} = \frac{12}{13}, \text{ ثابت کنید: } \frac{a}{b} = \frac{4}{9} \text{ است.}$$

### مسائل هندسه

#### دیروستان البرز

فرستنده: علی بهداد وحدتی دانشجوی پلی‌تکنیک تهران

- مثلث  $ABC$  و نقطه  $D$  روی ضلع  $BC$  مفروض است. مثلثی رسم کنید که یک رأس آن نقطه  $D$  و دو رأس دیگر آن روی  $AB$  و  $AC$  واقع بوده و محیطش کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.

- به فرض این که  $x$  و  $y$  و  $z$  مقادیر مثبت باشند، ثابت کنید:  $\log_y x + \log_x y + \log_z x > 3$

- در صورتی که  $\beta$  عدد صحیح و مثبت باشد، آنرا از رابطه زیر بدست آورید:

$$e^{\log \beta} + \gamma^{\log \beta} = \beta$$

### دیروستان رازی (شیراز)

دیبر: جواد پور - فرستنده: محمد رضا زنبق

- اگر تصاعددهای زیر هر یک دارای ۱۰۰ جمله باشند، مجموع جملات مساوی درد تصاعد را بدست آورید.

۲۰۵۴۸۶۱۱

: ۳۰۵۷۰۹

- مجموع زیر را حساب کنید:

$$S = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1} + \dots + \frac{2^n}{x^{2^n}+1}$$

### دیروستان رضا شاه کبیر (شاهی)

دیبر: حاتمی - فرستنده: علی اکبر احسانی

از رابطه زیر تمام مقادیر  $x$  و  $y$  و  $z$  را بدست آورید.

$$\log_2 \sqrt{x} \cdot \log_3 \sqrt{y} \cdot \log_5 \sqrt{z} = 8$$

### دیروستان علوی (مشهد)

دیبر: مؤمنی - فرستنده: محمود دیبانی

- مجموع بینهایت عدد زیر را محاسبه کنید:

$$S = 1 + \frac{3}{4} + \frac{7}{16} + \frac{15}{64} + \frac{31}{256} + \dots$$

- تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\log \frac{75}{16} + 2 \operatorname{colog} \frac{5}{9} - \operatorname{colog} \frac{32}{243} = \log 2$$

### دیروستان فیروز بهرام

دیبر: خسروی - فرستنده: مهربانی

تحقیق کنید هر گاه  $\frac{1}{b-c}$  و  $\frac{1}{2b}$  و  $\frac{1}{b-a}$  تصاعد حسابی باشند،  $a$  و  $b$  و  $c$  نیز جملات متولی یک تصاعد هندسی هستند.

### دیروستان فیوضات (مشهد)

دیبر: مزیدی - فرستنده: محمد کاوی

- معادله زیر را حل کنید:

$$x^{2\log X^2} - 1/5 \log X = \sqrt{10}$$

## دیبرستان پهلوی (کرمان)

دیبر : عمرانی - فرستنده : محمد رضا قهاری  
نقطه D را روی ضلع BC از مثلث ABC طوری تعیین کنید که :

$$AD^2 = BD \times CD$$

## دیبرستان پهلوی (گلپایگان)

دیبر : جعفری - فرستنده : علی غفاری  
سد آبادی A و C در روی یک خط راست واقع نیستند مفروضند. از آبادی A جاده مستقیمی بگذرانید که کوتاهترین فاصله دوآبادی A و C از آن مساوی باشد.

## دیبرستان پهلوی (همدان)

دیبر : از گمی - فرستنده : کریم ناجی  
- از مثلث ABC محیط و زاویه A معلوم است.  
آنرا رسم کنید بطوری که امتداد ضلع BC از نقطه مفروض M بگذرد.

- چهار نقطه A و C و B و D غیر واقع بر یک استقامت مفروضند. یک لوزی چنان رسم کنید که فاصله دو ضلع مقابل آن 1 و امتداد اضلاع آن از این چهار نقطه بگذرد.

## دیبرستان حکیم سنایی (اصفهان)

دیبر : زند - فرستنده : اصغر شهید زاده  
- مثلث قائم الزاویه ABC ( $A = 90^\circ$ ) مفروض است.  
روی وتر BC نقطه‌ای بیابید که مجموع یاتفاضل فواصلش از دو ضلع AC و AB متدار معین 1 باشد.

- دو دایره هم مرکز مفروضند. نقطه A روی محیط دایره بزرگتر قرارداده. از A خطی چنان رسم کنید که بوسیله دو دایره به سه قسمت مساوی تقسیم شود (در تعداد جوابها و شرایط امکان مسئله بحث کنید).

## دیبرستان خوارزمی (شماره ۱)

دیبر : میر کیا - فرستنده : فرزاد نعیم  
- در مثلث متساوی الساقین ABC که زاویه رأس AB یعنی  $A = 20^\circ$  است به اندازه قاعده BC روی ساق BC از نقطه A جدا می‌کنیم تا نقطه D بdest آید. از D به C وصل می‌کنیم، مطلوبست تعیین زاویه BDC.  
- از مستطیلی خطوطی که از یک رأس به اوساط اضلاع مقابله وصل می‌شود معلوم است. آنرا رسم کنید.

- دو دایره O و O' در نقاط A و B متقاطعند. از A قاطعی رسم کنید بطوری که تفاضل دو وتری که در دایره‌ها ایجاد می‌شود برابر 1 باشد (1 مقدار معلوم است).

- نیمداایره به قطر AB مفروض است. از نقطه C واقع بر نیمداایره عمود CD را بر AB فرود آورده روی شعاع OC پاره خط OM را برابر CD جدا می‌کنیم، مکان‌هندسی نقطه M را تعیین کنید وقتی که نقطه C روی نیمداایره حرکت کند.

- زاویه قائم xOy و خط  $\triangle$  موازی Oy مفروضند. خط  $\triangle$  ضلع Ox را در نقطه P قطع می‌کند و فرض می‌کنیم  $Ox$  باشد (a مقدار ثابتی است). نقطه متغیر A روی  $Ox$  (بین O و نقطه B روی Oy به قسمی واقعند که  $OA + OB = a$ ) را رسم می‌نمائیم. ثابت کنید امتداد عمودی که از C بر AB فرود آید همواره خط  $\triangle$  را در نقطه ثابتی قطع می‌کند.

## دیبرستان امیر کبیر

دیبر : کمپانی - فرستنده : سید کاظم نوابزاده  
- بر روی یک چهار ضلعی و در خارج آن چهار مربع بنای می‌کنیم (ضلع مربعاها برابر ضلع چهار ضلعی می‌باشد). ثابت کنید خط‌المرکزین دو مربع متقابل بر خط‌المرکزین دو مربع دیگر عمود بوده و با آن برابر است.

- مثلث ABC مفروض است. نقطه M را در خارج مثلث و روی بوزاوی A انتخاب می‌کنیم. CM و BM را امتداد می‌دهیم تا اضلاع متقابل را در P و Q قطع کنند. ثابت کنید که اوساط سه پاره خط PQ و AM و BC و PQ برابر یک استقامت هستند.

## دیبرستان امیر کبیر (مشهد)

دیبر : رجبی - فرستنده : مهدی خزاعی مقدم  
مثلثی رسم کنید که از آن ضلع  $BC = a$  و ارتفاع  $AH = h_a$  و تفاضل دوزاویه  $(B - C)$  برابر  $a$  باشد.

## دیبرستان ۲۵ شهریور (مسجدسلیمان)

دیبر : مجابی - فرستنده : علیرضا صالح جعفر  
مثلث متساوی الساقین ABC مفروض است. از نقطه OH اختیاری O واقع بر روی قاعده BC دو عمود OH و OH' را بر دو ساق مثلث فرود می‌آوریم، ثابت کنید مجموع طولهای این دو عمود برابر است با طول ارتفاع وارد بر یک ساق مثلث.

### دیروستان فیوضات (مشهد)

دیبر : نیرومند - فرستنده : محمد کاونی  
ثابت کنید که هر گاه  $G$  نقطه تلاقی سه میانه مثلث  $ABC$  باشد ، داریم :

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 3(\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC})$$

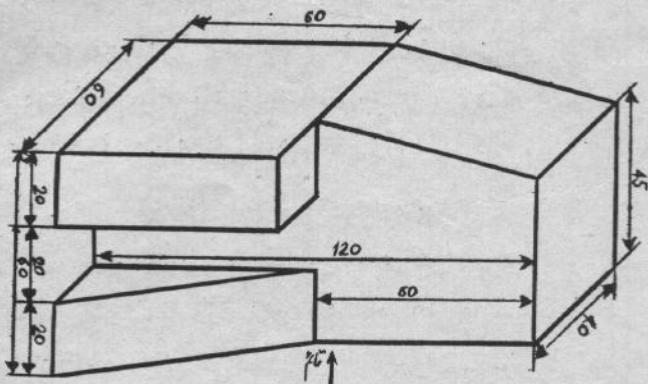
### دیروستان کامکار (قم)

دیبر : اردھالی - فرستنده . جواد فیض  
مکان هندسی مرکز متوازی الأضلاعی که محیطش مقدار ثابت  $k$  است و دو ضلع مجاور آن بر دو خط مفروض  $d$  و  $d'$  قرار دارند، بدست آورید .

### رسم فنی

#### گروه فرهنگی شهریار (قم)

دیبر : صدری - فرستنده : جواد فیض  
مطلوبست رسم تصاویر زیر با مقیاس ۱:۱  
۱- تصویر قائم ، ۲- تصویر افقی  
۳- تصویر نیم رخ چپ ، ۴- اندازه گذاری کامل



## دیروستان خوارزمی (شماره ۱)

دیبر : بازرگان - فرستنده : فرزاد نعیم

- قطر خارجی چرخ دوچرخه‌ای ۵۰cm است، معلوم کنید برای طی فاصله ۱۲/۵۶ کیلومتر چرخ چند دور میزند.

- قطر استوانه چرخ چاهی ۲۰cm و شعاع دسته آن ۳۰۰Kg ۵۰cm است. بوسیله این چرخ باری به وزن را از چاهی بالا می‌کشیم، اگر راندمان چرخ ۸۰٪ باشد مقداری نیروی لازم چقدر است؟ ثانیاً اگر بخواهیم بار را به ارتفاع ۱۵۷ متر بالا بکشیم دسته را چند دور باید بچرخانیم.

## دیروستان جم (قله‌ک)

دیبر : کرور - فرستنده : محمد سلیمانی

اتومبیلی به وزن ۵۰۰Kg با سرعت ثابت ۵۴Km/h حرکت می‌کند، چنانچه توان اتومبیل ۱۵ اسب بخار باشد مطلوب است نیروی اصطکاک جاده.

## دیروستان رازی (شاهی)

دیبر : تلوکی - فرستنده : علی اکبر احسانی

نخی را از کنار دو قرقه عبور داده و به دو انتهای نخ وزنه‌های ۳۵ گرمی و ۴۵ گرمی را می‌آویزیم، اگر بین این دو قرقه از وسط نخ یک وزنه ۵۵ گرمی آویزان کنیم نیروها متعادل می‌گردند، زاویه بین دو امتداد نخ را حساب کنید.

## دیروستان رضاشاه کبیر (شاهی)

دیبر : توسلی - فرستنده : علی اکبر احسانی

از جسمی به وزن مخصوص D مخروط قائم دوار و توپری به ارتفاع H ساخته‌اند. آنرا در داخل مایعی به وزن مخصوص d رها می‌سازیم، قسمتی از آن به صورت مخروطی به اتفاق h بیرون از مایع دیده می‌شود، ثابت کنید که:

$$h = H \sqrt{\frac{D}{1 - \frac{d}{D}}}$$

## دیروستان سعادت (بوشهر)

دیبر : رزمکن - فرستنده : علی اکبر دشتی

دو شخص که وزن آنها به ترتیب ۷۵Kg و ۱۰۰Kg است می‌خواهند مرکز ثقل میله‌ای به طول ۴/۸m را تعیین

## مسائل فیزیک

### دیروستان البرز

فرستنده : علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی‌تکنیک تهران  
دو نیروی مساوی که مقدار هر یک ۸۰ نیوتون است  
بر روی نقطه از جسمی به وزن ۵۰Kg وارد شده و آفرا با سرعت ۵m/s روی سطح افقی در امتداد برآیند دو نیرو حرکت می‌دهند. زاویه بین دو نیرو ۱۲۰ درجه می‌باشد، محسابه نمائید:

الف - مقدار برآیند دو نیرو

ب - انرژی جنبشی جسم

ج - کار نیروی برآیند پس از یک دقیقه

د - توان نیروی برآیند

ه - ضریب اصطکاک جسم بر روی سطح

- دریک اهرم نوع اول فاصله نقطه اثر نیروی استادگی تا نقطه اثر نیروی کارگر ثابت و برابر ۲ متر می‌باشد. مقدار

نیروی کارگر  $\frac{1}{3}$  نیروی استادگی و اهرم در حال تعادل است.  
اگر تکیه‌گاه را به اندازه ۳۰cm به نقطه اثر نیروی کارگر نزدیک کنیم برای برقراری تعادل بایستی نیروی کارگر برابر ۸Kg شود. مقدار نیروی استادگی را تعیین کنید.

## دیروستان امیر کبیر (مشهد)

دیبر : ترقی - فرستنده : مهدی خزاعی مقدم

کامیونی به وزن ۸ تن روی جاده افقی با سرعت ثابت ۳۲ اسب بخار باشد ضریب مالش جاده چقدر است. ثانیاً کار نیروی مالش در ۵۵ متر مسافت را حساب کنید. ثالثاً اگر اتومبیل در جاده‌ای به شیب ۵/۱ درجه و با همان سرعت روی آن پائین رودر صورتی که توان موتور ثابت بماند نیروی موتور در سطح شیبدار را بدست آورید.

## دیروستان ۲۵ شهریور (مسجد سلیمان)

دیبر : جبارنیا - فرستنده : علیرضا صالح جعفر

جسم شناوری ۹۹/۰ حجم آن در مایعی فرورفته اگر به آن ۳۵°C حرارت دهیم تا جسم غوطه‌ور شود حساب کنید: ضریب انبساط حجمی جسم را در صورتی که ضریب انبساط حقیقی مایع ۷ باشد.

## دیبرستان کورش کبیر (گچساران)

فرستنده : خدا بخش اسماعیلی

چرخ چاهی که شعاع کوچک آن ۹cm و دسته آن ۱۵Kg است جسمی به وزن ۴۵Kg را با نیروی ۱۰cm بالا می کشد . اولا راندمان R را حساب کنید . ثانیاً اگر طول چاه ۳۱/۴m باشد حساب کنید دسته چرخ چاه چند دور می چرخد.

## مسائل شیمی

### دیبرستان البرز

فرستنده : علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی تکنیک تهران  
- عدد چرمی کلر ۳۵/۴۵۷ می باشد ، در صدایز و توبهای آنرا محاسبه نمائید .

- با چه نسبت سدیم و پراکسید سدیم را با آب ترکیب کنید که چون در گازهای حاصله از آنها جرقه بزنیم از هیچ کدام از گازها چیزی باقی نماند .

- مخلوطی از نمک طعام و بی اکسید منگنز و جوهر گو گرد را حرارت می دهیم نصف گاز کلر حاصله را با آهن میرخ شده ترکیب می کنیم، جرم نمک حاصله  $\frac{3}{25} \text{gr}$  می شود. مطلوب است محاسبه مقدار بی اکسید منگنز مصروفی در صورتی که بدانیم درجه خلوص آن ۸۵٪ بوده است .

### دیبرستان امیر کبیر (مشهد)

دیبر : مدرسی - فرستنده : مهدی خزاعی مقدم

- در ۱۵۵CC از یک محلول آب کلر ابتدا گاز  $\text{SO}_2$  و سپس کلرور باریم افزوده ایم ، رسوبی به وزن ۴/۶۶ گرم ایجاد شد تعیین کنید ارزش اکسیژن دهی آب کلر را .  
-  $5/50$  گرم  $\text{S}^2\text{C}$  را به صورت بخار در آورده باهوای کافی برای سوختن دریک ظرف درسته وارد نمودیم و آتش زدیم ، تعیین کنید حجم هریک از گازهای موجود در درون ظرف ( ا پس از کامل شدن عمل .

### دیبرستان ۲۵ شهرویور (مسجد سلیمان)

دیبر : رستم پور - فرستنده : علیرضا صالح جعفر بر مقداری آب کلر جربانی از گاز  $\text{SH}_2$  می گذرانیم  $1/6$  گرم رسوب گو گرد بدست می آید و بر بقیه ، محلول سولفور و نیترات باریم می افزاییم  $5/233$  گرم رسوب سفید ته نشین می شود . حجم گاز کلر را که در آب کلر موجود است حساب کنید .

کنند . برای این کار آنرا روی تکیه گاهی قرار داده و شخص اول در یک انتهای آن می ایستد . اگر فاصله شخص تا تکیه گاه  $2/4m$  باشد تعادل برقرار می شود ( میله یکنواخت نیست ) در صورتی که شخص دوم در همین انتهای قرار گیرد برای تعادل باید فاصله اش تا تکیه گاه  $2/25m$  باشد ، از این آزمایش وزن میله و مرکز ثقل آنرا پیدا کنید .

## گروه فرهنگی شهریار (قم)

دیبر : کبیری - فرستنده : جواد فیض

- دو کره به شعاعهای  $5cm$  و  $10cm$  و به فاصله  $60cm$  از یکدیگر قرار دارند ( طول خط مرکزین ) وزن مخصوص کره کوچکتر  $8$  و بزرگتر  $3$  می باشد . گرانیگاه دستگاه را پیدا کنید .

- از آبشاری به ارتفاع  $30m$  در هر دقیقه  $150m^3$  آب می ریزد . در زیر این آبشار توربینی قرار دارد که  $\frac{3}{5}$  از انرژی آبشار را جذب می کند . توان توربین را بر حسب  $W_{ch}$  معین کنید .

### دیبرستان عشايري (فارس)

دیبر : هودی - فرستنده : محمدقلی زاهدی

مجموع درجات سانتیگراد و فارنهایت در محلی  $172$  درجه است ، مطلوب است تعیین هریک به طور جداگانه .

### دیبرستان علوی (مشهد)

دیبر : محدث - فرستنده : محمود دیائی

صفحه همگنی به شکل مثلث متساوی الساقین که قاعدة آن  $16cm$  و ارتفاع آن  $30cm$  می باشد مفروض است . اگر از ارتفاع  $12$  سانتیمتر از رأس و عمود بر ارتفاع آنرا تا کنیم معین کنید مرکز ثقل آن چند سانتیمتر تغییر مکان خواهد یافت .

### دیبرستان فارابی (کرج)

دیبر : وطنچی - فرستنده : باقر محمدی

قدرت موتور اتومبیلی  $15$  اسب بخار و حد اکثر با سرعت ثابت  $54$  کیلومتر در ساعت روی جاده افقی حرکت می کند ولی قایقی که نظیر همین موتور روی آن نصب شده حد اکثر با سرعت  $36$  کیلومتر در ساعت حرکت می کند تعیین کنید نیروی مقاومت جاده و نیروی مالش آب را .

ب - ارزش حجمی آب اکسیژنه را پیدا کنید.

### دیبرستان علوی (مشهد)

دیبر : زعفرانی - فرستنده : محمود دیبانی

۲۰CC محلول بیکرمات پتاسیم ۲/۰ ملکول گرم در لیتر

با چند CC اسید کلریدریک ۱۴/۶ گرم در لیتر ترکیب می شود.

چنانچه بجای بیکرمات محلول پرمونگنات پتاسیم ۱/۰ ملکول گرم در لیتر بکار بریم چند CC از آن مصرف می شود.

### دیبرستان فارابی (کرج)

دیبر : روحی - فرستنده : باقر محمدی

از تکلیس ۱۵ گرم کربنات کلسیم و اثردادن کلر بر آن چند گرم کلرور دوشو می توان تهیه کرد و اگر بخواهیم کلر لازم را از اثرا اسید کلریدریک بر بی اکسید منگنز بدست آوریم چه مقدار بی اکسید لازم است.

### دیبرستان فیروز بهرام

دیبر : گنجیان - فرستنده : مهربانی

برای تعیین درجه خلوص یک نمونه بی اکسید منگنز تجاری، مقدار یک گرم آنرا در جوهر نمک حل کرده گازهای حاصل از این عمل را وارد محلول اسید سولفورومی نمائیم. بر محلول حاصل تا ایجاد رسوب کامل کلرور باریم می افزاییم جرم رسوب پس از خشک کردن و توزین ۲/۳۳ گرم شده است، تعیین کنید:

الف - کلیه فعل و انفعالات

ب - درجه خلوص  $MnO_2$

ج - حجم گاز سولفورومی بکار رفته

### دیبرستان فیوضات (مشهد)

دیبر : مدرسی - فرستنده : محمد کاوی

فلز y و شبه فلز x که مشترکا در تناوب سوم جدول تناوبی (جدول مندلیف) جای گرفته اند نمکی را به فرمول  $y^x$  ایجاد می کنند. این تناوب را رسم کنید و عناصر ذکر شده را در خانه های مربوطه بگذارید و عدد اتمی هریک را در دو خانه مشخص شده بگذارید.

### دیبرستان کامکار (قم)

دیبر : تقی زاده - فرستنده : جواد فیض

غلهای محلولی از جوهر گوگرد ۱۹/۶ گرم در لیتر است. ۱۰۰CC از این محلول را با ۲ گرم کربنات کلسیم ترکیب می نمائیم برای خشی کردن زیادی این اسید چه حجم بیدرات پتاسیم ۵/۶ گرم در لیتر لازم است.

### دیبرستان خوارزمی (شماءه ۱)

دیبر : درخشان - فرستنده : فرزاد نعیم

- بر ۸۰CM<sup>۲</sup> محلول اسید سولفوریک ترمال ۲۰CM<sup>۲</sup>

آب اضافه می کنیم، غلظت ملکولی و نرمالیته محلول رقیق شده را محاسبه کنید.

- ۴/۶ گرم فلریک ظرفیتی با ۱/۶ گرم اکسیژن ترکیب شده و تشکیل اسید می دهد. اتم گرم فلز را حساب کنید.

### دیبرستان حکیم سنائی (اصفهان)

دیبر : قاضی - فرستنده : اصغر شهید زاده

مقداری پرمونگنات پتاسیم را با اسید کلریدریک ترکیب کرده ایم و سپس گاز حاصل را با گاز سولفور و ترکیب نموده ایم و بر روی اجسام حاصل باندازه کافی کلرور باریم افزوده تا یعنکه ۵/۴۶۶ گرم رسوب سفید بدست آورده ایم وزن پرمونگنات پتاسیم مصرفی را بیابید.

### دیبرستان رازی (شاهی)

دیبر : ابراهیمی - فرستنده : علی اکبر احسانی

- ۲۰CC اسید سولفوریک ۱/۰ ملکول گرم در لیتر را

با ۱۵۰CC اسید سولفوریک ۱۹/۶ گرم در لیتر مخلوط نموده ایم فاکتور اسیدی محلول چیست؟

- ۱/۰ ملکول گرم اسید سولفوریک را در ۱/۰ لیتر آب حل می کنیم، ۲۰CC از این محلول بوسیله سود سوز آوری که فاکتور آن در اصل  $f = 3$  بود و بوسیله آب مقطر رقیق شده با ۲۵CC آن ترکیب می شود. تعیین کنید به چه نسبت آب به سود ۳ نرمال اضافه شده است.

### دیبرستان رضا شاه کبیر (شاهی)

دیبر : سحاف - فرستنده : علی اکبر احسانی

۱۰۰CC محلول اسید کلریدریک را که دارای ۷۳ گرم

اسید می باشد با ۱۵۰CC اسید سولفوریک که دارای ۴/۹ گرم اسید خالص است مخلوط می کنیم. فاکتور این محلول جدید چقدر می باشد.

### گروه فرهنگی شهریار (قم)

دیبر : رادمنش - فرستنده : جواد فیض

۰/۵۶ گرم آهن را در اسید سولفوریک رقیق زیاد حل کرده ایم و بر مخلوط با قیمانده مقدار ۱۵۰CC پرمونگنات دسی نرمال اضافه کرده ایم. برای ازین بردن رنگ بتنی پرمونگنات پتاسیم ۷CC آب اکسیژن لازم است.

الف - کلیه فعل و انفعالات را نوشه و از طریق اکسیداسیون و احیاء موازن کنید.

## کلاس پنجم طبیعی

### جبر

#### گروه فرهنگی آریا (بابل)

دیبر: حسین‌جانزاده - فرستنده: عزیزانه زارع

- نقطه (۳۵و۵) A و (۳۵) B مفروضند. اولاً - نقطه‌ای مانند C را روی محور y‌ها بدست آورید بقسمی که  $CA = CB$  باشد. ثانیاً - فاصله CA و CB را محاسبه کنید. ثالثاً - اگر محورهای مختصات را به نقطه P وسط AB انتقال دهیم مختصات جدید A و C و B را نسبت به دستگاه جدید بدست آورید. رابعاً - اگر دو نقطه A و B دو راس مجاور و مبدأ مختصات محل تلاقی قطرهای یک متوازی الاضلاع باشند، مختصات دو رأس دیگر این متوازی الاضلاع را پیدا کنید.

- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 35 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

#### دیبرستان پهلوی (دزفول)

دیبر: فخر عطار - فرستنده: محمد جواد دالیله

- نقاط A به طول (۴) و B به طول (۷) روی محور x مفروض‌اند. تعیین کنید طول نقطه C را روی محور

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{4} \text{ باشد.}$$

- نقاط A به طول ۵ روی محور طولها و B به عرض (۷) روی محور عرضها و نقطه C به عرض ۲ روی نیمساز ربع دوم مفروض است.

اولاً - شکل مثلث را رسم کنید. ثانیاً - مساحت آنرا بدست آورید.

#### دیبرستان رضا شاه کبیر(شاهپور)

دیبر: حاجی آقا زاده - فرستنده: اروج علی شکرانی

اولاً - از مبدأ مختصات خط d را طوری رسم کنیم که با محور x‌ها زاویه  $45^\circ$  بسازد، معادله این خط را بنویسید. ثانیاً - از نقطه (۳۵) M (-۳۵) خط d' را عمود بر این خط رسم کنیم، معادله d' را بنویسید. ثالثاً - مختصات

نقطه K محل برخورد دو خط را پیدا کنید. رابعاً - طول پاره خط MK و مختصات وسط آنرا پیدا کنید.

#### دیبرستان سپهر (شاهی)

دیبر: حسینی - فرستنده: علی‌اکبر احسانی  
- اولاً ثابت کنید عبارت:

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$$

مربع کامل می‌باشد. ثانیاً معادله درجه چهارم:

$$(x+1)^4 + (x+2)^3 = 17$$

را حل کنید. ثالثاً یک ریشه حقیقی معادله زیر را بدست آورید.  
 $x^3 - 11x - 20 = 0$

- از نقطه (۲۰) A خطی رسم کنید که محور طولها را در نقطه B و محور عرضها را در نقطه C قطع کند به قسمی که  $OB + OC = 9$  گردد (O مبدأ مختصات است).  
- نقاطی از صفحه مختصات را بیاید که در نامعادله زیر صدق کند.

$$x^2 - y^2 > 0$$

#### دیبرستان شاه عباس (اصفهان)

دیبر: آفاخانی - فرستنده: عطاء‌الله قهیری

نقاط (۲۰) A و (۳۰) y و (۸) - x و C را می‌سینک مثلث می‌باشند، اگر مختصات محل تلاقی سه میانه آن (۱) - (۱) G باشد، مختصات B و C را تکمیل کنید و اگر D رأس چهارم متوازی الاضلاع ABCD باشد مختصات D و طول اضلاع متوازی الاضلاع را پیدا کنید.

#### دیبرستان شاهپور (بابل)

دیبر: حسین جانزاده - فرستنده: عزیزانه زارع

- خط  $y = -2x + 1$  محور Ox را در B و محور Oy را در C قطع می‌کند. محورهای مختصات را به نقطه (۲۰) M انتقال می‌دهیم، مختصات نقاط B و C را در دستگاه XMY بدست آورید.

- چهار نقطه A و C و B و M روی محوری مفروض‌ند.

ثابت کنید رابطه زیر برقرار است:

$$\overline{MA} \cdot \overline{BC} + \overline{MB} \cdot \overline{CA} + \overline{MC} \cdot \overline{AB} + \overline{BC} \cdot \overline{CA} \cdot \overline{AB} = 0$$

#### دیبرستان فردوسی (گلپایگان)

دیبر: جعفری - فرستنده: علی غفاری

- معادله خطی را بنویسید که محور y‌ها را در نقطه A

پرده منشوری به زاویه رأس ۳۵ درجه راطوری قرار می‌دهیم که شعاع نورانی بروجہ اول منشور عمود باشد، در طرف دیگر منشور در اثر انحراف شعاع نورانی لکه نیز به فاصله ۱۵cm از محل اولیه خود تغییر مکان می‌دهد، ضریب شکست منشور را پیدا کنید.

$$(\sin 75^\circ = 0.966)$$

### دیروستان با مداد (لنگرود)

دیبر : قلیانچی - فرستنده : محمد رضا پور صادقی دو عدسی یکی محدب و دیگری مقعر را به یکدیگر می‌چسبانیم، فاصله کانونی دستگاه ۳۰cm است. اگر جسم روشی را در فاصله ۳۰cm عدسی محدب به تنها بی قرار دهیم تصویر حقیقی آن در ۳۵ سانتیمتری حاصل می‌شود، تعیین کنید دو عدسی به چه فاصله از یکدیگر قرار گیرند تا شعاع محور اصلی که به عدسی محدب می‌تابد بعد از خروج از عدسی مقعر موازی محور اصلی خارج شود.

### دیروستان داش و هنر

دیبر : فاضل - فرستنده : خلیل سهرابیان

آئینه مقعری به شعاع ۲۴cm مفروض است. جسم AB به طول ۴cm را عمود بر محور اصلی مقابل این آئینه قرار داده ایم، تصویری به طول ۸cm بروی پرده تشکیل شده است. در مقابل این آئینه و پس از حذف پرده آئینه محدبی به فاصله کانونی ۱۰cm راطوری قرار می‌دهیم که طول تصویر انتهای ۴cm شود، فاصله دو آئینه را پیدا کرده بزرگنمایی دستگاه را محاسبه نمایید.

### دیروستان سپهر (شاهی)

دیبر : ابراهیمی - فرستنده . علی اکبر احسانی شخص نزدیک بینی برای آنکه بینهایت را به طور واضح بسیند عدسی مقعر (واگرا) به فاصله کانونی ۲۰cm بکار می‌برد . معین کنید حداقل فاصله ای را که این شخص می‌تواند تشخیص دهد وقتی که عدسی مقعری به فاصله کانونی ۵cm بکار برد . اگر دوشیشه عینک را بهم چسبانند چه فاصله ای رابطه وضوح خواهد دید.

### دیروستان شاهپور (شیراز)

دیبر : دقیق - فرستنده : عبدالحسین حق بین بالانی که قطرش ۵ متر است به زاویه ۱/۱ رادیان دیده می‌شود. تعیین کنید تا چه ارتفاعی بالا رفته است.

به عرض ۳ قطع کند و بر نیمساز ربع اول عمود گردد.

- اندازه جبری بردار  $\vec{AB}$  که روی محور OX واقع است برابر ۱۲ + طول نقطه وسط این بردار ۱ است. مطلوب است طول ابتدا و انتهای این بردار.

## مثلثات

### دیروستان پهلوی (دزفول)

دیبر : فخر عطار - فرستنده : محمد جواد الیله - صحبت اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$\frac{\sin^2 X - \cos^2 X}{2 \sin^2 X - 1} + \sin^2 X \cos^2 X = 1$$

$$-\text{اگر } \frac{y}{13} = \cos y - \sin y \text{ باشد، سایر خطوط مثلثاتی}$$

y را حساب کنید . (انتهای کمان در ربع سوم است)

### دیروستان پهلوی (میاندوآب)

دیبر : فرشاد - فرستنده گان: جامی و سلیمی

$$-\text{اگر } \frac{K}{1-K} = \tan x \text{ و } K > 1 \text{ باشد سایر خطوط}$$

مثلثاتی کمان x را حساب کنید . ( $\frac{\pi}{4} < x < \pi$ )

- ثابت کنید هر چه باشد x ، داریم :

$$\tan^2 x + \cot^2 x = 2$$

### دیروستان سپهر (شاهی)

دیبر : حسینی - فرستنده : علی اکبر احسانی - ثابت کنید عبارت زیر مربع کامل است.

$$(\cos x + 1)(2 \sin x + 2)$$

- معادله مثلثاتی زیر را حل کنید .

$$\sin x \cos x = -\frac{1}{2}$$

## مسائل فیزیک

### دیروستان امیر کبیر (لنگرود)

دیبر : کاسمی - فرستنده : محمد رضا پور صادقی یک رشته شعاع نورانی تک رنگ عمود بر پرده ای می‌تابد و لکه نورانی روی آن تشکیل می‌دهد . به فاصله ۱۵cm از

که ۴/۹ گرم اسید دارد به چه نسبتی با سود ۱۲۰ گرم در لیتر و چه حجم آب اضافه کنیم تا ۱۵۰CC سود حاصل بتواند ۱۲/۵CC از اسید حاصل را خشی کند.

## کلاس پنجم ریاضی

### جبر

#### دیبرستانهای آذر

دیبر : یزدان پناه

فرستندگان : جواد محمدی ، مهرداد فکیک

- نقاط (۷ و ۳) - A و (۳ - ۳ و B) - C سه رأس مثلثی می باشند. الف - معادله عمود منصف BC را بنویسید . ب - مختصات قرینه نقطه A را نسبت به خط  $x + y = 0$  پیدا کنید .

- نقاط (۸ و ۳ $\alpha$  + ۲) - A و (۳ $\alpha$  - ۲ و  $\alpha$  + ۲) - G( $\alpha$  و  $\alpha$  + ۲) مفروضند . ثابت کنید خط AG در ازاء همه مقادیر  $\alpha$  از نقطه ثابتی می گذرد .

- بوسیله مجهول معافون و به کمک معادله درجه دوم ، دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} 2(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - 2\sqrt{xy} = 8 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{xy} = -1 \end{cases}$$

#### دیبرستان ارض اقدس

دیبر : زمانیان

- جواب مشترک دستگاه زیر را بدست آورید .

$$\begin{cases} -3x^2 + 4x - 2 > 0 \\ \frac{x-1}{9-x^2} < 0 \end{cases}$$

- خطوط D به معادله  $y + 4 = px + q$  و  $D'$  به معادله  $y - q = (p - 2)x + 2$  مفروضند .

الف - p و q را چنان تعیین کنید که خطوط D و  $D'$  در نقطه ای به عرض ۴ بریدگیر عمود باشند .

ب - به ازاء ۱ = p و ۵ = q دو خط را در یک دستگاه

رسم کنید و مختصات نقطه P محل تلاقی آنها را بدست آورید .

ج - به فرض (۴ و ۳) P مختصات نقطه F را بر نیمساز

ربع اول چنان تعیین کنید که مساحت مثلث OPF برابر ۲/۵ باشد (O مبدأ مختصات)

#### دیبرستان فیروز بهرام

دیبر : طباطبائی - فرستنده : پرویز روانی

طول تصویر خورشید در آئینه مقری ۶۰mm است .

چنانچه قطر ظاهری خورشید در محل آزمایش ۱۵% رادیان باشد شعاع آئینه را حساب کنید .

#### مسئل شیمی

#### دیبرستان امیر کبیر (لنگروود)

دیبر : مدافع - فرستنده : محمدرضا پورصادقی

- غلظت یونهای θیدروکسیل محلول ۰/۰۱ یون گرم در لیتر است .

POH و PH محول را تعیین کنید . برای خشی نمودن ۳۰CC از محلول اسید فسفریک  $\frac{2}{3}$  نرمال چند CC از محلول

فوق لازم است .

- برای تهیه دو لیتر محلول ۲/۵ نرمال سود چند CC سود به خلوص ۸۰% به وزن مخصوص ۱/۲ لازم است .

#### دیبرستان بامداد (لنگروود)

دیبر : مدافع - فرستنده : محمدرضا پورصادقی

۳/۲ گرم چدن را در اسید سولفوریک رقیق قرار می دهیم ، به محلول حاصل ۴۰CC محلول ۰/۵ نرمال بیکرمات هاتاسیم اضافه می کنیم . برای اکسید اسیبیون کامل محلول ۲۰CC محلول نرمال پرمنگنات لازم گردید ، درجه خلریس چدن را حسات کنید .

#### دیبرستان پهلوی (مورند)

دیبر : فرهنگی - فرستنده : سید حسین حسینی

۲۰CC از محلول اسید سولفوریک و سولفات ناتریم در اثر ۴۰CC کلرور باریم کامل رسب می دهد و ۲۰CC از همان محلول کلرور باریم بوسیله نیترات نقره ۰/۲۸۷ گرم رسب می دهد . اولا - غلظت و غلظت ملکولی و نرمالیتہ کلور باریم و نیترات نقره را محاسبه کنید . ثانیا - ۱۰CC از محلول اولیه بوسیله ۵CC سود  $\frac{N}{10}$  خشی می شود ، غلظت ملکولی و معمولی اسید سولفوریک و سولفات سدیم را محاسبه کنید .

#### دیبرستان سپهر (شاهی)

دیبر : محبوبی - فرستنده : علی اکبر احسانی

محلولی از اسید سولفوریک در دست است . ۵۰CC آنرا

## دیبرستان البرز

فرستنده: علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی‌تکنیک تهران  
نقطه(۴-۲) A یک رأس لوزی ABCD می‌باشد. در صورتی که قطر BD به معادله  $x+y+1=0$  بوده و طول رأس B برابر یک باشد، مختصات رأس B و C را مشخص کنید.

اولاً - ثابت کنید خطوط:

$(a-1)x-(b-a)y+2(b-a)=0$  و  $b-a$  از نقطه ثابتی می‌گذرند. مختصات این نقطه را معین کنید.  
ثانیاً  $a$  و  $b$  را به قسمی تعیین کنید که این خط از نقطه(۳-۴) می‌گذرد.

- مشتق تابع زیر را محاسبه کنید.

$$y = \sqrt{\sin^2 \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4}}$$

- اولاً خطوط  $y+2x+6=0$  و  $y-4x+6=0$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.  
ثانیاً از تلاقی این سه خط مثلث ABC حاصل می‌گردد.  
اگر H نقطه تلاقی سه ارتفاع و G محل تلاقی سه میانه این مثلث باشد، اندازه GH را محاسبه نمایید.

## دیبرستان امیر کبیر (مشهد)

دیبر: رجبی - فرستنده: مهدی خزاعی و امیر محمودی هاشمی  
نقطه(۵-۱) A و (۰-۰) B رأس مثلث ABC هستند.

مطلوب است تعیین رأس C که در ربع اول قرار داشته و ضلع AC به معادله  $4y+2x+6=0$  بوده و زاویه  $45^\circ$  باشد.

## دیبرستان پهلوی (بهبهان)

دیبر: معصومی - فرستنده: صفائع بائیان  
مطلوب است تعیین مختصات سه رأس مثلث ABC در صورتی که میانه AM به صورت  $2y=x+1$  بوده و نقطه G به طول یک محل برخورد سه میانه باشد و معادله ضلع BC به صورت  $4y+5x+2=0$  بوده و C در ناحیه دوم به فاصله ۲ از محور y است.

## دیبرستان پهلوی (کرمان)

دیبر: عمرانی - فرستنده: محمد رضا قهاری  
یک رأس مستطیلی بر O مبدأ مختصات منطبق است و

معادلات دو قطر آن عبارتند از  $2y-x=3$  و  $2x-y=0$  مطلوب است مختصات سه رأس دیگر این مستطیل.

## دیبرستان قریت (قوچان)

دیبر: معمارزاده - فرستنده: حسین دلربائی  
- معادله زیر مفروض است:

$$m^2x + 4x + my - 2y - m(m+2) = 0$$

دسته خطوطی که به ازاء مقادیر مختلف m از معادله فوق حاصل می‌شوند از مرکز یک لوزی می‌گذرند که یک ضلع آن بر محور y واقع بوده و قطر آن از مبدأ مختصات می‌گذرد. اولاً - مختصات رأس B را تعیین کنید. ثانیاً - اگر نقاط A و C (۰-۵) و (۵-۰) باشند، مختصات دو رأس دیگر آنرا تعیین کنید و لوزی را رسم کنید.

- نقاط (۰-۲) A و (۳-۰) B مفروضند. اولاً - مطلوب است معادله مکان هندسی نقطه ای S باشد که زاویه  $45^\circ$  باشد (دوجواب). ثانیاً - اگر S (۰-۳) باشد ASB را رسم و تحقیق کنید که زاویه  $90^\circ$  می‌باشد.

## دیبرستان جوینی (قوچان)

دیبر: معمارزاده - فرستنده: حسین دلربائی

مثلث ABC با مختصات زیر مفروض است. معادلات AB و AC به ترتیب عبارتند از  $2y-3x-3=0$  و  $2y-3x-14=0$  رأس B روی محور x و رأس C روی خط  $\Delta$  به معادله  $y=x-6$  واقعند. اولاً - معادله مکان هندسی نقطه G محل تلاقی میانه های مثلث را وقی که رأس C روی خط  $\Delta$  تغییر مکان می‌دهد تعیین کنید. ثانیاً - اگر A (۰-۳) و B (۰-۱) و C (۴-۰) باشد مثلث را رسم کنید. ثالثاً - از نقطه M وسط BC خطی موازی AC کرده تا AB زادر نقطه N قطع کند، تحقیق کنید. رسم کرده تا AB زادر نقطه N قطع کند، تحقیق کنید. می‌باشد.

## دیبرستان حکیم سنائی (اصفهان)

دیبر: گوهري - فرستنده: عبدالوهاب کشاورز

- مطلوب است رسم نمایش هندسی تابع زیر:

$$y = |1-x| + 2|x| - 2$$

- O مرکز مربعی است که یک ضلعش بر نیمساز ربع اول قرار دارد. مختصات رأس S مربع را پیدا کنید.

$$\begin{cases} x^5 - y^5 = 2882 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

### دیبرستان طبری (آمل)

دیبر : مفتح - فرستنده : قدرت الله معتقد لاریجانی  
معادلات اضلاع مثلثی عبارتند از :  
 $(AB) \quad by = -3x + 4$  و  $(AC) \quad y = ax - 1$   
 $(BC) \quad 3y = -4x + 3$

اولاً - و  $b$  و  $a$  را به قسمی تعیین کنید که رأس  $A$  روی نیمساز ربع اول و زاویه  $BAC = 45^\circ$  باشد . ثانیاً به ازاء  $b = 1$  و  $a = 2$  مختصات رئوس مثلث را پیدا کنید . ثالثاً اگر ضلع  $BC$  ثابت و رأس  $A$  روی خطی موازی  $BC$  حرکت کند مکان هندسی محل تلاقی سه میانه را تعیین کنید .

### دیبرستان علوی

دیبر : مجمریان - فرستنده : سعید لسان

خط  $\Delta$  به معادله  $\frac{x}{12} + \frac{y}{5} = 1$  محور طولها را در نقطه  $A$  و محور عرضهara در نقطه  $B$  قطع می کند . از نقطه  $A$  خطی به موازات محور عرضها و از نقطه  $B$  خطی با ضریب زاویه  $C$  رسم شده است و این دو خط یکدیگر را در نقطه  $m > 0$  تلاقی کرده اند . پارامتر  $m$  را در هر یک از دو حالت زیر تعیین کنید :

$$\frac{MA}{MB} = \frac{11}{5} \quad S_{ABC} = 174$$

### دیبرستان فارابی (کوج)

دیبر : امام جمعه - فرستنده : محمد صادق محمدی روی محور  $x'$  نقاط  $A$  و  $C$  و  $B$  و  $D$  و ظوری اختیار

شده اند که  $\frac{CA}{CB} = -\frac{DA}{DB}$  می باشد ، در صورتی که طولهای نقاط  $A$  و  $B$  برابر  $x'$  و  $x''$  ریشه های معادله :  $ax^2 + bx + c = 0$  و  $x''$  ریشه های معادله  $0 = a'x^2 + b'x + c'$  باشد چه رابطه ای بین ضرائیب دو معادله برقرار است .

### دیبرستان فیروز بهرام

دیبر : خسروی - فرستنده : پرویز روانی  
خطوط  $= 4 - |x - 2y| + |x + 2y| + |3x - 2y|$  را رسم نمایید و

### دیبرستان خوارزمی (شماره ۱)

دیبر : قاسملو - فرستنده : بهروز حکیمی

- نقاط  $(1 - m, 2m + 3)$  و  $(m, 1 - 3m)$  مفروضند . اولاً - مختصات نقطه  $C$  را چنان باید که درازه  $ABC$  متساوی الساقین باشد  $(AC = BC)$ . ثانیاً - اگر  $(C - 1, 2)$  باشد ثابت کنید که تمام مثلثهای  $ABC$  که از تغییر  $m$  بدست می آیند متشابهند . ثالثاً -  $m$  را چنان باید که ارتفاع  $CH$  برابر  $\sqrt{2}$  باشد . رابعاً - به ازاء  $m = 1$  مختصات مرکز دایره محیطی مثلث  $ABC$  را تعیین کنید .

- درازه جميع مقادیر  $a$  و  $c$  و  $b$  و  $d$  مطلوب است  
- مختصات محل تلاقی خطوط  $\Delta$  به معادله زیر :  
$$y = \frac{2ad - 4bc}{3bc - ad} x + \frac{ad - bc}{ad - 3bc}$$

### دیبرستان رازی (شیراز)

دیبر : صادقی - فرستنده : عبدالحسین حق بین

- تابع  $y = \frac{x^2 + ax - 3}{bx^2 + x - 1}$  مفروض است . مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری حساب کنید که نمایش هندسی آن خطراست باشد .  
- نقاط  $B$  و  $C$  روی اضلاع زاویه قائم  $xOy$  طوری حرکت می کنند که همواره مساحت مثلث  $OBC$  مقدار ثابت  $S$  می باشد . ثابت کنید که وتر  $BC$  از این مثلث بریک منحنی ثابت که معادله آنرا تعیین خواهد کرد مماس می ماند .

- نقطه  $(1, M)$  مفروض است . از این نقطه دو خط طوری مرون می دهیم که محور  $x$  هارادر  $A$  و  $B$  و محور  $y$  را در  $C$  و  $D$  تلاقی نموده و چهار ضلعی  $ABCD$  محاطی باشد . اگر زاویه بین دو قطر چهار ضلعی  $30^\circ$  باشد معادلات این خطوط را بنویسید .

### دیبرستان رضا شاه کبیر (شاهی)

دیبر : حاتمی - فرستنده : علی اکبر احسانی

معادله یک منحنی درستگاه  $xOy$  چنین است :  
$$(x - 1 - \cos a)^2 + (y - 1 - \sin a)^2 = 1$$
  
ثبت کنید که به ازاء جميع مقادیر زاویه  $a$  این منحنی از نقطه ثابتی که بدست می آورید می گذرد .

### دیبرستان رهنما

دیبر : سعیدی - فرستنده : فریبر ز سید مخلفی  
دستگاه دو معادله دو معجهولی زیرا حل کنید .

$$f(z) = (x^2 - y^2)z^2 - 2z + (y^2 - 16)(x^2 - 9) = 0$$

### دیروستا محمد رضا شاه پهلوی (مند)

دیبر : بلوارانی - فرستنده : مسجد نجفی تهرانی  
مشتق توابع زیر را بدست آورید .

$$1) \quad y = (x + \sqrt{x + \sqrt{2x^2}})^4$$

$$2) \quad y = \sqrt{\frac{5\sin^2 x - 4\cos^2 x}{x}}$$

### دیروستان منصور (تبریز)

دیبر : حسینی - فرستنده : یوسف کشیزاده  
دو خط  $x + 1 = 0$  و  $y = 2x + 3$  مغروضند.  
معادله مکان هندسی نقاطی را تعیین کنید که نسبت فو اصلشان از  
دو خط مذبور  $\frac{2}{3}$  باشد .

### دیروستان هدف (شماره ۱)

دیبر : فرهی - فرستنده : علیرضا هدایتی  
اولاً  $m$  را به قسمی تعیین کنید که نقاط  $A$  و  $B$  با  
نشاند . ثانیاً در صورتی که  $C(-3, -5)$  باشد مختصات  
نقطه  $D$  را تعیین کنید که  $\frac{CA}{CB} = -\frac{DA}{DB}$  (نقطه  $A$  و  $B$  از  
را در صفحه مختصات مشخص کنید) .

### دیروستان هدف (شماره ۳)

دیبر : قوامی - فرستنده : سعید قهرمانی شیرازی  
نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب روی محورهای مختصات اولی  
به طول  $a+b$  و دویسی به عرض  $a-b$  طوری قرار دارند که  
 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} = \frac{1}{3}$  . اولاتابت کنید خط  $AB$  از نقطه ثابتی  
می گذرد . ثانیاً  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که خط  $AB$  بر  
خط  $D$  به معادله  $x - 2y = 1$  عمود شود .

### دیروستان هدف (شماره ۴)

دیبر : صداقت کیش

فرستنده‌گان : مسعود نصرالله ، منوچهر سمیعی  
ثابت کنید که برآیند سه بردار که مبدأشان نقطه ثابت

مختصات نقاط تقاطع را بدست آورید . این نقاط چگونه اند و نوع چهار ضلعی را معین نمائید .

- حدود  $K$  را تعیین کنید تا عبارت :  
 $(K+1)x^2 + 4Kx + 4K$

### دیروستان فیوضات (مشهد)

دیبر : نیر و مند - فرستنده : محمد کاوی  
مشتق دو تابع زیر را بدست آورید :

$$1) \quad y = \cos^2 \frac{3x}{(x+1)^2} - \sin \frac{\sqrt{3x}}{x+1}$$

$$2) \quad y = \sqrt{\frac{x+1}{(x-\sqrt{x})^2}}$$

### دیروستان قطب (دزفول)

دیبر : فخر عطار - فرستنده : محمد جواد دالیله

- از مربع  $ABCD$  معادله ضلع  $AB$  به صورت :  
 $x+y=2$  و مرکز  $M(4, 2)$  است ، تعیین کنید مختصات  
رئوس این مربع را .

- از مثلثی معادله دو میانه آن  $AM$  به صورت :  
 $2x+5y=4$  و  $BN$  به صورت  $y+5x=1$  باشند . اولاً - مختصات سه رأس  
مثلث را پیدا کنید . ثانیاً معادله ارتفاع  $AH$  را بنویسید سپس  
از نقطه  $B$  معادله خطی را بنویسید که موازی ضلع  $AC$  باشد .

### دیروستان کورش کبیر (نهاوند)

دیبر : حسینی - فرستنده : مهران کشاورزیان  
ذوزنقه قائم الزاویه ای است که دو رأس قائم آن :

$A$  و  $D$  و  $(6, 1)$  است و ضلعی که از  $D$  می گذرد  
موازی نیمساز ربع دوم است ، طول نقطه  $B$  برابر  $4$  می باشد  
و زاویه  $C$  نیز  $45$  درجه است مختصات نقطه  $C$  و مختصات  
 محل برخورد اقطار و مساحت ذوزنقه  $ABCD$  را بدست  
آورید .

### دیروستان محمد رضا شاه پهلوی (رشت)

دیبر : سلیمانی - فرستنده : داود رحیمیان

ناحیه هایی از صفحه محورهای مختصات را تعیین کنید  
که مختصات نقاط آن ناحیه ها برای معادله زیر دو ریشه  
مختلف العلامه بوجود آورد :

- در صورتی که بدانیم :

$$\cos(a - b) = \sin(a + b)$$

ثابت کنید که :

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + a\right) = 2\tan\left(\frac{\pi}{4} - b\right)$$

درستی تساوی زیر را ثابت کنید :

$$\text{Arcctg}^3 + \text{Arcctg}^4 + \text{Arcctg}^5 + \dots + \text{Arcctg}^{47} = \text{Arcctg}^1$$

- به فرض اینکه کمانهای  $x$  و  $y$  حاده باشند و داشته باشیم :

$$\begin{cases} \cos x + \tan y \sin x = 3 \\ \sin x - \tan y \cos x = 4 \end{cases}$$

مقادیر  $\tan x$  و  $\tan y$  را محاسبه نمائید.

### دیروستان امیرکبیر (تویسرکان)

دیروستان امیرکبیر (تویسرکان) - فرستنده : حسین اسدی

$$\frac{\sin^4 x}{a} + \frac{\cos^4 x}{b} = \frac{1}{a+b} - \text{اگر } \frac{\sin^4 x}{a} + \frac{\cos^4 x}{b} = \frac{1}{a+b}$$

را بر حسب  $a$  و  $b$  حساب کنید.

- عبارت زیر را ساده کنید :

$$\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{3\tan^4 x}{\cos^4 x}$$

### دیروستان ۲۵ شهریور (مسجدسلیمان)

دیروستان ۲۵ شهریور (مسجدسلیمان) - فرستنده : محمد کاهکش  
صحت اتحاد زیر را تحقیق کنید :

$$\frac{\tan^4 x}{\sin^4 x} + \frac{\cot^4 x}{\cos^4 x} - \frac{1}{\sin x \cos x} = \tan^4 x + \cot^4 x$$

### دیروستان پهلوی (بهبهان)

دیروستان پهلوی (بهبهان) - فرستنده : صفا عابئیان

- در معادله زیر قوس  $a$  را طوری حساب کنید که جوابهای معادله یک تصاعد عددی تشکیل دهند :

$$x^4 + \frac{1}{3}x^2 \sin a + \frac{1}{200} \cos \frac{\pi}{3} = 0$$

- معادله مثلثاتی زیر را حل کنید و جوابهای بین صفر و  $2\pi$  را بدست آورید.

$$\cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \cos x + \tan x = \sin \frac{\pi}{4} \times \frac{1 + \cos x}{x}$$

**O** و انتهایشان رُوس مثلث ABC باشد همواره بر G مرکز

تقل مثلث می‌گذرد و اندازه اش برابر  $\overrightarrow{OG}$  می‌باشد.

### دیروستان هراتی (اصفهان)

دیروستان هراتی (اصفهان) - فرستنده : عباس کاظمی

مکان نقاطی را پیدا کنید که از خط  $y = -3$  و نقطه A(3, 0) به یک فاصله باشند.

### مثلثات

#### دیروستانهای آذربایجان

دیروستانهای آذربایجان - فرستنده : مهرداد فکیک و جواد محمدی

- ضرایب  $a$  و  $b$  را چنان حساب کنید که رابطه زیر به ازاء

جمعی مقادیر  $X$  برقرار باشد :

$$\frac{a \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{b \sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{4(\tan^2 x + 1)}{\tan^2 x - 1}$$

- رابطه‌ای بین  $X$  و  $y$  بدست آورید که به مقدار  $a$  بستگی نداشته باشد :

$$\begin{cases} x = 2\cos a + 1 \\ y = 2\sin a - 3 \end{cases}$$

### دیروستان ابن سینا

دیروستان ابن سینا - فرستنده : قاسم جبارزاده

$$\tan x = \sqrt{\frac{b}{a}} \quad \text{در صورتی که :}$$

باشد، مقدار  $A$  را بر حسب  $b$  و  $a$  پیدا کنید :

$$A = \frac{b}{\sin x} + \frac{a}{\cos x}$$

### دیروستان البرز

فرستنده : علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی‌تکنیک تهران

- دایره (C) و نقطه M روی آن مفروضند. سه متحرک

B و A در یک لحظه‌و در یک جهت از نقطه M روی این

دایره حرکت می‌کنند. متحرک A در هر دقیقه  $100^\circ$  گراد و

B در هر دقیقه  $\frac{\pi}{3}$  رادیان و C در هر دقیقه  $30^\circ$  طی می‌کند. پس

از چه مدت برای اولین بار به هم می‌رسند.

$$tg\frac{\pi}{n} + tg\frac{2\pi}{n} + tg\frac{3\pi}{n} + \dots + tg\frac{(n-1)\pi}{n}$$

-  $x$  و  $y$  را از معادله زیر بدست آورید.

$$x^2 - 2ax\sin(xy) + a^2 = 0$$

### گروه فرهنگی خوارزمی (دیبرستان مرجان)

فرستنده: زهره شیخستانی

- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید.

$$2 - \sqrt{3} = tg\left(\frac{\pi}{3} - \text{Arctg}\frac{1}{3} + \text{Arcctg} - 3\right)$$

$$tgx = \frac{P \sin a \cos a}{1 - P \sin^2 a} \quad \text{اگر } tgx = \frac{P \sin a \cos a}{1 - P \sin^2 a} \text{ باشد، رابطه زیر را ثابت کنید.}$$

$$tg(a-x) = (1-P) tga$$

### دیبرستان رازی (شاهی)

دیبر: حسینی - فرستنده: علی اکبر احسانی

اگر  $a > b > 0$  و انتهای کمان  $x$  در بین سوم و بیم باشد، مطوبست محاسبه عبارت:

$$S = 3(tgx + cotgx) \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cos x$$

در صورتی که داشته باشیم:

$$(a^2 + b^2) \sin^2 x - 2b^2 \sin x + b^2 - a^2 = 0$$

### دیبرستان رازی (شیراز)

دیبر: صادقی - فرستنده: عبدالحیین حق بین

$$\text{Arcctg} \sqrt{\sin x} - \text{Arctg} \sqrt{\sin x} = y \quad \text{اگر}$$

باشد ثابت کنید:

$$\sin y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$$

- عبارت  $\sqrt{3} \sin x - \sqrt{3} \cos x$  را تبدیل به حاصل ضرب نمائید.

### دیبرستان رضا شاه کبیر (شاهی)

دیبر: حاتمی - فرستنده: علی اکبر احسانی

- معادله مثلثاتی زیر را حل کنید:

$$16 \sin x - \frac{\cos x}{\sqrt{3}} = 0$$

- ثابت کنید اگر  $2 \cos \alpha = a + a^{-1}$  باشد،

$$2 \cos 3\alpha = a^3 + a^{-3}$$

### دیبرستان پهلوی (نجف آباد)

دیبر: جوادی - فرستنده: علی صفر نوراللهی

- ثابت کنید عبارت زیر به  $X$  بستگی ندارد:

$$(\sin^2 X + \cos^2 X - 1)^3 - 81 \sin^4 X \cos^4 X$$

- راچنان تعیین کنید که همواره داشته باشیم:

$$\frac{\sin X \cos X}{\sin X + \cos X + 1} = a \sin x + b \cos x + c$$

### دیبرستان تربیت (قوچان)

دیبر: معمارزاده - فرستنده: حسین دلربائی

- از روابط زیر رابطهای مستقل از  $t$  بین  $a$  و  $b$  بدست آورید.

$$\frac{1}{\sin t} - \sin t = a \quad \text{و} \quad \frac{1}{\cos t} - \cos t = b$$

- صورت کلی جوابهای معادله زیر را بنویسید و جوابهای محصور بین صفر و  $2\pi$  را تعیین کنید.

$$3\sqrt{3} \sin^2(x - \frac{\pi}{29}) + 9 \cos^2(\frac{31\pi}{58} - x) + 3\sqrt{3} = 0$$

### دیبرستان جوینی (قوچان)

دیبر: معمارزاده - فرستنده: حسین دلربائی

- معادله زیر را حل کنید و جوابهای محصور بین صفر و  $2\pi$  را بدست آورید.

$$2 \cos^2(x - \frac{\pi}{19}) - \sqrt{3} \sin(\frac{21\pi}{38} - x) - 3 = 0$$

- از رابطه:

$$a \sin y + b \cos x = \sin y \cos x (\text{atg} x + \text{bcot} y) \quad \text{رابطه زیر را نتیجه بگیرید.}$$

$$tg x \cot y = \frac{a^2 + b^2}{2ab} + \frac{1}{\sin y \cos x}$$

### دیبرستان حکمت (قم)

دیبر: صدری - فرستنده: جواد فیض

- اتحاد زیر را ثابت کنید:

$$3 \text{tg} 130^\circ + \text{cotg} 140^\circ - \text{tg} 230^\circ - 5 \text{tg} 310^\circ - 2 \text{cotg} 140^\circ = 4 \text{tg} 50^\circ$$

- اتحاد مثلثاتی زیر را ثابت کنید:

$$\sin(\text{Arctg} \frac{4}{3}) = \frac{1}{7}$$

### گروه فرهنگی خوارزمی (شماده ۱)

دیبر: صداقت کیش - فرستنده: بهروز حکیمی

- حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

حساب کنید.

### دیبرستان فرهنگ (اهواز)

دیبر : نادری

$$(a+1)\sin^4x + (b+1)\cos^4x = a+b - \text{اگر}$$

باشد مقدار عبارت زیر را برحسب  $a$  و  $b$  حساب کنید.

$$(a-1)\cot^4x + (b-1)\tan^4x$$

- صحت تساوی زیر را تحقیق کنید.

$$2(\sin^4x + \cos^4x) - 2(\sin^2x + \cos^2x) = 1$$

### دیبرستان فیروز بهرام

دیبر : خسروی - فرستنده : پرویزروانی

- عدد  $K$  و مقدار  $\tan\alpha$  را بدست آورید که پیوسته رابطه

زیر برقرار باشد:

$$3\sin x + 4\cos x = K \sin(x+\alpha)$$

- معادله زیر را حل کنید:

$$\cot\Delta x \tan 3x = 1$$

### دیبرستان فیوضات (مشهد)

دیبر : بقائی - فرستنده : محمد کاوی

عبارت زیر را قابل محاسبه به لگاریتم کنید.

$$S = \sin\alpha + \cos\alpha + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha + \sin 3\alpha + \cos 3\alpha$$

### دیبرستان قناد (بابل)

دیبر : رودباریان - فرستنده : محمود عابدیان امیری

عبارت زیر را ساده کنید:

$$\frac{\tan \frac{4\pi}{9} \tan \frac{5\pi}{9} \tan \frac{4\pi}{5} \cot \frac{\pi}{5}}{\cot \frac{\pi}{18} \cot \frac{17\pi}{18} \cot \frac{3\pi}{7} \tan \frac{4\pi}{7}}$$

### دیبرستان کورش کبیر (فهاؤند)

دیبر : کابلی - فرستنده : مهران کشاورزیان

درستی برآبری زیر را تحقیق کنید.

$$\frac{1}{\sin^4 A} - 1 = 2\cot^2 A + \cot^4 A$$

### دیبرستان محمد رضا شاه پهلوی (مرند)

دیبر : قنبر زاده - فرستنده : میرحسین حسینی

$\alpha$  را بین دو رابطه زیر حذف کنید:

$$x = \frac{1}{\sin\alpha} + \frac{1}{\cos\alpha} \quad \text{و} \quad y = \frac{1}{\sin\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha}$$

### دیبرستان رهنما

فرستنده : فریبرز مید مظفری

معادلات زیر را حل کنید.

$$1) \sin^2 3x = 1 - \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$2) \sqrt{3} \sin^2 x = \sin x \cos x$$

### دیبرستان شاهپور (شیاز)

دیبر : اشرف - فرستنده : عبدالحسین حق بین

- ثابت کنید تمام قوسهایی را که کسینوس آنها برابر

$\cos a$  باشد می‌توان به صورت زیر نوشت. ( $K$  عددی است

صحیح و جبری)

$$(K + \frac{1}{2})\pi + (a - \frac{\pi}{2})(-1)^K$$

- معلوم کنید عبارت زیر به ازاء چه مقدار  $y$  ماقزیم

و در ازاء چه مقدار می‌نیمم است.

$$y = \sin^2 x + \cos^2 x$$

### دیبرستان علوی

دیبر : مؤمنی - فرستنده : سعیدلسان

ثابت کنید عبارت زیر به  $x$  بستگی ندارد:

$$3(\sin^4 x - \cos^4 x) - 8\sin^2 x + 4\cos^2 x + 2\sin^2 x$$

### دیبرستان فردوسی (رضاییه)

دیبر : دیلمقانی - فرستنده : اصغر کرامت

- مقدار عددی  $A$  را تعیین کنید.

$$A = \tan \frac{\pi}{12} + \tan \frac{5\pi}{12}$$

- صحت اتحاد زیر را تحقیق کنید:

$$\frac{a\tan^2 b + c}{a\sin^2 b + c\cos^2 b} = 1 + \tan^2 b$$

### دیبرستان فرگام

دیبر : محمد نوری - فرستنده : عادل محمدزاده

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad \text{و} \quad a = \frac{\pi}{5}$$

باشد مقدار عددی عبارت زیر را بدست آورید:

$$2\cos 2a + 3\cos 4a - 3\cos 6a - 4\cos 8a$$

$$- 1 > a > 0 \quad \text{و} \quad \tan a + \frac{1}{\cos a} = 2 \quad \text{باشد}$$

$$\cos \frac{\pi}{n} + \cos \frac{2\pi}{n} + \cos \frac{3\pi}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\pi}{n} = 0$$

### دیبرستان هراتی (اصفهان)

دیبر: مقدس - فرستنده: عباس کاظمی

را چنان تعیین کنید که مقدار کسر زیر به  $x$  بستگی نداشته باشد.

$$\frac{m \sin^2 x + 24}{60 \sin^2 x + 5(m+1) \cos^2 x}$$

### مسائل هندسه

#### دیبرستانهای آذربایجان

دیبر: سعیدی - فرستنده: جواد محمدی، مهرداد فکیک

چهار ضلعی ABCD (غیر واقع در یک صفحه) مفروض است. ثابت کنید چهار خطی که هریک از این نقاط را به محل برخورد میانه های مثلثی که از سه نقطه دیگر درست می شود وصل می کند در یک نقطه متقابلند.

#### دیبرستان البرز

فرستنده: علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی تکنیک تهران  
خط D و دایره C در صفحه P قراردارند و نقطه A در خارج صفحه P می باشد. در صفحه P خط  $\Delta$  را به قسمی بردازه C مماس رسم کنید که دو صفحه (D و (A $\Delta$ ) و (A $\Delta$ ) را بهم عمود باشند.  
خط D و صفحه P موازی با آن و خط  $\Delta$  واقع در صفحه P و عمود بر D مفروضند. مکان هندسی نقاطی از صفحه D را تعیین کنید که مجموع مربعات فواصل آنها از دو خط  $\Delta$  برابر مقدار ثابت  $a^2$  باشد.

#### دیبرستان امیر کبیر (مشهد)

دیبر: احمد زاده - فرستنده: امیر هاشمی، مهدی خزاعی  
مثلث ABC واقع در صفحه P و نقطه O در خارج صفحه مفروضند. روی OA نقطه M و روی OB نقطه N را به قسمی اختیار می کنیم که  $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB}$  باشد. ثابت کنید که فصل مشترک صفحه CMN با صفحه P موازی با خط AB است.

#### دیبرستان ۲۵ شهریور (مسجد سلیمان)

دیبر: زنجانی - فرستنده: محمد کاکش  
نقطه M در خارج صفحه دایره O واقع است. نزدیکترین

#### دیبرستان مرآت

دیبر: عیوقی - فرستنده: محمود چیت ساز  
و b و c و d را چنان تعیین کنید که رابطه زیر همواره برقرار باشد:

$$\begin{aligned} \frac{\sin x - \cos x + 1}{\sin x + \cos x} &= \\ &= \frac{a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x + d \cos x}{1 + 2 \sin x \cos x} \end{aligned}$$

#### دیبرستان هدایت (سنندج)

دیبر: عطایی - فرستنده: رشاد مردوخی  
در صورتی که داشته باشیم:

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{tg}^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \gamma + \\ + \operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{tg}^2 \gamma = 1 \end{aligned}$$

مطلوب است محاسبه A از رابطه زیر:

$$A = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$$

#### دیبرستان هدف (شماره ۱۰)

دیبر: صفرا لنگرودی - فرستنده: علیرضا هدایتی

- X را حساب کنید در صورتی که داشته باشیم:

$$4 \operatorname{Arctg}(x + \sqrt{x-5}) = \pi$$

- درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$-\sin 162^\circ - \cos 144^\circ = \frac{1}{2}$$

#### دیبرستان هدف (شماره ۳۰)

دیبر: عباسی - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی

معادله زیر را حل کرده و جوابهای بین  $0$  و  $2\pi$  را بدست آورید.

$$\frac{1}{\sqrt{1-\sin x}} - \frac{1}{\sqrt{1+\sin x}} = \frac{1}{\cos x}$$

#### دیبرستان هدف (شماره ۴۰)

دیبر: صداقت کیش

فرستنده: مسعود نصرالله، منوچهر سمیعی

- معادله زیر را حل کنید و جوابهای بین صفر و  $2\pi$  را بدست آورید:

$$\cos(\chi - \frac{\pi}{6}) + \cos(\frac{\pi}{3} + \chi) = \frac{1}{3}$$

- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید (n عددی است)

صحیح و مشتبث)

### دیبرستان رازی(شاهی)

دیبر: حسینی - فرستنده: علی‌اکبر احسانی  
مطلوبست تعیین مکان هندسی نقطی از صفحه  $P$  که مجموع مجددات فواصل آن از دو نقطه  $A$  و  $B$  واقع در خارج صفحه مساوی مقدار معلوم  $k^2$  باشد.

### دیبرستان رازی (شیراز)

دیبر: جواد پور - فرستنده: عبدالحسین حق بین  
صلع  $BC$  از مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  بر صفحه  $P$  واقع است و  $A'BC$  تصویر قائم مثلث مذبور بر صفحه  $P$  مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد. کسینوس زاویه صفحه  $ABC$  را با صفحه  $P$  حساب کنید.

### دیبرستان رهنما

دیبر: رکنی - فرستنده: فریبرز سید مظفری  
اگر بخواهیم تصویر نیمساز زاویه غیرمشخص  $yOx$  روی صفحه  $P$  نیمساز تصویر آن زاویه باشد، صفحه تصویر را چطور باید انتخاب نمود.

### دیبرستان شاهپور (شیراز)

دیبر: اشرف - فرستنده: عبدالحسین حق بین  
سه قطعه خط مساوی  $OA$  و  $OB$  و  $OC$  مفروضند.  
اگر  $OA$  و  $OB$  ثابت بمانند و  $OC$  تمام راستاهای ممکن را اختیار کند، مکان هندسی مرکز دایره‌ای را که بر  $A$  و  $C$  می‌گذرد، بدست آورید.

### دیبرستان ششم بهمن (قم)

دیبر: اردھالی - فرستنده: جواد فیض  
پاره خط  $AB$  مفروض است. مکان هندسی نقاط  $M$  از  $AM = 2BM$  داشته باشیم:  
دیبرستان علوی

دیبر: مؤمنی - فرستنده: سعید لسان  
سه خط متناظر  $D$  و  $D'$  و  $D''$  مفروضند. خطی چنان رسم کنید که سه خط مذکور را در نقاط  $M$  و  $N$  و  $L$  قطع کرده و داشته باشیم:  $MN = NL$

### دیبرستان فیوضات (مشهد)

دیبر: نیرومند - فرستنده: محمد کاوی  
مکان هندسی تصاویر نقطه  $A$  را روی خطهایی که از یک نقطه مانند  $B$  گذشته و در صفحه  $P$  جا دارند بدست آورید.

ودورترین فاصله نقطه  $M$  را از محیط دایره پیدا کنید.  
- سه خط  $D$  و  $D'$  و  $D''$  که دو به دو متناظرند مفروض است. خطی به موازات  $D$  و متکی به  $D'$  و  $D''$  رسم کنید.

### دیبرستان پهلوی (ملایر)

دیبر: گلستانی - فرستنده: خسرو فتحعلیان  
سه خط متناظر  $D_1$  و  $D_2$  و  $D_3$  مفروضند. خطی موازی  $D_1$  و به فاصله ۱ از آن بر دو خط  $D_2$  و  $D_3$  متکی کنید.

### دیبرستان پهلوی (میاندوآب)

دیبر: فرشاد - فرستنده: عباسعلی آزادی  
صفحه  $P$  و دو نقطه  $A$  و  $B$  بالای آن مفروض است.  
خط  $\triangle$  را در صفحه  $P$  چنان رسم کنید که فاصله اش از  $A$  برابر ۱ بوده و مسطحه صفحه‌ای که از نقطه  $B$  و خط  $\triangle$  می‌گذرد برابر  $a$  باشد.

### دیبرستان پهلوی (همدان)

دیبر: آذرخویش - فرستنده: محمود شفاعت  
- زاویه قائم  $xOy$  و نقطه  $P$  در خارج آن مفروض است. مثلث قائم‌الزاویه  $PAB$  را طوری رسم کنید که زاویه  $P$  قائم بوده و  $AB$  به طول ۱ و متکی بر اضلاع زاویه قائم باشد.  
- صفحه تصویر را طوری انتخاب کنید که تصویر یک متوازی‌الاضلاع یک لوزی شود.

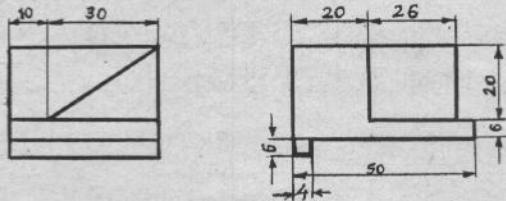
### دیبرستان تربیت (قوچان)

دیبر: عمار زاده - فرستنده: حسین دلربائی  
دو خط  $\triangle$  و  $\triangle'$  و نقطه  $M$  غیر واقع بر آنها مفروضند. متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  به قطر ۱  $AB = 1$  طوری رسم کنید که رأس  $A$  روی خط  $\triangle$  واقع بوده و نقطه  $M$  محل تلاقی اقطار بر آن باشد و خط  $\triangle$  از وسط  $CD$  بگذرد.

### دیبرستان خوارزمی (شماره ۱)

دیبر: وکیلی - فرستنده: بهروز حکیمی  
سه خط متناظر  $d_1$  و  $d_2$  و  $d_3$  مفروضند. مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که سه رأس آن روی سه خط متناظر بوده اولاً و تر آن موازی استداد معلوم  $\triangle$  باشد. ثانیاً یک صلح زاویه قائم‌موازی  $\triangle$  باشد.

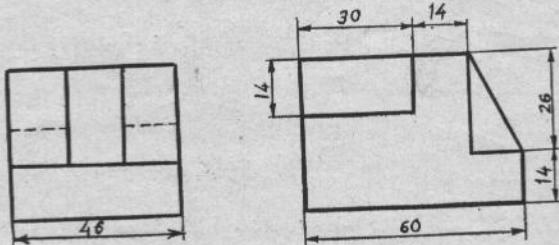
### دیبرستان هدف (شماره ۳)



### دیبرستان هدف (شماره ۴) دسته B

دیبر: ریاحی - فرستندگان: مسعود نصرالله، منوچهر سمعیعی

مطلوب است رسم تصاویر زیر با مقیاس  $\frac{1}{2}$   
۱- قائم . ۲- افقی . ۳- نیعرخ راست . ۴- پرسپکتیو  
ایزومتریک جسم.



## مسائل فیزیک

### دیبرستانهای آذر

دیبر: جعفری - فرستندگان: جواد محمدی، مهرداد فکیک  
در برابر آینه مکرری به شاعع  $R = 60\text{cm}$ ، جسمی  
در فاصله  $X = 40\text{cm}$  قرار گرفته، محل تصویر و بزرگنمائی  
آینه را تعیین کنید. در فاصله  $90\text{cm}$  سانتیمتری آینه، عدسی  
مکرری به فاصله کانونی  $f = 20\text{cm}$  قرار می‌دهیم. اگر چنانچه  
فرض کنیم که نور ابتداء آینه مکرر برخورد کرده، سپس به  
عدسی مکرر تابیده، مطلوب است محل آخرین تصویر و بزرگنمائی  
دستگاه آینه و عدسی.

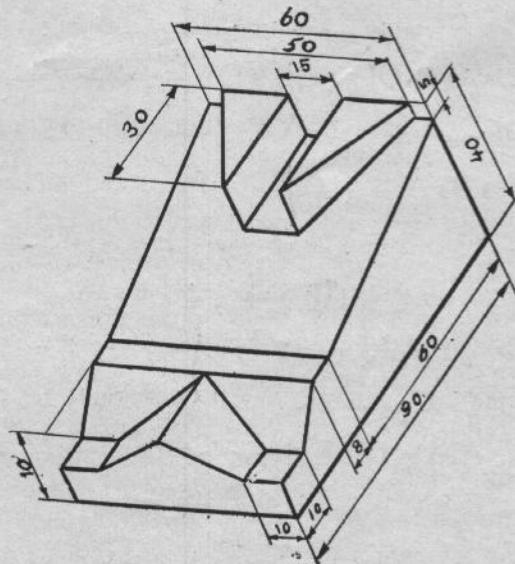
### دیبرستان البرز

فرستنده: علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی تکنیک تهران  
- فاصله جسمی از تصویر حقیقی اش در یک عدسی محدب  
 $40\text{cm}$  و بزرگنمایی عدسی در این حالت برابر  $3$  می‌باشد.  
اولاً - فاصله کانونی عدسی را محاسبه کنید. ثانیاً - اگر آینه

### رسم فنی

### دیبرستان هدف (شماره ۳)

دیبر: حسابی - فرستنده: سعید قهرمانی شیرازی



### دیبرستان هدف (شماره ۴) دسته A

دیبر: ریاحی - فرستندگان: مسعود نصرالله، منوچهر سمعیعی

مطلوب است رسم تصاویر زیر با مقیاس  $\frac{1}{2}$   
۱- قائم . ۲- افقی . ۳- نیعرخ راست . ۴- پرسپکتیو  
ایزومتریک .

مدت لازم است تا دمای گرما سنج  $55^{\circ}$  افزایش یابد. ثانیاً انرژی مصرف شده در این مدت بر حسب کیلووات ساعت چقدر است. ثالثاً اگر شدت جریان مدار ۲ آمپر باشد مقاومت سیم لامپ را حساب کنید.

### دیبرستان رازی (شاهی)

دیبر : تلوکی - فرستنده : علی اکبر احسانی معلوم کنید ضریب شکست یک تیغه شبشهای چقدر باید باشد تا یک شعاع نورانی تک رنگ در هین عبور از آن  $30^{\circ}$  از مسیر اولیه خود منحرف شده و به اندازه خیام تیغه نیز انتقال یابد.

### دیبرستان رهنهما

دیبر : پیسوده - فرستنده : فریبرز معید مخلفی جسمی به فاصله  $6\text{cm}$  در یک طرف عدسی (تخت-محدب) به شعاع انحنای  $2\text{cm}$  قرار دارد. ضریب شکست عدسی  $1/5$  است و در  $9$  سانتیمتری طرف دیگر آن عدسی مقعری به فاصله کانونی  $5\text{cm}$  واقع است. مطلوب است :

- ۱- نوع و محل تصویر نهایی حاصله نسبت به عدسی دوم و رسم مسیر نور آن.
- ۲- اگر عدسی مقعر را به عدسی محدب بچسبانیم معلوم کنید جسم را به چه فاصله از دستگاه حاصله قرار دهیم تا تصویر مجازی و اندازه آن  $5$  برابر طول جسم گردد.

### دیبرستان فرح (شاهی)

دیبر : ابراهیمی - فرستنده : علی اکبر احسانی عدسی محدب الطرفینی شعاع انحنای دو سطح  $10\text{cm}$  است. یک سطح آن در آب و سطح دیگر در هوا است. تعیین کنید اشعه ای که به موازات محور اصلی از هوا بر آن بتابد در کجا جمع می شود.

### دیبرستان فرگام

دیبر : فتح‌الهزاده - فرستنده : عادل محمد زاده یک نقطه نورانی روی محور اصلی آینه مقعری به شعاع  $60\text{cm}$  و به فاصله  $40\text{cm}$  از رأس آن قرار دارد. تیغه متوازی السطوحی به ضریب شکست  $n = 1/5$  و به خیام بطور عمود بر محور اصلی و به فاصله  $60\text{cm}$  از آینه قرار دارد. تصویر نقطه نورانی به چه فاصله از آینه تشکیل می شود.

محدودی به فاصله کانونی  $20\text{cm}$  بین عدسی و تصویر و به فاصله  $26$  سانتیمتری از عدسی طوری قرار دهیم که محور اصلی آن بر محور اصلی عدسی منطبق باشد، محل تصویر جدید را مشخص کرده و مسیر پرتوها را رسم نمائید.

- آینه مسطحی در عمق  $10$  سانتیمتری آب و موازی

فصل مشترک آب و هوا قرار گرفته و شخصی در فاصله  $25$  سانتیمتری بالای سطح آب تصویر خود را در آینه می بیند. تعیین کنید فاصله این شخص از تصویرش چقدر است. ضریب انكسار آب نسبت به هوا  $\frac{4}{3}$  می باشد.

### دیبرستان امیر کبیر (توبیسر کان)

دیبر : بیگلرخانی - فرستنده : حسین اسدی منشوری است به زاویه رأس A و به ضریب شکست  $1/2$  بطوری که شعاعی عمود و قائم بر منشور بتابد مماس خارج می شود. زاویه رأس و انحراف را پیدا کنید.

### دیبرستان امیر کبیر (مشهد)

دیبر : ترقی - فرستنده : مهدی خزاعی مقدم کف ظرف استوانه ای، آینه مقعری است به شعاع  $40\text{cm}$  ناظری از فاصله  $15\text{cm}$  بالای سطح آب و روی محور اصلی آینه که قائم است تقریباً عمود بر سطح آب به آینه می نگرد. تصویر شخص در چه فاصله ای از او تشکیل می شود. ضریب شکست آب  $\frac{4}{3}$  است.

### دیبرستان پهلوی (بهبهان)

دیبر : جاویدان - فرستنده : صفا عبایانی آینه مسطحی به عرض  $60\text{cm}$  بر روی کمدی نصب شده است. شمع روشنی روی خط عمود بر وسط آینه و در فاصله  $120$  سانتیمتری آن قرار دارد. درب کمد را به اندازه  $60^{\circ}$  حول لوای آن می چرخانیم. مطلوب است اولاً - مکان هندسی تغییر مکان تصویر. ثانیاً - طول مسیری که تصویر شمع طی می کند. ثالثاً - فاصله تصویر تا شمع در آخرین وضعی که پیدا می کند.

### دیبرستان حکمت (قم)

دیبر : کبیری - فرستنده : جواد فیض در گرما سنجه که جرم آب و A ارزش آبی آن مجموعاً  $2592\text{gr}$  است یک لامپ  $250\text{W}$  واتی قرار دارد. اولاً چه

حل کند . عنصر B عنصری هم گروه با منیزیم است که از ترکیب آن با گوگرد نمکی حاصل می شود که  $\frac{4}{9}$  وزن این نمک را گوگرد تشکیل می دهد . عنصر C عنصری از دوره دوم جدول تناوبی است که بر پوسته نهایی آن  $\text{^6}$  الکترون وجود دارد . A و B و C را مشخص کنید و موقعیت این عناصر را از نظر (دوره و گروه) بنویسید .

### دیبرستان البرز

فرستنده : علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی تکنیک تهران یک گرم پرمنگنات تجارتی را در  $100\text{cc}$  آب حل کرده و به آن در مجاورت اسید سولفوریک مقدار کافی دور پتابیم می ریزیم . سپس از بورت قطره قطره محلول تیو سولفات سدیم دسی نرمال اضافه می کنیم پس از افزودن  $23\text{cc}$  از محلول تیو سولفات رنگ محیط عمل زرد می شود . در این لحظه چند قطره چسب نشاسته اضافه می کنیم ، رنگ محیط عمل آبی می شود . برای ازین بردن این رنگ  $4\text{cc}$  محلول  $5\text{/}0$  ملکول گرم در لیتر تیو سولفات متبلور به فرمول  $\text{S}_2\text{O}_3\text{Na}_2\text{H}_2\text{O}$  لازم می شود . تعیین کنید : اولاً درجه خلوص پرمنگنات را . ثانیاً - غلظت و نرمالیتۀ آنرا .

### دیبرستان ۲۵ شهریور (مسجد سلیمان)

دیبر : رسم پور

فرستنده گان : یدالله کرمعلی زاده ، محمد کاهکش عنصری که عدد اتمی آن تقریباً  $2\text{/}8$  بار از عدد اتمی سومین گاز کمیاب جدول دوره‌ای بیشتر است ، دو ایزوتوپ پایدار دارد که اولی  $70$  و دیگری  $67$  نوترون دارد و جرم اتمی متوسط آن  $69$  است . درصد هر ایزوتوپ را یافته و ساختمان الکترونی آنرا نمایش دهید .

### دیبرستان پهلوی (بهبهان)

دیبر : مروجی - فرستنده : صفا عبانیان

محلول رقیقی از کربنات ، سولفات ، کلرور سدیم موجود است .  $40\text{cc}$  از محلول فوق با  $70\text{cc}$  محلول نیترات سرب با فاکتور  $1/4$  ترکیب می شود .  $40\text{cc}$  دیگر از محلول فوق با  $60\text{cc}$  محلول نیترات باریم با فاکتور  $1/2$  ترکیب می شود .  $40\text{cc}$  دیگر از محلول فوق با  $50\text{cc}$  محلول نیترات نقره با فاکتور  $1/5$  ترکیب می شود . پیدا کنید فاکتور و غلظت سه نمک فوق را .

### دیبرستان محمد رضا شاه (مرند)

دیبر : شیروانی - فرستنده : مجید نجفی ترائی به فاصله  $l$  از یک پرده ، جسم کدری به طول  $a$  قرار دارد . به فاصله  $l' > l$  از پرده دو نقطه نورانی به فاصله  $X$  قرار گرفته است . سایه‌های حاصل از دونقطه نورانی بر روی پرده دارای یک ضلع مشترک می باشند .  $X$  را بر حسب سایر معلومات مسئله بدست آورید .

### دیبرستان محمد رضا شاه (مهاباد)

دیبر : سیدی - فرستنده : ابراهیم توت آغاجی طرفهای صیقلی دو آینه کاو  $M_1$  و  $M_2$  که فواصل کانونی آنها به ترتیب  $10\text{cm}$  و  $8\text{cm}$  است روبروی هم بوده و محور اصلی آنها برهم منطبق است . جسم روشن AB در  $5$  سانتیمتری آینه مقعر  $M_1$  قرار گرفته است . محل آخرین تصویر را از راه رسم و محاسبه بدست آورید . فاصله دو آینه از هم  $14\text{cm}$  است و فرض می شود که شعاع نور ابتدا به  $M_1$  برخورد و انعکاس آن به  $M_2$  برسد .

### دیبرستان محمد طبری (آمل)

دیبر : ایزدی - فرستنده : قدرت الله معتقد لاریجانی قرص مدوری است به قطر  $D$  که عمود بر اشعه خورشید قرار گرفته است . در فاصله  $d$  از پشت آن پرده قائمی قرار دارد . ثابت کنید قطر دایره ایه  $D_1$  و نیم سایه  $D_2$  با تقریب کافی برابر است با :

$$D_1 = D - d\alpha \quad D_2 = D + d\alpha$$

قطر ظاهری خورشید بر حسب رادیان است .

### دیبرستان هدف (شماره ۳)

یک طرف عدسی محدب الطرفینی با شعاعهای انحنای  $20\text{cm}$  به یک آینه مسطح چسبیده است . خط روشن AB در فاصله  $30\text{cm}$  از این عدسی قرار دارد . با رسم شکل و محاسبه نوع آخرین تصویر را از عدسی معلوم کنید . ( $n = 1/5$ )

### مأئل شیمی

#### دیبرستانهای آذربایجان

دیبر : فروتن - فرستنده گان : جواد محمدی ، مهرداد فکیک - عنصر A عنصری است که از ترکیب آن با یورونیت آسی می شود که این اسید می تواند شیشه را در خود

### دیبرستان فردوسی (تبریز)

دیبر : داوران - فرستنده : محمدحسین تمنا

عنصر X با عدد اتمی ۲۵ را با یک اسید سه‌ظرفیتی ترکیب می‌دهیم ( $\text{PO}_4\text{H}_2$ ) نسبت فلز بکاررفته بر نمک حاصل  $\frac{12}{31}$  گردیده است. محل عنصر در جدول مندیلیف وزن اتمی آنرا پیدا کنید.

### دیبرستان فردوسی (رضائیه)

دیبر : سلیمانی - فرستنده : اصغر کرامت

مخلوطی است از سولفیت سدیم و هیپو‌سولفیت سدیم. آنرا با جوهر نمک ۱/۵ مولکول گرم در لیتر ترکیب می‌کیم، ۱/۶ گرم رسوب زرد رنگ و ۳/۳۶ لیتر آنیدرید سولفورو تولید می‌شود. اولاً وزن مخلوط و حجم اسید مصرفی را حساب کنید. ثانیاً آنیدرید فوق توسط چند CC محلول آب اکسیژنه ۱۲۰ حجمی اکسید می‌شود.

### دیبرستان کوروش کبیر (نهادن)

دیبر : کابلی - فرستنده : مهران کشاورزیان یک گرم آهن ناخالص را در اسید سولفوريک حل کردیم و حجم محلول را به ۵۰CC رسانیده‌ایم. ۱۰CC از این محلول بوسیله ۳۰CC پرمنگنات دسی نرمال اکسیدشده است. درجه خلوص آهن را پیدا کنید.

### دیبرستان محمد طبری (آمل)

دیبر : مهدی نژاد - فرستنده : قدرت الله معتمد لاریجانی از ۱۰۰CC محلولی از سود ۰/۲ نرمال می‌خواهیم محلولی با PH مساوی ۱۴ تهیه کنیم، چه حجم آب باید از آن کم نمود.

### دیبرستان نظام

دیبر : جوانمرد - فرستنده : حسین رضائی به ۵CC از محلول  $\text{ClH} = ۱۴$  آب  $\text{POH} = ۱/۴$  اضافه می‌کنیم. حساب کنید ۱۰CC از محلول جدید بوسیله چه حجم سود ۰/۸ مولکول گرم در لیتر ختنی می‌شود.

### دیبرستان هدف

دیبر : فلسفی - فرستنده گان : مسعود نصرالله، فرشید مقدم به ۲۵۰CC محلول ید دسی نرمال ۱/۲gr می‌سولفیت سدیم اضافه می‌کنیم سپس به محلول چند قطره چسب نشاسته افزوده و کم کم محلول تیو سولفات سدیم که در هر لیتر آن

### دیبرستان خوارزمی (شماره ۱)

دیبر : آسایی - فرستنده : بهروز حکیمی

- بر مخلوطی از سولفور آلومنیم و کربنات سدیم اسید سولفوريک اثر می‌دهیم. چگالی مخلوط گازهای حاصل نسبت به تیدرزن ۱۹ است. نسبت ملکولی دوجسم را در مخلوط حساب کنید.

- اسید سولفوريک غلیظی به وزن مخصوص ۱/۸۴ و درجه خلوص ۹۸٪ است. غلظت ملکولی آنرا پیدا کنید.

### دیبرستان رازی (شاهی)

دیبر : محبوی - فرستنده : علی اکبر احسانی

$\text{PH} = ۱۲ + \log \frac{۱۰۰\text{CC}}{\text{اسید کلرید ریک که}} = ۱$  است اضافه می‌نماییم.  $\text{PH}$  محلول حاصل و فاکتور نمک تولید شده را محاسبه کنید.

### دیبرستان رهمنا

دیبر : تهرانی - فرستنده : فریبرز میده‌غلفری به ۱۰۰CC محلول سولفات فروکمی اسید سولفوريک ۱۰CC آب اکسیژنه ۱۱/۲ حجمی افزوده‌ایم. برای اینکه کالا اکسید شود به آن  $\frac{N}{۱۰}$  پرمنگنات پتابیم اضافه نماییم. غلظت محلول سولفات فرو را تعیین نمایید.

### گروه فرهنگی علوم

دیبر : مقبلی - فرستنده : محمد رضا بهرامی یک گرم منیزیوم ناخالص را در اسید کلرید ریک حل می‌نماییم حجم محلول حاصل را به ۲۰۰CC می‌رسانیم و بر ۱۰۰CC از آن پس از ختنی کردن، کلرور آمونیوم، آمونیاک، فسفات سدیم می‌افزاییم. رسوبی حاصل می‌شود که وزن آن ۲/۷۴gr می‌گردد. ۱۰۰CC دیگر را تبخیر می‌نماییم وزن جسم جامد بلورین ۴gr می‌شود. تعیین کنید اولاً درصد خلوص منیزیوم ثانیاً تعداد ذرات آب تبلور کلرو منیزیوم را.

### دیبرستان علوی

دیبر : ملاردی - فرستنده : سعید لسان

به ۲۰CC از یک نمونه آب سخت به مقدار کافی کربنات سدیم اضافه می‌کنیم و رسوب حاصل را پس از جدا کردن تکلیس می‌نماییم، ۵۶ میلیگرم گرد خشک باقی می‌ماند. درجه سختی این نمونه آب را بر حسب اکی والان گرم کلسیم در لیتر حساب کنید.

۱ - قطع کند.

$$x^2 + y^2 - 5 = 0 \quad \text{و} \quad x^2 + x + y - 3 = 0$$

- معادله دایره‌ای را بنویسید که از محل برخورد

دایره زیر و خط  $2x + y = 2$  بگذرد و مرکز آن به طول ۱

باشد.

$$x^2 + y^2 - x - y - 6 = 0$$

## مسائل فیزیک

دیبرستان حکیم نظامی (قم)

دیبر : کبیری - فرستنده : جواد فیض

- گلوله‌ای از ارتفاع ۴۵ متری سطح زمین بدون سرعت اولیه رهاشود. اولاً سرعت گلوله در لحظه رسیدن به سطح زمین و مدت زمان طی این مسافت چقدر است؟ ثانیاً مسافت طی شده در ثانیه دوم را حساب کنید. ثالثاً گلوله در موقع رسیدن به سطح زمین در مخزن آبی می‌افتد. اگر جرم مخصوص گلوله  $2/5 \text{ gr/cm}^2$  باشد پس از یک ثانیه از رو و در آب در چه فاصله از آب خواهد بود.

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

- آونگ A را بایک آونگ نجومی مقایسه می‌کنیم. آونگ A از آونگ نجومی کندر کار می‌کند. اگر فاصله زمانی دو انطباق متوالی ۵۲ ثانیه باشد، اولاً زمان تناوب آونگ A چقدر است. اگر جرم آونگ A که از آهن است  $100 \text{ gr}$  باشد چه نیرویی علاوه بر نیروی وزن باید بر آن وارد ساخت تا دو آونگ همزمان شوند.

## مسائل شیمی

دیبرستان حکیم نظامی (قم)

دیبر : رامینش - فرستنده . جواد فیض

از اتحال m گرم ماده‌آلی A در P گرم حلali نزول

نقطه انجامad  $1/8$  درجه می‌گردد. در آزمایش دیگر اگر

P گرم از ماده‌آلی B را که جرم ملکولی آن ۴۶ است در

گرم حلali حل کنیم  $\Delta t = 2/15^\circ$  می‌گردد. از این آزمایشها

وزن ملکولی ماده‌آلی A را معلوم نمایید.

۶۲gr تیو سولفات سدیم متبلور که پنج مولکول آب تبلور

دارد می‌افزاییم، پس از افزودن ۲۰CC رونگ محلول زایل می‌شود.

تعیین کنید درجه خلوص بی سولفات را.

## کلاس ششم طبیعی

### چهار و مثلثات

دیبرستان پهلوی (میاندوآب)

دیبر : فرشاد - فرستنده : یعقوب سلامی

- مشتق عبارت زیر را باید :

$$y = \sqrt{\tan \sqrt{x}}$$

- تابع  $x^2 - m^2 x^2 - 3 = 0$  مفروض است.  
اولاً ثابت کنید منحنی تابع فوق به ازاء جمیع مقادیر m از دو نقطه ثابت می‌گذرد و مختصات نقاط ثابت را بدست آورید.  
ثانیاً m را طوری تعیین کنید که تابع به ازاء  $1 = x$  ماکزیمم و می‌نیم گردد. ثالثاً به ازاء  $3 = m$  تابع را رسم کنید.

- مجانبهای تابع  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  هم دیگر را روی نیمساز

ربع اول به طول یک قطع می‌کند و خط  $1 = y = x + 1$  بر تابع مفروض مماس است.  $c = 0$  را باید و سپس توابع زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$y = \frac{4x - 5}{4x - 4} \quad \text{و} \quad y = x + 1$$

- بیرون شهنه

دیبر : کرمزاده - فرستنده : بیژن باوریان

- و a را باید در حالی که معادله زیر نمایش یک دایره باشد و سپس آنرا ترسیم کنید:

$$ax^2 + by^2 + (a + b - 2)xy - 2x - y = 0$$

- معادله دایره‌ای را بنویسید که از محل برخورد دو

دایره زیر بگذرد و هم چنین محور X را در نقطه‌ای به طول

## کلاس ششم ریاضی

### جبر

دیبرستان آذر (شماره ۲)

با ضریب زاویه  $m$  می‌گذرند، این خطوط به ازاء بعضی از مقادیر  $m$  منحنی  $(C)$  را در نقطه‌ $P$  و  $Q$  قطع می‌کنند.  
حدود  $m$  را بقسمی تهییں کنید که نقطه  $A$  بین نقاط  $P$  و  $Q$  واقع گردد.

#### دیبرستان دارالفنون

دیبر : وکیلی - فرستنده : محمد رضا حیاتی فلاخ  
- مجانبهای منحنی  $y = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$  را تعیین کنید.  
- حد تابع زیر را به ازاء  $x = \frac{\pi}{2}$  بدست آورید:  
 $y = \cos x \times \sin 3x$

#### دیبرستان دانشگاه پهلوی (شیراز)

فرستنده : سعید بیضائی  
- تابع  $|f(x) = x + |x|$  در کجا مشتق دارد?  
- تعیین کنید که تابع :

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{اگر } x < 1 \\ x & \text{اگر } -x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{اگر } -x < 2 \\ 4 - x & \text{اگر } x \geq 2 \end{cases}$$

در کجا متصل و در کجا منفصل است و مشتق آنرا بدست آورد  
منحنی آنرا رسم کنید.

#### دیبرستان رهنما

دیبر : مولانی - فرستنده : غلامحسین آموسى  
- تابع زیر مفروض است:

$$y = \frac{x^2 + mx - 9}{x^2 - 2x}$$

اگر  $y_1$  و  $y_2$  مقادیر ماکریم و می نیم تابع باشند  $m$  را طوری تعیین کنید که بین این مقادیر رابطه زیر برقرار باشد:  
 $5(y_1 + y_2) - 3y_1 y_2 = 5$

- تابع زیر مفروض است:

$$y = \frac{x^2 + ax + b}{x - 5}$$

$a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که نیمساز ربع اول مجانب تابع بوده و مماس بر منحنی در نقطه‌ای به طول  $\sqrt{2} + 5$  موازی نیمساز ربع دوم باشد.

- تابع  $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$  مفروض است. اولاً بدون

استفاده از جدول تغییرات مشتق، طول نقاط ماکریم و می نیم را از یکدیگر تشخیص دهید. ثانیاً مکان هندسی نقاطی را در سطح محورهای مختصات تعیین کنید که از آن نقاط خط واصل نقطه ماکریم به می نیم به زاویه قائم رویت شود و تحقیق کنید که طولهای نقاط تقاطع منحنی مکان و منحنی فوق ریشه‌های معادله زیر می باشند.

$$2(x+1)^4 - 27(x+1)^2 + 81 = 0$$

#### دیبرستان البرز

فرستنده : علی مهرداد و حدتی دانشجوی پلی تکنیک تهران  
- حد تابع زیر را وقتی  $x \rightarrow 0$  تعیین نماید.

$$y = \frac{1 - \cos x \cos \sqrt{2x} \sin 3x}{x^2}$$

- تابع  $y = \frac{ax^r}{(x-1)^2}$  مفروض است.

الف -  $a$  را به قسمی تعیین کنید که منحنی تابع بر خط

$$y = \frac{27}{2}$$

ب - انحنای منحنی تابع  $y = \frac{2x^r}{(x-1)^2}$  و مختصات نقطه عطف آنرا مشخص کنید.

ج - از نقطه  $A$  قائم‌هایی بر منحنی تابع  $y = \frac{2x^r}{(x-1)^2}$  بسی کنید، طولهای پای قائمها را محاسبه کنید.

د - جدول و منحنی  $(C)$  نمایش تغییرات تابع  $y = \frac{2x^r}{(x-1)^2}$  رسم کنید.

ه - از نقطه  $A$  به طول  $\sqrt[3]{2}$  واقع بر منحنی  $(C)$  خطوطی

ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر  $m$  منحنی بر دو خط ثابت مماس است. معادله این دو خط را تعیین کنید.

#### دیبرستان فیوضات (مشهد)

دیبر : نیرومند - فرستنده : محمد کاوشنی بدون استفاده از قانون هوپتیال حد تابع زیر را وقتی که  $x \rightarrow a$  پیدا کنید.

$$y = \frac{x \sin a - a \sin x}{x \cos a - a \cos x}$$

#### دیبرستان گلشن راز (شبستر)

دیبر . با همت - فرستنده گان : بهمن و پرویز سلیمانی - نقاط (۵۰) A و (۳۰) B و (۴۳) C رئوس مثلثی هستند و نقاط M و N روی AB و در امتداد آن چنان قرار دارند که داریم :

$$\frac{2}{AB} = \frac{1}{AM} + \frac{1}{AN}$$

معادله مکان هندسی مرکز دایره محیطی مثلث CMN را بدست آورید.

$$- \text{تابع } y = \frac{2x^2 - mx + m^2}{x + 2m} \text{ مفروض است.}$$

۱- مختصات مرکز تقارن منحنی نمایش تابع فوق را بدست آورید.

۲- درجهت تقر و تحدب منحنی نمایش تابع فوق بحث کنید. تعیین کنید که این منحنی دارای نقطه عطف هست یا نه . ۳- معادلات خطوطی را که از مبدأ مختصات می توان بر آن مماس کرد ، بنویسید.

۴- معادلات خطوط مجازی و مکان هندسی محل تلاقی مجانبها را بدست آورید.

#### دیبرستان هدایت (سنندج)

دیبر : هاشمی - فرستنده : عطاء الله ویسی

رابطه  $R = \frac{\sin \theta}{\cos \theta (1 - 2 \sin \theta)}$  مفروض است. اگر  $R = R \sin \theta$  و  $x = R \cos \theta$  باشد ، رابطه ای مستقل از  $\theta$  بین  $x$  و  $y$  بدست آورید. اگر رابطه فوق به صورت :

$$y = \frac{x^2}{\sqrt{3x^2 + 4x + 1}}$$

باشد ، حدود تغییرات تابع  $y$  و مجانبهای منحنی نمایش تغییرات تابع فوق را بدست آورید.

#### دیبرستان شاهپور (شیراز)

دیبر : جوادپور - فرستنده : مهرداد مدپور

$$- \text{تابع } y = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + b} \text{ مفروض است. ثابت کنید}$$

به ازاء جمیع مقادیر  $b$  و  $a$  منحنیهای نمایش تغییرات تابع مفروض عموماً از نقطه ثابتی می گذرند که مرکز تقارن این منحنیها می باشد و اگر نسبت  $b/a$  برابر مقدار ثابتی باشد تحقیق کنید به ازاء جمیع مقادیر  $b$  و  $a$  منحنیهای نمایش تغییرات تابع مفروض بر یک خط ثابت مماس می باشند.

- از تابع  $x^2 = y$  مشتق بگیرید.

#### دیبرستان فارابی (کوج)

دیبر : ثابتیان - فرستنده : صادق محمدی

- مشتق تابع زیر را بر حسب آنکه یک دفعه  $x$  تابعی از  $y$  و یک دفعه  $y$  تابعی از  $x$  باشد پیدا کنید.

$$(y^2 + y^4)(x^2 y - 1) = 0$$

- معادلات مجانبهای منحنی  $y = 3x + \sqrt{9x^2 - x}$

را تعیین نموده و سپس جدول تغییرات و منحنی نمایش هندسی آنرا رسم نمایید.

#### دیبرستان فردوسی (تبیریز)

دیبر : حسینی - فرستنده : محمد حسین تمنا

- نقطه اختیاری A از خط  $3 = x + y$  را به O مبدأ مختصات وصل می کیم و B را روی محور X ها چنان اختیار می کیم که  $OA = AB$  باشد. مطابقت معادله مکان هندسی نقطه M محل تلاقی میانه های مثلث AOB .

- جدول تغییرات و نقاط ماکزیمم یا نیمم و یا بازگشت منحنی زیر را تعیین کنید :

$$y = 5 - \sqrt[3]{(x^2 + 4x)^2}$$

#### دیبرستان فرگام

دیبر : طاهری - فرستنده : عادل محمد زاده

- جهت تحدب و تعرق و مختصات نقطه عطف منحنی زیر را تعیین کنید :

$$y = \frac{3x}{x^2 - 2}$$

- منحنی به معادله زیر مفروض است :

$$y = \frac{4x^2 - mx + m^2}{x - m}$$

$$\frac{\cos^r X}{\cos(\alpha - 3X)} = \frac{\sin^r X}{\sin(\alpha - 3X)} = \alpha \quad \text{اگر} \\ \text{باشد، کمان } X \text{ را حذف کنید.}$$

دیبرستان بابک (کرج)

دیبر : اعتمادی - فرستنده صادق محمدی  
- دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} 2X - y = \frac{\pi}{4} \\ \frac{\sin 2X}{\cos y} = 1/\sqrt{2} \end{cases}$$

- ثابت کنید در هر مثلث رابطه زیر برقرار است :

$$P(tg \frac{A}{2} + tg \frac{B}{2}) = ctg \frac{C}{2}$$

دیبرستان دارالفنون

دیبر : محمدی - فرستنده : محمد رضا حیاتی فلاخ

$$\text{عبارت } P = -\frac{\pi + \sqrt{\pi^2 + 9}}{3} \text{ را به عبارت قابل}$$

محاسبه به لگاریتم تبدیل نمایند.

- جدول و سینه نمایش تغییرات تابع زیر را رسم کنید :

$$y = \frac{\sin \frac{\pi}{3} X}{2 \sin \frac{\pi}{3} X - 1} \quad 0 < X < 6$$

دیبرستان دانشگاه پهلوی (شیراز)

دیبر : آذر نوش - فرستنده : سعید بیضائی  
- مقدار عبارت A را محاسبه کنید :

$$A = \frac{\cos X}{\sin^r X} + \frac{\cos X + 2\cos 2X}{(\sin X + \sin 2X)^r} + \dots + \\ + \frac{\cos X + 2\cos 2X + \dots + n\cos nx}{(\sin X + \sin 2X + \dots + \sin nx)^r} \\ \text{- مقدار } A \text{ را محاسبه کنید :}$$

$$A = \frac{\sum_{r=1}^n \sec r\alpha \sec(r+1)\alpha}{\sum_{r=1}^n \csc r\alpha \csc(r+1)\alpha}$$

- رابطه زیر را قابل محاسبه بوسیله لگاریتم نمایند :

$$A = \frac{\sin X \sin 9X - \sin^r 3X}{\sin X \cdot 9X - \sin 3X \sin 2X}$$

دیبرستان هدف (شماره ۱۶)

- مجانبهای تابع زیر را به طریقه‌های مختلف تعیین کنید.

$$y = (x-1) \sqrt{\frac{x-2}{x}}$$

- حد تابع زیر را بدازاء  $60^\circ = x$  به طریقه مستقیم

$$y = \frac{2 \sin x - \sqrt{3 \sqrt{3 \tan x - 3}}}{2 \cos x - 1}$$

## مثلثات

دیبرستان آذر (شماره ۲۰)

دیبر : طاهری - فرستنده : علیرضا وشان

$OB = OA = R$  محدود به دو ساعع  $AOB$

که در آن زاویه  $AOB = \frac{2\pi}{3}$  می‌باشد مفروض است از نقطه

واقع بر کمان  $\widehat{AB}$  عمودهای  $MP$  و  $MQ$  را بر  $OA$  و  $OB$  فرود می‌آوریم، زاویه  $MOA$  را چنان انتخاب کنید که  $MP + MQ = m$  باشد (بر حسب  $m$  بحث کنید)  
- معادله مشتاقی زیر را حل کنید :

$$16 \sin^5 X = \sin 5X + 5 \sin X$$

دیبرستان البرز

فرستنده : علی‌مهرداد وحدتی دانشجو پلی‌تکنیک تهران

- معادله  $\sin X \cos(X - \frac{\pi}{4}) = \frac{m\sqrt{2}}{2}$  مفروض است.

الف - حدود  $m$  را به قسمی تعیین کنید که

$$0 < X < \frac{\pi}{2} \text{ باشد.}$$

ب - مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که

$$\frac{\cos(X' - X'')}{\sin(X' + X'')} = \frac{1}{2} \quad \text{باشد }(X' \text{ و } X'') \text{ جوابهای معادله می‌باشند}$$

- ثابت کنید :

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} \frac{\pi}{18} + 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{9} + 4 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{9} + 8 \operatorname{tg} \frac{4\pi}{9} + \\ & + 16 \operatorname{tg} \frac{11\pi}{18} = \cot \operatorname{tg} \frac{\pi}{18} \end{aligned}$$

یکان دوره هفتم

برابر مساحت مربع به ضلع BE باشد و به ازاء

$$m = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \text{ زاویه } X \text{ را حساب کنید.}$$

- مطلوب است محاسبه :

$$S_n = (2 - \frac{1}{\cos^2 X})(2 - \frac{1}{\cos^2 2X}) \times \dots \times (2 - \frac{1}{\cos^2 2^{n-1} X})$$

دیبرستان فیوضات (مشهد)

دیبر : بقائی - فرستندگان : محمد کاوی ، ابوالحسن تقی  
حاصل عبارت زیر را بدست آورید .

$$S = \frac{\sin 5^\circ \sin 55^\circ \sin 65^\circ}{\cos 5^\circ \cos 55^\circ \cos 65^\circ}.$$

دیبرستان گلشن راز (شبستر)

دیبر : با همت - فرستندگان : بهمن و پروین سلیمانی  
- دستگاه زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ \sin x + \sin y + \sin z = \sqrt{2} + 1 \\ \cos x + \cos y + \cos z = \sqrt{2} \end{cases}$$

- حد مجموع زیر را وقتی  $x \rightarrow +\infty$  حساب کنید :

$$S = \frac{1}{4 \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{1}{4^2 \cos^2 \frac{x}{2^2}} + \dots + \frac{1}{4^n \cos^2 \frac{x}{2^n}}$$

دیبرستان هدف (شماره ۱)

دیبر : قصری - فرستنده : ایرج شمسانی

- حدود پارامتر  $\alpha$  را به قسمی تعیین کنید تا سه جمله‌ای درجه دوم زیر در ازاء جمیع مقادیر  $X$  علامت ثابتی داشته باشد .  $(0 < \alpha < \pi)$

$$x^2 - 2(1 - \sin \alpha)x + (1 - 2\cos \alpha)^2$$

- حاصل عددی عبارت زیر را بدست آورید .

$$K = \sin^4 \frac{\pi}{Y} + \sin^4 \frac{2\pi}{Y} + \sin^4 \frac{3\pi}{Y}$$

## حساب استدلالی

دیبرستان آذر (شماره ۲)

دیبران : ربانی و صیامی - فرستنده : عاییرضا و شاق  
- تعداد اعداد سه رقمی را در مبنای ۶ حساب کنید .

دیبرستان شاهپور (شیراز)

دیبر : اشرف - فرستنده : مهرداد مهپور

- عبارت زیر را قابل محاسبه بوسیله لگاریتم کنید :

$$\operatorname{tg} \alpha - 1 + \sin \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha) + \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$- \text{اگر } u_n = \frac{1}{n^2 + n + 1} \text{ و } \operatorname{tg} u_n \text{ حاده باشد}$$

مطلوب است محاسبه :

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$$

و محاسبه حد  $S_n$  وقتی که  $n \rightarrow \infty$

دیبرستان صائب (اصفهان)

دیبر : گوهری - فرستنده : امینی

دستگاه زیر مفروض است .  $m$  را چنان تعیین کنید که

$$m = 2 - \sqrt{3} \text{ ازاء }$$

دستگاه را حل کنید .

$$\begin{cases} 3x + y = \frac{\pi}{2} \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = m \end{cases}$$

دیبرستان فارابی (گرج)

دیبر : ثابتیان - فرستنده : ضادق محمدی

در مثلث ABC رابطه  $4A = 4B = 3C$  برقرار است .

ثابت کنید :

$$\frac{a+c}{2b} = \cos \frac{A}{2}$$

دیبرستان فردوسی (تبریز)

دیبر : کریمی - فرستنده : محمد حسین تمنا

- عبارت زیر را قابل محاسبه بوسیله لگاریتم کنید .

$$\operatorname{tg} 27 - \frac{4\sqrt{3}}{3} \sin 24 + \operatorname{tg} 26 + 2$$

- حد عبارت  $\sqrt{x+A} - \cos \sqrt{x-A}$  را وقتی  $x \rightarrow \infty$  محاسبه کنید .

دیبرستان فرگام

دیبر : طاهری - فرستنده : عادل محمدزاده

- دایره به مرکز O و به شعاع R مفروض است . از نقطه A

خارج دایره که به فاصله  $2R = OA$  قرارداد قاطع ABC را در سمت خارجی،

و میتوتر BC را نقطه E نامیم . زاویه  $X$  را به قسمی تعیین کنید که مساحت مستطیل به ابعاد AE و OE مساوی

$$(343)_x \times (33)_x = 2yz^2$$

- عدد چهار رقمی  $\overline{mcdu}$  را به قسمی تعیین کنید که  $\overline{mcdu} = 9\overline{mc}^2$

#### دیبرستان شاهپور (شیراز)

دیبر: کریمی - فرستنده: مهردادمه پور

- در مبنای ۵ چند عدد سه رقمی وجود دارد که فقد رقم صفر باشند.
- عدد  $N = 13xy45z$  بر ۷۹۲ بخش پذیر است.
- ارقام  $x$  و  $y$  و  $z$  را حساب کنید.

#### دیبرستان صائب (اصفهان)

دیبر: گوهری - فرستنده: امینی

- ثابت کنید هر گاه عدد  $P$  نسبت به ۵ اول باشد، عبارت  $4 - 3P^{8n} + 3P^{4n}$  به ازاء کلیه مقادیر صحیح و مثبت  $n$  بر ۱۵۰ قابل قسمت است.

#### دیبرستان علوی (مشهد)

- دیبر: مزیدی - فرستنده: ابوالحسن تقی
- در مثلث قائم الزاویه‌ای مساحت آن برابر محیط می‌باشد
- اصلاح مثلث را بیابید و سپس ثابت کنید که  $abc$  مضرب ۶۰ است.

#### دیبرستان فردوسی (تبریز)

- دیبر: فرهنگ - فرستنده: محمد حسین تمنا
  - ارقام  $x$  و  $y$  را در مبنای  $a$  چنان بیابید که در معادله زیر صدق کند.
- $$76934 = (22x2y6)_a$$

#### دیبرستان فرگام

- دیبر: محمد نوری - فرستنده: عادل محمدزاده
- حاصل ضرب  $(\overline{mmmm})(\overline{nnnn})$  در ۱۲۰۰۰۰

چند رقمی است.

- تحقیق کنید عدد  $(10302)_n$  را می‌توان به صورت حاصل ضرب دو عدد در همان پایه نوشت.

#### دیبرستان فیوضات (مشهد)

دیبر: مزیدی - فرستنده: محمد کاوئی

- در صورتی که  $2n$  رقم =  $N = 11110001$  و:
- $N = N' + N' + 1$  باشد، ثابت کنید  $11110001$  مجدد رکمال است.

- رقم بکان  $A = 1 + 24n$  چه رقمی است؟

- با فرض اینکه  $X$  سه واحد بیشتر از  $y$  باشد معادله

$$\overline{xx} + \overline{yy} = \overline{zz}^2$$

- معادله  $13^2 + y^2 = x^2$  را حل کنید.

#### دیبرستان البرز

فرستنده: علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی تکنیک تهران

- مطلوب است تعیین اعداد صحیحی که چون آنها را در

۱۳ ضرب نموده حاصل ضرب را بر ۲۳ تقسیم کنیم، باقیمانده تقسیم برابر ۴ گردد.

- اعداد  $3a^2 - a^2 + 3a$  و  $M = a^2 - a^2 + 2$

در دستگاه اعشاری نوشته شده‌اند. ثابت کنید این دو عدد در مبنای  $a$  اعداد سه رقمی و مقلوب یکدیگرند.

- ثابت کنید اگر  $a$  و  $b$  و  $n$  اعداد صحیح باشند، خارج قسمت تقسیم  $a$  بر  $b$  مساوی خارج قسمت تقسیم  $a - b^n$  بر  $b^n$  می‌باشد.

- مطلوب است تعیین عددی سه رقمی بطوری که بر ۹ و ۵ قابل قسمت باشد و ارقام آن جمله‌های یک تصاعد عددی باشند.

#### دیبرستان جوینی (قوچان)

دیبر: معمار زاده - فرستنده: حسین دلربائی

- سلسله اعداد طبیعی را از یک تا عدد ۵ رقمی  $N$  بطور متوالی در پی یکدیگر نوشته‌ایم. اولاً تعیین کنید رقم شماره ۱۲۷۵۳، از این سلسله چیست و مربوط به کدام عدد است. ثانیاً تعیین کنید در این سلسله چند عدد چهار رقمی وجود دارد که در آنها صفر بکار رفته است. ثالثاً اگر مجموع تعداد ارقامی که در نوشتن اعداد از ۱۰۰ تا عدد ۵ رقمی  $N$  (و خود  $N$ ) بکار رفته باشد عدد  $N$  را تعیین کنید.

#### دیبرستان دانشگاه پهلوی (شیراز)

عدد  $n$  رقمی مانند  $X$  را چنان بیابید که اگر یک واحد از اولین رقم سمت چپ آن که  $a$  فرض می‌کنیم برداشته و به رقم سمت راست آن اضافه کنیم، حاصل عددی شود مساوی  $a + 2$  برابر عددی که از حذف  $a$  در عدد اصلی بدست آید.

#### دیبرستان دانش و هنر (مشهد)

دیبر: هندی نژاد

- در صورتی که  $10 < X$  باشد، مطلوب است حل معادله زیر

### دیبرستان ابن سینا

دیبر : رحیمی افسار - فرستنده : قاسم جبارزاده  
دایره‌ای چنان رسم کنید که بردو دایره مفروض عمود و  
بریک دایره دیگر مماس گردد.

### دیبرستان البوز

فرستنده : علی بهداد وحدتی دانشجوی پلی تکنیک تهران  
- هرگاه  $O$  مرکز دایره محیطی و  $H$  نقطه تلاقی  
ارتفاعات مثلث  $ABC$  باشند، ثابت کنید :

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$$

- از نقطه تلاقی  $A$  محل تلاقی دو دایره متساوی،  
قاطع متغیری رسم می‌کنیم. روی این قاطع دو پاره خط  $AM$  و  $AN$  را برابر نصف مجموع وترهای حاصل نقل می‌کنیم.  
مکان  $M$  و  $N$  را مشخص کنید.

### دیبرستان حکمت (قم)

دیبر : صدری - فرستنده : جواد فیض  
در دایره‌ای به قطر  $AB = 2R$  روی مماس  $AX$  طولهای

$$AN = \frac{8R}{2} \quad AM = \frac{3R}{2}$$

را دریک جهت جداکرده نقاط تقاطع  $BN$  و  $BM$  را با دایر  
بترتیب  $M'$  و  $N'$  می‌نامیم مطلوب است محاسبه طولهای  
اضلاع چهار ضلعی  $MM'N M$  و حاصل ضرب اقطار آن.  
دو دایره به ساعهای  $R$  و  $R'$  در نقطه  $A$  مماس  
خارجند. از نقطه  $A$  دو خط عمود برهم رسم می‌کنیم تا دایره  
مفروض را در نقاط  $C$  و  $B$  قطع کند. مطلوب است مکان هندسی  
تصویر  $A$  بر روی  $BC$ .

### دیبرستان ششم بهمن (قم)

دیبر : صدری - فرستنده جود فیض

در مثلث  $ABC$  متوازی الاضلاع  $M'N'P'Q'$  را چنان  
محاط کنید که با متوازی الاضلاع  $MNPQ$  متشابه باشد.

### دیبرستان کامکار (قم)

دیبر : جزی - فرستنده : جواد فیض

چهار نقطه  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  تشکیل یک تقسیم توافقی  
داده‌اند. وسط  $AB$  را  $O$  و وسط  $CD$  را  $O'$  می‌نامیم.  
ثابت کنید :

$$\overline{OO'}^2 = (\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2)$$

### دیبرستان هدف (شماره ۱)

دیبر : شابلو - فرستنده : ایرج شمسائی  
مثلث قائم الزاویه  $ABC$  که  $A = 90^\circ$  است مفروض

### دیبرستان کورش

دیبر : کاشانی - فرستنده : سید وحید بهمن  
- عدد چهار رقمی  $N = \overline{mcdu}$  را به قسمی تعیین کنید  
که ارقام آن در تساوی زیر صدق کند

$$5\overline{mc} \cdot \overline{du} = \overline{mc}^2 + 2\overline{du} + 4$$

$$-\text{ثابت کنید معادله } 5z^2 + 2y^2 = 5x^2 \text{ جواب صحیح ندارد.}$$

### دیبرستان گلشن راز (شبستر)

- ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر  $a$  عدد :  
 $a(a^4 - 1)(a^4 + 15a^2 + 1)$  بر عدد  $210$  قابل قسمت است.  
- عددی در مبنای  $X$  به صورت  $(52b)x$  و در مبنای  $12$  به صورت  $(9aa)_{12}$  می‌باشد. مبنای مجهول  $X$  و آن عدد  
را در مبنای  $10$  بدست آورید.

### دیبرستان مدان

دیبر : کاشانی - فرستنده : سید وحید بهمن  
- عدد  $\overline{cd}u$  را به قسمی تعیین کنید که در رابطه زیر صدق  
کند.

$$\overline{cd}u = \overline{cd}^2 - u^2$$

- معلوم کنید اگر عدد  $4 - 3 \times 22^{10} - 195^{52}$  را  
به مبنای  $7$  ببریم عدد دو رقمی سمت راست آن به چه صورت  
نوشته می‌شود.

- معادله زیر را حل کنید.

$$2x + y + z = xyz$$

### مسائل هندسه و هجر و طات

#### دیبرستان آذر (شماره ۲)

دیبر : عطار نژاد - فرستنده : علیرضا وشاق  
مماس‌های متغیری که از نقطه  $M$  واقع بر پیشی مفروضی  
رسم می‌شوند مماس‌های مرسوم از نقاط  $A$  و  $A'$  (رأس بزرگ  
بیضی) را در نقاط  $N$  و  $N'$  قطع می‌کنند. ثابت کنید خط  $NN'$   
همواره از نقاط  $F$  و  $F'$  (دو کانون بیضی) به زاویه قائمه  
رویت می‌شود.

- دایره‌ای به شعاع  $R$  رسم کنید که از نقطه مفروض  $A$   
بگذرد و روی خط  $D$  و تری به طول  $l$  پدید آورد.

**مسئله ۳** - پاره خط  $a_1 b_1$  به طول حقیقی ۵ ملخص یک ضلع مربع ABCD است بطوری که رقوم رأس D مساوی ۴ است . ملخص مربع را کامل کنید .

دیراستانهای زاگروس و پیشاوه‌گ و آریا  
دیر : مهندس خوئی - فرمونده : غلامحسین آمویز

### هندسه رقومی

واحد سانتیمتر، مقیاس ۱:۱ محورهای اقصرو اطول کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ بناسید - کادر کاغذ به اندازه  $25 \times 25$  اختیارشود .

- ۱ - صفحه P با صفحه مقایسه زاویه  $\alpha = 45$  درجه می‌سازد و افقیه رقوم ۱۲ آن برمحور اقصر کاغذ منطبق بوده ترقی رقوم از پائین به بالا می‌باشد . یک خط بزرگترین شیب آن را درست چپ کاغذ رسم کنید و نقطه  $a_1$  را در این صفحه بقسمی انتخاب کنید که به فاصله یک سمت چپ محور قائم قرار گیرد .
- ۲ - از نقطه  $a_1$  در صفحه P خط  $a_1 b_1$  را بقسمی رسم کنید که  $b_1$  سمت چپ  $a_1$  واقع و زاویه حقیقی AB با امتداد افقیهای صفحه P در فضا برابر  $\alpha = 45$  درجه گردد .
- ۳ - از نقطه  $a_1$  در صفحه P خط دیگر  $a_1 d_1$  را به شیب  $\frac{2}{5}$  در نظر گرفته از این نقطه خط  $a_1 b_2$  را به شیب  $\frac{5}{2}$  در این صفحه رسم کنید بطوری که  $b_2$  طرف راست  $a_1$  باشد .

۴ - ملخص متوازی الاضلاع ABCDEFGH را که  $p = \frac{1}{2}$  بقسمی رسم کنید که d سمت راست مرکز کاغذ واقع شود . ملخص متوازی الاضلاع ABCD را که BD قطر آن می‌باشد کامل کنید .

۵ - مقطع متوازی السطوح يال CG در فضای CB عمود بوده و تصویرش  $c g$  موازی محور اطول کاغذ و رقوم G برابر ۸ باشد رسم نموده به فرض آنکه جسم کدر وصلب باشد آن را مرئی و مخفی نمایید .

۶ - مقطع متوازی السطوح فوق را با صفحه افقی رقوم ۶ یافته و آن رانیز نسبت به جسم مرئی و مخفی کنید - اندازه حقیقی ارتفاع متوازی السطوح مزبور را روی شکل نشان دهید .

### هندسه ترسیمی

**مسئله ۱** - بعد نقطه A برابر ۴ و مجموع ارتفاع و فاصله تا خط زمین برابر ۹ است . بطوریک رسم نقطه رادر ربع اول نشان دهید .

**مسئله ۲** - بر روی خط DD' نقطه‌ای پیدا کنید که به فاصله  $\sqrt{2}$  از صفحه نیمساز دوم باشد . (رسم یک جواب کافی است) .

**مسئله ۳** - بر روی خط نیم رخ aba'b' نقطه‌ای پیدا کنید

که نسبت بعد به ارتفاعش برابر  $\frac{2}{3}$  باشد .

است . مربع MNPL را در آن محاط می‌کنیم بطوری که PL برو تر BC منطبق گردد . مرکز مربع را O نامیده از نقطه A عمودی از OA خارج می‌کنیم . ثابت کنید (A - wBOC) یک دستگاه توافقی است .

### هندسه ترسیمی و رقومی

#### دیراستانهای آذر

دیر : ارشاقی

واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ است .

**مسئله ۱** - ۱ - صفحه P به شیب یک مفروض است . افقیه رقوم ۲ آنرا محور اقصر کاغذ اختیار نموده مقیاس شیب این صفحه را در طرف چپ کاغذ با ترقی رقوم از پائین به بالا رسم کنید .

۲ - نقطه  $a_1$  را در این صفحه به فاصله ۶ از مقیاس شیب در نظر گرفته از این نقطه خط  $a_1 b_1$  را به شیب  $\frac{2}{5}$  در این صفحه رسم کنید بطوری که  $b_1$  طرف راست  $a_1$  باشد .

۳ - ملخص مستطیل ABCD واقع در صفحه P را رسم کنید بطوری که یک ضلع آن  $a_1 b_1$  و رقوم رأس C مساوی ۴ باشد .

۴ - صفحه دیگری مانند Q که با صفحه مقایسه زاویه ۳۵ درجه بسازد اختیار کنید . مقیاس شیب آنرا در طرف راست کاغذ با ترقی رقوم از پائین به بالا طوری رسم کنید که محور اقصر افقیه رقوم ۳ آن باشد . از نقطه  $b_1$  نیز خطی رشم کنید که تصویرش با محور اقصر کاغذ زاویه  $60$  درجه ساخته و از پائین به بالا و به طرف راست ممتد باشد و آنرا با اساس ۱/۵ و ترقی رقوم از پائین به بالا مدرج کنید . فصل مشترک این خط را با صفحه Q تعیین کرده و آنرا F بنامید .

۵ - از نقطه  $C$  خطی مانند CG عمود بر صفحه P و در زیراين صفحه به طول ۵/۱ اخراج کنید .

۶ - ملخص منشوری که یک قاعده اش مثلث FGB و یک يال جانبی آن BA باشد رسم کنید . خطوط مرئی و مخفی آنرا مشخص کنید .

۷ - ملخص عمود مشترک دو خط متقابل BD و CG را رسم کنید .

**مسئله ۲** - پاره خط  $a_1 b_1$  تصویرش مساوی ۴ و طول حقیقی آن مساوی ۵ است . رقوم نقطه  $b$  را با محاسبه و ترسیم بدست آورید .

## دیبرستانهای اروندرو و نظام

دیبر : بنائی

محورهای اطول و اقصر را رسم کنید. محل تلاقی آنها مرکز کاغذ می‌باشد. واحد سانتیمتر، مقیاس ۱:۱.

۱- نقطه  $O_5$  را روی محور اطول کاغذ زیر مرکز به فاصله ۵ سانتیمتر از مرکز انتخاب کنید و ملخص  $a$  را روی محور اقصر و سمت راست مرکز طوری انتخاب کنید که شیب خط  $OA$  برابر باشد.

$\frac{1}{2}$  باشد.

۲- ملخص لوزی  $ABCD$  را طوری رسم کنید که ضلع  $AB$  آن افقی بوده و نقطه  $O_5$  مرکز آن و ملخص  $b$  روی محور اقصر و سمت چپ مرکز قرار دارد.

۳- یک مقیاس شیب صفحه لوزی  $ABCD$  را  $P$  نامیده اساس و شیب آن را بدست آورید و مساحت حقیقی لوزی را با استفاده از تسطیح صفحه  $P$  حول افقیه صفر نشان دهید.

۴- از نقاط  $a$  و  $b$  دو خط  $AS$  و  $BM$  را بر صفحه  $P$  عمود کنید در صورتی که طول حقیقی  $AS = BM = 10\sqrt{2}$  را بدست آورید.  $S$  و  $M$  بالای  $AS$  و  $BM$  را بدست آورید. صفحه مقایسه می‌باشد).

۵- ملخص دو هرم  $a_1, b_1, c_1, d_1$  و  $S_1, a_2, b_2, c_2, d_2$  را بدست آورید.

۶- فصل مشترک دو صفحه  $SBC$  و  $MAD$  را بدست آورید و نقاطی از فصل مشترک که ارتفاع آنها به ترتیب ۵ و ۱۰ است  $E$  و  $F$  نامید.

۷- ملخص حجم مشترک دو هرم فوق را که منشور ناقص (ABEDCF) است بدست آورید و مرئی و مخفی آنرا تعیز دهید.

۸- مقطع قائم منشور ناقص را بدست آورید در صورتی که اثر صفحه قائم بر افقیه رقوم ۵ منطبق باشد.

۹- زاویه حقیقی بین دو صفحه  $SBC$  و  $MAD$  را با زاویه  $\beta$  نمایش دهید.

۱۰- فاصله حقیقی خط  $EF$  را تا صفحه  $P$  بدست آورید  $(EF \parallel P)$

## مسائل ترسیمی

۱- ملخص نقطه  $'aa'$  را بدست آورید در صورتی که به فاصله ۵ از خط ارض بوده و نسبت فوائلش از صفحه نیمساز

اول وصفحه افق تصویر برابر  $\frac{2}{3}$  باشد.

اگر  $a'$  تصویر افق و قائم نقطه  $A$  مفروض است.  $a'$  باشد خط ارض را  $aa' = 6\text{cm}$  را رسم کنید در صورتی که حاصل ضرب بعدوارتفاع برابر  $eh = -16\text{cm}$  باشد. نقطه  $A$  درربع دوم واژراه ترسیم حل شود.

دیبرستان دولتی اروندرود (شباهه)

دیبر : بنائی

محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید. محل تلاقی آنها

آنها مرکز کاغذ می‌باشد. واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱.

۱- ملخص نقطه  $a_4$  را زیر مرکز و روی محور اطول به فاصله ۲ سانتیمتر از مرکز انتخاب کنید و از این نقطه وصفحه  $P$  را به اساس ۱ طوری رسم کنید که مقیاس شیب آن موازی محور اطول و ترقی رقومش رو به پایین باشد.

۲- ملخص نقطه  $C$  را در صفحه  $P$  طوری بدست آورید که طول حقیقی  $AC = 4\sqrt{5}$  باشد.

۳- صفحه عمود منصف خط  $AC$  را رسم کنید (آنرا در بالای کاغذ درست چپ بکشید)

۴- ملخص نقطه  $b_4$  را روی محور اطول طوری بدست آورید که طول حقیقی  $BA = BC$  باشد (برای حل فرض بعد اگر موقن نماید  $b_4$  را روی محور اطول و بالای مرکز به فاصله ۸ سانتیمتر از مرکز انتخاب کنید).

۵- ملخص لوزی  $ABCD$  را بدست آورید در صورتی که خط  $AC$  یک قطر آن باشد.

۶- مقیاس شیب صفحه لوزی  $ABCD$  را  $R$  نامیده و بدست آورید و سپس وسعت حقیقی مثلث متساوی الساقین  $ABC$  را نمایش دهید.

۷- از نقطه  $a$  خط افقی  $AE = 8\text{cm}$  را طوری رسم کنید که زاویه حقیقی  $EAB = 90^\circ$  باشد (راسته  $a$  انتخاب کنید و  $(EA \perp AB)$

۸- اگر لوزی  $AECD$  قاعده و  $AE$  یکیال از منشور  $ABCDEFGH$  باشد ملخص منشور را بدست آورید،

۹- مرئی و مخفی آن را تمیز دهید.

۱۰- مقطع صفحه افقی ۵ آنرا بدست آورید و نسبت به جسم مرئی و مخفی آنرا تمیز دهید.

## مسائل ترسیمی

۱- ملخص نقطه  $'aa'$  را طوری بدست آورید که فاصله اش

۲- از نقطه' aa ببعد ۳ واقع در صفحه نیمساز اول خط نیمرخی رسم کنید که مجموع فواصل A از دو اثر خط نیمرخ برابر (۱۰) گردد.

### دیبرستانهای دکتر حکیم‌الهی و امیر خیزی

دیبر: مهندس خوئی: فرستنده: همایون خسروی

### هندسه رقومی

واحد سانتیمتر - مقیاس ۱:۱ محورهای اقصر و اطول کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ بنامید - اندازه کادر کاغذ  $25 \times 25$  انتخاب شود.

۱- نقطه<sub>۵</sub> a<sub>۱</sub> بر روی محور اقصر کاغذ به فاصله ۵ سمت چپ مرکز کاغذ واقع است، از این نقطه خط a<sub>۱</sub>b<sub>۱</sub> را به شیب  $\frac{1}{2} p$  به قسمی مرور دهید که نقطه b<sub>۱</sub> بر روی محور اطول و در زیر مرکز کاغذ قرار گیرد.

۲- بر روی خط AB صفحه P را به شیب  $1 = p$  به قسمی مرور دهید که افقیهای آن تقریباً با محور اقصر موازی بوده و مقیاس شیب صفحه را سمت چپ کاغذ با ترقی رقوم از بالا به پائین نمایش دهید.

۳- بر روی قطعه خط AB در صفحه P مربع ABCD را که AC قطر آنست و C سمت راست a و رقوم از آن کمتر می باشد رسم نموده ملخص مربع را مشخص کنید. مساحت حقیقی مربع را با تسطیح آن حول افقیه ۸ در سمت پائین کاغذ نشان دهید.

۴- مربع ABCDEF قاعده مکعب ABCD می باشد که قاعده فوقانی آن در بالای صفحه P قرار دارد. ملخص مکعب مزبور را نمایش داده و خطوط مرئی و مخفی آن را تمیز دهید.

۵- مقطع مکعب فوق را با صفحه افقی رقوم ۷ رسم نماید و آن را نیز نسبت به جسم مرئی و مخفی کنید.

### هندسه ترسیمه

مسئله ۱- از نقطه' aa به طول ۲ و بعد ۳ وارتفاع ۴ خطی رسم کنید که از نقطه B به طول ۵ و بعد ۴ بگذردو با صفحه افق تصویر زاویه  $a = 30^\circ$  درجه بسازد. از دو جواب آن را انتخاب کنید که B در بالای صفحه نیمساز اول قرار گیرد.

مسئله ۲- بر روی خط زمین نقطه' bb را به قسمی تعیین کنید که بفاصله حقیقی ۸ از نقطه مفروض aa' به طول ۱ و بعد

از خط ارض برای ۷cm و فواصل از دو صفحه قائم تصویر و صفحه نیمساز ربع اول مساوی باشد.

### دیبرستان الموز

دیبر: مهندس محمود خوئی

فرستنده: علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی‌تکنیک تهران

### هندسه رقومی

واحد سانتیمتر مقیاس ۱:۱. محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ بنامید. کادر کاغذ  $25 \times 25$  انتخاب شود.

۱- خط f<sub>۱</sub>C<sub>۱</sub> تصویرش بر مرکز کاغذ منطبق است. به فاصله ۳ سمت راست مرکز کاغذ و f<sub>۱</sub> به فاصله ۵ سمت چپ مرکز کاغذ قرار دارد. بر این خط صفحه P را به قسمی مرور دهید که شیب آن  $\frac{2}{3} p$  و ترقی رقومش از بالا به پائین باشد. یک مقیاس شیب صفحه را سمت چپ کاغذ رسم کنید.

۲- به قطر FC در صفحه P شش ضلعی منتظم ABCDEF را بسازید به قسمی که رقوم B از مترو حروف در جهت مثلثاتی تصویر شوند. ملخص شش ضلعی را رسم نماید.

۳- از نقطه A خط' AA' را که تصویرش  $8 = aa'$  رقوم' A' برابر ۹ می باشد بقسمی رسم کنید که' AA' در فضا بر خط AD عمود باشد.

۴- شش ضلعی ABCDEF قاعده تحتانی منشور مایلی است که خط' AA' یکی از یالهای جانبی آن می باشد. به فرض آنکه منشور فوق مجوف بوده و فقط قاعده فوقانی آن حاکم باوراء باشد ملخص منشور را رسم و مرئی و مخفی نماید.

۵- خط  $\triangle$  را به قسمی رسم کنید که تصویرش بر مجموع اطول کاغذ منطبق و شیبی  $\frac{1}{p}$  و ترقی رقومش از بالا به پائین بوده و نقطه رقوم ۹ آن بر مرکز کاغذ تصویر شود. قسمتی از این خط را که در داخل منشور فوق قرار گرفته مشخص نموده و با در نظر گرفتن منشور آنرا مرئی و مخفی کنید.

### هندسه ترسیمه

۱- بر روی خط نیمرخ مفروض aba'b' نقطه' CC را به قسمی تعیین کنید که متساوی الفاصله از صفحه افق تصویر و صفحه نیمساز فرجه اول باشد.

۳ - از نقطه A به بعد ۳ که به فاصله ۱ بالای نیمساز

اول است نیمرخی رسم کنید که زاویه اش با صفحه قائم تصویر  
۴۰ درجه باشد.

### دیروستان جوینی (قوچان)

دیبر : بعمارزاده - فرستنده : حسین دلربائی

### هندسه رقومی

واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ است. محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید. محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ بنامید.

۱ - نقطه a را روی محور اطول و به فاصله ۴ زیر محور اقصر انتخاب کنید.

۲ - از نقطه a خط a<sub>1</sub>b<sub>1</sub> را به شیب  $\frac{1}{3}$  بدستگاهی

رسم کنید که نقطه b<sub>1</sub> سمت چپ محور اطول و به فاصله ۱ زیر محور اقصر واقع گردد.

۳ - بر خط a<sub>1</sub>b<sub>1</sub> صفحه P را به اساس یک مرور داده و یک مقیاس شیب آن را به فاصله یک از حاشیه کاغذ سمت چپ رسم کنید.

۴ - متوازی الاضلاع a<sub>1</sub>b<sub>1</sub>c<sub>1</sub>d<sub>1</sub> را در صفحه P به طریقی رسم کنید که  $a_1b_1 = 60^\circ$  باز  $a_1c_1 = 60^\circ$  باشد و  $a_1d_1$  سمت راست  $a_1b_1$  قرار گیرد.

۵ - خط dx را که محور اقصر کاغذ را در نقطه ای به فاصله ۶ سمت راست مرکز کاغذ قطع می کند رسم و تا نقطه h<sub>1</sub>-۲ طوری مدرج کنید که خط DH به DC عمود گردد.

۶ - ملخص متوازی السطوح ABCDEFGH را که متوازی الاضلاع ABCD قاعده فوقانی و DH یال جانبی آن است رسم نموده و با فرض کدر بودن سطح متوازی السطوح خطوط مرئی و مخفی آن را مشخص کنید.

۷ - مقطع متوازی السطوح مزبور را با صفحه افقی رقوم (۸) تعیین نموده و آن را نسبت به جسم مرئی و مخفی نمائید.

### دیروستان حکمت (قم)

دیبر : اردhalی - فرستنده : جواد فیض

### هندسه رقومی

واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ است. مقیاس شیب صفحه P به اساس ۱ موازی محور اطول کاغذ و به فاصله ۲ سمت

چپ آن رسم شده و ترقی رقوم از پائین به بالاست. رقوم نقطه ای از خط بزرگترین شیب که به محاذات محور اقصر کاغذ تصویر شده برابر ۵ و نقطه a<sub>1</sub> روی محور اطول قرار دارد.

۱ - از نقطه a<sub>1</sub> خطی رسم کنید که با افقیهای صفحه زاویه

۳ و ارتفاع ۴ باشد (رسم یک جواب کافی است)

مسئله ۳ - بر روی نیمرخ مفروض aba'b' نقطه ای مانند CC' بقسمی پیدا کنید که مجموع فواصل آن از نیمسازهای فرجه اول و دوم برابر ۶ گردد.

### دیروستانهای رهنما و انوشهروان دادگر

دیبر : مهندس خوئی - فرستنده : غلامحسین آموسى

### هندسه رقومی

واحد سانتیمتر ، مقیاس ۱:۱. محورهای اقصر و اطول کاغذ را در صفحه باز کنید که مرکز کاغذ بنامید. قادر کاغذ  $25 \times 25$  انتخاب شود.

۱ - صفحه P به شیب  $\frac{1}{3}$  را بدستگاهی p را در صفحه کاغذ سمت چپ باز کنید که مرکز کاغذ باشد. یک مقیاس شیب صفحه را سمت چپ کاغذ باز قریبی رقوم از بالا به پائین رسم کنید. نقطه b<sub>1</sub> از صفحه P به فاصله یک سمت راست محور اطول انتخاب کرده از این نقطه خط BF را که تصویرش با افقیهای صفحه، زاویه  $30^\circ$  درجه می سازد در صفحه P بدستگاهی p را تعیین نماید. رقوم f سمت چپ مرکز کاغذ قرار گیرد. رقوم f را تعیین نماید. رقوم F کمتر از رقوم B می باشد.

۲ - صفحه P خط دیگر هم a<sub>1</sub>b<sub>1</sub> را که بر خط BF در ضایا محدود است به قسمی رسم کنید که a سمت راست b قرار گیرد و مستطیل ABFE را که قطر نمی باشد رسم و رقوم e را تعیین نماید.

۳ - وسعت حقیقی مستطیل ABFE را با تسطیح حول افقیهای ۸ در سمت پائین کاغذ نشان دهید.

۴ - بر خط BF صفحه Q را به قسمی مرور دهید که شیب

آن  $\frac{2}{3}$  p بوده و مقیاس شیب آن تقریباً با محور اقصر موازی باشد. یک مقیاس شیب صفحه Q را سمت پائین کاغذ نشان دهید. از نقاط A و E دو خط بر صفحه P عمود نموده و منشور آنها را با صفحه Q تعیین نموده نقاط D و C را بدست آورید و منشور ABCDEF را رسم کنید.

۵ - صفحه ای به فاصله  $\sqrt{2}$  سانتیمتر و در بالای آن منشور فوق را قطع می کند. مقطع را بدست آورده و منشور مزبور مقطع آن را به فرض آنکه منشور فوق مجوف و صفحه Q حاکی ماوراء و سایر وجوده و صفحه قاطع کرد فرض شوند مرئی و مخفی کنید.

### هندسه ترسیمی

۱ - فاصله نقطه A تا صفحه نیمساز اول  $\frac{1}{3}$  فاصله اش

از صفحه نیمساز دوم بوده و فاصله A از خط زمین برابر ۵ می باشد. ملخص نقطه A را در ناحیه اول فضانشان دهید.

### هندسه ترسیمی

- ۱- ملخص نقطه'  $aa'$  واقع در ربع اول را تعیین کنید در صورتی که مجموع بعد و ارتفاعش  $5$  و می‌دانیم ارتفاع نقطه برای است با فاصله نقطه از نیمساز ربع اول.
- ۲- قرینه خط بفرض'  $DD'$  را نسبت به صفحه نیمساز فرجه اول و دوم تعیین کنید.
- ۳- آثار خط نیمیرخ  $aba'b'$  را تعیین کنید در صورتی که فاصله اش از نیمساز ربع اول برای  $b$  باشد.
- ۴- برخط غیر مشخص'  $DD'$  نقطه‌ای تعیین کنید که از خط بفرض  $aa'$  و  $(2-2)$   $B$  باشد.
- ۵- از نقطه بفرض  $aa'$  خطی رسم کنید که خطالارض را قطع کرده و با آن زاویه  $\alpha$  بسازد.

دیبرستان فارابی، کرج

دیبر: اختراخواری - فرستنده: محمد صادق محمدی

### هندسه رقومی

- I - واحد سانتیمتر مقیاس  $1:1$  است. محور اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید.
- ۱- خط  $\triangle$  که تصویرش با محور اقصر کاغذ زاویه  $30^\circ$  درجه می‌سازد از چپ به راست و از پائین به بالا ممتد است. نقطه  $a_1$  از این خط بر مرکز کاغذ تصویر شده و نقطه  $b_1$  آن به فاصله  $2$  از محور اقصر و بالای آن تصویر می‌شود. فراز این خط را بوسیله محاسبه بدست آورید.
  - ۲- خط  $\triangle$  را که در نقطه  $A$  بر  $\triangle$  عمود بوده و تصویرش بر محور اطول کاغذ نطبق است مشخص ساخته زاویه‌ای که خط  $\triangle$  با صفحه مقایسه می‌سازد حساب کنید. سربع ABCD را که رأس  $D$  از آن برخط  $\triangle$  واقع بوده و رقومش از رقوم  $A$  بیشتر است مشخص ساخته و رقوم رأس  $D$  را تا یکدهم تقریب بدست آورید.

III - این مربع قاعده تحتانی مکعب ABCDEFGH

- است. مکعب را مشخص و خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید.
- II - محل تلاقی محور اقصر و اطول کاغذ را مرکز کاغذ پگیرید - واحد سانتیمتر و مقیاس  $1:1$  است.
- ۱- نقطه  $S_1$  را به فاصله  $7$  بالای مرکز کاغذ روی محور اطول انتخاب کنید و از این نقطه خط  $S_1C_1$  را به شیب  $\frac{2}{3}$  طوری مورده دید که نقطه  $C_1$  روی محور اقصر در سمت چپ مرکز کاغذ قرار گیرد.

$30^\circ$  تشکیل داده واز دو جواب آنرا انتخاب کنید که نقطه رقوم صفر خط سمت راست  $A$  باشد.

- ۲- روی این خط نقطه  $b_1$  را مشخص کنید.
- ۳- برخط  $a_1b_1$  میثاقائم الزاویه متساوی الساقین  $ABC$  را ( $C = 90^\circ$ ) بنامند و از جواب رأس  $C$  آنرا اختیار نماید که رقوم  $C$  از رقوم  $A$  بیشتر باشد.
- ۴- روی مثلث  $ABC$  و بالای صفحه  $P$  هرم منتظمی بسازید که در کنج  $C$  سه قائم است.
- ۵- خطوط مرئی و مخفی جسم را تمیز دهید.

### هندسه ترسیمی

- ۱- ملخص نقطه‌ای از ربع اول بارابط معلوم را که ارتفاعش و فاصله اش از نیمساز دوم  $4$  باشد تعیین کنید.
- ۲- از نقطه'  $aa'$  نیمیرخی رسم کنید که کوتاهترین فاصله اش از خط زمین برابر طول معلوم را باشد.

دیبرستان شاهپور (شیراز)

دیبر: جوادپور - فرستنده: مهرداد مدپور

### هندسه رقومی

محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید. واحد سانتیمتر و مقیاس  $1:1$ .

- ۱- نقطه  $a_1$  روی محور اقصر به فاصله  $3$  سمت چپ مرکز انتخاب شده از این نقطه خط  $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$  به رابطه شیب  $1$  بقسمی رسم کنید که تصویر  $B$  روی محور اطول بالای مرکز قرار داشته و رقومش از  $A$  کمتر باشد.
- ۲- برخط  $AB$  صفحه  $P$  را به شیب  $1$  مورده دید. از دو جواب آن که افقیه رقوم  $5$  آن محور اطول را پائین  $b$  قطع کند اختیار نماید. یک مقیاس شیب از صفحه را کنار کاغذ رسم نماید.

- ۳- ملخص مثلث  $a_1b_1d_1$  را در صفحه  $P$  بقسمی کامل کنید که  $ADB = 30^\circ$  زاویه و  $d$  سمت چپ  $a$  قرار گیرد.
- ۴- ملخص متوازی الاضلاع  $ABCD$  را کامل کنید.
- ۵- متوازی الاضلاع فوق را قاعده تحتانی منشور مایلی فرض کنید که ارتفاعش  $\sqrt{1}$  بوده و رقوم رأس  $F$  مربوط به میال  $BF$  برابر  $6$  باشد و بداینیم  $AB \perp BF$
- ۶- با فرض که بودن سطح جسم، خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید.

۴- مساحت این متوازی‌الاضلاع را حساب کنید .  
 ۵- عمود مشترک واقصر فاصله  $W_2O_x$  از صفحه را با خط  
 افقی  $\text{I}$  موازی محور اقصرو [ به فاصله  $2$  زیر محور اقصو را  
 تعیین کنید .

۶- از خط  $d$  چنان رسم کنید که بر  $DC$  عمود بوده و  
 تصویرش محور اطول را به فاصله  $10$  بالای محور اقصو قطع کند  
 و روی آن  $g$  را روی صفحه مقایسه اختیار کنید .

**دیرستان گلشن راز (شبستر)**

دبیر : با همت - فرستندگان : بهمن و پرویز سلیمانی

### هندسه رقومی

I - دونقطه  $m_2$  و  $n_5$  مفروضند به قسمی که  $(mn = \gamma)$   
 براین دونقطه دو خط بگذرانید که هر دو با صفحه مقایسه زاویه  
 $45^\circ$  بساند و فاصله بین آثار آنها  $1/5$  باشد و خط واصل  
 بین آثار آنها موازی با امتداد مفروض  $\Delta$  باشد . (در همه  
 مسائل واحد سانتی‌متر مقیاس  $\frac{1}{\gamma}$  است)

II - خط  $m_4n_7 = 6$  و نقطه  $a$  در خارج آن  
 مفروضند . اولاً - از  $a$  صفحه‌ای به شیب  $\frac{2}{3}$  و موازی با خط  
 $m_4n_7$  رسم کنید . ثانیاً - فصل مشترک صفحه حاصل را با صفحه  
 ای که در نقطه  $m_4n_7$  بر خط  $m_4n_7$  عمود خواهد کرد بددست آورید  
 III - سه نقطه  $a$  و  $b$  و  $c$  مفروضند بطوری که  
 $(ac = 3)$  و  $bc = 4$  و  $ab = 5$

اولاً - طول  $AB$  و شیب و اساس  $BC$  را حساب کنید .  
 ثانیاً - از نقطه  $a$  خطی به شیب  $\frac{2}{3}$  و عمود بر خط  $b, c$  رسم کنید .  
 ثالثاً - از نقطه  $a$  پاره خطی به طول  $8$  بر صفحه  $ABC$  عمود کنید .

IV - خط  $a_2b_5 = 6$  و خط  $a_2d_4 = 6$  مفروضند  
 بطوری که  $\angle bad = 120^\circ$  . زاویه ملخص مستطیل  $ABCD$  را  
 تکمیل کنید در صورتی که  $AD = \frac{3}{4}AB$  باشد . سپس مساحت  
 آنرا حساب کنید .

V - صفحه  $P$  به شیب  $1$  مفروض است . یک مقیاس شیب  
 از آن را کنار چپ کاغذ موازی با لبه کاغذ رسم کنید بطوری که  
 ترقی رقومش از پائین به بالا باشد . نقطه  $a_2$  را به فاصله  $3$

۲- برخط  $S_9C_2$  صفحه  $P$  را که افقیهای آن در تصویر  
 موازی محور اقصر کاغذ است مزورداده، ملخص یک خط بزرگترین  
 شیب آنرا درست چپ کاغذ رسم کنید .

۳- بر روی قطعه خط  $SC$  در صفحه  $P$  مثلث  $SCB$  را  
 بقسمی رسم کنید که  $CSB = 60^\circ$  زاویه ورقه  $B$  برابر  $4$  و  
 $b$  سمت راست  $SC$  واقع گردد . ملخص مثلث رانشان دهید .

۴- صفحه  $Q$  را به شیب یک به قسمی رسم کنید که محور  
 اقصو کاغذ افقیه رقوم یک آن و ترقی رقوم از بالا به پائین باشد .  
 مقیاس شیب این صفحه را درست راست نشان دهید .

۵- هرم  $SABC$  را که مثلث  $SCB$  یک وجه آن بوده

و خط الرأس  $SA$  به شیب  $\frac{1}{2}$  و تصویرش بر محور اطول کاغذ منطبق  
 وجهت ترقی رقوم آن از پائین به بالا می‌باشد به قسمی بنامند  
 که نقطه  $A$  در صفحه  $Q$  واقع گردد . ملخص هرم را رسم و  
 آنرا سری و مخفی نمائید .

### هندسه ترسیمی

۱- نقطه  $M$  به طول  $3$  و ارتفاع  $2$  - رابه قسمی مشخص  
 سازید که فاصله ااش از خط زمین  $5$  باشد .

۲- نقطه  $A$  به طول  $2$  را که ارتفاعش سه برابر بعدش و  
 فاصله اش از خط الارض  $6$  می‌باشد مشخص سازید .

**دیرستان فردوسی (تبریز)**

### هندسه رقومی

محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید . مرکز کاغذ  
 و مقیاس  $1:1$ ، واحد سانتی‌متر است .

۱- صفحه  $P$  را با شیب یک که افقیه  $3$  آن محور اقصو  
 می‌باشد در نظر گرفته یک مقیاس شیب آنرا طرف چپ کاغذ رسم  
 می‌کنیم و روی محور اطول کاغذ  $O'$  را به فاصله  $7$  زیر محور  
 اقصو انتخاب می‌نمائیم . (ترقی رقوم به طرف بالا) .

۲- اگر  $O'$  تسطیح نقطه‌ای از صفحه  $P$  حول افقیه  $3$   
 باشد آنرا ترقی نموده و فاصله اش را با افقیه  $3$  تا یکدهم تقریب  
 حساب کنید . (رقوم  $O$  بزرگتر از  $3$  است) .

۳- ملخص متوازی‌الاضلاعی به مرکز  $O$  از صفحه  $P$  را  
 چنان تعیین کنید که شعاع دایره محاطی آن  $3$  باشد و زاویه  
 $60^\circ$  بوده و امتداد قطر  $AC$  با افق، زاویه  $45^\circ$  می‌سازد  
 (رقوم  $A$  از رئوس دیگر کمتر است . رقوم  $B$  بیشتر از رقوم  
 $D$  است . رقوم  $D$  را تقریباً  $6$  بگیرید و رقومها تا یکدهم تقریب  
 حساب شوند) .

از این نقطه به فرمی مرور دهید که افقیههای آن موازی محور  
اقصر و باصفحه افق تصویرزاویه  $\alpha = 45$  درجه ساخته و ترقی  
رقوم آن از بالابه هائین باشد، یک مقیاس شبیب صفحه راستت چپ  
کاغذرس نمائید.

۲- از نقطه  $m_4$  در صفحه خط  $P$  را به شیب  $p = \frac{a}{m}$  به قسمی موردهید که سمت چپ  $m$  قرار گیرد. مثلث متساوی الساقین  $ABC$  را که  $AB = AC$  و نقطه  $C$  سمت راست  $am$  واقع بوده و خط  $AM$  میانه مثلث  $ABC$  می باشد در صفحه  $P$  نموده سلطف آن، انسان دهد.

۳- وسعت حقیقی مثلث ABC را درست پائین کاغذ با تسطیح حول افیهه رقم ۷ مشخص نموده مرکز دایره حاطی آن را نشان دهید.

۴- مثلث ABC قاعده منشور ABCDEF می باشد  
که بالهای آن افقی بوده و قاعده DEF در سمت بالای کاغذ تصویر  
می شود و وجه BCDF در فضای مربع می باشد. ملخص منشور را  
رسم و آن را مرئی و مخفی کنید.

۵- عمود مشترک دو خط  $BC$  و  $AE$  را روی شکل رسم کنید - مقطع منشور را با صفحه قائمی که اثرش بر محور اطول کاغذ منطبق است یافته و وسعت حقیقی آن را با سطحی روى صفحه افقی رقوم یک تعیین کنید - مکان هندسی نقاطی را رسم کنید که متساوی الفاصله از وجود جانبی منشور  $ABCDEF$  باشد .

ہندسہ تو سیمی

**مسئله ۱** - بعد نقطه A برابر ۳ و تفاضل فواصل آن از خط زمین وافق تصویر برابر یکمی باشد. به طریق رسم نقطه را در ربع اول ندستان دهید.

**مسئله ۲** - از نقطه 'aa' به بعد ۳ و ارتفاع ۴ خطی رسم کنید که خط زمین را قطع کرده و با آن زاویه  $40^\circ$  درجه بسازد. (رسم یک جواب کافی است)

**مسئله ۳** - بر روی نیمروز نقطه‌ای تعیین کنید که تفاضل فواصل آن از صفحه نیمساز فرجه اول و صفحه نیمساز فرجه دوم برابر ۲ گردد.

دیروستان مهر پاخته

دیپر : بنائی

محور اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید و محل تلاقی آنها را می کنیم کاغذ بگیرید. واحد سانتیمتر و میلیمتر ۱:۱۰.

سمت راست مقیاس شیب در صفحه P انتخاب کرده از این نقطه خط  $a_2b$  را به شیب  $\frac{1}{P}$  در صفحه P رسم کنید (b) سمت راست a است) ملخص مثلث متساوی الساقین ABC را در صفحه P تکمیل کنید بطوری که  $A = 45^\circ$  بوده و رقوم C از رقوم A بیشتر باشد . ملخص مرکز دایره محیطی آنرا نیز بدست آورید.

دیبر : قاضی زاده - فرستنده : مهدی مهدوی

هندسه رقومی

**مسئله ۱ - ۱** - محورهای مختصات را طوری (رسم کنید) که مبدأ آن O بر مرکز کاغذ واقع باشد ( واحد سانتیمتر ) تصاویر سه خط متقاطع D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub>, D<sub>3</sub> به ترتیب بر محور y ها و نیمسازها واقعند و نقطه تلاقی این سه خط است. خط D به شیب ۰ $\frac{\pi}{4}$  و ترقی رقومش به سمت بالا می باشد. دو خط D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub> در فضای ۲/ بر خط D عمودند.

۲- دو خط  $D_1$  و  $D_2$  را مدرج کرده و رقوم ۱۱ هر دورا تعیین نموده آنها را  $b_{11}$ ،  $c_{11}$  بنامید و ملخص مثلث  $O_b_{11}c_{11}$  مشخص نمایید.

۳- این مثلث قاعده هرم S.OBC است که در اس سه قائمه می باشد . ملخص هرم را کابل کنید در صورتی که زیر صفحه قاعده اش باشد .

**مسئله ۳** - خط  $d$  به اساس  $1/5$  نقطه  $O$  خارج خط  $d$  مفروضند . ملخص پاره خطی را بدست آورید که از نقطه  $O$  بگزند و خط  $d$  وصفحه مقایسه را قطع کند و  $O$  وسط قطعه‌ای باشد که محصور بین خط  $d$  وصفحه مقایسه باشد.

**مسئله ۳** - پاره خط  $a, b$ ، به اساس  $1/5$  قاعده مثلث متساوی الساقینی است که طول ارتفاع وارد بر قاعده  $6$  است. ملخص رأس سوم را تعیین کنید در صورتی که صفحه مثلث قائم باشد.

دیروستانهای مروی و مرحان

دیبر: مهندس خوئی - فرستنده: همایون خسروی

**هندسه رقومی:** واحد سانتیمتر - مقیاس ۱:۱ محورهای اقصیر و اطول کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آن هارا مرکز کاغذ بنامید. کادر کاغذ  $25 \times 25$  انتخاب شود.

۱- نقطه  $m$  بر مرکز کاغذ منطبق است . صفحه  $P$  را

## دیبرستان مهرو باخته

دیبر : بنائی - فرستنده : شهناز نوری

## هندسه رقومی

محورهای اطول واقصر را رسم کنید. محل تلاقی آنها

مرکز کاغذ، واحد سانتیمتر مقیاس ۱:۱.

۱- مقیاس شیب صفحه P را به شیب یک به موازات محور اطول طوری رسم کنید که افقیه ۱۵ آن بر محور اقصر کاغذ منطبق باشد و ترقی رقومش را رو به پائین انتخاب کنید.

۲- ملخص نقطه m را بر مرکز کاغذ انتخاب کنید و از نقطه M خط MO را بر صفحه P عمود کنید و اگر نقطه O پای عمود باشد ملخص O<sub>x</sub> را بدست آورید.

۳- مقیاس شیب صفحه R را طوری رسم کنید که در فضای بر صفحه P عمود بوده و افقیه ۸ آن بر محور اقصر کاغذ باشد و فصل مشترک دو صفحه R و P را که خط افقی H<sub>x</sub> است بدست آورید.

۴- ملخص شش ضلعی منتظم ه a<sub>1</sub>, c<sub>1</sub>, d<sub>1</sub>, e<sub>1</sub>, f<sub>1</sub> را در صفحه P بدست آورید در صورتی که نقطه O مرکز آن و امتداد يک ضلع آن (AB) بر خط افقی H<sub>x</sub> منطبق باشد.

۵- اگر شش ضلعی منتظم ABCDEF قاعده تحتانی ABCDEFGHIJKL یک منشور قائم باشد ملخص منشور قائم را بدست آورید در صورتی که اندازه حقیقی هر یال برابر  $\sqrt{5}$  سانتیمتر باشد.

۶- مرئی و مخفی آنرا تمیز دهید.

۷- مقطع قائم منشور را بدست آورید در صورتی که اثر صفحه قائم بر محور اطول کاغذ قرار گیرد (وسعت حقیقی مقطع را در صفحه افقی ۵ نشان دهید).

۸- عمود مشترک خط ه m<sub>1</sub> و افقیه ۱۵ صفحه R را بدست آورید.

## هندسه توسمی

۹- ملخص نقطه' aa را بدست آورید در صورتی که نسبت فواصل از صفحه افق تصویر و صفحه نیمساز ربع اول برابر  $\frac{1}{2}$  و بمجموع بعد وارتفاعش  $e + h = 5\text{cm}$  باشد.

۱۰- خط افقی' hh بدارتفاعع ۲ و خط غیرمشخص' dd مفروضند. اولاً محل تقاطع این دو خط را با صفحات نیمساز ربع دوم (چهارم) بدست آورید. ثانیاً براین دو خط، خط' ۸ را طوری مشکی کنید که در صفحه نیمساز ربع دوم قرار گیرد.

۱- از نقطه a (ملخص A روی محور اطول و بالای

مرکز کاغذ به فاصله ۵ سانتیمتر) خط ه a<sub>1</sub>b<sub>1</sub> را به اساس i = ۱ طوری رسم کنید که تصویرش به موازات محور اقصر بوده و نقطه b<sub>1</sub> سمت چپ a<sub>1</sub> است.

۲- خط بزرگترین شبصفحه P که در نقطه A بر خط AB عمود است در بالای کاغذ رسم کنید.

۳- خط ه a<sub>1</sub>d<sub>1</sub> رادر صفحه به اساس  $i = \sqrt{2}$  رسم کنید.

۴- a<sub>1</sub>d<sub>1</sub> بالای a<sub>1</sub> قرارداده  $BAD = 90^\circ$  زاویه.

۵- اگر سه خط ه a<sub>1</sub>e<sub>1</sub>, a<sub>1</sub>b<sub>1</sub>, a<sub>1</sub>d<sub>1</sub> سه خط الرأس از یک کنج سه قائم‌های باشد ملخص e<sub>1</sub> را که زیر محور اقصر قرار دارد از دوراه بدست آورید.

۶- اگر کنج سه قائمه ABDE سه یال از یک مکعب مستطیل ABCDEFGH باشد ملخص آنرا تعیین کنید.

۷- مساحت مستطیل ABCD را محاسبه کنید و پائین کاغذ بنویسید:

۸- عمود مشترک خط ه a<sub>1</sub>f<sub>1</sub>, h<sub>1</sub>, و e<sub>1</sub> را بدست آورید.

$(ae \perp fh)$

۹- زاویه بین قطر CE و قاعده فوقانی EFGH را بدست آورید.

۱۰- خط افقی ه L را طوری رسم کنید که تصویرش از مرکز کاغذ گذشته و با ad موازی باشد و سپس فصل مشترک این خط را با مکعب مستطیل فوق که دونقطه m<sub>1</sub> و n<sub>1</sub> است بدست آورید و مرئی و مخفی این خط را تمیز دهید.

## هندسه ترسیمی

۱- ملخص نقطه (e = ۳ و h = ۴) A را بدست آورید سپس فاصله این نقطه تا خط الارض را بدست آورید.

۲- ملخص نقطه' mm واقع بر خط الارض و سمت چپ رابط' aaaa طوری بدست آورید که خط  $AM = 5\sqrt{3}$  باشد. زاویه حقیقی خط AM با خط الارض بالین شرایط چقدر است.

۳- ملخص نقطه‌ای را بدست آورید که مجموع فواصل از صفحه افق تصویر و صفحه قائم تصویر برابر ۷ بوده  $(e + h = 7)$  و فاصله اش از خط الارض برابر ۶ باشد. (از دو جواب آن که ارتفاعش بیشتر است انتخاب کنید)

رقوم صفر آن منطبق بمحور اقصیر کاغذ بوده و ترقی رقوم آن از پائین بدالا باشد.

اولاً در روی این صفحه نقطه  $a_4$  را بدست آورید در صورتی که طول آن برابر  $2$  باشد و از نقطه قطعه خط  $a_4 b$  را طوری رسم کنید که  $AB = 7$  باشد و  $b$  سمت چپ  $a$  واقع شود. ثانیاً قطعه خط  $a_4 d$  را روی آن رسم کنید که بالقیه های صفحه زاویه  $30^\circ$  تشکیل داده و  $d$  سمت چپ  $a$  واقع شود. ملخص متوازی الاصلاب  $ABCD$  را کامل کنید. ثالثاً ملخص متوازی السطوحی را کامل کنید که  $AE$  یکی از بالهای آن عمود بر  $AB$  شود و  $E$  از  $A$  و  $D$  بهیک فاصله بوده و خط  $EB$  افقی و متوازی الاصلاب  $ABCD$  یک قاعده آن باشد. رابعاً مقطع این متوازی السطوح را بوسیله صفحه افقی رقوم  $3$  بدست آورید.

## مسائل مکانیک

### دیبرستان آذر (شماره ۲)

دیبر: پیله روی - فرستنده: علیرضا شاوشاق

پاندولی به طول  $1m = 1$  در نقطه ای که  $g = \pi^2 m/s^2$  است نومنان می کند. اگر نیرویی از بالا به پائین در امتداد قائم برابر نصف وزن گلوله پاندول برآن وارد کنیم پریود نوسانات پاندول چقدر می شود؟ اگر پاندول را در نقطه ای از آسانسوری که با شتاب  $2m/s^2$  بالا می رود آویزان کنیم و آنرا به نوسان درآوریم در این حالت پریود پاندول چقدر خواهد بود؟ معین کنید زمان بین دوانطباق متواالی بین دو پاندول که پریود هر یک  $1/8sec$  و  $1/85sec$  است.

### دیبرستان ابن سینا (همدان)

دیبر: ترک - فرستنده: حسن رسولی

جرم وزنه های ماشین آتودی به ترتیب  $145$  و  $100$  گرم است. اولاً مسافت طی شده در ثانیه سوم و سرعت دستگاه را در این لحظه بدست آورید. ثانیاً اگر وزنه  $145$  گرمی پس از  $3$  ثانیه حرکت به سطح آبی برشد و در آن فرو رود پس از  $2$  ثانیه در چه فاصله از سطح آب قرار می کیرد. در صورتی که وزن مخصوص آن  $1/45$  گرم برسانیم ترک مکعب باشد.

$$g = 9.80 \text{ cm/s}^2$$

### دیبرستان البرز

دیبر: اردلان و عرب اف

فرستنده: علی مهرداد وحدتی دانشجوی پلی تکنیک تهران هوایپیمائی در ارتفاع  $500$  متری با سرعت  $720$  کیلومتر

۳- از نقطه  $A$  به بعد  $5 = e$  و ارتفاع  $4 = h$  خطی رسم کنید که موازی صفحه نیمساز ربع اول بوده و خط نیم رخ'  $cdc'd$  را در نقطه  $(mm')$  قطع کند.

### دیبرستان نظام

دیبر: بنائی - فرستنده: معید آقاسی بیک  
محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید و محل تلاقی آنها را که کاغذ بنامید.

۱- نقطه  $b$  را روی محور اطول و بالای مرکز کاغذ به فاصله  $3$  انتخاب کنید و از خط  $b_1 a$  را طوری رسم کنید که  $a$  روی محور اقصیر کاغذ و سمت چپ مرکز بوده و طول حقیقی  $\bar{AB} = 6\sqrt{2}$  باشد.

۲- بر خط  $a_1 b$  صفحه  $P$  را طوری مروزدهید که اثر صفحه  $P$  بر محور اقصیر کاغذ منطبق باشد.

۳- از نقطه  $b$  خط  $b_1 a$  را طوری مروزدهید که اثر  $BF$  که تصویرش موازی محور اقصیر کاغذ بوده و در فضای دو خط  $BA$  بره عمود باشد ( $f$ ) سمت راست  $a$ .

۴- ملخص مستطیل  $a_1 b_1 f_1 e_1$  را بدست آورید و مقیاس شبیه آنرا  $S$  بنامید. وسعت حقیقی مستطیل  $ABCD$  را حول افقی رقوم صفر صفحه  $(S)$  بدست آورد.

۵- از نقطه  $b$  صفحه  $Q$  را به اساس  $i = i$  طوری رسم کنید که در فضای بر صفحه  $P$  عمود باشد و از دو جواب آنرا انتخاب کنید که افقی  $3$  صفحه  $Q$  از نقطه  $a$  بگذرد.

۶- از نقطه  $b$  خط  $b_1 c$  را به شبیه  $\frac{2}{3} P$  در صفحه  $(Q)$  رسم کنید ( $c$  بالا و سمت چپ  $b$ ).

۷- ملخص متوازی الاصلاب  $a_1 b_1 c_1 d_1$  را بدست آورید در صورتی که  $C$  و  $B$  سه راس متواالی باشند.

۸- اگر متوازی الاصلاب  $ABCD$  قاعده  $ABFE$  باشد ملخص منشور و یک وجه آن مستطیل  $ABFE$  را بدست آورید.

۹- مقطع جسم را با صفحه افقی  $3$ - یافته و آنرا مرئی و مخفی کنید.

۱۰- اگر فصل مشترک دو صفحه  $(Q)$  و  $(P)$  خ-ط ( $\delta$ ) باشد زاویه بین خط  $(\delta)$  و صفحه  $(S)$  را با  $\alpha$  نشان دهید.

### دیبرستان هدف (شماره ۱)

دیبر: محمدی - فرستنده: ایرج شمسائی

### هندسه رقومی

مقیاس شبیه صفحه  $P$  را به شبیه  $\frac{3}{2}$  رسم کنید که افقی

## دیبرستان شاهپور (شیراز)

دیبر : فیروزمند - فرستنده : مهرداد مهپور

$$-\text{برآیند دو بردار } \vec{P} \text{ و } \vec{Q} \text{ برابر } \vec{R} \text{ و تفاضل } \vec{Q} \text{ از } \vec{P} \text{ برابر } \vec{d} \text{ میباشد. با استفاده از متد متوازی الاضلاع } \vec{R} - \vec{d} \text{ را پیدا کنید.}$$

- جسم A به جرم m با سرعت ثابت در امتداد سطح افقی تحت اثر نیروی F که با امتداد محور افقی زاویه  $\theta$  میسازد حرکت میکند. اگر ضریب اصطکاک K باشد مقدار  $\sin\theta$  را از چه رابطه‌ای میتوان محاسبه نمود.

## دیبرستان فردوسی

دیبر : کهن‌موقی - فرستنده : بهمن حمایت

راننده لوکوموتیوی که با سرعت  $v_1$  در حال حرکت است در یک لحظه و در مقابل خود قطار دیگری را به فاصله d مشاهده میکند که با سرعت ثابت  $v_2$  در خلاف جهت حرکت میکند. (v<sub>2</sub>)< (v<sub>1</sub>) راننده ترمز میکند در نتیجه قطار اول باشتاب کند - شوند  $v$  به حرکت خود ادامه می‌دهد ثابت کنید اگر

$$\frac{(v_1 - v_2)^2}{2v} > d \text{ باشد دو قطار بهم برخورد نمیکند.}$$

## دبیوستان قناد (بابل)

دبیر : جعفرزاده - فرستنده : عزیزالله‌زارع

یک ترن با طول  $42/8$  متر با سرعت  $22$  کیلومتر در ساعت و شتاب  $\frac{1}{5}$  متر در میانه به ترن دیگری می‌رسد که با سرعت  $36$  کیلومتر در ساعت و شتاب  $\frac{2}{5}$  متر در میانه در خلاف جهت حرکت کرده و در خط مجاور آن عبور میکند. طول ترن دوم  $82$  متر است. حساب کنید زمانی که طول می‌کشد تا انتهای دو ترن از مجاور هم پگذرند و مسافتی را که هر یک در این مدت پیموده اند بدست آورید و سرعت هر یک در پایان این مدت چه اندازه است.

## دیبرستان هدف (شماره ۱)

دبیر : سیدجوادی - فرستنده : ایرج شمسائی

در راستای قائم گلوله‌ای از ارتفاع  $100$  متری رها می‌شود. یک ثانیه بعد از افق روی همان خط قائم گلوله‌ای با سرعت  $20m/s$  به بالا پرتاب می‌شود. چه وقت دو متحرک به هم می‌رسند و در چه ارتفاع?

در ساعت درامتداد افق پرواز می‌کند. از دهانه لوله توپی که در داخل هوایپیماست و امتداد آن بطرف پائین بوده و با سطح افق زاویه  $60^\circ$  می‌سازد گلوله‌ای با مسافت  $200$  متر در ثانیه خارج می‌شود. مطلوب است:

الف - معادله مسیر گلوله و معادله هودوگراف.

ب- فاصله محل برخورد گلوله به زمین تا خط قائم نقطه

پرتاب و محاسبه زمان رسیدن گلوله به زمین.

ج - محاسبه سرعت گلوله‌هنجام برخورد به زمین وزاویه سرعت با خط قائم در این موقع.

$$\sqrt{3} = 1/73 \quad g = 10m/s^2$$

## دیبرستان بوعلی (اراک)

دبیر : حیری فروش - فرستنده : احمد رضا آراسته

جسمی از یک نقطه بالای زمین به ارتفاع H سقوط می‌کند. (بدون سرعت اولیه) در  $1/10$  ثانیه آخر حرکت مسافت  $325cm$  را می‌پیماید. مطلوب است ارتفاع مسافت طی شده در ثانیه آخر کت زا.

## دیبرستان حکمت (قم)

ستنده : جواد فیض

دبیر : غطارات - سر

1. ارتفاع  $98$  مانیمتر در ظرفی مقداری آب و روی آن تار ۱ بیزیم.

الکل به جرم مخصوص  $1/8$  گرم بر سانتیمتر مکعب را آزادانه رها می‌کنیم. اولاً در چه مدتی گلوله‌ای کل را طی می‌کند. ثانیاً گلوله پس از یک ثانیه حرکت در آب ظرف فوق چه مسافتی را طی می‌نماید.

$$g = 9/8m/s^2 \text{ در خلاه.}$$

## دیبرستان دکتر هوشیار

دبیر : میرحسینی - فرستنده : محمد داوری

جرم وزنه‌های ماشین آتودی  $525$  و  $475$  گرم است.

از جرم قرقره و نخ صرف نظر می‌شود. ضریب اصطکاک محور قرقره

در مقابل چرخش آن  $\frac{1}{100}$ . وزنه بزرگتر از صفر خطکش به

حرکت در می‌آید و از دو ثانیه حرکت داخل مایعی به جرم

مخصوص  $1/8$  می‌شود. در صورتی که وزن مخصوص وزنه  $4gr/cm^3$  باشد تعیین کنید: اولاً سرعت و مسافت طی شده در

ثانیه دوم حرکت قبل از رسیدن به مایع. ثانیاً معادلات حرکت و سرعت درون مایع را.

$$g = 1500C/G.S.$$

مرتعش به همان طول ۸۷ ضربان در هر ثانیه ایجاد می کند و این دو هم آهگ به اندازه یک پرده بزرگ و یک پرده کوچک با یکدیگر فاصله دارند. صوت لوله به تراست. سرعت صوت در هوای لوله  $340 \text{ m/s}$  و  $g = 10 \text{ m/s}^2$  است و نیروی کشنش تار ۱۵ کیلو گرم نیرو است. اگر  $l_{ar} = 435$  باشد، مطلوب است نام این دو هم آهگ و سرعت انتشار امواج عرضی در تار. ثالثاً جرم هر متر از تار.

### مسائل شبیه

#### دبیرستان آذر (شماره ۲)

دبیر: نمازی - فرستنده: علیرضا و شاق  
چگالی مخلوطی از گازهای نیدروژن و پروپن نسبت به گاز نیدروژن  $d = 5$  است. اگر این مخلوط را از روی نیکل احیاء شده گرم بگذرانیم (تاواکش کاملی انجام شود) چگالی مخلوطی که از طرف دیگر لوله خارج می شود نسبت به گاز نیدروژن چه خواهد بود.

#### دبیرستان البرز

فرستنده: علی مهرداد وحدتی، دانشجوی پلی تکنیک تهران - از کلرور اسیون  $50\%$  ملکول گرم پارافین، مشتق کلرهای حاصل می شود که جرم مش  $50\%$  گرم بیشتر از نیدروکربور می باشد و نسبت جرم نیدروژن به کربن در ترکیب کلره  $\frac{1}{4}$  خواهد بود. فرمول نیدروکربور و ایزوپری از ترکیب کلره حاصل را که با محلول پتانس تولید آلدئید نماید تعیین کنید. - از سوختن  $1/10$  گرم نیدروکربور  $100$  میلی گرم آب حاصل شده و چگالی نیدروکربور  $(2/2 > d > 1/5)$  می باشد. فرمول آنرا تعیین کنید. - تعداد کل پیوند در نیدروکربوری به این قرار است: دو پیوند  $\alpha$  و ده پیوند  $\beta$ . ایزوپریلئی از آنرا که از هیبرید  $SP^1$  و  $SP^2$  تشکیل شده، رسم کنید.

- از حل نمودن  $90\%$  گرم جسمی به فرمول  $(CH_3O)^n$  در  $VCC$  حلالی به وزن مخصوص  $D$  نقطه انجامد همانقدر گردید که  $50\%$  ملکول گرم جسم غیریونیزه دیگری رادر  $2VCC$  حلال حل نمائیم. فرمول ملکولی جسم را تعیین کنید.

#### دبیرستان حکمت (قم)

دبیر: رادمنش - فرستنده: جواد فیض  
- یک ترکیب آلی به فرمول  $C_2H_{2x}O_x$  در دست است

### مسائل فیزیک

#### دبیرستان ارشاد

دبیر: نیروئی - فرستنده: محمود واصف بعد یک ارتعاش در مبدأ زمان  $5 \text{ cm}$  و پس از یک ثانیه برابر نصف دامنه یعنی  $2.5 \text{ cm}$  است. اولاً - معادله این حرکت را بنویسید و هر یک آنرا محاسبه کنید. ثانیاً - این مسئله را بوسیله محاسبه ورسم فرزنل حل نمائید.

#### دبیرستان فارابی (کرج)

دبیر: وطنچی - فرستنده: صادق محمدی دوشکارچی به فاصله  $68$  متر از همو به فاصله مساوی از دیواری نسبتاً بلند قرار گرفته اند. اولی تیری شلیک می کند و دومی دو صدا به فاصله یک ثانیه از هم می شنود. فاصله هر شکارچی از دیوار چقدر است.

#### دبیرستان فرگام

دبیر: راستی - فرستنده: عادل محمدزاده در آزمایش لوله کننده فاصله بین  $3$  توده متر اکم خاکاره  $50 \text{ cm}$  و فرکانس صوت حادث در لوله  $137$  می باشد. سرعت سیر صوت رادر گاز محتوی لوله پیدا کنید. فاصله بین توده اولی تا توده پنجمی خاک اره را پیدا کنید.

#### دبیرستان فیوضات (مشهد)

دبیر: طوسی - فرستنده: ابوالحسن تقیوی لوله صوتی بازی به طول  $85 \text{ cm}$  از هوای صفر درجه پر شده، اگر سرعت صوت در هوای داخل لوله  $340 \text{ m/s}$  باشد اولاً - ارتفاع صوت اصلی و نام نوت را تعیین کنید  $l_{ar} = 435$  ثانیاً - اگر لوله از گاز صفر درجه که چگالی آن نسبت به هوای  $\frac{1}{144}$  می باشد پر شود ارتفاع صوت اصلی این نوت را تعیین کنید.

ثالثاً - صوت اصلی تار مرتعشی به طول  $50 \text{ cm}$  برابر است نیروی کشنش تار مرتعش را به طور تقریب بر حسب  $fa_2$  گیلو گرم تعیین کنید. جرم تار  $1$  گرم است.

#### دبیرستان هدف (شماره ۱)

دبیر: ایرانی - فرستنده: ایرج شمسائی هم آهنگ پنجم لوله صوتی بسته با هم آهنگ سوم یک تار

که ۴۵٪ وزن آنرا C تشکیل می‌دهد. فرمول خام ترکیب فوق را بدست آورید.

- ۱۸۴ گرم از یک نیتروکربور مشابه الترکیب با اتیلن با ۲۳/۲ gr برم اشباع می‌شود. فرمول بسته و فرمول گسترده و نام آنرا تعیین کنید.

### دیروستان رهنما

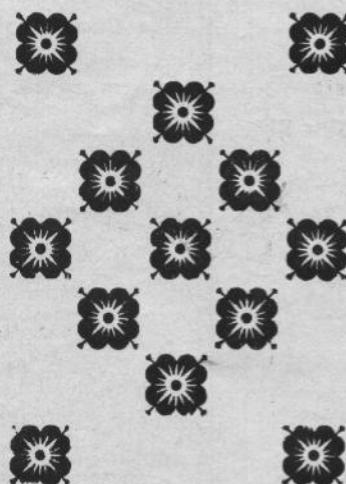
دیرو : تهرانی - فرستنده . غلامحسین آموسی مخلوطی از گازاتیلن و استیلن با ۷۸۴۰۰ گازهیدروژن ترکیب شده تبدیل به اتان می‌گردد . در آزمایش دیگر همین مقدار مخلوط دو گاز را وارد محلول کلرور کوئیور و آمونیاکال می‌نمائیم . رسوب قمزرنگی به وزن ۱۵۲ گرم بدست می‌آید . حجم هریک از دو گاز را در مخلوط حساب کنید .

### دیروستان شاهروضا (مشهد)

دیرو : قاسمزاده - فرستنده : محمد تقی خروشی چگالی یک نیتروکربور اتیلنی نسبت به جمله مشابه - الترکیب ماقبل خود ۱/۵ است . نیتروکربور را مشخص کرده و فرمول ترکیب آنرا با کلر نوشته و نام جسم بدست آمد هر آنرا ذکر نمائید .

### دیروستان فرگام

دیرو : مبصری - فرستنده : عادل محمدزاده ۲۲۹ ۰/۲۲۹ گرم از یک جسم آلی از تدار رابه کمک اکسید مس تجزیه می‌کنیم ۱۳۴/۴ سانتیمتر مکعب گاز کربنیک و ۰/۵۲۷ گرم بخار آب و ۳۳/۶ سانتیمتر مکعب از تدر شرائط متعارف می‌دهد . اگر  $\frac{1}{3}$  نیتروژن مولکولی جسم رابه املاح متعارف می‌دهد .



آمونیاک تبدیل کرده و با سود سوز آور حرارت دهیم گازی متتصاعد می‌شود که ۱۲۵۰ سانتیمتر مکعب معادل ۸۰ نرمال اسید سولفوریک را خنثی می‌کند . وزن مولکولی فرمول جسم را پیدا کنید .

### دیروستان فروغ (رشت)

دیرو : شامل - فرستنده گان : آذر گلشنی ، سودابه خور گامفر ، مقیمی از سوختن یک لیتر هیدروکربوری ۳ لیتر گاز کربنیک حاصل شده و این نیتروکربور ۲۲ مرتبه از نیتروژن سنگینتر است . فرمول هیدروکربور چیست .

### دیروستان محمد قزوینی (قزوین)

دیرو : ایمن - فرستنده : حسین رفیعی

الکل سیر شده  $CnH_{2n+1}OH$  در همراه  $Al_2O_3$  در  $400^{\circ}$  حرارت گازی متتصاعد می‌کند که از سوختن آن ۲۰۰۰ گرم آب تولید می‌شود . اولاً - فرمول هیدروکربور را تعیین کنید . ثانیاً - اگر  $1/56$  گرم آن با هم حجم خود گاز کلر جسم A و سپس جسم A با KOH آلبی به جسم B و جسم B در اثر اکسید اسیلوں به اسید دو ظرفینی C تبدیل شود معین کنید چه حجم پر منگنات پتا میم نرمال برای اکسید اسیلوں اسید حاصل لازم است .

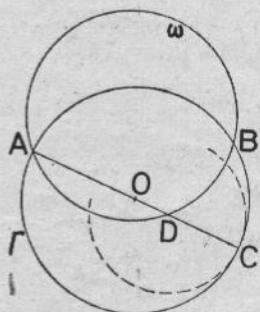
### دیروستان هدف (شماره ۱)

دیرو : کوچصفهانی - فرستنده : ایرج شمسائی

از تجزیه  $100$  گرم از یک اسیدآلی یک ظرفیتی  $\frac{224}{3}$  لیتر گاز کربنیک در شرایط متعارفی و  $59/4$  گرم آب حاصل شده است . جرم ویژه بخار آن در شرایط متعارفی  $0/0027 gr/cm^3$  است فرمول اسید و گسترده آنرا بنویسید .

# حل مسائل یکان شماره: ۶۹

**حل-** قطر  $AC$  از دایره  $\Gamma$  رارسم می‌کنیم . چون کمان  $AB$  مساحت دایره  $\Gamma$  را به دو قسمت برابر تقسیم کرده



است این کمان نمی‌تواند در یک طرف قطر  $AC$  واقع باشد و آنرا در یک نقطه دیگر  $D$  قطع می‌کند بقسمی که مرکز دایره  $\Gamma$  بین  $A$  و  $D$  قرار دارد . اگر

به مرکز  $D$  و به شعاع  $DC$  دایره‌ای رسم کنیم، این دایره با دایره  $\Gamma$  مماس داخل بوده تمام آن داخل دایره  $\Gamma$  واقع می‌شود، یعنی نقطه  $B$  خارج دایرة اخیر است و داریم :

$$DB > DC \Rightarrow \widehat{DB} > DC$$

$$\widehat{AD} > \widehat{AD} \text{ و } \widehat{DB} > DC \Rightarrow \widehat{ADB} > \widehat{AC}$$

## حل مسائل کلاس چهارم ریاضی

**۶۹/۳** فرستنده : محمدداد سروش

اگر داشته باشیم :

$$f[(a-b) + (b-c) + (c-a)] = 0$$

مقدار  $f(a+b+c)$  را پیدا کنید .

**حل-** چون داریم :

$$(a-b) + (b-c) + (c-a) = 0$$

خواهیم داشت :

$$f[(a-b) + (b-c) + (c-a)] = k[(a-b) + (b-c) + (c-a)]$$

و چنانچه  $b-a$  با  $a-b$  و  $c-b$  با  $b-c$  را با  $c-a$  با

جانشین کنیم نتیجه می‌شود :

$$f(a+b+c) = k(a+b+c)$$

## حل مسائل کلاس چهارم طبیعی

**۶۹/۱** از کاظم حافظی

در صورتی که داشته باشیم :

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{k} \\ x + y + a = 0 \\ xy = 1 \end{cases}$$

مقدار  $a$  را بر حسب  $k$  بدست آورید .

**حل-** فرض می‌کنیم که  $\sqrt{x} = X$  و  $\sqrt{y} = Y$  در

این صورت طبق روابط داده شده داریم :

$$\begin{cases} X + Y = \sqrt{k} \\ X^2 + Y^2 = -a \\ XY = 1 \end{cases}$$

رابطه دوم را به ترتیب چنین می‌نویسیم :

$$X^2 + Y^2 = (X + Y)^2 - 2XY$$

$$X^2 + Y^2 = [(X + Y)^2 - 2XY] - 2XY$$

$$-a = [(\sqrt{k})^2 - 2 \times 1] - 2 \times 1$$

$$-a = (\sqrt{k} - 2)^2 - 2 = k - 4\sqrt{k} + 2$$

$$a = -k + 4\sqrt{k} - 2$$

**۶۹/۲** فرستنده : عبدالرؤضابور مهدی کسمائی

دایره  $\Gamma$  و دونقطه  $A$  و  $B$  واقع بر آن مفروض است .

دایره  $\omega$  را بر دونقطه  $A$  و  $B$  چنان می‌گذاریم که کمان  $AB$  از آن دایره  $\Gamma$  را به دو قسمت معادل (با مساحه‌های متساوی) تقسیم کند . ثابت کنید که طول این کمان  $AB$  از طول قطر دایره  $\Gamma$  بزرگتر است .

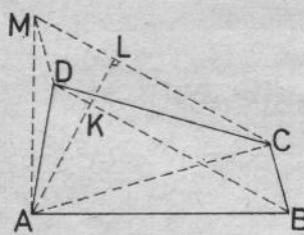
$$3 \log_3 x = 3x - 2 \Rightarrow x = 3x - 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \text{يا} \quad (x-1)(x-2) = 0$$

$$x = 1 \quad \text{يا} \quad x = 2$$

### ٦٩/٧ ترجمه : فتح الله زرگوی

چهارضلعی  $ABCD$  مفروض است . متوازی الاضلاع  $ACM$  را می سازیم . ثابت کنید که مساحت مثلث  $DBCM$  با مساحت چهارضلعی  $ABCD$  برابر است .



#### حل - از A

عمود  $MC$  را بر  $AL$   
رسم می کنیم که  
را در  $K$  قطع می کند .  
ارتفاع مثلث  $AK$   
برابر  $KL$  و  $ABD$

با ارتفاع مثلث  $BCD$  است و داریم :

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} =$$

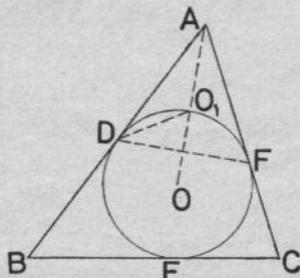
$$\frac{1}{2} BD \cdot AK + \frac{1}{2} BD \cdot KL$$

$$= \frac{1}{2} BD \cdot AL = \frac{1}{2} CM \cdot AL = S_{ACM}$$

### ٦٩/٨ ترجمه : فتح الله زرگوی

دایره به مرکز  $O$  در نقاط  $E$  و  $F$  بر پلعلهای  $AB$  و  $AD$  مماس است . ثابت کنید که مرکز  $AC$  و  $BC$  از مثلث  $ABC$  و  $AC$  دایره محاطی مثلث  $ADF$  برداشته  $O$  واقع است .

حل -  $O$  مرکز دایره بر نیمساز زاویه  $A$  واقع است .



این نیمساز دایره  $O$  را  
در  $O_1$  قطع می کند و چون  
مثلث  $ADF$  متساوی -  
الساقین است پس  
بر  $DF$  عمود است و  
در دایره  $O$  شعاع  $OO_1$

که بروت  $DF$  عمود است کمان  $DF$  را نصف می کند یعنی  
 $O_1DF$  و سطح کمان  $DF$  واقع است و در نتیجه دوزاویه  $O_1DA$  و  $O_1DO$  با یکدیگر برابرند و  $DO_1$  نیمساز زاویه  $ADF$  است . نقطه  $O_1$  که محل تلاقی نیمسازهای زاویه های  $A$  و  $D$  است مرکز دایره محاطی داخلی مثلث  $ADF$  می باشد .

### ٦٩/٩ از جواد جمشیدی

ثابت کنید که عبارت  $x^{2^n} + 1$  بر عبارت زیر بخش پذیر است :

$$x^2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}} x + 1$$

$n-1$  مرتبه

حل - کافی است معلوم کنیم که در تجزیه عبارت مفروض

عاملی برابر با عبارت اخیر وجوددارد :

$$x^{2^n} + 1 = x^{2^n} + 1 + 2x^{2^n-1} - 2x^{2^n-1}$$

$$= (x^{2^n-1} + 1)^2 - 2x^{2^n-1}$$

$$= [x^{2^n-1} + 1 + \sqrt{2}x^{2^n-2}][x^{2^n-1} +$$

$$+ 1 - \sqrt{2}x^{2^n-2}]$$

$$x^{2^n-1} + 1 - \sqrt{2}x^{2^n-2} =$$

$$(x^{2^n-2} + 1)^2 - (2 + \sqrt{2})x^{2^n-2}$$

$$= [x^{2^n-2} + 1 + \sqrt{2 + \sqrt{2}} x^{2^n-3}][x^{2^n-2} +$$

$$+ 1 - \sqrt{2 + \sqrt{2}} x^{2^n-3}]$$

با ادامه عمل بالاخره عامل مورد نظر حاصل می شود .

٦٩/٩ - ثابت کنید که در ازاء هر عدد مثبت  $u$  یک و تنهایک عدد مثبت  $v$  وجوددارد بقسمی که در هر مبنای دلخواه داشته باشیم :

$$\log(u+v) = \log u + \log v$$

حل - بنایه قضیه های اصلی لگاریتم داریم :

$$\log(u+v) = \log uv \Rightarrow u+v = uv$$

$$v = \frac{u}{u-1}$$

در ازاء هر مقدار از  $u$  (بد استثنای  $u=1$ ) برای  $v$  تنها یک مقدار وجود دارد که در رابطه مذبور صدق می کند .

### ٦٩/٦ از سعید فرشاد

از رابطه زیر مقدار  $x$  را بدست آورید :

$$\log_3 \sqrt[3]{x} = 3x - 2$$

حل - رابطه مفروض را به صورت زیر می نویسیم :

## حل مسائل کلاس پنجم طبیعی

$$\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \times \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow b^2 - 2ac - a^2 = 1$$

### حل مسائل کلاس پنجم ریاضی

۶۹/۱۱- ترجمه از مجله تربیت ریاضی.

در صفحه محورهای مختصات متعامد  $Ox$  و  $Oy$  نظیر هر عدد صحیح و مشت کوچکتر از صد نقطه‌ای بر صفحه محورها چنان انتخاب می‌کنیم که طول آن برابر با رقم یکان و عرض آن برابر با رقم دهگان آن عدد باشد.

۱) ثابت کنید که همه نقاط دریک مربع محدود می‌شوند.  
این مربع را مشخص کنید.

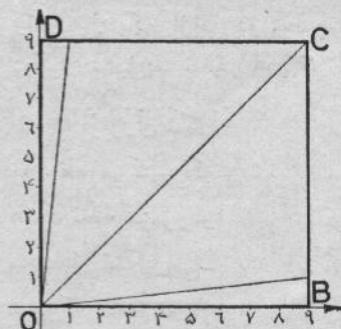
۲) گروههایی از این نقاط وجود دارند که هر کدام از آنها بریک خط ماربیر مبدأ واقعند. از این گروهها آنرا مشخص کنید که بیشترین عضور اداشتہ باشدو همچنین آنرا مشخص کنید که شامل کمترین عضو است.

۳) نقاطی که نظیر اعداد مضرب ۳ هستند به چه ترتیب واقع شده‌اند؟ همچنین نقاط نظیر اعداد مضرب ۹؟

۴) ثابت کنید که هشت نقطه نظیر اعداد  $32, 25, 23$ ،  $52, 36, 56, 63$  و  $65$  بر یک دایره واقعند. مختصات مرکز و طول شعاع این دایره را حساب کنید.

۵) نقاطی را پیدا کنید که بر یک دایره به مرکز دایره قبلی واقعند و یکی از آنها نظیر عدد  $16$  است.

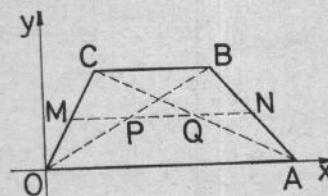
حل- چون  $9$  بزرگترین رقم است بنابراین حداقل طول نقاط



برابر با  $9$  و حداقل عرض نقاط نیز برابر با  $9$  بوده و کلیه نقاط بزرگتر از  $9$  در داخل مربع به رأسهای زیر قرار دارند:  
 O(۰۰)، B(۹۰)، C(۹۹)، D(۹۹)  
 که این نقاط به ترتیب متاظر با عدهای  $۹$  و  $۹۹$  و  $۹۹۹$  و  $۹۹۹۹$  می‌باشند.

۲) نقاطی که نسبت طول به عرض آنها با یکدیگر مساوی است بریک خط ماربیر مبدأ قراردارند. نسبت مذبور (به استثنای

۶۹/۹- با استفاده از مختصات نقطه ثابت کنید که در هر ذوزنقه اوساط دو ساق و اوساط دو قطر بریک خط مستقیم موازی بادو قاعده واقعند و طول قطعه خط واصل بین اوساط دو ساق و بین اوساط دو قطر به ترتیب برابر با نصف مجموع و نصف تفاضل دو قاعده می‌باشد.



حل- ذوزنقه و محورهای مختصات را مطابق با شکل انتخاب کرده و فرض می‌کنیم:

$O(a, 0)$  و  $A(b, 0)$  و  $B(0, c)$  و  $C(0, d)$

خواهیم داشت:

$$M\left(\frac{c}{2}, \frac{d}{2}\right) \text{ و } N\left(\frac{a+b}{2}, \frac{d}{2}\right)$$

$$P\left(\frac{b}{2}, \frac{d}{2}\right) \text{ و } Q\left(\frac{a+c}{2}, \frac{d}{2}\right)$$

چهار نقطه  $M$  و  $N$  و  $P$  و  $Q$  دارای عرضهای متساویند پس بریک خط موازی با محور  $X$  ها قراردارند و چون قاعده‌های ذوزنقه نیز با محور  $X$  ها موازیند پس خط مذبور با دو قاعده ذوزنقه موازی است.

ثانیاً با محاسبه طولهای پاره خطهای  $MN$  و  $PQ$  و  $BC$  و  $OA$  نتیجه خواهد شد که طول  $MN$  نصف مجموع طولهای  $BC$  و  $OA$  و  $PQ$  برابر با نصف تفاضل طولهای  $BC$  و  $OA$  می‌باشد.

۶۹/۱۰- از جواب فیض دانشجوی دانشکده فنی دانشگاه تبریز.

در صورتی که  $x'' = \cos \alpha$  و  $x' = \sin \alpha$  باشد:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

باشند رابطه‌ای بین  $a$  و  $b$  و  $c$  پیدا کنید.

حل- داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow x'^2 + x''^2 = 1$$

$$(x' + x'')^2 - 2x'x'' = 1$$

باهم برابرند پس دارای یک دایره محيطی مشترک می‌باشند.

نقاط نظیر هشت عدد مزبور را چنین فرض می‌کنیم.

$$P_4(6,6) \quad P_2(2,2) \quad P_5(5,5) \quad P_3(3,3)$$

$$P_6(6,5) \quad P_7(3,6) \quad P_8(5,6)$$

$$\omega P_1 = \sqrt{(4-2)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\omega P_4 = \sqrt{(4-5)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5}$$

.....

$$\omega P_8 = \sqrt{(4-5)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{5}$$

(۵) تفاوت طولها و عرضهای نقطه  $(1,6)$  و نقطه  $\omega$

برابر با عدد  $2\sqrt{2}$  است و همه نقاطهایی که تفاوت طولها و عرضهای آنها و نقطه  $\omega$  برابر با  $2\sqrt{2}$  باشند عبارتند از:

$$Q_4(7,2) \quad Q_2(1,2) \quad Q_5(2,1) \quad Q_1(6,1)$$

$$Q_6(6,7) \quad Q_7(2,7) \quad Q_8(7,6) \quad Q_9(1,6)$$

این هشت نقطه بر دایره‌ای واقعند که مرکز آن  $(4,4)$  و

شعاع آن برابر است با:

$$\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

**۶۹/۱۲ - از محمد داوری** دانشجوی دانشگاه آریامهر.

با استفاده از رابطه زیر نسبتهای مثلثاتی زاویه حاده  $\alpha$  را بر حسب  $m$  حساب کنید.

$$\sin \alpha = 2m \tan \alpha$$

$$\cot \alpha = \sqrt{2} \quad \text{به ازاء چه مقدار } m \text{ داریم:}$$

**حل** - رابطه داده شده را چنین می‌نویسیم:

$$\sin \alpha = \frac{2m \sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = 2m$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - 4m^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{1 - 4m^2}}{2m} \quad \cot \alpha = \frac{2m}{\sqrt{1 - 4m^2}}$$

$$\cot \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{2m}{\sqrt{1 - 4m^2}} = \sqrt{2}$$

$$4m^2 = 2(1 - 4m^2) \quad \text{یا} \quad 12m^2 = 2$$

$$m = \pm \frac{\sqrt{6}}{6}$$

**۶۹/۱۳ - ترجمه: فتح الله ذرگری**

از یک نقطه مفروض حداکثر چند نیم خط در فضای تو ان رسم کرد که دو به دو با یکدیگر زاویه منفرجه بسازند.

**حل** - قبلایادآوری می‌کنیم که دریک صفحه از یک نقطه حداکثر سه نیم خط می‌توانیم رسم کنیم که دو به دو با یکدیگر زاویه منفرجه بسازند.

$\frac{1}{9}$  و  $\frac{1}{9}$  حداقل  $\frac{1}{9}$  می‌باشد. چون تنها یک عدد دورقیمی

وجود دارد که رقم یکان آن  $9$  برابر رقم دهگان آن است (عدد  $19$ ) و همچنین تنها یک عدد دورقیمی وجود دارد که رقم دهگان آن  $9$  برابر رقم یکان آن است (عدد  $91$ ) پس دو گروه نقاط  $(99)$  و  $(99)$  و  $(99)$  گروههایی هستند که شامل حداقل نقاط واقع بر یک خط باشند.

گروهی که شامل بیشترین عضوها است مربوط به اعداد  $1160$  و  $33922$  و ... و  $99$  است که نسبت بین ارقام آنها برابر با یک است. نقاط نظیر این اعداد عبارتند از:

$(99)$  و ... و  $(292)$  و  $(191)$  و  $(99)$  که همه این نقاط بر قطر  $OC$  از مریع  $OB$  دارند.

(۳) عددی که مضرب  $3$  باشد مجموع رقمهایش مضرب  $3$  است و اگر عدد دورقیمی  $xy$  را در نظر بگیریم، وقتی این عدد مضرب  $3$  است که یکی از روابط زیر را داشته باشیم:

$$x+y=3 \quad \text{یا} \quad x+y=9$$

$$x+y=12 \quad \text{یا} \quad x+y=15$$

هر یک از این معادلات خطی رامعین می‌کند که برنیمساز زاویه  $xOy$  عمود است پس نقاط نظیر اعداد مضرب  $3$  بر خطوطی

متوازی به ضریب زاویه‌ای مشترک برابر با یک واقع‌اند.

خط به معادله

$$x+y=18$$

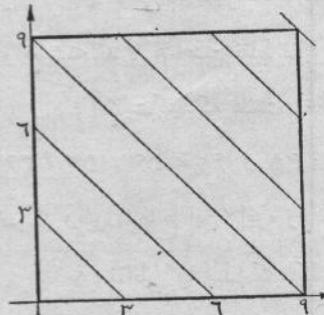
تنها یک نقطه  $(9,9)$

نظیر عدد  $99$  می‌باشد.

نقاط نظیر عدد های

مضرب  $9$  بر خطوط

به معادلات:



واقع‌اند. یکی از این دو خط همان قطر  $BD$  از مریع است و دیگری شامل یک نقطه  $(9,9)$  نظیر عدد  $99$  می‌باشد.

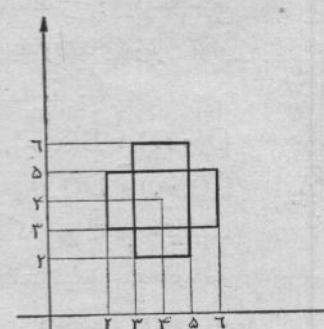
(۴) از روی شکل ملاحظه می‌کنیم که

هشت نقطه "مزبور" دو مستطیل تشکیل می‌-

دهند که نقطه  $(4,4)$

مرکز مشترک آنها

است و در ضمن دو مستطیل مزبورداری ابعاد متساوی بوده و



$$y' = 3ax^r + b$$

$$x = \pm 1 \Rightarrow 3a + b = 0 \text{ یا } b = -3a$$

وتابع مطلوب عبارت می‌شود از:

$$y = ax^r - 3ax$$

۶۹/۱۵ معادله مثلثاتی کلاسیک از نوع :

$$a\sin x + b\cos x = c$$

تشکیل دهید بنابر آنکه ریشه‌های آن عبارت باشند از:

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\text{حل - بافرض } \frac{c}{a} = q \text{ و } \frac{b}{a} = p$$

صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} \sin(2K\pi + \frac{\pi}{6}) + p\cos(2K\pi + \frac{\pi}{6}) = q \\ \sin(2K\pi + \frac{\pi}{3}) + p\cos(2K\pi + \frac{\pi}{3}) = q \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} + p\frac{\sqrt{3}}{2} = q \\ \frac{\sqrt{3}}{2} + p = q \end{array} \right. \Rightarrow p = 1 \text{ و } q = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

معادله مطلوب بعد از حذف مخرج مشترک چنین

می‌شود:

$$2\sin x + 2\cos x = 1 + \sqrt{3}$$

## حل مسائل کلاس ششم ریاضی

۶۹/۱۶ فرستنده: سلمان نور آذر دانشجوی

هلی تکنیک تهران.

ثابت کنید که اگر تابعی زوج باشد مشتق آن تابعی است

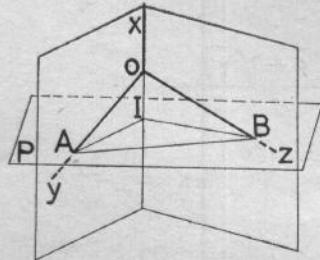
فرد و اگر تابعی فرد باشد مشتق آن تابعی است زوج.

حل - وقتی که تابع  $y = f(x)$  زوج باشد داریم:

$$f(-x) = f(x) \Rightarrow -f'(-x) = f'(x)$$

یعنی تابع  $f'(x)$  که همان مشتق تابع مفروض است تابعی فرد

می‌باشد.



ازیک نقطه O به آسانی می‌توان سه نیم خط Oz و Oy و Ox را در فضای چنان رسم کرد که هر یک از زاویه‌های xOy و yOz و zOx منفرجه باشد. ثابت می‌کنیم که زاویه بین صفحات zOx و zOy نیز منفرجه است. نقطه I رادر امتداد Ox و در طرف دیگر این نیم خط انتخاب می‌کنیم و صفحه P را در I عمود بر Ox می‌گذاریم که Oz رادر A و Oz رادر B قطع می‌کند. زیرا OA و همچنین Oz نسبت به Ox مایل هستند در صورتی که صفحه P بر Ox عمود است. زاویه AIB مسطحه فرجه دو صفحه xOy و xOz است بنابراین از زاویه AOB بزرگتر است و چون زاویه AOB منفرجه است پس زاویه AIB نیز منفرجه است.

اگر ازیک نقطه O تعداد n نیم خط در فضای چنان کرده باشیم کمدو بد و باهم زاویه منفرجه بسازند و بر هر یک از این نیم خطها صفحه‌ای بگذاریم بنابر آنچه که ثابت شد این صفحات دو بد و با یکدیگر زاویه منفرجه می‌توانند اما چون بر یک خط حد اکثر سه صفحه می‌توانیم بگذاریم که زاویه دو بد و آنها منفرجه باشد. و اگر فصل مشترک این صفحات را نیز در نظر بگیریم نتیجه می‌شود که ازیک نقطه حد اکثر چهار نیم خط در فضای می‌توانیم رسم کنیم که زاویه دو بد و آنها منفرجه باشد.

## حل مسائل کلاس ششم طبیعی

۶۹/۱۶ - تابع درجه سوم  $f(x)$  را معین کنید بنابر آنکه

$f(x) = -f(-x)$  دارد و درازه  $x = \pm 1$  دارای ماکسیمم با مینیمم باشد.

حل - فرم کلی تابع درجه سوم  $f(x)$  چنین است:

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

چون باید  $f(x) = -f(-x)$  باشد لازم می‌آید که تابع فقط

شامل جمله‌هایی باشد که نسبت به  $x$  درجه آنها فرد است. بنابراین  $b = d = 0$  بوده و تابع مطلوب به صورت کلی

زیر است:

$$y = ax^3 + bx$$

این تابع باید درازه  $x = \pm 1$  دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد پس:

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) - m \left[ \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\right) \cos + \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right) \sin x \right] + \frac{1}{2} = 0$$

$$2\left(\frac{1}{2} - \sin^2(x - \frac{\pi}{4})\right) - m \left[ \cos x \sin \frac{5\pi}{12} + \sin x \cos \frac{5\pi}{12} \right] + \frac{1}{2} = 0$$

$$4\sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + 2m \sin(x + \frac{5\pi}{12}) - 3 = 0$$

$$4\sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + 2m \sin[(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{2\pi}{3}] - 3 = 0$$

$$4\sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + m\sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4}) - m\sin(x - \frac{\pi}{4}) - 3 = 0$$

$$\begin{aligned} \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + 3 - 3\cos^2(x - \frac{\pi}{4}) - \\ m[\sin(x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4})] - 3 = 0 \\ [ \sin(x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4}) ] [ \sin(x - \frac{\pi}{4}) - \\ - \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4}) ] - m[\sin(x - \frac{\pi}{4}) - \\ \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4})] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\sin(x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4})][\sin(x - \frac{\pi}{4}) + \\ + \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4})] - m = 0 \end{aligned}$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\tan(x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3} \rightarrow x = K\pi + \frac{7\pi}{12}$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{3}\cos(x - \frac{\pi}{4}) - m = 0$$

$$\begin{aligned} \sin[(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{3}] = \frac{m}{2} \Rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{12}) = \\ = \frac{m}{2} = \sin \alpha \end{aligned}$$

در صورتی که تابع فرد باشد داریم:

$$f(-x) = -f(x) \Leftrightarrow f'(-x) = f'(x)$$

یعنی مشتق تابع، تابعی است زوج.

- ۶۹/۱۷ - تابع زیر مفروض است.

$$y = \frac{x^r + ax + 1}{x^r + x - a}$$

ثابت کنید که اگر منحنی نمایش این تابع دارای مرکز تقارن I باشد، نقطه II همان نقطه تلاقی منحنی با مجانب افقی آن می‌باشد. مقدار a را پیدا کنید برای آنکه منحنی نمایش تابع مرکز تقارن داشته باشد.

**حل - در تابع فوق داریم:**

$$\begin{array}{l|l} x \rightarrow +\infty & x \rightarrow -\infty \\ y \rightarrow 1 & y \rightarrow 1 \end{array}$$

اگر M و N دو نقطه با طولهای مختلف العلامت از منحنی باشند که عرض آنها بسیار نزدیک به یک باشد ( $y = 1 \pm \epsilon$ ) و I مرکز تقارن منحنی فرض شود وقتی عرض این نقاط به سمت یک میل کند دونقطه M و N نسبت به I قرینه خواهند شد و در نتیجه عرض I برابر با یک می باشد یعنی I بر مجانب افقی منحنی قرار دارد. از طرف دیگر این مجانب منحنی را در یک نقطه A واقع در فاصله محدود قطع می‌کند. قرینه A نسبت به I هم بر منحنی واقع است و هم روی مجانب بنچار A بر I منطبق خواهد بود.

در ازاء  $y = 1$  نتیجه خواهد شد:

$$I(x = \frac{1+a}{1-a}, y = 1)$$

چنانچه محورهای مختصات را انتقال دهیم تا I مبدأ جدید باشد و معادله حاصل را مرتب کرده ضربهای جمله‌های درجه زوج را برابر با صفر قرار دهیم نتیجه خواهد شد:

$$a = -3$$

- ۶۹/۱۸ - از علی ظرافت جو

مطلوبست حل و بحث معادله زیر:

$$\begin{aligned} 4\sin 2x - m[(\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos x + \\ + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin x] + 2 = 0 \end{aligned}$$

حل - معادله را به صورت زیرمی‌نویسیم:

با حذف  $b$  به معادله زیر می‌رسیم :

$$3a^2 - 15a + 22 = 0$$

که  $a = 2$  و  $b = 4$  عدد مطلوب می‌شود.

$$\overline{ab} = 24$$

برای  $K = 3$  خواهیم داشت :

$$\frac{10a+b}{3} = a^2 - ab + b^2 \quad \text{و} \quad a+b = 9$$

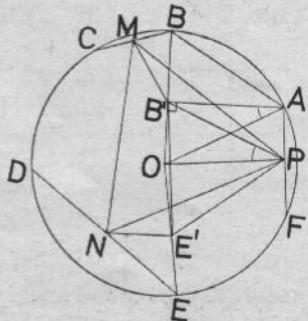
و جوابی نخواهد داشت.

جواب مسئله همان عدد ۲۴ است.

**۶۹/۲۱** ترجمه از فرانسه

بر دایره به مرکز  $O$  سه کمان  $AB$  و  $CD$  و  $EF$  هم جهت بوده و اندازه هریک از آنها  $60^\circ$  درجه است. اگر'  $E'$  وسط  $OB$  وسط  $OE$  و  $M$  و  $N$  و  $P$  به ترتیب وسطهای وترهای  $BC$  و  $DE$  و  $FA$  پاشد ثابت کنید که هر یک از مثلثهای  $PMN$  و  $PB'E'$  متساوی الاضلاع می‌باشد.

**حل** - چون دو کمان  $AB$  و  $EF$  متساویند پس  $AF$  با  $BE$  موازی است و  $OP$  که عمود منصف  $AF$  است عمود منصف



$BE$  نیز می‌باشد. از  $BE$  طرف دیگر  $B'E'$  با  $BE$  موازی و متساوی  $BE$  با نصف آن است پس  $OP$  عمود منصف  $BE$  بوده و  $B'E'$  با  $BE$  برابر است یعنی  $PE'$

مثلث  $PE'B'$  متساوی الساقین است. مثلث  $OAB$  متساوی الاضلاع است و درنتیجه  $B'$  بر  $AB$  عمود بوده و اندازه زاویه  $OAB$  برابر  $30^\circ$  درجه است.

زاویه  $OPA$  قائم و چهارضلعی  $OPAB$  محاطی بوده و دوزاویه  $OAP$  و  $OPB$  متساویند. پس اندازه زاویه  $B'PE'$  برابر  $30^\circ$  درجه است و از آنجا اندازه زاویه  $B'MN$  متساوی و موازی با  $OC$  و  $E'N$  متساوی

و موازی با  $OD$  است و زاویه  $COD$  برابر  $60^\circ$  درجه است پس امتدادهای  $M$  و  $N$  با یکدیگر زاویه  $60^\circ$  درجه ساخته و  $B'M = E'N$ . دردوران به مرکز  $P$  و به زاویه  $60^\circ$  درجه که  $B'$  بر  $E'$  منطبق شود  $M$  بر  $N$  منطبق می‌گردد. پس  $PM = PN$  و زاویه  $MPN$  برابر  $60^\circ$  درجه است و درنتیجه مثلث  $PMN$  متساوی الاضلاع است.

$$x = 2K\pi + \frac{\pi}{12} + \alpha \quad \text{یا} \quad x = 2K\pi + \frac{13\pi}{12} - \alpha$$

$$-1 < \sin(x - \frac{\pi}{12}) < 1 \Rightarrow -\frac{K}{2} < 1 \Rightarrow$$

$$-2 < K < 2$$

**۶۹/۱۹** فرستنده : مصطفی گودرزی طائفه

عددی شش رقمی تعیین کنید که رقم یک آن یک باشد

اگر رقم یک را از سمت راست آن برداشته آنرا در سمت چپ عدد بگذاریم ، عدد حاصل ثلث عدد موردنظر باشد.

**حل** - اگر  $N$  عدد مطلوب و شماره دهگان آن را

فرض کنیم یعنی  $1 + d = N$  داریم :

$$10^5 + d = \frac{1}{3}(10d + 1) \Rightarrow d = 42857$$

$$N = 428571$$

**۶۹/۲۰** فرستنده : قوام نحوی

عددی دورقی پیدا کنید که برابر با ثلث مجموع مکعبات رقمها باشد.

**حل** - داریم :

$$ab = \frac{1}{3}(a^3 + b^3)$$

$$3(10a+b) = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

در اینجا یکی از دو عامل  $a+b$  یا  $a^2 - ab + b^2$  یا هر دو مضرب ۳ هستند.

فرض می‌کنیم  $a+b = 3K$  باشد از طرف دیگر  $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$  حداقل ۹ می‌باشد زیرا اگر به فرض  $a+b = 12$  باشد و آنها را مساوی هم بگیریم ثلث مجموع مکعبات آنها سه رقمی می‌شود.

اگر  $K = 1$  باشد :

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 10a+b=a^2-ab+b^2 \end{cases}$$

این دستگاه جواب ندارد.

اگر  $K = 2$  باشد :

$$\begin{cases} a+b=6 \\ 10a+b=a^2-ab+b^2 \end{cases}$$

پس :

$$zB = 30^\circ \quad zA = 60^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه ABC می‌توان نوشت:

$$AC = \frac{1}{2}AB = 4\text{ cm}$$

$$\overrightarrow{AC} = \frac{4}{2} = 2 \text{ N}$$

پس :

$$CB' = AB' - AC' = 64 - 16 = 48 \quad \text{ونیز}$$

$$CB = 4\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$\overrightarrow{CB} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ N}$$

### ۶۹/۲۴- برای کلاس چهارم

به طریق ترسیم بزرگی برآیند سه نیروی متقارب

را تعیین کنید، با فرض آنکه  $\overrightarrow{F_1}$  و  $\overrightarrow{F_2}$  و  $\overrightarrow{F_3}$  را تعیین کنید.

$$F_1 = 2\text{ N}, F_2 = 3\text{ N}, F_3 = 5\text{ N}$$

$$(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}) = 45^\circ \quad \text{و} \quad (\overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}) = 60^\circ$$

حل - نیروها را با بردار نمایش می‌دهیم. برای این

منظور مقیاس مناسبی اختیار می‌کنیم.

مثلث هر نیوتون را با

برداری به طول ۲cm

نمایش می‌دهیم. زاویه

بین بردارهای  $\overrightarrow{F_1}$  و  $\overrightarrow{F_2}$

را برابر  $45^\circ$  اختیار

می‌کنیم. نیز زاویه بین

بردارهای  $\overrightarrow{F_1}$  و  $\overrightarrow{F_3}$

را برابر  $60^\circ$  اختیار می‌کنیم. سپس از راه متوازی الاضلاع نیروها

به رسم برآیند می‌پردازیم. پس از ترسیم برآیند آن را با خطکش

اندازه می‌گیریم و حاصل را بر حسب نیوتون بیان می‌کنیم.

نتیجه: طول OA برابر  $7/5\text{ cm}$  است. بنابراین

بزرگی برآیند نیرو برابر  $2/5$  نیوتون است.

### ۶۹/۲۵- برای کلاس پنجم

فاصله کانونی آینه‌ای مقرر برابر  $20\text{ cm}$  است. سوزنی

به طول  $10\text{ cm}$  بطور افقی در مقابل این آینه قرار می‌گیرد

بطوری که فاصله نزدیکترین سر آن به آینه  $50\text{ cm}$  است. طول

تصویر سوزن در این آینه چقدر است؟

### ۶۹/۲۲- ترجمه از فرانسه

دایره C به قطر ثابت AA' مفروض است. در

M مس  $\overrightarrow{Ax}$  را بر دایره رسم می‌کنیم و روی آن نقطه متغیر M را در نظر می‌گیریم. از M مس MT را بر دایره رسم می‌کنیم. خط MA' با عمودی که از T بر AA' رسم شود در متلاقی می‌شود. وقتی M بر Ax حرکت کند مکان نقطه P را تعیین کنید.

حل - اگر S نقطه تلاقی MT با AA' و H پای

عمود مرسوم از T بر TH باشد خط AA' قطبی S نسبت به دایرة C است در نتیجه تقسیم (S, H, A) و (A, H, S) و (M, T, M')

تواافقی بود و شعاعهای AM و AM' و AT و AS (یک دسته اشعه توافقی می‌باشند. خط TH با شعاع AM از دستگاه می‌بورموازی است پس به وسیله سه شعاع دیگر نصف می‌شود یعنی P وسط TH است و داریم:

$$\frac{PH}{TH} = \frac{1}{2}$$

وقتی T تمام دایره C را بپیماید نقطه P یک بیضی را می‌کند که دایره C دایره اصلی آن می‌باشد.

### حل مسائل فیزیک

ترجمه و انتخاب توسط: هوشنگ شریفزاده

### ۶۹/۲۳- برای کلاس چهارم

دایره‌ای است به قطر  $AB = 8\text{ cm}$ . فرض می‌کنیم

بردار  $\overrightarrow{AB}$  معرف نیروی  $f = \overrightarrow{AB}$  باشد. نقطه A را به نقطه

C از دایره وصل می‌کنیم که کمان AC یک سوم نیم دایره می‌باشد.

بزرگی نیروی  $\overrightarrow{AC}$  و همچنین بزرگی نیروی  $\overrightarrow{CB}$  را تعیین کنید (مقیاس: هر  $2\text{ cm}$  برابر یک نیوتون).

حل - داریم:

$$\widehat{AC} = \frac{1}{3} \widehat{AB} = \frac{180}{3} = 60^\circ$$



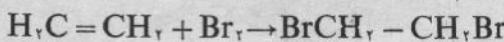
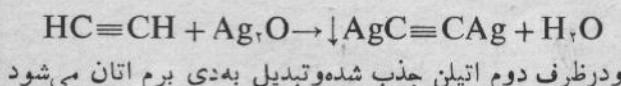
## حل مسائل شیمی

ترجمه: فتح الله زرگری از مجله «علم و زندگی»

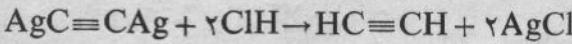
۶۹/۲۹ - گازهای مخلوط متان، اتیلن و استیلن را

چگونه از هم جدا کنیم؟

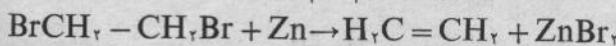
**حل** - برای جدا کردن این گازها از خواص شیمیائی آنها استفاده می کنیم. در مرور داین مخلوط لازم است که گاز مخلوط را از درون دورن در ظرف صافی عبور داد. یکی از ظرفها شامل محلول آمونیاکی اکسید نقره و دیگری شامل آب برم است در اثر این عمل در ظرف اول استیلن جذب شده و تولید آب و استیلور نقره می کند.



بهین ترتیب در اثر عبور مخلوط گازها از درون این دو ظرف متان باقی می ماند و گازهای دیگر جذب می شوند. برای بدست آوردن گاز استیلن از رسوب ظرف اول کافی است به رسوب اسید کلرید ریک غلیظ اضافه کرد:

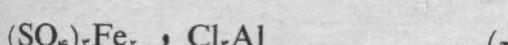
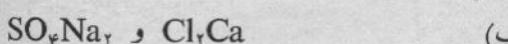
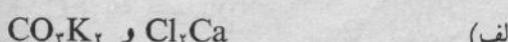


و برای جدا کردن اتیلن از آب برم اتان کافی است که آنرا با برآرد روى مخلوط کرده و گرم کنیم.



۶۹/۳۰ - آیا می توان محلولهایی تهیه کرد که در عین

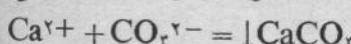
حال شامل نمکهای زیر باشند:



**حل** - (a) محلول این دونمک نمی توانند هیچگاه در

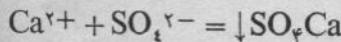
یک محلول در کنار هم باقی بمانند زیرا یونهای  $\text{Ca}^{2+}$  و

$\text{CO}_3^{2-}$  باهم ترکیب شده و تولید رسوب  $\text{CaCO}_3$  می کنند



(b) به همان دلیل بالا (چون رسوب است) تهیه

محلولی که شامل نمکهای قسمت b باشد ممکن نیست:



(c) در این حالت تهیه محاولی که شامل این دونمک باشد

مجموع دو مسافت بنویسید. اگر نیم کیلومتر بعدی را جدا گانه در نظر می گرفتیم، می بایستی برای تندی اولیه مقدار دیگری در نظر می گرفتیم و نمی توانستیم همان مقدار را که در شروع نیم کیلومتر اول داشت، منظور کنیم.

### ۶۹/۲۸ - برای کلاسهای ششم

قطاری از حال سکون به راه می افتد و پس از ۴ دقیقه و طی ۳ کیلومتر متوقف می شود. بزرگترین سرعت قطار  $67,5 \text{ km/h}$  بوده است. شتاب مثبت و شتاب منفی یکنواخت بوده است. مسافتی را که قطار با حداقل سرعت پیموده است تعیین کنید.

**حل** - باید توجه داشت که در مسئله نگفته شتاب مثبت برابر شتاب منفی است.

فرض کنیم که  $x_1$  مسافتی باشد که با شتاب مثبت  $t_1$  در مدت  $t_1$  طی شده است. نیز  $x_2$  مسافتی باشد که با شتاب منفی  $t_2$  در مدت  $t_2$  طی شده است و  $x$  مسافتی باشد که با سرعت یکنواخت در مدت  $t$  طی شده است.

با بكاربردن واحدهای متر و ثانیه داریم:

$$x_1 = \frac{1}{2} \gamma_1 t_1^2 = \frac{75}{8} t_1^2 \quad \text{و} \quad \frac{75}{4} = \gamma_1 t_1$$

و به همین ترتیب:

$$x_2 = \frac{75}{4} t_2 - \frac{1}{2} \gamma_2 t_2^2 = \frac{75}{4} t_2$$

$$x_2 = \frac{75}{4} t_2 - \frac{75}{8} t_2^2 = \frac{75}{8} t_2$$

$$x = \frac{75}{4} t$$

$$x_1 + x + x_2 = \frac{75}{8} t_1 + \frac{75}{4} t + \frac{75}{8} t_2 = 3000$$

$$t_1 + 2t + t_2 = \frac{3000 \times 8}{75} = 320$$

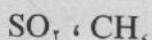
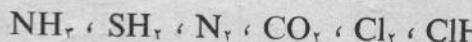
$$t_1 + t + t_2 = 240$$

$$t = 80 \text{ s}$$

هر مسافتی که با حداقل سرعت پیموده شده است برابر

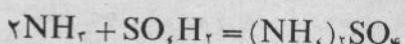
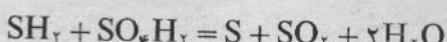
$$\frac{75}{4} \times 80 \text{ m} \quad \text{یعنی برابر } 15 \text{ کیلومتر است. معلومات مسئله}$$

برای تعیین جدا گانه  $t_1$  و  $t_2$  کافی نیست.

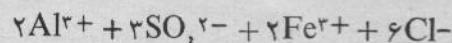
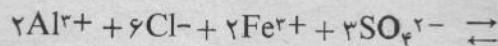


حل - بجز دو گاز  $\text{SH}_2$  و  $\text{NH}_3$  تمام گازهای فوق

را می‌توان با  $\text{SO}_2\text{H}_2$  غلیظ خشک کرد. دو گاز اخیر با اسید سولفوریک غلیظ ترکیب شده به صورت زیر در می‌آیند:



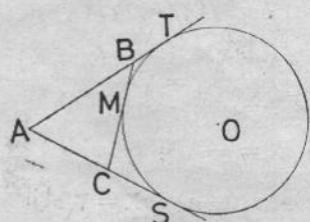
ممکن است زیرا واکنش بین یونها در این حالت عمل ممکن نیست.



- ۶۹،۳۱ کدامیک از گازهای زیر را می‌توان با اسید

سولفوریک غلیظ خشک کرد:

## پاسخ تستهای ریاضی



۶۹،۳۶ - (ب)

محیط مثلث  $ABC$  در  
هر حال ثابت و برابر  
است با  $2AT$  زیرا:  
 $CM = CS$  و  
 $BM = BT$

$$AB + BM + MC + CA =$$

$$AB + BT + SC + CA$$

$$= AT + AS = 2AT = 2AS$$

- (ب) زیرا چون  $a$  منفی است

است و برای اینکه  $P$  مستقل از  $a$  باشد باید داشته باشیم  
 $|a + 2| = -a - 2$  و این درست وقوعی است که  $a + 2 < 0$  یا

$a < -2$  باشد.

- (ج) لگاریتم یک عدد وقتی با آن عدد بزرگ

یا کوچک می‌شود که عدد مذبور بزرگتر از یک باشد. وقتی عددی مشبت اما کوچکتر از یک باشد لگاریتم آن منفی است و درنتیجه در جهت عکس آن عدد ترقی یا تنزل می‌کند.

- (الف) زیرا از رابطه داده شده خواهیم داشت:

$$\log x \log a = \log a \log 4$$

از طرفین این رابطه وقتی می‌توانیم  $\log a$  را حذف کنیم که  
 $a \neq 1$  یعنی  $\log a \neq 0$  باشد.

- (د) زیرا مثلث  $ACH$  قائم الزاویه متساوی-

- (ج) زیرا شعاع دایره مقداری است مثبت.

- (الف) - چون برای محاسبه  $f(x)$  و همچنین  $fff(x)$  در یک عبارت که نسبت به  $x$  از درجه اول است به جای  $x$  عبارتی قرار می‌دهیم که نسبت به  $x$  از درجه اول است در نتیجه حاصل عبارتی خواهد بود باز هم از درجه اول.

- (الف) زیرا اگر  $f(x) = ax + b$  باشد

خواهیم داشت:

$$fff(x) = a^3x + a^2b + ab + b$$

$$a^3x + a^2b + ab + b = 2x + 1$$

$$\begin{cases} a^3 = 2 \\ a^2b + ab + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{2} \\ b(a^2 + a + 1) = 1 \end{cases}$$

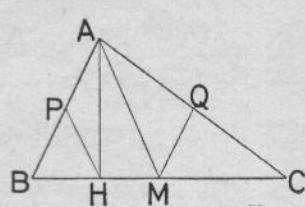
$$b = \frac{1}{a^2 + a + 1} = \frac{a - 1}{a^3 - 1}$$

$$a = \sqrt[3]{2} \Rightarrow b = \sqrt[3]{2} - 1$$

- (د) پاره خطهای  $HP$  و  $MQ$  باهم برابرند

زیرا  $MQ$  که اوساط دو ضلع  $BC$  و  $CA$  را بهم وصل کرده

است با نصف  $AB$  برابر  
است و در مثلث قائم-  
الزاویه  $AHB$  طول  
میانه  $HP$  بانصف وتر  
یعنی بانصف  $AB$  برابر  
است.



وقتی برقرار است که  $\sin X > 0$  و  $\cos X < 0$  یعنی انتهای کمان  $X$  در ربع دوم از دایره مثلثاتی واقع باشد.

**۶۹/۴۵** - (ج) هر خط که با  $BC$  موازی باشد یا از وسط پاره خط  $BC$  بگذرد از  $C$  به یک فاصله است و بینها یخت خط می‌توان رسم کرد که همه با  $BC$  موازی باشند یا اینکه از وسط  $BC$  بگذرند.

تبصره - از نقطه  $A$  غیر از خط  $\triangle$  تنها یک خط دیگر می‌توان رسم کرد که از  $C$  و  $B$  متساوی الفاصله باشدو آن خطی است که از  $A$  و از وسط  $BC$  می‌گذرد.

**۶۹/۴۶** - (ج) اگر  $ABC$  مثلث متساوی الاضلاع و  $AH$  ارتفاع آن باشد  $H$  وسط  $BC$  نیز می‌باشد.

چنانچه  $A'B'C'$  تصویر مثلث  $ABC$  و  $H'$  تصویر  $H$  باشد عموماً  $H'$  وسط  $B'C'$  است. برای اینکه مثلث  $A'B'C'$  متساوی الساقین باشد لازم است که  $A'H'$  بر  $B'C'$  عمود باشد یعنی زاویه  $H'$  قائم باشد و چون زاویه  $H$  قائم است تصویر آن وقتی زاویه قائم است که صفحه تصویر اقلاباً یک ضلع آن یعنی یا با  $BC$  و یا با  $AH$  موازی باشد.

**۶۹/۴۷** - (د) بر حسب موضع مختلف که انتهای کمانهای  $\alpha$  و  $\beta$  اختیار می‌کنند گاهی نامساوی  $\alpha < \beta$  و گاهی نامساوی  $\alpha > \beta$  برقرار است.

**۶۹/۴۸** - (ب) چون  $A$  بین  $C$  و  $B$  واقع شده است، حداقل  $k$  وقتی حاصل است که  $M$  بر  $A$  منطبق باشد که در این صورت مقدار  $k$  برابر است با طول  $BC$  یعنی:

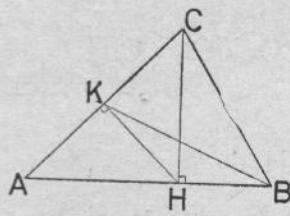
$$|XB - XC| = |4 + 1| = 5$$

**۶۹/۴۹** - (الف) طول قطعه خط  $OP$  یعنی طول ضلع مربع برابر است با  $|2a|$  و چون  $a$  عددی است جبری و طول نقطه  $P$  نیز عدد جبری  $OP$  است پس برابر است با  $2a$

**۶۹/۵۰** - (ج) در مثلث قائم الزاویه  $ACB$  طول میانه  $CM$  با نصف طول  $AB$  برابر است. اگر  $H$  تصویر  $M$  بر صفحه  $P$  باشد نقطه  $C$  وقتی بر صفحه  $P$  وجود خواهد داشت که  $CM > HM$  یعنی طول  $MH$  از نصف طول  $AB$  کوچکتر و حداکثر با آن برابر باشد. در حالتی که  $HM$  با نصف طول  $AB$  برابر باشد تنها یک نقطه  $C$  در صفحه وجود خواهد داشت که بر  $H$  منطبق است. اگر بیش از یک نقطه  $C$  در صفحه  $P$  یافت شود در این صورت هر نقطه از دایره به مرکز  $H$  و به شعاع  $HC$  که انتخاب شود فاصله اش تا  $M$  با  $CM$  برابر است و رأس زاویه قائم به وتر  $AB$  می‌باشد.

**۶۹/۵۱** - (ب) چون ضریب زاویه‌ای خط  $\triangle$  برابر است با  $\pm \infty$  پس باید:

دنبله در صفحه ۲۱۲



الساقین است و  $K$  وسط میانه  $BK$  بوده  $AC$  ضلع  $AC$  است. مثلث  $ABC$  متساوی الساقین نیست پس ارتفاع  $CH$  نیست میانه ضلع  $AB$  نیست

تا بوسیله میانه  $BK$  به نسبت ۲۱ تقسیم شود و همچنین میانه  $BK$  نمی‌تواند نمی‌ساز زاویه  $B$  باشد.

**۶۹/۴۱** - (ج) وقتی فاصله دونقطه  $A$  و  $B$  برابر ۷ باشد  $\overline{AB}$  برابر با  $7 + 7$  یا  $7 - 7$  است و به ترتیب برای طول  $B$  مقادیر  $6$  و  $8$  بدست می‌آید.

**۶۹/۴۲** - (ب) چون طول  $AB$  و همچنین طول  $'A'B'$  معلوم است نه اندازه جبری آنها، بنابراین ممکن است  $B'$  سمت راست یا سمت چپ  $'A'$  قرار داشته باشد و عرض نقطه  $B$  بیشتر از عرض نقطه  $A$  یا کمتر از آن باشد.

**۶۹/۴۳** - (د) زیرا داریم:

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \quad \text{یا} \quad \frac{(x+2)^2}{x^2} = 1 + \frac{(x+1)^2}{x^2}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \implies x = -1 \quad \text{یا} \quad 3$$

در ازاء  $x = 3$  مقادیر  $\cos \alpha$  و  $\tan \alpha$  هر دو مشتبه هستند پس انتهای  $\alpha$  در ربع اول از دایره مثلثاتی واقع است. اما در ازاء  $x = -1$   $\tan \alpha = 0$  داریم و  $\cos \alpha = -1$  یعنی انتهای کمان  $\alpha$  در نقطه  $A'$  حد بین ربع دوم و ربع سوم از دایره مثلثاتی قرار دارد.

**۶۹/۴۴** - (الف) زیرا داریم:

$$\sqrt{1 + 2\sqrt{\sin^2 X(1 - \sin^2 X)}} = \\ = \sqrt{1 + 2\sqrt{\sin^2 X \cos^2 X}} = \sqrt{1 + 2|\sin X \cos X|}$$

وقتی داریم  $|\sin X \cos X| = -\sin X \cos X$  که  $\sin X \cos X$  مختلف العلامت باشند. با این شرط داریم:

$$\sqrt{1 - 2\sin X \cos X} = \sqrt{(\sin X - \cos X)^2} = \\ = |\sin X - \cos X|$$

باید داشته باشیم:

$$|\sin X - \cos X| = \sin X - \cos X$$

و این در موقعی است که  $\sin X > \cos X$  باشد و چون  $\sin X$  و  $\cos X$  مختلف العلامت هستند پس نامساوی مذکور منحصر

# مسئاول پرایی حل

## کلاس چهارم طبیعی

مقدار  $x$  برای  $\log_a(a+1)$  برابر است با بیشترین مقدار  $\log_{a+1}a^x$ .

### ۷۰/۶ - ترجمه فتح الله زرگری

در چهار ضلعی ABCD از A خطی موازی با BC می‌کنیم که امتداد BD را در M قطع می‌کند و از B خطی موازی با AD رسم می‌کنیم که امتداد AC را در N قطع می‌کند. ثابت کنید که MN با CD موازی است.

## کلاس پنجم طبیعی

۷۰/۷ - معادله خطی را بنویسید که با محور  $x'$  زاویه  $45^\circ$  درجه ساخته، خط به معادله  $2x+y=2$  را در M، محور  $x'$  را در P و محور  $y'$  را در Q قطع کند بقسمی که M وسط PQ باشد.

۷۰/۸ - بدفرض اینکه داشته باشیم :

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2 \cos 30^\circ \cos \alpha$$

اولاً نسبتهاي مثلثاتي کمان حاده  $\alpha$  را برحسب a حساب کنید و معلوم کنید که a در چه شرایطی باید صدق کند. ثانیاً اگر کمان  $\alpha$  برابر با  $60^\circ$  درجه باشد مقدار a را حساب کنید.

## کلاس پنجم ریاضی

۷۰/۹ - ترجمه از مجله تربیت ریاضی روی محور  $x'$  نقطه A به طول ۱ و نقطه A' به طول

۷۰/۱ - ترجمه فتح الله زرگری دانشجوی دانشکده فنی دانشگاه تهران به فرض اینکه داشته باشیم  $ab = 2a^2 + 2b^2$  مقدار  $\frac{a+b}{a-b}$  را با فرض  $b > a > 0$  حساب کنید.

۷۰/۲ - چند ضلعی محدب و غیر منتظم که تعداد ضلعهایش زوج است در داخل دایره‌ای محاط است. ثابت کنید که بین زوایای این چند ضلعی رابطه زیربرقرار است:

$$A_1 + A_2 + \dots + A_{2k-1} = A_2 + A_4 + \dots + A_{2k}$$

## کلاس چهارم ریاضی

۷۰/۳ - ترجمه فتح الله زرگری  
صحت نامساوی زیر را ثابت کنید :

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{120}{121} < \frac{1}{11}$$

### ۷۰/۴ - ترجمه فتح الله زرگری

به فرض اینکه  $x$  و  $y$  مشتبه باشند مقادیر a را معلوم کنید برای آنکه داشته باشیم :

$$\left| \frac{(3-x)a}{x-2} + 1 \right| + \left| 2y - 2a - 1 \right| + \left| \frac{1}{2} \right| = 0$$

۷۰/۵ - از سعید فرشاد دانشجوی ریاضی دانشگاه تبریز ثابت کنید که اگر  $1 < x < 1 - a$  و a مشتبه باشد بیشترین

۷۰/۱۵ - تابع زیر را در نظر می‌گیریم :

$$y = \frac{2x^2 + a}{x^2 + 2x - 3}$$

اولاً - کوچکترین مقدار  $|a|$  را تعیین کنید برای آنکه تابع درازاء مقادیر صحیحی از  $x$  مانع نباشد.

ثانیاً - به فرض  $a = 0$

الف - منحنی  $C$  نمایش هندسی تابع را در می‌کند.

ب - خط متغیر  $k = x$  عموماً منحنی  $C$  را در  $M$ ، جانب

افقی آن را در  $B$  و محور  $x'$  را در  $A$  قطع می‌کند. اگر  $N$  مزدوج توافقی  $M$  نسبت به  $A$  باشد معادله مکان هندسی نقطه را بدست آورده منحنی  $C'$  نمایش هندسی آنرا در همان شکل منحنی می‌کند.

۷۰/۱۶ - ترجمه فتح الله زرگری

به فرض  $x \neq k\pi$  ثابت کنید که عبارت زیر برابر

$\sin \frac{x}{2}$  است :

$$\frac{1 + 2\cos x + 3\cos^2 x + \dots + n\cos^{n-1} x}{2 + 2\cos x + 12\cos^2 x + \dots + n(n+1)\cos^{n-1} x}$$

۷۰/۱۷ - فرستنده : مصطفی گودرزی طالمه

ثابت کنید که اگر عدد  $\overline{abc}$  مضرب ۳۷ باشد هر یک از

عددهای  $\overline{cab}$  و  $\overline{bca}$  نیز مضرب ۳۷ می‌باشند.

۷۰/۱۸ - فرستنده : مصطفی گودرزی طالمه

ثابت کنید که مجموع مکعبات سه عدد صحیح متولی مضرب ۹ است.

۷۰/۱۹ - دایره  $O$  به قطر  $AB$  مفروض است. و تر  $AC$

از این دایره و خط  $\triangle$  را عمود بر امتداد  $AB$  در نظر می‌گیریم و نقاط  $M$  و  $C$  را تلاقی خطوط  $AB$  و  $CB$  و  $MB$  با  $\triangle$  به ترتیب  $A'$  و  $C'$  نامیم. نقطه  $M$  را جنان تعیین کنید که  $M'$  و  $C'$  واقع باشد و در این حال اگر  $P$  قطب  $AC$  نسبت به دایره  $O$  باشد ثابت کنید که سه نقطه  $P$  و  $M$  و  $B$  روی یک خط مستقیم قرار دارند.

۷۰/۲۰ - از نقطه متغیر  $K$  واقع بر قطراطول  $AA'$  از یکی

مفروضی خطی عمود بر  $AA'$  اخراج می‌کنیم که یکی از  $M$  و  $L$  دایره اصلی آن را در  $L$  قطع می‌کند. اگر  $N$  مزدوج توافقی  $M$  نسبت به  $K$  باشد مکان  $N$  را تعیین کنید.

۱ - نقطه متغیر  $M$  به طول  $X$  را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که :

$$y = MA + MA'$$

در ازاء مقادیر مختلف  $X$  عبارت  $y$  را ببر حسب  $X$  مشخص کرده و نمایش هندسی تابع  $y$  را در صفحه محورهای مختصات رسم کنید.

۷۰/۲۰ - از روابط زیر نسبتهای مثلثاتی کمانهای حاده  $x$  و  $y$  را بدست آورید :

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \cos y = \frac{1}{4} \\ \operatorname{tg} y \cos x = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

۷۰/۲۱ - صفحه  $P$  بالهای کنج سدوجهی  $Oxyz$  را در  $C$  و  $B$  و  $A$  قطع کرده است. از نقطه اختیاری  $M$  واقع در صفحه  $P$  خطوطی موازی با  $OA$  و  $OB$  و  $OC$  رسم می‌کنیم که وجود کنج را به ترتیب در  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  قطع می‌کنند. ثابت کنید که :

$$\frac{MA'}{OA} + \frac{MB'}{OB} + \frac{MC'}{OC} = 1$$

## کلاس ششم طبیعی

۷۰/۲۲ - دایره  $C$  به معادله :

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$$

و نقطه  $(1/5, 4)$  مفروض است. بر دایره  $C$  نقاطی را تعیین کنید که بیشترین و کمترین فاصله را تا نقطه  $P$  داشته باشند.

۷۰/۲۳ - مقدار  $\alpha$  را تعیین کنید برای آنکه نقطه :

$$M \left| \begin{array}{l} x = \frac{\sqrt{3}}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} \\ y = 4(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha) \end{array} \right.$$

بر نیمساز ربع اول محورهای مختصات واقع باشد.

## کلاس ششم ریاضی

۷۰/۲۴ - ترجمه فتح الله زرگری

حد عبارت زیر را وقتی  $n \rightarrow \infty$  بدست آورید :

$$S_n = \left( \frac{5}{9} \times \frac{14}{20} \times \frac{27}{35} \times \dots \times \frac{2n^2 - n - 1}{2n^2 + n - 1} \right)$$

# تستهای ریاضی

## کلاس چهارم ریاضی

را  $\Gamma$  می نامیم . وقتی شعاع دایره مفروض تغییر کند :

الف - دایره  $\Gamma$  همواره بر دو خط ثابت مماس است که از

A می گذرند و با  $\triangle$  زاویه  $\frac{\alpha}{2}$  می سازند .

ب - دایره  $\Gamma$  همواره بر دو خط ثابت مماس است که از A می گذرند و با  $\triangle$  زاویه  $45^\circ$  درجه می سازند .

ج - دایره  $\Gamma$  همواره بر دو خط ثابت مماس است که از A می گذرند و با  $\triangle$  زاویه  $\alpha$  می سازند .

د - هیچکدام

۷۰/۲۵ - معادله لگاریتمی نسبت به مجهول x :

$$\log(x+2a) + \operatorname{colog} 2a = \operatorname{colog}(x-3a) + \log 3a$$

الف - همواره دارای دو جواب  $x = 4a$  و  $x = -3a$  است .

ب - همواره دارای یک جواب قابل قبول  $x = 4a$  است

ج - به شرط  $a > 0$  دارای یک جواب  $x = 4a$  است .

د - هیچکدام

۷۰/۲۶ - دایره ثابت C به شعاع R مفروض است .

دایره متغیر' C' به مرکز' O' و به شعاع'  $2R$  را در نظر می گیریم که محیط دایره C را به دو قسمت برابر تقسیم کند ؟

الف - بینهایت دایره' C' وجود دارد و مکان مرکز آنها

دایره ای است هم مرکز با دایره C و به شعاع  $R\sqrt{3}$

ب - بینهایت دایره' C' وجود دارد که شعاع آنها

است و مکان مرکز آنها خطی است واقع در خارج

دایره C

ج - چنین دایره ای نمی توان رسم کرد .

د - هیچکدام

۷۰/۲۷ - بزرگترین عدد صحیح موجود در مقدار مثبت

x را با  $[x]$  نشان می دهیم . مثلا اگر  $x = 7/32$  باشد

$[x] = 7$  است و اگر  $x = \sqrt{5}$  باشد  $[x] = 2$  است . فرض

۷۰/۲۱ - تساوی :

$$\sqrt{1 - \sqrt{1-x^2}} = \sqrt{\frac{1+x}{2}} - \sqrt{\frac{1-x}{2}}$$

الف - در ازاء همه مقادیر x که  $1 < x < 1$  باشد برقرار است .

ب - در ازاء همه مقادیر x برقرار است .

ج - فقط وقتی برقرار است که  $1 < x < 0$  باشد .

۷۰/۲۲ - از نقطه A واقع بر خط المرکزین دو دایره قاطعی رسم کرده ایم که بر خط المرکزین منطبق نبوده و خاصیت معین P را نسبت به دو دایره دارا می باشد ؟

الف - این خط منحصر به فرد است .

ب - حداقل دو خط از این خط وجود دارد .

ج - بینهایت خط از خط بزرگتر وجود دارد .

د - هیچکدام

۷۰/۲۳ - معادله پارامتری :

$$\frac{m}{x-2} = \frac{3m-1}{x+1}$$

الف - وقتی دارای جواب است که  $\frac{1}{3} \neq m$  باشد .

ب - برای اینکه دارای جواب باشد باید  $\frac{1}{2} \neq m$  و  $m \neq 0$  باشد .

ج - برای اینکه دارای جواب باشد باید :

$$m \neq \frac{1}{2} \text{ و } m \neq 0 \text{ و } m \neq \frac{1}{3}$$

۷۰/۲۴ - دایره به شعاع متغیر در نقطه ثابت A برخط

ثابت  $\triangle$  مماس است . قطر AC از این دایره را در نظر می گیریم که امتداد آن با  $\triangle$  زاویه حاده  $\alpha$  بسازد . قطر BD از دایره

را عمود بر AC رسم می کنیم و دایره محاطی مربع ABCD

D می‌توان رسم کرد.

ج - در هر حال رسم خط D معکن نیست.

د - در هر حال فقط یک خط D می‌توان رسم کرد.

۲۰/۳۱ - در صفحه محورهای مختصات دو نقطه

(۵۰) A و (۱۰) B و دایره C به مرکز B و به شعاع

R را در نظر می‌گیریم. دایره به مرکز A و به شعاع  $R \neq 0$

که با دایره C مماس داخل باشد؟

الف - وقتی وجود دارد که  $R < 10$  باشد.

ب - وقتی وجود دارد که  $R > 10$  باشد.

ج - در هر حال وجود دارد.

د - وقتی وجود دارد که  $R \neq 10$  باشد.

۲۰/۳۲ - اتحاد مثلثاتی:

$$\frac{1 + 2\sqrt{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}}{2\cos^2 \alpha - 1} = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha}$$

وقتی برقرار است که انتهای کمان  $\alpha$

الف - در ربع اول دایره مثلثاتی واقع باشد.

ب - در ربع دوم یا چهارم دایره مثلثاتی واقع باشد.

ج - در ربع سوم دایره مثلثاتی واقع باشد.

د - در هر بخشی از دایره مثلثاتی واقع باشد.

۲۰/۳۳ - به فرض اینکه داشته باشیم:

$$\begin{cases} a \cos^2 x - 10 \cos x + a = 0 \\ -5 < a < 5 \end{cases}$$

الف - همواره برای  $\cos x$  یک مقدار قابل قبول وجود

دارد و انتهای کمان x در هر بخشی از دایره مثلثاتی می‌تواند

واقع باشد.

ب - همواره برای  $\cos x$  یک مقدار قابل قبول وجود دارد و

انتهای کمان x یا در ربع اول و یا در ربع چهارم از دایره مثلثاتی

واقع است.

ج - برای  $\cos x$  همواره مقدار قابل قبول وجود ندارد.

د - برای  $\cos x$  همواره دو مقدار قابل قبول وجود دارد و

انتهای کمانهای x در هر بخشی از دایره مثلثاتی می‌تواند

واقع باشد.

۲۰/۳۴ - اگر مقصود رسم خط  $\Delta$  باشد که از نقطه

A گذشته محور x' رادر P و محور y' را در

قطع کند و مساحت مثلث OPQ برابر با ۸ واحد سطح باشد؛

می‌کنیم m و n دو عدد صحیح مثبت باشند و داشته باشیم:

$$A = (x - [x])^m \quad B = (x - [x])^n$$

به فرض اینکه  $m > n$  باشد؛

الف - داریم  $A > B$

ب - داریم  $A < B$

ج - در هر حال  $A = B$  است.

۲۰/۳۵ - دایره به مرکز O و خط  $\Delta$  واقع در خارج

آن مفروض است. از نقطه متغیر M واقع بر  $\Delta$  مماس MT

را بر دایره رسم می‌کنیم. برای اینکه طول MT کمترین مقدار

ممکن باشد باید M بر  $\Delta$  چنان انتخاب شود که:

الف - MT بر  $\Delta$  عمود باشد.

ب - OM بر  $\Delta$  عمود باشد.

ج - OM با  $\Delta$  زاویه ۶۰ درجه بسازد.

د - طول MT دارای کمترین مقدار نیست.

## کلاس پنجم ریاضی

۲۰/۳۶ - در صفحه محورهای مختصات متعامد خطوط متغیر

به معادله:

$$(4m+2)x - (3m+1)y - 2 = 0$$

و دایره به مرکز O مبدأ مختصات و به شعاع R را در نظر

می‌گیریم. برای آنکه m را تعیین کنیم که خط دایره مزبور

برهم مماس باشند؟

الف - در ازاء جمیع مقادیر R برای m دو مقدار

بدست می‌آید.

ب - لازم است که R از یک مقدار معین بزرگتر نباشد.

ج - لازم است که R از یک مقدار معین بزرگتر باشد.

د - فقط در حالتی که m با یک مقدار معین برابر باشد

برای m جواب بدست می‌آید.

۲۰/۳۷ - دو خط متناظر  $\Delta$  و  $\Delta'$  و نقطه A در

خارج از آنها در نظر می‌گیریم. از A خط D را در سمت

که  $\Delta$  را در M قطع می‌کند و از M عمود  $\Delta'$  را بر  $\Delta$  را در

رسم می‌کنیم بقسمی که  $\Delta'$  عمود مشترک دو خط D و  $\Delta$  باشد؛

الف - در هر حال دو خط D می‌توان رسم کرد.

ب - با فراهم بودن شرط یا شرایطی حد اکثر دو خط

د - هیچکدام

۷۰/۳۸ - مثلث متساوی الاضلاعی که یک رأس آن نقطه

مفروض از بینی مفروضی بوده و دو رأس دیگر نیز برهمن  
یعنی واقع باشند؟

الف - وجود ندارد

ب - حداکثر دو عدد وجود دارد

ج - حداکثر چهار عدد وجود دارد

د - هیچکدام

۷۰/۳۹ - برای آنکه جوابهای معادله مثلثاتی

$$\sin^2 X + \cos^2 X = a$$

یک هشت ضلعی منتظم در دایره مثلثاتی بوجود آورند؟

الف - باید  $a < 1$  باشد

ج - باید  $1 < a < \frac{1}{4}$  باشد

ج - باید  $\frac{5}{8} < a < 1$  باشد

د - هیچکدام

۷۰/۴۰ - در صورتی که داشته باشیم:

$$(1) \quad A = q^r(q^r - p^r + 2q + 1)$$

$$(2) \quad x^r + px + q = 0$$

برای آنکه عدد A بر ۵۷۶ بخش پذیر باشد باید که

معادله (۲) :

الف - دو ریشهٔ صحیح مثبت فرد داشته باشد

ب - دوریشّهٔ صحیح مثبت زوج داشته باشد

ج - دوریشّهٔ صحیح مثبت داشته باشد

د - هیچکدام

۷۰/۴۱ - حاصل عبارت:

$$8\cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9}\cos\frac{13\pi}{3}$$

الف - برابراست با  $1 +$

ب - برابراست با  $1 -$

ج - برابراست با  $\frac{1}{2}$

د - هیچکدام

۷۰/۴۲ - عددی چهار رقمی رادر ۱۹۹۹ ضرب کدهایم

الف - مسئله جواب ندارد

ب - مسئله دو جواب دارد

ج - مسئله فقط یک جواب دارد

د - مسئله دارای چهار جواب است.

۷۰/۴۳ - معادله دوجهولی:

$$2\cos XY - 3 = y^2 + 2y$$

الف - به تنهایی برای تعیین مقادیر X و y کفايت می‌کند

ب - چون یک معادله و دوجهولی است ببهمن است

ج - بطور کلی غیرممکن است

۷۰/۴۴ - صفحه P باصفحة Q زاویه معلوم  $\alpha$  می‌سازد.

لوژی ABCD در صفحه P واقع است. تصویر

لوژی مزبور در صفحه Q یک مربع است. در صورتی که مساحت

لوژی مزبور و مساحت مربع تصویر آن معلوم باشد؟

الف - با همین معلومات می‌توان اندازه‌های اجزاء مختلف لوژی را بدست آورد.

ب - معلومات مزبور برای تعیین اندازه‌های اجزاء لوژی کافی نیست.

ج - از روی معلومات مزبور برای هر یک از اجزاء لوژی اندازه‌های متعدد بدست می‌آید

د - هیچکدام.

## کلاس ششم ریاضی

۷۰/۴۷ - تابع زیر مفروض است:

$$y = \frac{ax^r + bx^s + cx + d}{px^t + qx + r}$$

که در آن  $a \neq 0$  و  $p \neq 0$  و عبارتهای صورت و مخرج ریشه مشترک ندارند. اگر منحنی C نمایش این تابع دارای نقطه عطف I باشد و  $\Delta$  خطی باشد که در I برای منحنی مماس است؟

الف - خط  $\Delta$  غیر از I حداکثر دردو نقطه دیگر می‌تواند منحنی C را قطع کند.

ب - خط  $\Delta$  غیر از I در هیچ نقطه دیگری منحنی C را قطع نمی‌کند.

ج - خط  $\Delta$  غیر از I فقط در یک نقطه دیگر می‌تواند منحنی را قطع کند.

**۷۰/۴۴** - دایره ثابت C و نقطه ثابت M واقع در داخل آن مفروض است . بیضیهای درنظرمی گیریم که از M بگذرند و دایره C دایره اصلی آنها باشد . مکان کانونهای این بیضی :

- الف - یک بیضی است
- ب - خطی است مستقیم
- ج - دو دایره است
- د - هیچکدام

**۷۰/۴۵** - بر منحنی نمایش هندسی تابع  $x^2 + y^2 - 2xy - 2x - 2y = 0$

نقطه‌ای که در آن تحت مماس و تحت قائم با هم برابر باشند ؟

- الف - وجود ندارد
- ب - دو عدد وجود دارد
- ج - چهار عدد وجود دارد
- د - بیش از چهار عدد وجود دارد

که چهار قسم سمت راست حاصل ضرب با یکدیگر برابر شده‌اند . عدد چهار رقمی مذبور ؟

- الف - منحصر به یک عدد است
- ب - به تعداد ۹ عدد وجود دارد
- ج - به تعداد ۸ عدد وجود دارد
- د - هیچکدام

**۷۰/۴۶** - نمایش‌های هندسی دوتایی

$$2x^2 - y^2 - xy - 4x + 4y = 0$$

$$6x^2 - y^2 + xy - 16x + 2y + 8 = 0$$

- الف - نقطه مشترک ندارند
- ب - فقط دونقطه مشترک دارند
- ج - فقط چهار نقطه مشترک دارند
- د - بینهایت نقطه مشترک دارند
- ه - هیچکدام

### حل مسائل (بقیه از صفحه ۲۰۶)

$$\begin{cases} (\cos X - \sin X)(1 + 2\sin 2X) = 0 \\ (\cos X + \sin X)(\cos X - \sin X)(1 + 2\sin 2X) = 0 \end{cases}$$

دو معادله دارای دو عامل مشترک و یک عامل غیرمشترک می‌باشند .

**۶۹/۵۵** - (ب) بعد از حل معادله خواهیم داشت :

$$\cos X = \cos(\varphi \pm \frac{\pi}{3})$$

**۶۹/۵۶** - (ب) عددهای مطلوب عبارتند از :

$$11, 12, 13, 21, 22, 31$$

**۶۹/۵۷** - (الف) عدد مطلوب منحصر به ۲۱۷۸ است .

**۶۹/۵۸** - (ب) در صورتی که تصویرهای دو نیمرخ متوازی باشند شرط مزبور لازم و کافی است اما اگر تصاویر دو نیمرخ برهم متنطبق باشند شرط مزبور لازم است اما کافی نیست .

**۶۹/۵۹** - (ج) از A به O مرکز مشترک دایره ها وصل می‌کنیم و برشعاع AO نقطه M را چنان انتخاب می‌کنیم که دایره MA نصف OM باشد . دایره به قطر AM که دایره کوچکتر را در B قطع کند ، خط AB قاطع مطلوب می‌باشد . چون دو دایره حداقل در دونقطه متقاطعند مسئله حد اکثر دارای دو جواب است .

**۶۹/۶۰** - (ج) دایره‌ای در نظر می‌گیریم که بیضی مفروض تصویر آن باشد . مثلثی که مرکز تقلیل آن بر مرکز بیضی واقع باشد تصویر مثلثی خواهد بود که در دایره مزبور محاط بوده و مرکز تقلیل آن بر مرکز دایره واقع است . اما چنین مثلثی که در دایره محاط باشد متساوی الاضلاع است در صورتی که تصویر آن متساوی الاضلاع نخواهد بود .

$$y' = \frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{(x^2 + x)^2}} = \pm \infty$$

$$x^2 + x = 0 \implies x = 0$$

حداکثر یک نقطه (مبدأ مختصات) بر منحنی C وجود دارد که مماس بر منحنی در آن نقطه بر  $x'$  عمود است .

**۶۹/۵۲** - (الف) از حذف y بین معادلات دو منحنی و بعد از اختصار نتیجه می‌شود :

$$(x - 1)^2 = 0$$

چون این معادله دارای ریشه مکرر مرتبه سه است پس دو منحنی در نقطه به طول یک بر یکدیگر مماس بوده و از یکدیگرسی گذرند .

**۶۹/۵۳** - (د) اگر H نقطه تلاقی MN با  $x'$  باشد داریم :

$$\overline{HM} \cdot \overline{HN} = \frac{ak^2}{(k-1)^2} \times \frac{b(k-1)^2}{k^2} = abk(k-1)$$

$$\overline{HO} \cdot \overline{HA} = \overline{HO}(\overline{OA} - \overline{OH}) = k(k-1)$$

چهارضلعی OANM وقتی محاطی است که داشته باشیم

$$\overline{HM} \cdot \overline{HN} = \overline{HO} \cdot \overline{HA}$$

$$abk(k-1) = k(k-1) \implies ab = 1$$

**۶۹/۵۴** - (ج) معادلات مفروض به ترتیب به صورت

زیر تجزیه می‌شوند :

## مسئلہ کو تاہ و معمائی

گردآوری و ترجمه از: داوید ریحان

مواجه شده ایم . چگونه بادو پرسش که پاسخ آن بله یا خیر باشد  
علوم کنیم که وی اهل کدام شهر است ؟

۶- روزی یک نفر منطق دان به شهر کوچکی وارد شد  
و تصمیم گرفت برای اصلاح سر به آرایشگاه برود . شهر فقط  
دو آرایشگر داشت که هر کدام اشان دارای یک مغازه بودند .  
منطق دان نظری به داخل یکی از مغازه ها انداخت و آنرا کاملا  
درهم ویرهم یافت ؛ آرایشگر احتیاج به اصلاح صورت داشت ،  
لباسهایش کشیف بودند و موهایش بدوضع بدی کوتاه شده بود .  
آرایشگاه دیگر کاملا تمیز بود ؛ آرایشگر صورت خود را تازه  
اصلاح کرده بود و لباسهایش مرتب بود و نیز موهایش خیلی  
خوب اصلاح شده بود . منطق دان برای اصلاح سر به  
مغازه اول رفت . چرخ

۷- با در نظر گرفتن اینکه یک زاویه رانمی توانیم با خط کش و پر گار بحسبه قسمت متساوی تقسیم کنیم، ثابت کنید که هیچکی از اعداد رشتۀ زیر که تصاعدیا قدر نسبت ۲ است مضرب نیست.

۲۰۴۶۸۱۹

—**۸**— یک منشی چهارنامه را برای چهار شیخ شخص متفاوت ماشین می کند و با چهار پاکت به نشانی آنها می فرستد. در صورتی که نامدها را بطور اتفاقی در پاکتها قرار دهد، احتمال اینکه سه تا از نامه ها در پاکتهای مربوط به خود قرار گیرند، چقدر است؟

۹- این سه نقطه را در نظر بگیرید: مرکزیک چهار وجهی منتظم و دو رأس آن . این سه نقطه هم صفحه‌اند (یعنی متعلق به یک صفحه‌اند) . آیا این امر برای تمام چهار وجهیهای غیر منتظم هم صادق است؟

۱۰- بزرگی دارای ۲۰ کبوتر، ۴۰ گاو و ۶۰ اسب است. درصورتی که گاوها را اسب پیخوانید، وی چند اسب خواهد داشت؟

مجموعه مسائل زیر نمونه‌ای است از مسائلی که جنبه تیزهوشی دارد و درک و یافتن جواب سریع آن مورد نظر است. بعضی از این مسائل به صورت معما وحیله‌های حیرت‌انگیز مطرح شده است. از خواننده می‌خواهیم که در باره هر کدام از آنها بخوبی فکر کند و سعی کند که خود جواب موردنظر را بایابد.

۱ - بزرگری سه کبوتر سفید، چهار کبوتر قهوه‌ای و یک کبوتر سیاه دارد. چند تا کبوتر از این مجموعه هشت تائی بی‌تواند بگویند که همنگ با کبوتر دیگر مجموعه است؟

۲ - در یکی از دهکده‌های آفریقا ۸۰۰ زن زندگی می‌کنند. سه درصد آنها فقط یک گوشواره به گوش دارند از میان ۹۷ درصد بقیه، نصفشان دو گوشواره به گوش دارند و نصف دیگر اصلاً گوشواره‌ای به گوش ندارند. آیا بی‌توانید تعداد گوشواره‌هایی را که تمام زنها به گوش آویخته‌ازد، بگوئید؟

عملیات را در ذهن خود انجام دهید.

۳- هروجههی چند وجهی بحدب را می توانیم به عنوان قاعده‌ای برای استقرار آن روی یک سطح مستوی اختیار کنیم. مرکز ثقل یک چندوجهی منتظم در مرکز آن واقع است، بنابراین روی هروجههی که قرار گیرد ناپایدار باقی می‌ماند. چندوجهی‌های غیر منتظم چنان ساخته شده‌اند که روی برخی ازوجهه ناپایدارند، بدین نحو که، اگر قاعده آنها را وجه ناپایدار اختیار کنیم، جسم واژگون می‌شود. آیا می‌توانیم چند وجهی غیرمنتظمی بازیم که روی تمام وجوه ناپایدار باشد؟

۴- درسته زیر، جای خالی بر بوطبه چه عددی است؟  
۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۳۱،

106116126136146156166176206226246316

۵- اهالی شهر A همواره دروغ می‌گویند، اهالی شهر B همواره راست می‌گویند، اهالی شهر C متناوباً دروغ و راست می‌گویند. با شخصی که اهل یکی از این سه شهر است

## داستانهای ریاضی

ترجمه و تنظیم از، داوید ریند

نوشتہ ریند ( Rhind )

### چهار نسل بی در پی

رابطه زیر بدست می‌آید:

$$x = \frac{vt}{u} \quad (I)$$

ژان بیست ساله نیست، پس  $v=7$  باید مساوی با  $u$  باشد.  
جواب  $x=7$  غیر قابل قبول است، زیرا  $x$  مساوی صفر خواهد شد و به بیانی دیگر ژان وجود نخواهد داشت. باقی می‌ماند  $v=7$  و در این حالت معادله (I) به صورت  $x = \frac{t}{u}$  در می‌آید.

$x$  نمی‌تواند مساوی صفر باشد: چون  $v=7$  است و برای  $t$  نیز جواب صفر بدست می‌آید و سن اسلاف یعنی  $u+10t$  به یک عددیک رقمی  $u$  خلاصه می‌شود و این غیر قابل قبول است. همینطور  $v=10$  نیز غیر ممکن است، زیرا در این صورت ژان  $10v+x=11$  سال خواهد داشت و چنانکه گفته شد، هیچکدام از سنین مضری از ۱۱ نیست. بنابراین  $x$  می‌تواند مقادیر ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ باشد.

با دانستن تمام اینها و باحتساب اینکه  $t$  و  $u$  می‌توانند از

$$x = \frac{t}{u}$$

۱ تا ۹ تغییر کنند، جدول زیر را که ترجمه معادله

۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹					
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱					
۴	۶	۸										
	۲	۲										
۶	۹											
	۳											
۸												
۴												

داناله در صفحه ۱۳۳

یکان دوره هفتم

وضعی جو رشد که امروز بعد از ظهر مجلس مردانه ای متکل از چهار نفر از چهار نسل تشکیل شود: ژان، پدرش، پدر بزرگش و جد اعلایش. فرصتی بیش آمد که در رهم بشینند و به اصطلاح گپ بزنند. لحظه‌ای سکوت بر مجلس حکم‌فرما بود تا اینکه پدر ژان رشته سخن را بدست می‌گیرد:  
- عجیب است! هم‌الساعه متوجه شدم که حاصل ضرب سن من در سن ژان برابر با حاصل ضرب دو عددی است که از تعویض جای ارقام سن هر کدام از ما بدست می‌آید (یعنی جای ارقام دهگان و یکان عادس نمای عوض شود).

پدر بزرگ ژان نیز می‌گوید:  
- واقعاً تعجب آور است، همین موضوع درباره سن من و ژان نیز صادق است.  
چند اعلای ژان به میان حرف پرسش بی‌دود و می‌گوید:  
- خارق العاده است! درباره من من و سن ژان هم به همین موضوع بر می‌خوریم.

\* \* \*

خواننده عزیز، نسلهای چهارگانه را کنار می‌گذاریم و به خود می‌پردازیم: آیا می‌توانید سن ژان و اسلاف او را محاسبه کنید. اما قبل از اقدام به عمل اطلاع داشته باشید که ژان بیست سال ندارد، و همچنین فاصله زمانی مابین هر نسل با نسل بعدی حداقل بیست سال است و هیچکدام از سنین بر ۱۱ بخش پذیر نیست (از مقلوب کردن ۴۴، ۳۳، ۲۲ وغیره چه چیزی بدست خواهد آمد?).

پاسخ - فرض می‌کنیم که سن ژان با  $x+107$  و سن هر کدام از اسلاف غیر مشخص بوسیله رابطه  $10t+u$  نموده شده باشد. در این صورت از رابطه:

$$(10v+x)(10t+u) = (10x+v)(10u+t)$$

# ج د و ل ا ع د ا ق

طرح از : سیده مجتبی زرین قلم

**قائم :** ۲ - مقلوبش توان چهارم است. ۳ - مقلوبش کوچکترین عدد سه رقمی با رقمهای متفاوت است. ۴ - اگر ۷۵ واحد از آن کم کنیم توان هشتم شود. ۵ - پنج واحد بیشتر از ثلث عدد ۲۵ افقی. ۶ - یک واحد کمتر از دو برابر مجددور عدد ۲۷ افقی. ۷ - درست راست عدد ۱۷ افقی واقع است. ۸ - اگر مقلوب عدد چهار رقمی واقع درست چپ آنرا از عدد چهار رقمی واقع درست راست آن کم کنیم ۲۰۰۵ حاصل شود. ۹ - معادل رقمهای آن در حساب ایندبه ترتیب می شود: جدهور باد ۱۰ - یک واحد بیشتر از عدد ۳۲ افقی. ۱۱ - یک جواب از ۱۲ - یک واحد کمتر از عدد ۳۲ افقی. ۱۳ - مجموع رقمهایش باد برابر معادله  $x^2 + 35y^2 = xy$ . ۱۴ - مجموع رقمهایش باد برابر رقم یکان و همچنین با دو برابر رقم هزار گان آن برابر است. ۱۵ - مجموع عددهای جدول ضرب. ۱۶ - تکراریک رقم. ۱۷ - تکرار یک رقم. ۱۸ - متمم حسابی ۹. ۱۹ - ارقام متداول عدد  $\pi$ . ۲۰ - یک واحد کمتر از توان هفتم ریشه نهم عدد ۲۶ افقی. ۲۱ - به صورت  $abc$  است که  $b$  و  $c$  مجددور کامل بوده و جذر  $bc$  یک واحد بیشتر از جذر  $a$  است. ۲۲ - یک واحد کمتر از عدد ۲۹ قائم. ۲۳ - مجموع رقمهایش سه برابر رقم یکان آن است و در ضمن رقم سد گان آن دو برابر رقم یکان آن است. ۲۴ - اگر تفاضل رقمهایش رابه آن بیفزائیم عدد ۱۸ قائم بدست آید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹							۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴				
۱۵	۱۶		۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
۲۱		۲۲		۲۳	۲۴		
۲۵				۲۶			
۲۷		۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	
	۳۳				۳۴		
۳۵							

**افقی :** ۱ - عددی است متقاضی و عدد حاصل از چهار رقم ممت راست آن سه برابر عددی چهار رقمی است که چون آنرا نه برابر کنیم مقلوب آن بدست آید. ۲ - کوچکترین عدد شش رقمی با رقمهای متفاوت. ۳ - کوچکترین عدد دو رقمی که از مجموع مربعات ارقامش ۴ واحد بزرگتر است. ۴ - مجددور مقلوب عدد ۱۱ افقی. ۵ - اگر ۳۵ واحد از آن کم کنیم یا اینکه ۳۵ واحد به آن بیفزائیم در هر حال عددی مربع کامل بدست می آید. ۶ - مجددور عددی که مکعب کامل است. ۷ - عدد روزهای سال غیر کبیسه. ۸ - عددی دو رقمی که برابر است یا متمم حسابی خود که در مبنای ۸ نوشته شده باشد. ۹ - فضل بزرگترین عدد سه رقمی بر بزرگترین عدد دورقمی. ۱۰ - مقلوب عدد ۱۸ افقی. ۱۱ - عددی است فرد که دو برابر ش به فرم  $a(a+2)$  است. ۱۲ - رقمهایش متساویند و متمم حسابیش دلکرقمی است. ۱۳ - توان نهم است. ۱۴ - خمس عدد ۱۸ افقی. ۱۵ - دو برابر عدد ۲۵ افقی. ۱۶ - مقلوب عدد ۱۱ افقی. ۱۷ - نه برابر عدد ۹ افقی. ۱۸ - بزرگترین عدد هشت رقمی با رقمهای متفاوت.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶
۳۷	۳۸	۳۹	۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴
۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳
۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰	۶۱	۶۲
۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰	۷۱
۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰	۸۱

حل جدول شماره قبل

# PROBLEMS AND SOLUTIONS

**Problem 73 :** Find a base  $n$  such that  $(231)_n$  is a square number.

**Solution:**  $(28 \times 10^n + 1)^2$  always begins with 7 for all integers  $n$ ,  $n > 2$ . For  $n = 2$ ,  $(2800 + 1)^2 = 7845601$ . For  $n > 2$ ,

$$\begin{aligned} (28 \times 10^n + 1) \\ = 784 \dots (n-2) \text{ zeros} \dots 56 \dots \\ (n-1) \text{ zeros} \dots 1. \end{aligned}$$

These numbers will always end in 1, and there are an infinite number of them.

In general, if  $K$  is a number with  $k$  digits, such that  $K^2$  begins with the numeral 7,  $(K \times 10^n + 1)^2$  always begins with 7 and ends with 1, for all  $n > k$ .

**Problem 74 :** ABCD is a square whose side measures ten units. It is divided into five rectangular regions with areas of equal measure. Find the dimensions of each rectangle.

**Solution :** Let  $AF = x$ ,  $AE = 10 - x$ , and  $JK = 10 - 2x$ . Then

$$x(10 - x) = (10 - 2x)^2$$

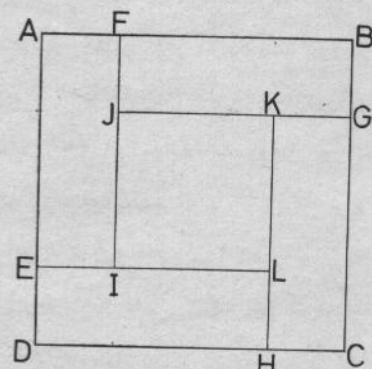
and  $x = 5 \pm \sqrt{5}$ .

If  $x < 10 - x$ , then

$x = 5 - \sqrt{5}$  and

$10 - x = 5 + \sqrt{5}$

These are the dimensions of each of the four outside recta-



ngles. The measure of a side of the inner square is  $10 - 2x$ , or  $2\sqrt{5}$ .

**Problem 75 :** Prove that the sum of the first, second and sixth terms of a geometric progression, in which all terms are different positive integers, cannot be a prime number. Why must all the integers be different for the above statement to be valid?

**Solution :** Let  $a =$  first term,  $r =$  common ratio,  $ar =$  second term, and  $ar^5 =$  sixth term. Then,

$$a + ar + ar^5 = a(1 + r + r^5)$$

If  $a \neq 1$ , then  $a(1 + r + r^5)$  is not a prime number. If

$$a = 1, \text{ then}$$

$$1 + r + r^5 = (1 - r^2 + r^3)(1 + r + r^2)$$

and this is not a prime number.

If  $a = 1$  and  $r = 1$ , then each term =  $= 1 \cdot 1 + 1 + 1 = 3$ , and 3 is a prime number.

دانش آموز ممتاز

علی اکبر زریابی لنگرودی

ششم ریاضی

دیورستان خیام لنگرود

مجلد کتبی ۱۶/۰۲۵

پوریکننا - نماشندۀ فروشنی یکان



# آماده فروش

تجدید چاپ جزووهای مسائل حساب استدلالی تأليف محمود کاشانی پایان یافت و این جزووهای در دار آمده مجله یکان و توسط نمایندگان آن در شهرستانها آماده فروش است.

جزوه اول ۱۲ ریال برای مشترکان یکان : ۱۰ ریال

» ۱۲ » ۱۵ »

» ۱۲ » ۱۵ »

## ضمیمه های یکان سال

برای دانش آموزان کلاس های سوم دبیرستانها

شامل مطالب گوناگون و مسائل امتحانات

داخلی دبیرستانها

جزوه سال ۱۳۴۶ - جزوہ سال ۱۳۴۷ - جزوہ سال ۱۳۴۸

بهای هر جزو : ۱۲ ریال

فروشگاه بزرگ (شماره ۲)

شرکت سهامی

## انتشارات خوارزمی

خیابان شاهزاده، مقابل در خروجی دانشگاه

جای فروش مجله و سایر انتشارات یکان

## خود آموز فیزیک و مکانیک جدید

با تمرینهای گوناگون و حل مسائل

با استفاده از آخرین کتابهای درسی امریکا

برای سال ششم طبیعی و ریاضی و

داوطلبان کنکور دانشکده ها و

دانشجویان سال اول دانشکده ها

با شاء الله پور منصوری

ترجمه و تأليف:

نصرالله پور جعفری

بهای : ۵۰ ریال

در تهران از کتابفروشیها و روزنامه فروشیها و در شهرستانها از نمایندگان ما بخواهید.

تهران - خیابان شاهزاده - جنب سینما حافظ - شماره ۲۲۴ - طبقه دوم

## یکان سال ۱۳۴۸

شامل سوالها و حل مسائل امتحانات نهایی خرداد  
و شهریور ۱۳۴۸ کلاس های ششم طبیعی و ریاضی .

سؤالها و حل مسائل کنکور سراسری و امتحانات ورودی  
دانشگاهها و مؤسسات آموزشی عالی در سال ۱۳۴۸

نمونه هایی از مسائل امتحانات نهایی فرانسه و انگلستان  
و اتحاد شوروی .

بهای : ۷۵ ریال

## کتابفروشی فخر رازی

تهران - خیابان شاهزاده - تلفن : ۳۱۰۵۵۲

جای فروش مجله و سایر انتشارات یکان

انتشارات ارگان معرفی می کند .

## خود آموز شیمی (جدید)

جلد دوم

با استفاده از آخرین کتابهای درسی  
انگلستان - آمریکا - شوروی - هندوستان

۱- تمرینهای گوناگون با حل مسائل

شامل : ۲- حل مسائل امتحانات نهایی تا سال ۱۳۴۹

۳- آخرین تستهای کنکور دانشگاه تهران در سال ۱۳۴۹

برای سال ششم طبیعی و ریاضی و

داوطلبان کنکور دانشگاهها

ترجمه تأليف : صفر علی رستم پور

بهای : ۱۵۰ ریال

## انتشارات بکان

### حل مسائل شیمی

ترجمه: عطاء الله بزرگ نیا

فلا نایاب

### مجموعه علمی

شامل مقالات ریاضی، فیزیک و شیمی  
حل مسائل معنار ریاضی و معناب دیگر

۶۰ ریال

### راهنمای ریاضیات متوسطه

تألیف: عبدالحسین مصطفی

چاپ چهام: ۱۲ ریال

### سرگرمیهای جبر

ترجمه: پرویز شهریاری

فلا نایاب

### تمرینات

### ریاضیات مقدماتی

تألیف: استاد هشتروودی

فلا نایاب

### مقدمه بر

### تئوری مجموعه‌ها

تألیف: علی اصغر هومانی

فلا نایاب

### معماهای ریاضی

ترجمه: محمد مرکنی قاجار

فلا نایاب

### مسائلی از حساب استدلالی

تألیف: محمود کاشانی

جلد سوم

۱۵ ریال

جلد دوم

۱۵ ریال

جلد اول

۱۲ ریال

### مبادی منطق و ریاضی جدید

بها: ۴۳۰ ریال

تألیف: غلامرضا عجدی