



دوره ششم: شماره ۶

اسفند ۱۳۴۸

شماره مسلسل: ۶۳

### در این شماره:

- |     |  |                        |
|-----|--|------------------------|
| ۳۲۷ | عبدالحسین مصفی                         | یک بام و جند هواری     |
| ۳۲۸ | پروژه شهر یاری                         | درباره استقراء ریاضی   |
| ۳۲۹ | دکتر امیر معز                          | هنرمه به رسم روز       |
| ۳۳۰ | ترجمه دانش عمرانی                      | مراحل عزیمت            |
| ۳۳۱ | ترجمه: مصفی                            | مقالات آمار            |
| ۳۳۲ | روش حل مسائل مکان، پوش و ترسیمات هندسی | مسائل انتخابی          |
| ۳۳۳ | ترجمه: داوید ریحان                     | از مسائل انتخابات      |
| ۳۳۴ | حل مسئله جالب و حل آنها                | داخلی دبیرستانها       |
| ۳۳۵ |  | مسائل انتخابی          |
| ۳۳۶ |  | از مسائل انتخابات      |
| ۳۳۷ |  | داخلی دبیرستانها       |
| ۳۳۸ |  | حل مسائل یکان شماره ۶۴ |
| ۳۳۹ |  | مسائل برای حل          |
| ۳۴۰ | عبدالله فرنو<br>ماقبل آخر              | آشنایی با رسم فنی      |

به علت اینکه تعداد صفحات مر بوط به مسائل انتخابات دبیرستانها بیش از حد پیش نیستی شده گردید چاپ بسیاری از مطالب از قبیل داستان‌های ریاضی، جدول اعداد، problems & Solutions در این شماره ممکن نشد.



تأسیس: بهمن ۱۳۴۲

هر سال ده شماره منتشر می‌شود  
دوره ششم - شماره ششم - شماره مسلسل: ۶۳  
اسفند ۱۳۴۸

صاحب امتیاز و مدیر مسؤول: عبدالحکیم مصطفی

مدیر داخلی: داود مصطفی

نشانی اداره:

تهران، خیابان لاله‌زار نو، نزدیک شاهرضا، شماره: ۸۱

نشانی پستی: صفت‌دوق پستی ۲۴۶۳

تلفن اداره: ۳۳۳۱۸۱

وجه اشتراک برای هر دوره ۲۰۰ ریال

(برای کشورهای خارج به اضافه هزینه پست)

حبابانکی: جاری ۳۰۹۵ شعبه لاله‌زار نوباتکه مادرات

# YEKAN

Mathematical Magazine

volume VI, number 6, Feb. 1970

subscription: \$3

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذر تلفن ۶۴۰۲۸

## کتابخانه فخر رازی

خیابان شاهزاد - مقابل سینما حافظ - تلفن: ۴۱۰۵۵۲

جای فروش مجله و سایر انتشارات یکان

چاپ چهارم

## راهنمای ریاضیات متوسطه

در شرف انجام است و برای نیمة دوم اسفند ماه  
جاری برای فروش آماده بوده بین کتابفروشیها و نمایندگان  
شهرستانها پخش خواهد شد.

شماره مخصوص

## یکان سال ۴۸

و ضمیمه آن برای دانش آموزان کلاس‌های سوم مانند  
سالهای گذشته او اخر اسفندماه منتشر خواهد شد.  
یکان سال برای کلیه مشترکان فعلی مجله به رایگان  
ارسال خواهد شد اما در صورتی که انتشار آن در هفته آخر  
اسفند باشد بعد از تعطیلات نوروزی پست خواهد شد.  
بهای ضمیمه یکان سال برای مشترکان ۱۰ ریال است

## اهمی شاهپور آذر بایجان

برای خریدن کتابخانه فخر رازی  
آقای بیوک شهرنواز به نشانی «کلاس پنجم ریاضی دیبرستان  
اعیز کبیر» مراجعت فرمایند.

## نمایندگی فروش در کرج

مطبوعاتی بیکزاده به نشانی زیر تغییر محل داده است:  
کرج - خیابان تهران - جنب پهپ بنزین

فروشگاه بزرگ (شماره ۲)

## شرکت سهامی انتشارات خوارزمی

خیابان شاهرضا، مقابل در خروجی دانشگاه

محل فروش مجله و سایر انتشارات یکان

# یک بام و چند هوایی

تمرکز امتحانات نهایی دیبرستانها و انتخاب سؤال واحد برای کلاس‌های ششم در سراسر کشور مشکلاتی را برای دستگاه وزارت آموزش و پرورش بوجود آورده است. با گذشت هر سال، تعداد داوطلبان افزونتر می‌شود و درنتیجه آن مشکلات مزبور چند برابر می‌گردد و گرفتاریهای تازه‌ای را موجب می‌شود. برای رفع این گرفتاریها فعالیتها بی انجام می‌گیرد و شاید تمرکز امتحانات نهایی از بین بروود و این امتحانات هم به صورت داخلی یا حوزه‌ای انجام گیرد.

امتحانات کلاس‌های ششم چه به صورت کنونی برگزار شود و چه داخلی یا حوزه‌ای انجام گیرد عملاً مورد تأیید مقامات دانشگاهی و سازمانهای استخدامی نمی‌باشد و از این جهت در هر دو حال ارزش یکسان دارد. اما آنچه باید بررسی گردد و از تعیین آن در مورد امتحانات کلاس‌های ششم جلوگیری شود یک بام و چند هوایی و اختلاف سطح شدیدی است که هم‌اکنون در سؤالهای امتحانهای داخلی دیبرستانها مشاهده می‌شود؛ نسبت به یک ماده مخصوص و برای یک کلاس معین، در یکجا همه سؤالها از بخش‌های اول کتاب و تمام آنها ساده و پیش‌با افتاده است و در جای دیگر سؤالهای خارج از قوه شاگردان و خارج از برنامه دیبرستانی مطرح می‌شود.

طرح‌های تازه نباید فقط به خاطر خلاصی از گرفتاریها و کم کردن مسؤولیتها باشد، بلکه باید بهبود اساسی و اصولی وضع امتحانات به عنوان هدف اصلی مورد توجه قرار بگیرد. اگر قرار باشد امتحانات نهایی به صورت داخلی یا حوزه‌ای انجام گیرد قبل از پایان امتحانات تعیین شود و روشی اتخاذ گردد که نه تنها امتحانات این کلاسها، بلکه امتحانات همه کلاس‌های دیستان و دیبرستان در سرتاسر کشور با اسلوب واحد و ارزش یکسان انجام گیرد و اختلاف سطح بین سؤالهای حوزه‌های مختلف و همچنین بین ارزش بارمی آنها تا حد امکان تقلیل یابد.

# در باره استقراء ریاضی

پرویز شهریاری

ریاضی از اصل کوچکترین عدد استفاده می‌شود که بهبیج وجه بیشتر از خود اصل استقراء ریاضی روش نیست ... از طرف دیگر این دو فرض (اگر دقیقاً مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرند) ... هم ارزند. بنابراین می‌توان اصل استقراء ریاضی را به عنوان یک حکم بدینه مورد قبول قرار داد و آنرا یکی از اصول سلسله اعداد طبیعی دانست.

به این ترتیب در اینجا به هیچ وجه بحث پرس «اثبات یک اصل» نیست، بلکه امکان جانشینی یک اصل با اصل دیگر طرح می‌شود.

۳- اما در باره اصل مطلب. اول اینکه چرا «قاعده برگشت» را استقراء ریاضی گفته‌اند، تصور نمی‌کنم اهمیت جدی داشته باشد. اگر قرار باشد درباره اصطلاحات علمی بحث کنیم، گرفتاریهای زیادی پیش می‌آید و مثلاً من نمی‌دانم که «تصاعد نزولی» را چگونه می‌توان تعبیر کرد، به‌گمان من مسئله نامگذاری و اصطلاحات به بررسی تاریخی موضوع بر می‌گردد و یک نوع بحث زبانشناسی تاریخی را پیش می‌کشد و مطلقاً به خود علم مربوط نیست. در خود کتاب «استقراء ریاضی» در صفحات ۲۵۷ و ۲۵۸ چنین می‌خواهیم: «خیلی ساده‌می‌توان فهمید که آنچه استقراء ریاضی نامیده‌می‌شود، در واقع استقراء نیست ... نامگذاری «استقراء ریاضی» باید به خاطر این باشد که این روش به سادگی مفهوم «استقراء» سنتی را در خاطر ما تداعی می‌کند ... و گرنه قدم استقرائی، که بکلی با نوع آزمایشی که در علوم تجربی (و هم علوم اجتماعی) بکاربردن متفاوت است، یک حکم کلی است، بدون اینکه به هیچ‌گونه

حالت خاصی احتیاج داشته باشد و اثبات آن با روش کاملاً قیاسی انجام می‌گیرد. علت اینکه «استقراء» ریاضی را «کامل» گویند، اینست که روش استدلال قیاسی است. به این ترتیب روش اثبات استقرائی در ریاضیات، عبارتست از بکاربردن روش قیاسی «استقراء ریاضی» در این علم»

دoust عزیز آقای غلامرضا عسجدی در شماره بهمن ماه ۱۳۴۸ مجله یکان منی بر من گذاشتند و درباره ترجمه کتاب «استقراء ریاضی» و بطور کلی سایر ترجمه‌های من، ابراز لطف و عنایت کردند.

علاوه بر این تشکر اصلی من از ایشان بدین مناسب است، که باب انتقاد صحیح را در مورد کتابهای علمی باز کرده‌اند و «معرفی» کتاب را در حدم مقول و منطقی آن، یعنی بحث در ترمینه مطالب کتاب و جنبه‌های قوت و ضعف آن، قرار داده‌اند. اگر من چند کلمه‌ای در این باب می‌نویسم، نه به مناسبت معارضه جوئی با ایشان، بلکه برای روشن شدن مطلب است و آرزو می‌کنم که همیشه این افتخار را داشته باشم که مورد راهنماییهای ایشان و سایر همکاران دانش دوست قرار گیرم.

۹- اولین نکته‌ای که ایشان اشاره فرموده‌اند در مورد اثبات اصل استقراء ریاضی است.

تصور می‌کنم این مطلب روشن باشد که «دستگاه اصول از لحاظ عمق منطقی خود به استحکام نظریه‌های ریاضی مربوط است و بنابراین نه هرگز پایان می‌یابد و نه در حد کمال تصور می‌شود، یعنی هم دستگاه اصول و هم خود اصول دائم تغییر می‌کنند و رو به کمال می‌روند»، مثلاً در مورد اصل توatzی اقلیدس، خود اقلیدس آنرا به ترتیبی غیر از آنچه که امروزه معمول است بیان کرد و اصل «از یک نقطه خارج خط تنها یک خط می‌توان به موازات آن رسم کرده» از جان پلی فر است نه از اقلیدس.

هر اصلی را می‌توان با اصل دیگری عوض کرد، بدون اینکه به نتایج کار لطمهدی وارد شود و این نه غلط است و نه به استحکام استدلال منطقی لطمهدی می‌زند. در همان صفحه ۲۵ کتاب استقراء ریاضی (که مورد استناد دوست عزیز است) بادآوری شده است که «در این استدلال برای اثبات اصل استقراء

اصطلاحات و مفاهیمی که بکار می‌رود روش باشد، در غیر این صورت؛ یعنی بدون مبادی تعریفی، هر گونه استدلالی خود به خود بی معنی است.

اگر برای مجتمع رشته‌ای متناوب بینهایت تعریفی قائل نشویم و بخواهیم از خواص مجموعه‌ای محدود استفاده کنیم، به نتایج عجیب می‌رسیم.

مثلًا مجتمع زیر را در نظر بگیرید:

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$$

از یک طرف داریم:

$$S = (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots$$

از طرف دیگر:

$$S = 1 - (1 - 1) - (1 - 1) - (1 - 1) - \dots$$

و بالاخره:

$$S = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + \dots) = 1 - S \Rightarrow S = \frac{1}{2}$$

یعنی باید داشته باشیم:

$$S = 0 - 1 = \frac{1}{2}$$

که البته نادرست و مضحك است.

و یا مثلًا با استقراء ریاضی ثابت می‌کنیم در هر مجموعهٔ غیر تهی از اعداد تمام اعداد برابرند.

۱- حکم برای حالتی که در مجموعه تنها یک عدد وجود داشته باشد صحیح است، چون هر عدد با خودش برابر است.

۲- فرض می‌کنیم حکم برای هر مجموعه‌ای که شامل  $n$  عدد است، صحیح باشد، ثابت می‌کنیم که در این صورت برای هر مجموعه شامل  $n+1$  عدد هم صحیح است.

اگر از مجموعه‌ای که شامل  $n+1$  عدد است، یک عدد را کنار بگذاریم، زیر مجموعه‌ای شامل  $n$  عدد بدست می‌آید که طبق فرض استقراء اعداد آن با هم برابرند. حالا از مجموعه شامل  $n+1$  عدد، عدد دیگری کنار می‌گذاریم، باز هم زیر مجموعه‌ای شامل  $n$  عدد بدست می‌آید که طبق فرض استقراء اعداد آن با هم برابرند. درنتیجه همه عدهای این مجموعه  $(n+1)$  عددی باهم برابر می‌شود.

اشکال استدلال در کجاست؟

اشکال در عدم درک مفهوم و تعریف «تساوی» است. برای تساوی باید لاقل دو عدد وجود داشته باشد. بکار بردن «تساوی»

برای مجموعه‌ای که شامل یک عنصر است، مفهوم ندارد. در اینجا برای استفاده از استقراء ریاضی باید از  $n=2$  شروع

(دنباله در صفحه ۳۴۲)

بنابراین نباید، صرفاً به خاطر اینکه از لفظ «استقراء» استفاده می‌شود، تصور «قریه به قریه گشتن» به ذهن بیاید و با استقراری که در علوم تجربی بکار می‌رود، اشتباه شود.

ضمناً این نکته را هم بادآوری کنم که وجود دو اصطلاح که بعضی از مؤلفین ریاضی (و بخصوص ریاضیدانهای فرانسوی) بکار برده‌اند نباید موجب سوء تفاهم شود. در مروری که رابطه برگشتی بین  $(n+1)$  و  $(n)$  باشد، اصطلاحاً «استقراء ضعیف» نامیده شده و در حالتی که این رابطه بین  $(n+1)$  با  $(n)$  و ... و  $k+1$  باشد (که  $k$  می‌تواند صفر، ۱ یا عدد صحیح دیگری باشد) «استقراء قوی». ولی این به معنای ضعف استدلال در حالت اول و قوت استدلال در حالت دوم گرفته نشده است و همانطور که ذکر شد تنها یک «اصطلاح» است. و اما چرا این به اصطلاح «استقراء ضعیف» یک استدلال قیاسی است، به من کتاب «استقراء ریاضی» صفحه ۲۵۷ مراجعه می‌کنیم: «استدلالی که به این روش متکی است از دو قسم تشکیل شده است: ۱) آنچه مبنا نامیده می‌شود، یعنی اثبات حکم مورد نظر (که البته قیاسی است) برای یک (یا چند) عدد طبیعی؛ ۲) قدم استقراری که غبارت است از اثباتات (یا باره به طریق قیاسی) حکم گلی برای هر مقدار  $n$ ، آن از اینجا بدست می‌آید که اگر حکم برای  $n$  صحیح باشد، برای  $n+1$  هم صحیح است. (اصل استقراء ریاضی) بطور دقیق حکم را تنظیم می‌کند، که به کمک آن می‌توان از راه مبنا سپس قدم استقراری، با استدلال کاملاً قیاسی، حکم را برای همه مقادیر طبیعی  $n$  مورد مطالعه قرار داد. بنابراین هیچگونه حالت (یا حالت‌های) خاصی که باید بعداً مورد مطالعه قرار گیرد، باقی نمی‌ماند. قضیه برای تمام اعداد طبیعی ثابت شده است».

نمونه‌هایی را که در مقاله مورد بحث و یا کتاب «مبادی منطق و ریاضی جدید» تألیف آقای عسجدی ذکر شده است، نبایدد لیل بر ضعف استدلال «استقراء ریاضی» دانست: به اصطلاح اثبات این قضایای نادرست به معنای عدم استفاده صحیح از استقراء ریاضی و عدم توجه به مبنای این روش است.

من در کتاب «روشهای جبر» خود، خواننده را متوجه این «سوء تعبیر» در استفاده از روش استقراء ریاضی کرده‌ام و نمونه‌ای از بکار بردن نادرست آنرا نشان داده‌ام.

به نظر من تقریباً همه مثالهایی که بعنوان ضعف استدلال استقراء ریاضی ذکر شده است ناشی از یک سوء تفاهم است. به این معنی که در هر مسئله ریاضی باید قبل از همه تعریف

# هندسه به رسم روز

دکتر علیرضا امیرمعز

استاد دانشکده تکنولوژی تکزاس

دیروز شما شکل را عوضی کشیدید.

هیلبرت جواب داد که چیزی عوضی نیست و آن شاگرد جواب داد که دو حالت ممکن است،

۱- مثلث متساوی الساقین است و چیز تازه‌ای به آن اضافه نمی‌کنیم.

ب- فرض کنیم مثلث متساوی الساقین نباشد در این صورت اگر نقطه  $H$  بین  $A$  و  $C$  باشد نقطه  $K$  نمی‌تواند بین  $A$  و  $B$  باشد.

هیلبرت گفت: از کجا  $A$  می‌دانی که این درست است؟ شاگرد جواب داد: با خطکش و پرگار شکل را رسم کردم.

هیلبرت خنده دید و گفت: شکلی که با خطکش و پرگار می‌توان کشید فقط مدلی (Model) برای هندسه است و گرنه شکل دلیل بر اثبات مطلب نیست. به علاوه همین موضوع که یک نقطه بین دو نقطه دیگر واقع شده یکی از اصول متعارفه است و بوسیله پنج اصل اقلیدس نمی‌توان آنرا ثابت کرد [۲]. وقتی کتاب هندسه هیلبرت منتشر شد و عده‌ای به مشکلات حقیقی هندسه آشنا شدند، موضوع هندسه از ثابت کردن یک قضیه پس از دیگری به مبنای های هندسه بدل شد. امروزه کسی ممکن است قضیه‌ای بسیار دشوار از هندسه مسطحه را کشف و ثابت کند اما به حقیقت چیزی به علم هندسه اضافه نکرده است.

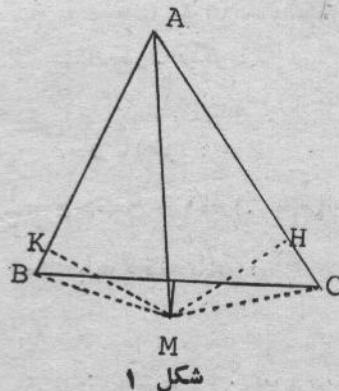
در سال ۱۳۱۹ شمسی هندسه‌ای توسط آقایان دکتر آل بویه و هووارفر برای سال اول دبیرستان نوشته شد [۱]. این کتاب صفحات متعددی را وقف اصول اولیه هندسه کرده بود و این اولین قدمی بود که در ایران برای ریاضیات جدید برداشته شد. ولی بالا افصله معلمین ریاضی شروع به هووار کشیدن کردند که این حرفاها چیست بیهوده وقت معلم و شاگرد را تلف می‌کنند.

با اینکه هندسه اقلیدسی به رسم اقلیدس و هیلبرت این روزها از مد افتاده است، باز اثبات قضایای هندسی و حل (پائین صفحه بعد)

دانشمند و ریاضیدان مشهور آلمانی **دیوید هیلبرت** (David Hilbert) با استفاده از پنج اصل اقلیدس قضایائی را ثابت کرده است که جنبه خد و غمیض (Paradox) دارد.

ساده‌ترین آنها چنین است:

قضیه: هر مثلث  $ABC$  متساوی‌الاضلاع است.



شکل ۱

اثبات: فرض کنیم  
که محل تلاقی منصف  
الزاویه  $A$  و عمود منصف  
ضلع  $BC$  نقطه  $M$  باشد (شکل ۱) دو خط  
باشد  $MH$  و  $MK$  را به  
ترتیب عمود بر اضلاع

$AC$  و  $AB$  رسم می‌کنیم. چون نقطه  $M$  روی منصف الزاویه  $A$  است  $MK = MH$  و چون  $M$  روی عمود منصف است:  $MH = MC$  و  $MK = MB$ . بنابراین دو مثلث  $MKB$  و  $MHC$  برابرند (Congruent) و بدین ترتیب لازم می‌آید که:

$$(1) \quad BK = CH$$

از طرف دیگر به آسانی می‌توان ثابت کرد که:

$$(2) \quad AK = AH$$

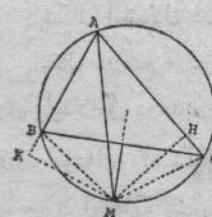
از مقایسه دو تساوی (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$AB = AC$$

به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد که:

$$AB = BC$$

این قضیه را دکتر هیلبرت برای شاگردان ثابت کرد. هر یک اظهار نظری کرد و هیلبرت برای همه جوابی مناسب داشت. پس از کلاس، شاگردان با عجله دویدند خانه و خطکش و پرگار بدست گرفته شکل صحیح زیر را رسم کردند (شکل ۲).



شکل ۲

روز بعد سر کلاس یکی از شاگردان به نایندگی دیگران با کمال ادب گفت، هر پروفسور دکتر (Herr Professor Doctor)

# مراحل عزیمت

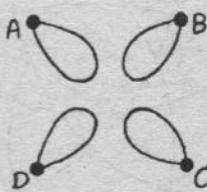
ترجمه: دانش عمرانی

دانشجوی ایرانی مقیم لندن

در اینجا به شکل بالا است که آنرا  $S^1$  می‌نامیم.

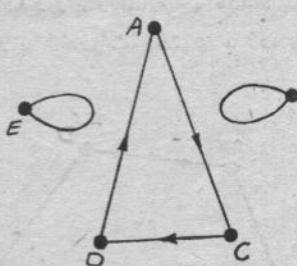
این دفعه نیز جای  $B$  تغییر نکرده است و نیز موضع  $A$  و  $D$  یک بار دیگر تغییر کرده است. آیا این بدان معنی

است که یک بر دیگر کارتها را به وضعیت اولیه بازمی‌گرداند؟ حال یک بار دیگر مانند دفعات قبل، کارت‌هارا بر می‌زنیم شکل مربوط چنین است:



در اینجا یک سؤال مطرح می‌شود: اگر تعداد کارتها

۵ می‌بود، چه مراحل وجود داشت؟ برای پی بردن به این موضوع این بار نیز مانند حالت اول کارت‌هارا یک درمیان بالا و پائین هم دیگر قرار



می‌دهیم. شکل  $S$  در اینجا به صورت بالا است:

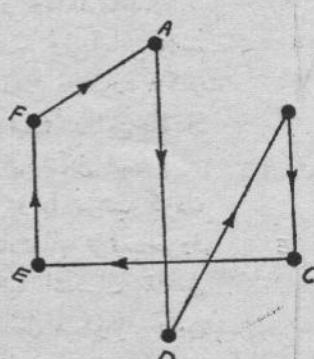
پس جای  $B$  و  $E$  تغییر نکرده است. (اگر دقت کنیم، پی خواهیم برداشت که هر گاه تعداد کارت‌ها فرد باشد، کارت آخری همواره در زیر همه کارت‌ها قرار می‌گیرد).

$A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$ ، مانند مورد اول (چهار کارت) تغییر وضعیت داده‌اند. حال هر گاه «بر» ذدن را ادامه دهیم، باید

بتوانیم  $S^1$  و  $S^2$  و  $S^3$  را

را هم رسم کنیم.

در این مرحله تعداد کارت‌ها را بهشش می‌رسانیم و مانند قبل عمل می‌کنیم.  $S$  به صورت مقابل است.



چهار کارت به نامهای  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  را به ترتیب روی قرار دهیم به طوری که  $A$  از روی کارت اولی باشد. کارت‌ها را به ترتیب زیر به اصطلاح «بر» می‌زنیم:

$B$  را روی  $A$  قرار می‌دهیم.

$C$  را زیر این دو می‌گذاریم.

$D$  را روی سه کارت مزبور قرار می‌دهیم.

حال کارت‌ها به چه ترتیبی قرار گرفته‌اند؟

در جای اولیه خود باقی است:  $A$  جای  $C$ ،  $C$  جای  $B$ ،  $D$  جای  $A$  را

گرفته است. شاید شکلی هندسی و جهت دار راه خوبی برای شان دادن این تبدیلات باشد. این شکل را  $S$  می‌نامیم. حال کارت‌ها را

به وضعیت اولیه شان برمی‌گردانیم و در اینجا دو بار مانند دفعه اول و بطور متواالی «بر» می‌زنیم. نمایش هندسی

## بیویه از صفحه‌ها قبل

مسائل هندسی قدرت تصور و کنجکاوی محصل را بالا می‌برد. بین محصلین دانشگاه آنان که قدرت تصور هندسی دارند معمولاً در رشته‌های توپولوژی (Topology)، فضاهای ای خطی، فضاهای باناخ (Banach) و بیشتر رشته‌های دیگر ریاضی از دیگران جلواند. ولی جای تأسف است که در تعلیم و تربیت امروزه به هندسه توجهی نمی‌شود و در ممالکی که هندسه اهمیت دارد به مبنای منطقی بررسی نمی‌شود.

به حقیقت این مقاله فقط اشاره‌ای به موضوع طبقه بندی نقاط یک خط مستقیم می‌کند ولی راه حلی برای اصلاح نقاچیص اصول نشان نمی‌دهد. چون راه حل‌های بیشماری وجود دارد که خواننده بسته به اندازه سطح آشنائیش به موضوع می‌تواند به کتابهای مختلف مراجعه کند.

## مراجعات

[۱] - آل بویه و هورفر - کتاب هندسه - سال اول دیبرستانها (۱۳۱۹ شمسی)

[۲] Henry G. Forder, The Foundation of Euclidean Geometry, Cambridge Univ. Press. (1927)

[۳] عمر خیام - شرح ماشکل من مصادرات اقلیدس

این ، کارتها را به ترتیب اولیه خود بازخواهد گرداند . حال آیا می توانید یک فرمول کلی برای بدست آوردن تعداد دفعاتی که کارتها را باید «بر» زد تا آنها را به مرحله اولیه بازگرداند بدست آورید ؟ اشکال را در سه کمی کمی شکل اول و دوم شکل سوم را حس بزنید .

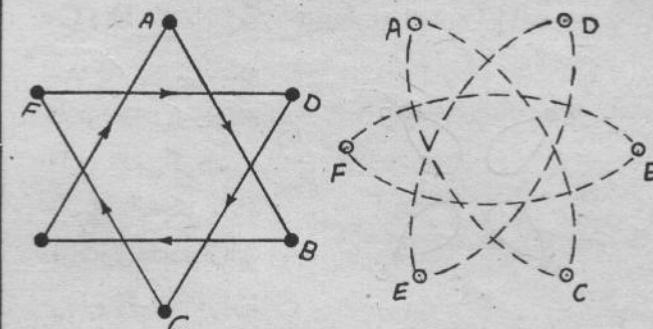
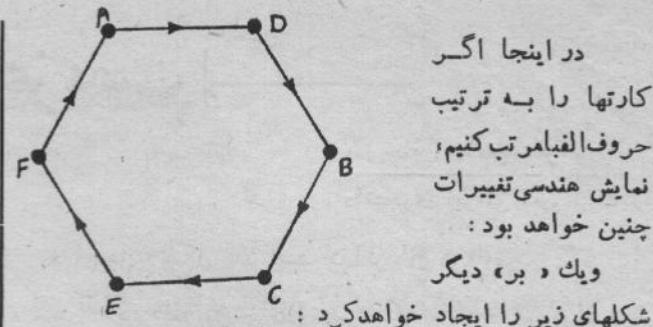
### در باره استقراء (بقیه از صفحه ۳۷۹)

کند که البته دیگر قابل اثبات نیست . در تمام مثالهای هم که دوست عزیز آقای عسجدی ذکر کرده اند همین اشکال وجود دارد . وقتی می خواهیم ثابت کنیم تمام خطوط واقع در یک صفحه متقارنند (مثال صفحه ۷۴ کتاب مبادی منطق و ریاضی جدید را ببینید) باید توجه کنیم که مفهوم تقارب را نمی توان از دو خط شروع کرد . برای تعریف تقارب لاقل سه خط راست لازم است و البته در این صورت نمی توان با شروع از  $n=3$  ثابت کرد که در هر حال خطوط واقع بر یک صفحه متقارنند . و یا وقتی که می خواهیم ثابت کنیم : تمام نقاط واقع بر یک صفحه بر یک استقامتند (مثال سوم مقاله یکان صفحه ۲۷۷) اثبات را باید از حالت  $n=3$  شروع کرد و نه  $n=2$  برای مثالهای مانند وجود آدم ریشو یا عادی بودن شهر و رامین هم باید قبل بطور دقیق (دقیق از نظر ریاضی) برای ریشو بودن و یا عادی بودن شهر و رامین تعریفی داشته باشیم والا به همان اشکالات برخورد می کنیم .

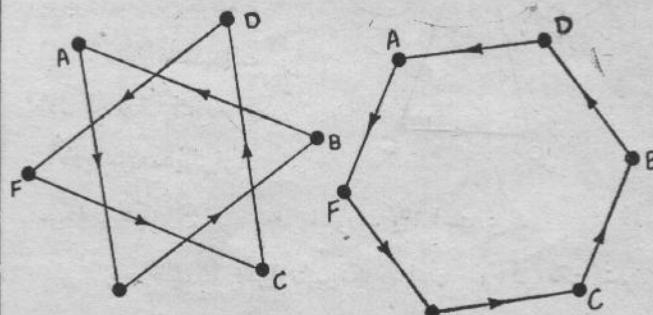
\*

در پایان مقاله همکار عزیز می خوانیم که «غرض از این تذکر هرگز این نبوده است که قاعده معروف برگشت را در ریاضیات تخطیه کنیم و یا آنرا محکوم گردانیم . این قاعده به کرات مورد استفاده و استناد خود نگارنده نیز قرار گرفته است» تصور می کنم همین جمله دلیلی بر این باشد که همکار ارجمند هم روش «استقراء ریاضی» را روشن درست و بدون نقص می دانند والا اگر روشی معیوب باشد ، هرگز قابل استفاده نیست و باید در تمام مواردی هم که به کرات مورد استفاده ایشان قرار گرفته است ، طرد شود و برای اثبات قضایای مورد نظرشان روش دیگری در نظر گرفته شود .

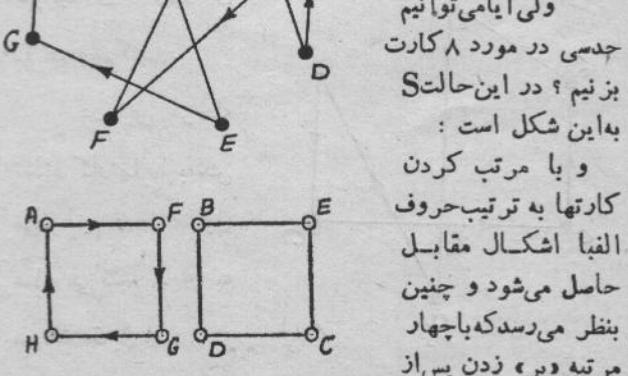
یکان دوره ششم



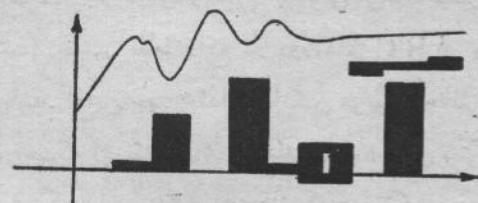
می توان حس زد که  $S^4$  مانند  $S^2$  خواهد بود با تفاوت اینکه جهت پیکانها بر عکس می شود و  $S^6$  نیز عکس  $S$  بوده و  $S^3$  حالت اولیه کارتها را نشان خواهد داد . برای تحقیق این مطلب می توانیم کارتها را دفعات بیشتری بر زده و اشکال مربوط را رسم کنیم :



در مورد ۷ کارت ( تعداد فرد ) نیز نمایش تغییرات مانند حالت قبل ( ۶ کارت ) است و کارت  $G$  در ذیر سایر کارتها باقی خواهد ماند . ولی آیا می توانیم حسی در مورد ۸ کارت بزنیم ؟ در این حالت بداین شکل است :



Initiation à la  
STATISTIQUE  
Ière B . D .  
par : M . HAGÈGE  
ترجمه ، ع . مصطفی



◦ دنباله از شماره قبل ◦

## فصل ششم - مفهوم همبستگی

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^q n_{ij} y_j$$

می گند و ضریب زاویه‌ای آن برابر است با :

$$a = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q n_{ij} X_i Y_j}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i X_i}$$

$$(X_i = x_i - \bar{x}, Y_i = y_i - \bar{y})$$

عبارت مخرج پراش (Variance) رشتہ کناری ( $n_i$ ) و ( $x_i$ ) و عبارت صورت همپراش (Covariance) رشتہ با دو مشخصه نامیده می شود. عبارت اخیر به صورت  $\text{cov}[X|Y]$  یادداشت می شود و مجدداً در باره آن بحث خواهد شد.

**ب- تبصره :** وقتی که ابر نقاط در اطراف خط بازگشت  $y$  نسبت به  $x$  کامل تر شده باشد میانگین مجدورات انحرافات از خط مزبور بسیار اندک است، و از روی آن می توان درجه همبستگی را تعیین کرد؛ اما عبارت مزبور از یک طرف به واحد انتخابی روی  $Oy$  بستگی دارد (ونمی تواند برای مقایسه همبستگی یک رشتہ با همبستگی رشتہ دیگر مورد استفاده قرار بگیرد)؛ و از طرف دیگر دمورد متغیر  $Y$  نقش خاصی را ایفاء می کند، زیرا بستگی بین  $X$  و  $Y$  که در صدد تعیین آن هستیم تقارنی است؛ مثلاً در شکل مربوط به ابر نقاط نمودار وزن و قد ۱۰۰ شخص که قبل ملاحظه شد می توانیم بگوئیم که قد های اشخاص به وزن های آن بستگی دارد، همچنین می توانیم بگوئیم که وزنهای آنان به قد هایشان بستگی دارد. از این قرینکی نقشهای

۳- خط بازگشت ( - خط وایازی

= خط گرایش)

Droite de régression

بهتر آنست که خط میانگین ابر نقاط با روش کمترین مجدورات تعیین گردد.

**الف - خط بازگشت  $y$  نسبت به  $x$**

خطی که نسبت به آن مجموع مجدورات انحرافات (موازی با  $Oy$ ) نقاط ابر کمترین مقدار را داشته باشد خط بازگشت  $y$  نسبت به  $x$ ، یا خط برآورد  $y$  بر حسب  $x$ ، نامیده می شود.

به ترتیبی که در فصل آرایش خطی یادآوری شده است در مورد  $N$  نقطه متمایز ( $y_i$  و  $x_i$ ) خط مزبور از نقطه میانگین ( $\bar{y}$  و  $\bar{x}$ ) می گند و ضریب زاویه‌ای آن برابر است با :

$$a = \frac{\frac{1}{N} \sum X_i Y_i}{\frac{1}{N} \sum X_i^2} \quad (X_i = x_i - \bar{x}, Y_i = y_i - \bar{y})$$

در محاسبه مربوط به ابر نقاط،  $x_{ij}$  نقطه آجر فرش (C<sub>i</sub> × D<sub>j</sub>) منطبق بر مرکز (y<sub>j</sub> و x<sub>i</sub>) فرض می شوند و از آن نتیجه می شود که خط بازگشت از نقطه میانگین ( $\bar{y}$ ) با مختصات :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q n_{ij} x_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p (\sum_{j=1}^q n_{ij}) x_i =$$

$$- \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i$$

$A' \omega B'$  با حاصل ضربهای مثبت نظیر نقاط واقع در دوره‌های  $A' \omega B$  و  $A \omega B'$  جبران می‌شوند و آنچه باقی می‌ماند حاصل ضربهای (مثبت) نظیر نقاط واقع در دوره‌های  $AB'C$  و  $A'BC'$  می‌باشد. از این جهت مقدار میانگین مزبور در حالتی مثبت و بزرگ است که ابر نقاط دراز و کشیده باشد (به این معنی که همبستگی بزرگی را برساند). در حالتی که همبستگی منفی باشد، مقدار مزبور نیز منفی خواهد بود.

برای اینکه این کمیت از واحدهای انتخابی مستقل گردد مقدار میانگین حاصل ضرب  $\frac{X}{\sigma_X} \cdot \frac{Y}{\sigma_Y}$  را حساب می‌کنیم که

$\sigma_X$  معیار انحراف متفیر  $X$  و  $\sigma_Y$  معیار انحراف متفیر  $Y$  می‌باشد. از این موضوع تعریف زیر نتیجه می‌شود:

تعریف: عدد

$$r = \frac{1}{N} \sum \frac{X}{\sigma_X} \cdot \frac{Y}{\sigma_Y}$$

ضریب همبستگی خطی نامیده می‌شود. این ضریب به صورت زیر نیز نوشته می‌شود:

$$r = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X)} \cdot \sqrt{\text{var}(Y)}} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q X_i Y_j n_{ij}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^p X_i^2 n_i} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^q Y_j^2 n_j}}$$

ب\_ خواص ضریب همبستگی خطی  
۱) بین ۱ و -۱ محصور است.

۲) اگر مثبت باشد همبستگی مثبت است،  
۳) اگر منفی باشد همبستگی منفی است،

در حالتی که بستگی تابعی خطی باشد ۲ دارای قدر مطلق برابر با یک است و بر عکس اگر  $|r| = 1$  باشد ابر از نقاط بر یک استقامت تشکیل شده است.

در حالتی که بستگی وجود نداشته باشد  $r = 0$  است. وقتی که ۲ دارای قدر مطلقی نزدیک به یک است، همبستگی قوی است و در حالتی که ۲ دارای قدر مطلقی نزدیک به صفر باشد همبستگی ضعیف است.

بالاخره رابطه زیر برقرار است:  
(نباله در صفحه ۴۱۶)

متغیرهای  $X$  و  $Y$  تعریف زیر نتیجه می‌شود:

ج - خط بازگشت  $X$  نسبت به  $y$

این خط چنان است که مجموع مجددات انحرافات موازی با  $Ox$  ( نقاط ابر، از آن کمترین مقدار را دارد. این خط از  $(0, 0)$  نقطه میانگین ابر می‌گذرد و معادله آن نسبت به محورهای  $\omega X$  و  $\omega Y$  چنین است:  $X = a' Y + a$  که در آن:

$$a' = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q n_{ij} X_i Y_i}{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^q n_j Y_j} = \frac{\text{cov}[X, Y]}{\text{var}(Y)}$$

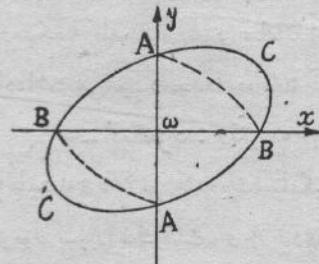
[ با تعویض  $X$  و  $Y$  در فرمول  $a'$  بدست می‌آید ]  
مالحظه می‌شود که در حالتی خاص که بستگی تابعی خطی است، ابر نقاط به یک خط تبدیل می‌شود و دو خط بازگشت بر این خط منطبق می‌گردند؛ در این حالت داریم  $1 = a a'$  زیرا معادله‌های خطهای بازگشت عبارتند از:

$$Y = aX, X = \frac{1}{a} Y$$

#### ۴- ضریب همبستگی خطی

الف- تعریف:

در شکل مقابل دوره (فرضی بیضی) یک ابر نقاط نمودار یک سری با دو مشخصه نشان داده شده است که محورهای  $\omega X$  و  $\omega Y$  از نقطه



میانگین ۰ رسم شده‌اند. از روی این شکل ملاحظه می‌شود که برای هر نقطه از ابر واقع در بخش I یا بخش III حاصل ضرب  $XY$  طول وعرض نقطه مثبت است؛ برای هر نقطه از ابر واقع در بخش II یا بخش IV این حاصل ضرب منفی می‌باشد. حاصل ضرب مزبور در مرور دو نقطه  $M$  و  $M'$  که نسبت به Oy قرینه باشند دو مقدار قرینه می‌باشد. نتیجه می‌شود که در محاسبه مقدار میانگین  $XY$  مربوط به تمام نقاط ابر یعنی  $\frac{1}{N} \sum XY$

حاصل ضربهای منفی نظیر نقاط واقع در دوره  $A \omega B$  با

## حل مسائل یکان شماره ۶۳ (دباله از صفحه ۴۱۲)

رأس منشور است.

حل - از روی شکل زوایایی که با هم برابرند مشخص می‌باشند. بادرنظر گرفتن این که زوایای تابش و انکاس مساوی می‌باشند و نیز زوایای متبادل داخلی و زوایای متقابل به رأس با هم برابرند می‌توان نوشت،  
 $\theta = 2\pi - (\pi - 2\alpha) - (\pi - 2\beta)$   
 که از آنجا،

$$\theta = 2(\alpha + \beta) \quad \text{و چون } A = \alpha + \beta \text{ است پس } A = 2A$$

۶۲/۳۶ - فرستنده: اسدالله ذهب صنیعی دانشجوی دانشگاه آریامهر

قیفی به شکل مخروط به ارتفاع  $H$  و به شاعع قاعده  $R$  از آب پر شده است. کرمای را در آن فرو می‌بریم تا به دیواره‌های قیف متکی شود. شاعع کره چقدر باشد تا حجم آبی که از قیف بیرون می‌دیزد حداقل باشد.

حل - مطابق شکل  
 مقابله اگر  $AC = R$   
 باشد داریم  $AD = H$  و  
 $L = \sqrt{H^2 + R^2}$   
 شاعع کره را  $r$  می‌گیریم. و  $AE = h$

حجم آبهای خارج شده بوسیله کره برابر  $V$  حجم قسمت کروی در داخل قیف است و طبق قضایای هندسه داریم:

$$V = \frac{\pi}{3} h^2 (3r - h)$$

$$\text{و از تشابه دو مثلث } ADC \text{ و } OBD \text{ داریم:} \\ \frac{r}{R} = \frac{OD}{L} = \frac{H+r-h}{L} \Rightarrow r = \frac{R(H-h)}{L-R}$$

و نیز:

$$V = \frac{\pi}{3} h^2 \left[ \frac{\pi R(H-h)}{L-R} - h \right] = \frac{\pi}{3(L-R)} \times \\ \times (3RHh^2 - 2Rh^3 - Lh^3) = \\ = \frac{\pi}{3(L-R)} [3RHh^2 - h^3(2R+L)]$$

نسبت به  $h$  مشتق می‌گیریم:

از معادلات بالا نتیجه می‌شود:

$$y = \frac{P}{f} x = ax$$

یعنی حرکت روی خط مستقیم انجام می‌گیرد به طوری که زاویه امتداد این خط با قائم مساوی است با:

$$\tan \alpha = \frac{x}{y} = \frac{f}{P}$$

۶۲/۳۴ - دو عدسی محدب به فاصله‌های کانونی  $f_1$  و  $f_2$  مفروضند. وقتی دو عدسی را بهم بچسبانیم و جسمی را در فاصله معین  $x$  از آنها قراردهیم تصویر مجازی در فاصله حداقل رؤیت (d) تشکیل می‌شود. وقتی عدسیها را به فاصله ۱ از هم قراردهیم تصویر مجازی در فاصله حداقل رؤیت ( $D = \infty$ ) تشکیل می‌شود. ثابت کنید که:

$$1 = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

حل - وقتی تصویر در بینهایت است باید  $A'B'$  یعنی تصویر حاصل از عدسی اول روی کانون عدسی دوم باشد یعنی  $x_1' = 1 - f_1$  و  $x_2' = f_2$ . بنابراین برای عدسی اول داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{1-f_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \\ \frac{1}{x} = \frac{1-(f_1+f_2)}{f_1(1-f_1)}$$

وقتی دو عدسی به هم چسبیده باشند دستگاه حکم یک عدسی واحد دارد که فاصله کانونی آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{f_1 + f_2}{f_1 f_2}$$

و چون تصویر مجازی در  $d$  تشکیل می‌شود داریم:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1-(f_1+f_2)}{f_1(1-f_1)} - \frac{1}{d} = \frac{f_1 + f_2}{f_1 f_2}$$

و از رابطه فوق نتیجه می‌شود:

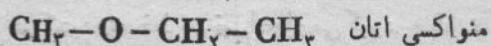
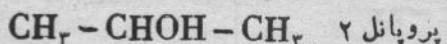
$$1 = \frac{f_1 f_2}{f_1 + d}$$

۶۲/۳۵ - فرستنده: رسول آذیری دیر دیرستانهای گچساران

یک دسته شماعهای متوازی بدرأس منشوری می‌تابد که قسمتی از آن از یک وجه و قسمت دیگر از وجه دیگر منشور منعکس می‌شود. ثابت کنید که زاویه بین دوشماع منعکس دو برابر زاویه

پس فرمول جسم همان  $C_2H_8O$  می باشد.

فرمول گسترده ایزومرها این جسم چنین است :

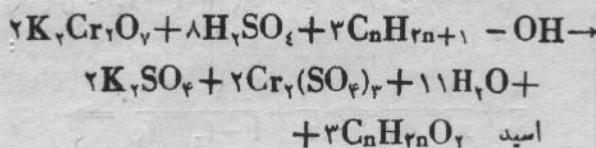


۶۲/۳۸ - محلولی است از یک مونوالکل اشاع شده

نوع اول، ۲۰۰°C از آن را در ظرف سربسته با مقدار کافی بیکرمات پتاسیم به دمای ۱۰۰°C سانثیگرید می رسانیم بطوری که تمام الکل به اسید مر بوط تبدیل شود. اسید حاصل را با عمل تقطیر جدا می کنیم و با افزودن کربنات باریم آنرا خنثی می کنیم. از تبعیر محلول حاصل ۱۹/۶۸ گرم نمک بدست می آید که اگر آنرا در آب حل کرده و با اسید سولفوریک کافی ترکیب کنیم رسوبی بوزن ۲۵/۱۶ گرم بدست می آید. فرمول الکل و غلظت آنرا در محلول اولیه تعیین کنید.

حل - فرمول عمومی مونوالکلهای اشاع شده

$C_nH_{2n+1} - OH$  است و نوع اول آن طبق رابطه زیر اسید و به اسید تبدیل می شود :



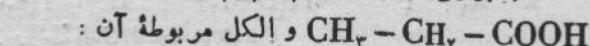
هر گام جرم مولکولی اسید را  $M$  فرض کنیم جرم مولکولی نمک باریم آن  $127 - 2M - 2$  خواهد بود و هر مولکول گرم از این نمک یک مولکول گرم سولفات باریم تولید می کند بنابراین:

$$\frac{2M - 2 + 127}{BaSO_4} = \frac{19/68}{16/20} \text{ یا } \frac{2M - 125}{232} = \frac{19/68}{16/20}$$

$$2M - 125 = 283 \quad M = 74$$

$$C_nH_{2n}O_2 = 74 \quad , \quad n = 2$$

بنابراین فرمول اسید  $C_2H_4O_2$  و گسترده آن :



از رابطه زیر بدست می آید :

نمک باریوم الکل

$$\frac{2 \times 74g}{x} = \frac{2 \times 74 \times 19/68}{283} = \frac{= 10/32g}{200cc}$$

$$10/22 \times 5 = 51/60 \text{ g/lit}$$

$$V'h = \frac{r}{3(L-R)} [2RHh - 3h(2R+L)]$$

$$V'h = 0 \Rightarrow h = \frac{2RH}{2R+L}$$

( واضح است که  $h = 0$  جواب مورد نظر نیست )  
که اگر مشتق ثانی بکیریم و این مقدار  $h$  را در آن بگذاریم:

$$Vh'' = \frac{-2rRH}{L-R} < 0 \quad L > R \quad \text{چون :}$$

بنابراین  $r$  شماع کرده مورد نظر برابر می شود با :

$$r = \frac{R(H - \frac{2RH}{2R+L})}{L-R} = \frac{RHL}{(L-R)(2R+L)}$$

## حل مسائل شیمی

ترجمه و انتخاب توسط : عطاء الله بزرگ نیا

۶۱/۳۷ - از احتراق  $1/5$  گرم از یک ماده آلی مرکب از کربن، گیدروژن و اکسیژن  $3/3$  گرم  $CO_2$  و  $1/8$  گرم  $H_2O$  تولید شده است.

الف - ساده ترین فرمول این ماده چیست؟

ب - جرم مولکولی آنرا بدست آورید در صورتی که چگالی بخار آن نسبت به هوا  $2/5$  است.

ج - فرمول گسترده تمام ایزومرها ای آنرا بنویسید و نام آنها را ذکر کنید.

حل -

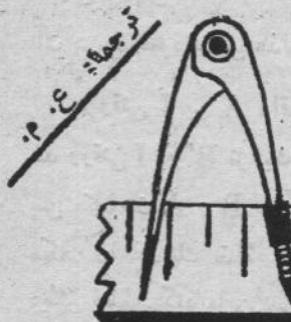
$$mc = 3/3 \times \frac{3}{11} = 0/9 \quad \frac{0/9}{12} = \frac{3}{40}$$

$$mH = 1/8 \times \frac{1}{9} = 0/2 \quad \frac{0/2}{1} = \frac{8}{40}$$

$$mo = 1/5 - (0/9 + 0/2) = 0/4 \quad \frac{0/4}{16} = \frac{1}{40}$$

بنابراین ساده ترین نسبت بین تعداد اتمهای عنصر کربن و گیدروژن و اکسیژن  $3/9$  و  $8/9$  است و ساده ترین فرمول آن  $C_2H_8O$  می باشد. جرم مولکولی آن :

$$M = 29 \times 2/06 = 60$$



## روش حل مسائل مکان، پوش و ترسیمات هندسی

اتالیف : Louis LONG دکترای ریاضی، معلم ممتاز مدارس فرانسه

# II - مکان (دنباله از شماره قبل)

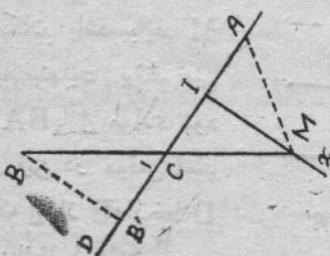
صورت مکان مطلوب از یک یا چند خط متقارب تشکیل شده است و گرنه یک منحنی مقطع مخروطی است. در این صورت هم باید محور مکان را بدست آورد و معلوم کرد که آیا یک یا دو نقطه از مکان روی این محور قرار دارد.

با ذکر چند مثال آنچه را که شرح دادیم و قابل اهمیت می باشند واضح می سازیم.

**مسئله ۱** - خط D ، نقطه B خارج آن و نقطه ثابت A  
واقع بر آن مفروض است. دائیره متغیری در نظر می گیریم که از A بگذرد و D را در نقطه متغیر C قطع کند بقسمی که مماس بر دائیره در نقطه C از B بگذرد . مطلوب است :

- ۱) مکان قطب خط D نسبت به دائیره .
- ۲) مکان مرکز دائیره .

حل : ۱) قبل شکل دائیره را که به تمامی مورد نیاز نیست کنار می گذاریم و توجه خود را روی خطوط مهم متوجه کنیم . دائیره ای که D را در A و C قطع کند قطب D نسبت



به آن را روی خطی عمود بر D واقع است . این خط را Ix می نامیم که روی D بوده و میانه AC را می بشد . با تغییر Ix می بشد . در این حالت A نقطه ملاحظه می شود که فقط دو نقطه از مکان معلوم باشد، اگر این مرکز روی مکان واقع باشد در این

### فصل ششم تعیین نوع مکان

می توان از راه جستجوی نقاط، مکان را رسم کرده باین ترتیب که همه نقاط مکان را که میسر می شود، پیدا کرد. سپس درجه مکان را معلوم کرد، یعنی معین کرد که تعداد حداقل نقاط از مکان که روی یک خط مستقیم قرار دارند چند است . اما این عمل برای هر خط دلخواه گاهی مشکل است، مگر اینکه، چنانچه بعداً خواهیم دید، مکان یک مقطع مخروطی باشد و دسته های هموگرافی را مورد استفاده قرار داد.

اما در بسیاری از موارد تعیین نقاطهای بینهایت مکان به سادگی انجام می گیرد زیرا این نقاط عبارتند از فصل مشترک خطوطی که به وضع موازی باهم درآیند.

همچنین، عموماً به سادگی می توان نقاطی از مکان را تعیین کرد که روی یک خط مرسوم از یکی از نقاط آن واقع باشند، یا اینکه بر خطی موازی با یکی از مجانبهای آن قرار داشته باشند . ( یعنی روی خط مرسوم از نقطه بینهایت آن واقع باشند) اگر نقطه ای عادی از مکان باشد و غیر از آن حداقل p نقطه از آن یافت شود که روی یک خط قرار داشته باشند در این صورت مکان از درجه  $p+1$  می باشد، چنانچه در این حالت A نقطه مضاعف باشد مکان از درجه  $p+2$  خواهد بود.

در بسیاری از مسائل مکان که متدائل است، مکان مطلوب یا خط مستقیم یا مقطعی مخروطی می باشد . در صورتی که مرکز مکان معلوم باشد، اگر این مرکز روی مکان واقع باشد در این

واین نقطه وقی در بینهایت واقع می‌شود که  $BM$  با  $\Delta$  موازی یعنی بر  $D$  عمود باشد. در این حال  $A$  از  $B$  و از  $B'$  بهیک فاصله واقع است یعنی عمود منصف  $AB$  مجانب دیگر مکان می‌باشد.

با آنچه گذشت هذلولی مکان کاملاً مشخص شده است.  
۲) در مورد تعیین مکان مرکز دایره صورت مسئله را به صورت زیر بیان می‌کنیم: از نقطه  $B$  به نقطه دلخواه از  $C$  از خط  $D$  وصل می‌کنیم و  $CO$  را عمود بر  $CB$  رسم می‌کنیم. مکان  $O$  نقطه تلاقی  $CO$  با عمودمنصف  $AC$  را تعیین کنید.

اگر  $C$  بر  $A$  واقع باشد  $O$  نیز بر  $A$  قرار دارد پس نقطه‌ای از مکان است. همچنین معلوم خواهد شد که  $B$  نقطه‌ای از مکان نبست. وقی  $C$  روی  $D$  به فاصله بینهایت دور واقع شود  $BC$  با  $BC$  موازی می‌شود و نقطه تظیر از مکان در بینهایت قرار می‌گیرد و چون  $C$  روی  $D$  در دو جهت به سمت بینهایت میل می‌کند پس مکان  $O$  خط بینهایت را در دو نقطه منطبق بر هم قطع می‌کند یعنی بر آن مماس است و بنابراین مکان  $O$  یک سهمی است. امتداد مجازیان سهمی بر خط  $D$  عمود است.

روش بالاکه برای تعیین امتداد مجازی بکاررفت در بعضی از موارد به ابهام می‌انجامد: در چنین موردی بهتر آن است که از  $A$  خطی مانند  $\Delta$  رسم کرد و دومین نقطه تلاقی آنرا با مکان بدست آورد. با این روش در ضمن می‌توان مماس در نقطه  $A$  را نیز بدست آورد.

خط  $\Delta$  که از  $A$  رسم شود برای آنکه در امتداد مجازی مکان باشد کافی است که دومین نقطه تلاقی  $O$  آن با مکان، که نقطه  $I$  فصل مشترک  $\Delta$  با  $IO$

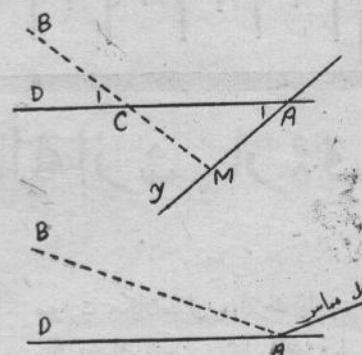
می‌باشد، در بینهایت واقع شود یعنی  $\Delta$  بر  $D$  عمود باشد. نقطه  $O$  وقی بر  $A$  منطبق خواهد بود که نقطه  $C$  بر  $A$

منطبق شود، در این حالت  $\Delta$  یعنی مماس بر مکان در  $A$  به وضعی خواهد بود که زاویه  $B'BA$  با زاویه  $B'BA$  برابر می‌باشد.

سهمی مکان  $O$  با معلوم بودن  $A$  و مماس در آن و

بینهایت دور از خط  $D$  قرار گیرد. مکان که خط بینهایت را در دو نقطه قطع می‌کند مقطع مخروطی است و چون این دو نقطه حقیقی آند پس مکان یک هذلولی است و چون امتداد مجازیانهای آن بر هم عمودند پس هذلولی متساوی القطرین می‌باشد.

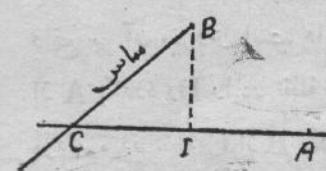
وقتی  $I$  بر  $A$  واقع شود  $M$  نیز در  $A$  واقع خواهد شد و وقتی  $I$  به  $B'$  نزدیک شود  $M$  به  $B$  نزدیک خواهد شد. پس مکان از  $A$  و  $B$  می‌گذرد. هر خطی که از  $A$  رسم شود



مکان را در یک نقطه دیگر قطع می‌کند به این ترتیب که خط  $BC$  را چنان رسم می‌کنیم که دو زاویه  $A$  و  $C$  با هم برابر باشند. برای اینکه  $Ay$  بر مکان مماس باشد باید  $M$  بر  $A$  منطبق شود که در این

حال  $AB$  و  $Ay$  با خط  $D$  زاویه‌های برابر می‌سازند. برای آنکه مماس بر مکان را در نقطه  $B$  تعیین کنیم

باید حد خط  $BM$  را تعیین کنیم وقی که  $M$  به سمت  $B$  میل کند. در چنین حالتی  $I$  بر  $B'$  قرار دارد و  $C$  قرینه  $A$  نسبت به  $I$  می‌باشد.



برای تعیین مجازیانهای مکان که یکی

از آنها در امتداد  $D$  و دیگری عمود بر آن است می‌دانیم که روی هر خط  $\Delta$  موازی با  $D$  فقط یک نقطه از مکان وجود دارد و این نقطه به این ترتیب بدست می‌آید که از  $B$  به  $A'$  قرینه  $A$

نسبت به  $\Delta$  وصل کنیم.

برای اینکه  $\Delta$  مجازی مکان باشد باید  $M$  به بینهایت بینند یعنی با  $BA'$  با  $\Delta$  موازی شود و این در موقعی است که  $\Delta$  از  $B$  و از خط  $D$  بهیک فاصله باشد.

هر خط  $\Delta$  عمود بر  $D$  مکان را در یک نقطه قطع می‌کند

۳- دایره C به شعاع معلوم روی خط مفروض D می‌غلند. مکان قطب خط مفروض D را نسبت به این دایره معلوم کنید.

۴- از نقاط ثابت A و B مماسهایی بر دایرهایی که در نقطه ثابت C بر خط معلوم AB مماسند رسم می‌کنیم. مکان نقطه تلاقی این مماسها را پیدا کنید.

۵- در دایرهای قطر ثابت AOB و شعاع Dلخواه OC را در نظر می‌گیریم. CE را موازی با قطر ثابت رسم می‌کنیم و وسط آنرا D می‌نامیم. مکان نقطه تلاقی خطوط AD و OC را پیدا کنید.

۶- دایرهای برشلهای مثلث ABC مماس است. مماس متغیری بر دایره رسم می‌کنیم که BC را در D قطع می‌کند. قطبی D نسبت به دو خط AC و AB و مماس متغیر منبور را در M قطع می‌کند. مکان M را پیدا کنید.

۷- از رأس سهمی معلومی دو وتر متغیر عمود بر هم رسم می‌کنیم و روی آنها مربع مستطیلی بنا می‌کنیم. مکان رأس چهارم این مربع مستطیل را پیدا کنید.

### مسائل امتحانات . . . (بقیه از صفحه ۳۹۷)

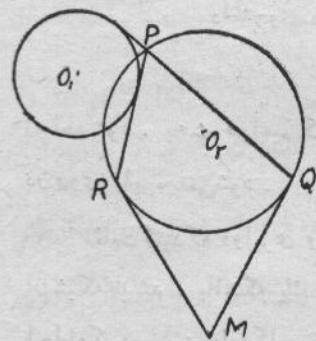
گرم اکسیژن می‌سوزد و  $\frac{1}{36}$  گرم آب و  $4845$  گاز ازت و گازکربنیک در شرایط متعارفی می‌دهد که چگالی گازها نسبت به ۱۸ می‌باشد تعیین کنید فرمول بسته جسم را.

دبیرستان فارابی کرج

دیبر: شرف‌گنندی - فرستندگان: باقر محمدی، صادق محمدی استات کلسیم را تکلیس می‌کنیم در جسم آلی حاصل جریانی از گازکلر وارد می‌نماییم تا فقط دواتم کلر روی دواتم کربن آن استخلاف شود جسم بدست آمده را با محلول پناس ترکیب می‌کنیم و جسم حاصل را کاملاً اکسید می‌نماییم تمام فرمولهای اینویسید و نام هر یک از اجسام حاصل را نیز بنویسید.

محورش مشخص می‌شود.

مسئله ۳- دو دایره O<sub>1</sub> و O<sub>2</sub> به مرکزهای O<sub>1</sub> و O<sub>2</sub> مفروض است. از نقطه متغیر P واقع بر O<sub>2</sub> دو مماس بر O<sub>1</sub> و RQ رسم می‌کنیم که O<sub>2</sub> را در Q و R قطع می‌کنند. در Q دو مماسهایی بر O<sub>1</sub> رسم می‌کنیم که در M تلاقی می‌شوند. مکان M را پیدا کنید.



قبل معلوم است که خط O<sub>1</sub>O<sub>2</sub> محور تقارن مکان می‌باشد. برای آنکه M در بینهایت واقع شود لازم و کافی است که مماسهای در نقاط Q و R با هم موازی باشند یعنی زاویه‌ای که تحت آن

دایره O<sub>1</sub> از P دیده می‌شود قائم باشد و این در حالی است که P در محل تلاقی دایره O<sub>2</sub> با دایره O<sub>1</sub> به مرکز O<sub>1</sub> و به شعاع  $\sqrt{2}$  قرار داشته باشد (دایره مونث هر بوط به دایره O<sub>1</sub> نام دارد). چون دو دایره‌حداکثر دو نقطه تلاقی دارند پس مکان مطلوب خط بینهایت را حداکثر در دو نقطه قطع می‌کند و در نتیجه یک مقطع مخروطی است. اگر دایره‌های O<sub>2</sub> و O<sub>1</sub> متقاطع باشند مکان خط بینهایت را در دو نقطه حقیقی قطع می‌کند و در نتیجه هذلولی می‌باشد. اگر دایره‌های O<sub>2</sub> و O<sub>1</sub> بر هم مماس باشند دو نقطه بینهایت مزبور بر هم منطبق هستند و مکان سهمی است. در حالی که O<sub>1</sub> و O<sub>2</sub> نقطه مشترک نداشته باشند امتدادهای جانب موهومی است و مکان بیضی است.

### تمرینات

۱- مثلث ABC قائم در A مفروض است. بر A خط D را رسم می‌کنیم و عمودهای 'BB' و 'CC' را بر D و از 'C' و 'B' موازی با صلهای زاویه قائم رسم می‌کنیم که به این ترتیب یک مستطیل B'MC'N تشکیل می‌شود؛ وقتی حول A بچرخد مکان نقاط M و N را پیدا کنید.

# صد مسئله جالب ریاضی و حل آنها

-۵-

ترجمه: داوید ریحان

دانشجوی دانشکده فنی دانشگاه تهران

احاطه شود، بحث خواهیم کرد، این مطلب شامل نقاط واقع در روی دایره نمی‌شود.

ثابت کنید که دوایری وجود دارد که محیط بر هیچ نقطه از شبکه نباشد، یا اینکه یک نقطه، دو نقطه . . . از شبکه را احاطه کرده باشد بطورکلی تغییر هر عدد (صحیح مثبت یا صفر)  $n$  یک دایره محیط بر  $n$  رأس شبکه وجود دارد.

حل - برای مشخص نمودن شبکه‌ای از اعداد صحیح، مسئله شماره ۲۲ را بیینید.

حل مسئله شماره ۲۳ نشان داد که دایرماهی به مرکز  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ، که شاععش ۲ است، شامل  $f(r)$  نقطه از شبکه است و هنگامی که  $r$  بزرگ‌می‌شود به  $f(r)$  یک واحد اضافه می‌شود.

خواهیم دید که اگر  $r$  به اندازه کافی کوچک باشد،  $f(r)$  صفر است و هر گاه بزرگ باشد،  $f(r)$  می‌تواند به راندازهای  $r = 0/1$  داریم  $f(r) = 0$ .

هر مربعی که اضلاعش به موازات محورهای مختصات بوده و بزرگتر از عدد صحیح  $n$  باشد، حداقل شامل  $n$  نقطه شبکه است زیرا بین خطوط  $x = a + n$  و  $x = a$  حداقل  $n$  سطر از شبکه وجود دارد. ولی دایرماهی که شاععش بزرگتر از  $n$  باشد حاوی مربعی است که اضلاعش موازی با محورها و بزرگتر از  $r$  باشند؛ بنابراین چنین دایرماهی حداقل حاوی  $n$  نقطه است. از این موضوع نتیجه می‌گیریم که  $f(r)$  به ازای  $r = n + 1$  بزرگتر از  $n^2$  است. این تنها نکته لازم برای استدلالی است که در مدنظر داشتیم و اساساً از قضیه زیر نتیجه‌هایی شود: که یکتابع غیر محدود که از صفر باجهشی یک واحدی صعود کند، تمام مقادیر مثبت صحیح را اختیار می‌کند.

## ۴۳- نقاطی از یک شبکه

برای تعریف یک شبکه، خواننده می‌تواند به مسئله ۲۲ مراجعه کند.

ثابت کنید که دایرة به مرکز  $(\sqrt{3}, \sqrt{2})$  می‌تواند با شعاعی که بطبوع مناسب اختیار می‌شود از یک نقطه دلخواه شبکه بگذرد، ولی هیچ‌گدام از دایر به این مرکز از دو نقطه (یا بیشتر) از این شبکه عبور نمی‌کنند.

حل - اگر دو نقطه به مختصات  $(u, v)$  و  $(w, x)$  از شبکه روی دایر به مرکز  $(\sqrt{3}, \sqrt{2})$  وجود می‌داشت، رابطه زیر برقرار بود:

$$(x - \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{3})^2 = (u - \sqrt{2})^2 + (v - \sqrt{3})^2$$

از آنجا:

$$c\sqrt{2} + d\sqrt{3} = u^2 + v^2 - x^2 - y^2 = n$$

$n$  عددی است صحیح و  $c, d$  بوسیله روابط زیر مشخص می‌شود:

$$c = 2(u - x) \quad \text{و} \quad d = 2(v - y)$$

و نتیجه خواهیم گرفت:

$$2c^2 + 3d^2 + 2cd\sqrt{6} = n^2$$

چون  $\sqrt{6}$  اصم و  $c, d$  اعداد صحیح‌اند، اگر  $cd \neq 0$  باشد "تناقض" بوجود می‌آید. بنابراین باید داشته باشیم  $cd = 0$ . اگر  $c = 0$ ،  $d\sqrt{3} = n$ ،  $d = 0$  از آنجا  $n = 0$ ؛ و اگر  $d = 0$  باشد  $c$  نیز صفر خواهد بود، بنابراین  $c = d = 0$  و نتیجه می‌شود که  $x = u$  و  $y = v$ . بنابراین نقاط اخیر بر هم منطبقند.

۴۴- نقاطی از یک شبکه واقع در داخل دایر  
در این مسئله از نقاط یک شبکه که بوسیله دایر  $K$

۲۵- آیا  $14 = 15$  است؟

در سال ۱۹۵۲، در وروکلاو (Wroclaw) در جریان ملاقاتی که بین شرکت کنندگان المپیاد ریاضیات رخداد، ژ-میکو زینسکی (J. Mikusinski) تقسیم یک سطح به هفت ضلعها را که در هر رأس، سه هفت ضلعی باهم تلاقی کنند مطرح کرد و از این موضوع نتیجه گرفت که  $14 = 15$  است. برای این موضوع زاویه  $180^\circ$  را به  $p$  نمایش می‌دهیم. مجموع زوایای یک هفت ضلعی  $5p$  است؛ بنابراین مقدار

متوسط یک زاویه از هفت ضلعی  $\frac{5p}{7}$  است. چون سطح کاملاً از

هفت ضلعی پوشیده شده است، نتیجه می‌گیریم که زاویه این

موزائیک مقدار  $\frac{5p}{7}$  است. ولی در هر رأس شه زاویه بایکدیگر

تلاقی می‌کنند؛ بنابراین مقدار متوسط یک زاویه موزائیک

$\frac{2p}{3}$  است، زیرا تمام زاویه متعلق به چنین رأسی می‌شود؛

بنابراین  $\frac{2p}{3} = \frac{5p}{7}$  یعنی  $\frac{5}{3} = \frac{2}{7}$  و از آنجا  $14 = 15$ ، و

این چیزی است که می‌خواستیم اثبات کنیم، آیا می‌تواند بگویند که خطای حاصله از کجا ناشی شده است؟

حل - خطای مربوط از آنجا بوجود آمده است که مقدار متوسط جملات یک سری نامحدود به ترتیب این جملات بستگی دارد (به عنوان مثال مقدار متوسط اعداد  $[100, 100, 100, \dots]$  مساوی  $\frac{1}{3}$  است و مقدار متوسط این جملات در ترتیب زیر صفر است

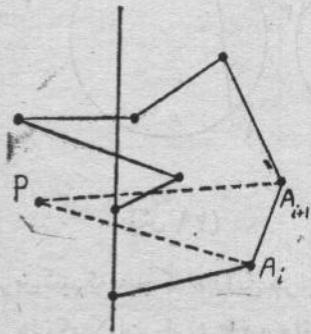
$100, 100, 100, 100, 100, \dots$

«تساوی»  $14 = 15$  که مدعی اثبات آن بودیم حقیقتاً از طرق مختلف قرار دادن جملات یک سری حاصل شده است و این سری زوایای هفت ضلعی است که سطح را مستور نموده است.

۲۶ - **کثیر الاضلاع** -  $n$  نقطه از یک صفحه طوری هستند که سه نقطه غیر مشخص از آنها بر یک امتداد نیستند، آیا ممکن است که یک  $n$  ضلعی بسته بیا بیم بطوری که هیچ یک از اضلاع یکدیگر را قطع نکنند و این  $n$  نقطه رأسهای آن باشند؟

حل - فرض می‌کنیم که  $m$  نقطه وجودداشته باشد بطوری که هیچکدام از سه نقطه غیر مشخص آن بر یک امتداد نباشد و همواره بتوانیم چند ضلعی بسته‌ای بیا بیم که این نقاط رأسهای

آن باشند و اضلاعش یکدیگر را قطع نکنند. بنابراین  $n+1$  نقطه را بقسمی انتخاب می‌کنیم که سه نقطه غیر مشخص آن بر یک اسقامت نباشند. بین این نقاط، نقطه‌ای مثل  $P$  وجوددارد که بتوانند خطوط دیگر را بوسیله یک خط قطع کرده باشد. چند ضلعی که در این ایجاده شده (در فرض اخیر) صدق کند را سهایش  $n$  نقطه جدا شده از  $P$  باشد به  $W_n$  نمایش می‌دهیم. اگر بتوانیم ثابت کنیم که لااقل یکی از اضلاع چندضلعی



(ش ۲۷)

باشد، بدست خواهیم آورد. از  $W_n$  ضلع غیر مشخصی مانند  $A_iA_{i+1}$  را انتخاب می‌کنیم. اگر این ضلع کاملاً از  $P$  دیده نشود؛ یعنی اگر مثلث  $PA_iA_{i+1}$  عبور کند، این ضلع مخفی را ادامه می‌دهیم. یعنی خطی رسم می‌کنیم که متکی به آن باشد و تمام اضلاعی که بوسیله این خط از  $P$  جدا شده‌اند، حذف می‌کنیم. پس از چنین عملی، تعداد اضلاع نگهداری شده اقلای یک واحد کم می‌شود (بر حسب اتفاق، ضلع  $A_iA_{i+1}$  و عملیات را برای اضلاع باقیمانده، با بکار بردن خط غیر مشخص دیگری تکرار می‌کنیم).

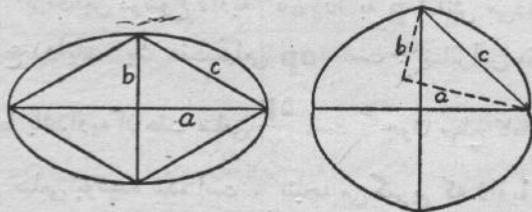
پس از حداکثر  $n$  دفعه تکرار این عمل هیچ ضلعی از  $P$  باقی نمی‌ماند؛ آخرین خط ترسیم شده متکی به ضلعی از  $W_n$  است که کاملاً از  $P$  دیده می‌شود. اگر چنین ضلعی را برداشتند و انتهایش را بوسیله یک خط به  $P$  مربوط کنیم کثیر الاضلاع  $n+1$  ضلعی مطلوب را بدست می‌آوریم:

چون فرض مربوطه در حالت  $n=3$  برقرار است، پاسخ مسئله که بوسیله استقراء بدست آمده است، مثبت است.

## ۲۷ - نقاط و دایره

چهار نقطه غیر واقع بر یک خط وهمجنبین غیر واقع بر یک دایره، در یک صفحه مفروض است. این نقاط را به  $1, 2, 3, 4$  نمایش می‌دهیم آیا همواره ممکن است که دایره مارب بر

ولی رامحل دیگری وجوددارد و مستلزم آنست که یکی از قطعات بیضی دوران داده شود . و ترها را وصل بین رأسهای متوالی بیضی را رسم می کنیم (ش ۳۱) . یک لوزی بدست می آید که بوسیله چهار قطعه از بیضی محصور شده است . این لوزی را که مساحتش  $2ab$  است بوسیله مربعی که مساحتش  $c^2 = a^2 + b^2$  می باشد جایگزین می کنیم بطوری که چهار قطعه



بیضی بازهم محیط بر اضلاع مربع باشند . سطح داخلی به اندازه تفاضل مساحت های مربع و لوزی اضافه شده است یعنی به اندازه :

$$c^2 - 2ab = a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

مانند جواب قبلی است ،

\*\*\*

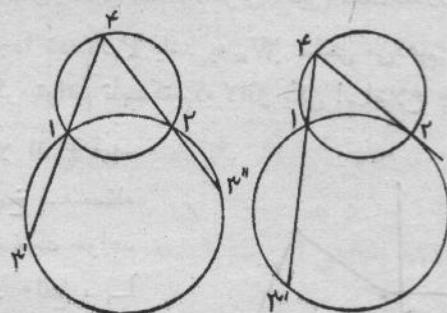
بعضی از مسائلی که حل آنها در شماره بعد چاپ می شود .  
۲۹ - از نقطه مفروضی از فضا صفحاتی عبور می دهیم که فضا را به بزرگترین تعداد ممکن از نواحی تقسیم کنند . بایک صفحه دو ناحیه بدست می آید ، با دو صفحه چهارتا ، با سه صفحه که فقط در نقطه مزبور مشترک باشند هشت ناحیه حاصل می شود .  
با چهار صفحه چند ناحیه بدست می آید و با ۵ صفحه چند ناحیه ؟

۳۰ - فرض کنیم صفحه  $\pi$  در قطب شمال  $N$  و صفحه  $\pi$  در قطب جنوب  $S$  بر کره زمین مماس باشند . با انتخاب  $N$  به عنوان مرکز دید و تصویر کردن نقاط روی  $\pi$  نقشه ای بدست آید . با انتخاب  $S$  به عنوان مرکز دید و تصویر کردن نقاط کره روی  $\pi$  نقشه دیگری حاصل می شود . با انبساط دو تصویری که از یک نصف النهار بدست آمده است می توانیم دو صفحه را برابر هم منطبق کنیم . به این ترتیب عمل تبدیل یک صفحه را به خودش انجام داده ایم . چگونه می توانیم این تبدیل را مستقیماً انجام دهیم ؟

۳۱ - مکعبی را در نظر می گیریم و آنرا چنان نگاهی داریم که بتواند حول یک قطرش بچرخد . در این حال یک نخ سیاه به دور مکعب می بینیم . این نخ بیش از نصف مکعب را نخواهد پوشاند (چرا ؟) مکعب مزبور دامی توانیم حول سه قطر دیگر شیخ خانیم و هر دفعه از نخهای به رنگهای مختلف (قرمز ، آبی ، زرد ) استفاده می کنیم . تمام مکعب از این رنگها پوشیده می شود و واضح است که از ترکیب این رنگها رنگهای تازه ای پدیده می آید . (خود مکعب را که سفید است بیرنگ می گیریم ) . چند رنگ و

چه رنگهایی وجوددارد ؟

حاوی نقطه ۴ باشد (یعنی نقطه ۴ ، داخل آن قرار گیرد )  
حل - دایره مادرین نقاط ۳، ۲۱ و دایره ای را که از نقاط ۴، ۲۱ می گذرد رسم می کنیم . اگر نقطه ۴ داخل دایره ۱۲۳ یا نقطه ۳ داخل دایره ۱۲۴ قرار گیرد ، پاسخ مثبت است .



(ش ۲۸)

(ش ۲۹)

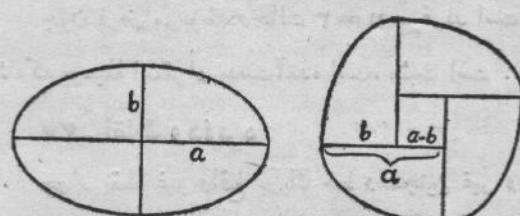
فرض کنیم که هیچ کدام از این شرایط برقرار نباشد . بمسادگی دیده می شود که کمان دایره ۱۲۳ واقع در خارج دایره ۱۲۴ به سه قسم تقسیم شده است : ۱۳' ، ۳۲' ، ۲۳' (ش ۲۸) ، بطوری که اگر نقطه ۳ روی ۱۳' واقع باشد ، در این صورت ۱ داخل دایره ۲۳' واقع است؛ اگر نقطه ۳ روی ۲' باشد ، پس نقطه ۲ داخل دایره ۱۲۳ واقع است؛ اگر نقطه ۳ روی ۳' باشد دووضع اخیر با هم بروزنمی کنند .

مضاراً یادآوری می کنیم که یک یادوتا (ش ۲۹) از سه قسمت مذکور در فوق می توانند حذف شوند . در این صورت پاسخ مسئله در همه حالات مثبت است .

### ۲۸ - مسئله هندسی

بعضی به محور اطول  $2a$  و محور اقص  $2b$  مفروض است ، منحنی بسته ای رسم کنید که طولش برابر با پیرامون بیضی و مساحت از مساحت بیضی به اندازه  $(a-b)^2$  زیادتر باشد .

حل - منحنی مطلوب را با تقسیم بیضی به چهار قسمت و قراردادن آنها مطابق شکل ۳۰ بدست می آوریم .



(ش ۳۰)

# مسائل انتخابی

## از مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها

سیه ماهه دوم = آسفند ۱۳۴۷

- معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} + \frac{x+c}{x-c} = 3$$

دبیرستان مسعودی دماوند

فرستنده : حسن گل محمدی

- دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x(y+z)=5 \\ y(z+x)=8 \\ z(x+y)=9 \end{cases}$$

- معادله زیر را حل کنید :

$$\log(x+1) + c \log \sqrt{x} = 1$$

### مسائل هندسه

دبیرستان حکیم نظامی قم

دبیر : سعیدی - فرستنده : جواد فیض

مثلث  $PQR$  مفروض است بروی ضلع  $QR$  متوازی -  
الاضلاع  $QRDF$  را در خارج مثلث  $R$  رسمی کنیم. خطوط  
 $PF$  و  $PD$  ضلع  $QR$  یا امتداد آنرا در نقاط  $M$  و  $N$  قطع می -  
کنند. از نقاط  $M$  و  $N$  دو خط موازی با  $PF$  رسمی کنیم تا  
اضلاع  $PQ$  و  $PR$  را در نقاط  $M'$  و  $N'$  قطع کنند ثابت کنید  
خط  $M'N'$  باضلع  $QR$  موازی است .

دبیرستان فرگام

دبیر : وحدتی - فرستنده : عادل محمدزاده

در دایره به شعاع  $R$  مثلث متساوی الساقین  $ABC$

### کلاس چهارم طبیعی

#### جبر

دبیرستان قربیت

دبیر : عمارزاده - فرستنده : حسین دلبارانی

- حدود جوابهای نامعادله زیر را بدست آورید :

$$\frac{x+4}{x^2+8x+16} + \frac{2}{x-4} > \frac{3x+5}{x^2-5x+4}$$

- معادله درجه دوم پارامتری زیر مفروض است :

$$(2m-3)x^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0$$

$m$  را طوری تبیین کنید که : الف - معادله دارای دو  
ریشه مساوی باشد . ب - میان معادله مساوی ۶ گردد .  
ج - بین ریشه های معادله رابطه  $(x'+x'') + x'x'' = 2$  برقرار باشد . د - بازاء  $m=3$  ریشه های معادله را بدست  
آورید .

دبیرستان فروردین کیلان دماوند

فرستنده : حسن گل محمدی

- اگر  $m$  عددی صحیح و فرد باشد و بدانیم :

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

ثابت کنید :

$$(a+b+c)^m = a^m + b^m + c^m$$

دریاکه درجه حرارت آن ۴ درجه است بالا می‌آید . مطلوب است حجم حباب هوا در سطح آب در صورتی که درجه حرارت سطح آب ۲۷ درجه باشد .

### دیبرستان مسعودی دماوند

فرستنده : حسن گل محمدی

استوانه‌ای است از شیشه و آهن به ارتفاع  $22\text{cm}$  . ارتفاع استوانه آهنی  $12\text{cm}$  است . این استوانه راوارد ظرفی که دارای آب و جیوه است وارد می‌کنیم . اولاً - ارتفاع آب چقدر باشد تا قسمت آهنی استوانه  $7\text{cm}$  در جیوه فرورود . ثانیاً - چه نیرویی باید به استوانه وارد آورد تا تمام استوانه در مایع فرورود .

### مسائل شیمی

#### دیبرستان آذرمیدخت شرقی

دیبر : داور - فرستنده : باهره دیبران

دومحلول از اسید سولفوریک در اختیار داریم . اولی با غلظت  $\frac{1}{4}$  ملکول گرم در لیتر و دومی اسید  $\frac{N}{20}$  نیتریک است . محاسبه کنید به چه نسبت حجمی باید دومحلول را باهم بیامیزیم تا فاکتور اسید حاصل  $\frac{1}{8}$  گردد .

#### دیبرستان فرگام

دیبر : بیداری - فرستنده : عادل محمدزاده

۳/۲ گرم گوگرد را می‌سوزانیم تعیین کنید . ۱ - حجم گاز حاصل را . ۲ - نصف گاز حاصل را بر محلول آب کلر وارد می‌کنیم و سپس بقدر کافی محلول کلرور باریم می‌افزاییم وزن رسوپ حاصل چقدر است . ۳ - نصف دیگر گاز را بر محلول آب اکسیژن  $15$  حجمی وارد می‌نماییم چه حجم از آب اکسیژن مصروف می‌شود و اسید حاصل از این عمل با چند سانتی متر مکعب محلول نیم نرمال آب آهک خنثی می‌گردد .

#### دیبرستان فروردین کیلان دماوند

دیبر : کاظمی - فرستنده : حسن گل محمدی

محلولی حاوی نیترات و نیتریت سدیم و اسید نیتریک می‌باشد . فعل و افعالات زیر را روی آن انجام می‌دهیم :

$AB = R\sqrt{3}$  (  $AB = AC$  ) را محاط کرده ایم در صورتی که باشد ضلع  $BC$  و ارتفاع مثلث را حساب کنید .

#### دیبرستان فروردین کیلان دماوند

فرستنده : حسن گل محمدی

دایره‌ای به مرکز  $O$  و بقطار  $AB$  مفروض است ، در نقاط  $A$  و  $B$  دوماس بر این دایره رسم کرده و از نقطه اختیاری  $M$  واقع بر دایره به نقاط  $A$  و  $B$  وصل کرده امتداد می‌دهیم تا مساهای مرسوم را در نقاط  $F$  و  $E$  قطع کند . اگر  $C$  و  $D$  وسط پاره خطهای  $AF$  و  $BE$  و نقطه  $K$  محل برخورد  $EF$  باشد، اولاً ثابت کنید چهار نقطه  $C$  و  $M$  و  $D$  و  $B$  بر یک استقامتند . ثانیاً - خط  $CD$  در نقطه  $M$  بر دایره  $O$  مماس است . ثالثاً - اگر امتداد  $CO$  در نقطه  $'C'$  و امتداد  $DO$  در نقطه  $'D'$  دایره  $O$  را قطع کنند و همچنین نقطه  $H$  محل تلاقی  $BD$  و  $AC$  باشد مقدار زاویه  $H$  را حساب کنید .

#### دیبرستان مسعودی دماوند

فرستنده : حسن گل محمدی

در مثلث  $ABC$  که  $AB = BC$  است نیمساز داخلی  $C$  ضلع  $AB$  را در  $D$  قطع می‌کند . خطی که از  $D$  موازی باضلع  $AC$  رسم شود ضلع  $BC$  را در  $E$  و خطی که در  $D$  عمود بر  $CD$  اخراج شود ، امتداد ضلع  $CA$  را در  $F$  قطع می‌کند و سرانجام عمودی که از  $B$  بر  $DE$  فرود آید آنرا در  $M$  قطع می‌کند ثابت کنید :

$$FC = 4DM$$

### مسائل فیزیک

#### دیبرستان حکیم نظامی قم

دیبر : آقاخانی - فرستنده : جواد فیض

لوله‌ای به شکل  $U$  از مایعی پرشده و دو طرف آن بوسیله دو پیستون مسدود شده است . قطر پیستون اول  $3\text{cm}$  و قطر پیستون دوم  $5/18$  متر است وزن پیستون اول  $100$  گرم نیرو است و بر روی آن وزن  $900$  گرمی قرار می‌دهیم . وزن پیستون دوم  $150$  گرم نیرو است . تعیین کنید چه وزنه‌ای روی آن قرار دهیم تا نعادل برقرار شود .

#### دیبرستان فروردین کیلان دماوند

دیبر : کاظمی - فرستنده : حسن گل محمدی

یک حباب به حجم  $10\text{cm}^3$  از ارتفاع  $50$  متری سطح

دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ xy+yz+zx=11 \\ xyz=6 \end{cases}$$

### دبيرستان امير گبیر مشهد

دبير: احمدزاده - فرستنده: مهدی خزاعی مقدم

معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{1}{1-\sqrt{1-x}} + \frac{1}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{3}}{x^2}$$

### دبيرستان پهلوی اراک

دبير: نشادیان - فرستنده: ساعد فاطمی زاده

عبارت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  مفروض

است. روابطی بین  $a, b, c, d$  و  $f(x)$  همواره بر عبارت  $x^3 + x^2 + x + 1$  بخش پذیر باشد در این صورت خارج قسمت را باید.

### دبيرستان تربیت تبریز

دبير: خلخالی - فرستنده: عبدالله ملکی

معادله زیر را حل کنید:

$$\sqrt[5]{(7x-3)^3} + 8\sqrt[5]{(3-7x)^{-7}} = 7$$

### دبيرستان حکمت قم

دبير: سعیدی - فرستنده: جواد فیض

معادله اصم زیر را حل کنید:

$$5\sqrt{2x-1} = 9 + \sqrt{8x-4}$$

### دبيرستان خرد اشماره ۳

دبير: کاظم زاده - فرستنده: رحیم ملکیان

- معادله درجه دومی بنویسید که اولاً بین ریشه‌ها روابط زیر برقرار باشد.

$$\begin{cases} x''+x'''=5 \\ x'x''(x'+x''-1)=4 \end{cases}$$

- حاصل عبارت زیر را بدون بسط پرانتزها بدست آوردید:

$$(3-\sqrt{5})^{-3} + (2+\sqrt{5})^{-3} = ?$$

دریک ظرف ۳۰۰.۰ پرمنکنات  $\frac{N}{10}$  و ۲۰۰.۰ اسید

سولفوریک نرمال و ۲۵۰.۰ ازمحلول فوق الذکر می‌ریزیم.

رنگ موجود در محلول را بوسیله ۱۰cc اسید اگزالیک

$\frac{N}{10}$  ازین می‌بریم به محلول فوق پس از افزودن اسید اگزالیک

در مجاورت اسید سولفوریک مقدار ۸۰cc سولفات فروی  $\frac{N}{10}$

افزوده و حرارت می‌دهیم. پس از خاتمه عمل باید به آن ۴۵cc

پرمنکنات  $\frac{2N}{10}$  افزوده تا رنگ ظاهر شود. از روی نتایج

حاصل از آزمایش مطلوب است: اولاً - کلیه فعل و انفعالات ممکن

را با فرمول مشخص کنید و آنها را بوسیله تئوری اکسیداسیون و

احیاء بررسی کنید و معلوم کنید چه جسمی اکسید و چه جسمی احیاء شده

است. ثانیاً - غلظت یونهای  $(NO_3^-)$  و  $(NO_2^-)$  را در محلول

اولیه بدست آوردید.

### دبيرستان مرودی

دبيران: نقاه الاسلامی، فروتن، ملکی - فرستنده: عبدالمجید کبیری

۳ گرم پیریت ناخالص (سولفور طبیعی آهن ناخالص) را

می‌سوزانیم (بر شته می‌کنیم) ۰/۸۹۶ لیتر گاز بدست می‌آید

درجة خلوص پیریت را حساب کنید اگر این گاز را وارد محلول

دست نرمال ( $\frac{1}{50}$  ملکول گرم در لیتر) پرمنکنات پتانسیم نمائیم

چند ساعتی‌تر مکعب محلول پرمنکنات پتانسیم بین رنگ می‌شود.

### دبيرستان مسعودی دماوند

دبير: فتحی - فرستنده: حسن گل محمدی

۲۰cc محلول مخلوط جوهر نمک و جوهر گوگرد با

۱۰cc نیترات سرب  $5/581$  گرم رسوب می‌دهد که در اثر

حرارت  $0/228$  گرم از وزن کم می‌شود غلظت هریک از مه

جسم اسید کلریدریک و اسید سولفوریک و نیترات سرب را

تقویت کنید.

### کلاس چهارم ریاضی

#### جب

دبيرستان ابن‌سینا رضائیه

دبير: دیلمقانی - فرستنده: قاسم جبارزاده

## دبیرستان خوارزمی شماره ۱

دبیر : صدری

- بزرگترین و کوچکترین مقدار  $y$  که در معادله زیر صدق می‌کند پیدا کنید :

$$x^3 - 4xy + 5y^2 = y + 2x - 5$$

- اگر  $x$  یک ریشه معادله  $ax^3 - bx + a = 0$  باشد

اولاً - بدون حل معادله رابطه زیر را ثابت کنید :

$$\frac{x_1^3 + 1 + 3x_1(x_1^2 + 1)}{x_1^3} = \frac{b^2}{a^2}$$

ثانیاً - معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن  $n$  برابر ریشه‌های معادله فوق باشد.

## دبیرستان خوارزمی شماره ۲

فرستنده : سورنا جوادی

معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن چنین باشند :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{12ab}{2a+3b+\sqrt{4a^3+9b^2}} \\ x_2 = 2a+3b+\sqrt{4a^3+9b^2} \end{cases}$$

## دبیرستان دهدخدا کرج

دبیر : نوروزی - فرستنده : شهرام مدرس سعیدی

معادله درجه دوم  $(m-1)x^2 - x - m = 0$  مفروض است. اولاً - ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر  $m$  معادله مفروض دارای یک جواب ۱ - است سپس جواب دیگر را بدست آورید و تحقیق کنید  $m$  چقدر باشد تا این ریشه ماکزیمم مقدار خود را از لحاظ قدر مطلق داشته باشد. ثانیاً  $m$  را چنان تعیین کنید که معادله فقط دارای یک ریشه باشد و یا دارای یک ریشه صفر گردد. ثالثاً  $m$  را چنان تعیین کنید که بین ریشه‌های رابطه زیر برقرار باشد.

$$\frac{1}{x''} + \frac{2}{x'} + \frac{3}{x''x'} = 1$$

راباً - به ازاء چه مقادیر  $m$  ریشه دیگر معادله همواره منفی می‌باشد. خاماً - معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن در دستگاه زیر صدق کند :

$$\begin{cases} 2z''' - 2z'' = 7 \\ 2z''' - 2z' = 14 \end{cases}$$

## دبیرستان سیننا

دبیر : زنجانی - فرستنده : محمد کاهکش

- کسری پیدا کنید که مخرج آن ۱۰ واحد از صورتش بیشتر باشد و اگر بر صورت ۲۵ واحد و بر مخرج ۲۵ واحد اضافه شود مقدار کسر تغییری نکند. - معادله زیر را حل کرده و پس از بدست آوردن دوریشه، معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن عکس ریشه‌های این معادله اصم باشد.

$$\sqrt{2 + \sqrt{x-5}} = \sqrt{13-x}$$

## دبیرستان شاهپور شیراز

دبیر : دستغیبی - فرستنده : حمید رضا خورسندی

- معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}} = \sqrt{x^2 - 9}$$

اولا -  $[f(g(x)) = g(f(x))]$  را حساب کنید . ثانیا - ثابت کنید:

$$g[f(g(x))] = -g(x)$$

- اگر  $a+b=c+d$  باشد معادله زیر را حل کنید:

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = 1 + ab - cd$$

- فاصله دو شهر A و B برابر ۷۲ کیلومتر است . دو

متوجه دریک لحظه از شهر A به طرف شهر B حرکت می کنند.

سرعت متوجه اول ۱۲ کیلومتر در ساعت و دومی ۸ کیلومتر در

ساعت است حساب کنید در چه فاصله ای از شهر A هم دیگر راملاقات

خواهند کرد در صورتی که متوجه اولی پس از سیدن بشهر B

و نیم ساعت توقف دوباره به طرف شهر A برگرد .

#### دیبرستان محمد رضا شاه و شت

دیبر: سلیمانی - فرستنده: نعمت الله صالحی زاده ماسوله

دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \frac{x}{4y} + \frac{2y}{x} = \frac{3}{2} \\ x^2 + y^2 = 85 \end{cases}$$

#### دیبرستان مردمی

دیبر: پاچناری - فرستنده: عبدالحمید کبیری

- دستگاه دوم معادله دومجهولی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x+y+\sqrt{xy} = 7 \\ x^2+y^2+xy = 21 \end{cases}$$

- در معادله  $2x^2 - (m-1)x + m + 1 = 0$

مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که اولا -  $x' = x''$  باشد .

ثانیا -  $1 - x' = x'' + x'''$  باشد .

#### دیبرستان هدف شماره ۱

دیبر: نقیه - فرستنده: اسدالله نقۃ الاسلامی

- معادله درجه دوم زیر مفروض است :

$$(m+3)x^2 - (m+2)x - (m+5) = 0$$

اولا - در وجود علامت ریشهها بر حسب مقادیر مختلف

$m$  بحث کنید . ثانیا - رابطه ای بین ریشهها تعیین کنید که به

مقدار  $m$  بستگی نداشته باشد . ثالثا - اگر  $x'$  و  $x''$  ریشهای

معادله مفروض باشند :

الف - مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که بین  $x'$  و  $x''$

رابطه زیر برقرار باشد .

- معادلات  $x^2 + 2px + 6q = 0$  و

$x^2 + (p+q)x - qp = 0$  مفروضند . تحقیق کنید هر دو

معادله باهم نمی توانند ریشهای موهومی داشته باشند .

#### دیبرستان فارابی گرج

دیبر: امام جمعه - فرستنده: باقر محمدی

- دستگاه زیر را حل و بحث کنید :

$$\begin{cases} (m+n)x + (m+n)y = m \\ (m^2 - n^2)x + (m^2 + n^2)y = m^2 \end{cases}$$

- مخرج کسر زیر را گویا کنید در صورتی که :

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c}}$$

#### دیبرستان کمال

دیبر: خوشنویسان - فرستنده: حسن رسولی

چه رابطه ای بین  $q$  و  $p$  برقرار باشد تا نسبت ریشهای

معادله درجه دوم  $x^2 + px + q = 0$  مساوی عدد  $m$  گردد .

#### دیبرستان کورش کبیر مشهد

دیبر: مانیان - فرستنده: حمید فغفوریان

معادله اصم زیر را حل کنید :

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{23-x} = 5$$

#### دیبرستان کیهان نو

دیبر: خوش آهنگ - فرستنده: سورنا جوادی

دستگاه معادله سه مجهولی زیر را به کمک مجهول معاون

حل کنید :

$$\begin{cases} \frac{xyz}{x+y} = \frac{6}{5} \\ \frac{xyz}{y+z} = \frac{3}{2} \\ \frac{xyz}{x+z} = 2 \end{cases}$$

#### دیبرستان گلشن راز شبسترو

دیبر: باهمت . فرستنده: ایوب مظفری پور، ابوالفضل نجیف

$$- \text{اگر } f(x) \times g(x) = \frac{x-1}{x+1} \text{ باشد .}$$

### دبيرستان بابل

دبير : طاهری - فرستنده : محمد رضا علی بيك  
معادله زير را حل کنيد :

$$2\log(\log x) = \log(7 - 2\log x) - \log 5$$

- مطلوب است محاسبه  $x$  از رابطه زير با ذكر استدلال :

$$3^1 \times 3^2 \times 3^3 \times \dots \times 3^{2x-1} = (0/33300000)^{-24}$$

### دبيرستان بابل کرج

دبير : اختر خاوری - فرستنده : محمد هاشم خانی  
سه عدد تشکيل تصاعد هندسي مي دهنند. اولا - ثابت کنيد  
در صورتی همين سه عدد تشکيل تصاعد عددی مي دهنند که سه عدد  
باهم مساوی باشند. ثانيا -  $m$  و  $n$  را به قسمی بباید که  
سه عدد  $m+n$  و  $m-1$  و  $n-2$  دارای خاصیت قسمت  
اولا باشند.

### دبيرستان بو اسحق کازرون

دبير : سرافراز - فرستنده : ارشیدير جعفریان  
در معادله درجه دوم زير  $m$  را طوری تعیین کنيد که  
معادله دارای ریشه های حقیقی باشد :

$$(\log m)x^2 - x + 1 = 0$$

### دبيرستان بیست و پنج شهریور مسجد سليمان

دبير : مجاهدی - فرستنده : فریدون امام زاده  
 $m$  را چنان تعیین کنيد که ریشه های معادله زير تشکيل  
تصاعد حسابی بدهند :

$$x^4 - 2/5x^3 + m = 0$$

### دبيرستان پهلوی نجف آباد

دبير : معین - فرستنده : علی صفر نوراللهی  
مطلوب است تعیین  $x$  در معادلات زير :

$$72x - 4 - 9 \times 7x - 2 = -14$$

$$0/125 \times 4^{2x-3} = (\frac{\sqrt{2}}{8})^{-x}$$

$$\log_{10} x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$$

### دبيرستان پهلوی همدان

دبير : ازگمی - فرستنده : محمد هادی طباطبائی  
معادلات زير را حل کنيد :

$$4^{2x} + 8^x - 6$$

$$\frac{3}{x''} + \frac{2}{x'} = 1$$

ب - ثابت کنيد رابطه زير مربع كامل است :

$$\frac{x''+1}{x'^2-3} \times \frac{x'''+1}{x'''^2-3} = 1$$

- دستگاه زير را حل کنيد :

$$\begin{cases} x-3 = \sqrt[3]{y-5} = \sqrt[3]{z-7} \\ (x-3)(y-5) + (y-5)(z-7) - (x-3)(z-7) = 1 \end{cases}$$

### دبيرستان هدف شماره ۳

دبير : علی آبادی - فرستنده : سعید قهرمانی  
دريک مسافت ۶۴۵ متری چرخهای جلو درشكهای ۱۵ دور بيش از چرخهای عقب می چرخد اگر چرخهای جلو باندازه

$\frac{1}{5}$  محیط خود و چرخهای عقب هم باندازه  $\frac{1}{3}$  محیط خود بزرگتر  
باشند در همان مسافت چرخهای جلو ۲۴ دور بيش از چرخهای  
عقب می چرخد مطلوب است محیط هر چرخ .

### مسائل حساب

#### دبيرستان آرش

دبير : بکناشی

- معادله لگاریتمی زير را حل و بحث کنيد :

$$\log_a \frac{\sqrt{x+1}}{2} = \log_{\frac{2}{x}} \frac{2ax}{\sqrt{x+1}}$$

- جمله دهم از تصاعد عددی را چنان پیدا کنيد که داشته

باشيم :

#### دبيرستان ابن سينا رضاييه

دبير : پرتوى - فرستنده : قاسم جبار زاده

- دستگاه زير را حل کنيد :

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{10}} (x^2 + y^2) = 2\log_{10} 2a + 2\log_{100} (x^2 - y^2) \\ xy = a^2 \end{cases}$$

#### دبيرستان امير كبیر مشهد

اگر  $\log 2 = 0/30103$  باشد لگاریتم ریشه پنجم

را حساب کنيد .

$$\log_7 x \log_5 x + \log_7 x \log_5 x + \log_7 x \log_7 x =$$

$$= \frac{1}{\log_7 x \cdot 2 \log_5 x \cdot 3 \log_3 x}$$

دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \sqrt{2(2+\sqrt{3})^{x-y}} = 1 - \sqrt{3} \\ \sqrt{2(5-2\sqrt{6})^{x+y} - 2y+2} = 2 + \sqrt{6} \end{cases}$$

### دبیرستان خوارزمی شماره ۳ (ارشاد)

دبیر: عیوقی -- فرستنده: حسن گل محمدی

دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} 4 \log_y x + \log_x y = 4 \\ \log x + \log y = \log 8 \end{cases}$$

معادله نمائی زیر را حل کنید:

$$7 \times 9^x - 10 \times 21^x + 3 \times 49^x = 0$$

### دبیرستان دین و دانش قم

دبیر: مجتبیان -- فرستنده: حسن فیض

$x$  را از رابطه زیر بدست آورید:

$$\frac{1}{\sqrt{a^4}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = \frac{1}{\sqrt{b^4}}$$

### دبیرستان رهنما

دبیر: مولانی -- فرستنده: علی توسلی و محسن نجفی فرد  
اگر  $a_{17}$  و  $a_{25}$  به ترتیب جملات هفدهم و بیست و

پنجم یک تصاعد حسابی باشند به فرض اینکه:

$$\frac{S_{25}}{S_{17}} - \frac{625}{289} \quad (\text{مجموع جملات})$$

باشد ثابت کنید:

$$\frac{a_{25}}{a_{17}} = \frac{49}{33}$$

از معادله زیر  $y$  را بدست آورید:

$$5y + 5y - 1 + 5y - 2 + \dots = \frac{225}{4}$$

### دبیرستان سینا مسجد سلیمان

دبیر: زنجانی -- فرستنده: محمد کاهکش

$$\log_a \frac{x}{a-x} = \log_a \frac{a-x}{x}$$

معادله زیر مفروض است:

$$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$$

با شرط آنکه ضرایب این معادله به ترتیب جملات متواالی یک تصاعد هندسی با قدر نسبت  $\lambda$  باشند. ثابت کنید همیشه یک جواب برابر  $\lambda$  خواهد داشت.

### دبیرستان تربیت

دبیر: عمار زاده -- فرستنده: حسین دلربائی  
-- را طوری تعیین کنید که معادله درجه دوم زیردارای دو ریشه مساوی باشد:

$$2x^2 + 4(1 + \log a)x - (5 - 4\log a) = 0$$

### دبیرستان تربیت قبور

دبیر: فتحی پور -- فرستنده: عبدالله ملکی  
مجموع سه عدد ۱۱۴ است این اعداد می‌توانند جملات متواالی یک تصاعد هندسی یا جملات اول و چهارم و پنجم و پنجم یک تصاعد عددی باشند این اعداد را پیدا کنید.

### دبیرستان تربیت قبور

دبیر: فتحی پور -- فرستنده: محمد حسن صلحجو  
-- مجموع جمله سوم و پنجم یک تصاعد هندسی ۱۰۵ و  
تفاضل جمله دوم از جمله ششم ۱۵۰ است تصاعد را تشکیل دهید  
-- معادله زیر را حل کنید:

$$\log_a x + (\log_a x)^2 + (\log_a x)^3 + \dots = \frac{1}{2}$$

### دبیرستان جام جم

-- بین عدد سه و یک عدد مجهول عدد دیگری قرار دارد  
به طوریکه هر سه عدد تشکیل تصاعد عددی می‌دهند ولی اگر  
از عدد دوم ۶ واحد کم کنیم به تصاعد هندسی تبدیل می‌شود.  
مطلوب بست عدد مجهول

دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \log_y x + \log_x y = 2/5 \\ \log_y y - \log_x x = 1 \end{cases}$$

### دبیرستان خوارزمی شماره ۱

دبیر: قاسملو  
-- معادله زیر را حل کنید:

### دبیرستان کورش کبیر مشهد

دبیر : زمانیان - فرستنده : حمید فغوریان

$$\text{به فرض آنکه } 4x^2 + 9y^2 = 4xy \text{ باشد : درستی} \\ \text{تساوی زیر را تحقیق کنید :}$$

$$\frac{\log x + \log y}{2} = \log \frac{2x + 2y}{2}$$

### دبیرستان کیهان نو

دبیر : خوش آهنگ - فرستنده : سورنا جوادی  
معادله مجهول القوه زیر را حل کنید :

$$\frac{\log x + \log x}{5} = 3^1 + \log x - 5 - 1 + \log x$$

### دبیرستان گلشن راز شبستر

دبیر : با همت - فرستنده : ایوب مظفری پور  
- اگر لگاریتم عدد  $\frac{22}{95}$  برابر  $22/95$  باشد  
اولاً - لگاریتمهای اعداد  $2/295$  و  $2/295$  را  
حساب کنید .

ثانیاً - تعیین کنید  $(\sqrt[5]{2295})^2$  چند رقم صحیح دارد.

ثالثاً - اگر  $\log 6 = 0.77712$  و  $\log 3 = 0.47712$   
باشد لگاریتمهای اعداد ۲ و ۱۷ و  $5/1$  را حساب کنید .

- دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} (\log x - \log y) \log x - 2 \log y = 1 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$$

### دبیرستان محمد رضا شاه پهلوی

دبیر : سلیمانی - فرستنده : نعمت‌الله صالحی زاده ماسوله

مجموع زیر را تعیین کنید :

$$8 = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + (n-1)n^{n-2} + nx^{n-1}$$

### دبیرستان محمد رضا شاه (مرند)

دبیر : ملودانی - فرستنده : مجیدترائی  
یک تصاعد حسابی بنویسید که در آن مجموع دو جمله اول  
و آخر برابر ۴۲ - و مجموع جملات برابر ۲۱۵ می‌باشد.

### دبیرستان محمد رضا شاه

دبیر : داؤدی - فرستنده : عیسیٰ زاده، قاسم جبارزاده

- معادله زیر را حل کنید :

$$5^x + 5^{x-2} + 5^{x-4} + \dots = 156(25)^x$$

### دبیرستان هدف شماره ۹

دبیر : فرهی - فرستنده : اسد‌الله نقده‌الاسلامی  
-- در یک تصاعد عددی صعودی مجموع پنج جمله اول

- مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که ضرائب معادله درجه

دوم زیر تشکیل تصاعد هندسی بدهند ، و در عین حال نشان  
دهید که معادله دارای ریشه مضاعف است .

$$(m-1)x^2 - 2mx + 2 + m = 0$$

- حدمجموع عبارات زیر را تعیین کنید :

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots\right) +$$

$$+ \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^3} + \dots\right)$$

### دبیرستان شاهپور شیراز

دبیر : جواد پور - فرستنده : حمید رضا خورسندی

- اگر  $a_1$  و  $a_2$  و  $a_3$  و ... و  $a_n$  جملات یک تصاعد  
حسابی و  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$  و ... و  $u_n$  جملات یک تصاعد هندسی  
باشد مطلوبست محاسبه مجموع زیر :

$$a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots + a_n u_n$$

- معادله زیر را حل کنید :

$$\log_a \frac{b^x}{x^2 + b^x} = \log_x \frac{a^x(x^2 + b^x)}{b^x}$$

### دبیرستان شهریار قم

دبیر : صدری - فرستنده : جواد فیض

معادلات زیر را حل کنید :

$$1) 7 \times 3^{x-1} - 5^{x+3} = 3^{x+4} - 5^{x+2}$$

$$2) \log_x 15x^2 + \log_5 x = 1$$

### دبیرستان صائب اصفهان

دبیر : خاتون آبادی - فرستنده : منوچهر حقانی  
اولین جمله یک تصاعد حسابی ۹ جمله‌ای مساوی او  
مجموع جملات آن ۳۶۹ می‌باشد. تصاعد هندسی داریم که جملات  
اول و دوم آن مساوی جملات اول و دوم تصاعد عددی مذکور  
است مطلوبست جمله هفتم تصاعد هندسی .

### دبیرستان کمال

دبیر : خوشنویسان - فرستنده : حسن رسولی

دستگاه زیر را حل کنید :

$$x^{\log x} + y^{\log x} = 101$$

$$y^{\log x} + x^{\log y} = 2$$

$$CF=FH, BE=EH$$

$$S_{ABC}=2S_{MNEF}$$

دیبرستان فردوسی رضائیه

دیبر : رحیمی افشار - فرستنده : علی نمایی

از نقطه A بر خط d دایره‌ای چنان رسم کنید که در نقطه A بر خط d مماس بوده و بر دایره C نیز مماس شود .

دیبرستان دکتر گریم فاظمی

دیبر : رستمی - فرستنده : آذر حسینی پناه

مثلث متساوی الساقین  $(AB=AC)ABC$  و نقطه P

واقع بر امتداد ضلع BC مفروض است ثابت کنید تفاصل فواصل نقطه P از ساقهای AB و AC مقدار ثابتی است .

دیبرستان کورش کبیر مشهد

دیبر : برادران - فرستنده : حمید فغفوریان

مثلثی رسم کنید که دز آن یک ضلع و ارتفاع وارد بر آن و میانه وارد بر ضلع دیگر معلوم باشد .

دیبرستان محمد طبری آمل

دیبر : شمس - فرستنده : شکرالله محمدی

مثلث ABC مفروض است بر روی اضلاع AB و AC دو نقطه D و E را طوری تبیین کنید که داشته باشیم :

$$\frac{BD}{EC} = \frac{p}{q}, \quad \frac{AD}{AE} = \frac{m}{n}$$

( m و n و p و q طولهای معلومند )

دیبرستان شماره یک هدف

دیبر : شاملو - فرستنده : اسدالله ثقہ الاسلامی

- مثلث AKF مفروض است . نقطه P را روی دنباله -

ضلع KF طوری اختیار کنید که PA واسطه هندسی و PF باشد (شرط امکان مسئله)

- دایره O به شعاع R=a مفروض است و تر LK را

در آن رسم کرده آنرا از طرفین بطور متساوی تا نقاط C و B امتداد می‌دهیم از نقاط B و C دوماًس بر دایره رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در A قطع کنند ثابت کنید  $AB=AC$  اگر زاویه  $LK=a\sqrt{2}$  و  $A=90^\circ$  باشد اضلاع مثلث ABC را بر حسب a حساب کنید .

برا برابر ۳۵ و حاصل ضرب جملات دوم و پنجم ۱۸ واحد از حاصل ضرب جملات سوم و چهارم کمتر است تصاعد را مشخص کنید و بین جملات چهارم و دهم تعداد هشت واسطه عددی درج کنید .

## مسائل هندسه

دیبرستان امیر کبیر مشهد

دیبر : رجبی - فرستنده : مهدی خزاعی مقدم از مثلثی ضلع AC و M محل تلاقی نیمساز داخلی با و طول نیمساز زاویه ABC دردست است مثلث را بسازید .

دیبرستان حکمت قم

دیبر : محسنیان - فرستنده : جواد فیض

مثلث متساوی الساقین ABC دا (AB=AC) با

معلومات p پیرامون و ha ارتفاع وارد از رأس A رسم کنید .

دیبرستان رازی

دیبر : حسینی - فرستنده : سید عارف حسامیان

ثابت کنید که در هر مثلثی رابطه :

$$p^2 + 4p + abc = pc(p - c)$$

( p نصف محیط و a و b و c اضلاع ) برقرار باشد محیط آن با مساحت آن برابر است و شعاع دایرة محیطی آن مثلث است

دیبرستان سینا مسجد سلیمان

دیبر : عابدی - فرستنده : محمد کاهکش

در متوازی الاضلاع ABCD از رأس C خطی رسم می‌کنیم

تا AD را در F و AB را در E قطع کند ثابت کنید :

$$\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = 1$$

گروه فرهنگی شهریار (قم)

دیبر : صدری - فرستنده : جواد فیض

مثلثی رسم کنید که در آن شعاع دایرة محیطی و ارتفاع و نیمساز زاویه داخلی من بوظ به یکی از رئوس معلوم باشد .

دیبرستان فارابی کرج

در مثلث قائم الزاویه ABC ( $A=90^\circ$ ) دایره‌ای به قطر ارتفاع AH رسم می‌کنیم از نقطه M محل برخورد این دایره با ضلع AB مماسی بر دایره رسم می‌کنیم محل تلاقی آن را با ضلع BC نقطه F نامیده ثابت کنید :

## مسائل فیزیک

### دیبرستان ابن سینا رضائیه

دیبر : متذکر - فرستنده : علی نمای

لوله باریکی که یک طرف آن بسته است اختیار نموده و در آن چند قطره جیوه می‌ریزیم تا طول آن ۵cm شود اگر سر باز لوله بطرف بالا باشد طول هوای زیرستون جیوه ۱۳cm است اگر لوله را اورونه نمائیم طول هوای بالای جیوه ۱۵cm می‌شود فشار هوای خارج را حساب کنید.

### دیبرستان ابن یمین مشهد

دیبر : ترقی

ظرفی داری جیوه و آب است جسمی را به نیرو سنج بسته

در آب فرو می‌بریم و در نتیجه به اندازه  $\frac{1}{10}$  وزنش (در هوا) سبک می‌شود. اولاً وزن مخصوص جسم چقدر است. ثانیاً اگر حجم جسم ۵۰۰cc باشد آن را طوری نگه می‌داریم که  $\frac{1}{4}$  حجمش در جیوه و بقیه در آب باشد نیرو سنج چه عددی را نشان می‌دهد ثالثاً اگر آن را در ظرف رها کنیم وضعش را تعیین کنید.  $d_1 = 13/6$  آب و  $d_2 = 1$  جیوه

### دیبرستان امیر کبیر مشهد

دیبر : ترقی - فرستنده : مهدی خزاعی مقدم

در کپسولی فلزی ۲۹ لیتر گاز با فشار ۴ آتمسفر و در دمای  $22^{\circ}\text{C}$  وجود دارد اولاً اگر چگالی این گاز ۱۵ برابر چگالی گیدروژن باشد جرم گاز داخل کپسول چقدر است ثانیاً برای لحظه‌ای دهانه کپسول باز و بسته می‌شود بطوری که فشار داخلی کپسول ۲ آتمسفر شود حجم گاز خارج شده از کپسول را در فشار یک آتمسفر بدست آوردید. (دما ثابت)

### دیبرستان قربیت تبریز

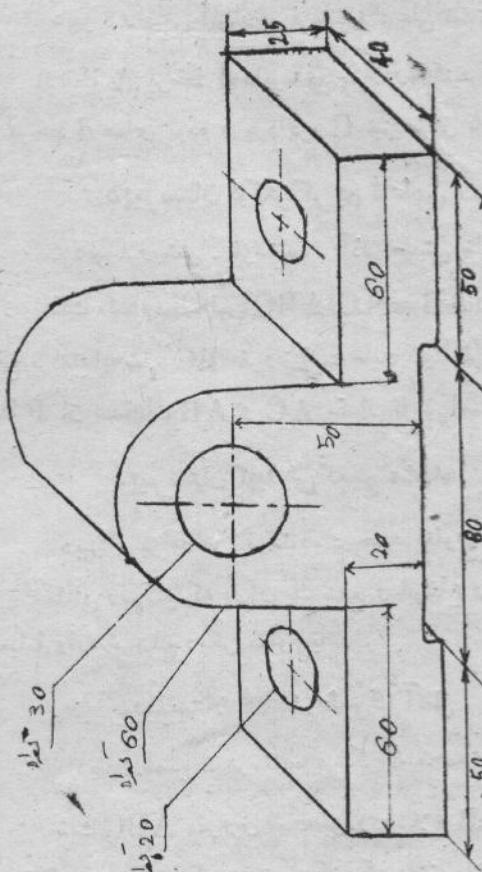
دیبر : خلخالی - فرستنده : عبدالله ملکی

نیرو سنجی وزن جسمی رادر خارج  $50\text{ gr}/\text{cc}$  گرم نشان می‌دهد آن را کاملاً وارد الكل به وزن مخصوص به  $8\text{ gr}/\text{cc}$  کرد سپس بداخل نفت بدوزن مخصوص  $9\text{ gr}/\text{cc}$  فرومی‌بریم نیرو سنج اختلاف  $40\text{ gr}/\text{cc}$  را برای آن جسم در درون دو مایع نشان می‌دهد وزن مخصوص جسم را پیدا کنید.

## رسم فنی

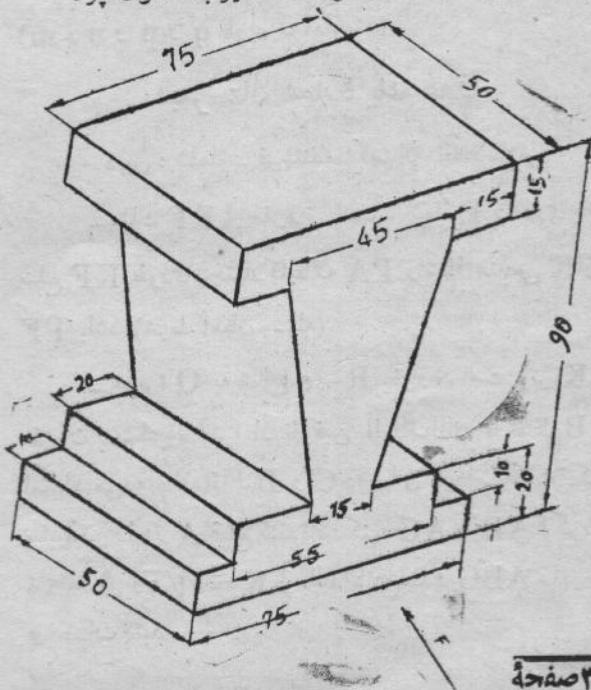
### دیبرستان حکمت قم

دیبر : محسنیان - فرستنده : جواد فیض



### دیبوستان گلشن راز شبستر

دیبر : با همت - فرستنده : ایوب مظفری پور



در دو ظرف A و B مجموعاً ۱/۸ کیلوگرم آب ۷۸° است حرارتی که لازم است تا آب موجود در ظرف A را کاملاً به بخار آب ۱۰۰° تبدیل کند برابر مقدار حرارتی است که آب موجود در ظرف B می‌دهد تابه بخ ۴° - تبدیل گردد گرمای تبخیر بخار آب ۱۰۵° برابر ۵۳۸ کالری به گرم، گرمای ویژه بخ ۱/۵ گرمای ذوب بخ ۸۵ کالری بر گرم است معلوم کنید در هر ظرف چقدر آب وجود دارد.

### شیوه

#### دیبرستان باپک گرج

دیبر : شرفکنندی - فرستنده : محمد هاشم خانی ۱/۳۹ گرم زاج سیز ( $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ ) را در آب

حل کرده و حجم آن را به ۲۵۵  $\text{cm}^3$  می‌رسانیم ۵۰  $\text{cc}$  از این محلول با ۲۰  $\text{cc}$  محلول سود قابل ترکیب است غلظت گرمی- ملکولی و نرمالیته هریک از این دو محلول فوق چقدر است.

#### دیبرستان تر بیت تبریز

دیبر : بنی تراب - فرستنده : عبدالله ملکی مخلوطی از کربنات سدیم و کربنات مس موجود است بر روی مخلوط اسید کلریدریک اضافه می‌کنیم ۴۴۸  $\text{cc}$  سپس بر روی محلول حاصل بقدرت کافی سود می‌افزاییم تا رسوب کامل شود پس از خشک کردن ۵/۹۸ گرم می‌باشد وزن هریک از دونمک اولیه را حساب کنید.

#### دیبرستان حکمت قم

دیبر : واقعی - فرستنده : جواد فیض

۱۰۰  $\text{cc}$  سولفات مس و سولفات آهن موجود است بر آن گاز  $\text{SH}_2$  عبور می‌دهیم ۰/۹۶ گرم رسوب بدست می‌آید ۱۵  $\text{cc}$  دیگر از همین محلول را تبخیر می‌کنیم ۵/۲۸ گرم سولفات بلورین بدست می‌آید غلظت وفاکتور دو نمک را حساب کنید در صورتی که سولفات آهن با ۷ ملکول و سولفات مس با ۵ ملکول آب متبلور می‌شود.

#### دیبرستان کورش کبیر مشهد

دیبر : دائمی - فرستنده : حمید فغفوریان  
مقداری پنتاکلرور فسفر  $\text{PCl}_5$  در آب می‌ذینم. معادله

#### دیبرستان سیننا مسجد سلیمان

دیبر : امامی - فرستنده : کاهکش سطح ورقه‌ای در ۱۰° برابر است، آن را گرم می‌کنیم تا درجه آن به ۴° بر سردار این حالت سطح آن شده است حساب کنید  $t_2$  چند درجه باشد تا نسبت بین ۱/۵ شود در صورتی که ضریب انبساط طولی درجه ۱۵ $^\circ$  × ۲۹ باشد.

#### دیبرستان کمال

دیبر : زمانپور - فرستنده : حسن رسولی باللونی است به حجم ۳۰۰  $\text{cm}^3$  که آن را پر از آنلین سفر درجه کرده حرارت می‌دهیم تا دمایش به ۵۵° می‌رسد تبعین کنید چه حجم آنلین از بالون خارج می‌شود در صورتی که ضریب انبساط حقیقی آنلین  $15^{-3} \times 26/26 \times 10^{-4}$  و ضریب انبساط جمعی شیشه  $15^{-4} \times 26/26$  باشد.

#### دیبرستان کورش کبیر مشهد

دیبر : طوسی - فرستنده : حمید فغفوریان یک مخروط تو خالی که قطر قاعده آن ۲۵ سانتیمتر و ارتفاعش ۳ سانتیمتر است شامل ۱/۵۷ کیلوگرم جیوه می‌باشد. این مخروط را بطور قائم از طرف رأس وارد ظرف آب می‌کنیم معلوم کنید که پس از حصول تعادل چه طولی از ارتفاع مخروط در آب خواهد بود (وزن مخروط ناچیز است)

#### دیبرستان کیهان فو

فرستنده : سورنا جوادی

در کالریمتری به ارزش آبی ۲۵ به اندازه ۵۷۵ گرم آب درجه وجود دارد یک کیلوگرم مایع به حرارت ۱۰۵ درجه که در آمپولی به ارزش آبی ۳۵ قرار دارد وارد آن می‌کنیم اگر در کالریمتر اول ۳۲۵ گرم آب ۱۵ درجه وجود داشته باشد و در آمپول حالت اول که ۵۰۰ گرم مایع به حرارت ۱۰۲/۷ درجه است وارد کالریمتر نمائیم درجه تعادل به ۲۵ می‌رسد گرمای ویژه مایع و درجه حرارت تعادل حالت اول را بدست آورید.

#### دیبرستان محمد رضا شاه پهلوی (هرند)

دیبر : یوسفی - فرستنده : مجید ترائی ۵۰۰ گرم آب و ۲۰۰ گرم الکل را مخلوط کرده و یک قطعه فلز به حجم ۱۵  $\text{cm}^3$  در داخل آن می‌اندازیم نیرو منج و وزن جسم در داخل مخلوط را ۱۰ گرم نشان می‌دهد وزن حقیقی قطعه فلز را تعیین کنید وزن مخصوص الکل ۰/۸ فرض شود.

#### دیبرستان هدف شماره ۳

دیبر : اطفی - فرستنده : معید فهرمانی

می افزاییم برای خنثی شدن کامل محاول مزبور چه حجم پتاس دسی نرمال نیز باید به آن اضافه نمود.

## کلاس پنجم طبیعی

### جبر

#### دبیرستان آذرمیدخت

دبیر : نظری - فرستنده : باهره دبیران "y" را ازتابع ضمنی ذیر حساب کرده و بمساده ترین صورت ممکن تبدیل نمائید.

$$(y+5)^2 = (x-1)^2 + 9$$

#### دبیرستان ابن سینا (همدان)

دبیر: شریفی امینا - فرستنده : حمید کیارشی اولاً تعیین کنید که تابع:

$$y = \sqrt{\frac{(x-1)(2x+1)}{(x-2)}}$$

به ازاء چه مقادیر از x معین است . ثانیاً مشتق آن را بدون تغییر صورت مسئله بدست آوردید .

#### دبیرستان شمس (شیراز)

فرستنده : نامجو ، قدرتی مشتق تابع ذیر را بدست آورید :

$$y = \sqrt{\frac{2x^3 + 3x^2 + 4ab}{(x^4 - \frac{1}{x^2})^2 + 10a^2}}$$

#### دبیرستان شهدخت (شیراز)

فرستنده : نامجو ، قدرتی M(a^2 + 10a^2 - 5a^2) مفروض است . اولاً به ازاء مقادیر مختلف a محل نقطه M را در صفحه مختصات تعیین کنید .

#### گروه فرهنگی فرگام

دبیر : وحدتی : فرستنده : عادل محمدزاده تابع  $y = ax^2 + bx + c$  مفروض است . ضرایب را

عمل را بنویسید اگر اسیدهای حاصل بتوانند ۸۰۰ cc سود  $\frac{2}{15}$  نرمال را خنثی کنند وزن کلرور فسفر اولیه چقدر است .

#### دبیرستان کیهان نو

دبیر : ۹ - فرستنده : سورنا جوادی

مقداری کربن را با اسید سولفوریک غلیظ حرارتی دهیم

گاز حاصله را وارد ۳۵۰ cc پر منگنات پتاسیم به غلظت  $\frac{1}{20}$  ملکول گرم در لیتر می نماییم حساب کنید وزن کربن اولیه را و این حجم پر منگنات با چه حجم آب اکسیژن ۱۵ حجمی در محیط اسید سولفوریکی ترکیب می شود .

#### دبیرستان محمد رضا شاه پهلوی (رشت)

دبیر : پور کریمی - فرستنده : نعمت الله صالحی زاد

۲/۵ گرم پیریت آهن ناخالص را تشویه می کنیم گاز

حاصل از این عمل می تواند ۴۰۰ cc پر منگنات پتاسیم به غلظت  $\frac{1}{25}$  ملکول گرم در لیتر را بی رنگ نماید درجه خلوص پیریت را حساب کنید .

#### دبیرستان هدف شماره یک

دبیر : محسنی تهرانی - فرستنده : اسدالله نقہ الاسلامی

۲۰ سانتیمتر مکعب اسید سولفوریک ۹۸ گرم در لیتر در

۱۰۰ سانتیمتر مکعب سود سوز آور دسی نرمال محلول کرده ایم محیط جدید را تعیین کنید غلظت و غلظت ملکولی محلول جدید را تعیین کنید . برای خنثی کردن این محلول چند سانتیمتر مکعب پتاس نرمال لازم است ؟

#### دبیرستان هدف شماره ۳

دبیر : علی پور - فرستنده : سعید قهرمانی

دو گرم اسید کلریدریک ۲۹/۲ درصد خالص رادر آب حل

کرده و حجمش را با افزودن آب به ۲۰۰ cc می رسانیم اولاً نرمالینه محلول اسید بدست آمده را حساب کنید . ثانیاً به

$100 cc$  محلول بدست آمده که اسید است محلول نیترات نقره می افزاییم وزن رسوب حاصل را بدست آورید . ثالثاً به

$100 cc$  دیگر از محلول اسید  $5/58$  گرم سود خالص

$$\frac{2\sin 180^\circ - \sin(-180^\circ) + \sin 162^\circ - 2\sin 198^\circ}{\cos(-22)3\cos 108^\circ + \sin 342^\circ} = \sin 90^\circ + x$$

### دیبرستان رهنما

دیبر: سعیدی. فرستنده: توسلی، نجفی فرد  
درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید.

$$\begin{aligned} & \frac{\cos(\frac{\pi}{4}+x)}{\sin(\pi-x)+3\cos(3\pi+x)} - \\ & - \frac{\sin(\pi+x)}{\cos(\frac{\pi}{4}-x)-3\sin(\frac{3\pi}{4}+x)} = \\ & = \frac{-6\cot(\frac{\pi}{4}+x)}{9-\tan^2 x} \end{aligned}$$

### دیبرستان شمس (شیراز)

فرستنده: نامجو، قدرتی

$$\text{در صورتی که } \sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} = 25 \text{ باشد مطابقت محاسبه:}$$

$$\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} = 9 \quad \text{و} \quad \sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} = 9$$

.. در صورتی که:

$$\cos \alpha + \cos \beta = q \quad \text{و} \quad \sin \alpha + \sin \beta = p$$

$$\tan \frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{p}{q}$$

ثابت کنید:

$$\tan \frac{\alpha}{2} + \tan \frac{\beta}{2} = \frac{4p}{p^2 + q^2 + 2q}$$

### دیبرستان مسعودی دماؤند

فرستنده: حسن گل محمدی

$$\text{اگر } \cos^2 x + p = 1 + \sin^2 x = q = 1 + \cos^2 x \text{ باشد ثابت کنید:}$$

$$p^2 + q^2 = 27 - 6pq$$

### دیبرستان هدف شماره یک

دیبر: ایرانی - فرستنده: ثقة الاسلامی  
.. صحبت اتحادهای زیر را تحقیق کنید:

طوری تعیین کنید که منحنی آن در مبدأ مختصات بر خط  $y=3x$  مماس شود و طول ماکزیمم آن  $\frac{3}{2}$  باشد.

### دیبرستان مسعودی

فرستنده: حسن گل محمدی

تابع  $y = x^3 + bx + c$  مفروض است.

اولاً  $b$  و  $c$  را طوری تعیین کنید که منحنی از نقطه  $A(2, -3)$  گذشته و مماس در همین نقطه عمود بر خط  $y = x^3 - 2x + 3$  گردد. ثانیاً منحنی تابع  $y = x^3 - 2x + 3$  را رسم کنید.

ثالثاً نقطه  $B$  را روی محور عرضها طوری تعیین کنید که اگر از این نقطه دو خط مماس بر منحنی رسم شوند مماسها بر هم عمود باشند.

### دیبرستان مهر شیراز

فرستنده: نامجو، قدرتی

ثابت کنید خط زیر به ازاء مقادیر مختلف پارامتر  $m$  از نقطه ثابتی که مختصات آن را بحسب می آورید می گذرد:

$$x(m+3) + y(4m-1) - 6m - 5 = 0$$

### دیبرستان شماره یک هدف

دیبر: ایرانی - فرستنده: اسدالله ثقة الاسلامی  
مشتق تابع  $y = (3x + \sqrt{9x^2 - 1})$  را حساب کنید.

### مثلثات

#### دیبرستان آذرمیدخت شرقی

دیبر: نظری - فرستنده: باهره دیبران

معادله زیر را حل کرده جوابهای بین صفر و  $2\pi$  را

محاسبه کنید:

$$2\cos 2x - 4\sin x + 1 = 0$$

#### دیبرستان حکیم نظامی (قم)

ثابت کنید عبارت:

$$\begin{aligned} & \cos(\frac{\pi}{4}-x)\cos(\frac{\pi}{4}+x) + \sin(\frac{\pi}{4}+x)\cos(\pi+x) + \\ & + \tan(-x)\cot(\frac{\pi}{2}-x) \end{aligned}$$

به کمان  $x$  بستگی ندارد.

.. مطابقت تعیین  $x$

### ۵ بیرونستان رهنمای

دیبر : منظری - فرستنده : علی توسلی، محسن نجفی فرد  
یک عدسی محدب الطرفینی است که شاعع انحنای طرفین  
آن  $45\text{cm}$  و  $15\text{cm}$  می‌باشد و ضریب شکست آن  $\frac{3}{4}$  است آن

را با عدسی تخت و مقعری که ضریب شکست آن  $\frac{5}{4}$  و شاعع طرف  
مقعر آن  $15$  سانتیمتر است به یکدیگر می‌چسبانیم معین کنید  
جسم را به چه فاصله از آن دستگاه قرار دهیم تا تصویر مجازی و  
 $4$  برابر طول جسم شود.

### ۵ بیرونستان مسعودی (دماؤند)

فرستنده : حسن گل محمدی

طول لوله میکروسکپی  $28\text{cm}$  فواصل کانونی عدسی‌های  
شیئی و چشمی به ترتیب  $5\text{mm}$  و  $2/5\text{cm}$  است. اولاً مطلوبست  
محاسبه فاصله جسم از عدسی شیئی برای اینکه چشم طبیعی تصویر  
نهایی را بدون تطابق رویت کند. ثانیاً توان و درشت نمایی  
میکروسکپ را حساب کنید. فاصله حداقل رویت چشم  $30\text{cm}$   
است. ثالثاً حداقل طول قابل رویت جسم بوسیله این میکروسکپ  
چه اندازه است. قدرت تفکیک چشم ( $0/0003$ ) رادیان  
فرض شود.

### ۵ بیرونستان شماره ۱ هدف

دیبر : ابراهیمی - فرستنده : اسدالله نقۀ الاسلامی  
چهارمولد متشابه که نیروی مجرکه‌های  $E$  و مقاومت  
داخلی هریک  $5/5$  اهم است بایک موتور به نیروی ضد مجرکه  
 $E' = 8$  ولت و مقاومت داخلی  $15\text{A} = 2$  باتری متوالی بهم بسته  
شده‌اند، مقاومت‌سیمه‌های رابط جمعاً  $(3)$  اهم است اگر شدت  
جزیران در مدار  $I = 2\text{A}$  باشد تعیین کنید اولاً نیروی مجرکه  
هریک از مولدها. ثانیاً اختلاف پتانسیل دوسر موتور، ثالثاً  
توان مکانیکی موتور.

### مسائل شبیهی

#### ۵ بیرونستان آذرمیدخت شرقی

دیبر : داور - فرستنده : باهره دیبران

محلولی شامل سودو پیاس در دست است که با  $98^{cc}$

$$(الف) \frac{\tan 51^\circ - \tan 6^\circ}{\tan 51^\circ + \tan 6^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{20833}$$

$$(ب) \frac{\sin 2x - 2 \sin^2 x}{\sin 2x - \cos 2x + 1} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

### مسائل فیزیک

#### ۵ بیرونستان ابو‌مسلم

دیبر : کریم الدینی - فرستنده : غلامحسین آموسى  
-- دامنهٔ تنظیم (حد میزان) ذره‌بینی برای ناظری که حداقل  
رویش  $35\text{cm}$  و چشمش در  $2$  سانتیمتری از ذره‌بین واقع است  
 $5\text{mm}$  می‌باشد. تعیین کنید توان و درشت نمایی ذره‌بین را.  
ثانیاً با این ذره‌بین میکروسکپی می‌سازیم که فاصلهٔ کانونی  
عدسی شیئی آن  $5\text{mm}$  و طول لوله میکروسکپ  $29/5\text{cm}$  باشد  
توان میکروسکپ را حساب نمایید آخرین تصویر درینهاست.

#### ۵ بیرونستان حکیم نظامی (قم)

دیبر : آقاخانی - فرستنده : جواد فیض

برای تعیین ضریب شکست شیشه‌ای، از آن منشوری  
به زاویهٔ  $60^\circ$  درجه‌می‌سازند و یکدسته اشعه با زاویهٔ  $45^\circ$  درجه  
به آن می‌تابانند. زاویهٔ خروجی نیز  $45^\circ$  درجه می‌شود ضریب  
شکست این منشور را پیدا کنید.

#### ۵ بیرونستان خوارزمی شماره ۳

دیبر : نیرویی - فرستنده : حسن گل محمدی

-- دو عدسی محدب مسطح مساوی را روی یک محور  
اصلی طوری قرار می‌دهیم که سطح محدب آن با یکدیگر مماس  
باشد. این دستگاه از خورشید تصویری در فاصلهٔ  $164$  سانتیمتری  
خود می‌دهد اگر فضای بین دو عدسی را از آب پر کنیم تصویر  
خورشید در  $462$  سانتیمتری دستگاه تشکیل می‌شود. شاعع  
انحنای و ضریب شکست هر عدسی را حساب کنید ضریب شکست  
آب  $4/3$  است.

#### ۵ بیرونستان رازی شیراز

ولنامقیری که دارای محلول سولفات‌منیکترودمی است  
بطور سری به یک قطعه سیم به مقاومت  $15$  اهم متصل می‌کنیم  
ملاحظه می‌شود که در مدت  $6$  دقیقه و  $58$  ثانیه مقدار  
 $2500$  کالری‌گرما در سیم تولید می‌شود اولاً وزن من آزاد شده در این  
مدت چقدر است. ثانیاً توان مصرفی چند اسب بخار است.

- منحنیهای نمایش تابع :

$$y = -x^2 + (a+2)x - a - 1$$

به ازاء همه مقادیر پارامتر  $a$  از نقطه ثابت  $M$  می‌گذارد .  
الف - مختصات نقطه  $M$  را معین کنید .

ب - معادله خط مماس بر منحنی تابع فوق را در نقطه  $M$  بنویسید .

- اگر خط  $D$  به معادله  $-ax - y = a$  فرض شود . از  
مبدأ مختصات عمود  $OH$  را بر خط  $(D)$  وارد می‌کنیم .  
الف .. مختصات نقطه  $H$  پای عمود را معین کنید .  
ب - معادله مکان هندسی نقطه  $H$  را پیدا کنید .

### دبیرستان آذر میدخت شرقی

دبیر : نظری - فرستنده ، باهره دبیران

تابع  $y = (a-2)x^2 - 2x + (a-2)$  مغروف است .  
اولاً  $\frac{dy}{dx}$  را طوری تعیین کنید که می‌نیم این تابع روی خط  $y = 3x$  باشد . ثانیاً  $\frac{d^2y}{dx^2}$  را طوری تعیین کنید که این تابع به خط مستقیم تبدیل شود . ثالثاً  $\frac{d^3y}{dx^3}$  را طوری تعیین کنید که محور تقارن منحنی روی محور  $y$  باشد .

### دبیرستان ادب (اصفهان)

دبیر : گوهری - فرستنده : محمد کشتی آرای

.. در صورتی که  $\sqrt{2x-y} = 1$  باشد ثابت کنید :

$$y'' + 1 = 0$$

- جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع :

$y = x^2 - 4x + 3$  را رسم کنید . ثانیاً معادلات خطوطی را که از مبدأ مختصات می‌توان بر منحنی فوق مماس کرد بنویسید و مختصات نقاط  $A$  و  $B$  نقاط تماس را بدست آورید . همچنین مساحت مثلث  $AOB$  را بدست آورید . ثالثاً خط  $L$  موازی محور  $x$  ها چنان تعیین کنید که فاصله هریک از نقاط منحنی از خط  $L$  و نقطه  $(\frac{3}{4}, - \frac{1}{4})$  برابر باشد .

### دبیرستان بوعلی (اراک)

دبیر : نخمنی - فرستنده : علیرضا نوروزی

تابع  $y = ax^2 + bx + c$  مغروف است . اولاً ضرایب  $a$  و  $b$

و  $c$  را طوری تعیین کنید که منحنی تابع آن در نقطه‌ای به طول  $1$  با خط  $y + 4x = 0$  موازی باشد ثانیاً جدول و منحنی

اسید کلرید ریک خنثی می‌شود و محلول خنثی شده در اثر تبخیر ۱/۵۰ می‌گرم نمک خشک شده بر جای می‌گذارد . مقدار هریک از دو باز رادر محلول محاسبه کنید .

### دبیرستان حکیم نظامی (قم)

دبیر : تقیزاده - فرستنده : جواد فیض

یک گرم چدن را در اسید سولفوریک رقیق حل کرده و حجم محلول حاصل را به  $55 \text{ cc}$  می‌رسانیم . بر روی  $10 \text{ cc}$  از آن محلول پرمنگنات پتابسیم  $\frac{N}{5}$  قطره اضافه می‌کنیم ،

پس از مصرف  $17/2 \text{ cc}$  پرمنگنات پتابسیم ، دیگر رنگ پرمنگنات از بین نمی‌رود درجه خلوص چدن را تعیین کنید .

### دبیرستان صارمیه (اصفهان)

دبیر : دکتر خاتم - فرستنده : محمد کشتی آرای

$2/24 \text{ لیتر SH}_2$  را بر بیکرمهات پطاسیم نرمال اثر می‌دهیم . تعیین کنید او لا وزن رسوب حاصل را . ثانیاً در صورتی که این رسوب را با اسید نیتریک غلیظ حرارت دهیم . جسم حاصل بر کلرور باریم چند گرم رسوب تولید می‌نماید ثالثاً چند  $\text{cc}$  بیکرمهات بی رنگ می‌شود .

$$\text{Cr} = 52 \quad \text{K} = 39$$

### دبیرستان مسعودی (دمادند)

دبیر : فتحی - فرستنده : حسن گل محمدی

سکه‌ای که از آلیاژ سه فلز سیم وزر - و مس در دست است . آن را در اسید نیتریک حل می‌کنیم  $1/652 \text{ cc}$  گرم فلز ذرته نشین می‌شود و محلول باقیمانده را با نمک طعام دسی نرمال ترکیب می‌کنیم .  $10 \text{ cc}$  نمک مصرف می‌شود و رسوب سفید رنگی بدست می‌آید . این محلول را صاف کرده و بر آن جریانی از اسید سولفوریک عبور می‌دهیم وزن رسوب  $5/24 \text{ g}$  گرم می‌شود . عبارت هریک از سه فلز فوق را در سکه پیدا کنید .

### کلاس پنجم ریاضی

### جبر

#### دبیرستان‌های آذر

دبیر : یزدان پناه ، نوری - فرستنده‌گان: حسین هاشمی ، علی رضاوشاق .

ثالثاً - باشرط اخیر اگر نقطه  $M$  روی محور تقارن تابع فوق باشد معادلات خطوط مماس و مختصات نقطه تماس و مختصات نقطه  $P$  وسط قطعه خطی که دو نقطه تماس را بر هم وصل می کند .

#### د بیرونستان رهمنما

دیبر : سعیدی - فرستنده : علی توسلی ، محسن نجفی فرد معادلات اضلاع مثلثی را بنویسید در صورتی که يك رأس آن به مختصات  $(1, 4)$  بوده و معادلات دو نیمسازهای داخلی آن مثلث به صورت  $x - y = 1$  و  $x + y = 0$  باشد .

#### د بیرونستان شاهپور شیراز

دیبر : اطلاعات - فرستنده : خورسندی - مکان نقاطی ازصفحه که مختصات آنها در رابطه زیر مصدق کند بدست آوردید .

$$2|x| - 3|y| \leq 6$$

- از روی تعریف مشتق از تابع  $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$  را بآزاده  $x = a^2$  مشتق بگیرید .

#### د بیرونستان شاهپور گرمان

دیبر : یزدانی - فرستنده : حسین صادقی هوتكی او لا منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = x^2 - x + \frac{1}{x}$$

را رسم کنید . ثانیاً - معادله خط مماس بر منحنی را در نقاطی بطول  $a$  بنویسید و اگر خطوط مماس بر منحنی در نقاط به طولهای  $b$  و  $a$  بر هم عمود باشند رابطه بین  $b$  و  $a$  را پیدا کنید . و مختصات فصل مشترک این دو خط را بر حسب  $(a+b)$  بدست آوردید و از روی آن مکان هندسی فصل مشترک را پیدا کنید .

#### د بیرونستان صارمیه اصفهان

دیبر : مشتاقیان - فرستنده : محمد کشتی آرای - مطلوب است مکان هندسی نقاطی ازصفحه دو محور که در نامعادله ذیر صدق کند .

$$y^2 - xy - 2x^2 + 9x - 9 > 0$$

- دو نقطه  $A(2, 0)$  و  $B(0, 2)$  و خط  $L$  به معادله  $x - 2y = 10$  مفروض است . روی خط  $L$  نقطه  $C$  را چنان تعیین کنید که مساحت مثلث  $ABC$  برابر ۵ باشد .

تابع  $y = 2x - 3$  را رسم کنید و معادله محور تقارن آن را بنویسید .

ثالثاً معادلات مماسهایی را بنویسید که از میدان مختصات می توان بر منحنی تابع فوق رسم کرد و مختصات نقاط تماس را بدست آورید .

#### د بیرونستان پهلوی همدان

دیبر : ازگمی - فرستنده گان : محمد رضا سردار امینی ،

حمید کیارشی ، محمد هادی طباطبائی

$$\text{تابع } y = ax^2 + bx^1 + cx + d \text{ مفروض است .}$$

در نقاط تلاقی منحنی این تابع با محور  $x$  ها مماسهایی رسم کرده و ضریب زاویه های آنها را  $m_1$  و  $m_2$  و  $m_3$  و  $m_4$  می نامیم مطلوب است محاسبه  $K = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$  بر حسب  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  باشد .

#### د بیرونستان حکمت قم

دیبر : محسنیان - فرستنده : جواد فیض

اولاً - مشتق تابع  $y = \sqrt{x} - 2$  را بدون استفاده از دستورهای مشتق حساب کنید . ثانیاً - مشتق تابع مثلثاتی زیر را بدست آورید :

$$y = \frac{\sin x}{1 + \tan x}$$

#### د بیرونستان خوارزمی شماره ۳

دیبر : محمدی - فرستنده : علی اکبر صادقی پور ، حسین حدادی مقدم - تعیین کنید به ازاء چه مقادیری از متغیر تابع ذیر دارای مشتق است :

$$y = \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+3}}$$

- نمایش هندسی تابع :

$$|x| + |y| + |x+y| = 2$$

را رسم کنید .

#### د بیرونستان دکتر فصیری

دیبر : ایزدی - فرستنده : اسماعیل ابراهیم خانی

تابع  $y = x^2 + 1$  و نقطه  $M(\alpha\omega\beta)$  واقع بر صفحه دو محور مختصات را در نظر می گیریم اولاً مطلوب است تعیین رابطه بین  $\alpha$  و  $\beta$  برای آنکه از نقطه  $M$  بتوان دومامس بر منحنی تابع فوق رسم کرد .

ثانیاً - مطلوب است تعیین مکان هندسی نقاطی ازصفحه که دو مسas مرسم از نقطه  $M$  بر منحنی بر هم عمود باشند .

a) عدد ثابت و  $m$  پارامتر متغیر ) ثابت کنید که بهازاء چه مقادیر  $m$  منحنیهای تابع فوق از سه نقطه ثابت واقع بریک استقامت می گذرند.

### دیبرستان گورش کبیر (نهاد ند)

دیبر : حسینی - فرستنده : بهرام منشط

مشتق توابع ذیر را بدست آورید :

$$y = \frac{3 \sin 3x \sin 2x}{4 - \tan \frac{x}{3}} : \text{الف}$$

$$y = \frac{x \sqrt{x} \sqrt{\frac{x}{x+1}}}{x+1 \sqrt{x+1}} : \text{ب}$$

### دیبرستان کیهان

دیبر : خوش‌آهنگ - فرستنده : نجفی‌فرد - علی‌تولی

$$\text{تابع } y = \frac{(m+1)x+m+1}{2mx+3m-2} \text{ مفروض است.}$$

اولاً - ثابت کنید بهازاء جمیع مقادیر  $m$  منحنیهای نمایش توابع حاصل از دو نقطه ثابت که مختصات آنها را محاسبه می‌کنید می گذرند .  
ثانیاً - بهازاء جمیع مقادیر  $m$  در صعود و نزول و یا ثابت بودن منحنی تابع بحث کنید .

### دیبرستان گلشن راز شبستر

دیبر : باهمت - فرستندهان : محمدحسین رضازاده، ایوب مظفری پور ، ابوالفضل نحیف

نقاط (۱) و (۲)  $B$  و  $C$  دوران مثلث  $ABC$  هی باشند . اولاً اگر  $A = 45^\circ$  باشد معادله مکان هندسی  $A$  را بدست آورید و بدون استفاده از معادله مکان آن را رسم کنید و قسمتی را که قابل قبول است تعیین نمایید حدود  $x$  را مشخص کنید . ثانیاً اگر طول نقطه  $A$  برابر ۲ و معادله مکان  $A$  به صورت  $2 = (1-y)^2 + (1-x)^2$  باشد عرض  $A$  را در تابع کرده و معادلات اضلاع مثلث را بنویسید و اندازه‌های زوایای  $B$  و  $C$  را حساب کنید . ثالثاً ثابت کنید هر نقطه روی منحنی به معادله  $2 = (1-y)^2 + (1-x)^2$  در نظر گرفته سه عمود بر اضلاع مثلث رسم کنیم پای عمود ها سه نقطه اند واقع بر يك استقامت .

### دیبرستان عصر پهلوی

دیبر : بزرگ‌نها - فرستنده : احمد حیجازی

مختصات سه رأس مثلثی عبارتند از  $(0, 3)$  و  $A$

$(1+t, t)$  و  $(1-t, t)$  را به طریقی معلوم کنید که

$$\Delta A = B$$

### دیبرستان علوی

دیبر : مؤمنی - فرستنده : بلورچی ، محمد بهزاد نژاد

- مکان هندسی نقطه :

$$M(x=5\sin\alpha + 3, y=10\cos\frac{\alpha}{3} - 1)$$

را پیدا کرده و نوع مکان و مختصات مرکز تقارن آن را تعیین کنید .

- نقاط  $A$  و  $B$  را بر منحنی  $x^2 + y^2 = 6x + 8y$  طوری پیدا کنید که از خط  $\Delta$  به معادله  $4x + 3y + 1 = 0$  باشد سپس مختصات دو رأس مستطیل  $ABCD$  را به فاصله ۵ باشد سپس مختصات دو رأس مستطیل  $CD$  بر خط  $\Delta$  منطبق باشد .

### دیبرستان فردوسی

دیبر : پرتوی - فرستنده : جبارزاده

نشان دهید که کلیه اوتارمار بر نقطه (۰, ۲)  $A$  و مناطع

با منحنی  $y = \frac{x^2}{2}$  از مبدأ مختصات به زاویه قائمه دیده می‌شوند .

### دیبرستان کامکار قم

دیبر : جزمه - فرستنده : جواد فیض

مشتق تابع مثلثاتی ذیر را حساب کنید :

$$y = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$$

### دیبرستان ملی کسری (اراک)

دیبر : بابائی - فرستنده : ابوالقاسم طاهری

- تابع  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$  مفروض است در صورتی

که  $y$  و  $y'$  مشتقهای اول و ثانی این تابع باشند ثابت کنید که تساوی ذیر درست است .

$$xy'' + 2xxy' + y' = 0$$

- تابع  $\frac{x+a}{mx^2 - amx - a}$  مفروض است

### دیبرستان مروی

دیبر : غیاثی ، نیوشا - فرستنده : عباس پاسدار

- معادلات دو ضلع مجاور متوازی الاضلاع  
عبارتند از  $(AB)x = 1$  و  $(AD)y = x + 1$  و نقطه  $C(3, 1)$  می باشد مختصات رؤوس  $A$  و  $D$  و  $B$  و  $C$  نیز مختصات منکر تقارن این متوازی الاضلاع را پیدا کنید .

- مثلث  $ABC$  و یک عدد مستطیل که در داخل آن محاط است مفروض است . مطلوب است مکان هندسی مرکز این مستطیلها و رسم منحنی مکان .

### دیبرستان فمازی شیراز

دیبر : همت - فرستنده : باقریان

- معادله :

$$(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 2m + 4 = 0$$

مفروض است آولا به ازاء چه مقادیر  $m$  معادله دارای جواب است . ثانیاً وقتی که معادله دارای دو جواب  $x'$  و  $x''$  باشد بر - محور  $x$  نقاط  $A$  و  $A'$  و  $A''$  را به ترتیب به طولهای  $2$  و  $2$  و  $x''$  اختیار کرده ثابت کنید  $\overline{AA'} \times \overline{AA''}$  ثابت است .  
اولا - منحنیهای  $C$  و  $C'$  نمایش تغییرات دوتابع  $y = -x^2 - x^2 + x$  رسم کنید .

ثانیاً - بر نیم محور  $Ox$  نقطه  $P$  را چنان تعیین کنید که اگر از  $P$  مماسی با ضریب زاویه کوچکتر از یک بر منحنی  $C$  و مماسی با ضریب زاویه بزرگتر از ۱ - (منهای یک) بر منحنی  $C'$  رسم کنیم تانژانت زاویه بین دو مماس برابر با  $\frac{3}{4}$  شود .

### مثلثات

#### دیبرستانهای آذربایجان

دیبر : افروز - فرستنده : حسین هاشمی ، علیرضا و شاق

اگر  $\cos b = \frac{5}{13}$  و  $\cos a = -\frac{2}{13}$  باشد و انتهای دو کمان  $a$  و  $b$  در ربع چهارم باشد مقدار  $\sin(2a - b)$  را حساب کنید .  
اتحادهای زیر را ثابت کنید :

$$\operatorname{Arctg} \frac{x-2}{x+1} - \operatorname{Arctg} \frac{2x-1}{3} = \frac{\pi}{4}$$

$$4 \cos^2 a \sin^2 a + 4 \sin^2 a \cos^2 a = 3 \sin^2 a$$

### دیبرستان آذربایجان ختن شرقی

دیبر : پورفتحی - فرستنده : باهره دیبران

- صحت اتحاد زیر را تحقیق کنید :

$$\begin{aligned} \sin 10^\circ \sin 20^\circ \sin 30^\circ \sin 40^\circ \sin 50^\circ \sin 60^\circ \sin 70^\circ \sin 80^\circ &= \\ &= 3 \times 2^{-8} \end{aligned}$$

- عبارت زیر را به حاصل ضرب تبدیل کنید :

$$3 - 4 \cos 20^\circ + \cos 40^\circ$$

### دیبرستان ادب (اصفهان)

فرستنده : محمد کشنی آرای

- معادله مثلثاتی زیر را حل کرده جوابهای عمومی آن را

بدست آورید :

$$2 \sin x = \cos \frac{2x}{3} - 1$$

- معادله مثلثاتی زیر را حل کرده جوابهای عمومی و جوابهای بین صفر و  $\pi$  آن را پیدا کنید .

$$\sin^3 2x - \sin^3 x = \sin^3 x \cos x$$

### دیبرستان بابل

دیبر : میرزا طاهری - فرستنده : علی توسلی و احمد قناعت

- اگر  $(\gamma - \beta) \cdot \operatorname{tg}(\gamma - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\gamma - \beta) = \operatorname{tg}(\gamma - \alpha)$  باشد درستی رابطه زیر را تحقیق کنید :

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2 \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

- معادله :

$$x^2 \sin^2 B - 2x(1 - \cos B \cos C) + \sin^2 C = 0$$

مفروض است . در صورتی که  $x'$  و  $x''$  ریشهای معادله فوق باشند

$$\text{مقدار } A = \frac{\sqrt{x'} + \sqrt{x''}}{\sqrt{x'} - \sqrt{x''}}$$

باشد مقدار عددی  $A$  را حساب کنید .

### دیبرستان دخترانه بهشت آذین (اصفهان)

دیبر : امام جمعه - فرستنده : ذرگربashi

در صورتی که  $\frac{\sin(4x + 2y)}{\sin 2y} = \frac{a}{d}$  باشد این رابطه را

ثابت کنید :

### دیبرستان دکتر نصیری

دیبر: ترقی - فرستنده: ابراهیم خانی

$$\cos 2y = \frac{\cos 2x - a}{1 - a \cos 2x}$$

برقرار باشد خواهیم داشت:

$$\frac{\operatorname{tg}^2 y}{\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1+a}{1-a}$$

### دیبرستان رازی

دیبر: صادقی - فرستنده: حسن شامی

- اگر  $\operatorname{tg} \alpha$  و  $\operatorname{tg} \beta$  و  $\operatorname{tg} \gamma$  ریشه‌های معادله:

$$x^3 - mx^2 - mx + 1 = 0$$

باشد ثابت کنید که مجموع سه زاویه  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  به مقدار  $m$  بستگی ندارد.

- مجموع  $n$  جمله از رشته زیر را حساب کنید:

$$S = \operatorname{Arctg} \frac{1}{1} + \operatorname{Arctg} \frac{1}{\sqrt{1}} + \dots + \\ + \operatorname{Arctg} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n + 2}}$$

### دیبرستان رضا پهلوی (ورامین)

دیبر: کنگره لو - فرستنده: یزدان تیموریان

$$y = \operatorname{Arctg} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}$$

رابطه  $\sin 2y = x$  را بدست آوردید.

- ثابت کنید:

$$\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a(a+b+c)}{bc}} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b(a+b+c)}{ac}} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{c(a+b+c)}{ab}} = \pi$$

### دیبرستان رهنما

دیبر: مولانی - فرستنده: علی توسلی - محسن نجفی فرد

درستی تساویهای زیر را تحقیق کنید:

$$\cos 24^\circ + \cos 48^\circ + \cos 96^\circ + \cos 168^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{a-b}{a+b} \operatorname{tg}(2x+2y)$$

### دیبرستان حکمت قم

دیبر: ریاضی - فرستنده: جواد فیض

$$-\text{هر گاه } \cos 4x = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \text{ باشد مقدار } \cos x$$

را حساب کرده و سپس کمان حاده  $x$  را تعیین کنید.

$$-\text{مقدار عددی عبارت } \operatorname{tg} 2x \operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x \text{ را}$$

بدست آوردید.

### دیبرستان حکیم سنائی (اصفهان)

دیبر: گوهری - فرستنده: محمد کشنی آرای - منوچهر حقانی

- در صورتی که  $a+b+c+d=2\pi$  باشد عبارت

$\sin a + \sin b + \sin c + \sin d$  را قابل محاسبه لگاریتمی کنید.

- مطلوب است تعیین رابطه‌ای بین  $x$  و  $y$  که بستگی به

نداشته باشد اگر داشته باشیم:

$$\begin{cases} x \sin \alpha + y \cos \alpha = \sin 4\alpha \\ x + y = 2 \sin 2\alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) \end{cases}$$

### دیبرستان خوارزمی شماره ۲

دیبر: محمدی، صداقت کیش - فرستنده: علی اکبر صادقی پور

-  $\operatorname{tg} \alpha$  و  $K$  را بقسمی تعیین کنید که تساوی زیر به ازاء

جمیع مقادیر  $x$  برقرار باشد.

$$3 \sin x + 4 \cos x = K \sin(x+\alpha)$$

$$-\text{اتحاد } \operatorname{cotg} \frac{x}{2} - \operatorname{cotg} x = \frac{1}{\sin x}$$

مجموع زیر را حساب کنید:

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin 4x} + \dots + \frac{1}{\sin 2^n x}$$

### دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر: عیوقی - فرستنده: حسن گل محمدی

- مطلوب است حل معادله زیر:

$$\operatorname{arcotg} mx = 2 \operatorname{arctg} nx$$

- به ازاء چه مقادیر از  $K$  کسر زیر به  $x$  بستگی ندارد.

$$A = \frac{(3-K) \sin x - (3K-1) \cos x}{(2+3K) \cos x + (2+K) \sin x}$$

$$\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y + 3 \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 1$$

### دیبرستان صارمیه اصفهان

دیبر : تلکینی - فرستنده : محمد کشتی آرای  
- معادله زیر را حل کنید :

$$\sin^4 2x + \cos^4 2x + \cos^4 x = 0$$

### دیبرستان صائب اصفهان

دیبر : گوهری - فرستنده : منوچهر حقانی  
اگر  $\sin 2a$  و  $\sin 2b$  و  $\sin 2c$  تشکیل تصاعد عددی  
بسهند  $(\operatorname{tg}(a+b) + \operatorname{tg}(c+a) + \operatorname{tg}(b+c))$  نیز تصاعد عددی  
تشکیل می‌دهند.

### دیبرستان علمیه

دیبر : فرجیان - فرستنده : اسماعیل جبارپور  
هرگاه  $x$  و  $y$  دو کمان متفاوت و مجموع آنها مقدار ثابت  $2a$  باشد ماکزیمم و می‌نیم عبارتهای زیر را ضمن تعیین مقادیر  $y$  و  $x$  بر حسب  $a$  حساب کنید :

$$1 - \sin^2 x - \sin^2 y = A \quad B = 1 - \cos^2 x - \cos^2 y$$

### دیبرستان علوی

دیبر : مؤمنی - فرستنده : محمدحسین بلورچی، محمد بهزاد نژاد  
- اگر  $x = 36^\circ$  باشد ثابت کنید :

$$\cos 2x + 2 \cos^2 x + 3 \cos^4 x + 4 \cos^6 x = -2/5$$

- به حسب آنکه مجموع مربوعات سینوسهای زوایای يك مثلث بزرگتر یا مساوی یا کوچکتر از  $\pi/2$  باشد نوع مثلث را مشخص کنید.

### دیبرستان علوی مشهد

دیبر : بقائی - فرستنده : عزیز الله خردمند

$\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \frac{\sin(\gamma+\theta)}{\sin(\gamma-\theta)}$  باشد  
ثابت کنید :

$$\cot \alpha \cot \beta \cot \gamma = \cot \theta$$

- به کمک حل معادله :

$$\operatorname{tg}^2 x - 2(2 + \sqrt{3}) \operatorname{tg}^2 x - 2 \operatorname{tg} x + 2 + \sqrt{3} = 0$$

خطوط مثلثاتی قوس  $3x$  و از آنروکمان  $x$  را حساب کنید.

### دیبرستان فارابی کرج

دیبر : ثابتیان - فرستنده : محمد هاشم خانی

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{و } \operatorname{tg} \alpha \text{ و } \operatorname{tg} \beta \text{ ریشهای معادله}$$

### دیبرستان سعدی (اصفهان)

دیبر : زند - فرستنده : محمد کشتی آرای  
- معادله زیر را حل کنید و جوابهای کلی و جوابهای بین صفر و  $2\pi$  آن را بدست آورید .

$$\cos(2x - \frac{2\pi}{3}) + 2 \cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}) = 0$$

- عبارت زیر را قابل محاسبه بوسیله لگاریتم نمایید :  
 $(\sin x + \sin y)^2 + (\cos x - \cos y)^2 = 1$

### دیبرستان شاهپور شیواز

دیبر : اشرف - فرستنده : عبدالجیدریاضی، محمد ساجدیان  
- ثابت کنید که در هر مثلث رابطه زیر برقرار است :

$$\frac{(\sin A + \sin B + \sin C)^2}{4 \cos A \cos B \cos C} = \frac{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C}{\operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2}}$$

- مطلوب است محاسبه  $\cos 4x$  بشرطی که :

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{cotg}^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 10$$

- اگر  $\frac{\pi}{2} = (2k+1)$  باشد ماکزیمم  $a+b+c$  را حساب کنید .

### دیبرستان شاهپور کرمان

دیبر : یزدانی - فرستنده : حسین صادقی هوتكی  
معادله زیر را حل کنید :

$$\left[ \frac{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} - \sqrt{\cos x}} - \frac{\sqrt{\sin x + \cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} \right]^{-2} = 0$$

### دیبرستان شاهرضا مشهد

دیبر : بقائی - فرستنده : محمدمعلی حشمتی، تقی خروشی  
- معادله مثلثاتی زیر را حل کرده و جوابهای حاده آنرا مشخص کنید :

$$2 \sin^4 2x - \sin^2 2x \sin 4x = 2 \sin^4 2x - \sin^4 x$$

- به فرض آنکه  $\cos x + \cos^2 x = \sqrt{2} \cos y$  و

$\sin x - \sin^2 x = \sqrt{2} \sin y$  باشد ثابت کنید :

$$\sqrt{2} \sin(x-y) = 1$$

### دیبرستان ششم بهمن (بندر پهلوی)

دیبر : نوری - فرستنده : حسن میاد

اگر  $\sin(x+y) = \cos x \cos y$  باشد ثابت کنید :

### د بیرونستان نو بنیاد ایلام

دیبر: مقدم - فرستنده: سید مجید حسنی زاده  
معادله زیر را حل کنید:

$$\cos^2(\frac{\pi}{3}+x) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\frac{\pi}{2}+2x) = 0$$

### د بیرونستان هدایت سمندج

دیبر: عطائی - فرستنده: طهمورث اسکندری

$$\cos\alpha + \cos\beta = b \quad \sin\alpha + \sin\beta = a$$

در صورتی که از عبارتهاي زير را بحسب a و b حساب باشد مقدار هر يك از عبارتهاي زير را با حساب کنيد.

$$(1) \quad \sin(\alpha + \beta) = ?$$

$$(2) \quad \cos(\alpha + \beta) = ?$$

$$(3) \quad \tan\alpha + \tan\beta = ?$$

### د بیرونستان هدف شماره يك

دیبر: لنگرودی - فرستنده: اسدالله ثقة الاسلامی

- جوابهای معادله مثلثاتی زیر را بین ۰ و  $-\pi$  حساب کنید:

$$4\sin 2x \sin(x + \frac{5\pi}{6}) \sin(3x + \frac{5\pi}{6}) = \sin 4x$$

- اگر در مثلث ABC رابطه:

$$\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} + \sqrt{3} \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} = \frac{7}{4}$$

برقرار باشد ثابت کنید اين مثلث يك زاويه  $25^\circ$  درجه دارد.

### مسائل هندسه

#### د بیرونستانهای آذر

دیبر: سعیدی - فرستنده: حسین هاشمی، علیرضا و شاقدو خط متعامد Ax و By مفروضند به قسمی که پاره خط عمود مشترک آنها است. اگر نقطه M بر Ax و نقطه P بر By حرکت کنند که همواره

$$AM \cdot BP = \frac{AB^2}{2}$$

باشد ثابت کنید که فاصله نقطه O وسط AB از MP همواره

$$\frac{AB}{2} \text{ است.}$$

#### د بیرونستان حکمت (قم)

دیبر: صدری - فرستنده: جواد فیض

- منشور ۶ پهلوی منتظمی که ضلع قاعده آن وارتفاعش

باشد ثابت کنید که  $\alpha + \beta = \arctg \frac{b}{c-a}$ . همچنین رابطه ای بین a و b و c باید که  $\cos \varphi \sin \varphi$  دیشهای معادله مفروض باشند.

### گروه فرهنگی فرگام

دیبر: طاهری - فرستنده: عادل محمدزاده

- معادله زیر را حل کنید:

$$\operatorname{Arctg} x + \operatorname{Arctg}(1-x) = 2 \operatorname{Arctg} \sqrt{x-1}$$

- عبارت زیر را قابل محاسبه با لگاریتم نمایید:

$$S = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin x + \sin 2x} + \frac{1}{\sin x + \sin 2x + \sin 3x} + \dots + \frac{1}{\sin x + \dots + \sin 3x}$$

### د بیرونستان کامکار (قم)

دیبر: توسلی - فرستنده: جواد فیض

معادله زیر را حل کنید و جوابهای کلی و بین صفر و  $2\pi$  را بدست آورید.

$$\tan x + \tan 2x - \tan 3x = 0$$

### د بیرونستان کورش کبیر (گچساران)

دیبر: رفیعی زاده

معادله زیر را حل کنید، جوابهای محصور بین صفر و  $2\pi$  را بیاید:

$$2 \sin^2 x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + \cos x - \sqrt{2} \sin x$$

### د بیرونستان کورش کبیر (نهاوند)

دیبر: حسینی - فرستنده: بهرام منشط

معادله زیر را حل کرده و جوابهای کلی و جوابهای بین  $(\pi/2, \pi)$  را حساب کنید.

$$1 + \sin 3x + \sin x + \sin 2x = 0$$

### د بیرونستان کیهان نو

دیبر: خوش آهنگ - فرستنده: محسن نجفی فرد، علی توسلی

$$\text{از رابطه } a \cos x (1 - a \cos y) = 1 - a^2 \text{ رابطه}$$

$$\frac{\tan \frac{x}{2}}{\tan \frac{y}{2}} = \frac{1+a}{1-a}$$

را نتیجه بگیرید.

### دیبرستان شاهرضا مشهد

دیبر: بقائی - فرستندگان: محمد خروشی، محمدعلی حشمی  
هرم  $MABC$  که در رأس  $M$  سه قائم است مفروض است  
تصویر  $M$  را بر صفحه مثلث  $ABC$  نقطه  $O$  می نامیم مساحت  
مثلث  $MAB$  را به  $S$  و مساحت مثلث  $MBC$  را به  $t$  و مساحت  
مثلث  $OAB$  را به  $s$  نمایش می دهیم ثابت کنید:

$$S = s + t$$

### دیبرستان علمیه

دیبر: نجفیان - فرستنده: سورنا جوادی

منشور قائم  $'ABC'A'B'C'$  که قاعده آن مثلث متساوی  
الاضلاع به ضلع  $a$  و بال قائم آن  $\sqrt{2}a$  می باشد مفروض است.  
روی بال  $'BB'$  قطعه خط  $BM = a\sqrt{2}$  و روی بال  $'CC'$   
قطعه خط  $CP = \frac{BM}{2}$  را جدا کرده صفحه  $APM$  را رسم  
می کنیم ۱- طول  $AM$  و  $AP$  و  $MP$  را بر حسب  $a$  محاسبه  
کنید. ۲- ثابت کنید مثلث  $AMP$  متساوی الساقین و قائم الزاویه  
است. ۳- فاصله نقطه  $A$  را از صفحه  $BMPC$  بر حسب  $a$   
معین کنید. ۴- سطح کل وحجم منشور  $'ABC'A'B'C'$  را  
بر حسب  $a$  بدست آورید. ۵- سطح کل وحجم جسم  $ABMPC$   
را بر حسب  $a$  محاسبه کنید. ۶- به فرض  $a = 2\sqrt{6}$  حجم  
جسم  $'AMPA'B'C'$  را بدست آورید.

### دیبرستان فارابی کرج

دیبر: اختر خاوری - فرستنده: صادق محمدی

مثلث متساوی الاضلاع  $ABC$  با ضلع  $a$  مفروض است. از  
نقاط  $A$  و  $C$  بجهات عمودهای بر صفحه  $ABC$  اخراج و روی  
آنها به ترتیب طولهای  $AA' = x - a$  و  $CC' = x$  را  
در  $AB$  و  $BC$  را جدا می کنیم. اولاً مطلوب است تعیین مقدار  $x$   
بر حسب  $a$  به قسمی که زاویه  $A'$  از مثلث  $'A'B'C'$  قائم باشد.  
ثانیاً در صورتی که  $x = a\left(\frac{2\sqrt{2}-1}{2}\right)$  باشد مقدار

کسینوس زاویه دو صفحه  $ABC$  و  $'A'B'C'$  را بدست آورید.

### دیبرستان فردوسی تبریز

دیبر: حسینی - فرستنده: علی محمدزاده فاراسی

صفحة  $P$  و سه نقطه  $A$  و  $B$  و  $C$  در خارج آن مفروض است  
از نقطه  $C$  صفحه ای چنان مرورده بود که نسبت فواصلش از دو نقطه  
 $A$  و  $B$  برابر  $\frac{2}{3}$  بوده و بر صفحه  $P$  عمود باشد.

برا برقطر دایره محاطی قاعده اش می باشد مفروض است. اولاً  
سطح کل وحجم منشور را پیدا کنید. ثانیاً دریکی از قاعده ها  
هریک از رئوس شش ضلعی منتظم را یک درمیان بهم وصل می کنیم  
و ضلعی منتظم حاصل می شود و مسدسی که از وصل اواسط اضلاع  
شش ضلعی قاعده دیگر بدست می آید منشور ناقص تشکیل می دهد  
حجم و سطح کل این منشور ناقص را محاسبه نمایید.

### دیبرستان حکیم نظامی قم

دیبر: صدری - فرستنده: جواد فیض

مطلوب است رسم هرم سه پهلوی  $S \cdot ABC$  که از آن قاعده

وزوایای  $ASC = \alpha$  و  $ASB = \beta$  و بال  $I$  معلوم است.

### دیبرستان رازی شیراز

دیبر: جواد پور - فرستنده: حسن شامس

- دو صفحه متوالی  $P$  و  $Q$  و یک خط  $L$  غیر موازی با  
آنها و دو نقطه  $A$  و  $B$  در خارج دو صفحه و دریک طرف صفحه  
 $P$  مفروض است. نقطه  $M$  را بر  $P$  و نقطه  $N$  را بر  $Q$  چنان  
تعیین کنید که  $MN$  با  $L$  موازی بوده طول خط شکسته  
 $AMNB$  می نیم باشد.

- چهار وجهی منتظم  $ABCD$  مفروض است  $M$  وسط  
 $AD$  و  $N$  وسط  $BC$  را بهم وصل می کنیم از نقطه اختیاری  
 $E$  واقع بر  $MN$  صفحه ای بر  $MN$  عمود می کنیم ثابت کنید  
شکل مقطع در چهار وجهی یک مستطیل است.

### دیبرستان رهمنما

دیبر: رکنی - فرستنده: نجفی فرد، علی توسلی  
کنج چهار وجهی  $S \cdot xyzt$  مفروض است. از نقطه  $A$   
داخل کنج صفحه ای مرور دهید که مقطع آن در کنج متوالی  
الاضلاع شود.

### دیبرستان سعدی اصفهان

دیبر: جمالی - فرستنده: محمد پوستین دوز  
کنج چهار وجهی  $Oxyzt$  و نقطه  $M$  در خارج آن  
مفروض است. اولاً صفحه  $P$  را طوری از  $M$  مرور دهید که فصل  
مشترک آن با کنج مفروض یک متوالی اضلاع شود. ثانیاً به  
فرض آنکه دو ضلع مجاور این متوالی اضلاع  $AB = a$  و

$\angle B = 60^\circ$  و فاصله  $O$  از صفحه  $P$  برابر  $a\sqrt{3}$  باشد حجم هرم  $ABCD$  را بر حسب  $a$  حساب کنید.

مسائل فیزیک

دیموستن شماره ۳ آذر

دیر : فتح‌الله‌زاده - فرستنده : علیرضا‌شاق

مولدی به نیروی محرکه  $100 \text{ N}$  و مقاومت داخلی  $2 \text{ N}$  و یک سیم به مقاومت  $15 \text{ N}$  اهم و یک ظرف تجزیه سولفات من با الکترودهای مسی بطور متواالی تشکیل مداری را می‌دهند و در صورتی که مقاومت داخلی ظرف تجزیه  $13 \text{ N}$  باشد تعیین کیندگر مای تولید شده در سیم  $R$  در مدت  $10 \text{ s}$  دقیقه، ثانیاً اگر الکترودهای مسی رابه الکترودهای پلاتین تبدیل کنیم شدت جریان نصف می‌شود. نیروی ضد محرکه و توان شیمیائی ظرف تجزیه و توان الکتریکی مولدرا حساب کنید.

دیپرستان حکمت (قم)

دیم : حیدرزاده - فرستنده : جواد فیض

مداربسته بطورسری تشکیل شده از ۴ پیل متشابه که نیر وی محر که هر یک ۵ ولت مقاومت داخلی هر کدام ۰/۲ اهم است و یک موتور به نیروی محر که ۱۵ ولت مقاومت داخلی ۱ اهم و یک ظرف تجزیه به نیروی ضد محر که ۲ ولت مقاومت داخلی ۱/۲ اهم و مقاومت سیمه های رابط ۱۵۰، معین کنید اولاً شدت جریان مدار و توان مکانیکی و راندمان موتور را. ثانیاً اگر مانع چرخش موتور شویم نسبت جرم فلان رسوب شده در کاتد تحریک به در یک زمان ثابت در قسمت اول و دوم چقدر است.

## دستان رازی شیر از

دین : فیروزهند - فرستنده : حسن شامس

دو عدسی در این هنگام  $22/5\text{cm}$  و درشت نمایی آن ۴ است  
باردیگر دوربین را برگردانده و برای آنکه همان شیء را به  
راحتی ببینیم (تصویر نهائی در  $\infty$ ) فاصله دوعدسی را  $2/5\text{cm}$   
بیشتر می کنیم ۱ - فاصله کانونی عدسیهای شیء و چشمی دوربین  
را پیدا کنید ۲ - فاصله تصویر نهائی را تا عدسی چشمی در حالت  
اول پیدا کنید .

دیلم سستان رهنمای

دیم : پیسوده - فرستنده : عالی توسلی

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو سر موتوری به توان مکانیکی ۳۶۰ وات ۲۰۰ وات است، اگر راندمان موتور در ۹۵٪ مطالعه است نباید ضد محکم، که موتور و مقاومت داخلی آن.

گروہ فرهنگی فرگام

دییر: محمد نوری - فرستنده: غادل محمدزاده

– مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین ABC که در آن  $A = 90^\circ$  و  $AB = AC$  می باشد مفروض است. از نقطه B خطی بر صفحه مثلث عمود می کنیم نقطه S را روی این عمود طوری انتخاب می کنیم که داشته باشیم  $SB = 5$  و از S باز  $S \cdot BAC$  وصل می کنیم. اولاً سطح کل و حجم هرم  $S \cdot BAC$  را بدست آورید. ثانیاً از نقطه M واقع بر AB صفحه ای به موازات دو خط AC و BS مرور می دهیم مقطع هرم توسط این صفحه چه شکلی است. ثالثاً اگر چهار ضلعی MNPQ مقطع مذکور باشد مکان هندسی محل تلاقي اقطار این چهار ضلعی را وفق نقطه M روی AB حرکت می کند بدست آورید.

دیوب سтан کامکار (قم)

دس : غفاری نژاد - فرستنده : جواد فیض

ثابت کنید که در متوازی السطوح  $ABCD A'B'C'D'$

دارالعلم

$$DB'' + A'C' + AC'' + BD'' = -(BC' + BB'' + DC')$$

## دېیروستان کورش کبیر گچساران

دیپر : رفیعیزاده

مطلوب است تعیین صفحه‌ای اگر یک چهار ضلعی معمولی و مفروض آن تصویر کنیم که یک متوازی الاضلاع بدهست آید.

دستان شماره ۱ هدف

دیس : شاملو -- فرستنده : اسدالله تقدیم الاسلامی

- نقاط  $M$  و  $N$  خارج صفحه  $P$  مفروض است نقطة رادصفحة  $P$  طوری اختیار کنید که مثلث  $AMN$  متساوی الاضلاع که دد بحث و شرط امکان.

$$R = 5g \text{ مفرض است و تر } MN \text{ را بشعاع } OQ \text{ داریم}$$

به فاصله ۳۸ از مرکز O در دایره رسمی کنیم سپس از نقطه M بر میانه از نقاط A و B مماس بزرگتر رسم کرده اند. این مماس بر میانه از نقاط C و D مماس بزرگتر رسم کرده اند. اگر شکل حوال می کنیم پای عمود را K و F می نامیم . اگر شکل حوال قدر AB دوران گشته باشد می توانیم حجم و سطح کل جسم پیدا کرد .

به نیروی ضد محرکه ۵ ولت و مقاومت داخلی ۱/۵ اهم و یک ظرف تجزیه به نیروی ضد محرکه ۵ ولت و مقاومت ۱ اهم با سیمهای رابط به مقاومت ۱/۵ اهم بطور سری بهم بسته شده‌اند شدت جریان در مدار را حساب کنید برای حالتی که موتور کار کند و یا آنرا از حرکت بازداشته باشند.

### ۵- بیرونستان محمد قزوینی

دیبر: جعفرزاده - فرستنده: حسین رفیعی

دومولدکه نیروی محرکه آنها به ترتیب  $E_1$  و  $E_2$  مقاومت داخلی آنها به ترتیب  $2\text{m}$  و  $3\text{m}$  باشد بطور متواالی بر روی مقاومتی مساوی  $R$  متصل می‌کنیم شدت جریان در مدار  $I$  آپر می‌شود. در آزمایش دیگر دو مولد را بطور متقابل بروی همان مقاومت وصل می‌کنیم شدت جریان در مدار نصف می‌شود از این دو آزمایش نسبت دو نیروی محرکه را بیکدیگر محاسبه کنید.

$$\frac{E_1}{E_2} = ?$$

### ۵- بیرونستان هروی

دیبر: جباری - فرستنده: عباس پاسدار

۱۲ پیل مشابه را که نیروی محرکه هر یک ۴۰ ولت و مقاومت داخلی آن ۱/۱۰ اهم می‌باشد بطور متواالی بهم بسته‌ایم دوسر مولد را رابه یک مقاومت  $R$  بطول ۵ متر و سطح مقطع  $0.785 \text{ میلیمترمربع}$  و مقاومت مخصوص  $62/8$  میکرو اهم سانتیمتر و یک ظرف تجزیه که  $64/0$  گرم مس در مدت ۱۶ دقیقه و ۵ ثانیه رسوب می‌دهد بسته‌ایم.

اولاً مقاومت  $R$  را حساب کنید. ثانیاً شدت جریان در مدار چه اندازه است. ثالثاً اگر مقاومت داخلی ظرف تجزیه ۳ اهم باشد نیروی ضد محرکه آن را بدست آورید. رابعاً توان شیمیائی ظرف تجزیه چقدر است، خامساً اگر دو مولد دیگر با مولدهای فوق بطور متقابل بیندیم شدت در مدار چه اندازه خواهد بود.

### ۵- بیرونستان نمازی شیراز

دیبر: بامداد - فرستنده: عباس باقریان

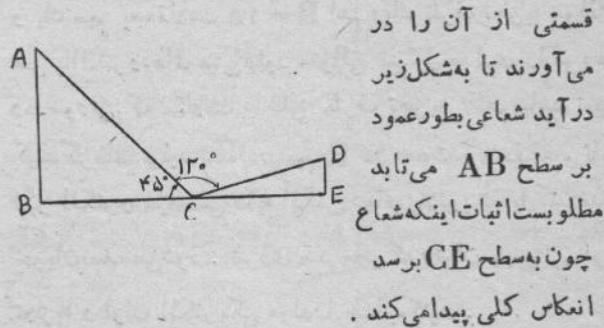
فاصله عدسی شبیه میکروسکوپی  $4 \text{ میلیمتر}$  و فاصله کانونی چشمی آن  $6 \text{ cm}$  است اگر فاصله دو عدسی  $14 \text{ cm}$  باشد دامنه تنظیم میکروسکوپ را برای یک چشم سالم که حداقل قابلیت رویت آن  $20 \text{ cm}$  است حساب کنید. چشم به عدسی چسبیده است. ثانیاً توان درشت نمائی میکروسکوپ را در حالتی که تصویر در حداقل قابلیت رویت قرار دارد حساب کنید.

### ۵- بیرونستان شاهپور

دیبر: دقیق - فرستنده: عبدالمحیجید ریاضی، محمد ساجدیان، خورسندي

قطعه‌ای از جسم شفافی با ضریب شکست  $\frac{3}{2}$  شکل

متوازی السطوح دارد.



قسمتی از آن را در

می‌آورند تا به شکل ذیر

در آید شعاعی بطور عمود

بر سطح AB می‌تابد

مطلوب است اثبات اینکه شعاع

چون با سطح CE بر سر

انکاس کلی پیدامی کند.

### ۵- بیرونستان علوی

دیبر: سپهری - فرستنده: بهزاد نژاد، محمد حسین بلورچی

۱- فاصله کانونی عدسی چشمی و شیء یک دوربین زمینی

به ترتیب  $0.5 \text{ cm}$  و  $8 \text{ cm}$  است. فاصله کانونی عدسی کمکی

برای مستقیم کردن  $2.5 \text{ cm}$  می‌باشد. دوربین برای جسمی که

در بینهایت قرار دارد در بینهایت تنظیم شده است. در شتنمایی

دوربین را حساب کنید در حالتی که طول دوربین  $20/75 \text{ cm}$  باشد.

عدسی میانی را بر می‌داریم و دوربین را اراد و نه مقابله شیء ریزی قرار

می‌دهیم تا دستگاه یک میکروسکوپ شود. در صورتی که میکروسکوپ

برای بینهایت تنظیم شود فاصله شبیه را از عدسی شبیه میکروسکوپ

بیابید. توان در شتنمایی میکروسکوپ در این حالت چقدر است.

### ۵- بیرونستان کامکار قم

دیبر: حیدر زاده - فرستنده: جواد فیض

زاویه رأس منشوری  $6$  درجه و ضریب شکست آن  $1/5$

است. در صورتی که زاویه تابش کوچک معین کنید اولاً زاویه

انحراف منشور را. ثانیاً این منشور را جلوی یک شعاع نورانی

افقی که به صفحه‌ای قائم می‌تابد قرار می‌دهیم در صورتی که فاصله

منشور از صفحه یک متر باشد تعیین کنید لکه نورانی روی

صفحه چقدر تغییر محل می‌دهد.

### ۵- بیرونستان گیهان نو

دیبر: تابش - فرستنده: علی توسلی، محسن نجفی فرد

در مداری  $15$  پیل که نیروی محرکه هر یک  $3$  ولت و

مقاومت داخلی هر کدام  $5/2$  اهم است به یک موتور الکتریکی

## شیشه

### دیبرستان آذربایجان

دیبر : فروتن - فرستنده : خسرو علینقیان

- آلیاژی از مس و سرمه دار است نیتریک حل نموده حجم

محلول را به  $200\text{cc}$  می رسانیم به  $15\text{cc}$  این محلول قطره

محلول کلرور سدیم دسی فرمال می ریزیم برای پایان واکنش

$50\text{cc}$  محلول کلرور سدیم مصرف می شود.

به  $10\text{cc}$  دیگر از محلول اولیه، سولفور آمونیم کافی اضافه می کنیم جرم رسوب  $86/50\text{g}$  می شود مقدار درصد هریک از فلزات را در آلیاژ بدست آورید.

### دیبرستان آذربایجان

دیبر : هیرنمانی - فرستنده : باهره دیبران

آلیاژی از مس و آهن را در اسید سولفوریک گرم و غلیظ حل می کنیم و به محلول حاصل سود اضافه می کنیم،  $1/88\text{g}$  رسوب تولید می شود که آن در آمونیاک حل می شود تبیین کنید مقدار هریک از دو فلز را در آلیاژ.

### دیبرستان اینسینا

دیبر : سيف الدین - فرستنده : حمید کیارشی

آلیاژی است از مس و آهن، آنرا در اسید نیتریک حل می کنیم و حجم محلول را به  $150\text{cc}$  سانتیمتر مکعب می رسانیم.

به  $50\text{cc}$  سانتیمتر مکعب محلول، سود فراوان می افزاییم رسوبی بوزن  $1/025\text{g}$  کرم تشکیل می شود به  $50\text{cc}$  سانتیمتر مکعب دیگر محلول، آمونیاک فراوان می افزاییم رسوبی بوزن  $535/50\text{g}$  کرم تشکیل می شود اولاً وزن آلیاژ را بدست آورید. ثانیاً حساب کنید اگر از  $50\text{cc}$  سانتیمتر مکعب دیگر محلول گاز  $\text{SH}_2$  عبور دهیم چه رسوبهایی تشکیل می شود وزن هریک چیست.

### دیبرستان بوعلی اراک

دیبر : نوروزی - فرستنده : علیرضا نوروزی

مخلوطی است از کلرور من کوریک و نیترات یک فلزیک ظرفیتی مجھول. اولاً برای شناسائی فلز مجھول مخلوط اولیه در اثر تکلیسی با سود سوز آور گازی می دهد که این گازی تواند سولفات مس را آبی رنگ کند. ضمناً از احتراق گاز مرد نظر  $1/56\text{g}$  لیتر گاز بی اثر بوجود می آید پس از نوشتن فرمولها

جنس فلز مجھول را مشخص کنید. ثانیاً در  $20\text{cc}$  مخلوط اولیه تیغه ای از مس قرار می دهیم  $2/2\text{g}$  گرم بر جرم تیغه اضافه می شود غلظت ملکولی کلرور مرکوریک را بدست آورید.

### دیبرستان پهلوی (همدان)

دیبر : ترابی - فرستنده : محمد رضاسور امامی

بر نمونه ای از یک آلیاژ آهن و روی و آلومینیم اسید سولفوریک رقیق اضافه کرد و سپس آن را گرم می کنیم حجم گازهای متضاد در شرایط متعارفی  $1120\text{cc}$  شده است. حجم محلول را به  $100\text{cc}$  رسانده بر  $10\text{cc}$  آن گاز آمونیاک زیاد اثر می دهیم رسوبی به وزن  $5/246\text{g}$  گرم بدست می آید که در اثر شستشو با محلول سود سوز آور  $156/10\text{g}$  گرم از جرمش کم می شود مقدار هریک از سه فلز را در نمونه معلوم کنید.

### دیبرستان حکمت (قم)

دیبر : واقعی - فرستنده : جواد فیض

آلیاژی است از  $\text{Fe}$  و  $\text{Ag}$  و  $\text{Cu}$  به وزن  $1/38\text{g}$ . گرم آنرا در اسید نیتریک حل می کنیم حجم نیتراتهای حاصل را با آب قطره به  $100\text{cc}$  می رسانیم بر  $50\text{cc}$  نهایا نمک طعام می افزاییم  $25\text{cc}$  نمک طعام مصرف می شود و  $50\text{cc}$  گرم رسوب بدست می آید  $50\text{cc}$  دیگر آنرا با آمونیاک فراوان تر کib می کنیم  $50\text{cc}$  گرم رسوب قرمز آجری رنگ تشکیل می شود غلظت نمک طعام و نسبت درصد آلیاژ را بدست آورید.

### دیبرستان رهنما

دیبر : محسنی تهرانی - فرستنده : نجفی فرد، علی توسلی آلیاژی از مس و نیکل را در اسید سولفوریک گرم و غلظت حل می کنیم و حجم محلول را به  $20\text{cc}$  می رسانیم. از  $100\text{cc}$  این محلول گاز  $\text{SH}_2$  عبور می دهیم (محیط اسیدی است) رسوبی بوزن  $48/5\text{g}$  گرم بدست می آید به  $100\text{cc}$  دیگر سولفور سدیم کافی اضافه می کنیم  $38/1\text{g}$  گرم رسوب تولید می شود وزن آلیاژ را حساب کنید.

### دیبرستان شاهپور

دیبر : ترابی - فرستنده : عبدالمجید ریاضی مخلوطی است از کلرور فرفرو و سولفات فرو، آنرا در آب حل می کنیم و حجم محلول را به  $200\text{cc}$  می رسانیم. اولاً

اگر حجم آب اکسیژن نه مصروف شده  $45^{\circ}\text{C}$  باشد ارزش حجمی آب اکسیژن را حساب کنید.

دیپرستان گامکار (قم)

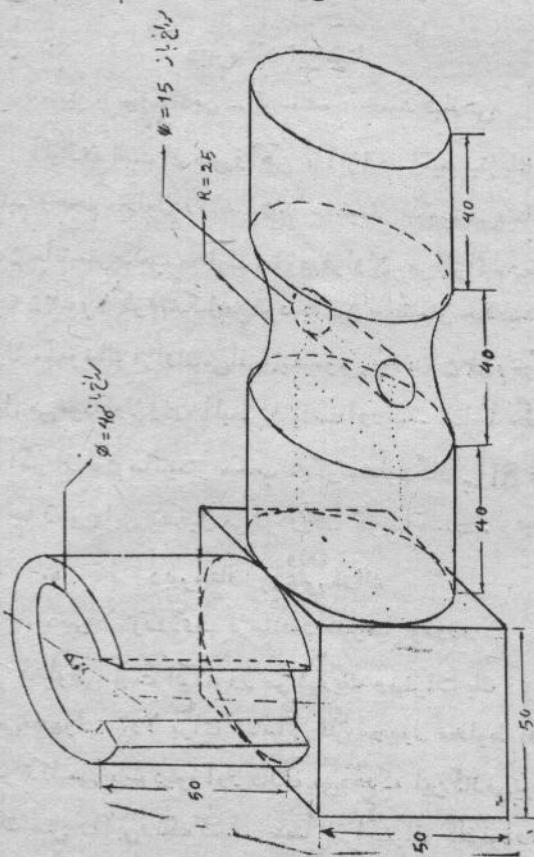
دیبر : کائینی - فرستنده : جواد فیض  
مخلوطه، است از سولفات مس و سولفات آهن ناخالص

بدوزن ۵ گرم، حجم آنرا با آب به  $200\text{cc}$  رسانیده و سپس محلول را بدو قسمت متساوی تقسیم می نماییم بر روی قسمت اول آ-ونیاک  $\frac{N}{10}$  می ریزیم  $100\text{cc}$  آ-ونیاک مصرف می شود تا وزن رسوبهای حاصل  $1/47$  گرم شود، بن-قسمت دوم کلرور باریم می ریزیم وزن رسوبهای حاصل  $1/165$  گرم می گردد، وزن سولفات مس و آهن خالص را درصد گرم مخلوط پیدا کنید.

رسوم فنی

دیپرستان ملی، بزرگمهر

دندو : نجفی - فرستنده : کریم حاجی



۲۰ آن پا نیترات نقره / ۲۸۷۰ گرم رسوب کلرور می دهد.

ثانیاً ۲۵ دیگر آن را برداشته تا تشکیل رسوب کامل محلول سودوز آور می‌افزاییم . ۳۶ گرم رسوب حاصل می‌شود وزن هر یک از دونمک را حساب کنید و اگر رسوب حاصل در عمل دوم تکلیس و بعد جسم حاصل را با کربن احیاء نماییم وزن جسم حامد بدست آمده را حساب کنید .

دیپرستان علوی

ملقمه‌ای است از مس به وزن ۱۶/۴ کرم ، آن را در اسید سولفوریک غلیظ ( به مقدار زیاد ) به کمک حرارت حل می‌نماییم . ۳/۳۶ لیتر گاز در شرائط متعارفی حاصل می‌شود . اولا فرمول اتمی ملقمه را بدست آورید . ثانیا فرمول اثر گاز حاصل را تقریباً اوریک و پر نیقرات فریک بنویسید .

دایرستان علوی

## دیبر : ملاردی - فرستنده : زارع

V سانتیمتر مکعب گاز  $\text{SH}_2$  را با  $^{\circ}\text{C}$  سانتیمتر مکعب محلول دسی نرمال سود تر کیب می کنیم در این عمل محلولی از سولفور ( $\text{S}\text{N}_{\text{a}}$ ) و سولفیت اسید ( $\text{SHNa}$ ) حاصل می شود . روی محلول حاصل حسب نشاسته اضافه نموده بعد محلول

نگاه آیینه می دهیم و قیمت  $CC$  محلول ید مصرف شدنگ ک آیینه می داشت. ظاهر می شود آنگاه با یک قطره محلول تیوسولفات رنگ آیینه نشاسته از بین برده چند قطره تورنسن اضافه می کنیم رنگ محلول قرمز می شود برای تغییر رنگ تورنسن  $CC$  محلول  $\frac{N}{5}$  پیاس مصرف می شود فرمول واکنشها را نوشته و مقدار V و 'V را حساب کنید.

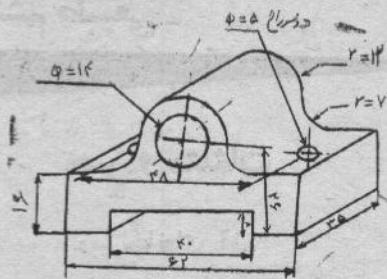
دیروستان فارابی (کوچ)

دیم : شرفکندي -- فرسنده : صادق محمدی

آلیاژی از مس و نقره را در اسید سولفوریک کاملا حل می کنیم و گاز حاصل را وارد محلولی از آب اکسیژن نوکلر و باریم می نماییم در سوبی بوزن  $11/65$  گرم بدست می آید. چنانچه در محلول حاصل از حل آلیاژ در اسید تیغه مسی وارد کنیم  $3/54$  گرم بوزن تیغه افزوده می شود جرم آلیاژ را حساب کنید ثانیا -

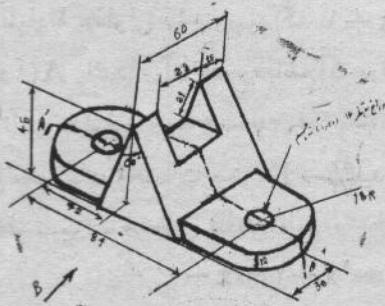
دیبرستان فارابی گرج

دیبر : اختر خاوری - فرستنده : باقر و مادق محمدی



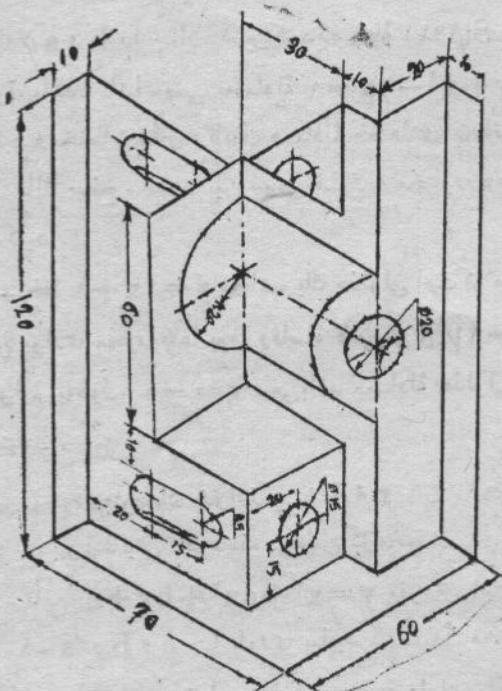
دیبرستان کامکار قم

دیبر : غفاری پور - فرستنده : جواد فیض



دیبرستان گلشن رازشپس

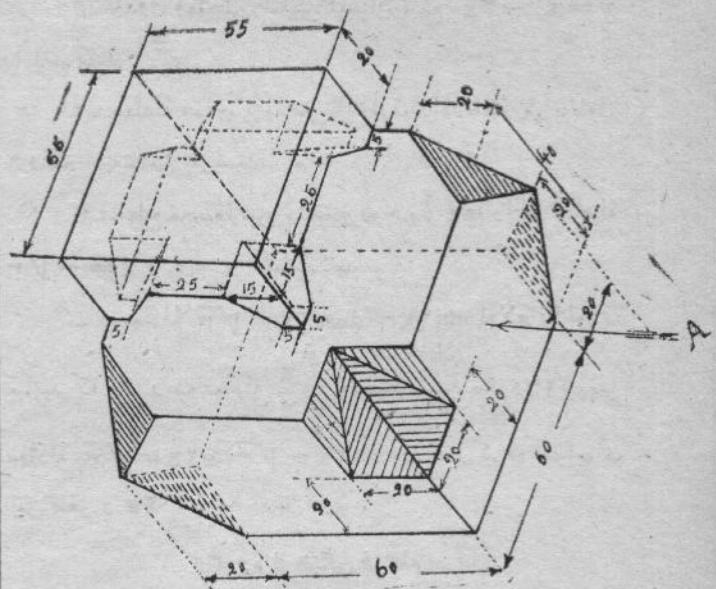
دیبر : باهمت - فرستنده : ابوالفضل نجفی



یکان دوره ششم

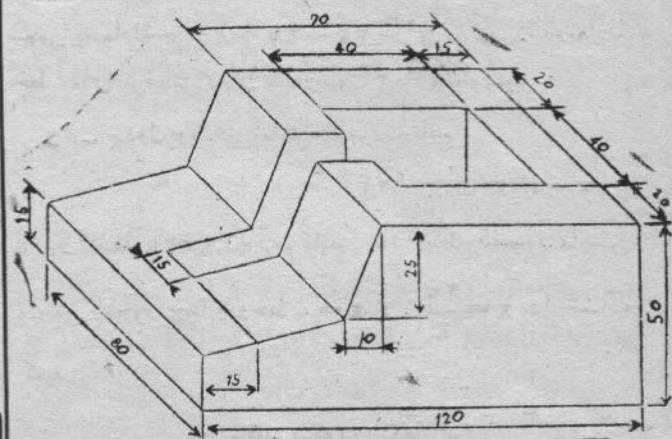
دیبرستان آذرمیدخت شرقی

دیبر : نجفیان - فرستنده : باهره دیبران



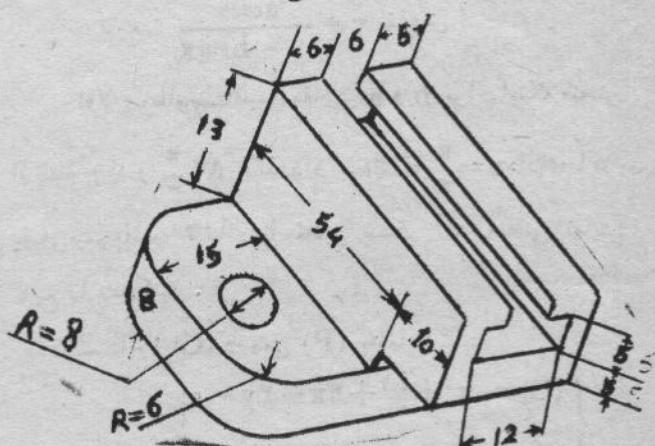
دیبرستان حکمت قم

دیبر : صدری - فرستنده : جواد فیض



دیبرستان رهمنا

دیبر - رکنی



دیبرستان علمیه

دیبر : نجفیان - فرستنده : اسماعیل جیرانپوی  
همان رسم دیبرستان آذرمیدخت شرقی)

## کلاس ششم طبیعی

### جبر و مثلثات

دیبرستانهای آذربایجان

دیبر: مجیدی - فرستنده، صفرعلی عبدالرحیمی

- مطلوب است تعیین مکان هندسی نقطه :

$$M(x = 2\sin \alpha, y = 4\cos \alpha + 1)$$

و قطبی  $\alpha$  تغییر کند.

- اولاً معادله هذلولی را بنویسید که یک

مجاذب و  $A(1,0)$  یک رأس آن و محور قاطع آن موازی محور

$x$  باشد. ثانیاً هذلولی  $y^2 + 2y - 5 = 0$  را در

همان دستگاه محورهای مختصات بیاضی E رسم کنید.

- جدول تغییرات و منحنی نمایش تابع :

$$y = 3\cos^2 x + 3\cos x - 2$$

را در فاصله  $2\pi < x < 0$  رسم کنید.

دیبرستان حکیم نظامی (قم)

دیبر: هحسنیان - فرستنده : جواد فیض

- سهمی به معادله  $y = -x^2 + ax + b$  مفروض

است.

اولاً  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید که نقطه  $(1, 0)$  رأس S بهمی فوق باشد. ثانیاً سهمی به معادله  $y = -x^2 - 2x - 1$  را رسم نمائید و مختصات رأس و کانون و معادله خط‌های آن را تعیین کنید. ثالثاً سطح محصور بین سهمی فوق و محور  $x$  را محاسبه کنید.

- خط  $y = 2x + 1$  را مجاذب یک هذلولی است که محور کانونیش موازی محور  $x$  بوده و فاصله کانونیش  $2\sqrt{5}$  است. مركزش بطول  $x = -1$  می‌باشد معادله هذلولی را پیدا کنید.

دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر: نائینی - فرستنده : حسن گل محمدی

- تابع  $y = x^2 + ax^2 + bx + c$  مفروض است.

-  $a$  و  $b$  را طوری بیاید که مبدأ مختصات

نقطه عطف منحنی بوده و تابع بازه  $x = 1$  دارای ماکزیمم

یا می‌نیم باشد.

۲- جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع  $y = x^2 - 2x$  را رسم کنید.

۳- معادله مماس بر منحنی تابع فوق را در نقطه A بطول ۲ واقع بر منحنی بنویسید.

۴- سطح محصور بین منحنی و محور  $x$  را در فاصله  $x = -\sqrt{3}$  و  $x = 0$  حساب کنید.

$$\text{در معادله } \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{3} \text{ اولاً را طوری}$$

بیاید که یک ریشه معادله  $x = \frac{\pi}{3}$  باشد (بین صفر و  $2\pi$ ) سپس

معادله  $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = \sqrt{3}$  را حل کرده جوابهای بین صفر و  $2\pi$  آن را تعیین کنید.

#### گروه فرهنگی فرگام

دیبر: طاهری - فرستنده : عادل محمدزاده

- اولاً مختصات کانون یک سهمی (۲۶) F و خط هادیش منطبق بر محور  $x$  ها می‌باشد معادله سهمی را بنویسید. ثانیاً سهمی به معادله  $0 = 4x - 4y + 8 = 0$  را رسم کنید و معادله خط مماس بر سهمی را در نقطه بطول  $x = 2$  بنویسید.

- جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع.

$$y = \sin x (\cos x - 1)$$

را در فاصله  $2\pi < x < 0$  رسم کنید. ثانیاً سطح محصور مابین منحنی و محور  $x$  ها و دو خط  $x = 0$  و  $x = \frac{2\pi}{3}$  را حساب کنید.

دیبرستان مسعودی (دمآوند)

فرستنده : حسن گل محمدی

- تابع  $y = \frac{\cos x}{1 - b \sin x}$  مفروض است.

اولاً : مطلوب است تعیین مقادیر a و b برای اینکه منحنی

از نقطه  $(1, 0)$  بگذرد و به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  دارای ماکزیمم

یا می‌نیم باشد. ثانیاً : با مقادیر بدست آمده منحنی نمایش تابع را رسم کنید.

- دایرة (C) و سهمی (P) به معادلات :

$$(C) : x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$$

$$(P) : x^2 + 2x - 2y = 0$$

مفروضند.

دیبرستان مسعودی (دماوند)  
فرستنده: حسن گل محمدی

از بوبینی به مقاومت حقیقی ۱۰ اهم جریان متناوبی به تواتر ۵۵ هرتز می‌گذرد و در مدت ۵ دقیقه حرارتی برای ۱۱۵۲۰ کالری حرارت تولید می‌شود اگر اختلاف فازیین جریان واختلاف پتانسیل مساوی  $\frac{1}{3}$  باشد مطلوبست اولاً مقاومت ظاهری بوبین و ضربی سلف آن. ثانیاً معادلات شدت جریان و اختلاف پتانسیل دو سر بوبین. ثالثاً - چه خازنی به طور توالی درمدار قرار دهیم تا ضربی توان مساوی واحد گردد.

### مسائل شیمی

#### دیبرستانهای آذر

دیبر: مهین بخت، کوشانه - فرستنده: صفر علی عبدالرحیمی فرمول ساده جسمی ( $\text{CH}_2\text{O}$ ) است چگالی بخار آن نسبت به هوای  $d = 2/06$ . در صورتی که بدانیم جسم مورد آزمایش با سودنمک والکل می‌دهد گستردگی آن را رسم کنید.

#### دیبرستان ابن یمین (سیز وار)

دیبر: آبارشی - فرستنده: محمود آبارشی مخلوطی است از یک آلدئید اشاعر شده یک ظرفیتی (A) و اسیدش (جسم B). از تجزیه ۷۹٪ گرم مخلوط فوق اضافه وزن ظروف پناس ۱/۹۸ گرم و اضافه وزن اسید ۰/۸۱، از طرف دیگر هر ۰/۹ گرم مخلوط فوق  $25^{\circ}\text{C}$  سود دسی نرمال را خنثی می‌کند و مخلوط خنثی شده با مایع فهلهینگ ۰/۷۲ گرم رسوب قرمزنگ تولید می‌نماید. مطلوبست فرمولهای اجسام A و B

#### دیبرستان حکیم نظامی (قم)

دیبر: تقی زاده - فرستنده: جواد فیض

محلولی است از آلدئید اتیلیک.  $40^{\circ}\text{C}$  آن را با محلول فهلهینگ ترکیب می‌نمایند.  $25^{\circ}\text{C}$  محلول فهلهینگ که در هر لیتر آن ۲۵ گرم سولفات مس متبلور به فرمول  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  وارد ترکیب می‌گردد غلظت آلدئید را تعیین کنید.

#### دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر: فرزاد - فرستنده: حسن گل محمدی

نتیجه تجزیه یک اسیدآلی دو ظرفیتی ترکیب درصد زیر

اولاً: ثابت کنید که این دو منحنی در ۰ مبدأ مختصات بر یکدیگر و بر نیمساز رباع اول و سوم محورها مماس بوده و علاوه بر آن در نقطه Dیگر M منقطع می‌باشند. مختصات نقطه M و مختصات نقطه های A و B محل تلاقی دایره (C) را با محورها پیدا کرده و ثابت کنید چهار ضلعی OAMB مربع است. ثانیاً: مختصات نقاط تلاقی سهی (P) را با محورها پیدا کرده و دو منحنی را در یک دستگاه رسم کنید.

### مسائل فیزیک

#### دیبرستانهای آذر

دیبر: مجیدی - فرستنده: صفر علی عبدالرحیمی قوت، اصلی تاره رتعش وقتی با نیروی  $9\text{Kgf}$  کشیده شود،  $401^{\circ}\text{C}$  است. اگر نیروی کشش تار  $16\text{Kgf}$  باشد صوت اصلی آن چه نوتی است. ثانیاً در صورتی که جرم هر متر تار  $4\text{گرم}$  باشد طول تار چقدر است.

$$l_{\text{tar}} = 435 \text{ g} = 10 \text{ m/s}^2$$

#### دیبرستان حکیم نظامی (قم)

دیبر: کبیری - فرستنده: جواد فیض

جریان متناوبی به معادله  $I = 5\sqrt{2\pi f} \cdot 120^{\circ}\text{ft}$  از سیمی به مقاومت  $2\Omega$  می‌گذرد. اولاً حرارت تولید شده در مدت ۱۵ ثانیه را بدست آورید. ثانیاً اگر این جریان را از بوبینی عبور دهیم که در برابر آن تاره رتعش از آهن قرار گرفته باشد تو اثر تاره رتعش کام تشید و نام نوتی را که بیان می‌کند تعیین کنید. ثالثاً نام دو هماهنگ متواالی بعدی را که تار می‌نوازد بنویسید.

#### دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر: امینی - فرستنده: حسن گل محمدی

در آزمایش یانگ که با نور بنشش بطول موج  $0/4$  میکرون انجام شده است فاصله نواردهم از نوار مرکزی  $4$  میلی-متر است. فاصله دوشکاف  $1\text{mm}$  می‌باشد. فاصله صفحه شکافها از صفحه نوارها چقدر است؟ اگر این آزمایش در آب بضریب شکست  $\frac{4}{3}$  انجام می‌شد فاصله دو نوار روشن متواالی چقدر می‌شود. چنانچه سرعت نور در هوا  $300000$  کیلومتر در ثانیه فرض شود و تواتر پریود نور بنشش را تعیین کنید.

مفروض است از روی شکل منحنی در وجود علامت ریشه‌های معادله درجه دوم فوق بر حسب مقادیر مختلف  $m$  بحث کنید.

(۵) درحالی که خط  $y = m$  منحنی (C) را در نقطه A قطع می‌کند، چنانچه تصاویر این نقاط را روی محور x نشاند A' و B' بنامیم. تحقیق کنید همواره نقطه ثابتی P روی محور x می‌توان یافت بطوری که مانند PA'  $\times$  PB' مقدار ثابتی باشد، طول نقطه P و همچنین مقدار ثابت را مشخص کنید.

(۶) تحقیق کنید همواره دونقطه مانند N و M روی منحنی می‌توان یافت بطوری که تصاویر این نقاط روی محور x هامزدوج توافقی یکدیگر نسبت به نقاط A' و B' می‌باشند. مختصات این دونقطه را معین کنید.

- تابع  $y = \frac{1}{2} \sqrt{ax + b}$  مفروض است. ضرایب a و b را چنان تعیین کنید که منحنی نمایش تابع فوق برخطوط  $x = 1$  و  $x = -8$  مماس شود.

- بر منحنی  $y = 4x^2 + 4x - 2xy - 2x^2 + 2y^2$  از نقطه (-1, 2) چند مماس می‌توان رسم کرد؛ معادلات مماسها و مختصات نقاط تماس را بدست آورید.

دیگر فرهنگی بوعلی (دیبرستان شماره ۱)  
دیگر: نجفی - فرستنده: ساعد فاطمی زاده

جدول منحنی تابع  $y = (x+2)^2(x-1)$  را رسم کنید. ثانیا ثابت کنید که از نقطه (0, 0) به ازاء بعضی مقادیر  $a$  که تعیین خواهد کرد سه مماس بر منحنی تابع فوق می‌توان رسم کرد که یکی از آنها بستگی بهوضع نقطه A ندارد و معادله‌ای تشکیل دهید که ریشه‌هایش طول نقاط تماس دو مماس باشد سپس  $a$  را طوری بدست آورید که ۲ مماس عمود بر x هم باشند.

دیبرستان حکمت (قم)

دیگر: حسن زاده - فرستنده: جواد فیض

تابع  $y = (x-2)^2$  مفروض است. اولاً ثابت کنید منحنی تابع فوق نقطه Max Min یا  $y = x^2$  ندارد (بالاستفاده و بدون استفاده از مشتق). ثانیا منحنی نمایش تغییرات تابع فوق را رسم کنید. ثالثاً معادلات خطوط مماس و قائم بر منحنی در نقطه  $x = -3$  و باعرض مثبت بنویسید.

دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیگر: شهریاری - فرستنده: حسن گل محمدی

- تابع اولیه تابع زیر را بدست آورید:

است:  $C = H = O = 32\%$

ضمناً گرم این اسید را در آب مقطر حل نموده و حجم آن را به ۱ لیتر می‌رسانیم. ملاحظه می‌کنیم که  $25^{\circ}\text{C}$  این محلول با استعمال فنل فتالئن مقدار  $30^{\circ}\text{C}$  سود ۱/۲۰ نرمال را خنثی کامل می‌کند. فرمول جسم را بدست آورید.

دیبرستان مسعودی (دمادند)

فرستنده: حسن گل محمدی

جسم مرکبی از S و Cl و O، چگالی به حالت بخار آن نسبت به هوا  $4/65$  می‌باشد. ۲۷ گرم اذاین جسم را با آب ترکیب می‌کنیم، سپس قطره قطره آب مقطر می‌افزاییم تا یک لیتر شود. ۱۰<sup>cc</sup> از محلول با مقدار کافی کلرور باریم رسوبی تولید می‌کند که پس از خشک کردن  $1/466$  گرم است. بر  $10^{\circ}\text{C}$  دیگر همان محلول، نیترات نقره می‌افزاییم رسوب حاصل بعد از خشک کردن  $1/574$  گرم وزن دارد، تعیین کنید فرمول جسم و گستردگی آن را.

## کلاس ششم ریاضی

### جبور

دیبرستانهای آذربایجان

دیگر: آذرنوش، نحوی، بهنیا - فرستنده: حسن نورمحمدی

(۱) تابع  $y = \frac{x^2 + a}{x^2 + bx + 1}$  مفروض است. ضرایب a و b را چنان تعیین کنید که تابع دارای ماکریم و می‌نیمه‌ی برابر  $\frac{4}{3}$  و ۰ باشد.

(۲) منحنی (C) نمایش تغییرات تابع:  

$$y = \frac{x^2}{x^2 + x + 1}$$
 را درست کنید.

(۳) معادله خطی را که از سه نقطه عطف منحنی (C) می‌گذرد بنویسید.

(۴) معادله درجه دوم  $0 = mx^2 + mx + m$

- ۱-  $a$  و  $b$  را قسمی تعیین کنید که منحنی تابع در نقطه  $A(1, 1)$  ماقزیم یا هی نیم باشد.

- ۲- جدول و منحنی (C) نمایش تابع :

$$y = \frac{2x}{x^2 + 2}$$

را رسم کنید.

- ۳- منحنی را با خط  $y = m$  قطع می‌کنیم.

الف - اگر  $x_1$  و  $x_2$  و  $x_3$  طولهای نقاط برخورد باشند

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{4}{x_3} = 0$$

برقرار باشد.

ب - بر حسب مقادیر مختلف  $m$  در وجود علامت طول.

های نقاط تلاقی بحث کنید، درحالی که  $y = m$  بر منحنی مماس است مختصات نقطه تماس و نقطه تلاقی را بدست آورید.

ج - سطح محصور بین منحنی و محور طول و دو خط

$x = 1$  و  $x = 0$  را حول محور  $x'$  دوران می‌دهیم اندازه حجم حاصل را بدست آورید.

د بیرون رازی (شیراز)

دیبر: جوادپور - فرستنده: عبدالعلی کشاورز

$$y = \frac{3-2x}{2(1-x)^2}$$

تابع

تغییرات آنرا رسم کنید و به کمک رسم منحنی دیشهای معاදله

زیر را با اعداد  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{2}$  مقایسه کنید.

$$2mx^2 - 2x(2m - 1) + 2m - 3 = 0$$

ثانیا خط  $y = m$  به ازاء بعضی از مقادیر  $m$  منحنی را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع می‌کند رابطه‌ای مستقل از  $m$  بین طولهای نقاط تقاطع تعیین کنید و از آنجا ثابت کنید که همواره نقطه ثابتی مانند  $I$  روی محور  $x'$  وجود دارد بطوری که :

$$\overline{IA'} \times \overline{IB'} = K$$

باشد ( $A'$  و  $B'$  تصاویر  $A$  و  $B$  روی محور  $x'$ ها اختیارشوند)

ثالثاً - ثابت کنید دو نقطه روی محور  $x'$  وجود دارد که نسبت به  $A'$  و  $B'$  مزدوج تواافقی می‌باشد مختصات این دو نقطه را تعیین نمایید و تبیجه بگیرید که دایره به قطر  $A'B'$  (وقتی  $m$  تغییر کند) دارای یک محور اصلی است معاදله اش را بنویسید.

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = x'(5-x)^{100} \\ y_2 = (1-x)(1-2x)(1-3x) \\ y_3 = \frac{\sqrt{x^4+x^{-4}+2}}{x^5} \end{array} \right.$$

- تابع  $y = \frac{7x^4+px+q}{x^4+2x-3}$  مفروض است.

اولا مطلوب است تعیین  $p$  و  $q$  بشرطی که منحنی از مبدأ بگذرد و مماس در نقطه  $(2, 0)$  افقی باشد. ثانیا: منحنی (C) را با تعیین تمام خصوصیات رسم کنید، (مجابهها - ماقزیم و هی نیمهها، نقاط تلاقی با محورهای و نقطه تلاقی بامجانب افقی و مماسهای نقاط تلاقی). ثالثاً اگر A و B تصاویر ماقزیم و هی نیم روی  $x$  و C تصویر نقطه تلاقی منحنی با مجانب افقی روی  $x'$  و  $p$  و  $p''$  تصاویر نقاط تقاطع  $M'$  و  $M''$  منحنی با خط  $y = h$  باشند، رابطه مستقل از  $h$  بین  $x$  و  $x''$  طولهای نقاط  $p$  و  $p''$  پیدا کنید و اثبات نمایید که دایره به قطر  $p'p''$  عمود بر دایره به قطر AB است.

- اگر  $F(x) = a + bx$  باشد ثابت کنید:

$$F^n(x) = \overbrace{FFF \dots F(x)}^{n \text{ مرتبه}} = a \times \frac{b^n - 1}{b - 1} + b^n x$$

د بیرون راز خوارزمی

فرستنده: سورنا جوادی

- اولا منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{(x+2)^2}$$

را سرمه کنید. ثانیا توابع اولیه تابع  $f(x) = y$  را پیدا کنید

د بیرون راز خوارزمی (شمیران)

دیبر: عابدی کرمانی - فرستنده: حسین همتی گرماساری

$$y = \frac{2}{\sqrt{2} \cos^2 x \sqrt{\sin 2x}}$$

تابع اولی

باید که به ازاء  $\frac{\pi}{3} = x$  مقدار تابع اولی برابر  $\frac{12}{5}$  گردد.

د بیرون راز دانش و هنر (مشهد)

فرستنده: خلیلی

$$y = \frac{3x}{ax^2 + b}$$

تابع

یکان دوره ششم

دوم ماس غیر از ماس در نقطه  $M$  می‌توان بر منحنی رسم کرد  
مختصات نقاط تماس و معادلات خطوط ماس را بدست آورید و  
ثابت کنید خطی که دونقطه تماس را بهم وصل می‌کند در یکی از  
این دونقطه قائم بر منحنی  $(C)$  می‌باشد.

رابع - تحقیق کنید که منحنی دارای سه نقطه عطف است  
که برای استقامت واقعند معادله این خطوط را تعیین کنید.  
خامسا - بر خط  $y = m$  به ازاء بعضی از مقادیر  $m$  که  
تعیین می‌کند منحنی  $(C)$  را در دونقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند  
اگر تصاویر این دونقطه را روی محور  $x$  ها  $A'$  و  $B'$  بنایم  
ثابت کنید این دونقطه نسبت به دونقطه ثابت که تعیین می‌کند  
مزدوج توافقی یکدیگرند.

دیبرستان فیروز بهرام

دیبر : محسن زاده فرد مطلق : فرستنده : خداداد مزدابور

$$-\text{معادله منحنی } y = \frac{4x^3 - mx + m^4}{x - m} \text{ مفروض است}$$

ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر پارامتر  $m$  این منحنی  
بردو خط ثابت ماس است معادله این دو خط را بنویسید.

$$-\text{مکان هندسی نقطه } M(\frac{1 + cost}{cost}) \text{ را پیدا}$$

کنید و مختصات مرکز تقارن این مکان را معین کنید.

دیبرستان محمد قزوینی (قزوین)

دیبر : عیری - فرستنده : عطاء الله کلانتری

$$\text{تابع } y = \frac{ax^3 + bx}{x^3 + cx + d}$$

چنان بیا بید که منحنی نمایش تابع فوق دارای تنها یک مجانب  
قائم به معادله  $x = 2$  باشد و منحنی فوق محور طولها را در  
نقطه‌ای به طول  $4$  قطع کند و با خط  $1 - y =$  در بینهایت ماس  
شود. ثانیاً تابع  $y = \frac{4x - x^2}{(x - 2)^2}$  را درست کنید. ثالثاً به کمک

منحنی فوق ریشه‌های معادله:

$$(m+1)x^3 - 4(m+1)x + 4m = 0$$

را با اعداد  $1 -$  و  $3$  مقایسه کنید.

رابع - سطح محصور بین منحنی و محور طولها و دو خط

$$x - a < 1 - x = a$$

$2$  میل کند آیا سطح فوق دارای حدی خواهد بود.

- تابع  $f(x) = (x - a)(x - b)(x - c) =$  مفروض  
است بدون تشکیل  $\square$  ثابت کنید که معادله  $0 = (x')^2$  دارای دوریشه است.

دیبرستان رهنما

دیبر : مولاّی - فرستنده : علی توسلی ، محسن نجفی فرد

منحنی  $(C')$  به معادله :

$$y^2 - 2y(x+1) + 2x - 3 = 0$$

مفروض است. اولاً خطی به معادله  $y = 3x + \lambda$  به ازاء جمیع  
مقادیر  $\lambda$  منحنی  $(C')$  را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کند مکان  
هندسی نقطه  $E$  وسط  $AB$  را به ازاء جمیع مقادیر  $\lambda$  بدست  
آورید (معادله اش را بنویسید). ثانیاً در نقطه‌ای به عرض  $2$  واقع  
بر منحنی  $C'$  قائمی بر آن رسم شده است معادله آن را بنویسید.  
ثالثاً اگر  $(\omega)$  مرکز تقارن منحنی  $(C')$  باشد مختصات  $\omega$  را  
بدست آورید.

دیبرستان فارابی

دیبر : ثابتیان - فرستنده : صادق محمدی

- مطلوب است بحث در وجود و علامت ریشه‌های معادله درجه

سوم زیر بر حسب مقادیر مختلف  $m$  :

$$27(m+2)x^3 + 27(2m+1)x^2 -$$

$$- 4(2m+1) = 0$$

- مطلوب است تابع اولیه توابع زیر :

$$y = \frac{2x^3 - 9x^2 + 21x - 18}{(x^2 - 3x + 5)^2}$$

$$y = 21 \sin^6 x \cos^6 x - 28 \cos^6 x \sin^6 x + \\ + 32 \sin^6 x + 32 \cos^6 x$$

گروه فرهنگی فرگام

دیبر : طاهری - فرستنده : عادل محمدزاده

$$-\text{تابع } y = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1} \text{ مفروض است.}$$

اولاً -  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که منحنی نمایش آن

در نقطه‌ای به طول  $(-2)$  بر خط  $y = x + 5$  ماس گردد.

ثانیاً - جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع  $(C)$  :

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2 + x + 2}$$

را درست کنید.

ثالثاً - از نقطه  $M$  به طول  $(1)$  واقع بر منحنی  $(C)$

### گروه فرهنگی بوعلی (اراک)

دیبر: نخعی - فرستنده: ساعد فاطمیزاده  
اولا - معادله:

$$m \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}(\sin x + 1)$$

را حل کنید و بحث کنید و به ازاء  $m = \sqrt{2}$  جوابهای بین صفر و  $2\pi$  را حساب کنید.

### دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر: امامی - فرستنده: حسن گل محمدی  
- بر حسب مقادیر مختلف  $m$  در وجود ریشه‌های معادله زیر بحث کنید:

$$\sin x \cos x - m(\sin x + \cos x) = -1$$

- اولا ثابت کنید:

$$\arctg 2 + \arctg 3 = \frac{3\pi}{4}$$

ثانیا - مقدار حقیقی تابع زیر را وقتی که  $x \rightarrow 1$  پیدا کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \frac{\arctg 2x + \arctg 3x - \frac{3\pi}{4}}{x^4 - 1}$$

### دیبرستان خوارزمی شمیران

دیبر: قمری - فرستنده: حسین همتی گرساری  
اضلاع مثلثی تشکیل تصاعد حسابی با قدر نسبت ۲ می‌دهند و بزرگترین زاویه ۲ برابر کوچکترین زاویه است مطلوب است محاسبه ۳ ضلع مثلث.

### دیبرستان دارالفنون

دیبر: محمدی - فرستنده: داداش زاده  
اولا - دستگاه زیر را حل و بحث کنید در صورتی که  $x+y=120^\circ$  باشد:

$$\begin{cases} \sin x \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \tan x + \tan y = m \end{cases}$$

ثانیا - در ازاء  $m = \frac{4\sqrt{3}}{3}$  جواب قابل قبول این دستگاه را اگر داشته باشد بدست آورد:

- در مثلث  $A = 60^\circ$   $S = m(b^2 - c^2)$ ،  $ABC$  و  $ha$  معلوم اند مثلث را حل و بحث کنید.

### دیبرستان هروی

دیبر: نیوشان - فرستنده: محمد تقی الهیان  
دروجود و علامت ریشه‌های معادله:

$$x^7 + (m-2)x^4 + 4 = 0$$

بر حسب مقادیر مختلف  $m$  بحث کنید و در حالتی که معادله دارای ریشه‌های متعاون است ریشه‌های متعاون و ریشه ساده آن را بدست آورید.

- حد تابع  $x^4 - 4x - 4 \rightarrow \pm \infty$  را که وقتی

$x \rightarrow \pm \infty$  بدست آورید و از اینجا نتیجه بگیرید که منحنی  $y = \sqrt{x^4 - 4x}$  مجانب منحنی تابع  $y = \sqrt{x^4 - 4x}$  می‌باشد.

- در تابع  $y = \frac{x^4 + 2x + a}{x^4 - 2x + b}$  مقادیر  $a$  و  $b$  را قسمی

تعیین کنید که اگر نقطه  $A$  ماکریم و نقطه  $B$  می‌نیمم منحنی تابع فوق باشند معادله خط  $AB$  به صورت  $4 - 2x = y$  گردد.

### مثلثات

#### دیبرستانهای آذربایجان

دیبر: طاهری - فرستنده: علیرضا وشقی

- دستگاه دومجهولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x + y = 2\varphi \\ \sin x + \sin y + \sin \varphi = \cos x + \cos y + \cos \varphi \end{cases}$$

- در مثلثی  $B = 2C$ ،  $h_a + h_b = k \cdot \frac{c^2}{2R}$  می-

باشد. معادله درجه دومی بر حسب  $\cos C$  تشکیل دهید که زوایای مثلث از روی حل آن بدست آیند. ( $k > 0$ ). بحث بر حسب  $k$ . ثانیا به ازاء  $k = \sqrt{2} + 1$  زوایای مثلث را حساب کنید.

#### دیبرستان البرز

دیبر: بهنیا - فرستنده: منصور کیان پور

- در مثلث  $b^2 + c^2 = 4h_a^2$ ،  $ABC$  (فرض) است

ثابت نمائید  $\cot g^2 B + \cot g^2 C = 2$  چنانچه  $A$  معلوم باشد زوایای  $B$  و  $C$  را حساب کنید.

- در مثلث  $ABC$  ارتفاعات  $'AA'$  و  $'BB'$  و  $'CC'$  را

رسم می‌نماییم.

اولا - ثابت کنید:  $B'C' = R \sin 2A$

ثانیا - شعاع دایره محیطی مثلث  $'$  را بر حسب

حساب کنید ( $R$  شعاع دایره محیطی مثلث  $ABC$  است).

$$\begin{aligned} - \text{ ثابت کنید اگر } \alpha = 1 + 2\tan^2\beta \quad \text{ باشد داریم:} \\ \cos 2\beta = 1 + 2\cos^2\alpha \end{aligned}$$

## حساب استدلالی

دیبرستانهای آذر

دیبر: محمد نوری - فرستنده: علیرضا وشاق

- عدد  $N$  پس از تجزیه به عوامل اول به صورت

$$\begin{aligned} \text{علیهای } N \text{ به اندازه } 24 \text{ واحد بیش از شماره مقسوم علیهای} \\ N = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma \text{ درآمده است. در صورتی که شماره مقسوم} \\ \text{باشد کوچکترین مقدار } N \text{ را بدست آورید.} \end{aligned}$$

- دو کسر تحویل ناپذیر  $\frac{c}{d}$  و  $\frac{a}{b}$  مفروض است. اگر

بزرگترین مقسوم علیه مشترک  $a$  و  $c$  مساوی ۴ و کوچکترین مضرب مشترک  $b$  و  $d$  برابر ۱۵ و بزرگترین مقسوم علیه مشترک  $d$  و  $b$  مساوی ۵ باشد از رابطه  $\frac{c}{d} + \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$  دو کسر مفروض را حساب کنید.

دیبرستان حکمت (قم)

دیبر: صدری - فرستنده: جواد فیض

- عدد چهار ذقی  $\overline{medu}$  را طوری تعیین کلید که:

$$(\overline{medu})_A = (\overline{cmud})_B \quad \text{باشد.}$$

- مطلوب است تعیین کسری که کوچکتر از واحد می باشد و صورت و مخرج آن دو عدد دو رقمی می باشند و همچنین محدود کامل می باشند و خارج قسمت تقریبی آن دورقم ثابت و با دوره گردش یک رقمی می باشد.

دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر: رنگچی - فرستنده: حسن گل محمدی

به فرض اینکه:

$$b = (n-1)(2n-1) \quad a = n(2n-1)$$

باشد، مطلوب است:

اولاً: محاسبه کوچکترین مضرب مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  بر حسب  $n$ .

ثانیاً: مطلوب است محاسبه  $ba$  بر حسب  $a'$  و  $b'$  بقسمی که داشته باشیم  $M(a+b) = abD$  و  $M$  که در آن

دیبرستان رهنما

دیبر: مولائی - فرستنده: علی توسلی، محسن نجفی فرد

$$2\tan A = \tan B + \tan C$$

مفروض است.

$$\cos(B-C) = 2\cos A$$

ثانیاً به فرض معلوم بودن زاویه  $A$  مقادیر  $B$  و  $C$  را حساب و بحث کنید.

دیبرستان فرگام

دیبر: طاهری - فرستنده: عادل محمدزاده

- جدول ومنحنی نمایش تغییراتتابع:

$$y = \frac{1}{\sin^3 x - 3\sin x + 2}$$

را در فاصله  $0 < x < 2\pi$  زنم کنید.

- اگرین اضلاع مثلث رابطه:

$$a^3 + b^3 + c^3 = 2c^2(b^2 + a^2)$$

برقرار باشد ثابت کنید  $C = 45^\circ$  یا  $C = 135^\circ$  است.

دیبرستان فیروز بهرام

دیبر: بهنیا - فرستنده: خداداد مزدآپور

- در مثلثی فاصله رأس  $A$  تانگente تلاقی ارتفاعات برابر

شعاع دایره محیطی مثلث است ثابت کنید اندازه زاویه  $A$  برابر  $60^\circ$  یا  $120^\circ$  است.

- در مثلثی  $R = r_a$  می باشد ثابت کنید:

$$\cos A = \cos B + \cos C$$

دیبرستان مرودی

دیبر: مظاہری - فرستنده: محمد تقی الهیان

- ریشه های معادله درجه دوم زیر را قابل محاسبه لگاریتم

$$k'x^3 - 2k'x - 2 = 0 \quad \text{نمایید:}$$

- نوع مثلثی را تعیین کنید که در آن بین اضلاع و مساحت رابطه زیر برقرار باشد.

$$a^3b^3c^3 = 2S(a^2 + b^2 + c^2)$$

$a$  و  $b$  و  $c$  اضلاع و  $S$  مساحت مثلث می باشد).

دیبرستان هدایت سنج

دیبر: عطائی - فرستنده: طهمورث اسکندری

- اتحادهای زیر را از طریق هندسی اثبات کنید:

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \csc \alpha} = \sin \alpha \cos \alpha$$

۱۸۶۰ گردد .  
 - اولاً اگر عدد صحیح  $a$  همه مقادیر ممکن را اختیار کند باقیمانده تقسیم عدد  $a^2$  را بر ۵ تعیین کنید . ثانیاً ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر صحیح  $a$  عدد  $N = a^2 - a$  بر ۱۵ بخش پذیر است . ثالثاً دو عدد صحیح  $a$  و  $b$  را بطوری که رقمهای یکان  $a^5$  و  $b^5$  با هم برابر باشند در نظر می گیریم . ثابت کنید  $a - b$  بر ۱۰ و  $a^2 - b^2$  بر ۲۰ بخش پذیر است . رابعاً پا توجه به قسمت سوم اگر  $a^2 - b^2 = 1945$  باشد  $a$  و  $b$  را محاسبه کنید .

#### دیبرستان مروری

دیبر : مختاری - فرستنده : محمد تقی الهیان

- مطلوب است تعیین باقیمانده تقسیم  $3457$  بر  $11$

- عدد چهار رقمی  $medu$  را که باقیمانده تقسیم شدن بر  $11$  برابر  $7$  است چنان تعیین کنید که کوچکترین مقدار ممکن را دارا بوده و داشته باشیم :

#### دیبرستان هدایت سند

دیبر : عطایی - فرستنده : طهمورث اسکندری

-- رابطه  $ba - a^2 + b$  در مبنای  $8$  برقرار است  $a$  و  $b$  را حساب کنید .  
 -- ثابت کنید  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} + 1$  بر  $31$  بخش پذیر است .

## هندسه و مخروطات

#### دیبرستان حکمت (قم)

دیبر : موحدی - فرستنده : جواد فیض

دایره  $C$  به مرکز  $O$  و بشاعر  $R$  و خط  $xy$  که دایره را قطع نمی کند مفروض است . از نقطه غیر مشخص  $A$  واقع بر  $xy$  دو ماس  $AC$  و  $AB$  را بر این دایره اخراج می کنیم ثابت کنید که خط  $BC$  و اصل بین نقاط تماس قطر عمود بر  $xy$  را در نقطه اثبات قطع می کند .

#### دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر : معبدی - فرستنده : حسن گل محمدی

سه نقطه  $M$  و  $N$  و  $P$  مفروضند ، دایره ای چنان رسم کنید که اگر از  $M$  و  $N$  و  $P$  مماس  $MM'$  و  $NN'$  و  $PP'$  بر آن رسم کنیم طولهای آنها به ترتیب مساوی  $[mnp]$  شود .

به ترتیب کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین مقسوم علیه

$$\text{مشترک } a \text{ و } b \text{ بوده و } \frac{a}{D} = a' \text{ و } \frac{b}{D} = b' \text{ می باشد .}$$

ثالثاً : بین اعدادی که در رابطه بالا صدق می کنند جوا بهائی را پیدا کنید که داشته باشیم :  $D = a - b$  : اعداد  $a$  و  $b$  که در دو رابطه بالا صدق می کنند در رابطه :

$$(a - b)^2 = a + b$$

نیز صادقند علت را بیان کنید .

خامساً : اگر باقیمانده تقسیم  $a$  بر  $b$  برابر  $r$  باشد با قبول رابطه فرض رابعاً  $b$  را بر حسب  $r$  حساب کنید و در حالت خاص که  $11 = r$  باشد ، مقدار عددی  $a$  و  $b$  را حساب کنید .

#### دیبرستان خوارزمی (شمیران)

دیبر : حیریچی - فرستنده : حسین همتی گرماساری

- هرگاه  $x^2$  باشد ثابت کنید  $6 - 7x - 7x^2$  مضرب  $32$  می باشد .

- عدد صحیح  $n$  را بقسمی تعیین کنید که کوچکترین مضرب مشترک اعداد  $A = 5n + 8$  و  $B = 3n + 2$  برابر  $315$  باشد .

-  $x^2$  را بقسمی تعیین کنید که دو عدد  $127x^2$  و  $17y$  شامل  $34$  مقسوم علیه باشد .

#### گروه فرهنگی فرگام

دیبر : محمد نوری - فرستنده : عادل محمدزاده

- معادله  $9 + 2x - x^2 - 2y^2 = 0$  را حل کرده و تمام جوابهای  $y$  را بر حساب یک پادامتر حساب کنید .

- عدد  $N$  پس از تجزیه به عوامل اول به صورت

$\frac{N}{5} \times \frac{N}{4} \times 2^\alpha \times 5^\beta \times 7^\gamma$  درآمده است در صورتی که  $\frac{N}{5}$  و  $\frac{N}{4}$  به ترتیب  $12$  و  $10$  مقسوم علیه کمتر از مقسوم علیه های  $N$  داشته باشند مطلوب است محاسبه  $N$  .

#### دیبرستان فیروز بهرام

دیبر : مهماندوست بصیر - فرستنده : خداداد منداپور

- عدد  $N = 2^\alpha \times 5^\beta \times 7^\gamma$  را طوری تعیین کنید که تعداد مقسوم علیه های عدد  $\frac{N}{5}$  از تعداد مقسوم علیه های عدد  $N$  هشت واحد کمتر بوده و نیز مجموع مقسوم علیه های عدد  $N$  برای  $N$  باشد .

## دیبرستان مروی

دیبر : ترقی - فرستنده : محمدتقی الهیان

ثابت کنید مماسهای مرسوم بردو دایره در دو نقطه منعکس،  
یکدیگر را روی محور اصلی این دو دایره قطع می کنند .

## مسائل ترسیمی و رفوهی

### دیبرستانهای آذر

دیبر : ارشاقی

**رفوی** - محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید .  
واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ است . ۱ - صفحه  $P$  به شبیه یک  
مفوض است . مقیاس شبیه آنرا در طرف چپ کاغذ با ترقی  
رقوم از پائین به بالا رسم کنید به طوری که افقیه رقوم چهار آن  
بر محور اقصر کاغذ منطبق باشد و نقطه  $a$  را در این صفحه روی  
محور اطول اختیار کرده از این نقطه خط  $a, b$  را در این صفحه  
طوری رسم کنید که تصویرش با محور اطول کاغذ زاویه ۶۰ درجه  
بسازد و  $b$  طرف راست مرکز کاغذ قرار گیرد .

۲ - طول حقیقی و شبیه اساس خط  $a, b$  را حساب کنید .

۳ - از نقطه  $a_1$  خطی بر صفحه  $P$  عمود نموده از این  
خط صفحه  $Q$  را به شبیه ۱/۵ مرور دهید . از دو جواب آنرا  
که افقیه رقوم چهار این صفحه محور اقصر کاغذ را در طرف  
چپ مرکز کاغذ قطع کنند اختیار نموده و یک مقیاس شبیه آنرا  
در پائین کاغذ رسم کنید .

۴ - نقطه  $d$  را روی فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $Q$  اختیار  
نموده در صفحه  $P$  بر روی خط  $a, d$  مثلث  $ADC$  را چنان  
رسم کنید که شاعع دایره محیطی آن ۴ بوده و تصویر نقطه  $C$  روی  
محور اطول کاغذ و بالای محور اقصر باشد .

۵ - از نقطه  $a, e$  خط  $a, e-2$  را به شبیه ۱/۵ در صفحه  
 $Q$  رسم کنید به طوری که  $e$  طرف چپ محور اطول کاغذ باشد .  
سپس ملخص منشوری را که یک قاعده اش چهارضلعی  $ABCD$  و یک  
یالش  $AE$  باشد رسم نموده و خطوط هرگز و مخفی آن را مشخص کنید .

**ترسیمی** - ۱ - از نقطه  $aa'$  نیمرخی به فاصله ۲ از  
خط الارض رسم کنید .

۲ - از نقطه  $aa'$  خطی رسم کنید که با صفحه افقی تصویر  
زاویه ۶۰ درجه بسازد و قائم  $VV'$  را قطع کند .

۳ - بر خط مفوض  $AA'$  صفحه ای مرور دهید که فصل -

مشترکش با صفحه  $P\alpha Q'$  موازی صفحه منصف فرجه اول باشد  
و آثار آن را رسم کنید .

۴ - از نقطه  $aa'$  واقع بر خط  $AA'$  عمودی بر  $AA'$   
به موازات صفحه مفوض  $P\alpha Q'$  اخراج کنید .

### دیبرستان ادیب

دیبر : باقری - فرستنده : حمزه مالک پور

**رفوی** - واحد سانتیمتر ، مقیاس ۱:۱ ، محورهای  
کاغذ را رسم کنید . ۱ - نقطه  $a$  واقع در سمت چپ محور بلند  
و به فاصله (۴) از آن و به فاصله دو واحد بالای محور کوتاه  
کاغذ داده شده است .

۲ - از نقطه  $a$  خطی رسم کنید که با صفحه افق زاویه ۴۵ درجه  
و با امتداد محور بلند زاویه ۶۰ درجه بسازد (  $b$  سمت  
راست و پائین و اثر این خط است ) .

۳ - بر این خط صفحه ای به شبیه ۲ بگذارند و مقیاس  
 شبیه آنرا در سمت چپ کاغذ رسم کنید ( صفحه سمت چپ  $ab$   
منتظر است )

۴ - در این صفحه شش ضلعی منتظم  $ABCDEF$  را  
بسازید .

۵ - هر شش ضلعی منتظمی بنا کنید که رأس  $S$  آن بالای  
قاعده و طول یال جانبی آن دو برابر  $AB$  باشد ( مرئی و  
مخفي کنید ) .

۶ - سطح جانبی و حجم این جسم را محاسبه کنید .

۷ - با استفاده از سهم هرمه منتظمی که خواهید یافت و  
به کمک تسطیح یاهر طریقی که می دانید مقدار حقیقی مسطحه  
فرجه  $AB$  را پیدا کنید ( یا هر یک از یالهای قاعده ) .

۸ - مقطع و وسعت حقیقی مقطع جسم را با صفحه قائم که  
اثر شبر نیمساز ربیع اول کاغذ منطبق باشد پیدا کنید ( درجای  
مناسب کاغذ ) .

**ترسیمی** - ۱ - نقطه ای بعد از ۲ و به فاصله ۳ از نیمساز  
اول بیابید .

۲ - عمود مشترک دو خط نیمرخ را پیدا کنید .

۳ - فصل مشترک صفحه مواجه مفوضی را با خط قائم بیابید .

۴ - روی خط زمین نقطه ای بیابید به فاصله ۳ - ۱ از  
صفحه مفوض  $P\alpha Q'$  .

۵ - روی صفحه عمود بر نیمساز دوم نقطه ای به مختصات

( ۲۵ )  $A$  را پیدا کنید .

## دیبرستان البرز

دیر : مهندس خوئی

**رقومی** - واحد سانتیمتر مقیاس ۱:۱ ، محورهای اقصر و اطول کاغذ را در محل تلاقی آنها را مرکز بنامید . کادر کاغذ ۲۵ × ۲۵ می باشد .

- نقطه  $a$  به فاصله ۴ سمت چپ محور اطول کاغذ و

به فاصله ۳/۳ بالای محور اقصر مفروض است . از این نقطه صفحه  $P$  را به قسمی مرور دهید که افقیه رقوم آن بر محور اقصر منطبق باشد . یک مقیاس شب صفحه را در کنار چپ کاغذ به فاصله ۹ از مرکز کاغذ رسم کنید و از نقطه  $a$  در صفحه  $P$  خط  $p$  را بشیب ۱ =  $p$  مرور دهید به قسمی که به کنار چپ کاغذ نزدیکتر باشد .

- از نقطه  $a$  خط  $b$  را موازی محور اقصر رسم نموده به نحوی که  $b$  سمت راست  $a$  واقع گردد . خط دیگر  $bc$  را که با محور اقصر زاویه ۶ درجه می سازد به قسمی رسم  $ab$  و  $bc$  را بقسمی مدرج نمایید که قطمه خط  $AB$  عمود مشترک دو خط متقاطع  $AE$  و  $BC$  بوده باشد .

- مستطیل  $ABCD$  را که  $AC$  قطر آنست رسم و در روی آن متوازی السطوح  $ABCDEFGH$  را که  $AE$  بیال جانبی آن می باشد بنابراین ملخص قسمتی از متوازی السطوح را که دربالای صفحه مقایسه واقع است مرئی و مخفی کنید .

- وسعت حقيقی و شکل واقعی چهار ضلعی  $BCGF$  را با تسطیح روی صفحه مقایسه مشخص نموده زاویه حاده مستطیح فرجه دووجه  $HGCD$  و  $ABCD$  را نشان دهید .

- درجه  $HGCD$  از متوازی السطوح فوق نقطه  $M$  را به قسمی تعیین کنید که  $MA = MB = ۱۵$  باشد .

**ترسمی** - ۱ - از نقطه  $a$  به بعد ۵ و ارتفاع ۲ خطی رسم کنید که بالف زاویه  $= ۳۰$  درجه باشد و خط جبهی مفروض به بعد ۳ را قطع نماید .

- بردو خط مواجه  $DD'$  و  $AA'$  که اولی در صفحه نیمساز اول و دومی در صفحه نیمساز دوم واقع است صفحه ای مرور داده اثراش را بیابید .

- فصل مشترک صفحه  $P\alpha Q$  و صفحه  $R\beta S$  که اثار غیر همنام نسبت به خط اراضی قرینه اند تعیین نماید . ( $\alpha$  و  $\beta$  منطبق می باشند) .

۴ - فصل مشترک خط قائم '۷۷ را باصفحه ای که بوسیله خط  $DD'$  بزرگترین شب آن نسبت به قائم تصویر مشخص شده بیابید .

۵ - از نقطه 'aa' خطی رسم کنید که بر خط مفروض 'DD' عمود بوده و با خط زمین زاویه  $= ۳۰$  درجه بازد .

دیبرستان انوشیرواندادگر

دبیان : مهندس خوئی

**رقومی** - واحد سانتیمتر - مقیاس ۱:۱ محورهای اقصر و اطول کاغذ را در محل تلاقی آنها را مرکز بنامید . کادر کاغذ  $25 \times 25$  می باشد .

۱ - صفحه  $P$  که با صفحه مقایسه زاویه  $= 45$  درجه می سازد مفروض است . افقیه رقوم ۱۲ این صفحه بر محور اقصر کاغذ منطبق می باشد . جهت ترقی رقوم آن از بالا به پائین بوده یک مقیاس شب صفحه  $P$  را در سمت چپ کاغذ به فاصله ۸ از مرکز کاغذ رسم کنید . نقطه  $O_7$  را در این صفحه بر روی محور اطول کاغذ انتخاب نمایید .

۲ - نقطه  $O_7$  منکر شدنی منتظم  $ABCDEF$  می باشد که در صفحه  $P$  واقع است . قطر  $AD = 6/5$  خطی است افقی و رقوم نقطه  $B$  از رقوم  $A$  کمتر می باشد ملخص شش ضلع مزبور را رسم نموده و اندازه حقیقی آن را با تسطیح حول افقیه ۱۲ در سمت پائین کاغذ نشان دهید .

۳ - صفحه  $Q$  را به فاصله  $6\sqrt{2}$  موازی صفحه  $P$  و در ذیر آن رسم نموده و یک مقیاس شب صفحه  $Q$  را در سمت راست کاغذ رسم نمایید .

۴ - هر ماقص منتفظ که  $ABCDEF$  قاعده فوقانی آن بوده و قاعده دیگر شش ضلع دارد واقع است به قسمی بناین کنید که ضلع شش ضلعی تختانی نصف ضلع قاعده فوقانی بوده به فرض آنکه هر ماقص مجوف مزبور را یک سبد جای کاغذی میز تحریر فرض کنیم ملخص آن را در میان دو زوایه و مخفی نمایید .

۵ - مقطع هر ماقص فوق را با صفحه قائمی که اثرش بر محور اطول کاغذ منطبق است تعیین نموده و اندازه حقیقی آن را با تسطیح روی صفحه مقایسه در سمت راست کاغذ نشان دهید .

**torsimی** - ۱ - نقطه 'aa' بیانی است به ارتفاع ۳ واقع در صفحه نیمساز دوم، از این نقطه افقیه ای رسم کنید که خط نیمیرخ  $cd'c'd$  را قطع کند .

۲ - بر دو خط متقاطع 'DD' و 'AA' که اولی خط مواجه است واقع در صفحه نیمساز دوم و دومی خط غیر مشخص است صفحه ای مرور داده اثراش را بیابید .

شان دهید .

۲ - از نقطه  $b_1$  صفحه  $Q$  را عمود بر خط  $AB$  رسم کرده فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $Q$  را یافته و روی آن نقطه  $C_1$  را مشخص کنید .

۳ - وسعت حقیقی مثلث  $ABC$  را با استطیع درست بگین کاغذ روی صفحه افقی رقم ۶ نشان دهید .

۴ - مثلث  $ABC$  قاعده تحتانی منشور قائم می باشد که یال جانبی  $AE$  برابر ۱۰ می باشد ملخص منشور را رسم و مرئی و مخفی کنید .

۵ - مقطع منشور مثلث القاعده فوق را با صفحه قائمی که اثرش بر محور اطول کاغذ منطبق است یافته و وسعت حقیقی آن را با استطیع روی صفحه افقی رقم یک درست چب کاغذ مشخص کنید .

ترسیمی - ۱ - خط افقی ای رسم کنید که یک خط قائم  $DD'$  و یک خط منتصب  $AA'$  را قطع کرده بر نیمرخ  $aba'b'$  منکر باشد .

۲ - بر دو خط منقطع  $DD'$  و  $AA'$  که اولی در صفحه نیمساز اول و دومی در صفحه نیمساز دوم واقع است صفحه ای مرور داده اثارش را بیابید .

۳ - فصل مشترک صفحه  $P\alpha Q$  را که  $\alpha P$  با خط زمین زاویه  $45^\circ$  و  $\alpha Q$  با خط الارض زاویه  $30^\circ$  درجه می سازد با صفحه های نیمساز اول و دوم رسم کنید .

۴ - از نقطه  $a_1$  به بعد ۴ و ارتفاع ۲ خطی رسم کنید که با صفحه افق تصویر زاویه  $30^\circ - \alpha$  بازد و با صفحه نیمساز دوم موازی باشد .

۵ - نقطه  $a_2$  را به بعد ۳ و ارتفاع ۲ به قسمی تعیین کنید که از دو نقطه مفروض  $bb'$  و  $cc'$  متساوی الفاصله باشد .

دیبرستان جعفری

دیبر : مهندس خوئی

رقومی - واحد سانتیمتر - مقیاس  $1:1$ ، محورهای اقصر و اطول کاغذ را رسم نموده محل تلاقی آنها مرکز بنامید .

۱ - نقطه  $a_1$  به فاصله ۲ سمت چپ محور اطول و به فاصله ۲ زیر محور اقصر کاغذ مفروض است . از این نقطه خط  $c_1c_2$  را به شبیه  $p = 0$  به قسمی رسم کنید که تصویرش موازی محور اطول و ترقی رقومش از پائین به بالا باشد - بر این خط صفحه  $P$  را که با صفحه افق زاویه  $\alpha = \text{Arc} \tan \frac{1}{2}$  می سازد مرور

۳ - فصل مشترک صفحه  $P\alpha Q$  را با صفحه ای که بواسیله خط

بزرگترین شبیه نسبت به قائم تصویر مشخص شده پیدا کنید .

۴ - فصل مشترک خط مواجه  $DD'$  را با صفحه  $P\alpha Q$  که بر صفحه نیمساز دوم عمود است بیابید .

۵ - از نقطه مفروض  $aa'$  خطی موازی صفحه نیمساز دوم رسم کنید که بر خط مفروض  $DD'$  عمود باشد .

دیبرستان پهلوی همدان

دیبر : از گمی - فرسنده : محمد هادی طباطبائی

ترسیمی - ۱ - نقاط  $A(25, 4)$  و  $B(25, 5)$  مفروضند . طول حقیقی  $AB$  را با ترسیم نشان داده و از آن جازاویه

حقیقی پاره خط  $AB$  را با صفحه قائم تصویر معلوم سازید . ۲ - خط  $l$  تصویر افقی مواجه  $AA'$  به فاصله ۳ از خط الارض قرار دارد . مطلوب است تصویر قائم خط در صورتی که از صفحه نیمساز ربع اول به فاصله  $\frac{1}{2}$  باشد .

۳ - از نقطه  $aa'$  خطی چنان رسم کنید که منتصب و نیمرخ مفروضی را قطع کند .

۴ - اثر افقی صفحه  $P$  و تصویر افقی یکی از نقاط صفحه معلوم است . مطلوب است تعیین  $\alpha Q$  در صورتی که فاصله حقیقی این نقطه از  $\alpha P$  برابر  $\frac{1}{2}$  باشد (بحث)

۵ - فصل مشترک صفحه موازی با صفحه نیمساز ربع اول را با صفحه نیمرخ پیدا کرده و ثابت کنید فصل مشترک خطی است نیمرخ و موازی با نیمساز ربع اول .

۶ - فصل مشترک خط  $dd'$  را با صفحه مواجه  $PQ$  بدست آورید .

۷ - بر نیمرخ  $aba'b'$  یک صفحه مواجه مرور دهید .

دیبرستان پیشاهنگ، محمودزاده، شاهین

دیبر : مهندس خوئی

رقومی - واحد سانتیمتر - مقیاس  $1:1$  محورهای اقصر و اطول کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آنها مرکز کاغذ بیاندازه کاغذ  $25 \times 25$  می باشد .

۱ - نقطه  $a_2$  به فاصله ۵ سمت چپ مرکز کاغذ روی محور اقصر قرار دارد خط  $AB$  را به شبیه  $p = \frac{1}{2}p$  به قسمی رسم کنید که نقطه  $b_1$  روی محور اطول زیر مرکز کاغذ قرار گیرد . بر خط  $AB$  صفحه  $P$  را به شبیه  $p = 1$  به نحوی مرور دهید که اثر آن به فاصله بسیار کمی نزدیک مرکز کاغذ بگذرد یک مقیاس شبیه صفحه  $P$  را در محل مناسب سمت راست کاغذ

۳- خط  $\overline{ab}$  در صفحه  $\overline{a'b}$  طوری رسم کنید که با  $AD$  زاویه  $60^\circ$  درجه ساخته و  $b$  از محور اطول دورتر از  $a$  باشد.  
۴- ذوزنقه متساوی الساقین  $ABCD$  را در صفحه رسم کنید.  
۵- این ذوزنقه قاعده هرگز است به رأس  $S$  بطوری که:

$$\angle SBC = \angle SBA = 60^\circ \quad SB = 8 \quad \text{ملخص هرم را کامل}\$$

کنید، درصورتی که رأس هرم زیر صفحه  $P$  باشد.

۶- حجم هرم را حساب کرده زاویه مسطحة دووجه  $BSC$  و  $ABCD$  را بدست آورید.

۷- صفحه قائمی که اثرش محور اطول است این جسم را قطع می کند، مقطع را مشخص و وسعت حقیقی آنرا با تسطیح مشخص کنید.

۸- عمود مشترک یال  $SB$  و  $AD$  را پیدا کرده، خطوط مرئی و مخفی جسم را با فرض کدر بودن جسم معین کنید.  
توسیمهی - ۱- مطلوبست ملخص نقطه ای که بعدش  $2$  تفاصیل فاصله اش از خط زمین وارتفاع آن  $1$  باشد.

۲- خطی رسم کنید که با افق زاویه  $\alpha$  ساخته، و با قائم زاویه  $\beta$  بسازد و یک قائم و یک منتصب را قطع کند.

۳- در صفحه مفروض  $PaQ'$  نیم خی بطول  $I$  رسم کنید. (قطعه خط مخصوص بین دو اثرش  $I$  باشد)

۴- از نقطه مفروض  $a'$  خطی موازی صفحه  $PaQ'$  و عمود بر خط  $dd'$  رسم کنید.

۵- افقیهای رسم کنید که از  $a'$  گذشته، قطعه خط بین دو نیمسازش  $I'$  باشد.

۵- بیرونستان خوارزمی شماره  $3$

دیبر . ادبی - فرستنده : حسن گل محمدی  
رقومی - مقیاس  $1:1$ ، واحد سانتیمتر ، محورهای کاغذ را رسم کنید .

۱- نقاط  $a$  و  $d$  ( $ad = 8$ ) را طوری انتخاب کنید که تصویرش بر محور اقصر بوده به فاصله  $4$  در طرفین مرکز کاغذ و سمت راست مرکز واقع باشد .

۲- خط  $a_1b_4$  را به شیب  $\frac{3}{5}$  طوری رسم کنید که تصویر روی محور اطول و بالای مرکز کاغذ باشد .

۳- یک مقیاس شیب از صفحه  $ABD$  را طرف چپ کاغذ رسم کرده ، زاویه صفحه را تعیین کنید .

۴- چهار ضلعی  $ABCD$  را در صفحه طوری رسم کنید که : درجه  $c_4 = 60^\circ$  درجه و در طرف چپ محور اطول باشد .

۵- این چهار ضلعی قاعده منشوری است که تصویر بیالهای جانبی آن موازی محور اطول ووجه  $ABFe$  آن مستطیل باشد .

داده یک مقیاس شیب صفحه را در سمت چپ کاغذ رسم نماید.  
۲- در صفحه  $P$  متوالی اضلاع  $ABCD$  را که قطر آن بوده و  $b$  بر روی محور اقصر سمت راست مرکز کاغذ واقع و شیب خط  $BD$  برابر  $\frac{1}{5} p$  می باشد رسم و رقوم  $b$  و  $d$  را تعیین و اندازه حقیقی آن را با تسطیح در سمت پائین کاغذ نشان دهید .

۳- خط  $CG$  را که سمت راست محور اطول و اختلاف رقوم طرفین آن  $7$  و شیب این خط  $p = \sqrt{3}$  و در فضای بین  $CB$  عمود میباشد رسم نماید (رقوم  $g$  بیش از  $c$  و رقوم کلیه نقاط اعداد صحیح می باشد) .

۴- ملخص متوالی السطوح  $ABCDEFGH$  را که قاعده تھانی آن  $ABCD$  و یال جانبی  $CG$  می باشد رسم کرده مرئی و مخفی کنید .

۵- صفحه  $Q$  را به شیب  $2 = p$  بدقسمی که در افقیه رقوم  $3$  با صفحه  $P$  مشترک بوده و ترقی رقومش از پائین به بالا باشد در سمت راست کاغذ مشخص کرده مقطع متوالی السطوح را با صفحه  $Q$  نشان داده مرئی و مخفی نماید .

توسیمهی - ۱- بر خط نیم خی  $aba'b'$  صفحه ای مرور دهید که زاویه بین اثارات در تصویر  $5$  درجه باشد .

۲- نیمساز زاویه دو خط متقاطع که یکی افقی و دیگری جبهی است رسم کنید .

۳- بر روی قطعه خط  $aca'c'$  واقع در صفحه قائم  $PaQ'$  مربعی بسازید که  $AC$  قطرش باشد .

۴- فصل مشترک خط مواجه  $DD'$  را با صفحه  $PaQ'$  که بر نیمساز دوم عمود است تعیین نماید .

۵- از نقطه مفروض  $a'$  خطی موازی صفحه نیمساز اول رسم کنید که بر خط مفروض  $AA'$  عمود باشد .

۵- بیرونستان خوارزمی شماره  $1$   
دیبر : ادبی - فرستنده : حسن گل محمدی

رقومی - مقیاس  $1:1$ ، واحد سانتیمتر ، محورهای کاغذ را رسم کنید .

۱- صفحه  $P$  را به زاویه  $60^\circ$  درجه طوری رسم کنید که اثرش محور اقصر بوده و ترقی رقومش رو به بالا باشد .

۲- خط  $a_3d_3$  را در صفحه طوری انتخاب کنید که قرینه نسبت به محور اطول بوده و  $4 = d$  باشد (سمت راست  $d$

۶- مقطع جسم را به وسیله صفحه افقی برقوم ۳ رسم کنید  
توضیحی : ۱- ملخص نقطه به بعد ۲ در ناحیه اول  
فضارا تعیین کنید که فاصله آش از صفحه نیمساز اول برابر ۳  
بوده و ارتفاعش از بعدش بیشتر باشد

۷- از نقطه  $a'$  خطی رسم کنید که خط  $dd'$  را قطع  
کند و با صفحه نیمساز اول موازی باشد  
۸- آثار صفحه‌ای را رسم کنید که بر دو خط متقطع  
یکی افقیه و دیگری موازی نیمساز اول، می‌گذرد  
۹- از نقطه  $a'$  واقع در صفحه  $PaQ'$  خطی در این  
صفحه موازی نیمساز اول رسم کنید  
دیگر سه سطح رهنما

دیگر : خوئی - فرستندگان : محسن نجفی فرد ، علی توسلی  
الف : هندسه رقومی - محورهای اقصو و اطول  
کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ بنامید واحد  
ساقیمتر و مقیاس ۱:۱ است . کادر کاغذ  $25 \times 25$  انتخاب شود  
۱- نقطه  $a_{15}$  به فاصله ۶ بالای محور اقصو و به فاصله

۲ سمت راست محور اطول مفروض است از این نقطه خط :  
 $AB = 5\sqrt{2}$  را به قسمی رسم کنید که طول تصویرش ۱۵ و  
نقطه  $b$  که رقومش از نقطه  $a_{15}$  کمتر است بر روی محور اقصو  
سمت چپ مرکز کاغذ قرار گیرد . براین خط صفحه  $P$  را به  
شیب  $\frac{\sqrt{2}}{2} = p$  به قسمی مرور دهید که امتداد مقیاس شیب  
آن تقریباً با محور اطوال موازی باشد یک مقیاس شیب صفحه  
 $P$  را سمت چپ کاغذ رسم کنید .

۲- مستطیل  $ABCD$  را که  $AB$  ضلع آن بوده و  
 $bc = 8$  و  $c = 6$  زیرمحور اقصو واقع و  $\angle abc = 60^\circ$  زاویه می‌باشد  
رسم نموده ملخص مستطیل ورقوم نقاط  $C$  و  $D$  را تعیین کرده  
و یک مقیاس شیب از صفحه  $ABCD$  را در سمت راست کاغذ  
نشان دهید .

۳- مستطیل  $ABCD$  قاعده تحتانی متوازی السطوح  
می‌باشد که  $BF = 4\sqrt{6}$  عمود بر صفحه  
بوده و رقوم  $F$  از  $B$  بیشتر می‌باشد ملخص متوازی السطوح  
نمی‌بورد را رسم و مرئی و مخفی نمایید . (رقوم کلیه رؤوس و نقاط  
اعداد صحیح می‌باشند) .

۴- اندازه حقیقی زاویه  $ABC$  را با استطیع روی صفحه  
افقی رقوم ۱۲ مشخص نمایید .

۵- مقطع صفحه قائم  $V$  که اثرش بر محور اطول کاغذ  
منطبق است در جسم یافته و وسعت حقیقی آن را نشان دهید

۶- عمود مشترک یالهای  $AE$  و  $BC$  را بدست آورد .  
۷- در صورتی که محور اطول اثر صفحه قائمی باشد ،  
مقطعش را با جسم بدست آورده وسعت حقیقی مقطع را نشان دهید .  
توضیحی : ۱- نقطه‌ای بیا بید که مجموع بعدوار تقاضع  
یک و مجموع فواصلش از دو نیمساز فرجه‌ها ۴ باشد .

۲- آثار صفحه‌ای را بیا بید که از یک افقیه و یک خط  
متقطع با خط زمین تشکیل شده است .

۳- صفحه  $PQ'$  (مواجه) مفروض است . صفحه مواجه  
 $RS'$  را طوری رسم کنید که نسبت به نیمساز ربع دوم قرینه  $PQ'$   
باشد ، سپس فصل مشترک دو صفحه را بیا بید .

۴- از نقطه  $(153) a'$  خطی رسم کنید که بالغ زاویه  
۳۵ درجه ساخته و با صفحه منتصب موازی باشد .

۵- از نقطه مفروض  $a'$  خطی عمود بر خط مفروض  
 $dd'$  و موازی صفحه مفروض  $PaQ'$  (عمود بر نیمساز دوم)  
رسم کنید .

### دیگرستان دارالفنون

دیگر : بهشتی - فرسنده : رسول داداش زاده  
رقومی : مرکز کاغذ را نقطه تلاقی محورهای کاغذ  
انتخاب کنید واحد ساقیمتر مقیاس ۱:۱ است .

۱- صفحه  $P$  که با صفحه مقایسه زاویه ۳۵ درجه می‌سازد  
مفروض است مقیاس شیب این صفحه را در کنار چپ کاغذ طوری  
رسم کنید که در ملخص افقیه رقوم ۲ آن منطبق بر محور اقصو  
کاغذ بوده و ترقی رقوم مقیاس شیب آن به طرف بالا باشد .  
از نقطه  $a$  واقع در این صفحه که تصویرش بر نیمساز اطوال

قرار دارد خط  $b$  به شیب  $\frac{1}{2}$  را در صفحه رسم کنید ([طرف  
چپ مرکز) و طول  $AB$  را بیا بید .

۲- در این صفحه مثلث متساوی الساقین :  $Oa_{15}b_2$   
 $ABCD$  را رسم کرده ملخص مستطیل  $ABCD = OB$   
را کامل کنید .

۳- صفحه  $Q$  را به فاصله ۶ بالای صفحه  $P$  و موازی  
آن رسم کرده مقیاس شیب آن را در طرف راست کاغذ بشید .

۴- مستطیل  $ABCD$  قاعده متوازی السطوحی است که  
یالهای آن افقیه ای عمود بر قطر  $BD$  مستطیل بوده و قاعده  
بیشتر آن در صفحه  $Q$  قرار داردند ملخص جسم را رسم کرده و  
یالهای مرئی و مخفی آن را مشخص کنید .

۵- عمود مشترک یال جانبی مشهود را که از  $A$  می‌گذرد  
با قطر  $BD$  مستطیل  $ABCD$  رسم کنید .

**مسئله دوم** - مقیاس شب صفحه  $P$  را با اساس ۱ به طوری رسم کنید که اثر آن بر محور اقصر منطبق و ترقی رقومها باشد از پائین به بالا باشد . در این صفحه نقطه  $e$  را بر روی محور اطول انتخاب کنید :

- ۱- در صفحه  $P$  نقطه  $b$  را طرف چپ محور اطول به طوری تعیین کنید که شب خط  $a$  مساوی  $\frac{2}{3}$  باشد ،
- ۲- ملخص مثلث  $ABC$  واقع در صفحه  $P$  را به قسمی رسم کنید که میانه رأس  $C$  افقی و درجه  $ABC = 30^\circ$  زاویه  $C$  سمت راست محور اطول باشد .
- ۳- از نقطه  $e$  صفحه ای بر خط  $AC$  عمود کنید .
- ۴- نقطه  $e$  را در بالای محور اقصر به طوری پیدا کنید که خط  $Ac$  بر  $Ae$  عمود و  $BA = BE$  باشد .
- ۵- ملخص منشوری را رسم کنید که قاعده اش مثلث  $ABC$  و یکی از يالهایش  $Ae$  باشد سپس خطوط مرئی و مخفی آنرا از هم تمیز دهید .

### دبیرستان فارابی کرج

دبیر : اختر خاوری - فرستنده : صادق محمدی رقومی - **مسئله ۱** - واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ است

- ۱- خط افقی  $D$  به رقوم ۳ که تصویرش بر محور اطول کاغذ منطبق است مشخص کرده بر این خط صفحه  $P$  را به قسمی مرور دهید که با صفحه مصور خط  $D$  زاویه  $30^\circ$  درجه ساخته و ترقی رقوم از چپ به راست باشد .
- ۲- نقطه  $a$  از صفحه  $P$  روی محور اقصر کاغذ تصویر می شود ، از  $a$  و در صفحه  $P$  خط  $a$ ،  $b$  را که با صفحه افق تصویر زاویه  $45^\circ$  درجه می سازد به قسمی رسم کنید که  $b$  در بالای محور اقصر تصویر شود ، بر خط  $a$  و در صفحه  $P$  مستطیل  $a$ ،  $b$ ،  $c$ ،  $D$  را رسم و رقوم  $D$  را مشخص سازید .
- ۳- مکعب مستطیل بسازید که  $ABCD$  قاعده فوقانی آن بوده و طول ارتفاعش ۸ باشد ، خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید . (با فرض این که صفحه افق روشن و حاکی موارء باشد)
- ۴- **مسئله ۲** - محل تلاقی محور اطول و اقصر کاغذ را مرکز کاغذ تصویر شده افقی ای رسم کنید که با صفحه  $P$  کاغذ انتخاب کنید .
- ۵- مرکز کاغذ را به گوشة راست پائین کاغذ وصل کرده آنرا تصویر خط  $D$  به شب  $\frac{1}{2}$  بگیرید به قسمی که نقطه به رقوم يك آن بر مرکز کاغذ منطبق و ترقی رقوم از بالا به پائین باشد
- ۶- خط  $d$  که با خط  $D$  متعامد و در نقطه  $M$  متقاطع

**ب : هندسه توسعه** - ۱- بر روی خط نیمرخ مفروض  $aba'b'$  نقطه  $cc'$  را به قسمی تعیین کنید که فاصله نقطه  $c$  از اثر افقی خط نیمرخ در فضا برابر ۱ گردد .

۲- خط مواجہ  $dd'$  را به قسمی رسم کنید که دو خط نیمرخ متناظر  $cd'e'd'$  و  $aba'b'$  را قطع کند .

۳- بر خط مواجہ  $dd'$  صفحه مواجہ  $PQ$  را به قسمی مرور دهید که فاصله صفحه هزبور از نقطه مفروض  $aa'$  برابر ۲ باشد .

۴- فصل مشترک خط نیمرخ  $aba'b'$  را با صفحه  $PaQ$  که بر نیمساز دوم عمود است تعیین کنید

۵- از نقطه  $aa'$  خطی رسم کنید که بر خط مفروض  $dd'$  عمود بوده و با صفحه نیمساز دوم موازی باشد .

### دبیرستانهای رهنما و بزرگمهر اهواز

دبیر : گیتی زاده - فرستنده : بهمن کلانتر هندسه رقومی - محورهای اقصر و اطول کاغذ را رسم کنید محل تلاقی آنها مرکز کاغذ واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ است .

**مسئله اول** - تصویر نقطه  $A$  بر محور اقصر و فاصله ۵ طرف راست مرکز کاغذ قرار دارد و اثر صفحه قائم (V) بر محور اطول منطبق است :

- ۱- اگر نقطه  $A$  از صفحه قائم (V) و صفحه افقی رقوم (۴) متساوی الفاصله باشد رقوم مثبت آنرا پیدا کنید (حل این قسمت از مسئله را به اختصار شرح دهید) .

- ۲- فرض می کنیم رقوم نقطه  $A$  مساوی ۱ و نقطه  $O$  بر مرکز کاغذ واقع باشد ملخص نقطه  $B$  از صفحه قائم (V) را به طوری تعیین کنید که فاصله اش از نقطه  $a$  مساوی ۶ و از نقطه  $o$  برابر ۴ باشد (در بالای محور اقصر قرار دارد)
- ۳- از نقطه  $a$  صفحه  $P$  را با اساس ۱ به طریقی بگذرانید که مقیاس شب آن به موازات محور اطول کاغذ و ترقی رقومهای آن از بالا به پائین باشد .
- ۴- از نقطه  $b$  که بر روی محور اطول به فاصله  $2/6$  بالای مرکز کاغذ تصویر شده افقی ای رسم کنید که با صفحه  $P$  زاویه  $30^\circ$  درجه بسازد و  $B$  نقطه تلاقی آنها سمت چپ محور اطول باشد .

- ۵- ملخص هرم  $SABC$  را به قسمی رسم کنید که رقوم  $c$  مساوی ۳ و درجه  $SBC = 45^\circ$  زاویه  $BSC =$  زاویه  $c$  باشد سپس مرئی و مخفی خطوط آن را رعایت کنید . (بالای محور اقصر کاغذ واقع است)

- ۵- ملخص متوازی الاضلاع ABCD را در این صفحه رسم و رقوم C را پیدا کنید .
- ۶- از نقطه  $b_5$  خطی بر صفحه P عمود کرده و بر آن خط و خط  $a_5 b_5$  صفحه ای بگذارید . یک مقیاس شبیه از این صفحه را که Q می نامیم پایین محور اقصر رسم کنید .
- ۷- از نقطه  $b_5$  خطی رسم کنید که با محور اقصر زاویه ۳۵ درجه ساخته و از راست به چپ و از بالا به پایین ممتد باشد ، به فرض آن که خط اخیر در صفحه Q واقع باشد آنرا مدرج کنید ، و روی آن نقطه  $b_8$  را اختیار کنید .
- ۸- ملخص هرم S.ABCD را در این صفحه فرض کرده بودن خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید .
- توضیحی : ۱- نقطه  $a_8$  مفروض است قرینه آنرا نسبت به صفحات نیمساز فرجدها و خط زمین پیدا کنید .
- ۲- ملخص نقطه  $b_8$  را با شرط آنکه بعدش  $5$  و فاصله اش از نیمساز فرجه اول  $2$  باشد رسم کنید .
- ۳- آثار نیمرخ مفروض و فصل مشترکهای آنرا با صفحات نیمساز فرجدها پیدا کنید .

### دیبرستان مرچان

دیبر : مهندس خوئی

- الف : هندسه رقومی : محور های اقصر و اطول کاغذ رسم کرده محل تلاقی آنها مرکز کاغذ ، واحد سانتیمتر و مقیاس  $1:1$  انتخاب شود . کادر کاغذ  $25 \times 25$  می باشد .
- ۱- صفحه P را که با صفحه افق تصویر زاویه  $45^\circ$  درجه می سازد به قسمی رسم کنید که اثرش بر محور اقصر کاغذ منطبق بوده و جهت ترقی رقوم مقیاس شبیه آن از بالا به پائین باشد یک مقیاس شبیه صفحه را در سمت چپ کاغذ به فاصله  $8$  از مرکز کاغذ رسم نموده نقطه  $b_8$  را در این صفحه به فاصله  $2/3$  سمت راست مرکز کاغذ انتخاب نمایید . از نقطه  $b_8$  در صفحه P خط  $AB = 6\sqrt{2}$  را به قسمی مرور دهید که زاویه حقیقی  $AB$  با اثر صفحه برابر  $30$  درجه و  $b_8$  سمت چپ نقطه  $a_8$  قرار گیرد . رقوم  $b_8$  مثبت می باشد .
- ۲- در صفحه P بر روی قطعه خط AB متوازی با الاضلاع ABCD را که زاویه  $BAD = 45^\circ$  و سمت راست  $ab$  واقعست و  $BD$  قطر متوازی الاضلاع می باشد رسم نمایید و ملخص متوازی الاضلاع را نهان دهید (رقوم رؤس اعداد صحیح می باشد )
- ۳- بر روی متوازی الاضلاع ABCD متوازی السطوح را که يالهای جانبی آن خطوط افقی بوده

بوده و تصویر  $\Delta$  با محور اطول موازی است تعیین و صفحه دو خط D و  $\Delta$  یعنی Q را به وسیله یک مقیاس شبیش مشخص سازید .

۴- در صفحه Q مثلث قائم الزاویه  $m_2 n_8 H$  (قائم در M) که ارتفاع وارد بروش  $2$  و ضلع MN واقع بر  $\Delta$  باشد مشخص سازید .

- ۴- هرم S.MNH را به قسمی مشخص سازید که تصویر رأس (S) روی محور اطول و به فاصله  $3$  بالای مرکز و  $SM = SN$  باشد ، خطوط مرئی و مخفی را از هم تمیز دهید .
- ترسیمی : ۱- خط  $dd'$  و  $a'$  تصویر قسمی نقطه A غیر واقع بر D مفروض است از A خط جبهه ای چنان رسم کنید که  $dd'$  را در نقطه ای که ارتفاعش سه برابر بعدش باشد قطع کند و تصویر افقی A نیز بدست آورید .
- ۲- نقاط  $(1, 3)$  و  $(2, 2)$  A و  $(1, 5)$  و  $(2, 2)$  B و C را مشخص و از C بر خط AB عمود کرده  $hh'$  پای عمود را مشخص سازید .
- ۳- خط  $SS'$  مفروض است فصل مشترک این خط را با صفحات تصویر و نیز با نیمساز فرجه ها تعیین کنید .

### دیبرستان فیروز بهرام

دیبر : جلالی - فرستنده : خداداد مزدا پور

- رقومی : واحد سانتیمتر و مقیاس  $1:1$  محور های اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید .
- ۱- صفحه P با صفحه مقایسه زاویه  $30$  درجه می سازد یک مقیاس شبیه از آن را کنار چپ کاغذ به موازات محور اطول رسم کنید ، ترقی رقوم از بالا به پائین و محور اقصر کاغذ افقیه رقم  $5$  آن است .
- ۲- نقطه  $A'$  روی محور اطول کاغذ و به فاصله عسانیمتر در نیز محور اقصر وانع است . این نقطه تستیح نقطه A است حول محور اقرار ، آنرا ترفیع کرده و با فرض آن که رقوم از رقوم لولا کمتر باشد رقوم آن را حساب کنید .
- ۳- نقطه  $b_5$  را سمت راست مرکز در این صفحه به قسمی اختیار کنید که آنمرکز کاغذ  $6$  سانتیمتر فاصله داشته باشد ، زاویه حقیقی خط  $a_2 b_5$  را با افقیهای صفحه و طول پاره خط  $a_2 b_5$  و طول حقیقی AB را پیدا کنید .

- ۴- از  $a_2$  در صفحه P خطی به شبیه  $\frac{5}{2}$  رسم کنید و روی آن نقطه  $d$  را سمت راست محور اطول انتخاب کنید .

در فضا برابر درجه  $\alpha = 45^\circ$  و سمت چپ  $a$  واقع گردد و خط  $BD$  افقی باشد.

۴- ملخص متوازی الاضلاع  $ABCD$  را رسم ورقوم رأس  $C$  را تعیین نمایید.

۵- بر روی محور قائم (اطول) کاغذ نقطه  $e_{14}$  را به قسمی تعیین کنید که خط  $AE$  در فضا بر  $AB$  عمود گردد.

۶- بر روی متوازی الاضلاع  $ABCD$  متوازی السطوح را که  $AE$  یال جانبی آن می باشد رسم و ملخص آن را مرئی و مخفی کنید.

۷- مقطع متوازی السطوح فوق را باصفحة افقی رقوم ۷ یافته و آن را نسبت به جسم مرئی و مخفی نمایید.

۸- صفحه  $Q$  را به قسمی رسم کنید که متساوی الفاصله از چهار نقطه  $A$  و  $B$  و  $E$  و  $D$  باشد یک مقیاس شب آن را صفت راست کاغذ نشان دهید.

ب - هندسه ترسیمی : ۱- از نقطه  $'aa'$  به بعد ۲ و ارتفاع ۳ خطی رسم کنید که به فاصله ۲ از خط قائم مفروض  $vv$  بوده و باصفحة افق زاویه  $\alpha = 45^\circ$  بسازد.

۲- خط جبهی  $'DD'$  به بعد ۳ مفروض است بر روی خط الارض نقطه  $'aa'$  را به قسمی تعیین کنید که فاصله حقیقی آن از خط  $'DD'$  برابر  $5$  گردد.

۳- از نقطه مفروض  $'aa'$  به بعد ۵ و ارتفاع ۳ خطی رسم کنید که باصفحة نیمساز اول موازی بوده و خط نیمرخ  $'edc'd'$  را قطع کند.

۴- افقیه  $'AB=6$  و  $AC=2$  دو ضلع مثلث  $ABC$  داده شده ملخص آن را رسم و نیمساز زاویه  $BAC$  را در ملخص رسم کنید.

## مسائل مکانیک

### دیبرستان آذر شماره ۳

دبیر: پیله رویی - فرستنده: محمد تقی الهیان

یک قمر مصنوعی که مدار آن منطبق بر صفحه استوا است در ارتفاع  $3600$  کیلومتری از سطح زمین دارای حرکت دورانی مشابهی است، معین کنید سرعت آن را بر حسب کیلومتر بر ثانیه در صورتی که  $g$  در سطح زمین برابر با  $10 \text{ m/s}^2$  و شعاع زمین  $6400$  کیلومتر فرض شود.

ووجه  $ABFE$  مربع می باشد و قاعده  $EFGH$  در صفت بالای کاغذ تصویر می شود رسم نموده و تصویر متوازی السطوح را کامل کنید (بدون مرئی و مخفی).

۴- عمود مشترک خط  $AB$  و یال  $DH$  را در روی شکل رسم کنید.

۵- مقطع متوازی السطوح فوق را با صفحاتی که اوساط خط الرأسهای هر کنچ جسم را بهم وصل می کنند یافته و هشت هرم مثلث القاعده از گوشهای متوازی السطوح مزبور حذف نموده و جسم باقیمانده را که یک چهارده وجهی است مشخص کرده و آن را مرئی و مخفی نمایید.

ب - هندسه ترسیمی : ۱- بریک خط  $'DD'$  واقع در صفحه نیمساز دوم و یک خط جبهی  $'AA'$  که متقاطعند صفحه ای مروارداده آثارش را بیایید.

۲- از نقطه  $'aa'$  خطی رسم کنید که با صفحه افق تصویر زاویه  $30^\circ$  درجه بسازد و خط نیمرخ  $'edc'd'$  را قطع کند.

۳- فصل مشترک صفحه  $'P\alpha Q'$  را باصفحة دو خط موازی  $'DD'$  و  $'AA'$  رسم نمایید.

۴- قرینه نقطه  $'aa'$  به بعد یک واقع در صفحه نیمساز اول را نسبت به صفحه  $'P\alpha Q'$  تعیین نمایید.

۵- از نقطه  $'aa'$  خطی رسم کنید که بر خط مفروض  $'DD'$  عمود بوده و باصفحة منتصب مفروض  $'P\alpha Q'$  موازی باشد.

### دیبرستان مرود

دبیر: مهندس خوئی - فرستنده: محمد تقی الهیان  
الف - هندسه رقومی: مسئله: واحد سانتیمتر مقیاس ۱:۱ محورهای اقصی و اطول کاغذ را رسم کرده محل تلاقي آنها را مرکز کاغذ بنامید. کادر کاغذ  $25 \times 25$  می باشد.

۱- نقطه  $a_2$  بر روی محور اقصی به فاصله ۲ سمت راست مرکز کاغذ مفروض است. از این نقطه صفحه  $P$  را به قسمی مروارده دهید که باصفحة مقایسه زاویه درجه  $35^\circ = \alpha$  بسازد و ترقی رقوم آن از بالا به پائین باشد. یک مقیاس شب صفحه  $P$  را موازی محور اطول به فاصله ۸ سمت چپ مرکز کاغذ رسم نمایید.

۲- از نقطه  $a_2$  در صفحه  $P$  خط  $a_2b_5$  را به شب  $\frac{1}{2}p$  به قسمی رسم کنید که  $b$  سمت راست  $a$  قرار گیرد.

۳- از نقطه  $a_2$  در صفحه  $P$  خط دیگر  $AD$  را به قسمی مروارده دهید که زاویه حقیقی  $AD$  با امتداد افقیهای صفحه  $P$

بالا می‌آید، در ۵ ثانیه اول حرکت متشابه التغییر تند شونده و در ۱۵ ثانیه بعد حرکت یک نواخت و در ۵ ثانیه آخر حرکت متشابه التغییر کند شونده می‌باشد به طوری که با سرعت صفر بهدهانه چاه می‌رسد در صورتی که عمق چاه ۱۵۰ متر باشد شتاب حرکت و مسافت‌های پیموده شده و نیروی وارد از طرف آسانسور را در هر سه مرحله پیدا کنید.

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

#### دبیرستان ههر تبریز

دبیر: لامعی - فرستنده: عرب رهی

موتوری به جرم  $50 \text{ kg}$  باشتایی حرکت می‌کند به - طوری که در ۱۵ ثانیه اول حرکت برآیند نیروهای موتور و نیروهای خارجی بارابه  $\Sigma E = F_i - kt$  نشان داده می‌شود که در این رابطه  $F_i = 200 \text{ N}$  و  $F_o = 10 \text{ N/s}$  و  $k = 108$  و  $t = 10 \text{ s}$  پس از حرکت است پیدا کنید سرعت متحرك را در آخر ثانیه ۱۵ و مسافت طی شده در این مدت را .

#### مسائل فیزیک

##### دبیرستان خوارزمی شماره ۳

دبیر: نیرویی - فرستنده: حسن گل محمدی

مداری از مقاومت  $R$  و سلف  $L$  و خازن  $C$  به طور متواالی تشکیل شده است. اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت دو برابر اختلاف پتانسیل دوسر خازن و اختلاف پتانسیل دوسر سلف سه برابر اختلاف پتانسیل دوسر خازن است. مطلوب است :

اولاً - محاسبه اختلاف فاز جریان نسبت به اختلاف پتانسیل .

ثانیاً - اگر اختلاف پتانسیل دوسر خازن مقدار مؤثر ۵۰ ولت باشد اختلاف پتانسیل ماکریم دوسر دستگاه را بدست آورید .

ثالثاً - این جریان اذ آلترناتوری است که القاکن آن ۲۵ قطب دارد و در هر دقیقه ۳۰۰ دور می‌چرخد. تواتر و معادله جریان را نسبت به زمان معین کنید و توان مصرفی مدار را بدست آورید در صورتی که  $R = 25$  اهم باشد .

##### دبیرستان خوارزمی شمیران

دبیر: کتابچی - فرستنده: حسین همتی گرمساری

در آزمایش یانگ فاصله هشتمنی نوار تاریک از نوار روشن مرکزی  $9 \text{ mm}$  و فاصله دوشکاف  $1 \text{ mm}$  و فاصله پرده از صفحه دو

##### دبیرستان خوارزمی شماره ۳

دبیر: امینی - فرستنده: حسن گل محمدی

گلوله‌ای روی سطح شب‌داری به طول  $100 \text{ cm}$  قرار گرفته است. شب سطح  $6/0$  و اصطکاک  $25/0$  نیروی قائم بر سطح است .

اولاً - سرعت جسم را در آخر سطح و زمان حرکت را بدست آورید .

ثانیاً - در پائین سطح شب‌دار و در سطح قائم دایره‌ای قرار گرفته است. حداکثر شماع دایره چقدر باشد تا جسم بتواند روی آن دور بزند ، سطح دایره بدون اصطکاک فرض می‌شود .

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

##### دبیرستان خوارزمی شمیران

دبیر: مسعودی - فرستنده: حسین همتی گرمساری

گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از بالای سطح شب‌داری که بالف زاویه  $45^\circ$  درجه تشکیل می‌دهد شروع به حرکت می‌کند و پس از پیمودن سطح شب‌دار که طول آن  $25$  متر است به انتهای سطح رسیده و در فضا حرکت پرتایی می‌کند. اگر سرعت گلوله در پائین سطح برابر  $10 \text{ m/s}$  باشد مطلوب است :

۱- ضریب اصطکاک سطح شب‌دار .

۲- در صورتی که فاصله نقطه برخورد گلوله زمین تا قائم نقطه پرتاب  $\sqrt{2} / 2$  متر باشد تعیین کنید گلوله از چه ارتفاعی سطح شب‌دار را ترک کرده و زمان حرکت آن تاریخین بدمیزین چقدر است .

۳- سرعت برخورد گلوله را به زمین حساب کنید . از مقاومت هوا صرف نظر می‌شود .

$$\sqrt{2} = 1.4 \text{ m/s}$$

##### دبیرستان رهنما

دبیر: بابازاده - فرستنده: محسن نجفی فرد - توسلی

توان ماشین بخار دوپر بهای  $270$  اسب بخار است سطح مقطع پیستون  $450 \text{ cm}^2$  و طول سیر آن  $75 \text{ cm}$  است فشار دیگ  $11/033 \text{ kg/cm}^2$  و ماشین بدون چکالنده است . معین کنید دور ماشین در دقیقه را . فشار هوا  $76 \text{ cmHg}$  و وزن مخصوص جیوه  $13/6 \text{ gr/Cm}^3$  می‌باشد .

##### دبیرستان مریوی

دبیر: آیتی و کتیرائی - فرستنده: محمد تقی الهیان

آسانسور یک چاه معدنی بوزن  $1000 \text{ kgf}$  از ته چاه

## شیوه

دیبرستان آذر شماره ۴

دیبر: غازی - فرستنده: علیرضا و شاق

ترکیب درصد نمک سدیم یک منو اسیدآلی به قرار ذیر است:

$$C = \frac{512}{375} \quad H = \frac{512}{375} \quad O = \frac{323}{375} \quad Na = \frac{239}{375}$$

این اسید را مشخص کنید گسترده استری را که از ترکیب این اسید بالکل ایز و پروپیلیک نتیجه می‌شود بنویسید.

دیبرستان گربیت تبریز

دیبر: رسولزاده - فرستنده: ابراهیم صلحجو  
جسم آلی مرکب از کربن واکسیژن موجود است  $m$  گرم  
از آن را می‌سوزانیم  $\frac{1}{1000}$  مول گرم این جسم را بسوزانیم گاز کربنیک  
می‌دهد. اگر  $\frac{1}{1000}$  مول گرم این جسم را بسوزانیم گاز کربنیک  
حاصل  $32$  سانتیمتر مکعب آب باریت  $\frac{1}{25}$  نرمال را ختنی  
می‌کند، دز صورتی که می‌دانیم این جسم بی اسید است و نمک  
نقره آن را اگر تجزیه کنیم از  $\frac{1}{16}$  گرم آن  $\frac{1}{72}$  گرم آن  
خالص بسدست می‌آید فرمول خام و گسترده جسم را تعیین  
کنید. در صورتی که می‌دانیم این جسم دارای یک عامل الكلی  
نوع سوم نیز است.

دیبرستان حکمت قم

دیبر: واقعی - فرستنده: جواد فیض

جسمی است مرکب از کربن و یوران و برم.  $45\%$   
کربن و  $32\%$  یوران و  $51\%$  برم دارد در صورتی که در هر  
ملکول از این جسم فقط یک اتم برم وجود داشته باشد فرمول  
ونام جسم را بنویسید.

دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر: فرزاد - فرستنده: حسن گل محمدی  
اسیدی است سیر شده یک ظرفیتی با پنتا کلورو فسفر  
ترکیب شده است جسم حاصل از عمل اگر تجزیه شود در  $785^{\circ}$   
گرم  $355^{\circ}$  گرم کلر در بردارد. فرمول جسم اخیر و اسید  
را پیدا کنید.

دیبرستان سعدی

دیبر: کیانوش - فرستنده: محمد غلامی

$50\%$  ملکول گرم یک جسم آلی ازت دار در اثر  $48^{\circ}$   
(دبیله در صفحه ۳۶۹)

شکاف  $2m$  است. مطلوب است طول موج نور تاک رنگ.

دیبرستان رهنما

دیبر: با بازاراده - فرستنده: محسن نجفی فرد  
فاصله دوشکاف در آزمایش یانگ  $2mm$  و صفحه نوارها  
به فاصله  $1,5m$  از صفحه شکافها قرار گرفته طول موج نور مورد  
آزمایش  $5000A^{\circ}$  است تعیین کنید:

الف - فاصله دونوار روش متواالی را.

ب - تواتر نور مورد آزمایش (سرعت نور  $3 \times 10^8 km/s$ ) است.

ج - در مقابل یکی از شکافها تیغه نازکی به ضرب شکست  
۱/۳ قرار می‌دهیم نوار متر کزی بر روی سومین نوار روش  
حالات قبل منطبق می‌گردد ضخامت تیغه چند میکرون است.

دیبرستان فارابی گرج

دیبر: امین پور - فرستنده: صادق محمدی  
بویینی به ضرب خود القائی  $50/51$  همانزی در مداری  
قرار گرفته و شدت مؤثری که از مدار می‌گذرد از مادله  
 $I = 4\sqrt{2\pi t - \varphi}$  بسدست می‌آید در صورتی که  
اختلاف سطح مؤثر بین دوسر بویین  $25$  ولت باشد.

اولا - مقاومت بویین و ضرب توان و معادله اختلاف  
سطح بین دوسر بویین را معین کنید.

ثانیاً - در این حالت خازنی به ظرفیت  $200$  میکروفاراد  
را با بویین بطور متواالی در مدار قرار می‌دهیم شدت جریان مؤثر  
واختلاف فازیین جریان و اختلاف سطح را حساب کنید  $\pi = 3$   
در صورتی که تواتر جریان  $25$  شود ظرفیت خازنی که بتواند  
مدار را بحال تشدید در آورد چقدر است.

دیبرستان هروی

دیبر: آیتی، کتیرائی - فرستنده: محمد تقی الهیان

دو منبع ارتعاشی  $O_1$  و  $O_2$  هم فاز و هم راستا و هم پر یوده سنتدو معادله  
خرکت آنها به صورت  $\dot{x}_1 = 38n/120\pi t + 48n/120\pi t + x_0$  و  $\dot{x}_2 = 48n/120\pi t - 38n/120\pi t + x_0$   
می‌باشد که در آنها  $x$  بر حسب سانتیمتر و  $t$  بر حسب ثانیه است.

اولا - فرکانس، زمان تناوب و طول موج ارتعاشات را  
بدست آورید. سرعت انتشار ارتعاشات  $6$  متر بر ثانیه است.

ثانیاً - نقطه  $M$  به فاصله  $22/5$  سانتیمتر از  $O_1$  و بد  
فاصله  $20cm$  از  $O_2$  واقع است دامنه ارتعاشات نقطه  $M$  و  
اختلاف فاز آن را بمانبع ارتعاشی  $O_1$  و  $O_2$  پیدا کنید.

## حل مسائل یکان شماره: ۶۲

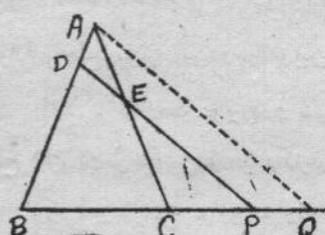
$$b(a+c) = 2ac \quad \text{یا} \quad b = \frac{2ac}{a+c}$$

۶۲/۲ - مثلث متساوی الساقین ABC به ضلعهای :

$$AB = AC = b, BC = a$$

مفروض است . بر امتداد BC و در آن طرف C نقطه P را انتخاب می کنیم و از آن قاطعی رسم می کنیم که AB را در AC دار E قطع می کند . ثابت کنید که تفاضل

$$\frac{BP}{BD} - \frac{CP}{CE}$$



حل - از  
موازی با قاطع PD  
رسم می کنیم تا امتداد  
BC را در Q قطع کند .  
دو مثلث BQA و BPD  
همجنین دو مثلث CPE  
متشابهند و داریم :

$$\frac{BP}{BD} = \frac{BQ}{BA}, \frac{CP}{CE} = \frac{CQ}{CA}$$

$$\frac{BP}{BD} - \frac{CP}{CE} = \frac{BQ}{b} - \frac{CQ}{b} - \frac{BQ - CQ}{b} = \frac{a}{b}$$

## حل مسائل کلاس چهارم ریاضی

۶۲/۳ - معادله زیر مفروض است :

$$x^3 - 2mx^2 + (2m^2 - 1)x - 2m(m-1) = 0$$

اولا ثابت کنید که این معادله به ازاه جمیع مقادیر m یک ریشه ثابت  $x_1$  دارد و مقدار این ریشه را پیدا کنید .

## حل مسائل کلاس چهارم طبیعی

۶۲/۱ - اولا ریشه های معادله زیر را بدست آورید :

$$a(b-c)x^2 + b(c-a)x + c(a-b) = 0$$

ثانیا مقدار b را بر حسب a و c بدست آورید برای آنکه

دوریشه معادله برابر با یک باشند .

حل - اولا مبین معادله را تشکیل می دهیم :

$$\Delta = b^2(c-a)^2 - 4ac(b-c)(a-b)$$

$$\Delta = a^2b^2 + b^2c^2 + 4a^2c^2 + 2ab^2c - 4a^2bc - 4abc^2$$

$$\Delta = (ab+bc-2ac)^2$$

$$x = \frac{-b(c-a) \pm (ab+bc-2ac)}{2a(b-c)}$$

$$x_1 = \frac{-bc+ab+ab+bc-2ac}{2a(b-c)}$$

$$x_1 = \frac{2ab-2ac}{2ab-2ac} = 1$$

$$x_1 = \frac{-bc+ab-ab-bc+2ac}{2a(b-c)}$$

$$x_1 = \frac{2ac-2bc}{2a(b-c)} = \frac{c(a-b)}{a(b-c)}$$

ثانیا - چون  $x_1 = 1$  است برای اینکه هر دو ریشه معادله برابر باشد لازم و کافی است که معادله ریشه مضاعف داشته باشد یعنی :

$$\Delta = 0 \Rightarrow ab+bc-2ac = 0$$

(II) نمی‌تواند ریشهٔ مضاعف ۱ داشته باشد زیرا این معادله وقتي ریشهٔ مضاعف دارد که  $m = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$  باشد و در این حال مقدار ریشهٔ مضاعف برابر است با:

$$-\frac{b}{2a} = \frac{2m - 1}{2} = \frac{\pm \sqrt{2}}{2}$$

که مخالف با یک می‌باشد. پس معادله بالا هیچگاه سه ریشهٔ متساوی ندارد یعنی عبارت معادله هیچگاه مکعب کامل نمی‌باشد. رابهای داریم:

$$\begin{cases} x' + x'' = 2m - 1 \\ x' x'' = 2m^2 - 2m \end{cases}$$

$$m = \frac{x' + x'' + 1}{2}$$

$$x' x'' = \frac{(x' + x'' + 1)^2 - 2}{2} = \frac{(x' + x'' + 1)^2}{2}$$

از این رابطه بعد از اختصار نتیجهٔ خواهد شد:

$$x'^2 + x''^2 = 1$$

$x'$  و  $x''$  اندازه‌های ضلعهای مثلث قائم الزاویه‌ای می‌باشند که طول و تر آن برابر با  $x_1 = 1$  است. اگر  $p$  محیط ارتفاع و  $r$  شعاع دایرهٔ محاطی این مثلث باشد داریم:

$$2p = x' + x'' + x_1 = 2m - 1 + 1 = 2m$$

$$h = \frac{x' x''}{x_1} = m(m - 1)$$

$$r = p - a = m - 1$$

خامساً : الف - باید داشته باشیم:

$$x_1 = \frac{x' + x''}{2} = \frac{2m - 1}{2} \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

اما این مقدار  $m$  قابل قبول نیست زیرا در ازاء آن  $\Delta$  است و معادله ریشهٔ حقیقی ندارد.

ب - باید داشته باشیم:

$$x_1^2 = x' x'' \quad \text{یا} \quad 1 = 2m(m - 1)$$

$$2m^2 - 2m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

هیچیک از این دو مقدار  $m$  نیز قابل قبول نیست زیرا در ازاء آنها  $\Delta > 0$  است.

۶۴/۴ - در مثلث  $ABC$  اندازهٔ زاویه  $A$  وسط‌عددی

ثانیاً معلوم کنید به ازاء چه مقادیر  $m$  معادله دارای دو ریشهٔ حقیقی دیگر  $x'$  و  $x''$  می‌باشد.

ثالثاً ثابت کنید که عبارت معادله بالا هیچگاه نمی‌تواند مکعب کامل باشد.

رابعاً بین  $x'$  و  $x''$  رابطه‌ای مستقل از  $m$  بدست آورید و از روی آن نتیجهٔ پس از آن که  $x'$  و  $x''$  در حالتی که مقادیر حقیقی مثبت باشند اندازه‌های دوضلع از مثلث قائم الزاویه‌ای می‌باشند که اندازهٔ وتر آن  $x$  است. محیط این مثلث، طول ارتفاع نظیر وتر و اندازهٔ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی آنرا بر حسب  $m$  بدست آورید.

خامساً مقدار  $m$  را معلوم کنید که  $x'$  و  $x''$  به همین ترتیب،

الف - به تصاعد عددی باشند.

ب - به تصاعد هندسی باشند.

حل - اولاً معادله را نسبت به  $m$  مرتب می‌کنیم،

می‌شود:

$$2m^2(x - 1) - 2m(x^2 - 1) + x^2 - x = 0$$

برای اینکه این معادله بدان از جمیع مقادیر  $m$  دارای یک ریشهٔ ثابت باشد لازم و کافی است که در ازاء آن مقدار ثابت تساوی نسبت به  $m$  اتحاد باشد، یعنی داشته باشیم:

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = x_1 = 1 \\ x^2 - x = 0 \end{cases}$$

ثانیاً - از تقسیم عبارت معادله بر  $x - 1$  معادله درجهٔ

دوم زیر بدست می‌آید:

$$(II) \quad x^2 - (2m - 1)x + 2m(m - 1) = 0$$

برای اینکه این معادله دوریشهٔ حقیقی داشته باشد باید:

$$4 > 0 \quad (2m - 1)^2 - 8m(m - 1) > 0 \quad \text{یا} \quad -4m^2 + 4m + 1 > 0$$

از حل این نامعادله نتیجهٔ خواهد شد:

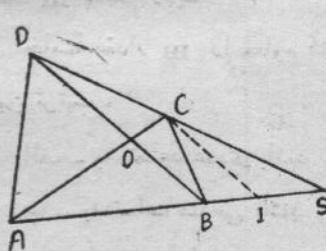
$$\frac{1 - \sqrt{2}}{2} < m < \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$$

ثالثاً - وقتی عبارت بالا مکعب کامل است که دارای ریشهٔ مکرر مرتبهٔ سوم باشد، به عبارت دیگر دارای سه ریشهٔ برابر با هم باشد. معادله همواره دارای ریشهٔ  $x_1 = 1$  است اما معادله

۶۲/۵ - ترجمه از فرانسه  
در چهار ضلعی ABCD ضلع AB ثابت است و دو رأس C و D چنان تغییر می کنند که اگر O نقطه تقاطع دو قطر BD و AC باشد همواره داریم:

$$\frac{OA}{OC} = k \quad , \quad \frac{OB}{DC} = k'$$

که  $k$  و  $k'$  دو عدد مثبت مخالف با یک می باشند . ثابت کنید که ضلع CD بر نقطه ثابتی که آنرا تعیین خواهد کرد می گذرد .



حل - اگر  $k = k'$  باشد نتیجه خواهد شد که CD با AB موازی است که در این صورت ضلع CD از امتداد ضلع AB می گذرد .

(بعبارت دیگر خط CD بر نقطه بینهایت خط AB می گذرد) . اگر  $k \neq k'$  باشد ضلع CD دریک نقطه S امتداد ضلع AB را قطع می کند . از C موازی با BD رسم می کنیم که امتداد AB را در I قطع می کند . از تشابه مثلث AOB با ACI نتیجه می شود :

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AC}{AO} = \frac{AO + OC}{AO} = 1 + \frac{CO}{AO} = 1 + \frac{1}{k}$$

از این رابطه لازم می آید که I نقطه ثابتی باشد . از تشابه دو مثلث SCI و SBD داریم :

$$\frac{SB}{SI} = \frac{BD}{CI} = \frac{BD}{BO} \times \frac{BO}{CI} = \frac{BD}{BO} \times \frac{AB}{AI}$$

$$\frac{BD}{BO} = \frac{BO + OD}{BO} = 1 + \frac{OD}{BO} = 1 + \frac{1}{k'}$$

$$\frac{SB}{SI} = (1 + \frac{1}{k})(1 + \frac{1}{k'})$$

چون I و B نقطه های ثابت هستند پس S نیز نقطه ثابت می باشد .

## حل مسائل کلاس پنجم طبیعی

۶۲/۶ - مقدار  $b$  را چنان معلوم کنید که منحنی های

اندازه های دو زاویه دیگر است . اگر  $BC = a$  و  $AB = c$  و  $CA = b$  و سه جمله :

$$b - 2c \quad , \quad a \quad , \quad b + 2c$$

به همین ترتیب به تصادع هندسی بوده محیط مثلث  $2p = 30$  باشد اندازه های عددی اضلاع ، ارتفاعات و میانه های مثلث را حساب کنید .

حل - داریم :

$$A = \frac{B+C}{2} = \frac{180^\circ - A}{2} \Rightarrow A = 60^\circ$$

اگر  $ABC$  به

فرض مثلث مطلوب باشد ارتفاع BK را رسم

می کنیم . در مثلث ABK چون زاویه K قائم و زاویه AB می کنیم . درجه است داریم :

$$AK = \frac{AB}{2} = \frac{C}{2}$$

و در مثلث ABC داریم :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot AK = b^2 + c^2 - bc$$

بنابراین داریم :

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - bc \\ a^2 = (b - 2c)(b + 2c) = b^2 - 4c^2 \\ a + b + c = 30 \end{cases}$$

$$b^2 + c^2 - bc = b^2 - 4c^2 \quad \text{یا} \quad 5c^2 - bc = 0$$

$$b = 5c \Rightarrow a = c\sqrt{21}$$

$$c\sqrt{21} + 5c + c = 30 \Rightarrow c = 2(6 - \sqrt{21})$$

$$b = 10(6 - \sqrt{21}) \quad \text{و} \quad a = 6(2\sqrt{21} - 2)$$

$$h_b = BK = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{63}}{2} = \frac{3\sqrt{7}}{2}$$

$$ah_a = bh_b = ch_c$$

$$h_a = \frac{bh_b}{a} = \frac{10(6 - \sqrt{21}) \times 2\sqrt{7}}{2 \times 6(2\sqrt{21} - 2)}$$

$$h_a = \frac{5\sqrt{7}}{2} \quad \text{و} \quad h_c = \frac{15\sqrt{7}}{2}$$

$$m_a = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4} = \dots = 92(19 - 4\sqrt{21})$$

میانه های  $m_b$  و  $m_c$  نیز به همین ترتیب محاسبه می شود .

به معادلهای :

$$y = x^4 - 3x^2 + 2 \quad y = x^2 + b$$

بر یکدیگر مماس باشند . مختصات نقاط تماس را نیز پیدا کنید .

حل - برای اینکه دو منحنی در یک نقطه برحهم مماس باشند اولاً باید در آن نقطه مشترک باشند یعنی مختصات آن نقطه در معادلات دو منحنی صدق کند . ثانیاً باید دو منحنی در آن نقطه دارای یک خط مماس مشترک باشند به این معنی که مشتقهای دوتابع درازاء طول آن نقطه باهم برابر باشند .

$$y' = 4x^3 - 6x \quad y' = 2x$$

$$4x^3 - 6x = 2x \Rightarrow x = 0 \pm \sqrt{2}$$

درازاء  $x = 0$  مقدار تابع اول ۲ و از تابع دوم  $b$  است

$$\text{پس } b = 2 \text{ بدست هی آید . درازاء } x = \pm \sqrt{2} \text{ داریم :}$$

$$y = x^4 - 2x^2 + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$y = x^2 + b = 2 + b$$

$$2 + b = 0 \Rightarrow b = -2$$

۶۲/۷ - از حسن گل محمدی دانشجوی دانشکده فنی  
دانشگاه تهران .

ثابت کنید که اگر داشته باشیم :

$$\frac{\cos x}{a} = \frac{\cos(x+\alpha)}{b} = \frac{\cos(x+2\alpha)}{c} = \frac{\cos(x+3\alpha)}{d}$$

خواهیم داشت :

$$ac - bd = b^2 - c^2$$

حل - با استفاده از خواص تناسب داریم :

$$\frac{\cos x + \cos(x+2\alpha)}{a+c} = \frac{\cos(x+\alpha) + \cos(x+3\alpha)}{b+d}$$

$$\frac{2\cos(x+\alpha)\cos\alpha}{a+c} = \frac{2\cos(x+2\alpha)\cos\alpha}{b+d}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos(x+\alpha)}{a+c} = \frac{\cos(x+2\alpha)}{b+d} \\ \frac{\cos(x+\alpha)}{b} = \frac{\cos(x+2\alpha)}{c} \end{array} \right.$$

$$\frac{a+c}{b} = \frac{b+d}{c} \Rightarrow ac - bd = b^2 - c^2$$

۶۲/۸ - ثابت کنید که نمایش تابع :

$$y = x + \sin x$$

در بینهایت نقطه بردو خط ثابت مماس است . معادلهای این دو خط و مختصات نقطه‌های تماس آنها را با منحنی بدست آورید .

حل - اگر  $y = ax + b$  معادله خط مماس مذکور

باشد باید دستگاه :

$$\begin{cases} y' = 1 + \cos x = a \\ x + \sin x = ax + b \end{cases}$$

در ازاء بینهایت مقدار از  $x$  برقرار باشد . از معادله

اول داریم :

و معادله مفروض به صورت زیر مرتب می شود :

$$2\sin^2 \left( \frac{\pi}{10} - 4x \right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \sin \left( \frac{\pi}{10} - 4x \right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} - 2 = 0$$

از حل این معادله با توجه به اینکه  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$  نتیجه خواهد شد :

$$x = \frac{K\pi}{2} - \frac{7\pi}{20} \text{ یا } \frac{K\pi}{2} - \frac{\pi}{10} \text{ یا } \frac{K\pi}{2} - \frac{17\pi}{20}$$

۶۲/۱۲ - ترجمه از فرانسه

دو خط متقابل  $D$  و  $D'$  مفروض است.  $O, O'$  به ترتیب پای عمود مشترک آنها بطول  $a$  می باشد. نقطه دلخواه  $M$  را در فضای دیداری کشیم و تصویرهای آنرا روی  $D$  و  $D'$  به ترتیب  $m$  و  $m'$  و قرینه های آنرا نسبت به دو خط مذبور می نامیم.

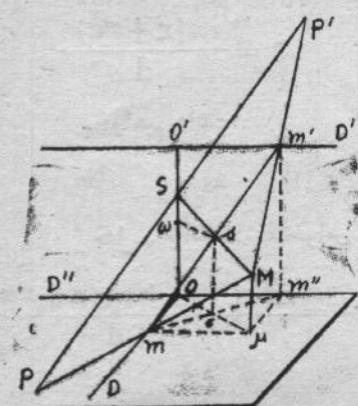
۱- اگر  $PP' = 21$  مقدار ثابت باشد مکان  $M$  چیست؟

۲- با همان شرایط ممکن نقاط زیر را بدست آوردید :

الف -  $mm'$  وسط

ب -  $PP'$  وسط  $S$

ج -  $G$  مرکز نقل مثلث  $'MPP'$



حل - از خط  $OD$

را موازی با  $D'$  رسم

می کنیم. دو خط

و  $D$  و  $D'$  صفحه  $(H)$  را

مشخص می کنند. تصویر

را بر  $(H)$  به  $M$

و تصویر  $P'$  را بر

$m'$  به  $m''$  نشان

می دهیم. بنابراین  $m$  عصبی سه عصبونی است و  $m''$  عصبی سه عصبونی است و  $m'$  عصبی سه عصبونی است.

به قضیه تصویر تراویه قائم، خط  $mm'$  و  $mm''$  عصبی سه عصبونی است و  $m'm''$  عصبی سه عصبونی است.

برای آنکه  $PP' = 21$  باشد لازم و کافی است که

$mm' = 1$  باشد. در مثلث قائم الزاویه  $mm'm''$  داریم:

$$mm'' = mm' + m'm''$$

$$mm'' = O\mu' + a$$

$$\cos x = a - 1 \Rightarrow 0 < a < 2$$

در معادله دوم منظور می کنیم :

$$x \pm \sqrt{1 - (a-1)^2} = ax + b$$

این تساوی وقتی همواره برقرار است که :

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = \pm \sqrt{1 - (a-1)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \pm 1 \end{cases}$$

معادله دو خط مماس عبارت می شود از :

$$y = x \pm 1$$

همنچنان نقاط تماس چنین بدست می آید :

$$1 + \cos x = 1 \Rightarrow x = K\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$y = K\pi + \frac{\pi}{2} \pm 1$$

۶۲/۱۰ - ترجمه از فرانسه

اگر  $x = y$  و  $\operatorname{tg} 3a = y$  باشد مقدار  $y$  را بر حسب  $x$

بدست آوردید.

حل - از بسط  $\operatorname{tg} 3a$  یک بار بر حسب  $\operatorname{tg} 2a$  و  $\operatorname{tg} 3a$  و  $\operatorname{tg} 2a$

بر حسب  $\operatorname{tg} 3a$  استفاده می کنیم :

$$\operatorname{tg} 3a = \frac{2\operatorname{tg} 2a}{1 - \operatorname{tg} 2a} = \frac{2\operatorname{tg} 2a - \operatorname{tg} 2a}{1 - 3\operatorname{tg} 2a}$$

$$\frac{2y}{1 - y^2} = \frac{3x - x^2}{1 - 3x^2}$$

$$y^2(3x - x^2) + 2y(1 - 2x^2) - (3x - x^2) = 0$$

$$4 = \dots = (x^2 + 1)^2$$

$$y = \frac{3x^2 - 1 \pm (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}{x(3 - x^2)}$$

۶۲/۱۱ - فرستنده: مسعود حبیب‌اللهزاده

مطلوب بست حل معادله زیر :

$$2\operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \cos^2 \left( 2x + \frac{\pi}{5} \right) - \cos \left( \frac{\pi}{5} - 8x \right) = 1$$

حل - داریم :

$$\cos^2 \left( \frac{\pi}{5} + 2x \right) = 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{5} + 4x \right) =$$

$$= 1 + \sin \left( \frac{\pi}{10} - 4x \right)$$

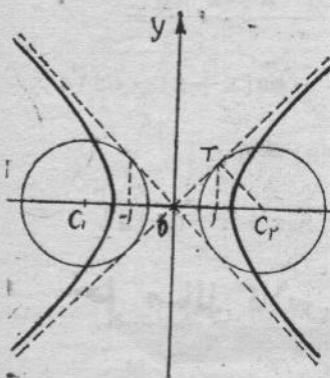
$$\cos \left( \frac{\pi}{5} - 8x \right) = 1 - 2\sin^2 \left( \frac{\pi}{10} - 4x \right)$$

مختصات قرینه اند پس دو دایره نسبت به مبدأ قرینه می باشند و مماسهای مشترک داخلی آنها از مبدأ مختصات می گذرند.

اگر  $T$  نقطه تماس یکی از مماس مشترکها با دایره  $C_2$

باشد در مثلث قائم الزاویه  $OC_2T$  داریم :

$$OT' = OC_2' - CT' = 4 - 2 = 2 \quad OT = \sqrt{2}$$



این مثلث متساوی - الساقین است و اندازه زاویه  $\angle TOC_2$  برابر  $45^\circ$  درجه بوده خط مماس مزبور همان نیمساز زاویه محورها می باشد. پس نیمسازهای محورها یعنی خطاهای

بهمعادلهای  $x^2 + y^2 = a^2$  مماسهای مشترک داخلی دو دایره می باشند ثانیاً ... چون دو مماس مشترک بر یکدیگر عمودند پس هذلولی مطلوب متساوی القطرین است و معادله کلی آن به صورت

$x^2 + y^2 = a^2$  می باشد و در آن داریم :

$$c = OC_1 = 2 = a\sqrt{2} \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 = 2$$

۶۲/۱۴ - از علی اکبر صادقی پور ششم ریاضی

دیبرستان خوارزمی ۲

معادله زیر را حل کنید :

$$\sin x \sin \frac{x+a}{2} - \sin^2 a \cos \frac{a-x}{2} = 0$$

حل - از ضرب طرفین در ۲ و تبدیل حاصل ضرب اول

به مجموع خواهیم داشت :

$$\cos \frac{x-a}{2} - \cos \frac{3x+a}{2} - 2 \sin^2 a \cos \frac{x-a}{2} = 0$$

$$\cos \frac{x-a}{2} (1 - 2 \sin^2 a) - \cos \frac{3x+a}{2} = 0$$

$$\cos 2a \cos \frac{x-a}{2} = \cos \frac{3x+a}{2}$$

$$\frac{1}{2} \left[ \cos \frac{3a+x}{2} + \cos \frac{x-5a}{2} \right] = \cos \frac{3x+a}{2}$$

$$\cos \frac{3x+a}{2} - \cos \frac{3a+x}{2} = \cos \frac{x-5a}{2} - \cos \frac{3x+a}{2}$$

$$mm' = l \Rightarrow O\mu^2 = l^2 - a^2$$

با شرط  $m$  مکان می دایره ای است واقع در صفحه  $H$  و به مرکز  $O$  و به شاعر  $\sqrt{l^2 - a^2}$  و در نتیجه آن مکان  $M$  عبارتست از سطح استوانه ای دواری که  $OO'$  محور آن دایره مزبور دایره هادی آن می باشد .

- ۲ - الف : به فرض اینکه  $M$  بر سطح استوانه ای مزبور واقع باشد اگر  $m$  تصویر  $m$  بر صفحه  $H$  باشد نقطه  $m$  وسط  $l$  واقع است و در نتیجه ، مکان آن دایره ای است واقع در صفحه  $H$  به مرکز  $O$  و به شاعر نصف شاعر دایره مکان  $M$ . از طرف دیگر داریم :

$$m = \frac{1}{2} m'm'' = \frac{a}{2}$$

بنابراین مکان  $M$  دایره ای است که صفحه آن با صفحه  $H$  موازی است ، مرکز آن  $O'$  و سطح  $l$  و شاعر آن برابر  $\sqrt{l^2 - a^2}$  است با :

$$\frac{MS}{Ms} = \frac{\mu O}{\mu s} = 2$$

نتیجه می شود که  $S$  بر  $OO'$  واقع است . یعنی وقتی بر سطح استوانه ای مزبور واقع باشد مکان  $S$  عبارتست از خط  $OO'$ .

## حل مسائل کلاس ششم طبیعی

۶۲/۱۳ - اولاً معادله زیر دو دایره را مشخص می کند که نسبت به مبدأ مختصات قرینه یکدیگر می باشند . این دو معادله را در یک دستگاه معکورها رسم کنید و معادله های مماسهای مشترک داخلی آنها را بدست آورید .

$$x^2 + y^2 \pm 4x + 2 = 0$$

ثانیاً معادله هذلولی را تعیین کنید که مماسهای مشترک مزبور مجانبهای آن و مرکزهای دو دایره بالا کانونهای آن باشد .

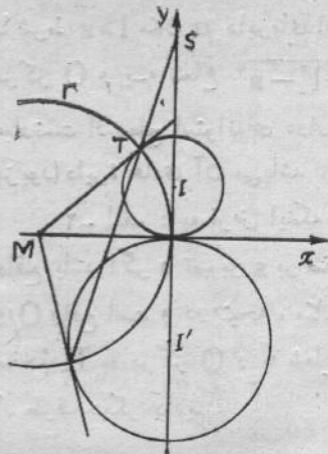
حل - معادله های مفروض به صورت زیر نوشته می شوند:

$$(x+2)^2 + y^2 - 2(x-2)^2 + y^2 - 2$$

$$C_1(-2, 0) \text{ و } R_1 = \sqrt{2}$$

$$C_2(2, 0) \text{ و } R_2 = \sqrt{2}$$

دو دایره متساوی اند و چون  $C_1$  و  $C_2$  نسبت به مبدأ



تبصره... از محاسبات  
بالا معلوم می شود که باید

$$m \neq \pm \frac{1}{2} \neq \pm 1$$

باشد. در حالتی که  
 $m = \pm 1$  باشد خط

$y'y$  با محور  $MT$   
موازی می شود و در حالتی

$$m = \pm \frac{1}{2}$$
 باشد

خط  $MT'$  با محور

منبور موازی خواهد بود.

برای اینکه مثلث  $TMT'$  قائم باشد چون این مثلث  
متساوی الساقین است لازم و کافی است که زاویه  $TMT'$  قائم  
باشد و از آنجا نتیجه می شود که زاویه  $IMI'$  برابر با  $45^\circ$

درجه باشد یعنی :

$$\operatorname{tg} IMI' = \frac{m - (-2m)}{1 + m(-2m)} = \frac{3m}{1 - 2m^2} = \pm 1$$

برای  $m$  چهار جواب بدست می آید:

$$m = \frac{\pm 2 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(۲) با توجه به اینکه  $IT$  بر  $MT$  و  $I'T'$  بر  $MT'$  عمود است معادله های خطوط  $IT$  و  $I'T'$  به ترتیب عبارت  
خواهد شد از :

$$IT: y - R = -\frac{1-m^2}{2m}x \quad \text{یا} \quad y = \frac{m^2-1}{2m}x + R$$

$$I'T': y = \frac{1-4m^2}{4m}x - 2R$$

از حل دستگاه دو معادله اخیر نتیجه خواهد شد :

$$P(x = \frac{-4Rm}{2m^2-1}, \quad y = \frac{R}{2m^2-1})$$

برای تعیین معادله مکان  $P$  داریم :

$$\frac{x}{y} = -4m \quad \text{یا} \quad m = \frac{-x}{4y}$$

این مقدار را در معادله منبوبت به  $y$  منظور می کنیم پس

از اختصار خواهیم داشت :

$$8y^2 + 8Ry - x^2 = 0$$

$$2 \sin \frac{x-a}{2} \sin(x+a) = -2 \sin \frac{x+2a}{2} \sin(x-a)$$

$$= -4 \sin \frac{x+2a}{2} \sin \frac{x-a}{2} \cos \frac{x-a}{2}$$

$$\sin \frac{x-a}{2} = 0 \Rightarrow x = 2K\pi + a$$

$$\sin(x+a) = -2 \sin \frac{x+2a}{2} \cos \frac{x-a}{2} = \\ = -\sin(x+a) - \sin 2a$$

$$\sin(x+a) = \frac{1}{2} \sin(-2a) = \sin \alpha$$

$$x = 2K\pi + \alpha - a \quad \text{یا} \quad 2K\pi + \pi - \alpha - a$$

## حل مسائل کلاس ششم ریاضی

۵۲/۱۵ - ترجمه از فرانسه

در صفحه محورهای مختصات متعامد  $x'Oy$  و  $x'OI$

بر محور  $y$  دو نقطه  $I$  و  $I'$  را با شرایط  $\overline{OI} = R$  و

$\overline{OI}' = -2R$  تعیین می کنیم که  $R > 0$  است و دایره های  $C$  و

$C'$  به ترتیب به مرکزهای  $I$  و  $I'$  را رسم می کنیم که هردو بر

مبدأ مختصات بگذرند. از نقطه متفاوت  $M$  واقع بر  $x'$  مماسهای  $MT$  و  $MT'$  را به ترتیب بر  $C$  و  $C'$  رسم می کنیم.

(۱) اگر  $m$  ضریب زاویه ای خط  $MI$  باشد ضریب

زاویه های خطوط  $MT$  و  $MT'$  را بر حسب  $m$  حساب

کنید و معلوم کنید به ازاء چه مقادیر  $m$  مثلث  $TMT'$  قائم  
الزاویه است.

(۲) اگر  $P$  نقطه تلاقی دو خط  $TI$  و  $T'I'$  باشد معادله

مکان  $P$  را بدست آوردید و منحنی نمایش آن رارسم کنید.

(۳) معادله خط  $TT'$  را بدست آوردید و ثابت کنید وقتی

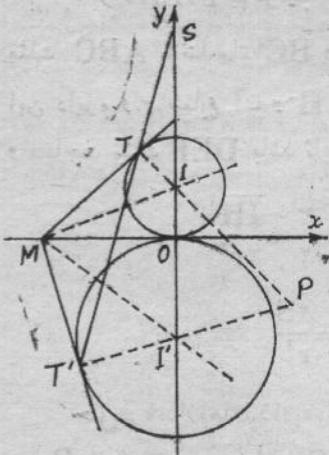
$m$  تغییر کند این خط از نقطه ثابت  $S$  می گذارد. این خاصیت  
خط  $TT'$  را تعبیر هندسی کنید.

حل  $- MI -$  نیمساز زاویه  $TMO$  است پس :

$$m_{MT} = \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2m}{1 - m^2}$$

$$\frac{y_OI'}{OM} = \frac{yOI}{OM} \Rightarrow m_{MI'} = -2m$$

$$m_{MT'} = \frac{2(-2m)}{1 - (-2m)^2} = \frac{-4m}{1 - 4m^2}$$



تعیین هندسی -  
دایره  $\Gamma$  که به مرکز  $O$   
و به شاعر  $MO$  رسم شود  
بر دایره های  $C$  و  $C'$  عمود است و بر نقاط  $T$  و  $T'$  می گذرد. اگر  
مرکز تجانس مستقیم  $S$  دو دایره  $C$  و  $C'$  باشد  
در انعکاس به قطب  $SO'$  دایره های  $C$  و  $C'$  مبدل

یکدیگرند و دایره  $\Gamma$  ثابت باقی می ماند و  $T$  و  $T'$  نیز مبدل  
یکدیگر می باشند در تبیجه  $TT'$  بر  $S$  می گذرد و داریم :

$$\frac{SI'}{SI} = \frac{OI'}{OI} = \frac{2R}{R} = 2$$

$$SI = II' = 2R \quad \text{و} \quad OS = 2R$$

۶۲/۱۶ - از علی اکبر صادقی پور  
دستگاه دومعادله زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} 2(\sin^2 x + \cos^2 y) = 5 \sin x \cos y \\ 2(\cos 2x + \cos 2y) = 3 \end{cases}$$

حل - معادله اول به صورت زیر نوشته می شود :

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 y}{\sin x \cos y} = \frac{\sin x}{\cos y} + \frac{\cos y}{\sin x} = \frac{5}{2}$$

با فرض  $\frac{\sin x}{\cos y} = t$  داریم :

$$2t^2 - 5t + 2 = 0 \quad t = 2 \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2}$$

$$\sin x = 2 \cos y \quad \text{یا} \quad 2 \sin x = \cos y$$

معادله دوم را چنین می نویسیم :

$$2[1 - 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 y - 1] = 3$$

$$4 \sin^2 x - 4 \cos^2 y + 3 = 0$$

$$(1) \quad 16 \cos^2 y - 4 \cos^2 y + 3 = 0 \quad \text{جواب ندارد}$$

$$(2) \quad 4 \sin^2 x - 16 \sin^2 x + 3 = 0$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4} \quad \text{و} \quad \sin x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow y = 2k'\pi + 1(\pi$$

$$y + \frac{R}{2})^2 - x^2 = 2R^2$$

$$\frac{(y + \frac{R}{2})^2}{R^2} - \frac{x^2}{2R^2} = 1$$

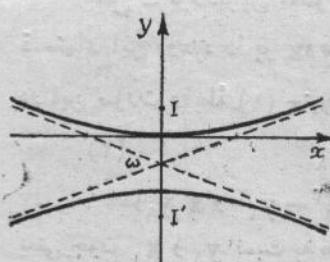
مکان  $P$  هذلولی است که مرکز آن  $\frac{R}{2} - \omega$  است محور  
کانونیش با  $y'$  موازی است و در آن داریم :

$$a = \frac{R}{2}, b = R\sqrt{2}, C = \frac{3R}{2}$$

معادله های مجانبهای آن عبارتست از :

$$y = \pm \frac{x\sqrt{2}}{4} - \frac{R}{2}$$

این هذلولی که به شکل  
مقابل است از مبدأ  
مختصات می گذرد و  
کانونیهای آن همان نقاط  
 $I$  و  $I'$  می باشد.



(۳) برای تعیین  
معادله خط  $TT'$  قبل  
مختصات نقاط  $T$  و  $T'$   
را حساب می کنیم. برای

این کار یک دفعه معادله  $MT$  را نوشته با معادله  $IT$  حل می کنیم  
و یک دفعه معادله  $MT'$  را نوشته با  $I'T$  حل می کنیم. بعد از  
محاسبات لازم خواهیم داشت :

$$T(x = \frac{-4mR}{1+m^2}, y = \frac{2R}{1+m^2})$$

$$T'(x = \frac{-4mR}{1+4m^2}, y = \frac{-4R}{1+4m^2})$$

معادله  $TT'$  بعد از اختصار چنین خواهد شد :

$$TT': y = \frac{1+2m^2}{m}x + 4R$$

در ازاء  $x = 0$  داریم  $y = 4R$  پس خط  $TT'$  همواره از نقطه  $S(4R)$  می گذرد.

مسلم است که عدد ۲۱۶۰۰ برابر ۲۱۶ بخش پذیر است.

### ۶۲/۱۹ از محمود کاشانی

معادله زیر مفروض است :

$$x^r - y^r = kxy \quad (1)$$

۱) معلوم کنید به ازاء چه مقادیر از  $k$  برای  $x$  و  $y$  جواب صحیح و مثبت یافت می شود.

۲) ده مقدار از کوچکترین مقادیر  $k$  را که به ازاء آنها

معادله (۱) جواب صحیح و مثبت دارد پیدا کنید و آنها را به ترتیب  $k_1, k_2, \dots, k_{10}$  بنامید.

۳) به ازاء  $k$  معادله را برای جوابهای صحیح و مثبت حل کنید.

۴) معلوم کنید آیا به ازاء  $k=682$  معادله (۱) جواب صحیح و مثبت دارد یا نه ؟ اگر جواب دارد آنرا پیدا کنید و اگر ندارد چرا ؟

حل - بزرگترین مقسوم علیه مشترک  $x$  و  $y$  را  $D$  و خارج قسمتهای این دو عدد را بر  $x$  و  $y$  به ترتیب  $x_1$  و  $y_1$  می نامیم.

در این صورت رابطه (۱) چنین می شود :

$$D(x_1^r - y_1^r) = kx_1 y_1 \quad (2)$$

$$(x_1 y_1) = 1 \implies (x_1^r - y_1^r) = 1$$

یعنی چون  $x_1$  و  $y_1$  نسبت به هم اولاند عدد های  $x_1^r - y_1^r$  و  $x_1 y_1$  نیز نسبت به هم اول می باشند از طرفی بنایه رابطه (۲) حاصل ضرب  $(x_1^r - y_1^r) D$  بر  $x_1 y_1$  بخش پذیر است پس  $D = mx_1 y_1$  باید  $D$  بر  $x_1 y_1$  بخش پذیر باشد و فرض می کنیم و رابطه (۲) چنین می شود :

$$k = m(x_1^r - y_1^r) \quad (3)$$

معادله (۱) در صورتی جواب دارد که  $k$  در (۳) صدق کند بدشرط اینکه  $x_1$  و  $y_1$  نسبت به هم اول انتخاب شده باشند. ۲) مقادیر  $k_1, k_2, \dots, k_{10}$  طبق جدول زیر مشخص شده اند :

$m$	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۵	۱	۲	۶
$x_1$	۲	۲	۳	۲	۲	۲	۴	۲	۲	۲
$y_1$	۱	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۳	۲	۱
$k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$k_8$	$k_9$	$k_{10}$
	۷	۱۳	۱۹	۲۱	۲۶	۲۸	۳۵	۳۷	۳۸	۴۲

۳) در ازاء  $k=7$  مقادیر  $x_1=2$  و  $y_1=1$  معلوم

شده است و چون  $D=2$  است پس  $x=2$  و  $y=2$  می باشد.

### ۶۲/۱۷ ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

اگر  $F$  و  $E$  و  $D$  به ترتیب نقاط تمسیح دایره محاطی داخلی مثلث  $ABC$  با سلنهای  $BC$  و  $CA$  و  $AB$  بوده  $I$  مرکز این دایره و  $T$  شاعع آن و  $H$  به ترتیب مرکز ارتفاعی و مساحت مثلث  $DEF$  باشد ثابت کنید که :

$$\cos A + \cos B + \cos C = \frac{3}{2} - \frac{IH}{2r}$$

$$\sin A + \sin B + \sin C = \frac{3S}{r}$$

حل - اندازه های زاویه های مثلث  $DEF$  عبارتند از :

$$D = \frac{B+C}{2}, E = \frac{C+A}{2}, F = \frac{A+B}{2}$$

$$2D = B+C = \pi - A, \cos A = -\cos 2D$$

$$\cos A + \cos B + \cos C = -(\cos 2D + \cos 2E + \cos 2F)$$

$$= 4 \cos D \cos E \cos F + 1 - \frac{2r}{R} + 1$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{R - 4r}{2R}$$

$R$  و  $r$  به ترتیب شاعع دایره محاطی و محیطی مثلث  $DEF$  می باشد و مقدار رابطه اخیر خواهد شد با :

$$\frac{3}{2} - \frac{IH}{2r}$$

$$\sin A + \sin B + \sin C = \sin 2D + \sin 2E + \sin 2F$$

$$= 4 \sin D \sin E \sin F = \frac{\text{def}}{2R^2} \times \frac{\text{def}}{4R} = \frac{2}{r^2} = \frac{2S}{r^2}$$

### ۶۲/۱۸ از هادی کیاست ششم ریاضی دبیرستان

هدایت سندج .

عدد پنج رقمی بد صورت :

$$N = \overline{abcde} = a^2 + 3^2 + 1^2 + 5^2$$

پیدا کنید که تعداد مقسوم علیه های آن برابر با ۷۲ باشد در صورتی

که می دانیم  $a$  اول است . تحقیق کنید که عدد مزبور بر عدد

$abc$  بخش پذیر است .

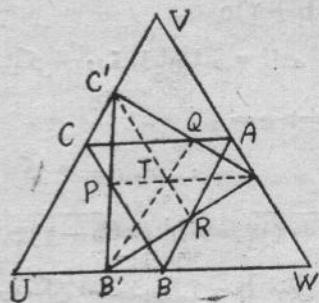
حل - طبق فرمول مربوط داریم :

$$(a+4)(a+2)(a+1) = 72 = 2 \times 3 \times 6$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ و } N = 21600$$

### ۶۲/۲۱- ترجمه عجفر آقایانی چاوشی

مثلث متساوی الاضلاع  $UVW$  مفروض است. و سطح  $VW$  و  $A'$  نقطه دیگری از آن،  $B'$  و  $C'$  نقطه دیگری از آن،  $A$  و  $B$  و  $C$  نقطه دیگری از آن می باشد بقسمی که  $BC$  و  $UV$  در  $A'B'$  و  $AB$  و  $Q$  در  $C'A'$  و  $CA$  و  $P$  در  $B'C'$  و  $B$  منقطع می باشند. ثابت کنید که خطوط  $P$  و  $Q$  و  $R$  متقارن می باشند.



حل - فرم می کنیم:

$$\begin{aligned} AB &= BC = \\ &= CA = 1 \end{aligned}$$

$$\frac{\overline{PB'}}{\overline{PC}} = x, \quad \frac{\overline{QC'}}{\overline{QA}} = -y, \quad \frac{\overline{RA'}}{\overline{RB}} = z$$

$BB' = b'$  و  $CC' = c'$  و  $AA' = a'$  نسبت به مورب  $CB$  در مورد مثلث  $UB'C'$  خواهیم داشت:

$$\frac{\overline{PB'}}{\overline{PC}} \cdot \frac{\overline{CC'}}{\overline{CU}} \cdot \frac{\overline{BU}}{\overline{BB'}} = 1$$

$$x(-c')(\frac{1}{b'}) = 1 \Rightarrow x = -\frac{b'}{c'}$$

به همین ترتیب خواهیم داشت:

$$y = -\frac{a'}{b'}, \quad z = -\frac{c'}{a'} \Rightarrow xyz = -1$$

از این رابطه بنا بر عکس قضیه سوا نتیجه می شود که سه خط  $C'R$  و  $B'Q$  و  $A'P$  متقارن می باشند.

## مسائل متفرقه

### برای داوطلبان امتحانات و وودی دانشکده ها

۶۲/۲۲- از عبدالحسین ایمانی شمر ریاضی دبیرستان علوی مشهد

از رابطه زیر رسمهای  $a$  و  $b$  و  $c$  را بدست آورید:

$$a^2 + b^2 + c^2 = a(b + 2c)$$

$$684 = 2 \times 342 - 36 \times 19 \quad (4) \text{ داریم:}$$

$$684 = 2(7^3 - 1^3) - 36(7^2 - 1^2)$$

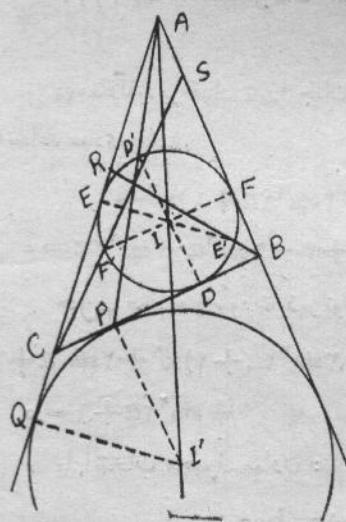
یعنی در ازاء  $k = 684$  معادله دو دسته جواب دارد که به آسانی معلوم می شوند.

۶۲/۲۰- فرستنده: ابراهیم ذوالقدری دانشجوی دانشکده فنی دانشگاه تهران

دایره محاطی داخلی مثلث  $ABC$  به ترتیب در  $E$  و  $D$  و  $F$  بر ضلعهای  $AB$  و  $CA$  و  $BC$  مماس می باشد. قطرهای  $FF'$  و  $EE'$  و  $DD'$  که خطوط  $AD'$  و  $BE'$  و  $CF'$  متقارنند.

حل - دایره

محاطی خارجی داخلی زاویه  $A$  را رسم می کنیم که در  $P$  بر  $BC$  و در  $Q$  بر  $AC$  مماس  $I'$  می شود و مرکز آن را  $I'$  و مرکز دایره محاطی داخلی را  $I$  می نامیم اگر  $AD'$  ضلع  $BC$  را در  $P'$  قطع کند از  $AID'$  تشابه دو مثلث  $AID'$  و  $AI'P'$  داریم:



$$\frac{ID'}{I'P'} = \frac{AI}{AI'}$$

همچنین از تشابه دو مثلث  $AIE$  و  $AI'Q$  داریم:

$$\frac{AI}{AI'} = \frac{EI}{I'Q}$$

از مقایسه دو تناسب بالا نتیجه می شود که  $I'P' = I'Q$  یعنی  $I'P'$  شعاع دایره محاطی خارجی است و نقطه  $P'$  همان نقطه  $P$  می باشد. به همین ترتیب ثابت می شود که  $E'$  و  $B'$  و  $C'$  به ترتیب بر  $R$  و  $S$  نقاط تمسق دایره های محاطی خارجی و زاویه های  $B$  و  $C$  با ضلعهای  $AC$  و  $AB$  می گذرند و چون

داریم:

$$\frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} \cdot \frac{\overline{CR}}{\overline{AR}} \cdot \frac{\overline{AS}}{\overline{BS}} = -1$$

بنابراین عکس قضیه سوا سه خط  $AP$  و  $BR$  و  $CS$  متقارن می باشند.

نوشته می شود :

$$S = 5 - [(\sin \alpha \cos \beta - \cos \gamma \sin \beta)^2 + (\cos \alpha \sin \beta - \sin \gamma \cos \beta)^2]$$

S وقتی ماکریم است که مقدار عبارت داخل کروشه صفر باشد و این در صورتی است که داشته باشیم :

$$\begin{cases} \sin \alpha \cos \beta - \cos \gamma \sin \beta = 0 \\ \cos \alpha \sin \beta - \sin \gamma \cos \beta = 0 \end{cases}$$

از تقسیم نظیر به نظیر طرفین دو معادله خواهیم داشت:

$$\tan \alpha \cot \beta = \cot \gamma \tan \beta \quad \text{یا} \quad \tan \alpha \tan \gamma = \tan^2 \beta$$

۶۲/۴۳ - از طهمورث اسکندری ششم ریاضی

دیستان هدایت سندنج

در معادله زیر مقدار  $\alpha$  را چنان باید داشت که ریشه های معادله به تصادع عددی باشند.

$$3x^3 - 2(4\sin^2 \alpha + 2\sin^2 2\alpha + 1)x^2 + 4 - 2\cos^2 \alpha - \cos^2 2\alpha = 0$$

حل - معادله به صورت زیر نوشته می شود:

$$3x^3 - 2(4\sin^2 \alpha + 2\sin^2 2\alpha + 1)x^2 + 2\sin^2 \alpha + \sin^2 2\alpha + 1 = 0$$

با انتخاب مجهول معاون :

$$2\sin^2 \alpha + \sin^2 2\alpha + 1 = b$$

$$3x^3 - 2(2b+1)x^2 + b+1 = 0$$

اگر ریشه های معادله به تصادع حسابی باشند به ترتیب زیر:

$$-x', -x'', x', x''$$

خواهیم داشت  $x''' = a$  و  $x'''' = a'$  و بافرض  $x' = a$  داریم :

$$\begin{cases} a' + a'' = \frac{2(2b+1)}{3} \\ a'a'' = \frac{b+1}{3} \\ a' = a'' \end{cases} \Rightarrow b = 2 - \frac{11}{4}$$

به ازاء  $b = \frac{11}{4}$  ریشه های معادله موهمی اند و به

ازاء  $b = 2$  داریم :

$$2\sin^2 \alpha + \sin^2 2\alpha = 2$$

$$\cos^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 0$$

حل - با توجه به آنکه طرف دوم عددی است سدقه می داریم  $55 > 55$  پس هر یک از رسمهای  $cob$  و  $cot$  از ۵ کوچکتر می باشد . در ازاء  $a = 2$  داریم :

$$b^b + c^c + 1 = (b+2)c$$

و چون حد اکثر مقدار  $b^b + c^c$  برابر است با  $2 \times 22 = 44$  پس رابطه هیچگاه برقرار نیست.

در ازاء  $a = 2$  داریم :

$$b^b + c^c + 2 = (b+2)c$$

یکی از دورنمای  $c$  باید ۴ باشد . اگر  $b = 4$  باشد داریم :

$$c^c + 2^2 = 2^2 c \Rightarrow c = 1$$

اگر  $c = 4$  باشد :

$$b^b + 2^2 = 2(b+2) \Rightarrow b^b = (b-4)c$$

که غیرممکن است زیرا  $b - 4$  منفی می باشد.

در ازاء  $a = 3$  خواهیم داشت :

$$b^b + c^c + 2^2 = 3(b+2)c$$

یکی از دورنمای  $b$  یا  $c$  باید ۴ باشد.

$$b - 4 \Rightarrow c^c = 3^2 c = 27 \Rightarrow 256 > c^c > 27$$

و برای  $c$  مقدار قابل قبول وجود ندارد .

$$c = 4 \Rightarrow b^b = 3(b+2) \Rightarrow 283$$

که برای  $b$  مقدار قابل قبول وجود ندارد .

در ازاء  $a = 4$  داریم :

$$b^b + c^c + 283 = 4(b+2)c$$

اگر  $b$  یا  $c$  برابر ۴ باشند طرف اول بزرگتر از ۵۱۲

است و تساوی غیرممکن است . اگر  $b = 4$  هر دو برابر با ۳

و یا کوچکتر از آن باشند طرف اول کوچکتر از ۴۰۵ است و در

نتیجه برای  $b$  و  $c$  مقادیر قابل قبول وجود ندارد .

بنابراین جواب مسئله منحصر است به :

$$2^2 + 4^2 + 1^2 = 26$$

۶۲/۴۴ - از عبدالحسین ایمانی

ثابت کنید که عبارت :

$$S = 4 + \cos 2\beta \cos(\alpha + \gamma) \cos(\alpha - \gamma) + \sin 2\beta \sin(\alpha + \gamma)$$

وقتی ماکریم است که :  $\tan \beta = \tan \alpha \tan \gamma$

حل - عبارت مفروض بعد از عملیات لازم به صورت زیر

بعبارت دیگر :

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \sum \frac{1}{x_i}$$

چنانچه  $E'$  نقطه‌های تلاقی نیمسازهای زاویه  $A$  با  $y'$  را درنظر گرفته و تصویر  $I_i$  را بر  $y'$  تعیین کرده به روش بالا عمل کنیم نتیجه خواهد شد :

$$\frac{4}{y} = \sum \frac{1}{y_i}$$

۶۳/۲۶ - ترجمه از فرانسه

سه نقطه ثابت  $A$  و  $B$  و  $O$  به همین ترتیب بر یک خط  $OA = a > b$  و  $OB = b$  و  $MA = MB$  را دارای دلخواهی از صفحه باشد. خطوط  $MA$  و  $MB$  رسم می‌کنیم و از  $O$  موازی با  $MA$  و  $MB$  رسم می‌کنیم که به ترتیب  $Q$  و  $P$  را در  $Q$  و  $P$  قطع می‌کنند و از  $M$  موازی  $PQ$  رسم می‌کنیم که  $D$  را در  $O'$  قطع می‌کند.

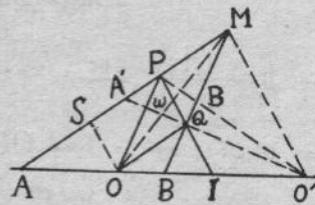
- ۱) وقتی  $M$  در صفحه قرار گیرد که  $PQ$  بر نقطه ثابت  $I$  می‌گذرد.
- ۲) ثابت کنید که خط  $O'Q$  بروسط  $MA$  و  $O'P$  بر وسط  $MB$  می‌گذرد.

$$3) \text{ وقتی نسبت } \frac{MO}{PQ} = k \text{ مقدار ثابت باشد مکان } M$$

و همچنین مکان  $(\omega)$  وسط  $PQ$  را پیدا کنید و در نوع آنها بر حسب  $k$  بحث کنید.

۴) حالت خاص  $k=1$  را بررسی کنید و مکانهای بالارا به صورت ساده‌تر بدست آورید.

حل - اگر  $O$  وسط  $AB$  باشد  $PQ$  با  $AB$  موازی



است و  $O'$  وجود ندارد.  
فرض می‌کنیم  $O$  وسط  $AB$  نیاشد و  $\omega$  وسط  $PQ$  (نقطه تلاقی  $PQ$  و  $MO$ ) باشد. دسته شماهای  $MO$  و  $MO'$  باشند.

$(MP)$  توافقی است و در نتیجه تقسیم  $(O'Q)$  و  $(O'P)$  توافقی می‌باشد و چون سه نقطه  $A$  و  $B$  و  $O$  از این تقسیم ثابت می‌باشند پس  $O'$  نقطه ثابت می‌باشد. چون  $\omega$  وسط  $PQ$  با  $MO$  موازی است لازم می‌آید که  $I$  نقطه تلاقی  $PQ$  با  $AB$  در وسط  $O'$  واقع بود و نقطه ثابت باشد.

$$\alpha = \frac{K\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \text{ یا } K\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

۶۲/۲۵ - ترجمه از فرانسه

در صفحه محورهای مختصات متعامد  $x'y$  و  $x'0x$  نقطه  $M$  را غیرواقع بر محورها در نظر می‌گیریم و تصویرهای آنرا بر  $x'y$  و  $x'0x$  به ترتیب  $A$  و  $B$  می‌نامیم. مختصات مرکزهای دایره‌های محاطی داخلی و خارجی مثلث  $OAB$  را

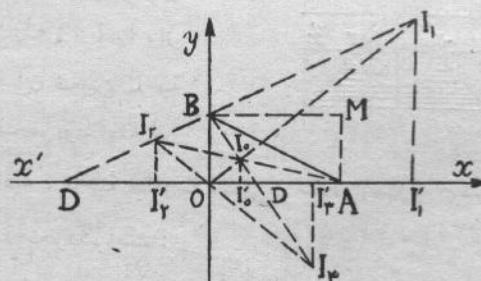
به ترتیب چنین فرض می‌کنیم :

$$I_1(x_1, y_1), I_2(x_2, y_2), I_3(x_3, y_3), I_4(x_4, y_4)$$

به فرض  $(3+2+1=0)$  ثابت کنید که :

$$\sum \frac{1}{x_i} = \frac{4}{x} \text{ و } \sum \frac{1}{y_i} = \frac{4}{y}$$

حل - اگر  $D$  و  $D'$  محل تلاقی نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه  $B$  با  $x'y$  و  $x'0x$  به ترتیب



تصویرهای  $I_1, I_2, I_3, I_4$  روی  $x'$  باشد چون  $(O, A, D, D')$  یک تقسیم توافقی است داریم :

$$(1) \quad \frac{2}{OD} = \frac{1}{OI_1} + \frac{1}{OI_2}$$

تقسیمهای  $(I_3, I_4, D, O)$  و  $(I_1, I_2, D', O)$  نیز توافقی اند و داریم :

$$(2) \quad \frac{2}{OD'} = \frac{1}{OI_3} + \frac{1}{OI_4}$$

$$(3) \quad \frac{2}{OD} = \frac{1}{OI_1} + \frac{1}{OI_2}$$

طرفین رابطه (1) را در دو ضرب می‌کنیم و طرفین رابطه حاصل را با طرفین رابطه‌های (2) و (3) جمع می‌کنیم، حاصل می‌شود :

$$\frac{4}{OD} = \frac{1}{OI_1} + \frac{1}{OI_2} + \frac{1}{OI_3} + \frac{1}{OI_4}$$

در صفحه محورهای مختصات متعامد نقطه  $(y, x)$  در چه ناحیه‌ای واقع باشد تابعهارت زیر بتواند برابر باسینوس یک زاویه حاده باشد.

$$S = \frac{x^2 + y^2 - 4}{(x+y-2)(x-y+2)}$$

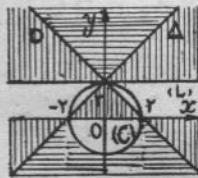
حل - در حقیقت باید نامساوی مضاعف زیر برقرار باشد.

$$\frac{x^2 + y^2 - 4}{(x+y-2)(x-y+2)} < 1$$

این نامساوی مضاعف پس از اختصار به صورت دستگاه زیر درمی‌آید،

$$\left\{ \begin{array}{l} (x^2 + y^2 - 4)(x+y-2)(x-y+2) > 0 \\ y(y-2)(x+y-2)(x-y+2) < 0 \end{array} \right.$$

با رسم نمایش



هندرسی هر یک از عاملها و تعیین علامت مر بوط به هر ناحیه آنها واز روی آن تعیین ناحیه جواب مر بوط به هر

نامعادله، ناحیه مطلوب قسمتی از صفحه است که در شکل مقابل هاشور نخورده است.

مسائل ترجمه: جعفر آقایانی چاوشی

- ۶۲/۲۸ - جوابهای معادله سیال زیر را بدست آورید.

$$(x^4 + y^4 + z^4) = 2(x^4 + y^4 + z^4)$$

حل - معادله به صورت زیر تجزیه می‌شود:

$$(x^4 + y^4 + z^4)(x^4 + y^4 - z^4)(y^4 + z^4 - x^4) \times (z^4 + x^4 - y^4) = 0$$

عبارت پرانتر اول مثبت و مخالف صفر است و هر یک از پرانترهای دیگر را که برابر با صفر اختیار کنیم نتیجه می‌شود که  $x^4$  و  $y^4$  و  $z^4$  سه عدد فیثاغورسی می‌باشند یعنی:

$$x = 2mn \quad y = m^2 - n^2 \quad z = m^2 + n^2$$

- ۶۲/۲۹ - اگر  $R$  و  $r$  به ترتیب شعاعهای دایره‌های محیطی و محاطی داخلی مثلث  $ABC$  و  $r = kR$  باشد ثابت کنید که:

$$(I) \quad -1 + 4k - k^2 \leq \cos A \cos B + \cos B \cos C + \cos C \cos A \leq k + k^2$$

۲) دسته شعاعهای  $QA'$  و  $QB'$  و  $QO'$  توافقی است و چون  $MA$  با شعاع  $QO$  موازی است پس بوسیله سه شعاع دیگر به دو قسمت برابر تقسیم می‌شود یعنی از  $QO'$  از  $MA$  می‌گذرد، همچنین با توجه به اینکه دسته شعاعهای  $PA'$  و  $PB'$  و  $PO'$  توافقی است نتیجه خواهد شد که از  $B'$  وسط  $MB'$  می‌گذرد.

۳) از  $O$  موازی با  $PQ$  رسم می‌کنیم که  $MA$  را در قطع کند. چون چهارضلعی  $OSPQ$  متوازی الاضلاع است  $OS = PQ$  و از تشابه مثلثهای  $AOS$  و  $AO'M$  نتیجه می‌شود:

$$\frac{SO}{MO'} = \frac{AO}{AO'} \quad \text{یا} \quad \frac{PQ}{MO'} = \frac{AO}{AO'}$$

$$\frac{MO}{MO'} = \frac{MO}{PQ} \cdot \frac{AO}{AO'} = k \cdot \frac{AO}{AO'}$$

نتیجه خواهد شد که مکان  $M$  دایره‌ای است به قطر  $JJ'$  که  $J'$  قطع خط  $OO'$  را به نسبت ثابت بالا تقسیم می‌کند.

وسط  $MO$  است پس مکان  $(M)$  عبارتست از مجанс مکان  $M$

در تجانس بامرکز  $O$  و به نسبت  $\frac{1}{2}$  که یک دایره می‌باشد.

$$\frac{AO}{AO'} = \frac{a}{AO+OO'} = \frac{a-b}{a+b}$$

$$\frac{MO}{MO'} = k \cdot \frac{a-b}{a+b}$$

الف - اگر  $\frac{a-b}{a+b} \neq 1$  باشد یعنی

$k \neq \frac{a+b}{a-b}$  باشد مکان  $M$  و همچنین مکان  $(M)$  دایره‌های فوق ذکر می‌باشند.

ب - اگر  $k = \frac{a+b}{a-b}$  باشد مکان  $M$  به عمود منصف

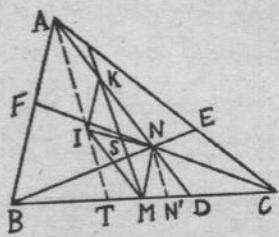
$OO'$  تبدیل می‌شود و مکان  $(M)$  خط میجانس این عمود منصف در

تجانس  $(\frac{1}{2} \text{ و } O)$  می‌باشد

۴) وقتی  $k = 1$  باشد چهارضلعی  $OPMQ$  مستطیل است و در نتیجه مکان  $M$  دایره‌ای است به قطر  $AB$ .

- ۶۲/۳۷ - ترجمه از فرانسه (چون در چاپ صورت این مسئله در شماره گذشته عبارت مر بوط از قلم افتاده بود چاپ آن تجدید می‌شود).

دایره محاطی داخلی را به نقطه تقارب سه منصف المحيط مرسم  
از رأسها وصل می‌کند.



حل - سه خط  
منصف المحيط مثلث  
ABC را که از رأسها  
رسم شوند به ترتیب  
CF و BE و AD  
می‌نامیم. خواهیم داشت:

$$AE = BD = p - c$$

$$AF = CD = p - b$$

$$BF = CE = p - a$$

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{EC}}{\overline{EA}} \cdot \frac{\overline{FA}}{\overline{FB}} = -1$$

بنابراین به عکس قضیه سواسه خط AD و BE در  
متقارب می‌باشند.

اگر M وسط ضلع BC و M' منصف المحيط باشد  
با محاسبه ساده‌ای معلوم خواهد شد که:

$$\frac{CM'}{CA} = \frac{b+c}{2b}$$

و اگر AT نیمساز داخلی زاویه A باشد داریم:

$$\frac{CM}{CT} = \frac{b+c}{2b} \Rightarrow \frac{CM'}{CA} = \frac{CM}{CT}$$

و نتیجه می‌شود که MM' بانیمساز AT موازی است. از این راه به آسانی ثابت می‌شود که سه منصف المحيط مرسم از اوساط اضلاع در یک نقطه S متقارب می‌باشند. ثانیاً اگر I مرکز دایره محاطی مثلث باشد و از N موازی با AT رسم کنیم که BC را در N قطع کند. خواهیم داشت:

$$\frac{TN'}{ND} = \frac{AN}{ND} = \frac{AE}{CE} + \frac{AF}{BF} = \frac{2a}{b+c-a}$$

$$\frac{TN'}{TD} = \frac{2a}{a+b+c}$$

$$TN' = \frac{a(b-c)}{b+c} = 2TM$$

در دوزنقة TN'TA چون M وسط TN' و TA

با موقعیه موازی است پس ساق AN را در K نصف می‌کند  
و چون S وسط MK است و چهارضلعی MNKI متوازی اضلاع  
است پس S وسط IN می‌باشد.

$$(II) -1 + 2k - \frac{3}{2}k^2 \cos A \cos B \cos C < \frac{1}{2}k^2$$

حل - اگر I و G و H به ترتیب مرکز دایره محاطی  
داخلی، مرکز نقل و مرکز ارتفاعی مثلث باشد داریم:

$$4R^2 \cos A \cos B \cos C = 2r^2 - IH^2 = 9IG^2 + 12Rr - 4R^2 - 6r^2$$

مقادیر IG و IP فقط در مورد مثلث متساوی الاضلاع  
برابر با صفر می‌باشند بنابراین نامساوی (۲) محقق می‌شود.

همچنین می‌دانیم که:

$$2 \cos A \cos B \cos C = 1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C \\ = 2 \sum \cos A \cos B - (\sum \cos A)^2 + 1 \\ = 2 \sum \cos A \cos B - (k+1)^2 + 1 \\ 2 \sum \cos A \cos B = 2 \cos A \cos B \cos C + k^2 + 2k$$

که چون در نامساوی (۲) منظور کنیم نامساوی (۱) بدست می‌آید.

۶۲/۳۰ - ثابت کنید بین a و b و c اندازه‌های ضلع‌های مثلث حاده‌الزوايا و r\_a و r\_b و r\_c شعاع‌های دایره‌های محاطی آن نامساویها یا تساوی‌های ذیر برقرار است.

$$(I) (\sum a)^2 \leq 5 \sum a^2 b - 2abc$$

$$(II) 9r(\sum r_a)^2 + 9r^2 \geq 32r_a r_b r_c - 14r^2 \sum r_a$$

حل - داریم:

$$\sum a^2 b = 2p(p^2 - 2Rr + r^2)$$

$$abc = 4Rrp \quad r_a r_b r_c = rp^2$$

$$\sum r_a = 4R + r \quad \sum a^2 = 2(p^2 - 4Rr - r^2)$$

و نامساوی (۱) چنین می‌شود،

$$8p^2 \leq 10p(p^2 - 2Rr + r^2) - 12Rrp$$

$$\Rightarrow r(16R - 5r) \leq p^2$$

که نامساوی اخیر بمسادگی ثابت می‌شود:

نامساوی (۲) چنین می‌شود،

$$9r(4R+r)^2 + 9r^2 \geq 32p^2 - 14r^2(4R+r)$$

این نامساوی بعد از اختصار چنین می‌شود.

$$9R^2 > \sum a^2$$

که اثبات آن بمسادگی انجام می‌گیرد.

۶۲/۳۱ - ثابت کنید در هر مثلث سه خط منصف المحيط متقارن‌بند و در حالی که سه خط مزبور از اوساط اضلاع رسم شوند نقطه تقارب آنها بر وسط قطعه خطی واقع است که مرکز

برای  $N < 2997$  و  $C < 999$  و  $H < W$  ، بدست می‌آید  
چون فقط سه جواب برای  $N$  قابل قبول است، پس ، اگر حداقل  
یک جواب برای مقادیر مختلف  $N$  ، از این مجموعه جواب  
مسئله باشد دو جواب دیگر باید از آن بدست آیند ،  
بنابراین جوابهای مسئله از روی جدول زیر بدست می‌آید

	جوفز	اسمیت	وایت
W	۶۰۷	۶۶۳	۷۷۷
H	۴۹۳	۵۰۷	۵۵۵
C	۳۴۳	۲۷۳	۱۱۱
	۱۴۴۳	۱۴۴۳	۱۴۴۳

	جوفز	اسمیت	وایت
W'	۳۶۸۴۴۹	۴۳۹۵۶۹	۶۰۳۷۲۹
H'	۲۴۳۰۴۹	۲۵۷۰۴۹	۳۰۸۰۲۵
C'	۱۱۷۶۴۹	۷۴۵۲۹	۱۲۳۲۱
	۷۲۹۱۴۷	۷۷۱۱۴۷	۹۲۴۰۷۵

## حل مسائل فیزیک

ترجمه و انتخاب توسط : حسین فرمان  
۶۲/۳۳ - وزنهای بوزن  $P$  از لب میزی رها می‌شود ،  
اگر در همین لحظه نیروی افقی ثابت  $f$  در امتداد افقی بر جسم  
وارد شود وضع و مسیر حرکت را بررسی کنید .

حل - اگر شتاب حرکت افقی  $F_x$  را حساب کنیم می‌شود :

$$F_x = m\gamma_x \Rightarrow f = \frac{P}{g}\gamma_x \Rightarrow \gamma_x = \frac{f}{Pg}$$

و در امتداد قائم به علت نیروی وزن  $P$  حرکتی تندشونده دارد :

$$F_y = m\gamma_y \Rightarrow P = \frac{P}{g}\gamma_y \Rightarrow \gamma_y = g$$

مؤلفهای حرکت چنین است :

$$x = \frac{1}{2}\gamma t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{Pg} t^2 \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

(دنباله در صفحه ۵۴)

- ۶۲/۳۳ - مرد پیری سه دختر داشت که هر سه شوهر  
کرده و هر کدام تنها یک بچه داشتند . این دختران خانم جوفز ،  
خانم وايت ، خانم اسمیت نامیده می‌شدند . هنگامی که این مرد  
پیرجهان را پدرود گفت وصیت نامه‌ای از خود باقی گذاشت که  
بنابر آن داراییش بین دختران ، دامادها و نوه‌هاش بخش شد  
به این ترتیب که بهر یک از ورثه تعدادی کیسه‌های محتوی دلار  
رسید که تعداد دلارهای هر کیسه متعلق به هر شخص برابر بود  
با تعداد کیسه‌های همان شخص و سهم هر داماد نصف مجموع  
سهمهای ذن و بچه‌اش بود . گرچه مجموع دریافتی‌های هر سه  
خانواده متفاوت بود اما تعداد کیسه‌های دریافتی آنها برابر بود  
و علاوه بر آن مجموع کیسه‌های دریافتی خانم جوفز و خانم  
اسمیت معادل بود با مجموع کیسه‌های دریافتی خانم وايت و  
خانم اسمیت .

باتوجه به اینکه سه خانواده مزبور بعد از دریافت این  
ارثیه از بی‌چیزی به تمویل رسیدند اما میلیون نشدند سهم هر یک  
از آنها را حساب کنید .

حل - فرض می‌کنیم  $W$  و  $H$  و  $C$  به ترتیب تعداد  
کیسه‌ها و  $W'$  و  $H'$  و  $C'$  نیز به ترتیب مقدار دلارهای متعلق  
به هر یک از افراد یک خانواده باشد . پس داریم :

$$W' + C' = 2H'$$

$$C = x - y \quad W = x + y \quad : \quad$$

$$x + y = H' \quad : \quad$$

از این معادله نتیجه می‌شود :

$$x = m' - n' \quad y = 2mn \quad H = m' + n'$$

که در آن  $m$  و  $n$  اعداد مختلف و صحیح و مثبت بوده و

$$(m + n) = 1 \quad m > n$$

از اینجا نتیجه می‌شود :

$$W = m' + 2mn + n' \quad C = m' - 2mn - n'$$

و نیز تعداد کیسه‌های متعلق به هر خانواده برابر است با :

$$N = W + C + H = 3m' - n'$$

چون هیچکدام از افراد میلیون نشدند ، هیچیک از  
مقادیر  $C$  و  $H$  و  $W$  از  $999$  تجاوز نخواهد کرد بنابراین  
 $N < 2997$  ، از جدول مثلثهای فیثاغورسی مقدار ممکن برای  
 $W$  و  $C$  و  $H$  بدست می‌آید ، برای مثال از :

$$(x + y + H) = 345$$

نتیجه می‌شود :

$$(W + C + H) = 761$$

بنابراین ، ۱۲۸ جواب که نسبت به هم اول می‌باشند

# مسایل پرایی حل

## کلاس چهارم طبیعی

۶۳/۵ - فرستنده: محسن سربیشه‌ای دانشجوی  
دانشگاه مشهد

دو چرخ یک دستگاه ماشین بوسیله تسمه قیچی به هم  
مربوط‌اند بقسمی که حرکت یکی از آنها در خلاف جهت بدیگری  
منتقل می‌شود. اگر شاوهای دو چرخ  $R$  و  $R'$  و طول  
خط‌المرکزین آنها  $(R+R')$  باشد طول تسمه را بر حسب  
 $R$  و  $R'$  حساب کنید. درحالی که طول خط‌المرکزین  
باشد نیز طول تسمه را حساب کنید.

## کلاس پنجم طبیعی

۶۳/۶ - اولاً منحنی‌های به معادله‌های زیر را در یک  
دستگاه محورها رسم کنید:

$$y = x^3 - x - 6 \quad y = -\frac{1}{25}(x^2 - x - 6)$$

ثانیاً معادلات مماس‌های بر دو منحنی را در نقاط تلاقی  
آنها بنویسید و مساحت چهارضلعی را که از تلاقی این مماسها  
با هم بدست می‌آید حساب کنید.

۶۳/۷ - معادله زیر را حل کنید و صورت کلی جوابهای  
آنرا بدست آورید:

$$\cos(2x - \frac{\pi}{5}) + \sin x \cos \frac{\pi}{10} - \cos x \sin \frac{\pi}{10} = 1$$

## کلاس پنجم ریاضی

۶۳/۸ - تابع زیر را در نظر می‌گیریم و منحنی نمایش  
آنرا  $H$  می‌نامیم:

$$y = \frac{a^x}{2x} \quad (a \neq 0)$$

- ۱) منحنی  $H$  را در ازاء  $a=2$  رسم کنید.
- ۲) نقطه  $F$  را بر نیمساز ربع اول و نقطه  $F'$  را بر  
نیمساز ربع سوم محورها چنان انتخاب می‌کنیم که  
 $OF = OF' = a\sqrt{2}$  باشد و نقطه غیر مشخص  $M$  واقع در  
صفحة محورها را در نظر گرفته و فرض می‌کنیم:

۶۳/۹ - معادله زیر مفروض است:

$$(m^2 - 9)x^2 - (2m + 1)x + m - 2 = 0$$

وقتی که معادله دوریشه  $x'$  و  $x''$  داشته و:

$$x' = \sin^2 \alpha \quad x'' = \cos^2 \alpha$$

باشد اولاً مقدار  $m$  و ثانیاً مقدار  $\alpha$  را بدست آورید.

۶۳/۱۰ - مثلث متساوی‌الاطلاع  $ABC$  مفروض است.

نیمدايرمای رسم می‌کنیم که قطر آن روی ضلع  $BC$  واقع بوده  
در  $D$  بر  $AB$  و در  $E$  بر  $AC$  مماس باشد. مماس دیگری  
براین نیمدايرم رسم می‌کنیم که  $AB$  را در  $M$  و  $AC$  را  
در  $P$  قطع کند. اگر  $O$  وسط  $BC$  باشد ثابت کنید که مثلثهای  
 $POC$  و  $MOP$  با هم متشابهند و از آن تتجه  
بگیرید که:

$$BM \cdot CP = OB^2 = OC^2$$

## کلاس چهارم ریاضی

۶۳/۱۱ - معادله‌ای از درجه پنجم بنویسید که اگر  $x_1$  و  
 $x_2$  و  $x_3$  و  $x_4$  و  $x_5$  ریشه‌های آن باشند داشته باشیم:

$$\begin{cases} x_1^5 + x_2^5 = m^2 + 1 & , m > 0 \\ x_1^4 + x_2^4 = m^4 + 1 & , x_1 x_2 > 0 \\ x_3^{-2} + x_4^{-2} = 1 + (m-1)^{-2} \\ x_3^{-1} + x_4^{-1} = m(m-1)^{-1} \\ x_5 = x_3 + x_4 - x_1 x_2 \end{cases}$$

۶۳/۱۲ - از مجله ریاضیات دانش‌آموز  
در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  که زاویه  $C$  قائم است  
 $BC = a$  و  $AC = b$  معلوم است روی وتر  $AB$  نقطه  $D$   
را چنان اختیار کرد این که اندازه زاویه  $BCD$  برابر با  $30^\circ$   
است - طول  $CD$  را بر حسب  $a$  و  $b$  حساب کنید.

۶۳/۱۲ - در مثلث  $ABC$  زاویه  $A$  برابر با  $60^\circ$  درجه است و ضلع  $BC$  با میانه  $CM$  برابر است. طولهای  $AC$  و  $BC$  را بحسب  $c = AB$  بدست آورید.

## کلاس ششم ریاضی

۶۳/۱۳ - ترجمه از فرانسه

$y = x \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$  تابع زیر مفروض است: که در آن  $x$  عدد مثبت و معلوم است.

۱ - جدول تغیرات و منحنی  $C$  نمایش هندسی این تابع رارسم کنید.

۲ - از نقطه  $O$  خط  $D$  با ضریب زاویه‌ای مثبت رسم می‌شود که منحنی را در نقطه دیگر  $M$  قطع می‌کند. اگر  $\varphi$  زاویه حاده‌ای باشد که این خط با  $Ox$  می‌سازد مختصات  $M$  را بحسب  $\varphi$  حساب کنید. در صورتی که  $M$  منکس در انعکاس به قطب  $O$  و به قوت  $\varphi$  باشد مختصات  $M$  را نیز بدست آورید.

۳ - رابطه‌ای را که بین مختصات  $M$  مستقل از  $\varphi$  وجود دارد بدست آورید. محور  $y$  را منتقل می‌کنیم تا  $\varphi$  مبدأ جدید که نسبت به دستگاه قدیم به طول  $\frac{\pi}{2}$  باشد. معادله مکان  $M$  را نسبت به دستگاه جدید بدست آورید و منحنی نمایش آنرارسم کنید.

۶۳/۱۴ - ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

رابطه‌های زیر را برای هر مثلث ثابت کنید:

$$(1) \quad \frac{h_a}{ber_a} + \frac{h_b}{car_b} + \frac{h_c}{abr_c} = \frac{1}{2Rr}$$

$$(2) \quad \frac{ha+ra}{ber_a} + \frac{hb+rb}{car_b} + \frac{hc+rc}{abr_c} = \frac{1}{Rr}$$

۶۳/۱۵ - از طهمورث اسکندری شم ریاضی دیستان هدایت سندج

ثابت کنید که عدد  $69^\circ 6' + 19^\circ 14'$  بخش پذیر است.

۶۳/۱۶ - ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

دایره  $O$  و نقطه  $C$  روی آن و دو نقطه  $B$  و  $A$  غیر واقع بر آن مفروض است. نقطه  $S$  را روی دایره  $O$  چنان بیاورد که  $SC$  نیمساز زاویه  $ASB$  باشد.

۶۳/۱۷ - از محمود لشکریزاده بمی دانشکده علوم اصفهان

دایره  $O$  و نقطه  $F$  واقع بر آن مفروض است. سهمی رسم کنید که  $F$  کانون آن و خط  $FO$  محور آن بوده و بر دایره  $O$  مماس باشد.

$S = (MF + MF')(MF + MF' - 2a) \times (MF - MF' + 2a)(MF - MF' - 2a)$   
الف - عبارت  $S$  را بر حسب  $(MF + MF')$  و  $a$  مرتب کنید.

ب - مقادیر عبارتهای  $a$  و  $MF + MF'$  را بر حسب  $y$  و  $x$  مختصات نقطه  $M$  حساب کنید.

ج - اگر  $M$  روی منحنی  $H$  واقع باشد مقدار  $S$  مقدار خواهد بود در این حال معلوم کنید که کدامیک از عاملهای  $H$  می‌تواند برابر باشد و از روی آن یک خاصیت هندسی منحنی  $H$  را نتیجه بگیرید.

۶۳/۹ - فرستنده: محمد رضا رحیمیان کلاس ششم ریاضی دیستان صارعیه

معادله زیر را حل کنید:

$$tg^3 x = \frac{\cot g x \cos x - 3 \sin x}{3 \cot g^2 x \cos x - \cos x}$$

۶۳/۱۰ - ترجمه از فرانسه ثابت کنید در هر چهار وجهی که چهار ارتفاع در یک نقطه  $H$  متقابل باشند:

۱ - بالهای مقابل دو به دو برهم عمودند.

۲ - پای ارتفاع وارد از هر رأس بمرکز ارتفاعی وجه مقابل قرار دارد.

۳ - عمود مشترکهای بالهای مقابل از  $H$  می‌گذرند.

۴ - قطعه خطهای واصل بین اوساط بالهای مقابل با یکدیگر برابرند.

۵ - اگر  $G$  مرکز نقل چهار وجهی و  $O$  مرکز کره محیطی آن باشد سه نقطه  $O$  و  $G$  و  $H$  روی یک خط راست واقع اند و  $G$  وسط  $OH$  می‌باشد.

۶ - اوساط چهاریال و پای عمود مشترکها روی بالهای مقابل (دوازده نقطه) روی کره بمرکز  $G$  قرار دارند.

## کلاس ششم طبیعی

۶۳/۱۱ - اولاً معادله دایره  $C$  را بنویسید که  $Ox$  را در نقطه  $F$  به طول  $4$  و  $Oy$  را در  $B$  به عرض  $3$  قطع کند و مرکز آن بر نیمساز بیانی اول و سوم محورها قرار داشته باشد. ثانیاً معادله بیضی  $E$  را بنویسید که  $F$  کانون و  $B$  یک رأس و  $O$  مرکز آن باشد.

ثالثاً معادله سهمی  $P$  را بنویسید که از مرکز دایره  $C$  می‌گذرد و  $F$  کانون آن و محور  $y$  خط هادی آن می‌باشد.

## مسائل متفرقه

### براي داوطلبان امتحانات ورودي داشکده ها

۶۳/۲۳ - عدد  $Z$  را بر حسب  $x$  و  $y$  جنان تعیین کنید که عبارت زير مربع كامل باشد :

$$S = 4x + 4y + 4z$$

۶۳/۲۴ - هرگاه  $b < a \neq r$  باشد ثابت کنید که :

$$\frac{b-a}{V(a^r+r^r)(b^r+r^r)} < \frac{1}{r} \left( \operatorname{Arctg} \frac{b}{r} - \operatorname{Arctg} \frac{a}{r} \right)$$

#### مسائل ترجمه از فرانسه

۶۳/۲۵ - در مثلث  $ABC$  زاويه  $A$  برابر با  $60^\circ$  درجه است . اگر  $O$  مرکز دایره محیطی و  $H$  مرکز ارتفاعی مثلث باشد و خطی که بر  $O$  و  $H$  میگذرد  $AB$  را در  $B'$  و  $AC$  را در  $C'$  قطع کند ، ثابت کنید که مثلث  $'B'C'A$  متساوی الاشاع است .

۶۳/۲۶ - دو دایره  $(O)$  و  $(O')$  به مرکزهای  $O$  و  $O'$  مفروض است بقسمی که  $O$  بر دایره  $(O')$  واقع است . از نقطه  $M$  واقع بر  $(O')$  مساهای  $MA$  و  $MB$  را بر  $(O)$  متغیر  $M$  کنید . رسم میکنیم که  $(O')$  را به ترتیب در  $C$  و  $D$  قطع میکنند . اولاً ثابت کنید که  $CD$  دارای امتداد ثابتی است .

ثانيًا از  $C$  مماس  $CB'$  و از  $D$  مماس  $DA'$  را بر  $(O)$  رسم میکنیم که یکدیگر را در  $M'$  قطع میکنند مکان  $M'$  را پیدا کنید .

۶۳/۲۷ - در دایره مفروض به مرکز  $O$  دوقطر عمود برهم  $CD$  و  $AB$  را رسم میکنیم و نقطه  $M$  را بر قطعه خط  $AB$  در نقطه  $CM$  گیریم . خط  $CM$  دایره را در  $N$  قطع میکند و مماسی که در  $N$  بر دایره رسم شود عمود مرسمون بر  $AB$  در  $M$  را در  $P$  تلاقی میکند . مکان نقطه  $P$  را بدست آورید .

۶۳/۲۸ - دو دایره متساوی به مرکزهای  $O$  و  $O'$  در مقطع اندو  $CA$  نقطه ای متغیر واقع بر دایره  $O$  میباشد . اگر  $D$  نقطه ای از دایره  $O'$  باشد که  $OC$  و  $OD$  موازی و همجهت یکدیگر باشند و  $D$  انتهای دیگر قطر مارب  $AB$  از دایره  $O'$  باشد .

الف - ثابت کنید که سه خط  $OO'$  و  $AB$  و  $CD$  یکدیگر را نصف میکنند .

ب - ثابت کنید که  $A$  مرکز ارتفاعی مثلث  $BCD$  است

۶۳/۱۸ - از نعمت الله صالحیزاده ماسوله ششم ریاضی دبیرستان محمد رضا شاه رشت

ثابت کنید که در هر مثلث داریم :

$$a^2 + b^2 + c^2 + 4R(h_a + h_b + h_c) < 27R^2$$

۶۳/۱۹ - از على ظرافت جو ششم ریاضی دبیرستان مردم .

دستگاه سه معادله زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \frac{\cos(z-y)-\cos(2x+y+z)}{\cos y \cos z (1+\cos 2x)} = -2\sqrt{3} \\ \frac{\cos(x-z)-\cos(2y+z+x)}{\cos x \cos z (1+\cos 2y)} = 2-2\sqrt{3} \\ \frac{\cos(y-x)-\cos(2z+x+y)}{\cos x \cos y (1+\cos 2z)} = 6+2\sqrt{3} \end{cases}$$

۶۳/۲۰ - ترجمه از فرانسه

معادله زیر را حل و بحث کنید و در حالات  $m = \frac{3}{2}$  همه

جوابهای آنرا مشخص کنید :

$$\sin 4x = m \tan x$$

۶۳/۲۱ - ترجمه از فرانسه

خط ثابت  $L$  و نقطه ثابت  $A$  به فاصله  $OA = 2a$  از آن واقع است . دایره متغیر  $C$  را در نظر میگیریم که مرکز آن  $C$  روی  $L$  واقع باشد . از  $A$  مساهای  $AN$  و  $AM$  را براين دایره رسم میکنیم و عمود  $Cx$  را بر  $L$  اخراج میکنیم که  $MN$  را در  $H$  قطع میکند .

۱- مکان  $H$  را تعیین کنید .

۲- ثابت کنید  $MN$  بر سهی میثابی مماس است . این سهی را مشخص کنید .

#### مسائل ترجمه : جعفر آفایانی چاوشی

۶۳/۲۲ - ثابت کنید که در هر مثلث داریم :

$$\frac{r_a}{h_a} + \frac{r_b}{h_b} + \frac{r_c}{h_c} > 3$$

است . صفحه دلخواهی در نظر می گیریم که از  $O$  بگذرد و قرینه  $\Delta$  را نسبت به این صفحه  $D$ -می نامیم .

الف .. ثابت کنید همه خطوط  $D$  که به این ترتیب بددست می آیند بر یک کره  $S$  مماس می باشند و این کره را مشخص کنید .

ب .. اگر  $B$  نقطه دلخواهی از فضای باشد پس حسب مواضع  $B$  در تعداد خطوط  $D$  که از  $B$  می گذرند بحث کنید . ثابت کنید که در مورد بعضی از مواضع  $B$  تعداد خطوط  $D$  مابین آن بینهای است و در این حال مکان این خطوط تعیین کنید .

ج .. صفحه  $\pi$  را در نظر می گیریم که بر  $\Delta$  بگذرد و کره  $S$  را در دایره  $I$  قطع کند . مکان نقاط  $M$  از این صفحه را تعیین کنید که از آنها دو خط  $D$  عمود بر هم می گذرد .

ج - مکان پای هر یک از ارتفاعهای مثلث  $BCD$  را تعیین کنید .

۶۳/۴۹ - چند وجهی محدب  $P$  را در نظر می گیریم که هر یک از وجدهای آن  $m$  ضلعی و هر یک از رأسهای آن دارای  $n$  یال می باشد ، اگر  $F$  تعداد وجدها ،  $S$  تعداد رأسها و  $A$  تعداد بالهای این چند وجهی باشد .

الف .. ثابت کنید که :

$$2A = mF + nS$$

ب .. ثابت کنید که :

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - \frac{1}{2}$$

و حداقل یکی از دو عدد  $m$  یا  $n$  برابر با ۳ است .

۶۳/۵۰ - خط  $\Delta$  و نقطه  $O$  غیر واقع بر آن مفروض

### مقدمات آمار (بقیه از صفحه ۳۴۴)

در مورد رابطه (۲) داریم :

$$\frac{\sum Y_i'}{\sum Y_i} = \frac{\sum a' X_i'}{\sum Y_i} = \frac{a' \sum X_i'}{\sum X_i' \sum Y_i} = r'$$

از رابطه (۱) بر می آید که  $\sum Y_i' < \sum Y_i$  ، تساوی تنها وقتی برقرار است که همه انحرافهای  $X_i'$  صفر باشند ، به عبارت دیگر همه نقاط روی یک خط مستقیم واقع باشند . از

(۲) بر می آید که  $r' < 1$  که تساوی با همان شرایط برقرار می شود .

در حالت ناوابستگی ، محورهای  $X$  و  $Y$  محورهای تقارن ابری هستند در نتیجه می شود :

$$\sum X_i Y_i = 0 \Rightarrow r = 0$$

همچنین با توجه به ملاحظات مر بوط به تعریف  $r$  معلوم می شود که  $r > 0$  به معنی همبستگی مثبت و  $r < 0$  به معنی همبستگی منفی است و  $|r|$  هر قدر بزرگتر باشد همبستگی شدیدتر است .

### ۵ - تبصره :

هر قدر که  $N$  شماره مشاهدات بزرگتر باشد ضریب همبستگی خطی معنی دقیقتی دارد . وقتی  $N$  کوچک باشد (مثلث از ۱۵ کوچکتر باشد) فقط می توان بین مقداری که از روی  $r$  بددست می آید و درجه همبستگی یک انتقال نسبی را مورد قبول قرار داد .

### ج - اثبات :

عملیات را نسبت به محورهای  $X$  و  $Y$  انجام می -

دهیم و به هر یک از نقطه های :

$(X_N, Y_N)$  و ... و  $(X_i, Y_i)$  و ... و  $(X_1, Y_1)$  شماره ای نسبت می دهیم . معادله خط بازگشت  $Y$  نسبت به  $X$  عبارتست از :

$$Y = aX , a = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i} , r = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2}$$

همچنین مقدار برآورده  $Y_i'$  یعنی عرض نقطه به طول  $X_i$  از خط بازگشت را با  $a X_i' = Y_i'$  نشان می دهیم . در این صورت دورابطه زیر را داریم :

$$(1) \quad \sum_{i=1}^N Y_i' = \sum_{i=1}^N Y_i + \sum_{i=1}^N (Y_i - Y_i')$$

$$(2) \quad r' = \frac{\sum Y_i'}{\sum Y_i}$$

در حقیقت داریم :

$$Y_i = Y_i' + (Y_i - Y_i') = Y_i' + (Y_i - a X_i)$$

$$Y_i' = Y_i + 2a X_i (Y_i - a X_i) + (Y_i - a Y_i')$$

$$\sum Y_i' = \sum Y_i + 2a (\sum X_i Y_i - a \sum X_i) + \sum (Y_i - a Y_i')$$

جمله وسط صفر است و از آنجا رابطه (۱) محقق می شود .

## با رسید فنی آشنا شوید

نمایند امکان ندارد ، در یک چنین موردی ماشین مورد نظر را از قسمتهای مختلف که قابل تفکیک شدن هست می سازند و به قطعات مجزا از هم در بسته های مختلف بسته بندی نموده و با نقشه سوار شده ماشین به کشور مورد نظر می فرستند و در آنجا شخصی که قادر به خواندن نقشه هست می تواند از روی آن ماشینی را که برای اولین بار می بیند سوار نموده و راه بیندازد . از این جهت است که فعلاً سعی می شود کارگران و استاد کاران صنعتی با خواندن رسم فنی آشنا شوند و به همین دلیل درسالهای اخیر در کنکور دانشکده های صنعتی توجه به این درس زیاد شده و در دانشکده های فنی تلاش برای بالا بردن سطح این درس روز افزون است .

مطلوب دیگری که ایراد عمدۀ دانش آموزان در مورد سایر دروس در کنکور می گردد بی دقتی و بسی توجهی و کم حوصلگی است که این مشکل را هم رسم حل می کند یعنی برای موقیت در رسم اجبار به توجه و دقت و انضباط و نظافت و حوصله بسیار می باشد و این مطلب خود سبب بهتر فکر کردن و موقیت بیشتر در سایر دروس می شود .  
دانش آموزان و داوطلبان کنکور که علاقمند به فرآگیری این درس هستند به اطلاعیه زیر توجه کنند :

اغلب دانش آموزان رشتۀ ریاضی سؤال می کنند رسم فنی چه مورد استفاده ای دارد و برای چه منظور تدریس می شود ؟

رسم فنی را می توان زبان بین المللی صنعت نامید همیشه گویاترین حالت هادر صنعت از طریق شکل عملی است . برای شرح راجع به یک قسمت از یک ماشین گاهی اوقات دو یا سه صفحه شرح می نویسند ولی باز قابل تشخیص بیست ولی یک شکل از آن قسمت از ماشین و یک توضیح مختصر می تواند به خوبی آن قسمت را قابل درک نماید . یا فرض کنید شما بخواهید کتابخانه ای از چوب سنارش دهید بهترین طریقی که می توانید هدف خود را برای نجار مشخص کنید از طریق رسم جسم مورد نظر می باشد .

در صنعت وقتی یک طراح به فکر ساختن جسمی می افتد اول طرح خود را بطور تقریب با دست روی کاغذ می آورد که به آن «کروکی» می گویند و بعد این طرح با وسیله و اندازه روی کاغذ می آید و پس از تکمیل به کارگاه یا کارخانه فرستاده شده و به مورد اجرا گذاشته می شود . یافر پس کنید در کشوری ماشین صنعتی ساخته شده باشد و قرار است برای کشور دیگری فرستاده شود ولی نوع و فرم ماشین طوری است که اگر بخواهند به صورتی که قرار است مورد استفاده قرار گیرد آنرا جهت حمل و نقل آماده

### آموزش رسم فنی از طریق مکاتبه

این مکاتبه همه هفته تا کنکور انجام می گیرد . تمرینهایی که انجام می دهید تصحیح می شود و به کلیه سؤالات شما در این زمینه جواب داده می شود و موقیت شما در این درس تضمین می گردد . داوطلبان برای یک دوره کامل مبلغ ۴۵۵ ریال و ۴ حساب جاری ۶۰۵۲۵ با ناک های ایران - تهران شعبه دانشگاه به نام عبدالله فروزن منظور نمایند و عین رسید یا فتوکپی آنرا همراه با آدرس دقیق خود به نشانی : تهران - خیابان شاهزاده خیابان اردبیلهشت طبقه فوقانی دفتر اسناد رسمی شماره ۵۳ آتله نیما بفرستند . عبداللطیف فرخنده

نظر به اینکه امسال کنکور بعد از امتحانات نهائی و به فاصلۀ کوتاهی انجام می شود در نتیجه دانش آموزان امکان فرآگیری درس رسم را بطور آزاد ندارند، به همین منظور این درس از طریق مکاتبه تدریس می شود . روش تدریس طوری است که دانش آموزانی که کوچکترین اطلاعی در مورد این درس ندارند می توانند بطور کامل و صدرصد خود را برای کنکور آماده نمایند . برای دانش آموزان تهران و شهرستانها که راجع به این درس قبل از کلاس ندیده اند فرصتی است که آنرا کاملاً فرآگیرند .

ریاضیات نو برای نسل نو  
برای همه آنان که می خواهند فکر نو داشته باشند

مبلاجی

# منطق و ریاضی جدید

تألیف، غلامرضا عسگری

## از انتشارات یکان

در ۶۴ صفحه با چاپ و کاغذ و صحافی مرغوب، شامل مباحث:

منطق قدیم - منطق ریاضی و جبر گزاره‌ها - روش اصولی در منطق - نظریه مجموعه‌ها -  
مجموعه اعداد طبیعی - عملیات مقدماتی راجع به مجموعه‌ها - گسترشها - نسب یا روابط -  
توابع - مجموعه محدود و نامحدود - سازمان بندی در ریاضیات نو - قوانین ترکیب - ترکیب  
گسترشها - سازمان بندی و همشکلی - گروهها - گروههای تعویض - گروه جابجایی یا آبلین -  
حلقه‌ها - هیئت‌ها - فضاهای برداری - دو هیئت معروف: مقادیر حقیقی، مقادیر مختلط -  
به اضافه تمرینات متعدد که در آخر هر مبحث ذکر شده و فرهنگ فرانسه - فارسی اصطلاحات.

## قابل استفاده:

دیران ریاضی و دانشجویان کلاس‌های تربیت دیر دوره راهنمائی  
دانشجویان دانشکده‌ها

فارغ‌التحصیلان دیرستان که برای ادامه تحصیل عازم کشورهای خارج هستند.  
آن که به کار مطالعه یا ترجمه مقالات علمی جدید علاقمند می‌باشند.

برای فروش موجود است

بهای: ۲۵۰ ریال، برای مشترکان یکان: ۱۹۰ ریال

مشترکان یکان برای استفاده از ۲۵٪ تخفیف یا مستقیماً به دفتر مجله مراجعه فرمایند  
یا اینکد ۱۹۵ ریال ارسال دارند تا کتاب برای آنان فرستاده شود.