



دوره ششم: شماره ۳، شماره مسلسل: ۶۰ آبان ۱۳۴۸

- |     |                        |  |
|-----|------------------------|--|
| ۱۲۹ | عبدالحسین مصححی        | ناهمانگی برخی دستگاههای اجرایی آموزشی            |
| ۱۳۰ | -                      | یک خبر امیدبخش از دانشگاه پهلوی شیراز            |
| ۱۳۱ | دکتر علیرضا غیرمعز     | درباره چاپ مقالات در مجله‌های ریاضی              |
| ۱۳۲ | ترجمه محمودی مجددی     | دانستنیها از ریاضی جدید، میدانهای مرتب           |
| ۱۳۳ | ترجمه: مصححی           | مقدمات آمار                                      |
| ۱۳۴ | ترجمه احمد فاضیزاده    | حل سه مسئله تاریخی                               |
| ۱۳۵ | ترجمه هوشمند شریعت‌آده | درسی از فیزیک، اصطکاک                            |
| ۱۳۶ | -                      | مسائل انتخابی از مسائل انتخابی لکث اول دیرستانها |
| ۱۳۷ | ترجمه از فرانسه        | راهنمای حل مسائل ترسیمی هندسه                    |
| ۱۳۸ | -                      | حل مسائل یکان شماره ۵۹                           |
| ۱۳۹ | -                      | مسائل برای حل                                    |
| ۱۴۰ | ترجمه: داود بدریجان    | دانستنیهای ریاضی، فقط از قامفرد                  |
| ۱۴۱ | حسین عمامی             | جدول اعداد                                       |
| ۱۴۲ | -                      | Problems & Solutions                             |



تأسیس : بهمن ۱۳۴۲

هر سال ده شماره منتشر می‌شود  
دوره ششم - شماره سوم - شماره مسلسل : ۶۰  
آذر ۱۳۴۸

صاحب امتیاز و مدیر مسؤول : عبدالحسین مصطفی  
مدیر داخلی ، داود مصفی  
نشانی اداره : تهران ، خیابان لالهزارنو ، نزدیک شاهرضا ، شماره ۸۱  
نشانی پستی : صندوق پستی ۲۴۶۳  
تلفن اداره : ۳۳۳۱۸۱  
وجه اشتراک برای هر دوره ۲۰۰ ریال  
(برای کشورهای خارج به اضافه هزینه پست)  
حساب بانکی : جاری ۳۰۹۵ شعبه لالهزارنو بانک سادات

# YEKAN

Mathematical Magazine  
volume VI, number 3, Dec. 1969

subscription : \$3

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذر تلفن ۶۴۰۲۸

## کتابفروشی فخر رازی

تهران - خیابان شاه آباد - تلفن : ۳۰۴۳۲۰  
محل فروش انتشارات یکان

## دوره جلد کرده یکان

ده شماره دوره پنجم مجله یکان در یک جلد  
صحافی شده و در دفتر مجله برای فروش موجود  
است.

بها : ۳۰۰ ریال

## توجه ، توجه

از اشخاصی که نقداً و یا بوسیله حواله وجهی به حساب  
بانکی مجله ریخته اند تقاضا می‌شود مراتب را به دفتر مجله  
اطلاع دهند . زیرا تاکنون وجودی به حساب بانکی مجله  
ریخته شده است بدون آنکه برای اداره مجله معلوم شود که وجه  
مزبور از طرف چه شخصی پرداخته شده است .

۱۳۴۸

## تقاضا از مشترکان یکان

از مشترکان یکان تقاضا می‌شود به مندرجات چاپ شده  
روی پاکت لفاف مجله توجه فرمایند .  
به مشترکانی که دوره اشتراک آنان تمام شده بود توسط  
کارت پستی اطلاع داده شد تا چنانچه مایل باشند اشتراک خود  
را تجدید کنند تا مجله از این به بعد معم برای ایشان ارسال شود .

## یادآوری

کتابها یا نشریه‌هایی که زیر عنوان «کتابخانه یکان» در  
مجله نامبرده می‌شوند فقط برای معرفی است .  
اداره مجله در چاپ ، انتشار یا فروش این نشریات  
هیچگونه دخالتی ندارد .  
کسانی که به خرید یا تهیه کتابها و نشریه‌های مزبور  
مایل باشند متناسبه با این مربوط مراجعه کنند .

فروشگاه بزرگ (شماره ۲)

## شرکت سهامی انتشارات خوارزمی

خیابان شاهرضا ، مقابل در خروجی دانشگاه

محل فروش مجله و سایر انتشارات یکان

# ناهیمه‌نگی بر خی دستگاههای اجرایی آموزشی

طرح نظام جدید آموزشی و برنامه‌ها و کتابهای درسی که براساس آن تنظیم و نگارش یافته است بارزترین نمونه از ثمرات انقلاب سفید ایران می‌باشد. در این باره، وظیفه‌ای را که وزارت آموزش و پرورش در پیشبرد مقاصد انقلاب بعده داشته به خوبی به انجام رسانده است، در اجرای طرح جدید و بخصوص در روش صحیح آموزش کتابهای درسی تازه نیز نظارت می‌شود و در این مورد به پیگران و سایر مأموران آموزشی وزارت آموزش و پرورش توصیه‌های لازم شده و برای آموزگاران دستانها کلاس‌های کار آموزی کوتاه مدت یا ضمن کار تشکیل گردیده است. صابتان مؤسسه‌های خصوصی آموزشی نیز به تشکیل کلاس‌های کار آموزی و سمینارهای مخصوص برای آموزگاران و هر بیان خود هبادرت ورزیده وسائل تماس و مباحثه مستقیم بین آنان و مؤلفان کتابهای درسی را فراهم آورده‌اند.

اما، اولیاء مدارس، بخصوص اولیاء مدارس هملی، از ابراز این نگرانی خودداری نمی‌کنند که احتمالاً سوالهای امتحان نهایی که قرار است در پایان دوره پنجم‌ساله بعمل آید با برنامه‌ها و کتابهای جدید مطابقت نداشته باشد؛ مسائل امتحانی از همان نوع مسائل پنجم‌ساله گذشته باشد و ارزشیابی که انجام می‌گردد واقع بیانه نباشد. شواهدی در دست است که اداره امتحانات وزارت آموزش و پرورش هنوز طرح جدید نظام آموزشی را آنطور که شاید و بایده‌ضم نکرده است در حالی که چهار سال از شروع اجرای این طرح می‌گذرد، هنوز در کارنامه‌ای تحقیلی کلاس‌های ابتدایی، حساب و هندسه به صورت دو ماده جداگانه درج می‌شود در صورتی که در برنامه‌های جدید، حساب و هندسه منفرد نبوده و به صورت ماده واحد ریاضی باید آموخته گردد و توانماً ارزشیابی شود.

امید است که این احتمال اولیاء مدارس از نجوده امتحانات نهایی دوره فعلی ابتدایی درست نباشد و اداره امتحانات از هم اکنون مقدمات ارزشیابی صحیح منطبق با اصول نظام جدید آموزشی را فراهم آورده جای ایرادی باقی نگذارد.

عبدالحسین مصحفی

# یک خبر امید بخش

نیز برای شرکت در کنفرانس دعوت بعمل خواهد آمد . اجتماع ریاضیدانان ایرانی ، مخصوصاً در شهر ایطکوفونی آموزشی ریاضی ، اقلاسالی یک بادضوری بنظر می رسد . اقدام دانشگاه پهلوی که فتح این باب را نموده است در خود هر گونه ستایش و قدردانی است . امید است همه افراد ذی صلاحیت و علاقمند به ریاضی و آموزش آن در این کنفرانس شرکت کنند و از آن دسته از ریاضیدانان ایرانی که به علت بازنیستگی یا علل دیگر خارج از کادر آموزشی قرار دارند نیز برای شرکت در کنفرانس دعوت بعمل آید . کنفرانس مزبور در حقیقت اولین گنگره ریاضیدانان ایرانی باشد .

بطوری که کسب اطلاع شده است ، دانشگاه پهلوی شیراز در روزهای ۱۵، ۱۶، ۱۷ فروردین سال ۴۹ یک کنفرانس ریاضی به منظور ایجاد هماهنگی بین ریاضیدانان ایرانی و بحث و مطالعه تحقیقات و تبادل نظر در طرق تدریس ریاضی و برنامه های دانشگاهها و دبیرستانها تشکیل می دهد . در این کنفرانس ریاضی علاوه بر استادان ریاضی دانشگاههای ایران ، چند نفر از استادان ریاضی دانشگاههای خارج نیز شرکت می کنند و علاوه بر آن از عده ای از دبیران ریاضی وزارت آموزش و پرورش

## درباره چاپ مقالات ریاضی در مجله های خارجی

آقای دکتر علیرضا امیرمعز از دانشکده تکنولوژی نکراس آمریکا نامه ای فرستاده اند و برای اطلاع ایرانیانی که از ایشان خواسته اند مقاله هایشان در مجلات ریاضی آمریکا چاپ شود و بطور کلی برای خوانندگان یکان شرح زیر را مرقوم داشته اند :

(رفری) قضی وارد به موضوع فرستادیم . به محض اینکه نظریه اوبرسد به شما می نویسیم ..

پس از مدتی که گاهی تایکی دو سال طول می کشد نظر یه قضی را مدیر مجله برای نویسنده مقاله می فرستد . بطور کلی سه احتمال موجود است :

۱- مقاله قبول شده .

۲- مقاله رد شده .

۳- مقاله را باید حک و اصلاح کرد و دوباره فرستاد که در این صورت اگر مطابق پیشنهاد قضی اصلاح شده باشد ممکن است برای چاپ قبول شود .

پس از اینکه مقاله قبول شد مدتی طول می کشد که برای غلطگیری به دست نویسنده بررسد : وقتی نمو ناصحیح شده را نویسنده پس می فرستد ممکن است که جزو و های جدایگانه از مقاله را اسفارش (دبناهه در پائین صفحه ۱۳۳)

انتشار یک مقاله ریاضی در مجلات دنیا به آسانی که تصور می شود نیست . برای اطلاع خوانندگان محترم این چند سطر نوشته می شود .

پس از اینکه موضوع جالبی به دست نویسنده افتاد و پس از تحقیق و مطالعه آن موضوع نوشته شده نویسنده مجلات مختلف را مطالعه می کند . میان آنها مجله ای را که مطالبش شبیه مقاله اوست انتخاب می کند . البته کتابها و کتابچه های درباره طرز نوشتمن موجود است که نویسنده با استفاده از آنها می تواند مقاله اش را به سبک مجله ای مخصوص بنویسد . مقاله را معمولاً باید به زبانهایی که در گنگره بین المللی ریاضی بکار می رود نوشت ، یا آنکه به زبان مملکتی که مقاله به آن فرستاده می شود .

وقتی مقاله به دست مدیر مجله رسید عموماً رسیدش برای نویسنده فرستاده می شود و در ضمن می نویسند : « از اینکه این مقاله را برای مجله ما فرستادید بسیار منشکریم و آنرا برای

## آیا همه میدانها (Fields) مرتب‌اند؟

ترجمه: محمود محمودی مجد آبادی

دانشجوی ریاضی دانشسرای عالی

از مجله: دانش آموز ریاضی

اثبات کرد. برای این منظور باید اصل زیر را در باره مجموعه اعداد حقیقی بکار ببریم:

اصل: مجموعه اعداد حقیقی شامل زیر مجموعه‌ای به نام  $P$  با خواص زیر می‌باشد:

(۱)  $P$  تحت عمل جمع بسته است؛ برای هر  $x$  و  $y$  متعلق به  $P$ ،  $x + y$  نیز متعلق به  $P$  است.

(۲)  $P$  تحت عمل ضرب بسته است. برای هر  $x$  و  $y$  متعلق به  $P$ ،  $x \cdot y$  نیز متعلق به  $P$  است.

(۳) برای هر عدد حقیقی  $x$  یکی و فقط یکی از سه حالت زیر مسلم دی باشد:

$$x \in P, \quad x = 0, \quad -x \in P$$

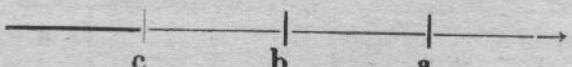
مسلم است که خاصیتهای اول و دوم اصل بالا از خواص بسته بودن می‌باشند. به سادگی می‌توان زیر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی تعیین کرد که تحت عمل جمع و عمل ضرب بسته باشد. مثلاً مجموعه اعداد صحیح تحت دو عمل مزبور بسته می‌باشد. اما فقط یک زیر مجموعه از اعداد حقیقی وجود دارد که علاوه بر خاصیتهای اول و دوم، خاصیت سوم (که به خاصیت تثلیث [سه‌گانگی] موسوم است) نیز در آن سازگار باشد. این زیر مجموعه خاص، همان مجموعه اعداد حقیقی مثبت است.

$P$  مجموعه اعداد حقیقی مثبت را در نظر می‌گیریم و رابطه «بزرگتر است از» را چنین تعریف می‌کنیم: تعریف: فرض می‌کنیم  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند.  $x$  را بزرگتر از  $y$  می‌نامیم اگر و تنها اگر  $y - x$  عدد حقیقی

هر چند که رابطه «بزرگتر است از» در جبر زیاد بکار برده می‌شود اما بسیاری از اشخاص در تعریف دقیق آن دوچار اشغال می‌شوند. علت این امر شاید به خاطر این باشد که در ریاضیات دوره دبیرستان معمول گشته که مفهوم «بزرگتری» را یک مفهوم تعریف ناپذیر و اولیه می‌دانند همانطور که «نقطه» و «خط» در هندسه مفاهیم تعریف ناپذیر می‌باشند.

رابطه «بزرگتر است از» در مورد اعداد حقیقی معمولاً با رابطه «سمت راست است» در مورد نقاط واقع بر محور اعداد حقیقی متناظر می‌باشد. و بسیاری از خواص رابطه مزبور در مورد اعداد حقیقی به همین ترتیب توجیه می‌شود. مثلاً خاصیت تعددی (=سرایت پذیری) رابطه مزبور چنین است که: اگر  $a > b$  و  $b > c$  باشد آنگاه  $a > c$  خواهد بود. توجیه هندسی این اصل چنین است:

۱-  $a > b$  بدين معنی است که روی محور اعداد، نقطه به مختص  $a$  سمت راست نقطه به مختص  $b$  واقع است.  
۲- همچنین  $c > b$  بدين معنی است که روی محور مزبور نقطه به مختص  $b$  سمت راست نقطه به مختص  $c$  قرار دارد.



۳- ملاحظه می‌شود که نقطه به مختص  $a$  سمت راست نقطه به مختص  $c$  قرار دارد یعنی:  $a > c$ . البته این توجیه هندسی کاملاً شهودی و عینی است. اما بهر ترتیب می‌توان رابطه ترتیب «بزرگتر است از» و خواص و قوایای مربوط به آن را در مورد اعداد حقیقی بدون مراجعت به محور اعداد تعریف و

مثبت باشد :

$$x > y \iff x - y \in P$$

این تعریف و اصلی قبلی را رویهم می‌توان پایه قرارداد و از آن خواص «بزرگتر است از» را بدست آورد.

## قضایای ثابت کردی

قبل راجع به خاصیت سرایت پذیری «بزرگتر است از» مثالی ذکر کردیم. اینک به اثبات آن می‌پردازیم. (در این اثبات و در تمام قضیه‌هایی که در این مقاله بیان می‌شود  $a > b$  و همچنین  $d$  عدهای حقیقی فرض می‌شوند).

**قضیه ۱** – اگر  $b > c$  و  $a > b$  باشد آنگاه  $a > c$  می‌باشد.

اثبات : ۱- بنایه تعریف،  $a > b$  به این معنی است که  $a - b$  عدد مثبت است. همچنین  $c - b$  نیز عدد مثبت می‌باشد.

۲- بنایه اصل، مجموعه اعداد مثبت تحت عمل جمع دسته است. پس  $(a - b) + (c - b)$  عدد مثبت است.

۳- داریم :  $a - c = (a - b) + (b - c)$  عدد مثبت است.

۴- بنایه تعریف، وقتی  $a - c$  مثبت باشد به آن معنی است که  $a > c$  است.

\*\*\*

قضایای زیر متناسب خواصی است که در حل نامساویها بکار می‌رود.

**قضیه ۲** – اگر  $a > b$  باشد آنگاه  $a + c > b + c$  می‌باشد.

اثبات : ۱- داریم  $(a + c) - (b + c) = a - b$

۲- از  $a > b$  نتیجه می‌شود که  $a - b > 0$  عدد مثبت است.

۳- بنابراین  $(a + c) - (b + c) > 0$  مثبت است یعنی :

$$a + c > b + c$$

**قضیه ۳** – اگر  $a > b$  و  $c$  عددی مثبت باشد آنگاه

$a + c > b + c$  می‌باشد.

اثبات : ۱- چون  $a > b$  است پس  $a - b$  مثبت است.

۲- چون  $c$  عدد مثبت و مجموعه اعداد مثبت تحت عمل ضرب بسته است پس  $c(a - b) > 0$  یک عدد مثبت است.

۳- طبق خاصیت توزیعی ( $=$  پخشی داریم) :

$$(a - b)c = ac - bc \quad \text{بنابراین } ac - bc \text{ مثبت است}$$

$$\text{یعنی : } ac > bc$$

**قضیه ۴** – اگر  $a > b$  و  $c$  عددی منفی باشد آنگاه  $bc > ac$  می‌باشد.

اثبات : ۱- نظر باینکه  $c$  عددی منفی است پس عضو مجموعه اعداد مثبت نیست. همچنین واضح است که  $c$  صفر نیست. پس بنایه خاصیت تثییث نتیجه خواهد شد که  $c$  عضو مجموعه اعداد مثبت است.

۲- بنایه فرض  $a > b$  عددی مثبت است.

۳- چون مجموعه اعداد مثبت تحت عمل ضرب بسته است پس  $(a - b)(-c)$  عددی مثبت است.

۴- داریم :

$$(a - b)(-c) = -ac + bc = bc - ac$$

۵- عدد  $bc - ac$  مثبت است یعنی :  $bc > ac$  قضیه‌های از یک تا چهار نه تنها در حل نامساویها مریوط به اعداد حقیقی، بلکه در اثبات قضیه‌های دیگری مریوط به رابطه ترتیب «بزرگتر است از» مورد استفاده می‌باشند.

مثال :

**قضیه ۶** – اگر  $c > d$  و  $a > b$  باشد آنگاه  $a + c > b + d$  می‌باشد.

اثبات : ۱- طبق قضیه ۲ اگر  $a > b$  باشد آنگاه  $a + c > b + c$

۲- طبق قضیه ۲ اگر  $c > d$  آنگاه  $a + c > b + c$

۳- بنا به خاصیت جابجائی در جمع داریم :

$$d + b = b + d \quad \text{و} \quad c + b = b + c$$

و در نتیجه داریم  $a + c > b + d$

دانستیم که رابطه «بزرگتر است از» در مجموعه اعداد حقیقی یک رابطه ترتیب است، از این جهت می‌گوییم که میدان اعداد حقیقی یک هیدان هست که همه میدانهای اعداد مرتب نیستند.

## اعداد مختلط و ترتیب

اکنون میدانی از اعداد را درنظر می‌گیریم که مرتب نیست، این میدان میدان اعداد مختلط است. این مطلب را از این برخان خلف ثابت می‌کنیم به این ترتیب که فرض می‌کنیم میدان مزبور مرتب باشد و ثابت می‌کنیم که با این فرض تناقض پیش می‌آید.

نتیجه می‌گیریم که در مجموعه اعداد مختلط رابطهٔ ترتیب دیگر است از نمی‌توانیم بگوییم که یک عدد مختلط از عدد مختلط دیگر بزرگتر است. علاوه بر آن نمی‌توانیم بین مجموعه اعداد مختلط و مجموعه نقاط یک خط تناولی یکی‌بیک برقرار کنیم. از این جهت است که برای نمایش هندسی اعداد مختلط از مجموعه نقاط صفحه استفاده می‌کنند.

## خلاصه

بدون استفاده از نمایش هندسی می‌توان بین اعداد حقیقی رابطهٔ ترتیب «بزرگتر است از» را تعریف کرد. این رابطه را برای اعداد حقیقی می‌توان تعریف کرد اما برای اعداد مختلط قابل تعریف نیست و این‌بکی از وجود تمایز بین خواص میدان اعداد حقیقی و میدان اعداد مختلط می‌باشد.

### دنیالله از صفحه ۱۳۰

داد. بعضی مجلات پنجاه جزوء مجانی می‌دهند، بعضی برای جزوء پول می‌گیرند و حتی برخی برای چاپ از نویسنده یا مؤسسه‌ای که او کار می‌کند پول چاپ می‌گیرند. مجلاتی که مقالات را می‌گیرند و اطلاع نمی‌دهند معمولاً دیگر مقالات آبرومند به دستشان نمی‌رسد و نویسنده پس از اینکه یک مقاله‌اش سربه نیستش دیگر برای آن مجله نمی‌نویسد. بازها رسالات و مقالاتی چندین بار نوشته می‌شود و به مجلات مختلف فرستاده می‌شود تا بالاخره نویسنده متوجه می‌شود که مقاله‌اش به حقیقت چیز تازه‌ای ندارد و به خاکروبه می‌رود. کسانی که مقالات و رسالاتشان در مجلات چاپ شده است قدرت خاصی ندارند. حتی ریاضیدانهای مشهور دنیاهم باید سلسله مراتب نوشتن و قاصی وغیره را طی کنند.

امیدوارم که این چند سطر موضوع را برای خوانندگان روشن کرده باشد و راهنمای تهیه و انتشار افکار تازه‌آنان باشد

علی‌رضا امیرمعز

فرض می‌کنیم مجموعه اعداد مختلط مرتب بوده و شامل

زیر مجموعه‌ای به نام  $S$  شامل خواص زیر باشد:

۱-  $S$  تحت عمل جمع بسته باشد.

۲-  $S$  تحت عمل ضرب بسته باشد.

۳- برای هر عدد مختلط  $z$  یکی و تنها یکی از سه حالت

زیر مسلم باشد:

$$z \in S, z = 0 + 0i, -z \in S$$

برای بدست آوردن تناقض کافی است عددی مختلط غیر صفر پیدا کنیم که نه خودش و نه قرینه‌اش هوچکدام به  $S$  تعلق نداشته باشد. این عدد مختلط همان عدد  $i$  است.

اولاً اگر  $i = 0$  باشد در آن صورت  $0 = i^2$  خواهد بود:

اما  $-i^2 = i$  است پس  $0 \neq i$  است.

ثانیاً اگر اعداد مختلط مرتب باشند باید  $i^2$  و  $i$

قرینه‌اش عضو  $S$  باشند و دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت ۱- (فرض می‌کنیم  $i \in S$ ):

۱- چون  $S$  تحت عمل ضرب بسته است پس

$$i \cdot i = i^2 = -1$$

۲- وقتی  $i \neq 0$  اعضای  $S$  باشند آنگاه  $i = -(i)$  (۱)

نیز عضو  $S$  می‌باشد.

۳- نتیجه می‌شود که  $0 = i^2$  و هم  $i$  عضو  $S$  می‌باشد اما

این امر متناقض با خاصیت تثیلیست است.

حالت ۲- (فرض می‌کنیم  $i \notin S$ ):

۱- چون  $S$  تحت عمل ضرب بسته است پس

$$i^2 = (-i)(-i) \in S \text{ تعلق دارد.}$$

۲- وقتی  $i \neq 0$  و  $i \in S$  تعلق داشته باشند:

$$i^2 = (-i)(-i) \in S \text{ نیز عضو } S \text{ خواهد بود.}$$

۳- نتیجه می‌شود که  $0 = i^2$  و هم  $i \in S$  تعلق داشته

باشند و این متناقض با خاصیت تثیلیست است.

ثابت شده  $i \neq 0$  و  $i \in S$  هر دو با هم به  $S$  تعلق

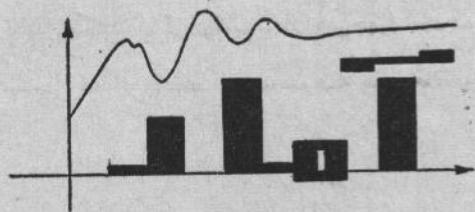
دارند. یعنی  $S$  خاصیت‌های بسته بودن و تثیلیت را دارا نیست و

این متناقض با فرض مرتب بودن اعداد مختلط می‌باشد.

## مقدمات

Initiation à la  
STATISTIQUE  
Ière B . D .  
par : M . HAGÈGE

ترجمه : ع . مصطفی



### دنباله از شماره قبل

$$\frac{Av}{J} = \frac{Av}{Ma} \times \frac{Ma}{J} \quad (100)$$

.....

$$\frac{D}{J} = \frac{D}{N} \times \frac{N}{J} \quad (100)$$

.....

$$\frac{J}{J} = \frac{J}{D_{-1}} \times \frac{D}{J} \quad (100)$$

اگر تأثیر حرکت درازمدت و حرکت دورانی درین نبادش

نسبت  $\frac{J}{J}$  برابر با  $100$  خواهد بود؛ اما چون معمولاً مقداری

غیر از  $100$  بدست می‌آید (مثلای  $115$ ) با تصحیح ذیر این نسبت را برابر با  $100$  می‌گردانند: قبول می‌کنند که حرکت درازمدت

موجب آن باشد که همه نسبتهای  $\frac{D}{N}, \frac{Ma}{F}, \frac{F}{J}$  در ضریب

$k$  نزدیک به یک (به مقدار کمی بزرگتر از یک) در صورتی که گرایش عمومی افزونی داشته باشد) ضرب شوند؛ در غیر آن مقادیر

$\frac{Ma'}{F'}, \frac{F'}{J'}$  و ... بدست می‌آید به عبارتی که:

$$\frac{F}{J} = \frac{F'}{J'} \times k, \frac{Ma}{F} = \frac{Ma'}{F'} \times k, \dots$$

از آنجا نتیجه می‌شود که:

$$\frac{Ma}{J} = k \frac{Ma'}{F'} \times k \frac{F}{J} = k^2 \frac{Ma'}{J}$$

### ۳- روش سلسله نسبتها

در این روش نتایجی بهتر از روش نسبتهای میانگین متحرک بدست می‌آید و از محاسبه ملال انگیز این میانگینهای متحرک احتراز می‌شود.

الف- نسبتهای ذیر را تشکیل می‌دهند.

$$100 \frac{F_1}{J_1}, \frac{Ma_1}{F_1}, \dots, 100 \frac{D_1}{N_1}, 100 \frac{J_2}{D_1}$$

$$100 \frac{F_2}{J_2}, \dots, 100 \frac{D_4}{N_4}$$

در صدهای حاصل را در  $12$  ستون یک جدول منظم می‌کنند

(در ستون اول:  $\frac{J_i}{D_{i-1}}$ ، در ستون دوم:  $\frac{F_i}{J_i}$  و غیره)

بعد از آن میانگین در صدهای هر ستون را حساب می‌کنند. این میانگینها را چنین نشان می‌دهیم:

$$\frac{J}{D_{-1}}, \frac{F}{J}, \frac{Ma}{F}, \dots, \frac{D}{N}$$

سپس نسبتهای به پایه ژانویه را در نظر می‌گیریم، بدین

قرتیب:  $\frac{F}{J}$  معلوم است.

$$\frac{Ma}{J} = \frac{Ma}{F} \times \frac{F}{J} \quad (100)$$

به این معنی که تساوی وقتی صحیح است که یکی از اعضاء را در توان متسابق از صد ضرب کنیم.

این نسبتها دارای مجموع  $S$  می‌باشند که معمولاً غیر از  $1200$  می‌باشد . با ضرب آنها در  $\frac{1200}{S}$  ضرایب ماهانه بدست می‌آید .

حذف تغییرات فصلی به این ترتیب انجام می‌گیرد که داده‌های ماهانه دست‌نخورده را بر ضرایب ماهانه نظیر تقسیم می‌کنند.

**ب - مثال:** داده‌های جدول مثال قبل را در نظر می‌گیریم (صفحة ۷۴ یکان شماره ۵۹) باروش سلسله نسبتها خواهیم داشت :

$$100 \cdot \frac{F_1}{J_1} = \frac{140}{159} \times 100 = 88/0$$

$$100 \cdot \frac{F_2}{J_2} = \frac{155}{171} \times 100 = 90/6$$

$$100 \cdot \frac{F_3}{J_3} = \frac{163}{183} \times 100 = 89/0$$

$$\frac{Av}{J} = k' \frac{Av'}{J}, \dots, \frac{J}{J} = k' \frac{J'}{J}$$

$$\text{خواهیم داشت } \frac{J'}{J} = 100$$

$$k' = \frac{J}{J} : \frac{J'}{J} = \frac{115}{100}$$

$$k = \sqrt{\frac{115}{100}}$$

از روی این مقدار می‌توان نسبتهای زیر را حساب کرد .

$$\frac{F'}{J} = \frac{1}{k} \frac{F}{J}, \frac{Ma'}{J} = \frac{1}{k'} \frac{Ma}{J}$$

$$\dots, \frac{D'}{J} = \frac{1}{k'} \frac{D}{J}$$

$\frac{F_i}{J_i}$	$\frac{Ma_i}{F_i}$	$\frac{Av_i}{Ma_i}$	$\frac{Me_i}{Av_i}$	$\frac{J_{ni}}{Me_i}$	$\frac{J_{li}}{J_{ni}}$	$\frac{Ag_i}{J_{li}}$	$\frac{S_i}{Ag_i}$	$\frac{O_i}{S_i}$	$\frac{N_i}{O_i}$	$\frac{D_i}{N_i}$	$\frac{J_i}{D_{i-1}}$
						110/0	110/6	111/7	108/3	107/0	
						108/9	110/6	110/9	107/9	107/0	
						108/2	109/8	110/3	106/3	106/6	
						102/2	102/1	109/7	106/2	106/1	
100											
	98/8				104/4						100/5
	98/1				103/7						98/9
	98/0				102/5						98/9
	97/4				102/3						
95											
	90/6	91/3	93/6	93/6							
	89/2	90/7	92/3	92/4							
	89/0	90	92/9	93/1							
	88/0	90	92/8	93/1							
میانگینها	89/1	98/05	90/3	93/1	93/2	103/1	108/5	110/2	110/6	107/1	106/8 98/9
	F	Ma	Av	Me	Jn	Jl	Ag	S	O	N	D J
	J	F	Ma	Av	Me	Jn	Jl	Ag	S	O	N D-1

$$\log \frac{J}{J} = 0/0235 (= \log 105/5)$$

$$k = \sqrt[12]{\frac{105/5}{100/5}} \quad \log k = \frac{0/0235}{12} = 0/001958$$

درستون ۴ مضر بهای متوالی از  $\log k$  که باید لگاریتمهای ستون ۳ را تصحیح کرد تا اینکه آخرین این لگاریتمها از ۵/۰۲۳۵ به ۰ =  $\log 1$  تبدیل گردد.

درستون ۵ لگاریتمهای تصحیح شده مزبور.

درستون ۶ عدهای نظیر به لگاریتمهای ستون ۵:

$$\frac{F'}{J}, \frac{Ma}{J}, \frac{J'}{J} \text{ و } \dots$$

مجموع این اعداد برای است با  $S = 1003/2$

بالاخره ضرایب مقامان در آنکه از ضرب عدهای ستون ۶ در

$$\frac{1200}{S} = \frac{1200}{1003/2} \quad \text{بدهست می آیند درستون ۷ یادداشت می کنیم.}$$

در این ستون ۱۲۰ ضریب ثانویه را در صدر قرار می دهیم.  
از مقایسه این ضرایب با آنها که با روش سلسله نسبت هاموندرج

$$\frac{F_4}{J_4} = \frac{174}{195} \times 100 = 89/2$$

این مقادیر را درستون اول از جدول تازه ای که تشکیل می دهیم  
و با درنظر گرفتن افقیهای ۵ و ۹ به ترتیب صعودی از پائین به بالا  
مرتب می کنیم. و به همین ترتیب ستونهای دیگر جدول را تنظیم  
می کنیم و در آخر میانگینهای حساب می کنیم.  
محاسبات لگاریتمی زیر را انجام داده و جدول دیگری  
تنظیم می کنیم؛ درستون اول میانگینهای

$$\frac{F}{J} = 89/1 \quad \frac{Ma}{F} = 98/05 \text{ و } \dots$$

را یادداشت می کنیم. در ستون دوم لگاریتمهای عدهای (تقسیم  
بر ۱۰۰ شده) ستون اول را می نویسیم. درستون ۳:

$$\log \frac{F}{J} \quad \log \frac{Ma}{J} = \log \frac{Ma}{F} + \log \frac{F}{J}$$

که این امر به تجمع لگاریتمها می انجامد. آخرین لگاریتم  
تجمعی عبارتست از:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
89/1	1/9499	1/9499	0/0019	1/9480	88/7	j 120
98/05	1/9915	1/9414	0/0039	1/9375	86/6	fe. 106/4
90/3	1/9557	1/8971	0/0059	1/8913	77/8	ma 103/9
93/1	1/9889	1/8660	0/0078	1/8582	72/1	av 93/3
93/2	1/9694	1/8354	0/0098	1/8256	67	me 86/5
103/1	0/0132	1/8486	0/0117	1/8369	68/7	jn 80/4
108/5	0/0354	1/8840	0/0137	1/8703	73/2	jl 82/4
110/2	0/0422	1/9262	0/0157	1/9105	81/4	ag 89
110/6	0/0437	1/9699	0/0176	1/9523	89/6	S 97/2
107/1	0/0298	1/9997	0/0196	1/9801	95/5	O 107/5
106/8	0/0286	0/0283	0/0215	0/0068	101/2	n 114/8
98/9	1/9952	0/0235	0/0235	0/0000	100	d 122 (120)
					1003/2	1203/8

$$k = \sqrt{\frac{105/5}{100}}$$

بالآخر باید  $\frac{Ma}{J}$  را برابر  $k^{12}$  کرد و  $\frac{F}{J}$  را بر  $k^{12}$  تقسیم

کنیم . علاوه مثلاً این خواهد بود که چنین عمل کنیم : مقدار

$$k' = \frac{105/5 - 100}{22} = 0.45$$

را حساب کرده و  $k'$  را از  $\frac{Ma}{J}$  برابر  $k'$  باشد

را از  $\frac{J}{J}$  کم کرده عدد های حاصل را درستون ۴ یادداشت می کنیم  
(درستون ۳ ضرایب متواتی  $k'$  یادداشت می شود) . مجموع این

عدد ها برابر است با :

$$S = 999/3 \# 1000$$

هر یک از این عدد ها را در  $\frac{1200}{S}$  ضرب کرده عدد های

حاصل را که همان ضرایب ماهانه تصحیح شده هستند درستون ۵  
درج کنیم و در ضمن ضرایب مر بوط به ماه ژانویه را در صدر  
قرار می دهیم .

در جدول قبل بدست آمده اختلافهای جزوی مشاهده می شود .  
اما اعتمادما باید به ضرایبی باشد که باروش سلسله نسبتها و دقیقاً  
بدست آمده باشند .

### ج- محاسبه بدون مراجعه به لگاریتمها

جدول تازه ای تشکیل می دهیم . درستون ۱ میانه های

$$\frac{F}{J} = 89/1 \quad \frac{Ma}{F} = 98/05 \dots$$

را درج می کنیم . درستون ۲ نسبتهای بدپایه ژانویه :

$$\frac{F}{J} = 89/1$$

$$\frac{Ma}{J} = \frac{1 Ma}{100 F} \times \frac{F}{J} = \frac{98/05 \times 89/1}{100} = 87/4$$

$$\frac{Av}{J} = \frac{1}{100} \frac{Av}{Ma} \times \frac{Ma}{J} = \frac{90/3 \times 87/4}{100} = 78/9$$

.....

$$\frac{J}{D} = \frac{1}{100} \frac{J}{D-1} \times \frac{D}{J} = \frac{108/7 \times 98/9}{100} = 105/5$$

از آن نتیجه می گیریم :

۱	۲	۳	۴	۵
89/1	89/1	0/45	88/65	J. 120/1
98/05	87/4	0/90	89/5	F 108/4
90/3	78/9	1/35	77/55	Ma 103/8
93/1	72/5	1/80	71/7	Av 93/1
93/2	91/5	2/25	66/25	Me 89
103/1	70/9	2/70	67/9	Jn 79/5
108/5	76/9	3/15	73/45	Jl 81/5
110/2	84/4	3/90	80/8	Ag 88/2
110/6	93/3	4/05	89/25	S 97
107/1	99/9	4/50	95/4	O 107/1
106/8	106/7	4/95	101/75	N 114/5
98/9	105/5	5/40	100/1	D 122/1

$$S = 999/3$$

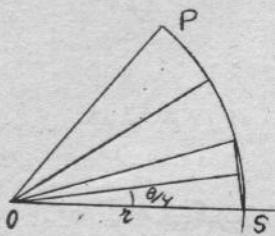
# حل سه مسئله تاریخی

ترجمه: احمد قاضی زاده

دانشجوی ریاضی دانشسرای عالی تهران

در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت جدا می‌کنیم.  $P$  انتهای آخرین وتر نقطه‌ای منحنی است. حکم عکس نیز برقرار است و با این حال مسئله تثیلیت زاویه امکان پذیر می‌گردد.

حال اگر  $\frac{\pi}{2} < \alpha$  زاویه‌های مفروضی باشد  $\beta$  زاویه‌ای مساوی



آن به رأس قطب و  
ضلع ابتدائی محور  
قطبی می‌سازیم. در  
خصوص زاویه  $\frac{\pi}{2} < \theta$   
قوسی به مرکز قطب ۰

و به شاعاع فاصله  $O$  تا  $P$  که نقطه تقاطع ضلع انتهایی زاویه با منحنی است رسم می‌کنیم تا محور قطبی را در  $S$  قطع کند. سه  
وتر به طولهای  $\frac{\pi}{3}$  در قوس  $PS$  می‌توان محاط کرد که  
شعاعهای مرسوم از قطب به انتهای دو قوس جدا شده زاویه را  
به سه قسمت مساوی تقسیم خواهد کرد. اگر منحنیهای

$$r = \sin \frac{\pi}{3} \cosec \frac{\theta}{2k}, k=1\text{ و }2\text{ و }3$$

به طریق فوق الذکر را به سه قسمت مساوی تقسیم خواهد کرد.  
ولذا زاویه تثیلیت شده است. این تنها در سایه کار برد منحنیها  
هنگامی که  $k \neq n$  است حاصل آمد. به سادگی می‌توان منحنی

$$r = \sin \frac{\pi}{n} \cosec \frac{\theta}{2k} \text{ یا منحنیهای:}$$

$$r = \sin \frac{\pi}{n} \cosec \frac{\theta}{2k} k=1\text{ و }2\text{ و }n$$

را در تقسیم زاویه به  $n$  قسمت مساوی با روشهای مشابه بکار  
برد. به ازاء:

$$\theta = \frac{2k\pi}{n} \text{ یا } \frac{r}{n} \text{ و ... و ۲ و ۱} \text{ (} k=1\text{ و }2\text{ و }n \text{ )}$$

سه مسئله تاریخی تثیلیت زاویه و تربع دایره و بالاخره  
تضییف مکعب با استفاده از پرگار و خطکش لاینحل مانده‌اند.  
ما برای حل این سه مسئله حالتهای خاص منحنیهای:

$$r = \sin \frac{\pi}{n} \cosec \frac{\theta}{2k} \quad (1)$$

را که در آن  $n$  عدد صحیح بزرگتر از یک ( $n > 2$ ) و  
 $k=1\text{ و }2\text{ و }3\text{ و ...}$

$$r = \lim_{\theta \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} \cosec \frac{\theta}{2n} = \frac{2n}{\theta} \quad (2)$$

است به کار می‌بریم

اگر فرض کنیم  $k=n=3$  منحنی

$$r = \sin \frac{\pi}{3} \cosec \frac{\theta}{6}$$

برای تثیلیت زاویه کافی است، این منحنی یک منحنی متناوب  
با دوره تناوب  $12\pi$  است ولی حوزه  $3\pi < \theta < 0$  و بخصوص  
 $\frac{\pi}{2} < \theta < 0$  منظور نظر ما است. وقتی  $\theta$  از صفر به

تغییر می‌کند ۳ از  $00 +$  تا کمترین مقدارش یعنی:

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

دور قطب می‌گردد  
و نیز باز از  $2\pi$ ،  $\theta=2\pi$   
 $\pi$  مساوی یک خواهد  
بود. برای تعیین محل  
نقاط روی منحنی یک  
طریق ساده اینست که

قوسی به مرکز  $O$  رسم کنیم بطوری که نقطه تقاطع با محور  
قطبی  $S$  باشد اکنون سه وتر که طول هر کدام  $\frac{\pi}{3}$  است

ولذا :

$$r = 2n \frac{\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)}{\theta - \frac{\pi}{2}}$$

وحدت وقتی  $\theta$  به سمت  $\frac{\pi}{2}$  میل کند  $2\pi$  است که سبب

تسهیل حل مسئله می‌گردد.

برای پیدا کردن ضلع مکعبی که حجمش دو برابر حجم

مکعب مفروضی باشد، اگر  $L$  نقطه‌ای  
به مختصات قطبی  $(r, \theta)$  باشد:

$$r = \sin \frac{\pi}{3} \cosec \frac{\theta}{2}$$

نقطه  $(r, \theta)$  باشد طول وتر  
 $LK$  برابر  $2\sin \frac{\pi}{3}$  خواهد بود.

$M$  را روی  $OK$  در طرف مقابل

$K$  نسبت به  $O$  انتخاب می‌کنیم بطوری که:

$$OM = OK = OL = r$$

باشد سپس از  $M$  عمودی بر  $MK$  اخراج می‌کنیم تا امتداد  $RA$  در  $N$  قطع کند. در همان طرفی که  $M$  هست  $P$  را

چنان در نظر می‌گیریم که  $KN = KP$  و عمودی از  $P$  بر  $MK$

آخر اخراج می‌کنیم تا  $NK$  را در  $Q$  قطع کند. اگر مختصات  $Q$  را

$(k, \varphi)$  بنامیم برای  $\pi < \theta < \pi + \varphi$  داشت:

$$\frac{OL}{PK} = \frac{OL}{PK} = \frac{MK}{KN} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{r}{r + k \cos(\pi - \varphi)} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{r}$$

$$r^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} r - \frac{\sqrt{3}}{2} k \cos \varphi$$

محل تقاطع مکان هندسی  $L$  روی:

$$r = \sin \frac{\pi}{3} \cosec \frac{\theta}{2}$$

و نیز نقطه  $Q$  بوسیله قراردادن  $r$  و  $k = r = r_1$  (دنباله پائین صفحه ۱۵۰)

مقدار  $r$  یک خواهد بود از این‌رو  $n$  منحنی از یک مجموعه از رئوس یک  $n$  ضلیع منتظم محاط در یک دایره خواهد گذشت و در تقسیم یک زاویه به چند قسمت مساوی مقدار  $\sin \frac{\pi}{n}$  یک مقدار ثابت مخالف صفر خواهد بود.

بدیهی است که اگر منحنی‌های:

$$r = \sin \frac{\pi}{n} \cosec \frac{\theta}{2k}$$

به ازاء  $m$  و ... و  $2$  و  $1 = k$  در دسترس باشد تقسیم یک زاویه به  $1$  و  $2$  و ... و  $m$  قسمت مساوی عملی خواهد بود. حال اگر  $\theta \rightarrow 0$ ، و تر در یک قوس به مرکز قطب که نقطه اطاع قوس با محور قطبی که نیز نقطه انتهائی قوس هم هست محاط بوده و:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} (r \sin \theta) = 2n \sin \frac{\pi}{n}$$

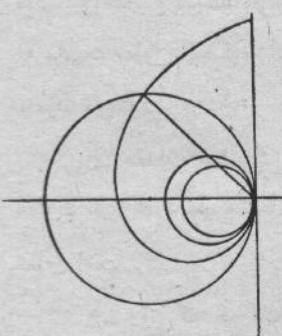
و این به مثایه محاط کردن یک  $n$  ضلیع منتظم در یک دایره است.

برای تربیع دایره منحنی (۲) را بکار می‌بریم داریم:

$$r = \frac{2\pi}{\theta}$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} r \sin \theta = 2\pi \quad \text{ونیز:}$$

با یک پاره خط به طول  $2\pi$  و وسائل اقلیدسی مربعی به ضلع  $\sqrt{\pi}$  می‌توان ساخت. از این و تربیع دایره



به شعاع واحد امکان پذیر می‌گردد. چون به هرجهت  $2\pi = 7$  تنها در صورتی است که  $r = \infty$  باشد. سهله‌تر می‌نماید که به محاط کردن وترهای به طول:

$$r = 2n \sin \frac{\pi}{n}$$

در دوایر به شعاعهای  $n$  مماس

بر محور  $90^\circ$  درجه اقدام ورزیم داریم:

$$\theta = \left(\frac{\pi}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{n}\right) \quad r = 2n \sin \frac{\pi}{n}$$

## اصطکاک

ترجمه: هوشنگ شریف زاده

می‌باید. اگر آزمایش را با وزنهای مختلفی در باره A تکرار کنیم، برای اصطکاک‌ماکزیم یکسری مقادیر بدست می‌آوریم که به وضوح بستگی به عکس العمل بین A و میز دارد. با تقسیم وزن کل B بروزن کل A در هر حالت، به این نتیجه می‌رسیم که عددی که بدست می‌آید تقریباً ثابت است.

آزمایشهای مشابهی را می‌توان با استفاده از مواد متفاوت تکرار کرد. نتایج این‌گونه آزمایشها به شرح زیر است:

### قوانين اصطکاک

۱- جهت اصطکاک در خلاف جهتی است که جسم مایل به حرکت است.

۲- بزرگی اصطکاک، تا یک حد معین، درست برای نیرویی است که مایل است جسم را به حرکت درآورد.

۳- فقط مقدار معینی اصطکاک می‌تواند وارد عمل شود. مقدار ماکزیم آن را اصطکاک حد می‌نامیم.

۴- بزرگی اصطکاک حد (برای سطوح معین) به عکس العمل قائم بین سطوح نسبت ثابتی برابر می‌باشد. این نسبت ثابت  $m$ ، به ماهیت سطوح بستگی دارد و ضریب (استاتیکی) اصطکاک نامیده می‌شود.

۵- مقدار اصطکاک، به شرط آنکه عکس العمل قائم بین سطوح تغییری نکند، مستقل از مساحات و شکل سطوح در حال تماس است.

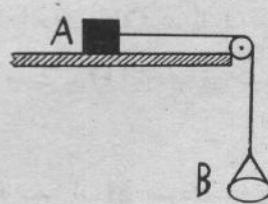
۶- وقتی که حرکت برقرار می‌شود، اصطکاک باز هم در خلاف جهت حرکت وارد می‌شود. مستقل از سرعت است و متناسب با نیروی فشاری قائم است و کمتر از اصطکاک حد است.

باید بخوبی درک شود که این قوانین، تجربی هستند و

## دروسی از تئوریک و مکانیک

هنگامی که جسم روی جسم دیگر می‌لغزد، تجربه نشان داده است، که نیرویی که مایل است در مقابل حرکت مقاومت کند وارد عمل می‌شود. این نیرو را نیروی اصطکاک می‌نامیم.

اگر قطعه چوب A را (ش ۱)، که وزن آن معلوم است روی میزی قرار دهیم سپس یک قطعه نجخ به آن بیندیم و نخرا



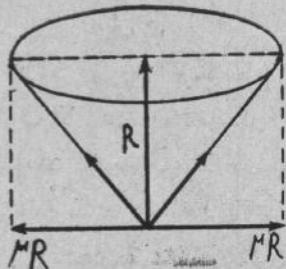
ش ۱

از شیار قرقره‌ای عبور دهیم و انتهای آن را به یک کله متصل سازیم، می‌توانیم قوانینی را که در باره عمل فیروزی اصطکاک صدق می‌کند پیدا کنیم.

اگر وزنه کوچکی در کله B بگذاریم، حرکتی در A تولید نخواهد شد. در این صورت اصطکاک بین A و میز باید بر بازن کفه و وزنهای کمتر افزوده ایم باشد. تجربه نشان می‌دهد که اگر وزن B را به تدریج زیاد کنیم، هنگامی می‌رسد که نقطه‌ای از A شروع به حرکت می‌کند. این نشان می‌دهد که فقط مقدار محدودی اصطکاک می‌تواند وارد عمل شود. همچنین می‌توان این که مایل است A را به حرکت در آورد از صفر زیادتر می‌شود، نیروی اصطکاک نیز به همان نسبت از صفر زیادتر می‌شود تا آنکه به مقدار ماکزیم یا حدی برسد و در آن هنگام حرکت آغاز گردد. در این صورت وزن کل B برای نیروی اصطکاک است. اکنون اگر وزنهای روی A قرار دهیم بطوری که عکس العمل بین A و میز افزایش یابد، و آزمایش را تکرار کنیم، درمی‌باییم که باید وزن بیشتری به B اضافه شود تا حرکت آغاز گردد، یعنی اصطکاک ماکزیم افزایش

مقدار با خط قائم داشته باشد. نیرویی که در امتداد سطح بر جسم وارد می شود و تمايل به حرکت در جسم ایجاد می کند، در هر جهت باشد، عکس العمل کل مر بوط به آن بر سطح مخروطی قرار می گیرد که نیم زاویه رأس آن برابر  $\mu$  است.

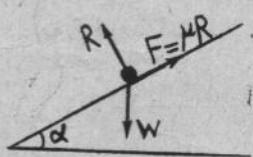
این مخروط به **مخروط اصطکاک** (ش ۳) موسوم است



ش ۳ تعادل به حالت حدی خود می رسد.

**تعادل یک نقطه مادی بر سطح شبیدار ناصاف**

فرض می کنیم نقطه ای مادی بوزن  $W$  بر سطح ناصاف قرار دارد که زاویه آن نسبت به افق متدرجاً زیاد می شود (ش ۴)



ش ۴

وقتی که زاویه آن با افق برابر  $\alpha$  است، مولفه وزن در امتداد پایین سطح برابر  $W \sin \alpha$  است. اصطکاک حداقل یا حدی برابر  $\mu W \cos \alpha$  است. پس

وقتی که حرکت می خواهد شروع شود. هنگامی است که حرکت می خواهد شروع شود.

بنابراین نقطه مادی، هنگامی که زاویه انحراف سطح شبیدار طوری است که  $\mu = \tan \alpha$  است، تحت اثر وزن خود در حال شروع به حرکت خواهد بود. و این هنگامی است که زاویه سطح شبیدار با افق برابر زاویه اصطکاک است.

**نقطه مادی که بر یک سطح افقی ناصاف و تحت اثر نیروی خارجی قرار دارد**

اگر نیرو، افقی (مانند شکل ۵) و برابر  $P$  باشد، در این صورت برای اینکه حرکت روی دهد.  $P$  باید بزرگتر از  $\mu R$  باشد. اما چون حرکت در امتداد قائم وجود ندارد  $R = W$  است، و بنابراین  $P$  باید بزرگتر از  $\mu W$  باشد.

به استثنای سه قانون اول، دائمه صحبت سه قانون دیگر محدود است. مثلاً اگر فشارهای فوق العاده زیاد بر سطوح مماس وارد شود ممکن است این سطوح از هم پاشند و قانون ۴ دیگر صدق نکند.

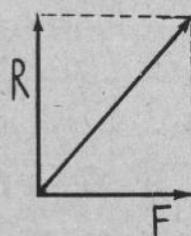
بر طبق قانون ۴، اگر اصطکاک حد برابر  $F$  (یعنی نیروی اصطکاکی که درست در آغاز حرکت وارد می شود)، و عکس العمل قائم برابر  $R$ ، و ضریب استاتیکی اصطکاک برابر  $\mu$  باشد. در این صورت:

$$F = \mu R \quad \text{یا} \quad \frac{F}{R} = \mu$$

باید کاملاً دقت کرد که فرض نشود که اصطکاک همیشه برابر  $\mu R$  است. این مقدار فقط هنگامی است که جسم می خواهد شروع به حرکت کند. در غیر این صورت، مقدار اصطکاک می تواند از صفر تا  $\mu R$  باشد.

### زاویه اصطکاک

اگر عکس العمل قائم  $R$  و نیروی اصطکاک  $F$  را ترکیب



ش ۲

و به صورت یک نیروی منفرد در نظر بگیریم (ش ۲)، این نیرو را عکس العمل کل برابر آیند می نامند. این عکس العمل با خط قائم زاویه ای می سازد که تانژانت آن

$$\frac{F}{R} \text{ است.}$$

وقتی که  $F$  از صفر شروع به زیاد شدن می کند، زاویه ای که این برآیند با خط قائم می سازد افزایش می یابد تا آنکه اصطکاک  $F$  به مقدار ماکزیمم خود یعنی  $\mu R$  برسد. در این حالت تانژانت زاویه بین برآیند و خط قائم برابر  $\frac{\mu R}{R} = \mu$  است.

وقتی که اصطکاک به مقدار حد خود می رسد، زاویه ای که عکس العمل برآیند با خط قائم می سازد، **زاویه اصطکاک** نامیده می شود و با آن نمایش داده می شود. بنابراین  $\mu = \tan \lambda$ . عکس العمل کل می تواند هر زاویه ای بین صفر و این مقدار با خط قائم بسازد، اما نمی تواند زاویه ای بیشتر از این

اصطکاک برابر است با :

$$\mu(W + P \sin \alpha)$$

و برای آنکه حرکت روی بدهد ، باید چنین داشته باشیم :

$$P \cos \theta > \mu(W + P \sin \alpha)$$

$$\therefore P(\cos \theta - \frac{\sin \lambda \sin \theta}{\cos \lambda}) > \frac{W \sin \lambda}{\cos \lambda}$$

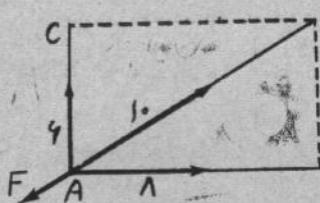
$$\therefore P > \frac{W \sin \lambda}{\cos(\theta + \lambda)}$$

حال اگر  $(\theta + \lambda) = 90^\circ$  باشد ، مخرج کسر طرف راست خیلی کوچک خواهد بود ، و برای آنکه حرکت روی بددهد  $P$  باید خیلی بزرگ باشد. اگر  $\theta + \lambda = 90^\circ$  باشد ، نقطه مادی به همیچ و جه حرکت نخواهد کرد ، حتی اگر  $P$  فوق العاده بزرگ باشد.

نیز اگر  $\theta + \lambda$  بزرگتر از  $90^\circ$  باشد ، کسینوس آن منفی ، و برای  $P$  غیر ممکن است که بتوانند نقطه مادی را به حرکت در آورد. مقدار منفی به این معنی است که  $P$  باید در جهت مخالف یعنی در امتداد  $AC$  ، وارد گردد.

مثال - نقطه ای مادی به جرم  $30\text{ kg}$  بر سطح افقی ناصافی قرار دارد . وقتی که نیروهای افقی  $8\text{ kgf}$  و  $6\text{ kgf}$  عمود بر یکدیگر ، بر آن وارد می شوند ، درست به نقطه شروع حرکت می رسد . ضرب اصطکاک بین نقطه مادی و سطح افقی و نیز جهتی را که اصطکاک اعمال می شود تعیین کنید

حل - در مساله ای از این نوع ، باید بر آیند نیرو و بی را که در نقطه مادی تمایل به حرکت ایجاد می کند پیدا کنیم . نقطه مادی در امتداد این بر آیند تمایل به حرکت دارد و اصطکاک در جهت عکس آن وارد می شود.



ش ۸

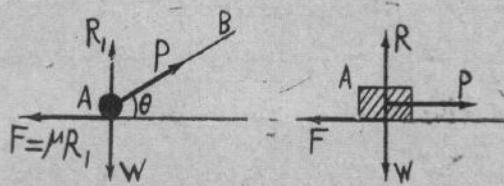
فرض می کنیم  $AB$  (شکل ۸) جهات  $AC$  و  $AD$  نیروها و  $A$  نقطه مادی باشد ، برابر است با :

$$\sqrt{36+64} = 10\text{ kgf}$$

و در امتداد  $AD$  وارد می شود و با نیروی  $8\text{ kgf}$

زاویه ای می سازد که کسینوس آن  $\frac{4}{5}$  است . اصطکاک در جهت

وارد می شود . چون اصطکاک حدی برابر  $\mu R$  است که



ش ۵

اگر نیروی  $P$  با سطح افق زاویه  $\theta$  بسازد و جهت آن به طرف بالا باشد ، (مانند شکل ۶) در این صورت این نیرودارای مؤلفه های قائم بطرف بالا خواهد بود ، که موجب می شود فشار بین نقطه مادی و سطح را کاهش دهد .

اکنون عکس العمل قائم  $R = W - P \sin \theta$  برابر است ، و اصطکاک حدی مربوط به آن برابر  $(W - P \sin \theta) \mu$  است ، پس هنگامی که حرکت درست در حال روی دادن است ، باید چنین داشته باشیم :

$$P \cos \theta = \mu(W - P \sin \theta)$$

$$\therefore P(\cos \theta + \mu \sin \theta) = \mu W$$

$$\therefore P(\cos \theta + \frac{\sin \lambda \sin \theta}{\cos \lambda}) = \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda} W$$

که در آن  $\lambda$  زاویه اصطکاک است :

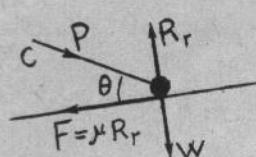
$$\therefore P \frac{\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda}{\cos \lambda} = \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda} W$$

$$\therefore P \cos(\theta - \lambda) = W \sin \lambda$$

$$\therefore P = W \frac{\sin \lambda}{\cos(\theta - \lambda)}$$

مقدار  $P$  هنگامی حداقل خواهد بود که  $\cos(\theta - \lambda) = 0$  باشد ، یعنی  $\theta = \lambda$  یا  $P = W \sin \lambda$

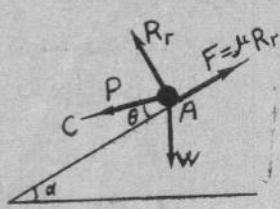
اگر  $P$  ، مانند شکل (۷) به طرف پایین در امتداد  $CA$  شب داشته باشد ، دارای مؤلفه قائم بطرف پایین



ش ۷

خواهد بود که موجب می شود عکس العمل قائم سطح و درنتیجه اصطکاک زیاد گردد . بنابراین برای آنکه نقطه مادی با حداقل نیرو و به طرف بالا و در امتداد وارد شود که زاویه آن با افق برابر زاویه اصطکاک گردد .

وقتی که  $P$  به طرف پایین وارد می شود (شکل ۷) ،



شکل ۱۰

(ب) اگر به طرف پایین و در امتدادی وارد شود که با سطح زاویه  $\theta$  بسازد، یعنی در امتداد AC (شکل ۱۰) وارد شود، اصطکاک حدی باز هم برابر

است، اما این بار وقتی که نقطه مادی در حال شروع به حرکت است به طرف بالای سطح وارد می شود.

$$P \cos \theta + W \sin \alpha = \mu (W \cos \alpha - P \sin \theta)$$

$$\therefore P (\cos \theta + \frac{\sin \lambda \sin \theta}{\cos \lambda}) = W (\frac{\sin \lambda \cos \alpha}{\cos \lambda} - \sin \alpha)$$

$$\therefore P \frac{\cos(\theta - \lambda)}{\cos \lambda} = W \frac{\sin(\lambda - \alpha)}{\cos \lambda}$$

$$\therefore P = \frac{W \sin(\lambda - \alpha)}{\cos(\theta - \lambda)}$$

P باز هم هنگامی حداقل است که  $\theta = \lambda$  باشد و در این صورت مقدارش برابر است با :

$$W \sin(\lambda - \alpha)$$

**II - هنگامی که زاویه سطح شیبدار با افق بیشتر از زاویه اصطکاک است.**

در این حالت نقطه مادی به طرف پایین سطح می لغزد، مگر آنکه نقطه مادی توسط یک نیروی خارجی نگاهداری شود. اکنون باید به دو مورد توجه کنیم : (الف) نیروی لازم برای به حرکت در آوردن نقطه مادی به طرف بالای سطح؛ (ب) نیروی لازم برای نگاهداری نقطه مادی.

(الف) این حالت درست مانند حالت I (الف) است. نیروی که به موازات سطح وارد می شود، با قراردادن  $\theta = 0$  برابر است با :

$$W \frac{\sin(\alpha + \lambda)}{\cos \lambda}$$

اگر به طرف بالا باز از زاویه  $\theta$  وارد شود،

$$P = W \frac{\sin(\alpha + \lambda)}{\cos(\theta - \lambda)}$$

P هنگامی حداقل است که  $\theta = \lambda$  باشد و در این صورت مقدار آن برابر است با  $W \sin(\alpha + \lambda)$

R عکس العمل قائمی است که بر نقطه مادی وارد می شود،  $\mu = \frac{1}{3}$  یا  $10 = 30 \mu$

نقطه مادی که بر یک سطح شیبدار ناصاف و تحت اثر نیروی خارجی قرار دارد.

- هنگامی که زاویه سطح شیبدار با افق کمتر از زاویه اصطکاک است.

در این حالت اصطکاک به قدری است که از لنزش نقطه مادی به طرف پایین و تحت اثر وزن خود جلو گیری می کند.

برای تعیین نیروی P، که در صفحه قائمی که از خط بزرگترین شب سطح می گذارد وارد می شود، و برای به حرکت در آوردن نقطه مادی به طرف بالا پایین سطح لازم است، به ترتیب زیر عمل می کنیم :

(الف) اگر P به طرف بالا وارد شود و با سطح زاویه ای برابر  $\theta$  بسازد (طبق شکل ۹)، در این صورت عکس العمل قائم برابر  $W \cos \alpha - P \sin \theta$  است.

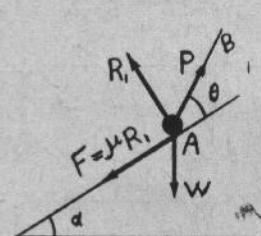
پس اصطکاک حدی برابر  $(W \cos \alpha - P \sin \theta) \mu$  است و به طرف پایین سطح وارد می شود. مولفه وزن به طرف پایین سطح برابر است با  $W \sin \alpha$ . بنابراین هنگامی که نقطه مادی در حال شروع به حرکت به طرف بالای سطح است چنین خواهیم داشت :

$$P \cos \theta = W \sin \alpha + \mu (W \cos \alpha - P \sin \theta)$$

$$\therefore P (\cos \theta + \frac{\sin \lambda \sin \theta}{\cos \lambda}) = W (\sin \alpha + \frac{\sin \lambda \cos \alpha}{\cos \lambda})$$

$$\therefore P \frac{\cos(\theta - \lambda)}{\cos \lambda} = W \frac{\sin(\alpha + \lambda)}{\cos \lambda}$$

$$\therefore P = W \frac{\sin(\alpha + \lambda)}{\cos(\theta - \lambda)}$$



شکل ۹

$$P = W \frac{\sin(\alpha + \lambda)}{\cos \lambda}$$

این مقدار، وقتی که  $\theta = \lambda$  باشد، حداقل است و در این صورت  $P = W \sin(\alpha + \lambda)$  است. اگر  $\theta = 0$  باشد، یعنی P به موازات سطح وارد شود،

۳۰° می‌سازد، که بر جسم وارد شود، جسم شروع به حرکت خواهد کرد.

- ۲- جسمی به جرم  $40\text{ kg}$  بر سطح افقی ناصافی واقع است و می‌تواند بانیرویی برابر  $10\text{ kgf}$  که بطور افقی بر آن وارد می‌شود شروع به حرکت کند. ضریب اصطکاک را تعیین کنید.
- ۳- حداقل نیروی لازم برای به حرکت در آوردن جسمی به جرم  $20\text{ kg}$  را درامتداد سطح افقی ناصافی که ضریب اصطکاک آن  $0.25$  است پیدا کنید.

۴- قطعه چوبی به وزن  $W$ ، درامتداد سطح افقی ناصافی به وسیله نیرویی کشیده می‌شود که بر می‌گز و جه بالای آن طوری وارد می‌شود که با قائم زاویه  $\theta$  می‌سازد. ثابت کنید که اگر  $\theta$  کمتر از زاویه اصطکاک باشد، قطعه چوب حرکت نخواهد کرد. ثابت کنید که اگر  $\theta$  بزرگتر از زاویه اصطکاک  $\lambda$  باشد، حداقل نیرویی که قطعه چوب را به حرکت وامی دارد برابر است با:

$$\frac{W \sin \lambda}{\sin(\theta - \lambda)}$$

۵- طول سطح شیبداری  $5\text{ m}$  و ارتفاع آن  $3\text{ m}$  است. نیرویی برابر  $4\text{ kgf}$  که به موازات سطح وارد می‌شود قادر است که از لغزش وزنهای به جرم حداقل  $10\text{ kg}$  جلوگیری کند. ضریب اصطکاک را تعیین کنید.

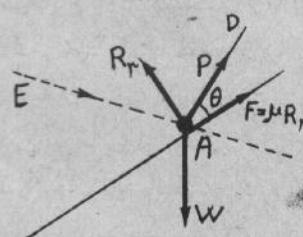
۶- بر سطح شیبدار ناصافی که زاویه آن بالا  $30^\circ$  است، جسمی به جرم  $10\text{ kg}$  درحال حد تعادل قرار دارد. سطح را بالا می‌برند تا زاویه آن بالا  $60^\circ$  شود تعیین کنید که نیرویی باید به موازات سطح وارد کرد تا جسم را نگاهداشت. ۷- جسمی به جرم  $20\text{ kg}$  بر روی سطح شیبدار ناصافی

که زاویه آن بالا  $30^\circ$  است قراردارد. اگر ضریب اصطکاک بین سطح و جسم  $1/2$  باشد، حداقل نیرویی را پیدا کنید که باید به موازات سطح وارد کرد تا (الف) از لغزش جسم به طرف پایین جلوگیری کند؛ (ب) آن را به طرف بالای سطح بکشاند.

۸- جسمی به جرم  $40\text{ kg}$  بر روی سطح شیبدار ناصافی قرار دارد، وقتی که بانیرویی  $16\text{ kgf}$  که به موازات سطح بر آن وارد می‌شود، نگاهداری می‌شود درست درحال شروع به لغزش است. وقتی که بر آن نیرویی برابر  $24\text{ kgf}$  به موازات سطح وارد می‌شود درست درحال شروع به حرکت به طرف پایین است ضریب اصطکاک را تعیین کنید.

۹- وزنهای به جرم  $60\text{ kg}$  بر سطح شیبدار ناصافی که

(ب) اگر  $P$  به طرف بالا و با زاویه  $\theta$  وارد شود (شکل ۱۱)



شکل ۱۱

$$\mu(W \cos \alpha - P \sin \theta)$$

اگنون در هنگامی که نقطه مادی در حالت شروع به حرکت به طرف پایین است، اصطکاک به طرف بالا وارد می‌شود.

$$\therefore P \cos \theta + \mu(W \cos \alpha - P \sin \theta) = W \sin \alpha$$

$$\therefore P(\cos \theta - \frac{\sin \lambda \sin \theta}{\cos \lambda}) = W(\sin \alpha - \frac{\sin \lambda \cos \alpha}{\cos \lambda})$$

$$\therefore P \frac{\cos(\theta + \lambda)}{\cos \lambda} = W \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos \lambda}$$

$$\therefore P = W \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos(\theta + \lambda)}$$

هنگامی حداقل خواهد بود که  $\theta = \lambda$  باشد یعنی هنگامی که  $P$  درامتداد  $EA$  وارد شود این را می‌توان به طریق زیر نشان داد.

اگر  $P$  درامتداد  $EA$  وارد شود، مولفه‌ای عمود بر سطح خواهد داشت که موجب افزایش عکس العمل قائم می‌شود. بنابراین اصطکاک حدی برابر  $\mu(W \cos \alpha + P \sin \theta)$  خواهد شد و به طرف بالای سطح وارد خواهد شد.

$$\therefore P \cos \theta + \mu(W \cos \alpha + P \sin \theta) = W \sin \alpha$$

$$\therefore P(\cos \theta + \frac{\sin \lambda \sin \theta}{\cos \lambda}) = W(\sin \alpha - \frac{\sin \lambda \cos \alpha}{\cos \lambda})$$

$$\therefore P \frac{\cos(\theta - \lambda)}{\cos \lambda} = W \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos \lambda}$$

$$\therefore P = W \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos(\theta - \lambda)}$$

هنگامی حداقل است که  $\theta = \lambda$  باشد، و در این صورت  $P = W \sin(\alpha - \lambda)$  است.

### تمرین

۱- جسمی به جرم  $20\text{ kg}$  بر سطح افقی ناصافی قرار دارد. ضریب اصطکاک سطح برابر  $1/5$  است. تعیین کنید باجه نیرویی، (الف) درامتداد افقی، (ب) درامتدادی که بالا زاویه

قرقره سبکی می گذرد که بالای دو سطح نصب شده، به یکدیگر متصل هستند. اگر وزنه سنگینق در حال شروع به حرکت به طرف پایین باشد، نشان دهید که ضریب اصطکاک برابر  $8 - \frac{3}{\sqrt{5}}$  است.

**۱۶**- وزنای به جرم  $40\text{kg}$  بر سطح شیدار ناصافی که بالف زاویه  $22^\circ$  می سازد قرارداد. حداقل نیروی لازم که به طرف پایین در امتداد سطح شیدار وارد می شود وسیب حرکت وزنه می گردد برابر  $4/\sqrt{9}\text{kgf}$  است. تعیین کنید: (الف) ضریب اصطکاک را؛ (ب) حداقل نیرویی که در امتداد شب سطح وارد می شود وسیب حرکت وزنه به طرف بالا می گردد چقدر است.

**۱۷**- در امتداد خط بزرگترین شب یک سطح شیدار ناصاف، که بالف زاویه  $\alpha$  می سازد، توسط نیرویی برابر  $P$  که با قسمت بالای سطح زاویه  $\beta$  می سازد، وزنای به جرم  $W$  به طرف بالا کشیده می شود. اگر ضریب اصطکاک برابر  $\mu$  باشد، مقدار  $P$  را که موجب شود وزنه  $W$  درست در حال شروع به حرکت به طرف بالا گردد تعیین کنید. کاری که بوسیله این نیروی  $P$  انجام می شود تاوزنه  $W$  به اندازه ۱ در امتداد سطح شیدار بالا بود چقدر است؟ اگر  $W = 112\text{kg}$  ،  $\alpha = 15^\circ$  ،  $\beta = 30^\circ$  ،  $\mu = 0.20$  باشد، کار انجام شده را تعیین کنید.

**۱۸**- جسمی به وزن  $W$  که بر یک سطح شیدار ناصاف قراردارد بوسیله نیروی افقی  $P$  نگاهداری می شود. این جسم را می توان به وسیله نیرویی برابر  $Q$  نیز، که در امتداد سطح شیدار و به طرف بالا بوزنه واردمی شود، نگاهداری کرد. کسینوس زاویه اصطکاک را فقط بر حسب  $P$  و  $Q$  تعیین کنید.

**۱۹**- نقطه ای مادی به وزن  $W$  بر سطح شیدار ناصافی که زاویه آن بالف از زاویه اصطکاک بیشتر است قرارداد. حداقل نیروی افقی لازم برای جلوگیری از حرکت وزنه به طرف پایین سطح برابر  $W$  است. حداقل نیروی افقی لازم برای تولید حرکت به سمت بالا برابر  $\sqrt{3}W$  است. زاویه شب وزاویه اصطکاک را تعیین کنید. بزرگی وجهت حداقل نیرویی کمی تواند نقطه مادی را به حال تعادل نگاه دارد تعیین کنید.

**۲۰**- دو وزنه متساوی که به وسیله نخی به یکدیگر متصل هستند بر سطح کره ای ناصاف بدشاع  $R$  به حال سکونند. یکی از وزنهها در بالاترین نقطه کره است. اگر زاویه اصطکاک برابر  $\alpha$  باشد واز اصطکاک نخ بتوان صرف نظر کرد، بزرگترین طول ممکن نخ را تعیین کنید.

**۲۱**- قطمه چوبی به جرم  $4\text{kg}$  بر روی تخته ای افقی به طول ۶ متر واقع است. تجریبه نشان داده است که وقتی که انتهای تخته به اندازه ۲ متر بالای باید، قطمه چوب شروع به لغزش می کند.

دنباله در صفحه ۲۰۶

زاویه شب آن  $\frac{11}{6}$  است قرارداد. ضریب اصطکاک

سطح  $\frac{1}{6}$  است. این جسم به دیگرانی مقصّل است که بال امتداد بالای سطح زاویه ای می سازد که تابع آن  $\frac{5}{12}$  است. مقادیر حدی

کش ریسمان را در حالاتی که تعادل در حالت حداست پیدا کنید.

**۱۰**- سطح شیدار ناصافی است که با بالف زاویه  $30^\circ$  می سازد و ضریب اصطکاک آن  $0.75$  است. وزنای به جرم  $80\text{kg}$  بر آن قرارداد. حداقل نیروی لازم برای آنکه جسم به طرف بالا شروع به حرکت کند چقدر است؟

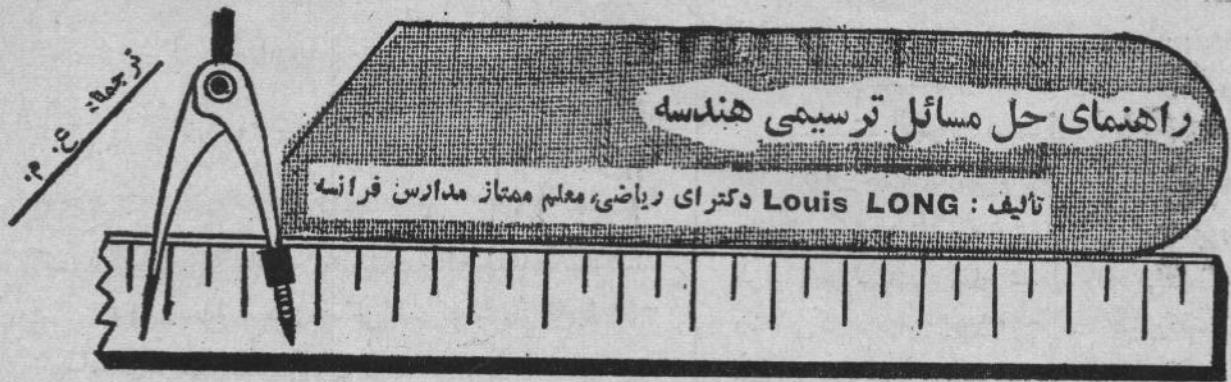
**۱۱**- اگر حداقل نیروی لازم برای آنکه جسمی از یک سطح شیدار ناصاف که زاویه آن بالف برابر  $\alpha$  است به طرف بالا شروع به حرکت کند دو برابر حداقل نیروی لازم برای جلوگیری از لغزش این جسم به طرف پایین باشد، نشان دهید که ضریب اصطکاک بین جسم و سطح برابر  $\frac{1}{\mu}$  است.

**۱۲**- حداقل نیروی لازم برای آنکه جسمی از یک سطح شیدار شروع به حرکت به طرف بالا بکند  $P$  است. نشان دهید که حداقل نیرو که به موازات سطح واردمی شود، و باعث می شود که جسم به طرف بالا شروع به حرکت کند برابر است با  $\mu + \sqrt{\mu^2 + P}$  که مقدار ضریب اصطکاک است.

**۱۳**- زاویه سطح شیداری بالف  $25^\circ$  است و قرار است که به کمک آن وزنای به جرم  $200\text{kg}$  را به طرف بالا بکشانند. ضریب اصطکاک موجود برابر  $0.25$  است. جهت و بزرگی حداقل نیروی لازم را تا آخرین رقم صحیح بر حسب  $\text{kgf}$  پیدا کنید.

**۱۴**- دو سطح شیدار دارای یک رأس مشترک هستند. قرقره ای صیقلی به بالای رأس مشترک نصب شده است و نخی از شیار آن عبور کرده است. وزنهای متساوی به دو انتهای نخ مقصّل است. هر وزنه بر روی یکی از سطوح قرار دارد. اگر یکی از سطوح صیقلی و دیگری شیدار باشد، وزنایی که بر روی سطح صیقلی قرار دارد در حال شروع حرکت به طرف پایین باشد، تعیین کنید چه رابطه ای بین زوایای شب دو سطح وجود دارد.

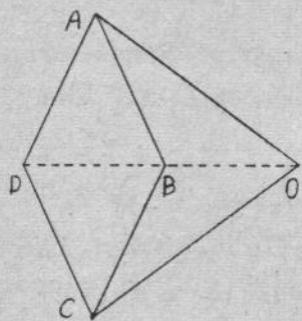
**۱۵**- دو سطح شیدار، که ناصافی هردویکسان است، دارای یک رأس مشترک هستند و زوایای شب آنها بالف  $60^\circ$  است. براین دو سطح نقاطی مادی که جرم آنها به ترتیب  $1\text{kg}$  و  $2\text{kg}$  است قراردارند. این دو نقطه مادی به وسیله نخ سبکی که از شیار



## بخش چهارم - ترسیمات خاص

### فصل سوم - بعضی ترسیمات متداول - ترسیمات غلط - استدلالهای غلط

محاجنس نقطه  $M$  است و نتیجه می‌شود با هر تغییر شکل متوازی‌الاضلاع سه نقطه  $O$  و  $M'$  و  $M$  همواره بریک استقامت باقی می‌مانند. اگر نقطه  $O$  را ثابت کرده و  $M'$  شکلی مورد نظر را پیمایید نقطه  $M$  شکلی مشابه با آن شکل را رسم خواهد کرد. در این صورت شکل رسم شده از شکل مفروض بزرگتر خواهد بود. چنانچه  $M$  شکل مفروض را پیمایید  $M'$  شکلی مشابه با آن و کوچکتر از آن را رسم خواهد کرد. در کارهای فنی از پانتوگراف برای بزرگ یا کوچک کردن شکلها و نقشه‌ها استفاده می‌کنند.



**عاكس پوسیله**-  
این ابزار از چهار میله متساوی که به شکل لوزی  $ABCD$  و دو میله متساوی دیگر  $OA$  و  $OC$  که مطابق شکل به یکدیگر مفصل شده‌اند تشکیل شده است. سه نقطه  $O$  و  $B$  و  $D$  که از  $A$  و  $C$  به یک فاصله‌اند همواره بریک استقامت می‌باشند. نسبت به دایره به مرکز  $A$  و به شعاع  $AB$  قوت نقطه  $O$  برابر است با:  $\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OB}$  و برابر است با:  $\frac{OA}{OB} = \frac{AB}{OB}$  یعنی برای مقدار ثابت است. پس اگر  $O$  نقطه ثابتی باشد و یکی از نقاط  $D$  یا  $B$  بر شکل مفروض حرکت کند نقطه دیگر شکلی رسم خواهد کرد که در انکاس به قطب  $O$  و به قوت  $\frac{OA}{OB}$  منعکس شکل

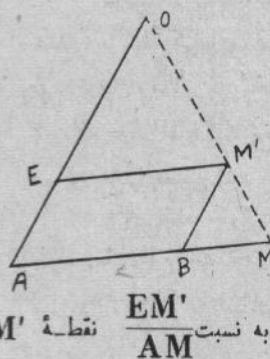
۱ - بعضی ترسیمات متداول (ترسیماتی که در کار و پیشه مورد استفاده است).

**مسئله ۱** - نیم خط  $AX$  مفروض است. در  $A$  عمودی بر آن رسم کنید.

نقطه  $O$  را خارج نیم خط اختیاری کنیم. به مرکز  $O$  و به شعاع  $OA$  دایره‌ای رسم می‌کنیم که نیم خط مفروض را در نقطه دیگر  $B$  قطع کند.  $BO$  را وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا دایره مزبور را در  $I$  قطع کند. خط  $AI$  در  $A$  بر  $AX$  عمود است. (تمام ترسیمات مزبور به کمک یک دیسمن میسر است). تبصره - ترسیماتی را که بوسیله خط کش و پرگار مشکل و پیچیده است. گاهی می‌توان با استفاده از وسائل دیگر به سادگی انجام داد. فعلا درباره رسم اتصالی بیضی و سهمی چیزی نمی‌گوییم و فقط اساس ساختمان پانتوگراف و عاكس را یادآوری می‌کنیم.

**پانتوگراف** -

**ABM'E** یک متوازی-الاضلاع مفصل دارد است و  $O$  نقطه‌ای از میله  $M'AE$  نقطه‌ای از میله  $MAB$  است بقسمتی که سه نقطه  $O$  و  $M'$  و  $M$  بر یک استقامت واقع‌اند. در تجانس به مرکز  $O$  و به نسبت  $\frac{EM'}{AM}$  نقطه  $M'$



Wie, o dies  $\pi$  macht ernstlich so vielen  
Muß?

Lernt immerhin, Jünglinge, leichte  
Verselein. Wie so zum Berspiel dies  
mochte zu meken sein.

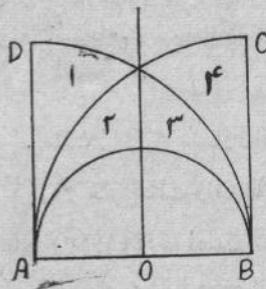
به فارسی (\*)

گر ز قدر پی کنند از تو سؤال  
پاسخی ده که خردمند ترا آموزد :  
خرد و بیشن و آگاهی دانشمندان  
ره سر منزل توفیق بما آموزد .

مسئله ۴ - تقسیم عملی محیط دایره به  $n$  قسمت متساوی -

دیسمانی رادوی محیط دایره منطبق می کنند و بعد آنرا گسترد  
طول آنرا به  $n$  قسمت متساوی تقسیم می کنند و از نو آنرا گسترد  
محیط دایره قرار می دهند .

مسئله ۵ - رسم تقریبی نیمساز زاویه مفروض  $Oy$   
طولهای متساوی  $OA$  و  $OB$  را روی  $Ox$  و  $Oy$  جدامی کنند  
و بعد وسط  $AB$  را بست آورده به  $O$  وصل می کنند .  
راه دیگر - روی  $Ox$  دو طول  $OA$  و  $OB$  و روی  
 $Oy$  دو طول  $OC$  و  $OD$  را به ترتیب متساوی با  $OA$  و  $OB$   
جدا می کنند . خطوط  $AC$  و  $BD$  را رسم می کنند و  $S$  نقطه  
تلاقی آنها را تعیین کرده به  $O$  وصل می کنند .



نیمداایره به قطر  $AB$  و دوربیع دایره  $BAD$  و  $ABC$  و همچنین  
عمود منصف  $AB$  را مطابق شکل رسم می کنیم .  $A$  و  $B$  رادو  
رأس مثلث و رأس سوم آنرا دریکی از ناحیه های ۱ یا ۲ یا  
۳ یا ۴ اختیار می کنیم .

مسئله ۶ - رسم

مثلث غیر مشخص - برای  
رسم مثلثی حاده الزوايا  
که متساوی الاضلاع و  
متساوی الساقين نباشد  
به ترتیب دقیق زیر  
می توان عمل کرد :

## ۲- ترمیمات غلط

حکم ۱ - همه مثلثها متساوی الساقین اند !

مفروض می باشد .

مسئله ۲ - تقسیم عملی قطعه خط به دو قسمت متساوی -

قطعه رسمیمانی متساوی با قطعه خط مفروض تهیه کرده آنرا از وسط تا  
می کنند و بوسیله آن وسط قطعه خط مفروض را پیدا می کنند .

مسئله ۳ - رسم عملی طول متساوی با  $\pi$  - دایره ای به  
قطر واحد رسم کرده دیسمانی رادوی محیط آن منطبق می کنند .

طول دیسمان مذبور مقدار  $\pi$  را بست می دهد .

تبصره -  $\pi$  عددی است اصم و برای تعیین مقدار تقریبی آن راههای ترسیمی مختلف وجود دارد . غیر از راههای ترسیمی

با استفاده از بعضی عبارات یا اشاره ای توان تعدادی ارقام اعشاری  $\pi$  را معلوم کرد . بعضی از این اشاره چنین است :

به فرانسه :

Que j' aime à faire apprendre un  
nombre utile aux sages .

Immortel Archiméde, artiste ingénieur,  
Qui de ton jugement peut priser la  
valeur ?

Pour moi ton problème eut de pareils  
avantages .

به انگلیسی :

How I wish I could recollect of circle  
round. The exact relation Archimede  
unwound !

با زهم به انگلیسی :

Sir, I send a rhyme excelling  
In sacred truth and rigid spelling  
Numerical sprites elucidate  
For me the lexicon's dull weight

If nature gain

not you complain

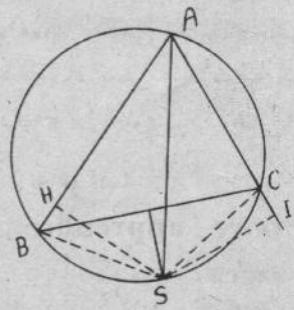
با زهم به انگلیسی :

Now I know a spell unfailing  
An artfull charm, for tasks availing  
Intricate results entailing  
not in too exacting mood  
Poetry is pretty good  
Try the talisman. Let be  
Adverse in gennity .

به آلمانی :

\* شعر فارسی از کتاب «سرگرمیهای هندسه» ترجمه پرویز شهریاری نقل شده است . در این کتاب اشعار دیگری به زبان روسی و زبانهای دیگر نیز مندرج می باشد .

حالی که خارج مثلث واقع باشد طرفین رابطه (۱) کمی کنیم. در هر حال نتیجه می شود:  $AB = AC$ : رفع اشتباه - هر چند استدلال کاملاً صحیح است اما چون بر اساس یک شکل غلط انجام گرفته نتیجه‌ای غیر عادی را موجب شده است. اگر شکل کاملاً صحیح رسم شود اولاً  $S$  بر دایره محیطی



مثلث واقع می شود، زیرا نیمساز زاویه  $A$  و  $BC$  عمود منصف ضلع  $BC$  هر یک از وسط کمان  $BC$  می گذرند. ثانیاً یکی از نقاط  $H$  و  $I$  داخل و دیگری خارج مثلث واقع می شود، زیرا در

چهارضلعی محاطی  $ABSC$  دوزاویه  $ABC$  و  $ABS$  مکمل یکدیگرند و در حالت کلی یکی از آنها حاده و دیگری منفرجه است. تساویهای  $BH = CI$  و  $AH = AI$  مسلم است اما از جمع یا تفريح طرفین آنها تساوی  $AB = AC$  بدست نمی آید.

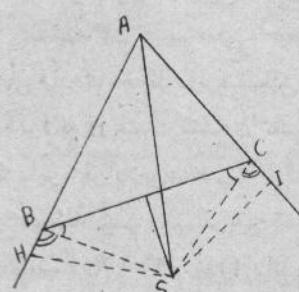
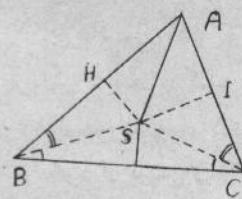
تبصره - ملاحظه می شود که اگر استدلال بر مبنای شکل غلط انجام گیرد چه نتایج غلطی را بدست می دهد. عمل اشتباه «استدلال بر مبنای شکل غلط» در مورد شکلهای مر بوط به قضایا و مسائل هندسه فضایی زیاد پیش می آید، زیرا همه شکلهای فضایی که روی صفحه گذشت رسم می شوند اجباراً غلط می باشند. هیچگاه نباید استدلال متکی بر شکل انجام گیرد به عبارت دیگر استدلال ریاضی باید بر اساس منطق انجام گیرد نه بر اساس مشاهده. البته در مواردی مثلاً در تعیین مکان هندسی مشاهده کمک می کند که نتیجه زودتر بدست آید.

**حکم ۲** - زاویه قائمه با زاویه منفرجه برابر است!

چهارضلعی  $ABCD$  را در نظر می گیریم که در آن زاویه  $A$  قائمه و زاویه  $B$  منفرجه و علاوه بر آن  $AD = BC$  باشد.  $\angle D$  و  $\angle A$  عمود منصفهای  $CD$  و  $AB$  را در سمی  $CD$  و  $AB$  باهم موازی بوده در یک امتداد باشند موافقاً اند پس  $CD = AB$  و  $AD = BC$  پس به ناجار  $AD = BC$  عمود مشترک آنها است و چون  $AD = BC$  پس به ناجار  $ABCD$  مربع مستطیل بوده و زاویه  $B$  قائمه می باشد.

اگر  $\angle D$  و  $\angle A$  در یک امتداد نباشند در یک نقطه  $S$  متقاطی خواهند شد.  $S$  بداخل و یا خارج چهارضلعی واقع می باشد، در هر حال  $S$  را به چهار رأس چهار ضلعی وصل می کنیم. چون  $S$  بر

در مثلث دلخواه  $ABC$  نیمساز داخلی زاویه  $A$  و عمود منصف ضلع  $BE$  را در سمی کنیم. اگر این دو خط در یک امتداد باشند یعنی نیمساز زاویه  $A$  در عین حال ارتفاع ضلع  $BC$  هم باشد نتیجه می شود که مثلث متساوی الساقین است و حکم ثابت است. اگر



نیمساز و عمود منصف در یک امتداد نباشند در یک متعالقی می شوند. عمدهای  $SH$  و  $SI$  را به ترتیب بر  $AB$  و  $AC$  و  $SB$  و  $SC$  را نیز رسم می کنیم. چون  $A$  بر نیمساز زاویه  $S$  واقع است پس:

$$SH = SI \quad (1)$$

و چون  $S$  بر عمود منصف ضلع  $BC$  واقع است پس:

(۲)  $SB = SC$  و همچنین  $zSBC = zSCB$ . دو مثلث قائم الزاویه  $SIC$  و  $SHB$  در حالت تساوی و ترویج ضلع  $BR$  باشند و نتیجه می شود:

$$zHBS = zICS \quad (4)$$

اگر  $S$  داخل مثلث واقع باشد طرفین روابط (۳) و (۴) را نظیر به نظیر باهم جمع می کنیم. خواهیم داشت:

$$zABC = zACB$$

پس مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است و حکم ثابت می شود.

اگر  $S$  خارج مثلث واقع باشد از جمع نظیر به نظیر طرفین رابطه های (۳) و (۴) خواهیم داشت.

$$zCBH = zBCI \Rightarrow zABC = zACB$$

با از هم حکم ثابت می شود.

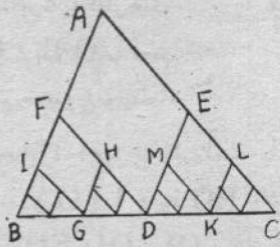
(۴) اگر  $S$  روی ضلع  $BC$  واقع باشد یعنی نیمساز زاویه  $A$  در عین حال میانه ضلع  $BC$  است یعنی مثلث متساوی الساقین است و در این حالت هم حکم ثابت است،

یادآوری - می توان به طریق زیر اثبات کرد: از تساوی دو مثلث قائم الزاویه  $AHS$  و  $AIS$  (در حالت تساوی و ترویج زاویه) خواهیم داشت (۱)  $AH = AI$  و از تساوی دو مثلث

قائم الزاویه  $SIE$  و  $SBH$  (در حالت تساوی و ترویج ضلع) خواهیم داشت: (۲)  $HB = IE$ . در حالتی که  $S$  داخل مثلث واقع باشد طرفین رابطه های (۱) و (۲) را باهم جمع می کنیم و در

### ۳- استدلال غلط

مثال ۱- هر ضلع مثلث برابر است با مجموع دو ضلع دیگر آن در مثلث مفروض  $ABC$  نقطه  $D$  وسط ضلع  $BC$  را به



و سطح ضلع  $CA$  و همچنین به  $F$  و سطح ضلع  $AB$  وصل می‌کنیم. می‌دانیم که  $DE$  مساوی و موازی با  $AB$  و مساوی و موازی  $DF$  با نصف  $AC$  است یعنی:

$$DE = AF, DF = AE$$

و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} BF + FD + DE + EC &= \\ &= BF + EA + FA + EC = AB + AC \end{aligned}$$

و سطح  $BD$  را به  $G$  و سطح  $BF$  را به  $H$  و سطح  $DF$  را به  $I$  وصل می‌کنیم. طبق استدلال بالا خواهیم داشت:

$$DI + IG + GH + HD = BF + FD$$

همچنین در مثلث  $DEC$  داریم:

$$DM + MK + KL + LC = DE + EC$$

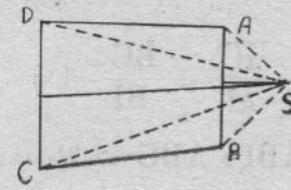
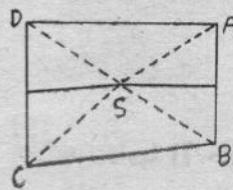
از جمع طرفین دورابطه اخیر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} BI + IG + GH + HD + DM + MK + \\ + KL + LC &= AB + AC \end{aligned}$$

عمل مزبور را داده‌ایم می‌دهیم یعنی سطح  $BG$  را به اوساط  $IG$  و  $GD$  وصل می‌کنیم و همچنین ... در هر حال طول خط شکسته‌ای که بدست می‌آید برابر است با مجموع  $AB + AC$  و چون عمل را بینهایت مرتبه تکرار کنیم حد خط شکسته حاصل منطبق بر  $BC$  است و خواهیم داشت:

$$BC = AB + AC$$

رفع اشتباه - اگر  $d$  تفاضل مجموع دو ضلع برضلع سوم از مثلثهای کوچک و  $n$  تعداد این مثلثها فرض شود و قطبی  $n$  بسیار بزرگ شود  $d$  بسیار کوچک می‌گردد و حاصل ضرب  $nd$  در حد به صورت  $\infty - \infty$  در می‌آید. در استدلال بالاین حاصل ضرب برابر با صفر اختیار شده است در صورتی که حاصل ضرب مزبور مبهم است و در بسیاری از موارد برابر با مقدار محدود می‌باشد. در مثلث بالا حاصل ضرب  $nd$  همواره و حتی در حد برابر با مقدار ثابت باقی می‌ماند.



$\triangle$  واقع است پس  $SA = SB$  و چون  $S$  بر  $AC$  واقع است پس  $\triangle SBC \cong \triangle SAD$ . دو مثلث  $SBC$  و  $SAD$  در حالت تساوی سه ضلع متساوی‌اند و در نتیجه آن داریم:

$$SBC = SAD \quad (1)$$

از طرف دیگر مثلث  $SAB$  متساوی الساقین است و داریم:

$$SBA = SAB \quad (2)$$

اگر  $S$  داخل چهارضلعی باشد طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را باهم جمع می‌کنیم و اگر  $S$  خارج چهارضلعی واقع باشد طرفین دورابطه مزبور را از یکدیگر کم می‌کنیم، در هر حال نتیجه‌های شود که زاویه  $CBA$  با زاویه  $BAD$  برابر بوده و قائم‌های باشد. رفع اشتباه - شکل رسم شده در هر دو حالت غلط می‌باشد. نقطه  $S$  در خارج چهارضلعی چنان واقع می‌شود که  $SC$  در خارج چهارضلعی قرار می‌گیرد.

حکم ۳ - از نقطه خارج خط دو عمود می‌توان بر آن

رسم کرد!

دو دایره  $C$  و  $C'$  به مرکزهای  $O$  و  $O'$  را چنان رسم می‌کنیم که در دونقطه  $A$  و  $B$  متقاطع باشند. قطر  $\Delta AE$  از دایره  $C$  و قطر  $AF$  از دایره  $C'$  را درست می‌کنیم. خط  $EF$  را در می‌کنیم که دایره  $C$  را در  $K$  و دایره  $C'$  را در  $I$  قطع می‌کند.

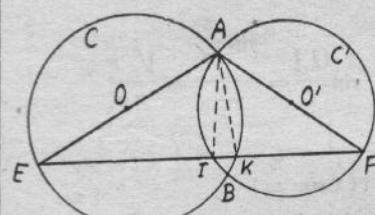
زاویه  $AKE$  قائم است زیرا در دایره  $C$

محاط و رو برو به قطر است  $AK$  بر  $EF$  عمود است. زاویه  $AIF$

نیز قائم است زیرا محاط در دایره  $C'$  در  $AI$  و  $EF$  بر و به قطر است

دو عمود  $AK$  و  $AI$  بر یک خط  $EF$  رسم شده است!

رفع اشتباه - در شکل صحیح خط  $EF$  از نقطه  $B$  می‌گذرد.



از روابط بالا نتیجه می شود :

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AI}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BI}} \quad (1)$$

چون زاویه  $B$  حاده است در مثلثهای  $ABI$  و  $ABC$  داریم :

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} - 2\overline{BC} \cdot \overline{BH}$$

$$\overline{AI} = \overline{AB} + \overline{BC} - 2\overline{BI} \cdot \overline{BH}$$

این مقادیر را در رابطه (1) قرار می دهیم بعده اختصار خواهیم داشت :

$$(\overline{AB} - BC \cdot BI) \cdot BI = (\overline{AB} - BC \cdot BI) \cdot BC$$

طرفین را بر عامل مشترک خود تقسیم می کنیم ، حاصل می شود .

$$BC = BI$$

رفع اشتباه ... اشتباهی که در استدلال بالا وجود دارد تقسیم طرفین تساوی بر مقداری برادر صفر است که عمل غلط است . زیرا از اشتباه دو مثلث داریم :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BI}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad \text{یا} \quad \overline{AB} - BC \cdot BI = 0$$

حل سه مسئله ... (بقیه از صفحه ۱۲۹)

$\varphi = \theta$  بودست می آید و معادله اخیر چنین می شود :

$$\overline{r}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{r}_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{r}_1 \cos \theta_1$$

$$\overline{r}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} (1 - \cos \theta_1) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta_1}{2} = \sqrt{3} \sin^2 \frac{\theta_1}{2}$$

$$\overline{r}_1 = \sqrt{3} \frac{3}{4} \overline{r}_1 \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\pi}{3}}{\overline{r}_1} = \frac{\sqrt{3}}{2 \overline{r}_1}$$

$$(2\overline{r}_1)^2 = 8\overline{r}_1^2 = 2(2 \sin \frac{\pi}{3})^2$$

و این نشان می دهد که مکعب به ضلع  $2\overline{r}_1$  حجمی دو برابر

حجم مکعب به ضلع  $\frac{\pi}{3}$  را دارد . و بدینسان حل

آخرین مسئله از سه مسئله مشهور نیز تحقق می یابد .

مثال ۳ - محیط نیمدايره با طول قطرش برابر است و یا

اینکه عدد  $\pi$  برابر با ۲ است !

نیمدايره به قطر

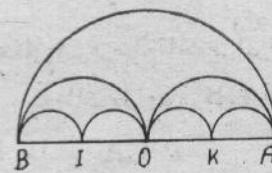
و به مرکز  $O$  رادر

نظری گیریم . داخل آن

دو نیمدايره به قطرهای

$OB$  و  $OA$  را رسم

می کنیم . مجموع محیطهای



دو نیمدايره اخیر برابر است با محیط نیمدايره . فرض ، اگر وسط  $OA$  و  $OB$  باشد چهار نیمدايره به قطرهای  $K$  و  $I$  و  $IB$  و  $OI$  و  $KO$  و  $AK$  رسم می کنیم . مجموع محیطهای این چهار نیمدايره برابر است با مجموع محیطهای دو نیمدايره اول و در نتیجه برابر است با محیط نیمدايره مفروض . چنانچه عمل را به ترتیب بالاتا بینهایت دفعه اداء می دهیم در هر حال مجموع محیطهای نیمدايره های حاصل برابر است با محیط نیمدايره مفروض و چون در حد نیمدايره ها بینهایت مرتبه کوچک شده برابر است . بعبارت دیگر داریم :

$$\pi = 2R \quad \text{یا} \quad \pi R = 2R$$

اشتباه در استدلال بالا نظیر اشتباه مر بوط به مثال ۱ می باشد .

مثال ۳ - هر قطعه خط با جزوی از خودش برابر است .

مثلث  $ABC$  را در نظر می گیریم که در آن  $BC$  بزرگترین زاویه باشد . روی ضلع  $BC$  نقطه  $I$  را چنان انتخاب

می کنیم که زاویه  $BAI$

با زاویه  $BCA$  برابر

باشد و  $H$  تصویر  $A$  بر

$BC$  را بددست می آوریم .

دو مثلث  $ABI$  و  $ABC$  دو تابعند ( در حالت

تساوی دو زاویه ) پس

نسبت مساحت های آنها برابر است با مساحت تابعند آنها :

$$\frac{\text{مساحت } ABC}{\text{مساحت } ABI} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AI}}$$

از طرف دیگر دو مثلث مزبور در ارتفاع  $AH$  مشترک اند

و نسبت مساحت های آنها برابر است با نسبت قاعده های آنها :

$$\frac{\text{مساحت } ABC}{\text{مساحت } ABI} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BI}}$$

## مسائل انتخابی

# از مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها

ثلث اول - آذر ۱۳۴۷

مسائلی که در زیر چاپ می‌شود از میان مسائلی انتخاب شده که قبل از پایان مهرماه سال جاری به دفتر مجله واصل شده است. از چاپ و انتخاب مسائلی که بعداً واصل شده است معدوم بوده‌ایم.

حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید:

$$\sqrt{(x^2-y^2)(x+y)} - \sqrt{4x^2-4xy} + \sqrt{x-y} = ?$$

دبیرستان سپهرشاهی

دبیر: فتاحی - فرستنده: علی اکبر احسانی

- مطلوب است محاسبه  $y$  از رابطه زیر:

$$y = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

- کسرهای زیر را ساده کنید:

$$\frac{x^2+4-2x}{2+x} - \frac{x^2+27}{2-x} - \frac{6x}{(x^2+3)^2-9x^2}$$

دبیرستان سعیدالعلماء

دبیر: اسماعیل پور - فرستنده: محمود لیاقتی

- کسر زیر را ساده و مقدار  $A$  را پیدا کنید:

$$A = \frac{\sqrt[9]{a} \times \sqrt[10]{a^2} \times \sqrt[15]{a^3}}{\sqrt[12]{a^7} \times \sqrt[20]{a^5} \times \sqrt[15]{a^4}}$$

- هرچه باشد  $a$  و  $b$  و  $c$  صحت نامساوی زیر را ثابت کنید:

$$a^2+b^2+c^2 > ab+bc+ca$$

- اگر  $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''}$  باشد درستی رابطه زیر را ثابت

کنید:

## کلاس چهارم طبیعی

جبر

دبیرستان پهلوی اردبیل

دبیر: داداش زاده - فرستنده: جلال پور صفر قلی

- اگر داشته باشیم:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{2} = \frac{z}{b} = \alpha$$

ثابت کنید که:

$$\frac{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \alpha$$

دبیرستان حاجیقوام شیراز

دبیر: شفیعی - فرستنده: جمشید ودیعی

- صحت تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} = 6$$

- مقدار  $x$  را از رابطه زیر تعیین کنید:

$$x^5 = \frac{162}{192} \times 225(7)^{-3} \times \frac{28}{49-1} \times \sqrt{10/1}$$

دبیرستان رضا شاه کبیر شاهی

دبیر: سخاوت - فرستنده: علی اکبر احسانی

فرمول سوختن سولفورکربن را بنویسید و تعیین کنید از هر ملکول گرم جسم مزبور چند ملکول گاز تولید می شود و هر لیتر مخلوط گاز حاصل از احتراق چند گرم وزن دارد . اگر این گاز را در محلول  $\frac{1}{50}$  ملکول گرم در لیتر  $MnO_4K$  عبور دهیم چند cc پرمنگنات را بیرنگمی کند در صورتی که وزن سولفور کربن اولیه  $3/8 gr$  بوده باشد .

## کلاس چهارم ریاضی

### مسائل جبر

#### دبيرستان آزادگان

دبیان : دهقانی - فرستنده : حمید شهرابی  
بدون انجام عمل تقسیم خارج قسمت و باقیمانده تقسیم زیر را بدست آورید :

$$\frac{x^{m+1} + a^{m+1}}{x+a}$$

#### دبيرستان البرز

فرستنده : علی مهرداد وحدتی  
- مخرج کسر زیر را گویا کنید :

$$A = \frac{\sqrt{11} + \sqrt{7}}{\sqrt{396} - \sqrt{126} + \sqrt{175} - \sqrt{112}}$$

- عبارت زیر را به ساده ترین صورت تبدیل کنید :

$$\frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{ab} - 2b}{a - b}$$

- معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{x\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x^3} - 1} - \frac{\sqrt{x^3} - 1}{\sqrt{x} + 1} = 4$$

#### دبيرستان پهلوی

دبیان : معین - فرستنده : علی صفر نورالهی  
- معادله زیر را حل کنید :

$$2\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x} = \sqrt{a-x + \sqrt{x(a+x)}}$$

- مطلوب است حل و بحث معادله زیر :

$$\frac{(x-2)^2}{1-mx} - x + 4$$

$$\begin{aligned} \sqrt{ab} + \sqrt{a'b'} + \sqrt{a''b''} &= \\ &= \sqrt{(a+a'+a'')(b+b'+b'')} \end{aligned}$$

- صحبت رابطه زیر را تحقیق کنید :

$$\begin{aligned} \sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}} + \sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} &= \\ \sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} &= \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

#### دبيرستان شاهپور بابل

دبیر : حسین جانزاده - فرستنده : عزیز الله زارع

- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید :

$$\begin{aligned} \sqrt{1+x+\sqrt{1+2x}} + \sqrt{1+x-\sqrt{1+2x}} &= \\ &= \sqrt{2(1+2x)} \end{aligned}$$

- حاصل تقسیم زیر را بدست آورید :

$$\sqrt{(x+a)\sqrt{(x+a)\sqrt{x+a}\sqrt{(x+a)^2}}$$

### مسائل فیزیک

#### دبيرستان حکیم نظامی قم

دبیر : آفخانی - فرستنده : جواد فیض

- ترنی به وزن  $3 \times 10^5 kgf$  روی خط آهنی بهشیب

$1/2$  حرکت می کند :

اولا - نیروی کشن موتور را پیدا کنید .

ثانیا - اگر توان موتور  $160 ch$  باشد سرعت متوسط

ترن را حساب کنید .

- کره ای فلزی به قطر  $6 cm$  و به وزن  $2 kg$  را به

جسم استوانه شکل دیگری به وزن  $4 kg$  و ارتفاع  $12 cm$

متصل می کنیم بطوریکه ارتفاع استوانه در امتداد قطر گلوله

باشد  $G$  مرکز ثقل دستگاه را بیابید .

### مسائل شیمی

#### دبيرستان حکیم نظامی قم

دبیر : راد منش - فرستنده : جواد فیض

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = 2$$

### دیبرستان خیام نیشابور

دیبر، کریمی - فرستنده: حمید حقانی  
عبارت زیر را به حاصل ضرب عوامل تجزیه کنید:  
 $a^3 - \sqrt{8} \times a + 2 - (a+5)^2$

- صحت تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{6}}$$

### دیبرستان رازی شاهی

دیبر، فتاحی - فرستنده: علی اکبر احسانی  
حاصل عبارت  $2 + 3x + 3x^2 + x^3$  را در صورتی که:

$$x = \sqrt[3]{3} - 1 + (\sqrt[3]{3} - 1)^2$$

- معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{2ax^{m+1} - 2x^m}{x-1} + \frac{2bx^m}{x+1} = \frac{2ax^m(x+1)}{x^2-1}$$

### دیبرستان رهنما

دیبر، اشراقی - فرستنده: علی توسلی  
ثابت کنید:  $a^3 + b^3 + 1 = a^2 + b^2 + ab$  باشد  
 $a^3 + b^3 + 2ab^2 = 1$  است.

$$\text{اگر } \frac{f(x)}{f(x^2)} = \frac{1}{x-1} \text{ باشد عبارت } \frac{f(x)}{f(x^4)} \text{ را به ساده ترین صورت بنویسید.}$$

### دیبرستان سینما مسجد سلیمان

دیبر، زنجانی - فرستنده: محمد کاهکش  
در صورتی که  $(a+1)(b+1) = 1$  باشد  
حاصل عبارت  $x = (a+1)^{-1}(b+1)^{-1}$  باشد

مطلوب است مقدار عددی  $x$  بدانه:

$$b = (2 - \sqrt{3})^{-1} \text{ و } a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$$

### دیبرستان شاهپور رشت

دیبر، منظری - فرستنده: مسعود کاظم موسوی  
عبارت زیر را به حاصل ضرب عوامل تجزیه کنید:  
 $a(a+1)(a+2)(a-1) + 1$

کسری های زیر را ساده کنید:

$$\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}, \quad \frac{a\sqrt{d} - bc\sqrt{d} - d\sqrt{d} - 2d\sqrt{bc}}{\sqrt{a} + \sqrt{bc} + \sqrt{d}}$$

### دیبرستان تربیت قوچان

دیبر، عمارزاده - فرستنده: حسین دلربائی  
عبارت  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  مفروض است  
مطلوب است محاسبه ضرایب  $a$  و  $b$  در هر یک از دو حالت زیر:  
الف: عبارت  $f(x)$  بر  $2 + x$  قابل قسمت بوده و باقیمانده تقسیم آن بر  $3 - x$  مساوی  $15$  گردد.

ب: خارج قسمت تقسیم عبارت  $f(x)$  بر  $3 + x$  باشد باقیمانده تقسیم را نیز بدست آوردید.  
اگر  $a+b+c=2u$  باشد درستی تساوی زیر را ثابت کنید:

$$u^3 + (u-a)^3 + (u-b)^3 + (u-c)^3 = a^3 + b^3 + c^3$$

- حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت ممکن بدست آورید:

$$\frac{2}{\sqrt{12} - \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{13} - 3} + \frac{1}{3 + \sqrt{5}}$$

### دیبرستان حکمت قم

دیبر، سعیدی - فرستنده: جواد فیض  
عبارت زیر را به حاصل ضرب عوامل تجزیه کنید:  
 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1$   
مطلوب است محاسبه  $a$  و  $b$  و  $c$  بدقتی که عبارت:  
 $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$   
بر عبارت  $(1-x)^3$  قابل قسمت باشد.

### دیبرستان خوارزمی شماره ۱۵

دیبر، صدری - فرستنده: بهروز حکیمی  
اگر  $x$  و  $y$  مقادیر مثبتی باشند حاصل عبارت زیر را بدست آورید:

$$P = \sqrt{x^2y} + \sqrt{y^2} - \sqrt{y(x-y)}$$

- اگر  $f(x) = x^2 - x + 1$  باشد:  
 $f(x+1) - f(x) = ?$

$$x = \frac{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}}$$

- اگر باشد عبارت زیر را محاسبه کنید:

$$a(x-1)^n - b(x+1)^n = ?$$

- اگر  $y = ax + cz$  و  $x = by + cz$  باشد ثابت کنید که:  
 $z = ax + by$

$$g(x) = 12x^4 - 20x^3 - x^2 + 3x^3 - 20x^2 - 12x$$

بدست آورید .

ثالثاً - معادله  $3x^4 - x^3 - 20x^2 - 12x = 0$  را حل کنید .

### دبیرستان هر آت

دبیر : اشرفی - فرستنده : محمد مهدی شمس الدین زاده  
 سه جمله‌ای درجه دوم ( $x$ ) را که مقدار ثابت ش صفر است طوری تعیین کنید که  $x - f(x) \equiv f(x) - f(x-1)$  باشد .  
 با استفاده از مسئله فوق ثابت کنید مجموع  $n$  عدد صحیح اول مساوی ( $x$ ) است .

- دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ ax+by+cz=a+b+c \\ xyz=1 \end{cases}$$

### دبیرستان هدف شماره ۳

دبیر : علی آبادی - فرستنده : سعید قهرمانی  
 درستی تساوی ذیر را تحقیق کنید :

$$(5 - 3\sqrt{2}) \sqrt{13 + 20\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}} = 7}$$

### مسائل هندسه

#### دبیرستان ابن سینا رضائیه

دبیر : رحیمی افشار - فرستنده : قاسم جبارزاده  
 در مثلث غیر مشخص ABC دو مربع 'ACC'A" در اضلاع AB و AC و در خارج مثلث بنا "ABB'A" را بر اضلاع O و O' مراکز این دو مربع باشند می کنیم؛ ثابت کنید هر گاه O و O' مراکز این دو مربع باشند OMO = O'M و زاویه M و سطح ضلع BC باشد . را حساب کنید .

#### دبیرستان البرز

فرستنده : علی مهرداد وحدتی  
 در مثلث ABC از نقطه A عمودی بر AB اخراج نموده و از نقطه C نیز عمودی بر BC اخراج می کنیم و نقطه تلاقی این دو عمود را M می نامیم ثابت کنید نقاط M و B از

### دبیرستان شاهپور شیراز

دبیر : جوادپور - فرستنده : عبدالحسین حق بین

- مطلوب است تعیین باقیمانده تقسیم عبارت

$$5x^6 + 2x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 8x^2 + 4x + 2x + 1 + 65536x^6$$

بدون عمل تقسیم

- تابع ( $x$ )  $f$  از درجه سوم را بقسمی تعیین کنید که مجموع ضرایب آن ۶ بوده و بر  $x + 1$  بخش پذیر باشد در ضمن می دانیم باقیمانده تقسیم آن بر  $x^3 + 5x - 6$  مساوی شده است .

- معادله زیر را حل کنید :

$$\sqrt[5]{(x+1)^2} - 3\sqrt[5]{(x-1)^2} - 2\sqrt[5]{x^2-1} = 0$$

### گروه فرهنگی شهریار قم

دبیر : امیدوار - فرستنده : جواد فیض

صحت تساوی ذیر را تحقیق کنید :

$$(x+y-z)^2 + (x-y+z)^2 + (x+y+z)^2 + 24xyz = (x+y+z)^3$$

- دو جمله‌ای ذیر را به کمال بینم نیوتن بسط داده و خلاصه کنید :

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})^5$$

### دبیرستان علم و صنعت

دبیر : غفاری - فرستنده : محمود فغانی

مجموع ضرایب کثیرالجمله ذیر را بدست آورید :

$$(1 - 3x + x^2 + 4x^3 - 4x^4) \times (1 + 2x + x^3 + 2x^4)^{12}$$

### دبیرستان گلشن رازشبسیر

دبیر : باهمت - فرستنده : ایوب مظفری پور

- حاصل عبارت  $2 + 2x + x^2 + 2x^3 + x^4$  را به ازای

$$x = (\sqrt{2} - 1)^{\frac{1}{2}} - (\sqrt{2} - 1)^{-\frac{1}{2}}$$

حساب کنید .

- عبارات  $f(x) = ax^4 - x^3 + bx^2 - 12x + c$

$$g(x) = x^4 - x^3 - x^2 - 6$$

او لا -  $c = ab$  را بطریقی تعیین کنید که داشته باشیم :

$$f(x) = x \cdot g(x) \cdot q(x)$$

پس عبارت  $q(x)$  را حساب کنید .

ثانیاً - بدون انجام عمل تقسیم باقیمانده

در مثلثی  $ma$  و  $mb$  معلوم است مثلث را رسم کنید.

### دبيرستان شاهپور رشت

دبیر: منظری - فرستنده: مسعود کاظم‌موسی

در لوزی  $ABCD$  مربعی چنان محاط کنید که روشن  
بر اضلاع لوزی واقع باشد.

### دبيرستان شاهپور شیراز

دبیر: اشرف - فرستنده: عبدالحسین حق‌بین

- از مثلثی زاویه  $A$  و  $B-C$  و  $h_a$  معلوم است آن را رسم کنید.

- ثابت کنید مابین تمام مثلثهایی که در مثلث مفروض  $ABC$  محاط‌اند محیط مثلثی که رأسهای آن پس از سه ارتفاع مثلث  $ABC$  است کمترین مقدار ممکن را دارد.

### گروه فرهنگی شهریار (قم)

دبیر: صدری -- فرستنده: جواد فیض

زاویه‌محدب  $AOB$  و نیم خط  $OC$  در خارج آن مفروض است نیمسازهای زوایای  $COA$  و  $COB$  را به ترتیب  $OD$  و  $OE$  می‌نامیم ثابت کنید:

$$AOB = 2DOE$$

### دبيرستان کمال

دبیر: مسعود فر - فرستنده: حسن رسولی

متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  مفروض است از  $D$  خطی چنان رسم می‌کنیم که قطر  $AC$  را در نقطه  $F$  و امتداد  $AB$  را در نقطه  $E$  قطع کند ثابت کنید:

$$\frac{CF}{AF} + \frac{BE}{AE} = 1 \quad (1)$$

$$(2) \text{ اگر } AB = 8\text{Cm} \text{ و } AD = 5\text{Cm} \text{ و زاویه}$$

بین آنها } ۱۲۵° باشد مساحت متوازی‌الاضلاع را پیدا کنید.

### دبيرستان کورش کبیر (مشهد)

دبیر: برادران - فرستنده: حمید مغفوریان

از مثلثی دوزاویه و شعاع دایره محاطی در دست است مثلث را رسم کنید.

عمود منصف  $AC$  به یک فاصله‌اند.

- نیم‌دایره‌ای بدقطر  $AB$  مفروض است، دونقطه  $M$  و  $N$  روی کمان  $AB$  طوری تغییر مکان می‌دهند که همواره وتر  $MN$  برابر شعاع دایره می‌باشد ( $M$  طرف  $A$  و  $N$  طرف  $B$ ) مکان هندسی نقطه  $P$  محل تلاقی دو خط  $AM$  و  $BN$  را تعیین نماید.

### دبيرستان پهلوی

دبیر: معین - فرستنده: علی‌صغر نوراللهی

$D$  و  $A$  دوزننده قائم  $ABCD$  مفروض است و زوایای  $D$  و  $A$  قائم است اگر  $AB = a$  و قاعده  $BC = \frac{4}{9}a$  و ساق

براً بر مجموع دو قاعده باشد.

۱ - اندازه ارتفاع  $CH$  را حساب کرده و با فرض این که  $DC$  برابر  $4\text{cm}$  است دوزننده را رسم کنید.

۲ - اگر روی ساق  $BC$  طول  $K$  را به اندازه  $a$  جدا کنیم و از  $K$  عمودی بر  $BC$  اخراج کنیم تا ساق دیگر را در  $M$  قطع کنند ثابت کنید مثلثهای  $CMD$  و  $CKD$  وهمچنین مثلثهای  $KMB$  و  $MAB$  با هم برابرند.

۳ - ثابت کنید که  $M$  وسط  $AD$  قرار دارد و زاویه  $CMB$  قائم است.

۴ - اندازه  $CM$  و  $BM$  را بدست آورده ثابت کنید مثلث  $DKA$  قائم است.

### دبيرستان حکمت قم

دبیر: محسنیان - فرستنده: جواد فیض

بر رأس  $A$  از متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  خط (d) را مرور می‌دهیم ثابت کنید که فاصله رأس  $C$  از این خط مساوی است با مجموع یا تفاضل فواصل دو رأس دیگر از همین خط.

### دبيرستان خوارزمی شماره ۱

دبیر: میر کیا - فرستنده: بهروز حکیمی

- مثلثی را با در دست داشتن یک زاویه و ارتفاعات وارد بر اضلاع آن زاویه رسم کنید.

- زاویه بین نیمسازهای زوایای حادث از تقاطع امتداد اضلاع مقابل ۴ ضلعی محدب مساوی نصف، مجموع دو زاویه مقابل ۴ ضلعی است.

### دبيرستان رازی شاهی

دبیر: حسینی - فرستنده: کیومرث رحمانی

$$(\log a)^3 + (\log b)^3 + (\log c)^3 = 3 \log a \log b \log c$$

### دیبرستان تربیت قوچان

دبیر : معمارزاده - فرستنده : حسین دلربائی

سه عدد تشکیل یک تصاعد هندسی داده اند. اگر به جمله وسط ۱۵ واحد بیفزایم تصاعد حسابی می شود و اگر در تصاعد جدید ۸۵ واحد بر جمله سوم بیفزایم تصاعد مجدد هندسی می شود. سه عدد را پیدا کنید.

### دیبرستان جام جم

دبیر : بکتاشی

- مجموع  $n$  جمله یک تصاعد حسابی برابر است با  $S_n = n^2 + 5n$

-- مطلوب است محاسبه :

$$S = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2$$

### دیبرستان حاج قوام شیراز

دبیر : سلطانی مقدم - فرستنده : جمشید و دیعی

- رشته اعداد طبیعی را طوری دسته بندی می کنیم تا هر دسته به یک مجذور کامل ختم شود مانند :

$$(1+2+3+\dots+n)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

مجموع اعداد دسته  $k$  ام را تعیین کنید.

-- مطلوب است محاسبه مجموعهای زیر :

$$A = \frac{1}{1^2} + \frac{2}{1^2 + 2^2} + \frac{3}{1^2 + 2^2 + 3^2} + \dots + \frac{n}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}$$

$$B = 4 + 19 + 44 + 79 + \dots \quad (\text{تا } n \text{ جمله})$$

$$C = 8 + 2(89) + 3(899) + \dots \quad (\text{تا } n \text{ جمله})$$

- در یک تصاعد حسابی مجموع  $m$  جمله اول مساوی با مجموع  $n$  جمله و یا  $p$  جمله بعدی می باشد ثابت کنید :

$$(m+n)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{p}\right) = (m+p)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)$$

- اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  چهار جمله متوالی از تصاعد حسابی باشند ثابت کنید  $(b-a)^4 abcd + (b-a)^4$  مجذور کامل است.

### دیبرستان خوارزمی شماره ۱

دبیر : قاسملو - فرستنده : بهروز حکیمی

$$\log B = 4 / 50786 \quad \log A = 3 / 28796$$

### مسائل حساب

#### دیبرستان ابن سینا رضائیه

دبیر : پرتوفی - فرستنده : فاسی جبارزاده

$$-\text{با فرض } \log_a x = 12 \text{ و } \log_b x = 13 \text{ و } \log_{abc} x = 16$$

$$\log_{abc} x = 16 \text{ مطلوب است محاسبه}$$

- دستگاه زیر را حل کنید :

$$\log_y x + \log_x y = 2$$

$$\log x + \log y = 2 \log 5$$

### دیبرستان البرز

فرستنده : علی مهرداد و حدتی

-- معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{\log_3 x}{3} + \frac{\log_5 x}{x} = 6$$

ثابت کنید :

$$(\log_3 3)^{-1} + (\log_5 3)^{-1} > 2$$

### دیبرستان بیست و پنجم شهریور (مسعود سلیمان)

دبیر : حجاوی - فرستنده : محمد رضا بهرامی

مطلوب است تعیین  $x$  از عبارت زیر :

$$x^r = \frac{(5718/49)^2}{\sqrt[5]{3/1416} \times \sqrt[4]{4/27}}$$

### دیبرستان پهلوی

دبیر : معین - فرستنده : علی صفر نوراللهی

- مجموع ۳۵ جمله از رشته زیر را پیدا کنید :

$$(x + \sqrt{2}) + (x^2 + 2\sqrt{2}) + (x^3 + 3\sqrt{2}) + \dots$$

- در یک تصاعد هندسی نزولی نامحدود مجموع شش

جمله اول آن برابر  $\frac{7}{8}$  مجموع جملات آنست، قدر نسبت این تصاعد را حساب کنید.

- ثابت کنید جمله  $(n+1)$  ام یک تصاعد هندسی که جمله اولش  $a$  و جمله سومش  $b$  باشد مساویست با جمله  $(2n+1)$  ام تصاعد هندسی که جمله اولش  $a$  و پنجم آن  $b$  باشد.

### دیبرستان پهلوی همدان

دبیر : ازگمی - فرستنده : محمد هادی طباطبائی

به فرض آنکه  $abc = 1$  باشد ثابت کنید :

### دیبرستان شاهپور رشت

دیین: منظری - فرستنده: مسعود کاظم هوسوی  
- بارمهای ۵ سؤال طوری تبیین شده‌اند که به ترتیب  
تشکیل یک تصاعد عددی می‌دهند اگر مجموع نمرات دو سؤال  
اول ۳ نمره از مجموع نمرات دو سؤال آخر کمتر باشد. بارمهر  
یک از سوالات را تعیین کنید.

- یک تصاعد عددی دارای  $2n$  جمله است. اگر مجموع  
جمله اول آن و  $S'$  مجموع  $n$  جمله دوم آن باشد ثابت کنید که  
 $S' - S = n'd$

### دیبرستان شاهپور شیراز

دیین: دستغیبی - فرستنده: عبدالحسین حق بین  
- فقط با استفاده از تعریف لگاریتم اولاً دو عدد  $\log_2$   
و  $\log_5$  را مقایسه کنید. ثانیاً مقدار عبارت زیر را بدست آورید.

$$\log_{\frac{2}{5}} \sqrt[3]{2\sqrt[2]{4}}$$

- از رابطه زیر  $x$  را بدست آورید.

$$\log_x \sqrt[7]{625} - \log_x \sqrt{125} = \frac{1}{6}$$

### گروه فرهنگی شهریار (قم)

دیین: صدری - فرستنده: جواد فیض  
- معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{\sqrt{\frac{x+1}{5^{4x+3}}} - \sqrt{\frac{2x+2}{125x+2}}} = 0$$

- مطلوبست محاسبه مجموع جملات زیر:

$$\frac{x^1 - 1}{x^1} + \frac{2x^2 - 1}{x^4} + \frac{3x^3 - 1}{x^9} + \dots + \frac{nx^n - 1}{x^{3n}}$$

### دیبرستان فیروز بهرام

دیین: خسروی - فرستنده: پروین روانی  
اگر  $\log_{14} 7 = a$  و  $\log_{14} 5 = b$  باشد مطلوبست  
محاسبه  $\log_{28} 28$  بر حسب  $a$  و  $b$ .

### دیبرستان ههر آئین شیراز

دیین: سلطانی مقدم - فرستنده: جمشید ودبی، غلامعلی  
بهضایی -  
اگر  $ab = c$  و  $b > a$  به ترتیب جملات  $m$  و  $n$  و  $p$  باشند،  
یک تصاعد حسابی باشند، صحبت تساوی زیر را تحقیق کنید:

باشد. اولاً  $\log_x$  را محاسبه کنید. ثانیاً مقدار  $x$  را  
 $x = \frac{\sqrt[A]{A}}{\sqrt[B]{B}}$   
بدست آورید.

- معادله زیر را حل کنید:  
 $\log_2(x+15) + \log_4(x+15) + \log_8(x+15) = 7$

### دیبرستان رازی شاهی

دیین: باقری - فرستنده: کیومرث رحمنی  
دستگاه زیر را حل کنید:

$$\left| \begin{array}{l} \log_2(x+2y-3) - \frac{1}{2} \log_{\sqrt[3]{2}}(2x-y-3) = \\ \frac{1}{4} \log_4 \log_2 \log_5 12 \\ \frac{1}{2} \log_{\sqrt[5]{2}}(y^2+7y+10) + \log_{25}(y+2)^2 = \\ \frac{1}{3} \log_{\sqrt[7]{5}} a \end{array} \right. (log_a 8)$$

### دیبرستان رضا شاه کبیر شاهی

دیین: سخاوت - فرستنده: علی اکبر احسانی  
مطلوبست حل معادله زیر:

$$3x+2 - 107 = 3x-2 - 3x+1$$

### دیبرستان رهمنما

دیین: مولائی - فرستنده: علی توسلی  
- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید:  
 $\log_5^5 + \sqrt[7]{r} - \log_3^3 + \sqrt[4]{r} - \log_2^2 + \sqrt[12]{r} = 7$

- معادلات زیر را حل کنید:

$$\left| \begin{array}{l} \log_4 \left\{ 2 + \log_2 [1 + \log_2(x-3)] \right\} = \frac{1}{2} \\ (\sqrt[7]{x}) \log_8 x + 2 = 8 \end{array} \right.$$

### دیبرستان سعید العلماء

دیین: علی پور - فرستنده: محمدحسین حیدرزاده  
- مجموع بینهایت جمله از سری زیر را حساب کنید در  
صورتی که قدر مطلق  $x$  و  $y$  از یک کوچکتر باشند.

$$x(x+y) + x^2(x^2+y^2) + x^3(x^3+y^3) + \dots$$

- تصاعد عددی بنویسید که جمله اول آن ۵ و قدر نسبت  
آن عددی صحیح است و اعداد ۵۷ و ۱۱۳ جملاتی از تصاعد  
می‌باشند.

- با اهرمی به طول  $120\text{cm}$  می خواهیم با نیروی جسمی به وزن  $50\text{kgf}$  را  $20\text{cm}$  بالا ببریم مطلوبست:  
۱- محل تکیه گاه اهرم ۲- تغییر مکان نیروی کارگر.  
۳- کار نیروی کارگر.

### دبیرستان رازی شاهی

دبیر: ابراهیمی - فرستنده: علی اکبر احسانی  
جسمی به وزن  $50\text{kgf}$  کیلوگرم روی سطح  $30^\circ$  و جسمی به وزن  $800\text{kgf}$  کیلوگرم روی سطح  $60^\circ$  قرارداده. این دو وزنه به وسیله نخی باهم مربوطند اولاً جهت حرکت در کدام سمت است. ثانیاً مقدار کار بر آیند را حساب کنید در صورتی که طول سطح شبیدار  $1/7$  است. اگر در  $4$  ثانیه حرکت کند توان آن را حساب کنید.

### گروه فرهنگی شهریار (قم)

دبیر: کبیری - فرستنده: جواد فیض  
۱- میله به طول  $100\text{cm}$  را بطور افقی قرار داده و دو انتهایش را بهدو نیروسنجه  $A$  و  $B$  می بندیم. یک وزنه  $15\text{kg}$  به فاصله  $20\text{cm}$  از نیروسنجه  $A$  به میله بسته و نیز یک وزنه  $40\text{kg}$  را به وسط میله می بندیم هر یک از نیروسنجه ها چه نیروی را نشان می دهند.

### دبیرستان کمال

چرخ چاهی است که قطر استوانه آن  $40\text{cm}$  و شعاع دسته اش  $50\text{cm}$  می باشد. باری به وزن  $25\text{kg}$  را به وسیله آن از چاه بالا کشیم. اگر راندمان  $80\%$  باشد حساب کنید.  
۱- نیروی کارگر را ثانیا - اگر دسته را  $35$  دور پجر خانیم کار انجام شده بر حسب ژول چقدر است.

ثالثا - اگر دسته چرخ را موتوری با سرعت  $90$  دور در دقیقه پجر خاند توان موتور را بر حسب اسب بخار بدست آوردید.

### دبیرستان گورش

دبیر: معتمدی - فرستنده: احمد رضا پاکروان  
به یک زیر دریایی که کاملاً در آب غوطه ور است جسمی به وزن  $2$  تن و به وزن مخصوص  $8$  آویزان است، اگر این جسم را از زیر دریایی جدا کرده در آب رها کنیم، معین کنید چه حجم از زیر دریایی از آب خارج خواهد شد. (وزن مخصوص آب دریا را  $1$  فرض می کنیم).

### دبیرستان گورش کبیر (مشهد)

دبیر: طوسی - فرستنده: حمید مغفوریان  
در ظرفی دو گلوله از طلا و چوب که بواسیله نخ نازکی به هم مربوطند به ترتیب در جیوه و آب غوطه و در حال تعادل

$a(n-p) + b(p-m) + c(m-n) = 0$   
و چنانچه متعلق به یک تصاعد هندسی باشد:

$$a^n - p \times b^p - m \times c^m - n^p = 1$$

- بین  $x$  و  $y$  رابطه ای تبیین کنید چنانچه اگر  $x = 2y$  و  $y$  همچنین  $2y$  و  $x$  هر کدام  $n$  واسطه عددی درج کنیم واسطه های  $k$  ام متساوی گردد.

### دبیرستان هدف شماره ۲ دختران

دبیر: شاهدی - فرستنده: شعله خروشی  
اگر  $S_m$  مجموع  $m$  جمله و  $S_n$  مجموع  $n$  جمله و  $I_m$  جمله  $m$  و  $I_n$  جمله  $n$  ام یک تصاعد حسابی باشد و بدایم

$$\frac{I_m}{I_n} = \frac{2m-1}{2n-1} \quad \text{است ثابت کنید} \quad \frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$$

### دبیرستان هدف شماره ۳

دبیر: علی آبادی - فرستنده: سعید قهرمانی  
باشرط  $a > 0$   $a$  معادله زیر را حل کنید:

$$(1+a)(1+a^2)(1+a^4) = 1+a+a^2+\dots=\infty$$

### مسئائل فیزیک

#### دبیرستان حکمت قم

دبیر: دخانچی - فرستنده: جواد فیض

جسم  $P$  به مرکز نقل  $G$  در دست است نیروی  $\vec{F}_1$  را در نقطه  $O$  نیروی  $\vec{F}_2$  را در نقطه  $C$  بر جسم  $P$  وارد می کنیم در صورتی که  $CO = 12\text{cm}$  باشد و نیروی  $\vec{F}_2 = 3\vec{F}_1$  باشد فاصله مرکز نقل اولیه تا مرکز نقل ثانویه را بدست آورید (نیروی های  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  مختلف الجهت هستند)

#### دبیرستان خوارزمی شماره ۱

دبیر: رئیس زاده - فرستنده: بهروز حکیمی  
روی سطح شبیداری به شبکه  $1/5$  ماشینی به وزن  $800\text{kg}$

بالا می زود نیروی اصطکاک  $\frac{1}{40}$  وزن ماشین است. توانی که

ماشین مصرف می کند  $10\text{ch}$  می باشد مطلوبست:

۱- نیروی موتور  $2$  - سرعت ماشین بر حسب  $\text{km/h}$   
۲- کار نیروی موتور در مدت دو دقیقه بر حسب ژول.

## دبيرستان خيام نيشابور

دبير: اجلالی - فرستنده: حميد حقانی

برای تعیین غلظت یک محلول اسید سولفوریک  $100\text{cc}$  آن را با کلروردشود تر کیپ کرده ایم و گاز حاصل را وارد محلول کازسولفورونموده ایم، وزن اسید کلریدریک حاصل  $4,65\text{g}$  شده است تعیین کنید گرم در لیتر محلول اسید سولفوریک را.

## دبيرستان رازی شاهی

دبير: محبوبی - فرستنده: کیومرث رحمانی  
چه مقدار سدیم باید در آب حل شود تا نصف محلول حاصل  $100\text{cm}^3$  اسید کلریدریک  $14,6$  گرم در لیتر را خشی نماید.

## دبيرستان سینما

دبير: رستم پور - فرستنده: محمد کاهکس  
بر ۲ گرم کلروردشود تجارتی اسید کلریدریک می افزاییم و گاز حاصل را وارد محلول ایندزید سولفورو کرده ایم و سپس کلروباریم فراوان بر آن می ریزیم  $2/33$  گرم رسوب سفید ته نشین می شود درجه خلوص کلروردشود را حساب کنید.

## دبيرستان کمال

دبير: روغنی زاد - فرستنده: حسن رسولی  
 $500\text{cc}$  از محلول مخلوط نیترات نقره و نیترات کلسیم موجود است اگر  $50\text{cc}$  از این محلول را تا حجم  $100\text{cc}$  رفیق کنیم و بر  $20\text{cc}$  از محلول رفیق شده اسید کلریدریک اضافه کنیم رسوب حاصل  $0,0287$  گرم وزن دارد بر  $20\text{cc}$  دیگر، اسید سولفوریک اضافه می کنیم وزن رسوب حاصل  $0,0136$  گرم می باشد مطلوب است. الف- غلظت نیترات نقره و نیترات کلسیم در محلول اولیه.  
ب- اگر حجم دوازده مصروف هریک  $20\text{cc}$  باشد غلظت هریک ازدوازید را محاسبه کنید.

## دبيرستان محمد قزوینی (قزوین)

دبير: ایمن - فرستنده: حسین رفیعی

- مقداری کافی سنگ آهک را در  $30\text{cc}$  محلول اسید کلریدریکی که  $22/4$  لیتر در لیتر گاز اسید کلریدریک دارد حل کرده و گاز حاصل را وارد سود نموده تا کاملاً خشی شود نمک متبلوری به وزن  $429,0$  گرم بدست می آید تعداد آب تبلور نمک را حساب کنید.

- یک گرم قلع خالص را با اسید نیتریک تر کیپ می کنیم محصول حاصل را قبل از تکلیس تبخیر می نمایم جرم با قیمتانه بعد از تکلیس  $1,28$  گرم است (اسید کلرید فلز منبور) اگر حرارت مخصوص این فلز  $5556/0$  باشد وزن اتمی قلع و ظرفیت آن را

می باشند در صورتی که حجم گلوله طلا  $20\text{cm}^3$  باشد، حجم و وزن گلوله چوبی را بدست آورید.

## دبيرستان هدف شماره ۳

دبير: لطفی - فرستنده: سعید قهرمانی  
ارایه ای راروی سطح شبیداری بالامی برند. طناب ارابه با سطح شبیدار زاویه  $37^\circ$  می سازد زاویه شبیز بر ای  $37^\circ$  است به طناب نیرویی بر ای  $490/5$  نیوتن وارد می شود تا حرکت ارابه یکنواخت باشد. ۱- مؤلفه های این نیرو را در امتدادهای سطح شبیدار و عمود بر آن بدست آورید (بر حسب کیلو گرم نیرو) ۲- اگر نیروی اصطکاک  $0,056$  و وزن ارابه باشد در این صورت وزن ارابه چقدر است؟ ۳- برآیند نیرو های عمود بر سطح شبیدار چه اندازه است. ۴- ضرب اصطکاک و بازده را در سطح شبیدار محاسبه نمایید. ۵- کار نیروی اصطکاک در تغییر مکان  $100$  متر برآبر چند ثول است.

## مسائل شبیه

### دبيرستان قربیت

دبير: بنی تراب - فرستنده: یوسف بالازاده

$10$  گرم بی اکسید منگز تجارتی را با اسید کلریدریک به فاکتور  $5/0$  نرمال تر کیپ کرده و گازهای حاصل را در محلول آنید رسولفور وارد می نمایند و به آن کلروباریم اضافه می کنند، رسوبی حاصل می شود که پس از شستن و خشک کردن  $23/2$  گرم جرم دارد. وزن بی اکسید منگنز خالص را در صد گرم مخلوط پیدا کنید و حجم محلول جوهر نمک مصرف شده را محاسبه نمایید.

### دبيرستان حکمت قم

دبير: واقعی - فرستنده: جواد فیض

$10\text{cc}$  محلول آب آهک به فاکتور  $2/0$  نرمال با چند  $\text{cc}$  اسید نیتریک به فاکتور  $4/0$  نرمال خشی می شود همچنین غلظت اسید و آب آهک را حساب کنید.

### دبيرستان خوارزمی شماره ۱۵

دبير: درخشنان - فرستنده: بهروز حکیمی

مخلوطی شامل اسید کلریدریک و کلرو رپتاویم است از تر کیپ  $50\text{cc}$  این محلول با نیترات نقره  $4,35\text{g}$  رسوب بدست می آید.  $50\text{cc}$  دیگر محلول بوسیله  $100\text{cc}$  محلول پناس یک دهم ملکول گرم در لیتر خشی می شود غلظت دو جسم را در محلول بدست آورید.

اگر  $x = 15^\circ$ ,  $y = 45^\circ$ ,  $z = 60^\circ$  باشد عبارت زیر را حساب کنید:

$$A = \frac{\sin^2 z \cos y (\tan^2 z \cot y - \sin^2 \frac{3\pi}{2} \cos 2x)}{\tan^2 z - \cos^2 y + \tan z}$$

### دبيرستان رهنهما

دبير، سعیدی. فرستنده: علی توسلی و محسن نجفی فرد درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید:

$$\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\tan^2 x}{\cos^2 x} = 1 - \tan^2 x$$

### مسائل فيزيك

دبيرستان‌های ابو‌مسلم و محمد قزوینی

دبير، کریم‌الدینی. فرستنده: غلامحسین آموسى

جسمی به فاصله  $15\text{cm}$  از یک آئینه مقعر به فاصله کانونی  $12\text{cm}$  واقع می‌باشد. معین کنید محل تصویر را در این آئینه. ثانیاً به فاصله  $50\text{cm}$  از آئینه مقعر عدسی مقعری به همگرايی  $8\text{-dioptrی طوری قرار می‌دهیم که محور اصلی آئینه وعدسی برهم منطبق باشند$ . مطلوب است محل تصویر انتهایی در این دستگاه به طریقه ترسیم و حاسبه و بزرگنمایی دستگاه (آئینه وعدسی) را

### دبيرستان حکیم نظامی قم

دبير، آقاخانی. فرستنده: جواد فیض

ظرفی است بلوری که ضخامت ته آن  $2\text{cm}$  و ضرب بشکست آن  $1/5$  می‌باشد. در آن تارتفاصله  $8\text{cm}$  مایعی به ضرب بشکست  $1/6$  ریخته‌ایم اگر جسمی را در زیر ظرف قرار دهیم ناظری از بالا جسم را نگاه کند فاصله تصویری را که ناظر می‌بیند تاچشم پیدا کنید، در صورتی که فاصله چشم ناظر تا سطح مایع  $7\text{cm}$  باشد.

### مسائل شیمی

#### دبيرستان‌های آذربایجان

فرستنده: عبدالرحیمی

مخلوطی از سرب و مس را در اسید نیتریک ترکیب می‌کنیم و محلول حاصل را تا یک لیتر ریقق می‌نمائیم بر  $200\text{cc}$  این محلول ریقق شده اسید سولفوریک کافی اضافه می‌کنیم رسوبی به وزن

دراکسید مریبوطه بدست آورید.

### دبيرستان هدف‌شماره ۳

دبير، علی‌پور - فرستنده: سعید قهرمانی

اولاً -  $1/6$  گرم پرمنگنات پتاسیم ناخالص را در آب حل کرده حجم محلول را به  $100\text{cc}$  می‌رسانیم. ثانیاً به  $10\text{cc}$  محلول آب اکسیژن آنقدر آب اضافه می‌کنیم تا حجم محلول به  $20\text{cc}$  برسد. ثالثاً  $10\text{cc}$  از محلول پرمنگنات با  $20\text{cc}$  محلول آب اکسیژن  $56\text{cc}$  اکسیژن می‌دهد مطلوب است: تعیین ارزش حجمی آب اکسیژن اولیه و درجه خلوص پرمنگنات پنایم.

### کلاس پنجم طبیعی

### مسائل جبر

#### دبيرستان پهلوی دزفول

دبير، فخر عطار - فرستنده: محمد رضا لونی  
- طول جبری بردار  $AB$  مساوی  $32$  و طول وسط این بردار  $(M)$  تعیین کنید. اولاً طولهای دوسر این بردار را ثانیاً روی محور  $Ox$  نقطه  $M$  را طوری تعیین کنید که:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$$

- نمودار دوتایی  $y = -x^2 + 2$  و  $y = -3x - 6$  را رسم نموده و ضرب بزاویه خط را پیدا کنید.

#### دبيرستان شاهپور بابل

دبير، حسین‌جانزاده - فرستنده: عزیزانه زارع  
اولاً بر روی نیمساز رباع اول نقطه‌ای به عرض  $2$  اختیار نموده و از این نقطه خطی بر آن عمود نمائید. معادله این خط را نوشته و مختصات نقاط  $A$  و  $B$  محل تقاطع این خط عمود با محورهای مختصات را بدست آورید. ثانیاً ثابت کنید مثلث  $AOB$  قائم-الزاویه متساوی الساقین است.

### مسائل مثلثات

#### دبيرستان پهلوی دزفول

دبير، فخر عطار - فرستنده: محمدرضا لونی

### دبيرستان ابن‌سینا رضائیه

دبیر: رحیمی افشار - فرستنده: بهمن رحمتی

.. اگر  $P(a,b)$  در صفحه محورهای مختصات باشد.

$$\begin{aligned} & \text{و } bOb \text{ باشد. اولاً به طریق نقطه‌یابی منحنی نمایش} \\ & \text{منحنی } a = -4x^2 - 4b^2 \text{ را رسم کنید. ثانیاً - تعیین کنید که دو خط} \\ & 4a - 4b + 1 = 0 \text{ و } 4a + 6b + 1 = 0 \end{aligned}$$

منحنی فوق رادر دو نقطه منطبق بر هم قطع می‌کنند. ثالثاً - نقطه  $P$  در چه ناحیه از صفحه  $P$  قرار گیرد تاکسر:

$$\frac{x^2 - 4bx + 4a}{4ax^2 - 6bx + 1}$$

به ازاء جمیع مقادیر  $x$  مقدار حقیقی داشته باشد.

.. ثابت کنید شرط آنکه معادله دو مجهولی زیر:

$$3x^2 + 2pxy + 2y^2 + 2ax - 4y + 1 = 0$$

منحنی نمایش دو خط مستقیم باشد آنست که:

$$p^2 + 4ap + 2a^2 + 6 = 0$$

### دبيرستان ادب اصفهان

دبیر: گوهربی - فرستنده: محمد کشتی آرای

- نقاطی از صفحه دو محور مختصات را نشان دهید که مختصاتشان در نامعادله زیر صدق کنند:

$$x^2 - 2y^2 + xy + 4y - x < 2$$

- نقطه‌ای روی خط  $2y - x = 2$  پیدا کنید که از خط (D) به معادله  $1 - 4y = 3x$  به فاصله (2) باشد.

- A(3,6) مفروض است روی محور طولها نقطه B

را چنان تعیین کنید که نیمساز زاویه AOB بر خط  $2y + x = 1$  عمود باشد.

### دبيرستان البرز

دبیر: زاوی - فرستنده: علی‌مهرداد وحدتی

- دسته خطوطی که از نقطه S(2,2) می‌گذرند عموماً محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کنند. اولاً -

معادله مکان هندسی نقطه M وسط پاره خطهای AB را

تعیین کنید، ثانیاً - معادله مکان هندسی نقطه H پای عمودهایی را تعیین کنید که از مبدأ مختصات بر خطوط AB فرود آیند.

ثالثاً - ثابت کنید این دو مکان در مبدأ مختصات بر هم مماسند.

۶۰۵ - ۵۰۰ گرم حاصل می‌شود - بر ۲۰cc دیگر جریان SH<sub>۴</sub> عبور می‌دهیم وزن رسوب حاصل مساوی ۵۰ گرم است نسبت اتم گرم‌های سرب و من را در مخلوط محاسبه کنید.

### دبيرستان حکیم نظامی قم

دبیر: تقی‌زاده - فرستنده: جواد فیض

۱۰cc محلول آب اکسیژن تا ۱۰۰cc رقیق شده است. به ۱۰cc از محلول رقیق شده اسید سولفوریک اضافه می‌کنیم و از بورت محلول  $\frac{8}{15}$  پر منگنات پتاسیم هی افزاییم، پس از دیاختن ۲۱/۳cc حجمی آب اکسیژن را تعیین کنید.

### دبيرستان فروع رشت

دبیر: شامل

- به ۱۰۰cc محلول اسید کلریدریک با ۱ PH چند گرم سود باید افزود تا به ۷ PH تبدیل شود فرض می‌کنیم یونیزاسیون کامل باشد.

- ۲۰cc اسید سولفوریک  $\frac{1}{10}$  ملکول گرم در لیتر را با ۱۰۰cc اسید سولفوریک  $\frac{1}{6}$  گرم در لیتر مخلوط نموده ایم فاکتور اسیدی محلول چیست.

### کلاس پنجم ریاضی

#### دبيرستانهای آذربایجان

دبیر: یزدان پناه - فرستنده: حسین هاشمی

- دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را به کمک مجهول

معاون حل کنید:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{3(x+y)}{x}} + \sqrt{\frac{x}{3(x+y)}} = \frac{10}{3} \\ x+y+xy=5 \end{array} \right.$$

- معادله تابعی به صورت  $(y+1)^2 + (x+6)^2 = 1$

است. مبدأ مختصات را به موازات خود به نقطه (a,b) انتقال می‌دهیم. معادله جدید به صورت  $X^2 + Y^2 = 1$  شده مختصات نقطه I را مشخص کنید (a,b) را حساب کنید.

### دیبرستان خرد شیراز

دیبر ، اردشیری - فرستنده : حکمت الله نامور  
- دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{2x-1}{y-1} + \frac{2y-1}{x-1} = 8 \end{cases}$$

- قطر  $AC$  از لوزی  $ABCD$  روی خط  $2y - x - 5 = 0$  قرار دارد  $A$  به طول  $1$  و  $C$  به عرض  $4$  باشد چنانچه طول هر ضلع لوزی برابر  $\sqrt{15}$  باشد  
مختصات رئوس لوزی را تعیین کنید .

### دیبرستان خوارزمی شماره ۲

دیبر : محمدی - فرستنده : سعید شعاعی تزاد

-- یکی از رئوس شش ضلعی منتظم را به رئوس دیگر  
وصل می کنیم مجموع هندسی پنج بردار را که بدین ترتیب بدست  
می آید بر حسب شعاع دایره محیطی حساب کنید .  
-- حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که تابع زیر همواره  
معین باشد .

$$y = \sqrt{\frac{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m}{x^2 + 2 - m}}$$

### دیبرستان دکتر نصیری

دیبر : ایزدی فر - فرستنده : علی توسلی ، محسن  
تجفی فرد

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 - a^2 = 0$$

رابطه  $\frac{y'}{y''} = \frac{x - \alpha}{1 - y''}$  را بذست آورید . ثانیاً محورهای مختصات

را به نقطه  $(\beta - \alpha, 0)$  و به موازات خود منتقل می کنیم  
معادله فوق را درستگاه جدید بذست آورید .

- نقاط  $(5, 0)$  و  $(0, 2)$  مفروضند . مطلوب است  
تعیین مختصات رئوس مثلث  $ABC$  که نقطه  $A$  یک رأس آن  
و زاویه  $C = 90^\circ$  و نقطه  $M$  وسط ضلع  $AB$  قرار داشته  
باشد و مساحت مثلث  $15$  باشد .

### دیبرستان رازی شیراز

دیبر : صادقی - فرستنده : حسن شامس ، صفر مختاری

- ناحیه‌ای از صفحه مختصات را تعیین کنید که مختصات

نقاط واقع در آن ناحیه در نامعادله زیر صدق کنند :

$$x^3 - y^3 + xy^2 - x^2 y > 4(x - y)$$

- معادله ارتفاع  $AH$  مثلث  $ABC$  عبارتست از  
 $2x + 4 - y = G$  و نقطه تلاقی سه میانه آن  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$  است  
درصورتی که رأس  $B$  روی محور  $Ox$  و اندازه پاره خط  
 $BH = \frac{6}{\sqrt{5}}$  باشد مختصات رئوس مثلث را تعیین کنید .

### دیبرستان پهلوی همدان

دیبر ، ازگمی - فرستنده : حسین طاهری  
- نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  به طولهای  $a$  و  $b$  و  $c$  روی یک محور  
چنان قرار دارند که مابین طولهای آنها باشد :

$$a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc = 0$$

بر قرار است . اگر  $M$  و  $N$  و  $P$  به طولهای  $m$  و  $n$  و  $p$   
به ترتیب اوساط  $AB$  و  $BC$  و  $CA$  باشند ثابت کنید :

$$\overline{OA} \cdot \overline{OM} + \overline{OB} \cdot \overline{ON} + \overline{OC} \cdot \overline{OP} = 0$$

- اولاً خطوط  $D$  و  $D'$  به معادلات  $|x - 1| = y$  و  $|2x - 4| = z$  را در یک دستگاه رسم نموده ، ثانیاً مختصات  
نقاط تلاقی آنها را محاسبه کنید .

### دیبرستان جوینی قوچان

دیبر : معمارزاده - فرستنده : بهرام قهرمانی  
خط  $(\Delta)$  به معادله  $3x - 2y = 0$  و  $(\Delta')$  به معادله  
 $4y - 3x + 12 = 0$  مفروضند . اولاً روی خط  $(\Delta)$   
 نقطه‌ای مانند  $A$  طوری تعیین کنید که فاصله اش از خط  $(\Delta')$   
مساوی  $4$  باشد (دوجواب) . ثانیاً درصورتی که  $(4, 0)$  یک رأس مربع  $ABOC$  به قطر  $OA$  باشد مطالعه مختصات دو رأس دیگر مربع .

### دیبرستان حکیم‌سنتی اصفهان

دیبر : جمالی - فرستنده : محمد کشتی آرای  
تابع  $y = \frac{x+2}{9x^2 - 6x + 1}$  مفروض است اولاً معلوم کنید  
به ازاء چه مقدار از  $x$  این تابع نامعین است ثانیاً حدود  $x$   
را طوری تعیین کنید که داشته باش :

$$-1 < y < 1$$

از دو نقطه  $B$  و  $C$  مساوی  $60^\circ$  باشد. ثانیاً - مکان هندسی نقاطی را پیدا کنید که نسبت فواصلشان از دو نقطه  $B$  و  $C$  مساوی  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  باشد. ثالثاً - نقطه  $M$  را در ناحیه اول طوری پیدا

کنید که داشته باشیم :

$$\overline{MB} + \overline{MC} = 60^\circ \quad \text{و} \quad \overline{MC} = 2\overline{MB}$$

رابعاً - اگر  $B$  و  $C$  دو رأس مثلث  $ABC$  باشد و

$$tg C = \frac{7}{4} \quad \text{و نقطه } G \text{ مرکز ثقل مثلث بر خط } y = \frac{4}{3} \text{ واقع باشد.}$$

خامساً - اگر  $(30^\circ)$   $A$  باشد مختصات نقطه  $D$  را پیدا کنید تا چهارضلعی  $ABDC$  ذوزنقه قائم به قاعده  $AC$  باشد.

- اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  سه ضلع مثلث باشند ثابت کنید سه

جمله‌ای زیر به ازاء همه مقادیر  $x$  مثبت است :

$$b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2$$

### دیبرستان علوی

دبیر : تجلی

نقطه  $P$  و  $Q$  مفروضند از نقطه دلخواه  $Ox$  روی  $PQ$  عمودهای  $MK$  و  $MH$  را بر محورهای  $Ox$  و  $Oy$  و سپس از نقطه  $M$  عمودی بر  $HK$  فرود می‌آوریم ثابت کنید وقتی نقطه  $M$  بر  $PQ$  حرکت کند این عمودهای از نقطه ثابتی می‌گذرد.

### دیبرستان کورش گبیر فهادوند

دبیر : حسینی - فرستنده : بهرام منشط

نقطه  $(2 - 4)A$  و  $(3 - 6)B$  و  $(4 - 8)C$  مفروضند

اولاً - محل برخورد میانه وارد بر  $AB$  و عمود منصف ضلع  $BC$  را بدست آورید. ثانیاً - مطلوبست محل تلاقي ارتفاع وارد بر  $AC$  با ضلع  $AC$ . ثالثاً - مساحت مثلث  $ABC$  چقدر است. رابعاً - رأس چهارم متوازی‌الاضلاعی را بدست آورید که  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  رأس‌متواالی آن باشند. خامساً - اگر باشند تحقیق کنید که اگر اوساط اضلاع چهارضلعی را متواالیاً به هم وصل کنیم شکل حاصل متوازی‌الاضلاع است.

- مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  را طوری تعیین کنید که نمایش

$$y = \frac{x^2 + 2ax + c}{(b - 1)x^2 + ax^2 + 2x - 2}$$

تبدیل به خط داشت گردد.

-- دو نقطه  $(2 - 1)B$  و  $(1 - 2)a$  و  $(1 - 2)c$

مفروض است نقطه ثابت  $A$  را طوری تعیین نماید که مثلث  $ABC$  در ازاء جمیع مقادیر  $a$  با خودش متشابه بماند.

-- نقطه  $A$  روی  $Ox$  و نقطه  $B$  روی  $Oy$  طوری تغییر مکان می‌دهند که همواره  $OA + OB = 4$  می‌باشد، ثابت کنید که خط  $AB$  همواره بر یک منحنی ثابت که معادله آن را تعیین خواهد نمود مماس می‌باشد.

### دیبرستان رهمنما

دبیر : سعیدی - فرستنده : علی توسلی

- اولاً معادله خطوطی را تعیین کنید که از نقطه

$(4 - 2)M$  گذشته و فاصله نقطه  $(2 - 4)N$  از آن برابر ۴ واحد باشد. ثانیاً - زاویه بین دو خط حاصل را تعیین کنید.

-- دو خط به معادلات  $x - 2y = 5$  و  $2x + 3y = 3$

مفروض است محورهای مختصات را به موازات خودچنان انتقال می‌دهیم که مبدأ جدید بر محل تلاقي دو خط منطبق گردد معادلات جدید دو خط را نوشته و آنها رادر یک دستگاه رسم کنید.

### دیبرستان شمش صو معهسر

دبیر : خوش اخلاق - فرستنده : محسن پوراحمدی عربانی

نقطی از صفحه محورهای مختصات را تعیین کنید که مختصات آن نقاط در دستگاه نامعادلات زیر صدق کند :

$$\begin{cases} (x+y-1)^2 = 140 \\ (y-x+1)^2 = 140 \end{cases}$$

- اگر  $x = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$  باشد ثابت کنید :

$$y'' + 2y' + 3y = 3\sin 2x(\sin x + \cos x)$$

### دیبرستان علوی

دبیر : هؤمنی فرستنده‌گان : محمد حسین بلورچی و بهزاد نژاد

- نقاط  $(1 - 2)B$  و  $(2 - 5)C$  مفروض است.

ولاً - مکان هندسی نقاطی را باید که مجموع مربوعات فواصلشان

دیبرستان کیهان نو  
باشد و بالاخره اگر  $a+b=8$  باشد مکان هندسی  $M$  را  
پیدا کرده و رسم کنید.

- اگر  $x$  و  $y$  مختصات نقطه‌ای مانند  $M$  باشد مکان  
هندسی  $M$  را چنان پیدا کنید که : اولاً معادله درجه دوم زیر  
دارای ریشه مضاعف باشد ثانیاً یکی از ریشه‌های این معادله  
عدد ۲ باشد و سپس مکانها را رسم کنید و اگر بخواهیم این  
معادله دارای ۲ ریشه باشد  $M$  در چه ناحیه‌ای باید قرار داشته  
باشد.

$$(x+y)z^2 - 2(x+y)z + x + y - 2 = 0$$

### دیبرستان نمازی شیراز

دیبر : همت - فرستنده : ذبیح الله حبیبی

- دو نقطه  $(0, 1)$  و  $(1, 0)$  را  $A$  و  $B$  و خط  $L$  نیمساز  
زاویه  $\angle OX$  مفروضند، از نقطه اختیاری  $M$  واقع بر  $L$  به نقطه  
 $A$  وصل می‌کنیم تا محور  $y$  را در نقطه  $C$  و از  $B$  به  
وصل می‌کنیم تا محور  $x$  را در نقطه  $D$  قطع کند تحقیق کنید که  
خط  $CD$  از نقطه  $H$  وسط  $AB$  می‌گذرد

- معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{2}{(a+x)^3} + \frac{1}{4(a-x)^3} - \frac{5}{5(a^2-x^2)^3} = 0$$

### دیبرستان هدف شماره ۳

فرستنده : محمد علی شکوفه

- معادلات اصلاح مثلث  $ABC$  را بنویسید در صورتی که  
یک رأس آن  $(5, -4)$  و  $B(-4, 0)$  بوده و معادلات دو ارتفاع آن  
عبارت باشند از :

$$3x + 8y + 13 = 0 \quad 5x + 2y - 4 = 0$$

- معادلات اصلاح مثلثی را بنویسید در صورتی که یک رأس  
آن  $(1, 4)$  بوده و معادلات دو نیمساز آن به صورت  
زیر باشند :

$$x - 1 = 0 \quad x - y - 1 = 0$$

- معادلات اصلاح مثلث  $ABC$  را بنویسید در صورتی که  
یک رأس آن  $(3, 4)$  باشد و معادلات نیمساز و میانه نظیر  
یک رأس عبارت باشند از :

$$3x + 13y - 10 = 0 \quad x + 2y - 5 = 0$$

### مسائل مثلثات

#### دیبرستان آذربایجان

دیبر : افروز - فرستنده : هاشمی

### دیبرستان کیهان نو

دیبر ، خوش آهنگ - فرستنده : علی توسلی و  
محسن نجفی فرد

دو پارامتر  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید تا دو خط  $D$  و  
 $E$  به معادلات زیر در نقطه  $A$  واقع بر محو راه  $y$  را یکدیگر  
را قطع کنند :

$$y = (a+b)x + a - b \quad x = (a-b+2)y + 2a + b$$

### دیبرستان گلشن راز شبستر

دیبر ، باهمت - فرستنده : ایوب مظفری پور

- معادله زیر را حل کنید :

$$\sqrt[3]{(\sqrt{x^n+3}+2)^2} + \sqrt[3]{x^n-1} + \\ + \sqrt[3]{(\sqrt{x^n+3}-2)^2} = 2$$

- عبارت  $(x+y)t^2 - 2(x+y-1)t + (x+y)$  مفروض است. اولاً نقطه  $M(x, y)$  در کدام ناحیه از محورهای  
مختصات باشد تا عبارت فوق به ازای جمیع مقادیر  $t$  مثبت  
باشد. ثانیاً - اگر  $t$  و  $-t$  ریشه‌های معادله :

$$(x+y)t^2 - 2(x+y-1)t + (x+y) = 0$$

و ضریب زاویه‌های دو خط  $L$  و  $L'$  باشند تحقیق کنید که این دو  
خط هر گز نمی‌توانند بر هم عمود شوند . چه رابطه‌ای بین  $x$   
و  $y$  برقرار باشندتا دو خط  $L$  و  $L'$  متوازی باشند. ثالثاً - روی  
خط  $1 = 2x + 2y$  دونقطه مانند  $A$  و  $B$  یافت می‌شوند که از  
نقطه  $(1, 0)$  به فاصله  $\sqrt[3]{3}$  باشند مختصات این نقاط را بدست

آورید و ثابت کنید پاره خط  $AB$  از نقطه  $M$  به زاویه قائم  
دیده می‌شود . رابعاً - نقاطی روی محور  $x$  را بیاید که از آن  
نقاط پاره خط  $AB$  به زاویه  $45^\circ$  دیده شود

### دیبرستان مرودی

دیبر : غیائی - فرستنده : ضابطی و رفیق

- ابتدانقطه  $M$  را بر روی پاره خط  $AB$  بقسمی پیدا  
کنید که  $MA = KMB$  باشد.  $(A, 0, x_1, y_1)$  و  $(B, 0, x_2, y_2)$

و مسی اگر  $A$  و  $B$  نقاط تلاقی خط  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  باشند مختصات

$\frac{MA}{MB} = 3$  باشند  $M$  را بین  $A$  و  $B$  پیدا کنید که

رابطه  $\sin^2 x = (\sin y - \cos y)^2$  همواره برقرار است.

### دیبرستان بوعالی سینا

دیبر : ایزدی فر — فرستنده : قرویان

— با دردست داشتن دستگاه ذیر چه رابطه‌ای بین  $a$  و  $b$  برقرار است.

$$\begin{cases} \sin x + \tan x = a \\ \cos x + \cot x = b \end{cases}$$

— معادله ذیر را حل کنید و جوابهای عمومی را بدست آورده و جوابهای بین صفر و  $2\pi$  را حساب کنید:

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{5\pi}{14} - 2x) = \sqrt{2}$$

### دیبرستان جوینی

دیبر : معمار زاده — فرستنده : بهرام قهرمانی

— اگر بین ریشه‌های معادله درجه دوم ذیر رابطه  $x' + x'' = 2x'x''$  برقرار باشد اندازه کمان رابطه‌ی تبیین کنید که محصور بین صفر و  $2\pi$  باشد.

$$x' \sin t - (\sin t - \cos t)x - \cos t = 0$$

— بین عبارات ذیر رابطه‌ای مستقل از  $u$  بین  $y$  و  $x$  بدست آورید.

$$y = \cos u + \frac{1}{\sin u} - \cot u$$

$$x = 2 \sin u + \frac{\sin u}{\tan u}$$

### دیبرستان حکمت قم

دیبر : ریاضی — فرستنده : جواد فیض

— مقدار عددی  $b$  را چنان حساب کنید که عبارت ذیر مستقل از  $x$  باشد.

$$m = \frac{(2b+5)\sin x + (b-3)\cos x}{(2b+5)\cos x + (b-3)\sin x}$$

— در صورتی که داشته باشیم  $\tan x = \frac{1}{2}$  و انتهای

کمان درربع اول باشد  $\sin x$  را محاسبه کنید.

### دیبرستان خرد شیراز

دیبر : همت — فرستنده : حکمت الله نامور

— معادله  $x' \tan' a - 2(2 + \tan' a)x + \tan' a = 0$  مفروض است مطلوب است محاسبه  $x$  و  $a$  ریشه‌های این معادله و

— اگر  $\sin^2 x + 12 \cos^2 x = 11$  باشد مطلوب است

محاسبه خطوط مثلثاتی  $x$  در صورتی که  $\frac{\pi}{2} < x < 0$  باشد.

— تحقیق کنید که عبارت ذیر به  $x$  بستگی ندارد:

$$(\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x})^2 - \frac{1}{(\cos x - \sin x)^2}$$

### دیبرستان ابن سینا رضائیه

دیبر : پرتوی — فرستنده : بهمن رحمتی

— اگر  $a \sin x \sin y + b \cos x \cos y = 0$  باشد ثابت کنید که عبارت ذیر بستگی به  $x$  و  $y$  ندارد:

$$A = \frac{1}{a \sin^2 x + b \cos^2 x} + \frac{1}{a \sin^2 y + b \cos^2 y}$$

— مقدار عددی عبارت ذیر را حساب کنید:

$$\tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = ?$$

— معادله ذیر را حل کنید:

$$\sin^2(x - \frac{\pi}{8}) + 2 \cos(\frac{5\pi}{8} - x) = 3$$

### دیبرستان البرز

دیبر : بهنیاو زاوی — فرستنده : علی مهرداد وحدتی

— در صورتی که  $(0^\circ) < \alpha < 90^\circ$  باشد  $\tan \alpha = \frac{15}{8}$

— مقدار عددی عبارت ذیر را حساب کنید:

$$A = \frac{\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(540^\circ + \alpha) + \tan(990^\circ + \alpha)}{\sin(\alpha - 180^\circ) + \cos(\alpha - 810^\circ) + \tan(\alpha - 990^\circ)}$$

— در صورتی که روابط ذیر را داشته باشیم، چه رابطه‌ای

بین خطوط مثلثاتی کمانهای  $a$  و  $b$  برقرار است:

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \sin x + \sin y = 2 \sin a \\ \tan x - \tan y = 2 \tan b \end{cases}$$

— این معادله را حل کنید:

$$\sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2} \sin x \cos y$$

### دیبرستان بابلک

دیبر : هیرزا طاهری — فرستنده : محسن نجفی فرد و

علی توسلی

ثابت کنید اگر رابطه  $\tan y - \cos y = \frac{\sin y - \cos y}{\sin x + \cos y}$  برقرار باشد

$$\cos^2(x + \frac{\pi}{6}) + \cos^2(x - \frac{\pi}{6}) + \cos^2 x = 2$$

### د بیرونستان رهمنما

دبیر: هولائی - فرستنده: علی توسلی

- اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  زوایای مثلثی باشند تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2(1 + 2\cos A \cos B \cos C)$$

- معادله زیر را حل کرده و جوابهای کلی و جوابهای بین

صفرو  $\pi/2$  را بدست آورید:

$$\sqrt{2} \sin x \cos x - \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2} \cos^2 x - \cos x$$

- طرف دوم عبارت زیر را بفونیسید.

$$\cot g[(3 \operatorname{Arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 \operatorname{Arctg} \sqrt{3})] = 1$$

### د بیرونستان سخن پسران

دبیر: مدغم - فرستنده: حمید جزايری

- درستی این تساوی را ثابت کنید:

$$\sin^2 \frac{\pi}{24} + \sin^2 \frac{7\pi}{24} + \sin^2 \frac{13\pi}{24} + \sin^2 \frac{19\pi}{24} = 2$$

- معادله زیر را حل کرده و جوابهای بین صفر و  $\pi/2$  را

بنویسید:

$$8 \sin^2 x + 8 \cos^2 x = 5$$

### د بیرونستان سعدی اصفهان

دبیر: بزند - فرستنده: محمد پوستین دوز، محمد کشتی آرای، حسین دهقان

- معادله زیر را حل کرده و جوابهای بین صفر و  $\pi/2$  را

محاسبه نمایید.

$$2 \cos^2(x + \frac{2\pi}{3}) - \sqrt{3} \cos(x - \frac{5\pi}{6}) - 2 = 0$$

- عبارت زیر مفروض است:

$$a(\sin^2 x + \cos^2 x) - b^2(\sin^2 x + \cos^2 x) - 2b^2 = 0$$

اولاً - رابطه‌ای بین  $a$  و  $b$  طوری پیدا کنید که عبارت فوق به ازاء جمیع مقادیر  $x$  برای مقدار ثابتی گردد. ثانياً - اگر بخواهیم این مقدار ثابت برابر  $(12 -)$  باشد  $a$  و  $b$  را حساب کنید.

### د بیرونستان شاهپور شیراز

دبیر: اشرف - فرستنده: محمد جعفر ملک‌زاده

محمد ساجدیان

- ثابت کنید عبارت زیر محدود کامل است.

تبديل جوابها به ساده‌ترین صورت ممکنه.

- معادله مثلثاتی زیر را حل کرده و جوابهای عمومی فسیس

جوابهای مخصوص بین صفر و  $360^\circ$  آن را حساب کنید.

$$\sin(x + 30^\circ) \sin(x - 30^\circ) = \frac{1}{4}$$

### د بیرونستان خوارزمی

دبیر: صداقت‌کیش محمدی - فرستنده: سعید شعاری تراز

- صحبت تساوی زیر را تحقیق کنید:

$$\sin^2(x + \frac{\pi}{6}) + \sin^2(\frac{\pi}{3} - x) =$$

$$-\frac{1 + \sin(230^\circ + 2x) + \sin(50^\circ + 2x)}{1 - \cot(\frac{3\pi}{2} - x) \tan(\pi - x)} = \sin^2 x$$

- از دستگاه زیر را بطباطب مستقل از  $x$  بین  $m$  و  $n$  بدست آورید.

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = m \\ \sin^2 x + \cos^2 x = n \end{cases}$$

### د بیرونستان دکتر نصیری

دبیر: ترقی - فرستنده: مجتبی نجفی‌فرد، علی توسلی

اسماعیل ابراهیم‌خانی

ثابت کنید هرگاه  $\alpha$  اندازه کمانی باشد که انتهای آن در

ناحیه اول واقع است رابطه زیر برقرار است:

$$\sin \alpha \cos \alpha < \frac{1}{2}$$

### گروه فرهنگی دکتر هشترودی اصفهان

در صورتی که  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  باشد با استفاده از رابطه

$a \cos \alpha = b \sin \alpha$  رابطه زیر را نتیجه بگیرید.

$$a \sin \alpha + b \cos \alpha = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### د بیرونستان رازی شیراز

دبیر: صادقی - فرستنده: شامس

- مقادیر  $x$  را طوری انتخاب کنید که عبارت:

$$2 \sin x - \sqrt{3} \cos x$$

- اگر سه زاویه  $x$  و  $y$  و  $z$  زاویه حاده بوده و در رابطه

$x + y + z = \pi$  صدق کند ثابت کنید که:

$$\tan x \tan y \tan z \geq 3\sqrt{3}$$

- معادله زیر را حل کنید.

### دیبرستان علوی

دبیر: هؤمنی - فرستندگان: بهزاد نژاد، محمد حسین بلورچی.

$$tg y = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad tg x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \quad \text{اگر } \quad \text{باشد ثابت}$$

کنید: د

$$x - y = K\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$- \text{اگرداشته باشیم } tg(x-y) = \frac{3\sin 2y}{5-3\cos 2y} \quad \text{ثابت}$$

کنید:  $\cotg y = 2\cotg x$  است.

- اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه‌های معادله زیر باشد:

$$\sin^2 \alpha x' - 2(1 - \cos \alpha \cos \beta)x + \sin^2 \beta = 0 \quad \text{ثابت کنید:}$$

$$\frac{\sqrt{x'} + \sqrt{x''}}{\sqrt{x'} - \sqrt{x''}} = \frac{\csc \frac{\alpha - \beta}{2}}{\csc \frac{\alpha + \beta}{2}}$$

- معادله زیر را حل کرده و جوابهای کلی آنرا بنویسید:

$$\frac{2tgx - 2}{5} - \frac{tx}{5} + 5 = 0$$

### دیبرستان گامکار

دبیر: توسلی - فرستنده: جواد فیض

-- تحقیق کنید عبارت زیر با تبدیل  $x$  به  $x + \pi$  تغییر نمی‌کند.

$$a\cos^2 x + b\sin x \cos x + c\sin^2 x$$

- ثابت کنید که همواره:

$$\left| \cos \alpha - \frac{a + b}{2ab} \right|$$

### دیبرستان کورش کبیر گچساران

دبیر: رفیعیزاده - فرستنده:

ثابت کنید هرگاه  $\alpha$  اندازه کمانی باشد که انتهای آن در ناحیه اول واقع گردد روابط زیر برقرار است.

$$\begin{cases} \sin \alpha \cos \alpha < \frac{1}{2} \\ \cotg \alpha + \cotg \alpha > 2 \end{cases}$$

$$16\sin^2 x + 20\sin x + 13 - 30\sin x \cos x - 12\cos x$$

- عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن تبدیل کنید:

$$\frac{\sin \Delta \circ \text{gr} \operatorname{tg} 1 \Delta \circ \text{gr} \operatorname{tg} 6 \Delta \circ \text{gr} \operatorname{cotg} 3 \Delta \circ \text{gr}}{\cos 2 \Delta \text{gr} \sin \frac{17\pi}{8} \sin \frac{15\pi}{8} \sin \frac{9\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8}}$$

- رابطه‌ای بین  $(\alpha)$  و  $(\beta)$  برقرار کنید که داشته باشیم.

$$\cotg \alpha \cotg \beta \cotg \gamma - \cotg \alpha - \cotg \beta - \cotg \gamma = 0$$

### دیبرستان شاهرضا مشهد

دبیر: بقائی - فرستندگان: محمد علی حشمتی، محمد تقی خروشی

- ثابت کنید عبارت زیر بستگی به  $x$  ندارد:

$$A = \sin(\frac{\Delta\pi}{12} + 3x) \cos(\frac{\pi}{12} - 3x) + \cos(\frac{\Delta\pi}{42} + 3x)$$

$$\sin(\frac{\pi}{12} - 3x)$$

- اگر  $\sin \alpha + \cos \alpha = k$  باشد، مطلوب است محاسبه عبارت  $\sin^{-r} \alpha + \cos^{-r} \alpha$  بر حسب  $k$ .

### دیبرستان شمس صومعه سرا

دبیر: خوش‌الخلق - فرستنده: محسن پوراحمدی

اگر رابطه  $\sin 2x \cos(2x + \alpha) = \sin 2x$  برقرار باشد آن را برابر زیر را تبیجه بگیرید.

$$2tg\alpha = tg(2x + \alpha)$$

### دیبرستان شهاب بروجن

دبیر: امام جمعه‌زاده - فرستنده: نوزرستار

- ثابت کنید اگر  $tg\alpha$  و  $tg\beta$  ریشه‌های معادله:

$$atg\alpha + btg\beta = 2b \quad atg^2 \alpha + btg\alpha + c = 0$$

برقرار باشد داریم:

$$b^2(2a - b) + c(a - b)^2 = 0$$

مطلوب است حل معادله:

$$x^2(\sin^2 b) - 2x(1 - \cos b \cos c) + \sin^2 c = 0$$

ثالثاً اگر  $U$  و  $V$  ریشه‌های معادله فوق باشند مطلوب است محاسبه:

$$\sqrt{U} + \sqrt{V}$$

$$\sqrt{U} - \sqrt{V}$$

## دیبرستان کیهان نو

دبیر، خوش آهنگ — فرستندگان : علی توسلی و محسن نجفی فرد

— ثابت کنید که عبارت زیر مربع کامل است :

$$A = (1 - \sin x)(5 \sin x - 12 \cos x + 13)$$

— دو پارامتر  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید تا رابطه زیر به

ازاء جمیع مقادیر  $x$  برقرار باشد .

$$4 \cot^2 x = \cos x \left( \frac{b}{1 + \cos x} + \frac{a}{1 - \cos x} \right)$$

## دیبرستان گلشن راز شبستر

دبیر، باهمت — فرستنده : ابوالفضل نحیف

— در معادله زیر پارامتر  $m$  را چنان بدست آوردید که یکی

از ریشه های معادله به صورت  $x = K\pi + \frac{\pi}{12}$  باشد سپس به ازاء

$m = 1$  معادله را حل کرده جوابهای کلی و جوابهای بین

$\frac{\pi}{2}$  و  $-\frac{\pi}{2}$  آنرا بدست آوردید :

$$\sin 2x - \cos 4x = m - 1$$

— چه رابطه ای بین  $\alpha$  و  $\beta$  برقرار باشد تا بین خطوط مثلثاتی

آنها رابطه زیر برقرار باشد :

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{cotg} \beta = \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{tg} \beta$$

## دیبرستان محمد رضا شاه پهلوی رشت

دبیر، خردادری — فرستنده : محسن پوراحمدی

—  $A$  و  $B$  و  $C$  را چنان بیابید که رابطه زیر همواره

برقرار باشد :

$$\frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x - 1} = A \sin x + B \cos x + C$$

— مطلوب است تعیین رابطه ای مستقل از  $\alpha$  بین  $a$  و  $b$  از

روابط زیر :

$$\begin{cases} a \cos \alpha + b \sin \alpha = c(\cos \alpha - 1) \\ 2a \sin \alpha - 2b \cos \alpha = 2c \sin \alpha \cos \alpha \end{cases}$$

## دیبرستان محمد قزوینی قزوین

دبیر، ایزدفر — فرستنده : حسین ریفعی

معادله زیر را حل کرده و جوابهای بین صفر و  $2\pi$  را بیابید

و آن را روی دایره مثلثاتی رسم کنید :

$$\operatorname{tg}(x + 15^\circ) + \operatorname{tg}(x + 75^\circ) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

## دیبرستان نمازی شیراز

دبیر، خلیل همت — فرستنده : ذبیح الله حبیبی

— زوایای مثلثی  $x$  درجه  $\frac{70x}{9}$  گراد و  $\frac{\pi x}{9}$  را دیگران است

حساب کنید زوایای این مثلث را به حسب درجه .

$$\frac{\cos^3 a}{\cos^3 b} + \frac{\sin^3 a}{\sin^3 b} = 1$$

$$\frac{\sin^3 b}{\sin^3 a} + \frac{\cos^3 b}{\cos^3 a} = 1$$

## دیبرستان هدایت سمندج

دبیر، عطائی — فرستنده : بهرام کمالی

— عبارت زیر را محاسبه کنید :

$$\sin^2 \frac{23\pi}{3} + \cos^2 \frac{35\pi}{3} + \tan^2 \frac{25\pi}{3} + \sin^2 \frac{13\pi}{2} +$$

$$+ \cot^2 (\pi + 30^\circ) + \cot^2 \left( \frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \right)$$

— معادله زیر را حل کنید :

$$-\cos(\pi + x) + 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 2$$

## دیبرستان هدف شماره ۳

فرستنده : محمدعلی شکوفه

ثابت کنید در هر مثلث مغایر جه :

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma < 2$$

## مسائل هندسه

### دیبرستان آذر

دبیر، سعیدی — فرستنده : حسین‌هاشمی ، علیرضا و شاقد

چهار نقطه  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  غیر واقع در یک صفحه مغروضند. ثابت کنید همیشه نقطه ای مانند  $M$  وجود دارد که داشته باشیم :

$$MA^2 - MD^2 = MB^2 - MD^2 =$$

$$= MC^2 - MD^2 = K$$

### دیبرستان البرز

فرستنده : علی‌مهرداد دادختی

دونیم خط متقاضی  $\Delta_1$  و  $\Delta_2$  به ترتیب در دونیم صفحه  $P$  و  $Q$  مغروضند. بطوری که پاره خط عمود مشترک آنها  $AB = 4$  روی فصل مشترک دونصفحه مزبور قرار دارد ( $A$  روی  $\Delta_1$  است). الف .. مکان هندسی وسط پاره خط هایی را تعیین کنید که متنکی بر دونیم خط  $\Delta_1$  باشند .

ب .. روی  $\Delta_1$  پاره خط واحد  $AC = 3$  و روی  $\Delta_2$  پاره خط واحد  $BD = 12$  را جدا می نماییم طول پاره خط  $CD$  را حساب نموده و مکان هندسی اوساط پاره خط هایی را تعیین کنید که بطول ثابت  $CD$  و متنکی بر دونیم خط مزبور  $\Delta_1$  و  $\Delta_2$  باشند .

صفحه دیگری از  $X'A$  مرور می‌دهیم پیدا کنید فصل مشترک این دو صفحه را . ثالثاً صفحه‌ای از  $AA'$  مرور می‌دهیم تا  $YX$  را به ترتیب در  $B$  و  $B'$  قطع کند پیدا کنید مکان  $M$  محل تلاقی  $AB$  و  $A'B'$  را . رابعاً پیدا کنید مکان  $N$  فصل مشترک دو خط  $AB$  و  $A'B'$  را و ثابت کنید که  $MN$  از نقطه ثابتی می‌گذرد .

#### دیبرستان راز شیئران

دیبر: باهمت - فرستندگان : محمد تقی شبستری، ابوالفضل نحیف شبستری  
صفحه  $P$  و دایره  $O$  به قطر  $AB = 2a$  مفروضند. از نقطه  $A$  قطعه خط  $AM = 3a$  را بر صفحه  $P$  عمود می‌کنیم سپس از نقطه  $M$  به  $B$  و نقطه  $C$  واقع بر محیط دایره وصل می‌کنیم . اولاً ثابت کنید  $MC$  بر  $BC$  عمود است . ثانیاً اگر  $BC = a$  باشد اضلاع مثلث  $MBC$  و زاویه مسطوحه فرجه‌ای که از دو صفحه  $P$  و  $MBC$  تشکیل می‌شود محاسبه کنید .

#### دیبرستان هروی

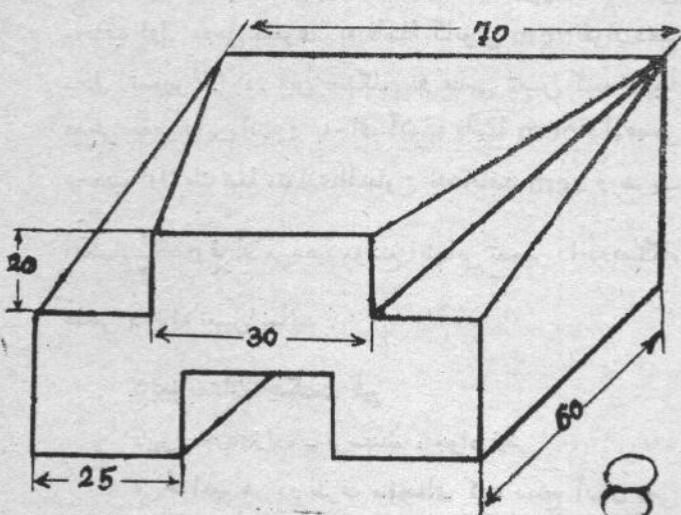
دیبر: نیوشان - فرستنده : عباس پاسدار  
کنج سه‌قائمه  $Sxyz$  مفروض است . نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  را به ترتیب روی  $Sx$  و  $Sy$  و  $Sz$  اختیار کرده . اولاً ثابت کنید که تصویر  $S$  بر محل تلاقی ارتفاعات مثلث  $ABC$  منطبق است . ثانیاً ثابت کنید که :

$$\frac{1}{SH'} = \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'}$$

#### رسم فنی

#### دیبرستان حکمت قم

دیبر: صدری - فرستنده : جواد فیض  
مطلوب است تصاویر . قائم ، افقی ، نیم‌رخ راست



#### دیبرستان حاج‌قوام شیراز

دیبر: کهنگی - فرستنده: حکمت‌الله نامور  
صفحه متقاطع  $P$  و  $Q$  و خط  $A$  که باهیچیک از این دو صفحه موازی نیست اختیار شده نقطه‌ای روی خط  $A$  تعیین کنید که مجموع فواصل آن از دو صفحه فوق طول معلوم 1 باشد .

#### دیبرستان رازی شیئران

دیبر: جوادپور - فرستندگان : حس‌شاهنس . صفر مختاری  
صفحه  $P$  و دایره  $C$  واقع بر آن و دونقطه  $CB$  واقع دریک طرف صفحه  $P$  مفروض است . نقطه  $A$  را روی صفحه  $P$  طوری اختیار کنید که نیمساز خارجی زاویه  $A$  از مثلث  $ABC$  در صفحه  $P$  بوده و زاویه بین مماسهای مرسوم از  $A$  بر دایره  $C$  برابر 2 باشد .

ثابت کنید شرط لازم و کافی برای اینکه تصویر نیمساز یک زاویه نیمساز تصویر آن زاویه باشد اینست که نیمساز داخلی و یا خارجی آن زاویه با صفحه تصویر موازی باشد .

#### دیبرستان رهمنما

دیبر: رکنی - فرستنده : علی توسلی  
صفحه  $P$  و نقطه  $A$  در خارج آن واقع است و خطوطی واقع در صفحه  $P$  متقابله در نقطه  $B$  مفروضند از نقطه  $A$  عمود هایی بر این خطوط رسم می‌کنیم مکان‌هندسی پای عمودها را پیدا کنید .

#### دیبرستان شاهرضا (مشهد)

فرجه  $(QP)$  و قطعه خط  $AB$  دروجه  $P$  مفروض است . مطلوب است تعیین نقطه  $C$  واقع دروجه  $Q$  بطوری که اولاً مثلث  $ABC$  درأس  $C$  قائم الزاویه متساوی الساقین باشد . ثانیاً مثلث مذبور متساوی الساقین گردد .

#### دیبرستان فردوسی تبریز

دیبر: حسینی - فرستنده : علی محمدزاده فارسی  
صفحه متقاطع  $P$  و  $Q$  و نقطه  $M$  در خارج آن دو صفحه و دایرة بشاعر  $R$  در صفحه  $P$  مفروض است . نقطه  $C$  در روی محیط دایره  $O$  چنان تعیین کنید که اگر  $M$  را به  $C$  وصل کنیم پاره خط محصور مابین دو صفحه موازی طولش برابر 1 باشد .

#### دیبرستان کیهان

دیبر: محمدی - فرستنده : هنری هروی  
در صفحه  $P$  دو خط راست  $XY$  و  $YZ$  متقاطعند و در خارج این صفحه نقاط  $A$  و  $A'$  قرار دارند ( $AA'$  با صفحه موازی نیست) صفحه‌ای از  $X'A$  و صفحه دیگری از  $YA'$  مرور می‌دهیم . پیدا کنید فصل مشترک این دو صفحه . ثانیاً صفحه‌ای از  $YA$

متر مربع است آب مس بدهیم در صورتی که ضخامت مس در هر طرف  $2/5$  میلی‌تر باشد زمان عبور جریان را بدست آورید شدت جریان در مداره  $5\text{A}$  پر و جرم مخصوص مس  $8\text{gr/cm}^3$  و جرم اتمی مس  $64$  می‌باشد.

### دبيرستان پهلوی کاشان

دبير : زهره‌ای - فرستنده : ایرج قاسم‌زاده

جسمی به طول  $3\text{cm}$  را در فاصله  $16\text{cm}$  آینه مقعری قرار دهیم در صورتی که شعاع آینه  $24\text{cm}$  بوده باشد و در فاصله  $58$  سانتی‌متری آینه مقعر فوق آینه محدبی به فاصله کانونی  $15\text{cm}$  قرار دهیم مطلوب است اولاً بزرگنمایی آینه مقعر و طول تصویر اولی و ثانیاً بزرگنمایی آینه محدب و طول تصویر نهایی و بزرگنمایی دستگاه را حساب کنید.

### دبيرستان دکتر نصیری

دبير : حسن‌زاده - فرستنده : محسن نجفی‌فرد، علی توسلی

زاویه حدمجیط شفاف  $A$   $45$  درجه است. اولاً ضریب شکست آن چقدر است. ثانیاً در مجاورت مجیط فوق مجیط شفاف  $B$  به ضریب شکست  $\frac{3}{2}$  قرار گرفته است، مطلوب است زاویه حد نور برای اینکه نور از مجیط  $A$  بتواند وارد مجیط  $B$  شود. ثالثاً ... یک دسته نور تکریک تحت زاویه  $45$  درجه از مجیط  $A$  وارد مجیط  $B$  می‌شود زاویه شکست نور را در مجیط  $B$  حساب کنید.

### دبيرستان رهنما

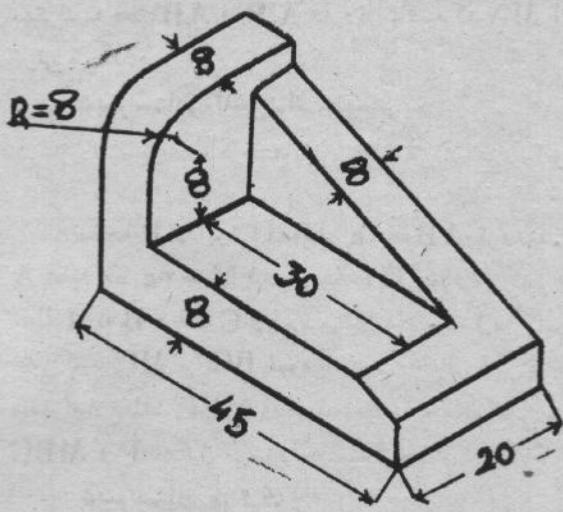
دبير : پسوده - فرستنده : علی توسلی

... در یک طرف عدسی همگرا بی به فاصله کانونی  $4\text{cm}$  جسمی به فاصله  $6\text{cm}$  و در  $8$  سانتی‌متری طرف دیگر آن عدسی واگرا بی به فاصله کانونی  $5\text{cm}$  قرار دارند مطلوب است: اولاً ... نوع و تصویر نهایی حاصله نسبت به عدسی دوم و رسم مسیر آن. ثانیاً ... اگر عدسی واگرا را بعد از عدسی همگرا به چسبانیم نوع و تصویر نهایی حاصله نسبت به دستگاه را بدست آورید در صورتی که محل جسم اولیه ثابت است.

... نمره عینک شخص نزدیک بینی  $-2$  - دیوبتری است اگر حداقل و حداقل دید با عینک  $12/5\text{cm}$  و بینهایت باشد حداقل و حداقل رؤیت این شخص بدون عینک چقدر است.

### دبيرستان رهنما

دبير : رکنی - فرستنده : محسن نجفی‌فرد - علی توسلی مطلوب است رسم تصاویر افقی، قائم و نیم‌رخ راست



### مسائل فیزیک

#### دبيرستان آذر شماره ۲

دبير : فتح‌الله‌زاده - فرستنده : علیرضا وشق

در مقابل عدسی محدبی به فاصله کانونی  $f_1 = 10\text{cm}$  جسمی به فاصله  $12\text{cm}$  واقع شده تعیین کنید محل تصویر و بزرگنمایی عدسی را. اگر در پشت عدسی محدب اول عدسی محدب دیگری به فاصله کانونی  $f_2 = 5\text{cm}$  و به فاصله  $75\text{cm}$  قرار دهیم محل انتهایی تصویر را حساب کنید، ثالثاً اگر عدسی محدب دوم را برداشته و به فاصله  $55\text{cm}$  از عدسی محدب اول عدسی مقعری به فاصله کانونی  $7\text{cm}$  قرار دهیم محل تصویر را در این دستگاه دو عدسی تعیین کنید رابطه عدسی مقعر را برداشته و به جای آن به فاصله  $65\text{cm}$  محدب اول یک تیغه متوازی اسطوچ به ضخافت  $5\text{cm}$  و ضریب انکسار  $n = \frac{3}{2}$  قرار می‌دهیم موضع انتهایی تصویر را در دستگاه عدسی و تیغه تعیین نمائید.

### دبيرستان حکمت قم

دبير : حیدر زاده - فرستنده : جواد فیض  
می‌خواهیم هر دو طرف صفحه‌ای که سطح آن  $5$  دسی

۵cm عمود بر محور اصلی بین پرده و آینه قرار گرفته است آزمایش‌های زیر را انجام می‌دهیم : ۱ - محل جسم و آینه را ثابت نگهداشته پرده را در مقابل آینه آنقدر جابجا می‌کنیم تا تصویر AB به طول ۱۰cm باشد آینه روی پرده می‌افتد . ۲ - محل جسم را ثابت نگهداشته آینه را ۴cm از جسم دور می‌کنیم تصویر آن به فاصله ۶cm روی پرده می‌افتد . ۳ - آینه محدب را به فاصله ۶۴ سانتی‌متری آینه مقعر و عمود بر محور اصلی آن قرار می‌دهیم (در آزمایش اول) تصویر نهایی حقیقی به فاصله ۲۴ سانتی‌متری آینه محدب قرار می‌گیرد در این آزمایشها طول شعاع آینه مقعر و طول تصویر AB را در آزمایش دوم و فاصله کانونی آینه محدب را حساب کنید .

### دیبرستان گامکار قم

دیبر : حیدرزاده - فرستنده : جواد فیض

در مدار بسته‌ای مولدی به نیروی محرکه ۶۰ ولت مقاومت ۲۰ اهم و ظرف تجزیه سولفات مس به نیروی ضد محرکه ۴۰ ولت مقاومت داخلی ۵ اهم و سایر سیمه‌های اتصال مقاومتشان ۳ اهم است . اولاً - شدت جریان را پیدا کنید . ثانیاً - اگر شدت جریان ۲ باشد در مدت ۳۲ دقیقه و ۱۵ ثانیه جرم مس را سب در کاتد را پیدا کنید .

### مسائل شیمی

#### دیبرستان آذر

دیبر : نظمی - فرستنده : علیرضا وشق

۱۰cc یک محلول اسید کلریدریک بانیترات نقره ۵۷۴ g رسب کلرور نقره می‌دهد اولاً - نرمالیتۀ اسید را تعیین کنید . ثانیاً - برای تعیین غلظت یک محلول کربنات سدیم، بر ۲۰cc آن چند قطره فلکنالثین می‌افزاییم آزمایش نشان می‌دهد که برای بیرون نکردن محیط ۲۵cc از همان محلول اسید کلریدریک لازم است . نرمالیتۀ و غلظت کربنات سدیم را محاسبه کنید .

#### دیبرستان بابل کرج

دیبر : شرفکندي - فرستنده : باقر و صادق محمدی

اولاً - برای تهیۀ یک لیتر محلول  $\frac{N}{5}$  کربنات سدیم چند

### دیبرستان رازی شیراز

دیبر : صادقی - فرستنده گان ، صفرهختاری ، حسن شاهس به منشوری که مقطع قائم آن مثلث متساوی‌الاضلاع است شماع ساده SI موازی BC به سطح AB می‌باشد و در آن داخل شده به سطح BC برخورده بی می‌گردد و در راستای I'R از منشور خارج می‌شود . ۱ - ثابت کنید  $I'R \parallel SI$  . ۲ - مجموع فاصله‌های h و h' دو شعاع SI و  $I'R$  را از قاعده BC حساب کنید بر حسب a طول ضلع مثلث a و n ضریب شکست منشور (مثال عددی ABC و  $n = 1/5$  ) .

### دیبرستان شاهپور شیراز

دیبر : دقیق - فرستنده : منصور رستکار

مطلوبست مقاومت الکتریکی یک مخروط کامل که جریان در امتداد محور آن عبور می‌کند . ارتفاع مخروط ۱۰cm و قطر سطح مقطع آن ۲cm و مقاومت مخصوص آن  $115\mu\Omega cm$  است .

### دیبرستان علوی

دیبر : سپهری راد - فرستنده : محمد حسین بلورچی

بهزاد تراد

قاعده یک مکعب شیشه‌ای با ضریب شکست n بر مایعی به ضریب شکست n' قرار دارد نوری از یکی از وجوده قائم بازاویه  $i$  به مکعب تابیده است ثابت کنید هنگامی که رابطه  $n' = \sqrt{n^2 + \sin^2 i}$  صادق باشد نور در سطح جدایی شیشه و مایع منعکس می‌شود (فرض کنید  $n > n'$ )

### دیبرستان فرهمنک قم

دیبر : معصومی - فرستنده : جواد فیض

عدسی همگرای L<sub>۱</sub> وعدسی واگرای L<sub>۲</sub> به فواصل کانونی f<sub>۱</sub> = f<sub>۲</sub> = ۲۰cm را بهم می‌چسبانیم و دستگاه را به طرف خورشید می‌گیریم تصویری مشاهده نمی‌شود . عدسی L<sub>۱</sub> را آنقدر از عدسی L<sub>۲</sub> دور می‌کنیم تا تصویر حقیقی خورشید در ۲۰cm عدسی L<sub>۲</sub> بوجود آید . d فاصله دو عدسی L<sub>۱</sub> و L<sub>۲</sub> را حساب کنید در صورتی که عدسی L<sub>۱</sub> رو به خورشید باشد .

### دیبرستان قناد بابل

دیبر : مسافریان - فرستنده : عزیز الله زارع

پرده‌ای به موازات یک آینه مقعر و جسم روشن AB به طول

۵cm عمود بر محور اصلی بین پرده و آینه قرار گرفته است آزمایش‌های ذیر را انجام می‌دهیم : ۱ - محل جسم و آینه را ثابت نگهداشته پرده را در مقابل آینه آنقدر جابجا می‌کنیم تا تصویر AB به طول ۱۰cm از جسم دورمی‌کنیم محل جسم را ثابت نگهداشته آینه را ۴cm از جسم دورمی‌کنیم تصویر آن به فاصله ۶۰cm روی پرده می‌افتد . ۲- آینه محدب را به فاصله ۶۴ سانتیمتری آینه مقعر و عمود بر محور اصلی آن قرار می‌دهیم (در آزمایش اول) تصویر نهایی حقیقی بفاصله ۲۴ سانتیمتری آینه محدب قرار می‌گیرد در این آزمایشات طول شعاع آینه مقعر و طول تصویر AB را در آزمایش دوم و فاصله کانونی آینه محدب را حساب کنید .

### دیبرستان کامکار قم

دیبر : حیدر زاده - فرستنده : جواد فیض

در مدار بسته‌ای مولدی به نیروی محرکه ۵۰۰ ولت مقاومت ۲۰۰ اهم و ظرف تجزیه سولفات مس به نیروی ضد محرکه ۴۰۰ ولت مقاومت داخلی ۵ اهم و سایر سیمهای اتصال مقاومتشان ۳ اهم است . اولا - شدت جریان را پیدا کنید . ثانیا - اگر شدت جریان ۲ باشد در مدت ۳۲ دقیقه و ۱۵ ثانیه جرم مس را سب در کاتد را پیدا کنید .

### مسائل شیمی

#### دیبرستان آذربایجان

دیبر : نظمی - فرستنده : علیرضا و شاق

۱۰cc یک محلول اسید کلریدریک بانیرات نقره ۵/۵۷۴ گرم رسوب کلرور نقره می‌دهد اولا - نرمالیتی اسید را تعیین کنید . ثانیا - برای تعیین غلظت یک محلول کربنات سدیم، بر ۲۰cc آن چند قطره فلکنالثین می‌افزاییم آزمایش نشان می‌دهد که برای بینان کردن محیط ۲۵cc از همان محلول اسید کلریدریک لازم است . نرمالیتی و غلظت کربنات سدیم را محاسبه کنید .

#### دیبرستان بابل کرج

دیبر : شرفکنی - فرستنده : باقر و صادق محمدی

اولا - برای تهیه یک لیتر محلول  $\frac{N}{5}$  کربنات سدیم چند

### دیبرستان رازی شیراز

دیبر : صادقی - فرستنده : صفیر مختاری ، حسن شاهمن به منشوری که مقطع قائم آن مثلث متساوی الاضلاع است شعاع ساده SI موازی BC به سطح ABC می‌باشد ودر آن داخل شده به سطح BC برخورده بین می‌گردد و در راستای I'R از منشور خارج می‌شود . ۱- ثابت کنید  $I'R \parallel SI$  . ۲- مجموع فاصله‌های h و  $h'$  دو شعاع SI و I'R را از قاعدة BC حساب کنید بر حسب a طول ضلع مثلث a = ۱۲cm و ABC ضریب شکست منشور (مثال عددی cm n = ۱/۵ و  $n = ۱/۵$ ) .

### دیبرستان شاهپور شیراز

دیبر : دقیق - فرستنده : هنصور رستکار

مطلوب است مقاومت الکتریکی یک مخروط کامل که جریان در امتداد محور آن عبور می‌کند . ارتفاع مخروط ۱۰cm و قطر سطح مقطع آن ۲cm و مقاومت مخصوص آن  $115\mu\Omega cm$  است .

### دیبرستان علوی

دیبر : سهری راد - فرستنده : محمد حسین بلورچی .

بهزاد تراد

قاعده یک مکعب شیشه‌ای با ضریب شکست n بر مایع به ضریب شکست  $n'$  قرار دارد نوری از یکی از وجوده قائم بازاویه  $\theta$  به مکعب تابیده است ثابت کنید هنگامی که رابطه  $n' = \sqrt{n^2 + \sin^2 \theta}$  مصدق باشد نور در سطح جدا‌بی شیشه و مایع منعکس می‌شود (فرض کنید  $n > n'$ )

### دیبرستان فرهنگ قم

دیبر : معصومی - فرستنده : جواد فیض

عدسی همگرای  $L_1$  و عدسی واگرای  $L_2$  به فواصل کانونی  $f_1 = f_2 = 20\text{cm}$  را به می‌چسبانیم و دستگاه را به طرف خورشید می‌گیریم تصویری مشاهده نمی‌شود . عدسی  $L_1$  را آنقدر از عدسی  $L_2$  دور می‌کنیم تا تصویر حقیقی خورشید در  $20\text{cm}$  عدسی  $L_2$  بوجود آید . d فاصله دو عدسی  $L_1$  و  $L_2$  را حساب کنید در صورتی که عدسی  $L_1$  رو به خورشید باشد .

### دیبرستان قناد بابل

دیبر : مسافریان - فرستنده : عزیز الله زارع پرده‌ای به موازات یک آینه مقعر و جسم روشن AB به طول

### د بیرونستان رازی شیراز

دیبر : به آین - فرستندگان : صفر مختاری - حسن شامس

بر ۱۰۰cc از محلول پتاسی ۴۰cc اسید نیتریک ۵۰

گرم در لیتر که ۶۳ گرم درصد خالص می باشد ریخته ایم ملاحظه می شود که برای خنثی کردن کامل محلول پتاس لازم است ۵۰cc اسید سولفوریک ۵ گرم در لیتر به درجه خلوص ۹۸٪ نیز بیفزایم ، اولاً فاکتور محلول پتاس را تعیین کنید . ثانیاً - به ۱۰۰cc از محلول پتاس فوق ۵۰cc پتاس به فاکتور  $\frac{1}{5}$  و ۱۵۰cc پتاس دسی نرمال اضافه می کنیم ، فاکتور محلول حاصل را حساب کنید .

### د بیرونستان رهمنما

دیبر : محسنی تهرانی - فرستنده : علی توسلی

مخلوطی از کلرور فرو و کلرور هدیم موجود است . ۱۰cc از این محلول با نیترات نقره به غلطت  $\frac{۱}{۱۰}$  ملکول گرم در لیتر ترکیب می کنیم برای تولید رسوب ۲۰cc محلول نیترات نقره مصرف می شود . ۱۰cc دیگر بوسیله ۲۰cc محلول  $\frac{N}{۲۰}$  پر منگنات پتاسیم اکسید می شود مطلوب است غلطت هر یک از دونمک در محلول .

### د بیرونستان علوی

دیبر : ملاردی - فرستنده : بهزاد نژاد

بر روی ۱۰cc محلول کلرور فریک به مقدار کافی دور

پتاسیم اثر می دهیم ید آزاد شده را توسط محلول  $\frac{۲}{۵}$  نرمال تیو سولفات سدیم در مجاورت چسب نشاسته می سنجیم ۲۵cc محلول تیوسولفات مصرف می شود فرمول فعل و انفعال را بنویسید و غلطت ملکولی و نرمالیتۀ محلول کلرور فریک را حساب کنید .

### د بیرونستان هروی

دیبر : ملی - فرستنده : عباس پاسدار

مخلوطی است از سولفات فرو و فریک ، یک نمونه آن را

در آب حل کرده حجمش را به  $۱۰۰\text{cm}^۳$  می رسانیم .  $۱۰\text{cm}^۳$  از این محلول را با پر منگنات دسی نرمال ترکیب می کنیم ، حجم پر منگناتی که در محیط اسیدی مصرف می شود برابر  $۲۰\text{cm}^۳$  است ،  $۱۰\text{cm}^۳$  دیگر را با آمونیاک ترکیب می کنیم

گرم کربنات متبلور ( $\text{CO}_۳\text{Na}_۲\text{O} + \text{H}_۲\text{O}$ ) را در چند cc آب باید حل کرد . ثانیاً -  $۱۰۰\text{cc}$  محلول کربنات سدیم  $\frac{۲}{۵}$  ملکول  $\frac{N}{۵}$  بالا را با  $۱۵۰\text{cc}$  دیگر محلول کربنات سدیم  $\frac{۲}{۵}$  ملکول گرم در لیتر مخلوط می کنیم نرمالیتۀ محلول حاصل را حساب کنید . ثالثاً - اگر  $۱۰۰\text{cc}$  محلول  $۲۱\text{cc}$  گرم کربنات سدیم بی آب در لیتر بتواند با  $۸۰\text{cc}$  محلول نیترات سرب ترکیب شود غلطت نیترات سرب مصرف شده و نمک بدست آمده چقدر است .

### د بیرونستان حکمت قم

دیبر : واقعی - فرستنده : جواد فیض

دو محلول موجود است اولی دارای سولفات مس و دومی نمکی از فلز مجهول ، محلول دوم با  $\text{ClH}$  رسوبی سفیدرنگ می دهد که در آب جوش حل شده و در آب سرد مجدداً ظاهر می شود .  $۱۲\text{cc}$  از محلول دوم با  $۱۰\text{cc}$  از محلول اول رسوب سفید کامل بوزن  $۳۵\text{g}$  گرم تولید می کند .  $۱۰\text{cc}$  اول در آن تبخر  $۲۵\text{cc}$  گرم جسم کبود متبلور می دهد . اولاً - از نتایج سه آزمایش فوق جنس فلز مجهول محلول دوم و یون گرم آن را که به همورت نمک در  $۱۰۰\text{cc}$  موجود است حساب کنید . ثانیاً - غلطت ملکولی محلول اول و همچنین تعداد آب تبلور آن را محاسبه نمایید .

### د بیرونستان دکتر محمد معین

دیبر : جعفری - فرستنده : منصور مرادیان خلیج

$۳/۲$  گرم سود را در آب حل می کنیم و حجم محلول را  $۸۰\text{cc}$  می رسانیم اگر درجه یونیسا یون  $۱۵$  درصد با  $\text{PH}$  و  $\text{POH}$  این محلول را حساب کنید .

### د بیرونستان دکتر نصیری

دیبر : میکائیلی - فرستندگان : اسماعیل ابراهیم خانی

علی توسلی ، محسن نجفی فرد .

$\frac{۱}{۱۰}$  محلول  $\text{PH}$  نرمال اسید سولفوریک را حساب کنید در صورتی که درجه تدقیک آن  $۸۵\%$  فرض شود . ثانیاً  $۴۰\text{cc}$  از این اسید با چه حجم محلول سود  $\text{POH}$  - کاملاً خنثی می شود .

- معادله زیر را حل کنید :

$$\cos 7x - \sin 5x = \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 7x)$$

## مسائل فیزیک

### دیبرستان حکیم نظامی قم

دبیر : آفاختانی - فرستنده : جواد فیض

شاقولی به طول  $100\text{cm}$  تشکیل یافته است از گلوله

کوچکی به جرم  $20\text{gr}$  که بمانهای نج بدون وزن آویخته شده است این شاقول را حول نقطه ثابتی در سطح قائم می چرخانند اگر شاقول در هر ثانیه  $3$  دور بچرخد مطلوب است . اولاً سرعت زاویه ای و سرعت خطی . ثانیاً - نیروی گریز از مرکز بر حسب کیلوگرم نیرو در صورتی که :

$$g = 10\text{m/s}^2 \quad \pi = 3$$

### دیبرستان مسعودی دماوند

فرستنده : حسن گل محمدی

تار مرتعش فولادی به طول  $50\text{cm}$  و سطح مقطع  $5/1\text{cm}^2$  میلی متر مربع صوت اصلی خود نت  $\# 80$  را می دهد . مطلوب است . اولاً - نیروی کشش تار بر حسب نیوتون . ثانیاً - محاسبه سرعت انتشار موج در طول تار . ثالثاً - برای آنکه این نیم را هم‌صدا با سیم دیگر کنیم نیروی کشش آنرا  $2/25$  برابر کرد و طول آنرا نصف می نماییم . ارتفاع صوت اصلی در این حالت و نام نت مربوطه را تعیین کنید .

$$\text{هر قدر } d_0 = 256 \quad \text{و } d = \text{فولاد}$$

## مسائل شبیه

### دیبرستان حکیم نظامی قم

دبیر : تقیزاده - فرستنده : جواد فیض

از تجزیه  $1/18$  گرم جسم آلت ازت دار اضافه وزن اولهای پناس  $1/76$  گرم و اضافه وزن اولهای اسید  $9/0$  گرم می شود از طرفی ازت همان مقدار جسم را طبق دستور به آمونیاک تبدیل می نماییم و گاز حاصل را در  $200\text{cc}$  اسید سولفوریک دونرمال وارد می نماییم برای خنثی نمودن اسید اضافی  $8/80\text{cc}$  سود  $2/5$  نرمال لازم است فرمول جسم را معین نمایید در صورتی که یک درصد آن در آب در  $313^\circ$  منجمد می گردد

$$(K = 1800)$$

وزن رسوبی که حاصل می شود  $0/394$  گرم است نسبت درصد مخلوط را حساب کنید .

## کلاس ششم طبیعی

### مسائل جبر و فیزیک

### دیبرستان شماره ۴ خرداد

دبیر : لاهیجی - فرستنده : هاروت رستمیان

- مکان هندسی مراکز دوایری را بیابید که با دایره  $x^2 + y^2 + 16 = 0$  مماس خارج بوده و بر خط

$x = 2$  نیز مماس باشند .

... اولاً سطح محصور بین منحنیهای  $y = \sqrt{x}$  و  $y = -\sqrt{x}$

را پیدا کنید . ثانیاً - اگر این سطح را یک بار حول محور طولها و بار دیگر حول عرضها دوران دهیم حجم اجسام حاصل را در هر دو حالت حساب کنید .

### دیبرستانهای شهدخت ، مهر و نشاط شیراز

دبیر : احراری

- تابع  $y = ax^2 + bx^3 + cx^4 + dx^5$  مفروض است . اولاً  $d$  و  $c$  را چنان بدست آورید که نقطه می نیم تابع فوق بر نقطه برخورد دو خط به  $x = 2$  ،  $y = 4$  و  $x = 3$  ،  $y = 2$  باشد . ثانیاً - جدول و منحنی نمایش تغییرات آن مماس باشد . جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع را درم کنید .

### دیبرستان مسعودی دماوند

فرستنده : حسن گل محمدی

- تابع  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  مفروض است . اگر از نقطه  $P$  محل

تلاقی بین منحنی با محور طولها خطی با ضریب زاویه  $2$   $m = A$  رسم نماییم تامنحنی نمایش تغییرات تابع فوق را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع کند و وسط  $AB$  را  $M$  و محل تلاقی منحنی فوق با محور عرضها  $Q$  بنامیم مطلوب است تعیین مقادیر  $a$  و  $b$  در صورتی که

$(N - 191)$  وسط قطعه خط  $MQ$  باشد .

ماکریم و می نیم آن برابر ۱۵۲ - باشد . ثانیا - بازاء  $a = 2$  و  $b = 3$  منحنی نمایش تغییرات آن را رسم کنید .

ثالثاً - مبدئی مختصات را به نقطه  $(1/5, 0)$  بمواد از خود انتقال می دهیم ثابت کنید در محورهای جدید بین طولهای نقاط عطف رابطه زیر برقرار است :  $0 = 9 - 27x^2 - 4x^3$  . رابعآ - اگر خط  $y = m$  منحنی را در دو نقطه  $M_1$  و  $M_2$  قطع کند ( در محورهای جدید ) و تصاویر این نقاط را بر روی محورهای جدید  $N_1$  و  $N_2$  بنامیم ثابت کنید :

$O'N_1 \times O'N_2 = 4$  و دوایری بدقترا  $N_1, N_2$  نسبت به هم چگونه اند و ثابت کنید همه دوایر مار بر دو نقطه  $N_1$  و  $N_2$  بر دایره ثابتی عمودند معادله آن دایره را بنویسید .

### دبیرستان البرز

طرح از ; زاویه، بحرانی، بهنیا، فرستنده: علی‌محمدزاده

$$-\text{ حد تابع } y = x \left( \frac{\pi}{4} - \operatorname{Arctg} \frac{x}{x+1} \right) \text{ را وقیع} \\ -\text{ تابع } x \rightarrow +\infty \text{ تعیین کنید .}$$

- اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه های معادله :

$$x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0 \text{ باشند حدود } m \text{ را به قسمی تعیین} \\ \text{کنید که یک ریشه معادله زیر بین } x' \text{ و } x'' \text{ واقع گردد .} \\ x^2 + (m-1)x - 2 = 0$$

### دبیرستان امیر کبیر مشهد

دبیر: بقائی - فرستنده: محمد ابراهیم حافظیان

$$\text{تابع } y = \frac{ax^2 - x + 1}{x + a} \text{ مفروض است .}$$

۱- معادله مکان هندسی نقطه (۱) محل تلاقی دو مجاذب منحنی نمایش تابع فوق را بدست آورده و آن را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید . ۲- مقدار  $m$  را به قسمی بیابید که اگر  $x'$  و  $x''$  طولهای نقاط ماکریم و می نیم تابع فوق باشد  $x^2 + x'' - 2 = 0$  باشد . ۳- جهت تحذب و تقریر و مختصات نقطه عطف منحنی  $C$  نمایش تغییرات تابع :

$$y = m = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1} \text{ را تعیین کنید . ۴- خط}$$

منحنی  $C$  رادر دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می کند . الف- معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های ضرب زاویه خطوط  $OB$  و  $OA$  باشند سپس  $m$  را به قسمی بیابید که زاویه  $\angle AOB = 45^\circ$  باشد

### دبیرستان فارابی گرج

دبیر: شرفکندي - فرستنده: باقر وصادق محمدی

$\frac{1}{100}$  ملکول گرم مشتق دی برومیک ییدرو کربورسیر شده را می سوزانیم اضافه وزن لوله های اسید  $54/5$  گرم است و گاز کربنیک حاصل  $3000$  پتانس  $112$  گرم در لیتر را کاملا خنثی می کند فرمول خام این جسم را تعیین کنید ثانیا - نام و فرمول کلیه این و مرکزی دی برم و پروپان را بنویسید .

### دبیرستان مسعودی دماوند

فرستنده: حسن گل محمدی

از یک ترکیب شیمیایی دو ملکول آب گرفته ایم . چون جسم حاصل را تجزیه کنیم دارای ترکیب درصد زیر است  $C = 46/15$  و  $H = 85/55$  در صورتی که بدانیم چگالی جسم اخیر نسبت به استیلن برابر  $2$  باشد فرمول ملکولی جسم اویله را بدست آورید .

### کلاس ششم ریاضی

### مسائل جبر

#### دبیرستان آذر

دبیر: آذر نوش - فرستنده: حمید قیدر و سید مظہری

$$-\text{ تابع } y = \sqrt{mx^2 + x} - 2x \text{ مفروض است .}$$

اولا- مقدار  $m$  را چنان معین کنید که منحنی مجاذب موازی محور  $x$  ها داشته باشد . ثانیا- مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که مجاذب های مایل (غیرموازی) منحنی برهم عمود باشند .

- سوی تقریر و مختصات نقطه عطف منحنی تابع :

$$y = \frac{x - \sin \alpha}{(x + \cos \alpha)} \text{ را (قوس معلوم است) پیدا کنید .}$$

#### دبیرستان این سینا و صائمه

دبیر: افشار - فرستنده: علیرضا کمالی

$$\text{تابع } y = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 2x + 3} \text{ مفروض است .}$$

اولا- مقدار  $a$  و  $b$  را به قسمی تعیین کنید که مقدار

د - حدود  $m$  رابه قسمی بیا بید که طولهای نقاط تلاقي هر دو خط از ۱- کوچکتر باشد ۵- اگر  $A'$  تصویر  $A$  و  $B'$  تصویر  $B$  روی محور  $x'$  باشند معادله مکان هندسي من کز مستطيل  $ABB'A'$  راتبيين كنيد.

- اگر منحنی  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c}$  دارای سه نقطه عطف باشد ، اين سه نقطه روی خطی قرار دارند که ضریب زاویه آن نصف ضریب زاویه خطی است که نقاط ماکزیمم و می نیم رابه یکدیگر وصل می کند .

#### دبیرستان ۵ کتربوشیار

دبیر: صدیق آراء - فرستنده : محسن پوراحمدی عنوانی

$$\text{درتابع } y = \frac{x^2 + 2ax + b}{x^2 + 1} \text{ مقادیر } a \text{ و } b \text{ راطوری}$$

تعیین کنید که منحنی نمودار تابع دارای ماکزیممی برابر ۲ و می نیمی برابر ۲ باشد ثانیاً گر  $x_1$  و  $x_2$  طولهای سه نقطه  $A$  و  $B$  و  $C$  از منحنی نمودار تابع

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_1 x_2 x_3$$

#### دبیرستان رهنما

دبیر: مولاّئی - فرستنده : علی توسلی ، محسن نجفی فرد

$$\text{تابع } y = \frac{x-1}{x^2-x-2} \text{ مفروض است . اولاً . حدود آن راطوری تعیین کنید که خط } y = \lambda \text{ منحنی تابع فوق را در دو نقطه } M \text{ و } N \text{ قطع کند . ثانیاً - مقدار } \lambda \text{ را طوری تعیین کنید که فاصله نقاط } M \text{ و } N \text{ برابر طول } 1 \text{ باشد، کوچکترین مقداری را که می توان به آن داده سبک کنید .}$$

#### دبیرستان سهمد

دبیر: حیرچی - فرستنده : باقر و صادق محمدی  $a$  و  $b$  رابه قسمی تعیین کنید که معادله مجانب مایل تابع

$$x = -\sqrt{x^2 + bx} - ax + 2 \text{ مربوط به شاخه } -\infty \text{ برابر } 1 - 3x - y \text{ باشد .}$$

#### دبیرستان گلشن راز شبستر

دبیر: باهمت - فرستنده : ایوب مظفری پور

- نقاط  $(0,0)$  و  $(3,0)$  و  $B(2\sin\alpha, 2\cos\alpha)$

رگوس مثلث  $ABC$  می باشند : اولاً معادله مکان هندسی نقطه محل تلاقي ارتقاءات مثلث را بدست آوردید . ثانیاً جدول تغییرات

ب - حدود  $m$  رابه قسمی بیا بید که طولهای نقاط تلاقي هر دو خط از ۱- کوچکتر باشد ۵- اگر  $A'$  تصویر  $A$  و  $B'$  تصویر  $B$  روی محور  $x'$  باشند معادله مکان هندسی من کز مستطيل  $ABB'A'$  راتبيين کنيد .

#### دبیرستانهای اهواز

دبیر: نجفی - فرستنده : محمد دانایی ، بهمن کلاتری هرمزی .

$$\text{تابع } y = \frac{x^2 + ax + b}{x + c} \text{ مفروض است .}$$

۱- درصورتی که مرکز تقارن منحنی روی خط  $x = 2$  و بین مقادیر ماکزیمم و می نیم دا بطة  $15 = y_1 + y_2$  برقرار باشد مقادیر  $c$  و  $a$  رامین کرده و بر حسب مقادیر  $b$  در وجود ماکزیمم و می نیم بحث کنید . ۲-  $b$  راطوری بیا بید که خط

$$y = \frac{x^2 + x + b}{x - 2} \text{ بر منحنی تابع } 15 = y = 8x - 15$$

عمود باشد . ۳- منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = m(x - 1) - x^2 + x + 3 \text{ راس کنید . ۴- خط } (1 - x - 2)$$

منحنی تابع را در  $A$  و  $B$  و محور طولها را در  $C$  قطع می کند . معادله مکان وسط  $AB$  و معادله مکان مزدوج  $C$  را نسبت به  $A$  و  $B$  معین کنید . ۵- بر روی خط  $-2 = x$  نقاطی بیا بید که اولاماسهای مرسوم برهم عمود باشند . ثانیاً - نقطه ای بدست آورید که ماسهای مرسوم باهم برابر باشند .

#### دبیرستان پهلوی ملایر

- فرستنده : جهانگیرزندی

$$\text{تابع } y = \frac{ax+1}{x^2-1} \text{ مفروض است .}$$

منحنی نمایش  $y = z$  (C) می نامیم . اولاً - ثابت کنید که این منحنی از نقطه ثابت  $A$  می گذرد . در کدام یک از منحنیها مماس نقطه  $A$  موازی  $4x + 5y = 0$  می باشد . آن را رسم کنید . ثانیاً - اگر  $D$  خط موازی محور  $x$  ها منحنی رسم شده را در  $M'$  و  $M''$  و محور  $y$  را دادر  $P$  قطع کند و  $P'$  مزدوج توافقی  $P$  نسبت به  $M'$  و  $M''$  باشد ، رابطه بین مختصات  $P'$  و در نتیجه مکان  $P'$  را پیدا کنید .

#### دبیرستان خوارزمی شماره ۳

دبیر: شهریاری - فرستنده : حسن گل محمدی

- مطلوب است محاسبه  $m$  بشرطی که معادله :

### دبيرستان البرز

طرح از : بهنیا وزاوی - فرستنده: علی مهرداد وحدتی  
مجموع زیر را حساب کنید :

$$S = \log \frac{1}{2} (1 - \operatorname{tg}^2 x) + \log \frac{1}{2} (1 - \operatorname{tg}^2 2x) + \dots + \log \frac{1}{2} (1 - \operatorname{tg}^2 2^{n-1} x)$$

### دبيرستان بابکان شماره ۱۶

دبير: بهنیا - فرستنده: منصور کیانپور  
مطلوب است حل معادله مثلثاتی زیر :

$$\sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 3 \cos x = 5 \sin(\frac{2\pi}{3} - 2x) + \sqrt{17} \sin x$$

- معادله  $\operatorname{tg} x + m \cot g x = 2m - 1$  مفروض است  
اگر  $x_1$  و  $x_2$  و  $x_3$  و  $x_4$  ریشه های معادله فوق محصور  
بین  $(0, 2\pi)$  باشند  $m$  راچنان تعیین کنید که داشته باشیم :

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{5\pi}{2} + 2 \operatorname{Arctg} 2$$

### دبيرستان بوعلی

فرستنده: حمید بر نوش  
معادله مثلثاتی :

$$m \sin x - 2(m-1) \cos x - 4(m-1) = 0$$

مفروض است. اولاً - به ازاء چه مقادیر  $m$  مسئله دارای جواب است.

ثانیا -  $m$  راچنان معین کنید که تفاضل ریشه های معادله  $\frac{\pi}{2}$

باشد. ثالثاً - باشرط  $x < \frac{3\pi}{2}$  معادله را حل و بحث کنید.

### دبيرستان حکمت قم

دبير: حسن زاده - فرستنده: جواد فیض  
اولاً - ضرایب  $A$  و  $B$  را چنان انتخاب کنید که داشته باشیم :

$$\frac{1}{\sin a} = A \cot g \frac{a}{2} + B \cot g a$$

ثانیا مجموع زیر را حساب کنید :

$$S = \frac{1}{\sin a} + \frac{1}{\sin 2a} + \frac{1}{\sin 3a} + \dots + \frac{1}{\sin 2^n a}$$

یکان دوره ششم

و منحنی نمایش تابع  $y = 2 \pm \sqrt{-x^2 + 6x}$  را رسم کنید .

- اندازه حقیقی تابع :

$$y = \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x - 1}}{2 \operatorname{tg} x + 3}$$

را وقتی که  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$  بدست آوردید .

### دبيرستان محمد قزوینی قزوین

فرستنده: عطاء الله کلانتری

- ثابت کنید بین  $y'$  و  $y''$  تابع :

$$y = (x-p)^{-1} + (x-q)^{-1} \\ (-yy'' + 2y')^{-1} y = 2(p-q)^{-1}$$

- در تابع

$$y = \frac{x-4}{\lambda x^2 + 4\lambda x + 4}$$

اولاً - ثابت کنید تمام منحنی هایی که به ازاء مقادیر مختلف  $\lambda$  رسم می شوند همگی از سه نقطه ثابت می گذرند که این سه نقطه بر یک استقامه اند. ثانیا  $\lambda$  را طوری بیابید که منحنی تابع فوق محور طوله ارا قطع نکند .

### مسائل مثلثات

#### دبيرستان آذربایجان

دبير: طاهری - فرستنده: حمید قیدر

- معادله مثلثاتی زیر را حل کنید :

$$(\sin 2x + 3) \sin^3 x - (\sin 2x + 2) \sin^2 x + 1 = 0$$

- عبارت زیر را قابل محاسبه بوسیله لگاریتم کنید :

$$S = \cos^3 x + \cos^3 2x + \cos^3 3x - \frac{3}{2}$$

#### دبيرستان ابن سینا رضائیه

دبير: افشار - فرستنده: علیرضا کمالی

ثابت کنید اگر در مثلث  $ABC$  میانه های  $'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$

و  $AA'$  را رسم کنیم تا یکدیگر را در نقطه  $G$  قطع کنند رابطه زیر

برقرار است :

$$\wedge \\ 3 \operatorname{cotg} BGC = \operatorname{cotg} A + 2 \operatorname{cotg} B - 2 \operatorname{cotg} C$$

## دیبرستان خوارزمی شمیران

دبیر: قمری — فرستنده: حسین همتی گرماساری

معادله زیر را حل و بحث کنید:

$$\sin 3x + m \sin(2x - \frac{\pi}{3}) = 1$$

## دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دبیر: امامی — فرستنده: حسن گل محمدی

$$1 - \frac{\sin x}{\sin x \cos x} > 0$$

را حل کنید.

$$y = \frac{1 - 2 \sin^2 x}{2 \cos 2x - 1}$$

الف. دوره تناوب این تابع را معلوم نمایید بـ منحنی نمایش

تفییرات این تابع ازچه نوع تقارنی برخوردار است.

جـ منحنی نمایش تغییرات تابع  $y$  را رسم کنید:

## دیبرستان سعدی

دبیر: امام جمعه — فرستنده: محمد غلامی و علی امامی

این دستگاه را حل و بحث کنید:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} y = m \\ \operatorname{cotg} x + \operatorname{tg} y = m + 3 \end{cases}$$

و سپس  $m$  را طوری تعیین کنید که داشته باشیم :

$$\sin(x+y) = (2 + \sqrt{3}) \sin(x-y)$$

## دیبرستان فردوسی رضائیه

دبیر: افشار — فرستنده: علی محمد غفوری

— دستگاه زیر را حل و بحث کنید:

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \sin 3x + \sin 3y = m \end{cases}$$

— معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{\cos^3 a}{\cos x} + \frac{\sin^3 a}{\sin x} = 1$$

## دیبرستان فیروزبهرام

دبیر: بهنیا — فرستنده: خداداد منداور

$$\frac{3 \sin 2x}{2 \cos 2x - 1} = \operatorname{tg}(x - \alpha) \quad \text{را حل}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{-4}{3} \quad \text{و بحث کنید سپس به ازاء}$$

بین  $(\pi/2, \pi)$  را بدست آورید.  
— اگر  $\operatorname{tg} 12x = a$  و  $\operatorname{tg} 8x = b$  باشد رابطه‌ای مستقل از  $x$  بین  $a$  و  $b$  بدست آورید.

## دیبرستان گلشن راز شبستر

دبیر: باهمت — فرستنده: ایوب مظفری پور

حد عبارت زیر را وقتی که  $n \rightarrow \infty$  بدست آورید.

$$A = (1 - \operatorname{tg}^2 a)(1 - \operatorname{tg}^2 2a)(1 - \operatorname{tg}^2 4a) \dots (1 - \operatorname{tg}^2 na)$$

## دیبرستان مرآت

فرستنده: رضا رضوانی

— معادله زیر را حل کنید جوابهای کلی و جوابهای بین صفر و  $2\pi$  آنرا بنویسید:

$$8(\sin^4 x + \cos^4 x) - \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x + 6$$

— صحبت تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{7} = \frac{1}{8}$$

## مسائل حساب استدلایلی

### دیبرستان آذر

دبیر: محمد نوری — فرستنده: حمید قیدر و سید مطهری

— مطلوب است تعیین عددی چهار رقمی به صورت  $aaaa$  که چون با ۱۴۴ جمع شود حاصلش مرربع کامل گردد.  
— عدد  $x^2$  را از بایه اعشاری به بایه  $6 - 7x$  بنویسید و معلوم کنید به ازاء چه مقادیری از  $x$  صحیح است.

### دیبرستان ابن سینا

دبیر: شوشتریان — فرستنده: حسن قدسی

— مطلوب است کوچکترین عددی مانند  $x$  مشروط بر اینکه اگر آخرین رقم سمت چپ آنرا حذف کرده و آنرا در طرف راست عدد قرار دهیم حاصل برای  $x$  شود.

— مطلوب است تعیین اعداد  $A$  و  $B$  به قسمی که حاصل جمع عدد  $A$  و مجموع ارقام  $B$  برابر  $43$  و نیز حاصل جمع  $B$  و مجموع ارقام عدد  $A$  برابر  $79$  گردد.

### دیبرستان ابن سینا رضائیه

دبیر: صولتی — فرستنده: علیرضا کمالی

— ثابت کنید عبارت:

$$\overline{du} = \overline{mc} - d \quad u - m = d + c$$

- باقیمانده تقسیم عدد ۱۵۵ را بر ۳۳ محاسبه نمائید.

### دبيرستان دکتر هوشیار

دبير : صدیق آراء - فرستنده : محسن پوراحمدی عربانی

- معادله زیر را حل کنید :

$$(521) \quad abc = (13250) \times (521)$$

- اگر عدد پنج رقمی  $N = \overline{Pmedu}$  برس ۴۱ بخش

پذیر باشد ثابت کنید هر عددی که از تبدیل دوری آن بدست می آید بر ۴۱ بخش پذیر است.

### دبيرستان رهمنما

دبير : مولائی - فرستنده : علی توسلی، محسن نجفی فرد

- باقیمانده تقسیم عدد  $N = 77777^{4444} + 4444^{7777}$  را بر ۱۳ پیدا کنید.

- باقیمانده تقسیم عدد  $N = 9^m + 11^m \times 19^{53}$  را بر ۸ پیدا کنید.

### دبيرستان صائب اصفهان

دبير : گوهری - فرستنده : محمد پناهی

عدد چهار رقمی  $medu$  را چنان تعیین کنید که در شرایط زیر صدق کند :

$$(1) \quad medu = (\overline{mc})^2 + (\overline{du})^2$$

$$(2) \quad medu = (\overline{du})^2 - (\overline{mc})^2$$

### دبيرستان فردوسی رضائیه

دبير : صولتی - فرستنده : علی محمد غفوری

- عددی چهار رقمی به صورت  $medu$  پیدا کنید که مربع کامن بوده و داشته باشیم :

$$\overline{mcu} = (c - m + u)^2$$

- عددی دورقمی به صورت  $\overline{ab}$  پیدا کنید که داشته باشیم :

$$\overline{ab(a+b)} = a^2 + b^2$$

### دبيرستان قطب دزفول

دبير : فخر عطار - فرستنده : محمد رضا لونی

- در عمل ضربی مضروب ۳۷۲ و مضروب فيه عددی

است سه رقمی این عدد را چنان تعیین کنید که چهار رقم سمت

راست حاصل ضرب از ارقام مساوی ۸ تشکیل گردد.

- در تقسیمی مقسوم در پایه هفت ۱۲۴۶۵ و مقسوم علیه

$(x+1)^{6k+1} - x^{6k+1} - 1$  به ازاء جمیع مقادیر  $k$  بر  $x+1 + x^2 + \dots + x^{6k+1}$  قابل قسمت است.

-- عدد چهار رقمی  $abcd$  را از رابطه زیر بدست آوردید

$$abcd = (a+b+c+d)^4$$

### دبيرستان البرز

دبير : بحرانی - فرستنده : علی مهرداد وحدتی

-- عدد سه رقمی  $N$  را طوری تعیین کنید که مجموع ارقام اعداد از یک تا  $N$  بر عدد  $N$  قابل قسمت باشد.

- ثابت کنید  $1 - 2n - (2n+1)^5$  بر ۳ و ۵ قابل قسمت است.

### دبيرستان جوینی قوچان

دبير : عمارزاده - فرستنده : غلامحسین پیکانی

-- دو عدد :  $5^{2n} \times 6 + 2 \times 4^n + 1 + 2 \times 2^{6n+1} + A = 3 \times 2^{6n+1} - 25^n - 25^n + 9^{2n} - B = 4^{2n} + 9^{2n} - B$  مفرد و ضند در صورتی که  $n$  مضرب ۲ نباشد ثابت کنید . اولا -  $B = 15k$  . ثانیا -  $A = Bk'$  . ثالثا - نتیجه بکیرید  $A = 9^2 k$

- عدد  $N$  در مبنای اعشاری مساوی  $a^2 + 8a^2 - a - 1$  -

و در مبنای  $a$  به شکل  $D = \overline{m767}$  می باشد . اولا - رقم  $m$  را طوری تعیین کنید که باقیمانده تقسیم مجموع ارقام عدد  $D$  بر ۹ مساوی ۳ باشد . ثانیا -  $a$  را تعیین نموده عدد  $N$  را در مبنای ۹ بنویسید .

### دبيرستان حکمت قم

دبير : صدری - فرستنده : جواد فیض

- عدد دو رقمی  $a$  را چنان تعیین کنید که  $a + 5$  بر ۷ و ۱۱ بخش پذیر باشد .

### دبيرستان خوارزمی شماره ۳

دبير : رنگچی - فرستنده : حسن گل محمدی

- عدد  $2m$  رقمی  $A$  از ارقام برابر واحد عدد  $m$  رقمی  $B$  از ارقام برابر ۴ تشکیل شده است ثابت کنید  $A + B + 1$  محدود کامل است.

- عدد  $N$  در مبنای ۱۱ با دو رقم مساوی و در مبنای ۱۳ بادورقم مساوی دیگر تشکیل شده است  $N$  را پیدا کنید .

- معادله زیر را حل کنید :

$$xy - 4y - x^2 + 9 = 0$$

### دبيرستان خوارزمی شمیران

دبير : حریرچی - فرستنده : حسین همتی گرماساری

- عدد چهار رقمی  $medu$  را به قسمی تعیین کنید که ارقام آن در رابطه زیر صدق کنند :

آورید که از نقاط D و B بــه یک فاصله باشد . ۶- ملخص منشوری که یک قاعده اش چهار ضلعی ABCD و یک پالش BF باشد رسم نموده و خطوط مرئی و مخفی آنرا مشخص کنید . ۷- ملخص عمود مشترک افقیه رقوم ۳ صفحه P را با خط بزرگترین شیب صفحه Q بدست آورید .

### دبیرستان البرز

دبیر : خوئی - فرستنده : علی مهرداد وحدتی  
هندرهای رقومی

محورهای اقصیر و اطول کاغذ را رسم کرده محل تلاقی آنها مرکز کاغذ واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ انتخاب شود . ۱- از نقطه O که بر مرکز کاغذ متنطبق است صفحه P را به شیب  $p = \frac{\sqrt{2}}{2}$  به قسمی مرور دهید که افقیهای آن با قسمت فوقانی محور اطول کاغذ زاویه ۱۵ درجه ساخته و از راست به چپ و پائین به بالا ممتد باشند یک مقیاس شیب صفحه P رادر سمت بالای کاغذ به نحوی رسم کنید که از راست به چپ و بالا به پائین ممتد و رقومش در همین جهت ترقی نماید . از نقطه O در صفحه P خطی به شیب  $\frac{\sqrt{2}}{2} p$  رسم نموده و بر روی آن نقاط a<sub>۱</sub> و c<sub>۱</sub> را به قسمی انتخاب کنید که a<sub>۱</sub> بالای محور اقصیر واقع گردد .

۲- قطمه a<sub>۱</sub>c<sub>۱</sub> قطر مربع ABCD است که ضلع AB آن خط افقی بوده و b سمت راست محور قائم کاغذ واقع است ملخص مربع را رسم نماید و یک خط بزرگترین شیب صفحه مربع ABCD را در سمت راست کاغذ نشان دهید .  
۳- زاویه حقیقی مسطحة فرجه بین صفحه P و صفحه مربع ABCD را روی شکل مشخص نماید .  
۴- مربع ABCD صفحه قطری هشت وجهی منتظمی است که رؤس دیگر آن E و F بوده و رقوم E بیش از F می باشد ملخص هشت وجهی را رسم و آنرا مرئی و مخفی نماید .  
۵- مقطع هشت وجهی فوق را با صفحه افقی رقوم ۴ تعیین نموده و آن را نسبت به شکل مرئی و مخفی کنید .

ب : هندسه ترسیمی

۱- فاصله نقطه A تا خط الارض ۵ و فاصله اش از صفحه افق تصویر دوباره فاصله اش از صفحه نیمساز فرجه اول است نقطه ای را که زیر صفحه نیمساز اول است نمایش دهید .  
۲- نیمرخی رسم کنید که ارتفاع اثر قائمش بر ابر ۳

در همین پایه  $\overline{xy}$  است تعیین کنید مقسوم علیه را همچنین خارج قسمت تقسیم را در همین پایه درصورتی که با قیماندهای جزء در این پایه ۱ و ۱۶ و ۱۱ باشد .

### مسائل هندسه و مخروطات

#### دبیرستان خوارزمی شماره ۳

دبیر : معبدی - فرستنده : حسن گل محمدی

مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین OAB ( $O=90^\circ$ ) با فرض OA=OB=2a مفروض است . نقاط متغیر M و N را بــه ترتیب روی ساقهای OB و OA چنان انتخاب می کنیم که : OM+ON=2a MF=NF و  $MFN=90^\circ$  باشد تا بتکنید . الف - MFN=90^\circ باشد و مکان I و سطح MN را پیدا کنید . ب - بیضیهای متغیر (E) به کانونهای M و N و مار بر نقطه ثابت O را در نظر می گیریم ثابت کنید مماس بر این بیضیه در نقطه O خطی است ثابت و این بیضیه نیز بر AB مماسند .

### مسائل رقومی و ترسیمی

#### دبیرستان آذر

دبیر : ارشاقی - فرستنده گان : حمید قیدر و سید مطهری  
محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید ، واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ است .

۱- صفحه P به شیب یک مفروض است . مقیاس شیب آنرا در طرف چپ کاغذ با ترقی رقوم از پائین به بالا طوری رسم کنید که محور اقصر کاغذ افقیه رقوم ۳ آن باشد و نقطه a<sub>۱</sub> را در این صفحه روی محور اطول اختیار کنید . ۲- از نقطه a<sub>۱</sub> خط a<sub>۱</sub>b<sub>۱</sub> را در این صفحه به شیب  $\frac{1}{2}$  و خط a<sub>۱</sub>d<sub>۱</sub> را در آن طوری رسم کنید که AD بر AB عمود باشد b طرف چپ و d طرف راست محور اطول قرار گیرد . ۳- نقطه C را در این صفحه متساوی الفاصله از AD و AB اختیار کنید . ۴- بر افقیه رقوم ۴ صفحه P صفحه Q را به شیب  $\frac{1}{2}$  مرور دهید و مقیاس شیب آنرا با ترقی رقوم از بالا به پائین در طرف راست کاغذ رسم کنید . ۵- از نقطه a<sub>۱</sub> خطی در صفحه Q عمود بر AB رسم نموده و نقطه f را روی این خط طوری بدست

آنرا رسم کنید (طول اختیاری) . ۳- بطور اختیاری خطوط 'dd' افقی و 'cc' جبهی و 'ee' مواجہ و 'kk' منتصب و 'vv' قائم و 'll' خطی باشد که خط الارض را قطع کرده باشد و یک خط 'll' که موازی نیمساز ربع اول و یک خط 'DD' موازی نیمساز ربع دوم رسم کنید. در صورت ممکن آثار افقی یا آثار قائم خطوط موق را بdest آورید . ۴- مطلوب است مکان هندسی آثار افقی خطوط بیشماری که بر نقطه مفروض 'aa' می گذرند و با صفحه افق تصویر زاویه  $35^{\circ}$  می سازند . ۵- خطی را چنان رسم کنید که دو خط قائم ، یک منتصب و یک خط غیر مشخص مفروض را قطع کند .

### دیبرستان خوارزمی شمیران

دبیر : ادیبی - فرستنده : حسین همتی گرمساری  
محورها را رسم کنید مقیاس  $\frac{1}{1}$  واحد سانتیمتر

- ۱- صفحه **P** به اساس ۲ راطوری رسم کنید که محور اقصی افقی رقوم صفر آن بوده ترقی رقوم رو به بالا باشد .
- ۲- نقطه **a** را در صفحه طوری رسم کنید که تصویرش روی محور اطول باشد .
- ۳- خط **b** را در صفحه به شیب  $\frac{1}{3}$  رسم کنید **b** طرف چپ است .

- ۴- خط **a** را طوری رسم کنید که تصویرش با محور اطول زاویه  $45^{\circ}$  درجه بسازد . **d** طرف راست محور اطول .
- ۵- متوازی الاضلاع **ABCD** را کامل کنید . ۶- از **e** خط **a** را بر صفحه عمود کنید .
- ۷- متوازی السطوح که قاعده اش **ABCD** و یال جانبی آن **AE** باشد کامل کرده خطوط مرئی و مخفی آنرا مشخص نمایید .
- ۸- فصل مشترک این جسم را با صفحه افقی رقوم ۱۰ بدست آورید .

#### ترسیمی :

- ۱- مطلوب است ملخص نقطه ای که بعدش ۳ و فاصله اش از نیمساز اول ۲ باشد .
- ۲- مطلوب است ملخص نقطه ای که تفاصل بعد از ارتفاعش  $\frac{3}{4}$  باشد .

### دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دبیر : ادیبی - فرستنده : حسن گل محمدی

مجموع بعد اثر افقی و قطعه خط محصور به آثار آن برابر ۷ باشد و در ناحیه اول واقع گردد .

### دیبرستان حکمت قم

دبیر : محسنیان - فرستنده : جواد فیض  
رقومی : یک کادر  $25 \times 14$  ( واحد سانتیمتر ) رسم کنید  
محورهای افقی و قائم و قطری که از سمت چپ ( پائین ) به سمت راست ( بالا ) وصل می شود رسم کنید محل تقاطع محورها را نقطه **a** بنامید .

- ۱- روی قطری از نقطه **a** خطی به شیب  $\frac{1}{3}$  رسم شده است آن را مدرج کنید . ترقی رقوم به طرف بالا و آنرا **D** بنامید .
- ۲- نقطه **b** را روی محور اقصی به طرف راست به فاصله  $2\text{cm}$  از **a** اختیار کنید . از نقطه **b** خطی به موازات **D** رسم کرده و آنرا مدرج کنید . این خط را **d** بنامید .
- ۳- از نقطه **b** خطی رسم کنید که خط **D** را در نقطه ای به رقوم ۵ قطع کند این خط را **H** بنامید زاویه خط **H** را با صفحه مقایسه در ربع اول بdest آورید . روی خط **H** نقطه ای تعیین کنید که از **b** به فاصله  $2\text{cm}$  باشد ( در ربع اول ) از **H** صفحه ای بگذرانید و آنرا **P** بنامید . مقیاس شبیه **P** بزرگ را رسم کنید و زاویه **P** را با صفحه مقایسه بdest آورید ( مقیاس شبیه در ربع سوم و پائین ) .
- ۴- نقطه ای به رقوم ۱ در صفحه **P** اختیار کنید و از آن نقطه خطی به شبیه  $\frac{1}{3}$  در صفحه **P** رسم کنید و آنرا مدرج نمایید .

- ۵- نقاط **e** و **K** را روی محور اطول و به طرف پائین به فاصله  $7\text{cm}$  و  $8\text{cm}$  از **a** دو نقطه از مقیاس شبیه صفحه ای مانند **R** است فصل مشترک **P** و **R** را بdest آورید .
- ۶- نقطه **F** را به فاصله  $3\text{cm}$  از **a** سانتیمتر از **a** دور طرف چپ اختیار کنید و از **a** و **F** دو خط . به شبیه  $\frac{3}{2}$  رسم کنید که یکدیگر را در نقطه به رقوم ۱ قطع کنند ( نقطه تقاطع در ربع دوم اختیار شود ) . ۷- از **F** خطی عمود بر صفحه **R** رسم کنید و آنرا مدرج نمایید .
- ۸- نقاط زیر را مشخص کنید : 'aa' واقع روی نیمساز ربع اول - 'bb' روی نیمساز ربع دوم - 'dd' و 'cc' نیمساز ربع اول - 'ee' نیمساز ربع دوم - 'ff' و 'ee' قرینه یکدیگر نسبت به صفحه قائم تصویر - ۹- مجموع بعد و ارتفاع نقطه ای و فاصله آن از خط زمین در دست است . تصاویر

۱- رقومی - محورهای کاغذ را رسم کنید . مقیاس

۱/ واحد سانتیمتر .

۱- نقطه  $m$  به فاصله ۵ سمت چپ مرکز کاغذ روی محور اقصیر واقع است ، از  $m$  خطی به شیب ۱ به قسمی رسم کنید که تصویرش از چپ به راست و از بالا به پائین ممتد بوده و رقومش در همین جهت افزایش یابد و نقطه  $C_1$  را رسم کنید که  $m$  روی محور اطول باشد .

۲- از نقطه  $a_1$  که تصویرش بر مرکز کاغذ منطبق است ، خط  $AB$  را طوری مرور دهید که با صفحه افق تصویر زاویه :

$\alpha = \text{Arctg} \frac{1}{2}$  بسازد و بر خط  $MN$  عمود باشد ، و نقطه  $b_1$  را روی این خط درست راست  $A$  و بالای محور اقصیر کاغذ انتخاب کنید . ۳- مثلث قائم الزاویه  $ABE$  که تصویر  $BE$  بر محور اطول کاغذ منطبق است و وتر  $BE$  آن افقیه باشد رسم کنید . ۴- خط  $AD$  را متعامد با  $BE$  به شیب  $p = \sqrt{2}$  رسم کرده روی آن  $d_1$  را درست چپ محور اطول و بالای  $BE$   $AD$  میکنید . ۵- عمود مشترک خط  $AD$  و  $BE$  را روی شکل رسم کنید . ۶- وسعت حقیقی مثلث  $ABD$  را با تسطیح آن نشان دهید . ۷- خطوط  $AD$  و  $AE$   $AD$  و  $AB$  سیمی باشند میباشد . آنرا کامل کرده و خطوط مرئی و مخفی را مشخص کنید .

۲- ترسیمی :

۱- نقطه‌ای بیایید که مجموع بعد وارتفاعش ۳ و تفاضل فواصلش از دو نیمساز ۴ باشد .

۲- از نقطه  $(152)'$  نیمرخی رسم کنید که بعد اثر افقیش ۲- بوده ، سپس زاویه اش را با نیمساز اول تعیین کنید .

۳- افقیه‌ای رسم کنید که از نقطه  $'aa$  گذشته و قطعه خط بین دو نیمساز ۱ باشد .

۴- خطی موازی نیمساز دوم رسم کرده و فصل مشترک آنرا با نیمساز اول پیدا کنید .

۵- خط  $DD'$  موازی نیمساز رباع اول و خط نیمرخ  $aba'b'$  مفروض است ، مواجهی براین دو خط متکی کنید .

دیبرستان دکتر کریم فاطمی اهواز

دیبر : نجفی - فرستنده : بهمن کلانتر

.. واحد سانتیمتر . مقیاس ۱ : ۱ - محورهای اطول و اقصیر را رسم کرده محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ بنامید .

۱- نقطه  $a_2$  به فاصله ۲ سمت چپ محور اطول و به فاصله ۲ بالای

### دیبرستان دکتر هوشیار

دیبر : صدیق آرا - فرستنده : محسن پوراحمدی عربانی

واحد سانتیمتر مقیاس  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  است محورهای اطول و اقصیر

کاغذ را رسم کنید . زاویه صفحه  $P$  با صفحه افق مقایسه  $45^\circ$  بوده یک مقیاس شیب از آنرا اکفار چپ کاغذ از پائین به بالا طوری مدرج کنید که اثر این صفحه منطبق بر قدر اقصیر کاغذ باشد . ۱- از نقطه  $a_2$  واقع در صفحه  $P$  که تصویرش بر محور اطول کاغذ

- ۳- ملخص مثلث متساوی الساقین  $ABC$  را در این صفحه تعیین کنید ( $CA=CB$ ) در صورتی که رقوم رئوس  $B$  و  $C$  به ترتیب  $55^\circ$  بوده و  $ACB=40^\circ$  باشد .
- ۴- ملخص هرم  $SABC$  را کامل کنید در صورتی که
- $$SA=6, SB=7, SC=5$$

### ترسیمی

- ۱- از نقطه مفروض  $a$  خطی رسم کنید متقاطع با نیم رخ  $bcb'c'$  و موازی با صفحه نیمساز ناحیه اول .
- ۲- خطی رسم کنید که یک قائم و یک منتصب مفروضی را قطع کرده با صفحه افق زاویه  $\alpha$  و با صفحه قائم زاویه  $\beta$  بسازد .

- ۳- ملخص نقطه ای را تعیین کنید که از خط ارض به فاصله  $l$  و تفاضل فواصلش از صفحات نیمساز  $[l]$  باشد .
- ۴- از نقطه مفروض  $aa'$  خطی رسم کنید که با صفحه قائم زاویه برابر  $\alpha$  ساخته و نیمساز ناحیه اول را در نقطه ای به بعد  $2$  قطع نماید سپس قرینه این خط را نسبت به صفحه نیمساز ناحیه دوم تعیین کنید .

### ۵- پیرستان رهنمای

- دیبر : خوئی - فرستندگان : علی توسلی ، محسن نجفی فرد واحد سانتیمتر مقیاس  $1:1$  محورهای اقصیر و اطول کاغذ را درست کرده محل تلاقی آنها را مرکز بنامید .
- ۱- نقطه  $d$  بر مرکز کاغذ واقع شده از این نقطه خط  $da$  را که تصویرش بر محور اطول منطبق و رقومش از پائین به بالا اضافه می شود با شبیه  $\frac{1}{2}p$  رسم نموده بر این خط دو صفحه  $P$  و  $Q$  را که با صفحه مقایسه زاویه  $\alpha = 45^\circ$  درجه می سازد مرور دهید مقیاس شبیه صفحه  $P$  را در سمت راست و پائین کاغذ و مقیاس شبیه صفحه  $Q$  را سمت چپ و پائین کاغذ رسم نمایید .

- ۲- از نقطه  $d$  در صفحه  $P$  خط  $db$  را که با صفحه مقایسه زاویه  $\alpha = 30^\circ$  درجه می سازد و تصویر آن سمت راست محور اطول وزیر محور اقصیر واقع می شود رسم کنید . در صفحه  $Q$  از نقطه  $d$  خط دیگر  $DC$  را بمقسمی مرور دهید که شبیش  $p = \sqrt{3}$  و تصویرش سمت چپ محور اطول وزیر محور اقصیر قرار گرفته و خط  $BC$  افقی باشد .

- ۳- اندازه حقیقی مساحت مثلث  $DBC$  را در تسطیح از

منطبق است خط  $a, b$  را بشیب  $\frac{1}{2}$  طوری رسم کنید که  $b$  سمت راست محور اطول باشد . ۲- از  $A$  خط  $a, b$  را در صفحه  $P$  طوری رسم کنید که زاویه  $BAD$  قائم باشد . ۳- ملخص مستطیل  $ABCD$  واقع در صفحه  $P$  را کامل کنید . ۴- ملخص مکعب مستطیل  $ABCDEFGH$  را وقتی طول حقیقی  $AE$  برابر  $5\sqrt{2}$  و نقطه  $E$  در بالای صفحه باشد تعیین و مرئی و مخفی نمایید . ۵- فصل مشترک این مکعب مستطیل را با صفحه افقی به رقوم  $4$  تعیین نموده و خطوط مرئی و مخفی این مقطع را مشخص نمایید .

### ۵- پیرستان راهی شیراز

- دبیر : جوادیور - فرستنده عبدالعلی کشاورز - مقیاس شبیه صفحه  $P$  را به اساس یک موازی محور اطول کنار چپ کاغذ به قسمی رسم کنید که افقیه رقوم صفر صفحه از مرکز کاغذ بگذرد و ترقی رقومش از پائین به بالا باشد .
- ۲- نقطه  $B$  در این صفحه به فاصله  $3$  از مقیاس شبیه انتخاب شده از این نقطه خط  $AB = 3\sqrt{5}$  را در صفحه به شبیه

### ۱- رسم کنید (ب) سمت راست (a)

- ۳- آنرا یک ضلع مثلث  $ABC$  واقع در صفحه  $P$  اختیار نموده به قسمی که رقوم رأس  $C$  برابر  $3$  و شعاع دایره محیطی مثلث  $4$  سانتیمتر باشد . (C سمت چپ  $B$  قرار دارد) .
- ۴- ملخص منشور  $ABC-DEF$  را کامل کنید به قسمی که  $ABC$  قاعده فوقانی آن بوده و ارتفاع منشور  $5\sqrt{2}$  و  $AB \perp AD$  و رقوم رأس  $E$  مربوط به یال  $BE$  برابر  $2$  باشد .

- ۵- صفحه مقایسه حاکم محاوره فرض شده خطوط مرئی و مخفی را از هم تمیز دهید .
- ۶- بر افقیه رقوم یک این صفحه صفحه  $Q$  را بگذرانید در صورتی که زاویه مسطحة فرجه حاصل از برخورد صفحات  $P$  و  $Q$  برابر  $60^\circ$  باشد صفحه نیمساز فرجه حاصل را نیز مشخص نمایید .

- مقیاس شبیه صفحه  $P$  را موازی محور اطول کنار چپ کاغذ رسم کنید که افقیه رقوم یک آن از مرکز کاغذ بگذرد اساس صفحه یک و ترقی رقوم مقیاس شبیه آن به سمت بالا است .

- ۲- نقطه  $B$  را در این صفحه روی محور اطول انتخاب نمایید .

سمت پایین کاغذ حول افقیه  $BC$  نشان دهد.

۴- بروی مثلث  $ABC$  منشور  $AD$  و خط  $BC$  را در روی شکل نماید.

۵- تصویر هرم  $DABC$  را درم نموده و هریک از دو مثلث  $DBA$  و  $DAC$  را قاعده فوقانی منشور قائمی در نظر گرفته و دو منشور در سمت خارج هرم منبور بنا نموده به قسمی که اندازه حقیقی یال جانبی هریک برابر  $\frac{3}{2}$  باشد. جسم حاصل مرکب از دو منشور مثلث القاعده قائم و یک هرم را به فرض آنکه صفحه مثلث  $ABC$  حاکی ماوراء بوده و هرم فوق مجده و منشورها صلب و دندانه شوند مرئی و مخفی نموده و مقطع جسم کل را با صفحه افقی رقم ۲ تعیین و آنرا نیز مرئی و مخفی نماید.

#### ترسیمی :

ملخص نقطه  $A$  واقع در ربع اول که فاصله اش از خط زمین ۵ و نسبت فواصلش از صفحه قائم و نیمساز دوم  $\frac{1}{3}$  است رسم نمایید.

- نقطه  $A$  به بعد از ارتفاع ۴ مفروض است. بروی خط زمین درست چپ رابط  $'aa$  نقطه  $bb'$  را به قسمی تعیین کنید که قطعه خط  $AB$  برابر ۸ باشد وزاویه حقیقی خط  $AB$  را با صفحه افق تصویر روی شکل نشان دهد.

#### دبیرستان شاهین

دبیر : خوئی - فرستنده : آفامحمد یارقلی

واحد سانتیمتر مقیاس  $\frac{1}{4}$  محورهای اقصیر و اطول کاغذ را درست کرد محل تلاقی آنها را مرکز کاغذاختیار کنید.  
۱- نقطه  $a_1$  را به فاصله ۴ سمت چپ محور اقصیر انتخاب کنید. از این نقطه صفحه  $P$  را به شیب  $1 = p$  به قسمی مروز دهید که مقیاس شیب با محور اطول کاغذ موازی ورقوم آن از بالا به پائین افزایش یابد یک مقیاس شیب صفحه را درست چپ کاغذ رسم نماید.

۲- از نقطه  $a_2$  درصفحة  $P$  خط  $a_2b_2$  را که با صفحه افق زاویه  $35^\circ$  درجه می‌سازد و  $b_2$  سمت راست محور قائم کاغذ قرار گیرد رسم نماید.

۳- بر روی قطعه خط  $AB$  درصفحة  $P$  مثلث  $ABC$  را که  $BC = 5/2$  و زاویه  $BAC = 30^\circ$  و سمت راست  $ab$  واقع می‌گردد و  $C$  دارای رقوم بیشتر باشد رسم نماید و ملخص

مثلث مزبور را که در صفحه  $P$  واقع است مشخص کنید.  
۴- بروی مثلث  $ABC$  منشور  $AD$  را که یالهای جانبی آن افقی و تصویر آن موازی محور اطول و از پائین به بالا ممتد بوده و طول هریک  $8\text{cm}$  باشد بنا نموده و ملخص منشور را مرئی و مخفی کنید.

۵- بزرگترین شب صفحه  $Q$  را به شیب  $1 = p$  با ترقی رقوم پائین به بالا در سمت راست کاغذ به قسمی رسم کنید که افقی رقوم ۳ آن بر محور اقصیر کاغذ منطبق بوده باشد مقطع منشور فوق را با صفحه  $Q$  یافته و آنرا نسبت به جسم مرئی و مخفی کنید.

#### ترسیمی

مسئله اول : فاصله نقطه  $A$  تا خط زمین برابر ۵ و به فاصله یک زیر صفحه نیمساز اول است. ملخص نقطه  $A$  را که در ربع اول واقع است نشان دهد (به طریقه رسم)  
مسئله دوم : برخورد خط غیر مشخص  $dd'$  را با صفحه نیمساز اول و صفحه نیمساز دوم روی یک شکل نشان دهد.

#### دبیرستان فیروز بهرام

دبیر : جلالی - فرستنده : خداداد مزدایور  
محورهای اطول و اقصیر کاغذ را رسم کنید، محل تلاقی آن دو مرکز کاغذ و واحد سانتیمتر و مقیاس  $1:1$   
۱- مقیاس شیب صفحه  $P$  را کنار دست چپ کاغذ انتخاب کرده و به فرض آنکه شیب صفحه  $\frac{1}{2}$  و افقیه رقوم ۱ آن بر محور اقصیر منطبق بوده و ترقی رقوم روی آن از پائین به بالا باشد آنرا مدرج کنید.  
۲- نقطه  $m_{14}$  را روی محور اطول و ۴ سانتیمتر بالای مرکز کاغذ انتخاب کنید و از این نقطه خطی بر صفحه  $P$  و دکرده و پای عمود را بدست آورید.  
۳- نقطه  $O_2$  را روی محور اطول کاغذ و در صفحه  $P$  انتخاب کرده، شیب و اساس و طول حقیقی پاره خط  $MO$  را حساب کنید. ۴- از نقطه  $O_2$  خطی به شیب  $\frac{1}{2}$  در این صفحه رسم کرده و روی آن نقاط  $a_1$  و  $c_2$  را انتخاب کنید.  $c_2$  طرف راست  $O$  است.  
۵- نقطه  $b_2$  را سمت چپ  $c$  طوری انتخاب کنید که

$BC = 3$  باشد.

که از نقطه  $O$  می‌گذرد پرتاب می‌کنیم اگر اثر مقاومت هوا بر حرکت گلوله‌ها ناچیز باشد . اولاً - تحقیق کنید که هر دو گلوله با سرعتهای مساوی بسطح افق پرتاب اولیه بر می‌گردند و بردهر دویکی است و مقادیر عددی این سرعت و بردا حساب کنید . ثانیاً - نسبت ارتفاعات ماکزیم دو گلوله از سطح افق چه اندازه است .  $g = 10 \text{ m/s}^2$

### دبیرستان خوازمی شماره ۳

دبیر : امینی - فرستنده : حسن گل محمدی

جسمی از نقطه  $A$  روی سطح شیداری بدون سرعت اولیه شروع به حرکت می‌کند و پس از رسیدن به نقطه  $O$  روی سطح شیداری دیگری شروع به بالا رفتن می‌کند و در نقطه  $B$  روی این سطح سرعتش صفر می‌شود . اگر شیب و ضریب اصطکاک دو سطح برابر باشند و  $\frac{OB}{OA} = \frac{1}{2}$  و شیب سطحها برای  $\frac{3}{5}$  باشد ضریب اصطکاک را محاسبه کنید .  $g = 10 \text{ m/s}^2$

### دبیرستان دارالفنون

دبیر : قلی پور - فرستنده : رسول داداشزاده

گلوله‌ای طوری پرتاب می‌شود که بر آن چهار برآبر ارتفاع اوج آنست زاویه پرتاب را بیاورد . اگر بر دو گلوله  $250 \text{ m}$  باشد سرعت لازم برای پرتاب و زمان پرواز را پیدا کنید .  $g = 10 \text{ m/s}^2$

### دبیرستان رازی شیراز

دبیر : فیروزمند - فرستنده : عبدالعلی کشاورز

- جسمی به جرم  $m_1$  روی سطح شیداری به زاویه  $\alpha$  قرار گرفته است و به سیله نخی که از روی قرقه  $O$  گذشته به جسم دیگری به جرم  $m_2$  که بطور قائم قرار گرفته است متصل شده است از وزن نخ و قرقه و اصطکاک قرقه صرف نظر شده است . اگر  $m_1$  را با سرعت اولیه  $V$  به طرف بالا پرتاب کنیم و ضریب اصطکاک سطح شیدار  $K$  فرض کنیم . الف - جسم تاچه مسافتی روی سطح بالا می‌رود . ب - نیروی کشش نخ چقدر است .

- چهار چرخه‌ای با سرعت ثابت  $5 \text{ m/s}$  در امتداد سطح افق حرکت می‌کند شخصی که بر روی چهار چرخه قرار دارد گلوله‌ای را با سرعت  $12.5 \text{ m/s}$  نسبت به خودش چنان پرتاب می‌کند که امتداد سرعت گلوله در موقوعیت از حلقه که در ارتفاع  $5$  متری نقطه پرتاب قرار گرفته است افقی گردد . معین کنید . ۱ - مولفه‌قائم سرعت اولیه گلوله  $2$  درجه فاصله افقی تا حلقه گلوله را باید پرتاب کند  $g = 10 \text{ m/s}^2$  . ۲ - زمان رسیدن گلوله به حلقه از نقطه پرتاب .

۶ - ملخص متوازی الاضلاع  $ABCD$  را رسم کرده و رقوم رأس  $D$  آنرا پیدا کنید .

۷ - ملخص منشور کامل قائمی که یک قاعده اش  $ABCD$  و نقطه  $m_{14}$  محل برخورد اقطار قاعده دیگر ش باشد رسم کرده و به فرض کرد بودن جسم خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید .

۸ - وسعت حقیقی متوازی الاضلاع  $ABCD$  را به وسیله تسطیح صفحه  $P$  حول یکی از افقیهایش نشان داده و طول حقیقی اقطار آنرا محاسبه نمایید .

- نقاط  $(a)$  و  $(b)$  و  $(c)$  را رسم کرده و رقومشان را به ترتیب  $25$  و  $20$  و  $30$  بگذارید . اولاً - وسعت حقیقی این مثلث را به وسیله تسعایج نشان داده و شیب و اساس و زاویه مقیاس شیب آنرا پیدا کنید . ثانیاً - مساحت مثلث را حساب کرده ویک مقیاس شیب از صفحه  $Q$  که نسبت به صفحه مقابله قرینه صفحه مثلث است رسم کنید .

### مسائل مکانیک

#### دبیرستان ابن سینا

دبیر : فاتحی - فرستنده : علی رضا کمالی

گلوله  $M$  را بدون سرعت از بالای سطح شیداری که

$\sin \alpha = \frac{3}{5}$  می‌باشد راهی کنیم و گلوله بعد از  $2$  ثانیه به انتهای سطح می‌رسد اگر  $g = 10 \text{ m/s}^2$  باشد ضریب اصطکاک سطح را تعیین کنید . ثانیاً در لحظه‌ای که گلوله  $M$  بدون سرعت از بالای سطح رها می‌شود گلوله دیگر  $M'$  را با سرعت  $v$  از پائین سطح به طرف بالا پرتاب می‌کنیم بعد از مدت  $1$  ثانیه دو گلوله به همی‌رسند . مقدار  $v$  را تعیین کرده و سرعت هر یک از دو گلوله را در لحظه برخورد حساب کنید (ضریب اصطکاک سطح برای هر دو گلوله یکسان بوده و طول سطح  $AB = 8$  متر می‌باشد  $g = 10 \text{ m/s}^2$  فرض شود) .

#### دبیرستان حکمت قم

دبیر : بصیری - فرستنده : جواد فیض

از نقطه  $O$  واقع بر سطح افق دو گلوله را سرعتهای اولیه مساوی و برای  $g = 10 \text{ m/s}^2$  در امتدادهایی که با سطح افق زوایای  $20^\circ$  و  $60^\circ$  می‌سازند در یک لحظه و در صفحه قائمی

هوایمایی دایره‌ای به شعاع انحنای  $2000\text{m}$  را با سرعت متشابه التغیر دور می‌زند در نقطه  $M_1$  سرعت آن  $M_1$   $720\text{km/h}$  و در نقطه  $M_2$  سرعتش  $864\text{km/h}$  می‌شود. اگر قوس  $M_1M_2$  را در مدت  $25$  ثانیه طی کرده باشد معلوم کنید شتاب مماسی و شتاب عمودی کل هوایمایی را.

## مسائل فیزیک

### دیبرستان خوارزمی شماره ۳

دیبر: نیروئی - فرستنده: حسن گل محمدی  
ذره‌ای حرکت نوسانی ساده دارد. در اولین ثانیه بعد از شروع حرکت مسافت  $b$  و در ثانیه بعد مسافت  $c$  را در همان جهت می‌پیماید ثابت کنید دامنه حرکت برابر  $\frac{2b^2}{3b-c}$  می‌باشد (در موقع شروع حرکت متوجه از نقطه به فاصله  $a$  از مرکز نوسان شروع به حرکت می‌کند)

### دیبرستان خوارزمی شمیران

دیبر: کتابچی و عرباف - فرستنده: حسین همتی گرماساری  
در آزمایش استر بوسکوی صفحه روزنده دار دارای  $4$  روزنده مساوی و متعدد الفاصله است این صفحه در ثانیه  $100$  دور می‌زند صفحه قطاعدار که همجهت با صفحه روزنده می‌چرخد، بر روی آن قطاعی به نظر می‌رسد که هر دقیقه موافق جهت دوران  $6$  دور می‌زند مطلوب است فرکانس صفحه قطاعدار.

### دیبرستان دکتر هوشیار

دیبر: حسینی - فرستنده: محسن پور احمدی عربانی  
معادله حرکت دونقطه به صورت  $x = 20\sin(\omega t) + 20$  است که در محيط قابل ارتعاشی تداخل می‌کنند فاصله هر دو هذلولی متواالی از یکدیگر  $1$  متر است و سرعت انتشار موج  $300\text{m/s}$  است.  $1$  - معادله حرکت ارتعاشی نقطه‌ای به فاصله  $25\text{cm}$  و  $50\text{cm}$  از آن دونقطه  $2$  - با استفاده از رسم فرنزل دامنه آن نقطه و تائزات اختلاف فاز آن نقطه را تعیین کنید.

### دیبرستان رهنما

دیبر: بازاراده - فرستنده: علی توسلی  
فاصله دوشکاف در آزمایش یونک  $2\text{mm}$  و صفحه نوارها به فاصله  $1/5\text{m}$  از صفحه شکافها قرار گرفته طول و ج نور در

### دیبرستان فرتاش

دیبر: فرمان - فرستنده: علی بازوکی  
- از نقطه  $A$  بالای سطح مورب  $AB$  به طول  $20\text{m}$  و به شب  $\frac{1}{2}$  گلوله‌ای راه را می‌کنیم و درست در همین لحظه گلوله دیگری را از نقطه  $C$  به فاصله  $125\text{m}$  از زمین رها می‌کنیم هر دو گلوله در نقطه  $D$  از سطح افق دریک لحظه بهم بر می‌خوردند فاصله  $BD$  را بیایید، ضریب اصطکاک سطح شبدار  $\sqrt{\frac{3}{4}}$

$$g = 10\text{m/s}^2$$

- قفس آسانسوری به وزن یک تن در پائین چاه معدنی به عمق  $147$  متر قرار دارد آن را در مدتی مساوی  $t$  با نیروی  $1050\text{kg}$  و پس از آن در مدت  $t$  که باقیمانده زمان حرکت است با نیروی  $950\text{kg}$  به طرف بالامی کشند.  $1$  - معادلات دو مرحله حرکت را بنویسید.  $2$  - چه نسبتی میان  $t$  و  $t$  باشد تا قفس با سرعت صفر به دهانه چاه برسد، درین حال زمان صعود و سرعت ماسکیم در موقع بالا مدن چه اندازه است.

### دیبرستان فردوسی رضائیه

دیبر: سحابی - فرستنده: علی محمد غفوری  
گلوله‌ای به جرم  $8\text{kg}$  در داخل نیم کره‌ای به شعاع  $60\text{cm}$  قرار گرفته هر گاه نیم کره را حول محور قائمی که از مرکز آن می‌گذرد بچرخانیم گلوله به اندازه نصف شعاع نیم کره از ته آن بالامی رود در این حالت نیم کره چند دور در دقیقه می‌زند و نیروی عکس العمل که بر گلوله وارد می‌کند چقدر است.

$$g = 10\text{m/s}^2$$

### دیبرستان فیروز بهرام

دیبر: گجگنی - فرستنده: خداداد مزد اپور

گلوله‌ای توانایی به جرم مخصوص  $\frac{1}{2}$  گرم بر سانتیمتر مکعب را از ارتفاع  $14/7$  متری بالای ظرف آبی (فاصله گلوله تا سطح آب) با سرعت اولیه  $V$  در امتداد قائم به طرف پایین پرتاب می‌کنیم پس از یک ثانیه (از زمانی که گلوله وارد آب شده) گلوله تا عمق  $14/7$  متر در آب فرومی‌رود پیدا کنید سرعت اولیه گلوله  $a$   $g = 9.8\text{m/s}^2$  و ظرف آب عمیق فرض شده است

### دیبرستان محمد قزوینی قزوین

دیبر: جعفرزاده - فرستنده: عطاء الله كلانشی

ضمناً اسم هارمونیک اول صوت اصلی لوله را تعیین کنید (سرعت صوت درهای لوله  $I_a = 425 \text{ m/s}$  و  $320 \text{ m/s}$ )

## مسائل شبیه

### دبيرستان آذر

دبير: کوشا - فرستنده: حمید قیدروسيد مطهرى  
از واکنش زيرهيدروکربور اشاع شده اى نقطه همی شود  
که يك حجم اذآن به كمك ۵ حجم اکسیژن احتراف كامل می باشد  
.  
 $R - I + 2Na + I - R' \Rightarrow$

- محلولی از گازهای متان و اتیلن را با  $20 \text{ cm}^3$  گاز  
اکسیژن آمیخته به روش آب سنجی عمل می کنیم . پس از تولید  
جرقه و سرد کردن، محلول گازی شکلی به حجم  $80 \text{ cm}^3$  خواهیم  
داشت که  $70 \text{ cm}^3$  آن قابل جذب به وسیله پناس و باقیمانده قابل  
جذب به وسیله فسفر است . حجم گازها تحت شرایط واحدی  
سنجهده شده است حجم هر يك از گازها را در محلول محاسبه کنید  
چگالی محلول را نسبت به اکسیژن تعیین نمائید .

### دبيرستان ابن سينا رضاييه

دبير: سليمي - فرستنده: علي رضا کمالی  
از تکليس  $164 \text{ g}$  استاتس سديم با آهک سده چندليتير  
گاز در شرایط متعارفی بددت می آيد و اگر گاز حاصل را با كلر  
در سایه ترکيب کنیم  $2/39 \text{ g}$  جسم كلره بددت می آيد فرمول  
جسم كلره را پیدا کنید .

### دبيرستان حکمت قم

دبير: واقعی - فرستنده: جواد فيض  
از احتراف  $54 \text{ g}$  جسم آلى ازت دار  $1/32 \text{ gr}$  گاز  
 $\text{CO}_2$  و  $2/26 \text{ gr}$  آب بددت آمده است همان مقدار از جسم در  
مجاورت آهک سده گازی می دهد که اين گاز با  $20 \text{ cc}$  اسيد  
سولفوریک نرمال خنثی شده و باقیمانده اسيد نرمال با  
پناس خنثی می شود تکائف نسبی بخار جسم نسبت به هوای  $3/22$   
است فرمول خام جسم را تعیین کنید .

### دبيرستان خوارزمی شماره ۳

دبير: فرزاد - فرستنده: حسن گل محمدی  
- از تجزیه شيميايی  $46 \text{ gr}$  يك جسم آلى مرکباز  $\text{C}_2\text{O}_4$  و  $54 \text{ gr}$   $\text{O}_2$  آب پديد آمده است .

بنقيه در صفحه ۳۰۶

مورداً آزمایش  $A = 5000$  است تعیین کنید . الف - فاصله دو نوار روشن متوالي را . ب - تواتر نور مورداً آزمایش (سرعت نور  $3 \times 10^8 \text{ km/s}$  است) . ج - د مقابله يكى از شکافها تيغه نازکى به ضریب شکست  $1/3$  قرار مى دهیم نوار مرکزی بر روی سومین نوار روشن حالت قبل منطبق می گردد ضخامت تيغه چند ميكرون است .

### دبيرستان علميه

دبير: فروزانفر - فرستنده: حمید بزنوش  
يک منبع ارتعاشی که در هر ثانية  $170$  ارتعاش با دامنه  $4 \text{ mm}$  انجام می دهد ارتعاشات خود را با سرعت  $8 \text{ cm/s}$  در فضا پخش می کند . معین کنید اولاً - معادله حرکت ارتعاشی منبع . ثانياً - معادله حرکت نقطه ای که با فاصله  $3 \text{ m}$  از آن قرار گرفته . ثالثاً - نقطه  $M$  تحت اثر دو حرکت ارتعاشی هم امتداد به معادله هاي  $x_1 = 408.2\pi Nt$  و  $x_2 = 408.2\pi Nt$  قرار گرفته دامنه و فاز حرکت اين نقطه را به كمك رسم هندسي فرنيل بدست آوردید .

### دبيرستان فيروز بهرام

دبير: گجکيني - فرستنده: خداداد مزاداير  
صفحة سيرني دارای دوردیف سوراخ است ردیف اول شامل  
 $20$  سوراخ ردیف دوم دارای  $16$  سوراخ . اولاً - صفحة سیرن  
چند دور در دقیقه باید به چرخد تانت حاصل از ردیف اول  $80 \text{ l}$   
باشد در همين حالت نت حاصل از ردیف دوم چه خواهد بود .  
ثانیاً - طول لوله صوتی بازی که سومین صوت  
 $l_a = 440 \text{ Hz}$  است بددت آورید سرعت صوت درهای داخل لوله  
 $340 \text{ m/s}$  است .

### دبيرستان محمد قزوینی قزوین

دبير: جعفرزاده - فرستنده: عطاء الله كلانتری  
سیسم آهنی مثل هم (یك قطر و يك طول) روی صدا سنجی کشیده  
شده اند و كمش آنها را طوری میزان کرده اند که نسبت تواتر صوت  
اصلی دومی به اولی  $\frac{5}{4}$  و سومی به اولی  $\frac{3}{2}$  باشد ، اولاً مدلوم  
کنید نسبت كشش سیمهای دوم و سوم را نسبت به اول . ثانياً - طول  
هر سیم یك متر و قطر هر يك  $1 \text{ mm}$  است و جرم مخصوص آنها  
 $7/85 \text{ g/cm}^3$  می باشد بدعا لوه سیم اولی بایك لوله صوتی باز  
به طول  $2/5 \text{ m}$  همداد است (صوت اصلی) معلوم کنید نیروی کشش  
سیمهای را بر حسب دین و کیلوگرم نیرو ( $g = 1000 \text{ CGS}$ )

## حل مسائل یکان شماره: ۵۹

و از آنجا نتیجه خواهد شد که اندازه هر یک از زاویه های  $A$  و  $H$  برابر  $35$  درجه است و در نتیجه اندازه زاویه  $A$  برابر با  $90 - 35 = 55$  درجه است. بنابراین برای تثیب نتیجه  $M$ ، ابتدا در  $A$  عمودی بر  $AB$  اخراج  $H$  می کنیم تا از تلاقی آن با  $BC$  نقطه  $H$  بدست آید و در  $H$  عمودی بر  $BC$  اخراج  $M$  که از تلاقی آن با  $AC$  نقطه  $M$  بدست می آید.

## حل مسائل کلاس چهارم ریاضی

۵۹/۳ - فرستنده: اسماعیل بابلیان داشجوی ریاضی  
دانشسرای عالی

ثابت کنید که اگر داشته باشیم:

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{m}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} + \frac{n}{\sqrt{c}-\sqrt{a}} = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{m}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} + \frac{n}{\sqrt{c}+\sqrt{a}} = 0 \end{cases}$$

خواهیم داشت:

$$\frac{1}{(a-b)(c-\sqrt{ab})} = \frac{m}{(b-c)(a-\sqrt{bc})} = \frac{n}{(c-a)(b-\sqrt{ac})}$$

حل - طرفین رابطه اول را بر  $\sqrt{c} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$  و طرفین رابطه دوم را بر  $\sqrt{c} - \sqrt{a} - \sqrt{b}$  تقسیم می کنیم و طرفین دو عبارت حاصل را نظیر به نظیر از هم کم می کنیم خواهیم داشت:

$$1 \left[ \frac{1}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{c}+\sqrt{a})} - \frac{1}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{c}-\sqrt{a})} \right]$$

## حل مسائل کلاس چهارم طبیعی

۵۹/۱ - مقدار  $m$  را چنان معلوم کنید که  $x = 2 + \sqrt{2}$  در رابطه زیر صدق کند:

$$x^4 = (m-1)(x^3 - x^2 - 2x - 1)$$

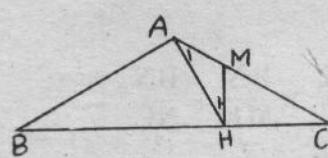
حل - باید داشته باشیم:

$$\begin{aligned} [(2+\sqrt{2})^2]^2 &= (m-1)[(2+\sqrt{2})^3 - (2+\sqrt{2})^2 - 2(2+\sqrt{2}) - 1] \\ (6+4\sqrt{2})^2 &= (m-1)(8+12\sqrt{2}+12+2\sqrt{2}-6-4\sqrt{2}-4-2\sqrt{2}-1) \\ 68+48\sqrt{2} &= m(9+8\sqrt{2})-9-8\sqrt{2} \\ m &= \frac{77+56\sqrt{2}}{9+8\sqrt{2}} = \frac{(77+56\sqrt{2})(9-8\sqrt{2})}{81-128} \\ m &= \frac{203+112\sqrt{2}}{47} \end{aligned}$$

۵۹/۲ - مثلث متساوی الساقین  $ABC$  که در آن زاویه  $A$  برابر با  $120$  درجه می باشد مفروض است. بر ساق  $AC$  نقطه  $M$  را چنان تثیب کنید که اگر از آن عمود  $MH$  را بر قاعده  $BC$  رسم کنیم داشته باشیم:  $AM = MH$  و پس از آن ثابت کنید که اگر به مرکز  $M$  و به شماع  $MA$  دایره ای رسم کنیم تا امتداد ضلع  $BA$  را در  $D$  قطع کند سه نقطه  $D$  و  $M$  و  $H$  روی یک خط راست واقع اند.

حل - هر یک از زاویه های  $B$  و  $C$  از مثلث  $ABC$

برابر با  $30$  درجه است و زاویه  $AMH$  و زاویه  $MHC$  که زاویه خارجی مثلث  $MHC$  است برابر می شود با  $90 + 30 = 120^\circ$



$$\begin{aligned} &\Rightarrow a^{b-a} < b^{b-a} \Rightarrow 1 - a^{b-a} > 1 - b^{b-a} \\ &\Rightarrow a^a(1 - a^{b-a}) > b^a(1 - b^{b-a}) \\ &\Rightarrow a^a - a^b > b^a - b^b \Rightarrow a^a + b^b > a^b + b^a \\ &\text{اگر داشته باشیم : } 59/6 \end{aligned}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = \frac{y}{c}$$

ثابت کنید که خواهیم داشت :

$$\begin{aligned} \log(a+b) - \log(a-b) &= \\ &= \log y - \log(ay + by - 4cx) \end{aligned}$$

حل - از رابطه مفروض داریم :

$$\begin{aligned} x(bc+ac) &= yab \\ 4cx(a+b) &= 4yab = y[(a+b)^2 + (a-b)^2] \\ y(a-b)^2 &= y(a+b)^2 - 4cx(a+b) = \\ &= (a+b)[ay + by - 4cx] \end{aligned}$$

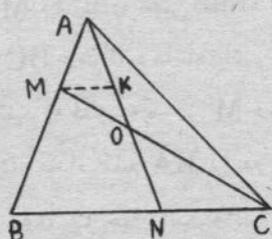
$$\begin{aligned} \log y + 2\log(a-b) &= \\ &= \log(a+b) + \log(ay + by - 4cx) \end{aligned}$$

59/7 - فرستنده : سهراب جلال از دبیرستان محمد طبری آمل

در مثلث ABC نقطه M بر AB و نقطه N بر BC چنان انتخاب می کنیم که :

$$\frac{AM}{MB} = \frac{p}{q}, \frac{BN}{NC} = \frac{m}{n}$$

دو خط AN و CM یکدیگر را در O قطع می کنند.  
نست قطعات هریک از این دو خط را بدست آوردید.



$$\frac{MK}{BN} = \frac{AM}{AB}$$

$$\frac{OM}{OC} \times \frac{AB}{AM} = \frac{MK}{NC} \times \frac{BN}{MK} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{OM}{OC} = \frac{BN}{NC} \times \frac{AM}{AB} = \frac{mp}{n(q+p)}$$

$$= m \left[ \frac{1}{(\sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{c} - \sqrt{a})} - \frac{1}{(\sqrt{b} - \sqrt{c})(\sqrt{c} + \sqrt{a})} \right]$$

$$1 \left[ \frac{2(\sqrt{bc} - a)}{(a-b)(c-a)} \right] = m \left[ \frac{2(\sqrt{ab} - c)}{(b-c)(c-a)} \right]$$

$$\frac{1}{(a-b)(c-\sqrt{ab})} = \frac{m}{(b-c)(a-\sqrt{ab})}$$

دفعه دیگر طرفین رابطه های اول و دوم را به ترتیب بر تقسیم کرده و مانند دفعه قبل عمل می کنیم ، نتیجه خواهد شد :

$$\frac{1}{(a-b)(c-\sqrt{ab})} = \frac{n}{(c-a)(b-\sqrt{ac})}$$

و رابطه مطلوب محقق می شود .

59/8 - فرستنده : بهروز فرهنگ بروجنی از دبیرستان ادب اصفهان .

ثابت کنید که بجز  $x =$  مقدار حقیقی دیگری از  $x$  در معادله زیر صدق نمی کند :

$$\sqrt[4]{x+2} + \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{x^2-4} = \sqrt{2}$$

حل - درازاء مقادیر  $\sqrt[4]{x}$  معادله موهومی است و

در ازاء مقادیر  $\sqrt[4]{x}$  نامساوی های مسلم زیر را داریم :

$$\sqrt[4]{x+2} > \sqrt{2}$$

$$\sqrt[4]{x-2} > 0$$

$$\sqrt[4]{x^2-4} > 0$$

از جمع نظیر به نظیر طرفین سه نامساوی بالا خواهیم داشت:

$$\sqrt[4]{x+2} + \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{x^2-4} > \sqrt{2}$$

یعنی هیچ مقداری بزرگتر از 2 برای  $x$  وجود ندارد که در معادله مفروض صدق کند و  $x$  جواب حقیقی منحصر به فرد این معادله می باشد .

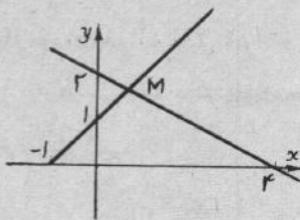
59/9 - از عارف حامیان .

ثابت کنید که اگر  $a > b > 0$  باشد داریم :  
 $a^a + b^b > a^b + b^a$

حل - داریم :  
 $a > b \Rightarrow a - b > 0 \Rightarrow a^{a-b} > b^{a-b}$

$$y = \frac{x+2 \pm (3x-2)}{4}$$

$$y = x + 1 \quad , \quad y = -\frac{1}{3}x + 2$$



در مورد معادله اول

داریم :

$$(x = -1 \quad y = 0)$$

$$(x = 0 \quad y = 1)$$

و در مورد دومی

$$(x = 4 \quad y = 0)$$

$$(x = 0 \quad y = 2)$$

مختصات M نقطه تلاقی دو خط عبارت خواهد شد از :

$$M \left\{ \begin{array}{l} y = x + 1 \\ 2y = -x + 4 \end{array} \right. \Rightarrow M \left( \frac{2}{3}, \frac{5}{3} \right)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \quad \text{اگر } 2 \text{ باشد مقدار عددی}$$

حاصل عبارت زیر را بحسب آورید :

$$P = \frac{\sin(x + 20^\circ)}{\sin(2y - 70^\circ)} + \tan(x + y)\tan\alpha + \cotg(3x - 50^\circ)\cotg(320^\circ)$$

حل - از رابطه داده شده داریم :

$$\sin x = 2 - \sin y < 1 \Rightarrow \sin y > 1$$

نامساوی  $\sin y > 1$  غیر ممکن است پس :

$$\sin y = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow y = 90^\circ - 90^\circ$$

$$P = \frac{\sin(90 + 20)}{\sin(180 - 70)} + \tan(180)\tan\alpha + \cotg(220 - 50)\cotg(270 + 50)$$

$$P = \frac{\cos 110}{\sin 110} + 0 + \tan 50(-\tan 50)$$

$$P = 1 - \tan^2 50 = 1 - (1/1918)^2 = -1/2858$$

## حل مسائل کلاس پنجم ریاضی

۵۹/۱۱ - مطلوبست حل و بحث معادله زیر :

$$\sqrt{x+1} = mx + 2$$

حل - معادله مفروض معادل است با دستگاه :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} x+1 = (mx+2)^2 \\ mx+2 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$

به طریق مشابه عمل می کنیم ، خواهیم داشت :

$$\frac{ON}{OA} = \frac{nq}{p(m+n)}$$

۵۹/۸ - فرستنده: محمد صالح مهندسی دانشجوی

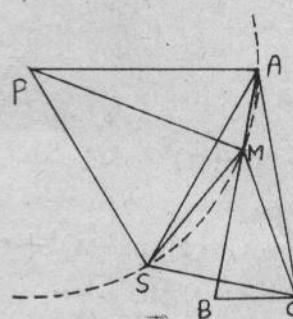
ریاضی دانشسرای عالی

در مثلث ABC اندازه زاویه A برابر  $20^\circ$  درجه و

می باشد . روی ضلع AB نقطه M را چنان انتخاب می کنیم

که AM = BC باشد . اندازه زاویه CMB را پیدا کنید .

حل - S قرینه C را نسبت به AB بدست می آوریم و



BC را موازی با AP

و مساوی با AC رسم

می کنیم . دو مثلث

ABC و APM باهم

برابرند و نتیجه می شود

که مثلث APM متساوی

الساقین است و چون

PAS و اندازه زاویه PAS برابر با  $60^\circ$  درجه است

پس مثلثAPS متساوی الاضلاع می باشد . به مرکز P و به

شعاع PA دایره ای رسم می کنیم که از نقاط M و S می گذرد .

در این دایره زاویه APM مرکزی و زاویه ASM محاطی روپر و به کمان مشترک AM می باشند پس اندازه زاویه

ASM = ACM نصف اندازه زاویه APM و برابر با  $10^\circ$  درجه می باشد و از آنجا اندازه زاویه BMC برابر می شود با

## حل مسائل کلاس پنجم طبیعی

۵۹/۹ - از جمشید موری دانشجوی دانشگاه مشهد

نمایش هندسی تابع :

$$2y^2 - xy - x^2 - 4y + 2x + 4 = 0$$

را که از دو خط تشکیل شده است رسم کنید و مختصات نقطه

تلاقی این دو خط را نیز تعیین کنید .

حل - معادله را نسبت به y مرتب و حل می کنیم :

$$2y^2 - (x+4)y - x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$4 = (x+4)^2 - 8(-x^2 + 2x + 4)$$

$$4 = 9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2$$

سه نقطه زیر مفروض است :

$$A(5, 0), B(-2, 0), C(m-2, -2m+1)$$

اولاً - ثابت کنید که تفاصل مربیات فواصل نقطه  $C$  از دو نقطه  $A$  و  $B$  مقداری است ثابت و این مقدار ثابت را حساب کنید.

ثانیاً - مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که فاصله نقطه  $C$  از نقطه  $M$  وسط  $AB$  کمترین مقدار خود را داشته باشد.

حل - اولاً داریم :

$$\overline{CA}^2 - \overline{CB}^2 = [(m-8)^2 + (-2m+1)^2] - [(m-4)^2 + (-2m+3)^2]$$

$$\overline{CA}^2 - \overline{CB}^2 = -16$$

$$M(x=3, y=-1)$$

ثانیاً داریم :

$$\overline{MC}^2 = (m-6)^2 + (-2m+2)^2$$

$$\overline{MC}^2 = 5m^2 - 20m + 40$$

$$\overline{MC}^2 = 5(m^2 - 4m + 8) = 5[(m-2)^2 + 4]$$

مقدار  $\overline{MC}$  (و در نتیجه طول  $MC$ ) وقیع کمترین مقدار خود را داراست که داشته باشیم :

$$(m-2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

و  $y = x = 5, 13$  کمانهای حاده اند و داریم :

$$\tan x = \frac{2a-2}{\sqrt{a^2-a^2}} \quad \sin x + \sin y = \frac{-a^2+4a-2}{a^2-2a+2}$$

نسبتهاي مثلثاتي دوکمان  $x$  و  $y$  را بدست آورید و معلوم کنید بین اين دوکمان چه رابطه اي برقرار است.

حل - ابتدا مقدار  $\sin x$  را حساب می کنیم :

$$\sin x = \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}} = \dots = \frac{2a-2}{a^2-2a+2}$$

$$(I) \quad \begin{cases} m^2x^2 + (4m-1)x + 2 = 0 \\ mx + 2 > 0 \end{cases}$$

اگر  $m = 0$  باشد معادله (I) به صورت  $-x + 2 = 0$

تبديل شده و خواهیم داشت  $x = 3$  که برای آن شرط (2) نیز

صادق بوده و جواب قابل قبول و منحصر معادله می باشد.

فرض می کنیم  $m \neq 0$  و مجهول معاون  $y$  را به قرار زیر

انتخاب می کنیم :

$$(3) \quad y = mx + 2$$

$$(4) \quad x = \frac{y-2}{m} \quad \text{یا :}$$

که در این صورت دستگاه I به صورت زیر درخواهد آمد:

$$(II) \quad \begin{cases} my^2 - y - m + 2 = 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

مسئله به این منجر می شود که تعداد ریشه های مثبت معادله زیر

معلوم گردد :

$$(5) \quad my^2 - y - m + 2 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4m(-m+2) = 4m^2 - 8m + 1$$

$$\Delta = 0 \quad , \quad m = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{b}{a} = \frac{1}{m} \quad , \quad m = 0$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-m+2}{m} \quad , \quad m = 2$$

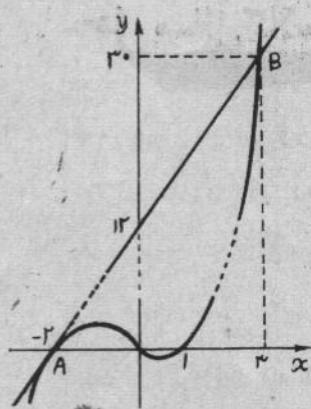
بحث در معادله بصورت جدول زیر خلاصه می شود .

$m$	$\Delta$	$\frac{c}{a}$	$-\frac{b}{a}$	ریشه های $y$	ریشه های $x$
$-\infty$	+	-	-	$y' < 0 < y''$	یک جواب
0		$\infty$	$\infty$	$y = 2$	$x = 3$
$\frac{2-\sqrt{2}}{2}$	+	+	+	$y' > y'' > 0$	دو جواب
$\frac{2+\sqrt{2}}{2}$	-	+	+	$y' = y'' > 0$	$x = 2(3 + 2\sqrt{2})$
$\frac{2+\sqrt{2}}{2}$	+	+	+	$y' > y'' > 0$	$x = 2(3 - 2\sqrt{2})$
2		0	-	$y' = 0 \quad , \quad y'' = \frac{1}{2}$	$x' = -1 \quad , \quad x'' = -\frac{3}{4}$
$+\infty$	+	-	+	$y'' < 0 < y'$	یک جواب

$$y' = 2x^2 + 2x - 2 \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$y = 0 \quad x = -1 \pm \sqrt{7}$$

x	$-\infty$	-2	$\frac{-1-\sqrt{7}}{2}$	$\frac{-1+\sqrt{7}}{2}$	$+\infty$
y''	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\circ$	$\searrow$	$\beta \nearrow 0 \nearrow +\infty$



خط و منحنی در نقطه مفروض بر یکدیگر مماس می باشند و معادله

$$x^2 + x^2 - 2x = 6x + 12$$

$$x^2 + x^2 - 8x - 12 = 0 \quad \text{یا :}$$

دارای ریشه مضاعف 2  $= -x$  بوده به صورت زیر تجزیه شود

$$(x+2)^2(x-3) = 0$$

و تبیّن می شود که خط و منحنی در نقطه A بر یکدیگر مماس و در نقطه (3 ۰) B متقاطع می باشند. طولهای نقاطی از منحنی که زیر خط واقع شده اند در نامعادله مفروض صدق می کنند و این مقادیر عبارتند از :

$$x < 3$$

۵۹/۱۶ - اولا ثابت کنید که نقطه :

$$M(1 - \sin \alpha, 1 + 2 \cos \alpha)$$

بر منحنی نمایش هندسی تابع زیر واقع است :

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$$

ثانیاً - معلوم کنید به ازاء چه مقادیر از  $\alpha$  مماس بر

منحنی در نقطه M با محور Ox زاویه  $120^\circ$  درجه می سازد.

حل - اولا داریم :

$$\begin{aligned} 4(1 - \sin \alpha)^2 + (1 + 2 \cos \alpha)^2 - 8(1 - \sin \alpha) - \\ - 2(1 + 2 \cos \alpha) + 1 - 4(\sin \alpha + \cos \alpha) - 4 = \\ = 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$

ثانیا - مشتق تابع را تعیین می کنیم :

$$8x + 2yy' - 8 - 2y' = 0$$

$$\begin{aligned} \sin y &= \frac{-a^2 + 2a - 2}{a^2 - 2a + 2} - \frac{2a - 2}{a^2 - 2a + 2} = \\ &= \frac{-a^2 + 2a}{a^2 - 2a + 2} \end{aligned}$$

اکنون مقادیر سایر نسبتها می کنیم

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} = \dots = \frac{2a - a^2}{a^2 - 2a + 2}$$

$$\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \dots = \frac{2a - 2}{a^2 - 2a + 2}$$

$$\tan y = \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{-a^2 + 2a}{2a - 2}$$

مالحظه می شود که  $\sin x = \cos y$  و ... پس x و y دو کمان متمم یکدیگر می باشند.

۵۹/۱۶ - اذ عبد الحسین ایدمانی دبیرستان علوی مشهد

با استفاده از خواص کنج، مساحت مثلثی را حساب کنید

که اندازه های اضلاع آن عبارت باشد از :

$$\sqrt{a^2 + (b+a)^2}, \sqrt{b^2 + (a+b)^2}, \sqrt{a^2 + b^2}$$

حل - اگر بر ایلهای کنج سه قائم Oxyz طولهای OC = a + c, OB = c, OA = a همان مثلثی است که اندازه های ضلعهای آن مقادیر ABC مفروضی در بالا می باشد. اگر مساحت های مثلثهای ABC و S<sub>1</sub> و S<sub>2</sub> و S<sub>3</sub> و OAC و OBC و OAB بنامیم می دانیم که :

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\begin{aligned} S &= a^2(a+c)^2 + c^2(c+a)^2 + a^2c^2 = \\ &= -(a^2 + c^2 + ac)^2 \end{aligned}$$

$$S = a^2 + ac + c^2$$

## حل مسائل کلاس ششم طبیعی

۵۹/۱۵ - با استفاده از نمایش هندسی دو تابع

$$y = x^2 + x^2 - 2x \quad y = 6x + 12$$

نامعادله زیر را حل کنید :

$$x^2 + x^2 - 8x - 12 < 0$$

حل - نمایش هندسی هر یک از دو تابع داده شده را

رسم می کنیم :

$$y = x^2 + x^2 - 2x$$

$$G(x=1, y=\frac{2m+3}{9m})$$

نقطه  $G$  بر خط به معادله  $x=1$  قرار دارد. از معادله (۱) یا (۲) نتیجه می شود که تابع وقی ماقسیم و مینیم دارد یعنی نقطه  $G$  وقی وجود دارد که داشته باشیم.

$$-6 < m < 0$$

پس مکان  $G$  نیمی از خط به معادله  $x=1$  است که در آن داشته باشیم:

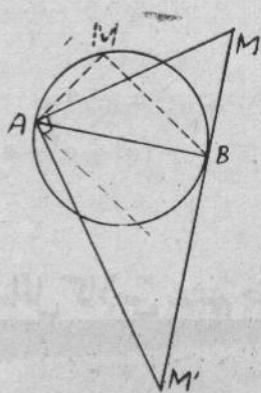
$$m = \frac{3}{9y-2} \Rightarrow y > \frac{5}{18}$$

- ترجمه از فرانسه ۵۹/۱۸

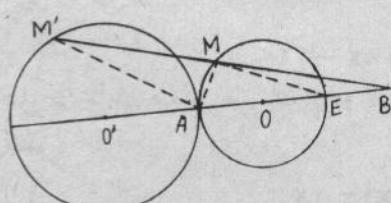
دونقطه ثابت  $A$  و  $B$  و نقطه متغیر  $M$  واقع در یک صفحه مفروض است. خطوط  $MA$  و  $MB$  را رسم می کنیم و در  $A$  عمودی بر  $AM$  اخراج می کنیم تا  $MB$  را در  $M'$  قطع کند. (۱) ثابت کنید که دایره  $C$  وجود دارد که اگر  $M$  بر آن

واقع باشد نقطه  $M'$  به ترتیب فوق بدست نمی آید.

(۲) دایره  $\Gamma$  متمایز از دایره  $C$  را در نظر می گیریم که بر  $A$  بگذرد و مرکز آن روی  $AB$  واقع باشد. ثابت کنید که اگر  $M$  بر دایره  $\Gamma$  واقع باشد مکان  $M'$  دایره  $\Gamma'$  است که بر  $A$  می گذرد و مرکزش بر  $AB$  قرار دارد. (۳) اگر  $A$  مبدأ مختصات و محور طولها منطبق بر  $AB$  اختیار شود که جهت مثبت آن از  $A$  به سوی  $B$  باشد و طول نقطه  $B$  برابر با  $a$  بوده  $O$  مرکز دایره  $\Gamma$  و  $O'$  مرکز دایره  $\Gamma'$  باشد تابع  $y = \frac{OO'}{a}$  را مشخص کنید.



(۲) اگر نقطه تلاقی دیگر دایره  $\Gamma$  را با  $AB$  نقطه



ضریب زاویه مماس در نقطه  $M$  یعنی  $y$  برابر است با

$$\operatorname{tg} 120^\circ = -\sqrt{3}$$

$$8(1 - \sin \alpha) - 2\sqrt{3}(1 + 2\cos \alpha) - 8 + 2\sqrt{3} = 0$$

$$2\sin \alpha + \sqrt{3}\cos \alpha = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = K\pi - \operatorname{Arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

## حل مسائل کلاس ششم ریاضی

۵۹/۱۷ - از فیروز نیکخواه

اولاً - معلوم کنید که منحنی نمایش تابع:

$$y = \frac{mx^2 - mx + x - 2}{2mx - m}$$

از نقطه ثابت  $A$  می گذرد.

ثانیاً - اگر  $P$  و  $Q$  نقطه های نظیر ماقسیم و مینیم تابع مزبور باشد معادله مکان هندسی نقطه  $G$  محل تلاقی میانه های مثلث  $APQ$  را بدست آورید.

حل - اولاً معادله را نسبت به  $m$  مرتب می کنیم:

$$m(x^2 - 2xy - x + y) + x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - x - y = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(\frac{2}{3}, 0)$$

ثانیاً مشتق تابع بعد از اختصار چنین می شود:

$$y' = \frac{2m'x^2 - 2m'x + m' + 2m}{2mx - m} \quad (1)$$

$$y' = \frac{2mx^2 - 2mx + m + 2}{m(2x - 1)^2}$$

اگر  $x'$  و  $x''$  طولهای نقاط نظیر ماقسیم و مینیم تابع باشد از معادله بالا داریم:

$$x' + x'' = 1$$

معادله مفروض را نسبت به  $x$  مرتب می کنیم:

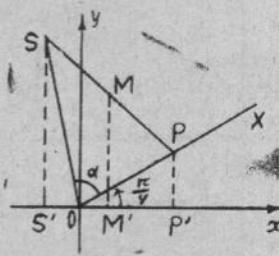
$$mx^2 + (1 - m - 2my)x + my - 2 = 0 \quad (2)$$

$$4 - 4m'y^2 - 4my + m^2 + 6m + 1 = 0$$

و  $y'$  عرضهای نقاط نظیر ماقسیم و مینیم تابع ریشه های این معادله اند و داریم:

$$y' + y'' = \frac{1}{m}$$

$$G(x = \frac{x_A + x' + x''}{3}, y = \frac{y_A + y' + y''}{3})$$



حل - اگر  $M'$  بنا می‌شود و  $S'$  و  $M'$  به ترتیب تصویرهای  $S$  و  $M$  باشد داریم:  
 $MM' = \frac{SS' + PP'}{2}$

$$SS' = OS \sin(\pi - \alpha - \frac{\pi}{\varphi})$$

$$\begin{aligned} &= a \sin(\alpha + \frac{\pi}{\varphi}) = a \cos(\frac{\pi}{\varphi} - \alpha) \\ &= a \cos \frac{\pi}{\varphi} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{\varphi} \sin \alpha \end{aligned}$$

$$SS' = \frac{a}{r} (\cos \alpha + \sqrt{r} \sin \alpha)$$

$$PP' = OP \sin \frac{\pi}{\varphi} = r \cos \alpha \sin \frac{\pi}{\varphi} = a \cos \alpha$$

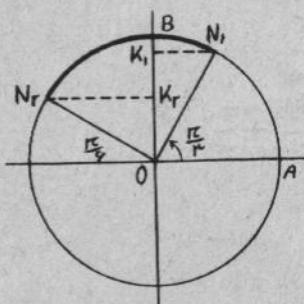
$$MM' = \frac{a}{r} (\cos \alpha + \sqrt{r} \sin \alpha) + \frac{a}{r} \cos \alpha$$

$$MM' = \frac{a \sqrt{r}}{r} (\sin \alpha + \sqrt{r} \cos \alpha)$$

$$MM' = ma \Rightarrow \sin \alpha + \sqrt{r} \cos \alpha = \frac{am \sqrt{r}}{r}$$

$$\sin(\alpha + \frac{\pi}{\varphi}) = \frac{am \sqrt{r}}{r}$$

$$\circ <\alpha<\frac{\pi}{\varphi} \Rightarrow \frac{\pi}{\varphi} < \alpha + \frac{\pi}{\varphi} < \frac{5\pi}{6}$$



انتهای کمان  $\alpha + \frac{\pi}{\varphi}$

بر کمان  $N_1 N_2$  از دایره مثلثاتی واقع است که اندازه کمان  $AN_1$  برابر با  $\frac{\pi}{6}$  و اندازه کمان  $AN_2$  برابر با  $\frac{5\pi}{6}$  می‌باشد کمان.

اگر  $\alpha + \frac{5\pi}{6}$  باشد کمان.

تصویرهای  $N_1$  و  $N_2$  بر  $Oy$  باشد.  
اگر داشته باشیم:

$$\frac{1}{r} = OK_1 < \frac{am \sqrt{r}}{r} < OK_1 = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

و مرکز آن را  $O$  بنامیم و قطبی  $M$  بر  $\Gamma$  واقع باشد زاویه  $AME$  قائم بوده و در نتیجه  $AM'$  با  $ME$  موازی است و خواهیم داشت:

$$\frac{BM'}{BM} = \frac{BA}{BE} = K$$

در تجانس به مرکز  $B$  و به نسبت  $k$  نقطه  $M'$  مبدل نقطه است پس مکان  $M'$  عبارتست از مجانس دایرة  $\Gamma$  که دایره‌ای می‌شود مانند  $\Gamma'$  به مرکز  $O'$  بقسمی که داریم:

$$\frac{BO'}{BO} = k$$

وقطبی  $M$  به  $E$  نزدیک شود نقطه  $M'$  به  $A$  نزدیک می‌شود پس دو دایره  $\Gamma$  و  $\Gamma'$  در  $A$  بر یکدیگر مماس‌اند.  
(۳) دونقطه  $O$  و  $O'$  نسبت  $B$  و  $A$  مزدوج توافقی یا ک دیگر نه داریم:

$$\frac{1}{AO} + \frac{1}{AO'} = \frac{2}{AB} \text{ یا } \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{a}$$

$$\frac{1}{x'} = \frac{2}{a} - \frac{1}{x} = \frac{2x-a}{ax}$$

$$x' = \frac{ax}{2x-a}$$

$$y - \overline{O}O' = x' - x = \frac{ax}{2x-a} - x$$

$$y = \frac{2x(a-x)}{2x-a}$$

### ۵۹/۱۹ - ترجمه از فرانسه

در صفحه محورهای مختصات  $xOy$  خط  $OX$  را چنان رسم می‌کنیم که زاویه جهت دار آن با  $Ox$  برابر با  $\frac{\pi}{6}$  باشد و مثلث متساوی الساقین  $OSP$  را بقسمی می‌سازیم که  $OX = SP = a$  مقدار ثابت باشد و  $SO = SP = a$  مقدار ثابت باشد و اندازه مشترک زاویه‌های  $SPO$  و  $SOP$  را  $\alpha$  فرض می‌کنیم.

اگر  $M$  وسط  $PS$  باشد فاصله  $M$  را از محور  $x$  بر حسب  $a$  و  $\alpha$  بدست آوردید. بخواهیم مقدار از  $\alpha$  فاصله‌منزبور  $m$  برابر با مقدار  $ma$  می‌باشد. بر حسب مقادیر مختلف  $m$  بحث کنید.

### ۵۹/۲۱ - از مسعود حبیب الله زاده

عددی چهار رقمی چنان تعیین کنید که با مکعب مجموع رقمها برابر باشد.

$$\begin{aligned} \text{حل} - \text{اگر عدد مطلوب را } mcd & \text{ فرض کنیم باید داشته باشیم:} \\ 1000m + 100c + 10d + u & = \\ & = (m + c + d + u)^r = K^r \\ 9(111m + 11c + d) - K^r - K & = \\ & = K(K - 1)(K + 1) \end{aligned}$$

یکی از سه عامل  $K - 1$  یا  $K + 1$  باید مضرب باشد اما در ضمن باید داشته باشیم:

$$\begin{aligned} 10^3 < H^r < 10^4 \Rightarrow 10 < K < 20 \\ \text{دومقدار قابل قبول } 17 & \text{ و } K = 18 \text{ تبیحمدی شود.} \\ 17^r & = 4913, 4+9+1+3=17 \\ 18^r & = 5832, 5+8+3+2=18 \end{aligned}$$

### ۵۹/۲۲ - از مسعود حبیب الله زاده

ثابت کنید که در هر مبنای بزرگتر از ۵ مکعب کاملی به صورت  $a^5(a-4)^5a^1$  وجود دارد.

**حل** - مبنای  $x$  فرض می کنیم چون عدد شش رقمی است پس کعب آن حداقل سه رقمی و به صورت  $x(mnp)$  می باشد یعنی:

$$[a^5(a-4)^5a^1]_x = [(mnp)_x]^r$$

چون  $a = x - \alpha$  که  $\alpha$  عددی است پس  $x > a$  مثبت و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (x - \alpha)x^5 + 5x^4 + (x - \alpha - 4)x^3 + 5x^2 + \\ + (x - \alpha)x + 1 & \equiv (mx^5 + nx^4 + px^3 + \\ x^2 - \alpha x^5 + 5x^4 - (\alpha + 4)x^3 + 6x^2 - \alpha x + 1 & \\ \equiv m^r x^5 + 5m^r n x^4 + (3m^r p + 3mn^r) x^3 + \\ + (n^r + 6mnp)x^2 + (3mp^r + 2n^r p)x + & \\ + 3np^r x + p^r & \end{aligned}$$

$$\begin{cases} m^r = 1 \\ 5m^r n = -\alpha \\ 3m^r p + 3mn^r = r \\ n^r + 6mnp = -\alpha - 4 \\ 3mp^r + 2n^r p = r \\ 3np^r = -\alpha \\ p^r = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 1 \\ n = -1 \\ p = 1 \\ \alpha = -3 \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{r}}{4} < m < \frac{3}{4}$$

معادله يك جواب دارد:

- اگر داشته باشیم:

$$\frac{1}{r} - OK_1 < \frac{r\sqrt{r}}{r} < 1$$

$$\frac{3}{4} < m < \frac{\sqrt{r}}{2}$$

مسئله دو جواب دارد.

در ازاء  $m = \frac{\sqrt{r}}{2}$  معادله دارای ریشه مضاعفی باشد.

$$\alpha + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \text{ یا } \alpha = \frac{\pi}{6}$$

در ازاء  $m = \frac{\sqrt{r}}{4}$  خواهیم داشت:

$$\alpha + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} \text{ و } \alpha = \frac{\pi}{2}$$

که در این حالت قاعدة مثلث برابر صفر می گردد.

### ۵۹/۲۰ - از مسعود حبیب الله زاده

مطلوب است تعیین  $x$  از معادله زیر:

$$2\sin^5 3x + 3\cos^8 x = 5$$

**حل** - داریم:

$$\sin^5 3x = \frac{5 - 3\cos^8 x}{2} < 1 \Rightarrow \cos^8 x > 1$$

چون  $\cos^8 x > 1$  غیرممکن است بنابراین:

$$\cos^8 x = 1 \Rightarrow \sin^5 3x = 1$$

$$\cos^8 x = 1 \Rightarrow x = \frac{K_1 \pi}{r}$$

$$\sin^5 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{2K_1 \pi}{r} + \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{K_1 \pi}{r} = \frac{2K_1 \pi}{r} + \frac{\pi}{6}$$

$$2K_1 = 8K_1 + 2$$

$$K_1 + 1 = 2K_1 \Rightarrow K_1 = 2K_1 - 1 \Rightarrow K_1 = 2$$

$$K_1 + 1 = 2K_1 \Rightarrow K_1 = 2K_1 - 1 \Rightarrow K_1 = 2$$

$$x = 2K_1 \pi - \frac{\pi}{r}$$

در نظر می‌گیریم. خط FM را امتداد می‌دهیم تا دایره (F) را در T و خط MF' را رسم می‌کنیم تا دایره (F') را در T' قطع کند داریم :

$$MT = FT - FM = a - MF$$

$$MT' = MF' - F'T' = MF' - a$$

$$= (2a - MF) - a = a - MF$$

$MT = MT'$  نتیجه خواهد شد، پس دایره به مرکز M و به شاعر MT در T بر (F) و در T' بر (F') مماس می‌باشد. اگر M بر نیم بیضی دیگر اختیار شود اثبات به طریق مشابه انجام می‌گیرد.

قوت O نسبت به دایره متغیر (M) برابر است با  $\frac{OT}{OT'} \cdot \frac{OT}{OT}$ . چون وقتی M بر B منطبق شود  $T' = T$  نیز بر B منطبق می‌شوند داریم :

$$OT \cdot OT' = OB^2$$

و نتیجه می‌شود که دایره (M) بر دایره (F) به مرکز O و به شاعر عمود می‌باشد.

## حل مسائل متفرقه

### ۵۹/۲۵ - از داوید ریحان

از معادله زیر مقادیر کمانهای حاده x و y و همچنین مقادیر ضرایب a و b و c و d را تعیین کنید:

$$a^{\circ} \sin^2 x + b^{\circ} \sin^2 y + c^{\circ} \sin x \sin y + d^{\circ} \sin x \sin^2 y + 1 = 5abcd \sin^2 x \sin^2 y$$

حل - با توجه نامساوی :

$$a_1 + a_2 + \dots + a_5 > 5\sqrt{a_1 a_2 \dots a_5}$$

و از روی رابطه مفروض نتیجه می‌گیریم که :

$$\sin x \sin y > 1$$

نامساوی  $\sin x \sin y > 1$  غیر ممکن است بنابراین داریم  $\sin x = 1$  و  $\sin y = 1$  و  $x = 90^\circ$

و رابطه مفروض به صورت زیر در می‌آید :

$$a^{\circ} + b^{\circ} + c^{\circ} + d^{\circ} = 5abcd$$

با توجه به نامساوی مذکور در بالا نتیجه خواهد شد که :

$$a = b = c = d = 1$$

### ۵۹/۲۶ - ترجمه از فرانسه

برنیم خط Ox دونقطه A و B به ترتیب A بین O واقع آند. مکان نقاط M را تعیین کنید بقسمی که زاویه :

در هر هنای ۵ > داریم :

$$(x^2 - x + 1)(x - 2)(x - 7)(x - 5)x = (x^2 - x + 1)$$

- ترجمه از فرانسه

دایره به مرکز O و نقطه ثابت A واقع بر آن مفروض است. قطر CD از دایره را عمود بر OA رسم می‌کنیم و نقطه متغیر M واقع بر دایره را در نظر گرفته تصویر آن را روی CD بست آورده B می‌نامیم. خطی که از M موازی با CD رسم شود خط AB را در P قطع می‌کند. اگر دو خط PM باشد ثابت کنید که با تغییر مکان M بر دایره، خط BI همواره بر نقطه ثابتی می‌گذرد.

حل - چون CD PM با موازی و بوسیله شاعهای

BM و PI و BP

نصف شده است پس دسته

(BC و BP و BI و BM)

هستند و خط OA

موازی است بوسیله

سه شاعر دیگر از دسته

شاعهای مزبور نصف می‌شود یعنی A وسط OS واقع است و چون O و A ثابت آند پس S نقطه ثابت می‌باشد.

- ترجمه از فرانسه

بیضی E به مرکز O و به کانونهای F و F' و با نصف

قطر اطول برابر a و نصف قطر اقصی برابر b مفروض است.

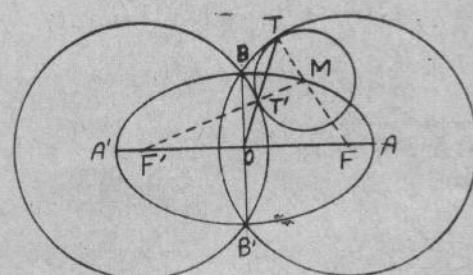
دایره‌های به مرکزهای F و F' و به شاعر a به ترتیب (F)

و (F') می‌نامیم. ثابت کنید هر نقطه M از بیضی مرکز دایره‌ای

است که در T بر (F) و در T' بر (F') مماس است بقسمی

که خط TT' از O می‌گذرد و علاوه بر آن دایره مزبور بر

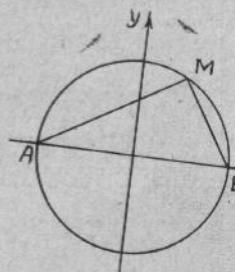
دایره ثابتی عمود می‌باشد.



حل - نقطه M را بیضی واقع در داخل دایره (F)

قطع می‌کند. اگر  $M$  نقطه غیر مشخصی از دایره مزبور باشد  
مطلوبست محاسبه :

$$\operatorname{tg}(MA, MB) \text{ و } \cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$$



حل - فرض

می‌کنیم  $(x, y)$   
نقطه‌ای از دایره باشد  
در این صورت داریم :

$$\operatorname{tg}(Ox, MA) = \frac{y}{x+a}$$

$$\operatorname{tg}(Ox, MB) = \frac{y}{x-a}$$

$$(MA, MB) = (Ox, MB) - (Ox, MA)$$

$$\operatorname{tg}(MA, MB) = \left( \frac{y}{x-a} - \frac{y}{x+a} \right) :$$

$$\left( 1 - \frac{y}{x-a} \times \frac{y}{x+a} \right) = \frac{ay}{x^2 + y^2 - a^2} = \frac{ay}{by} = \frac{a}{b}$$

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MA \cdot MB \cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$$

$$\cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \frac{\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}}{MA \cdot MB}$$

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (-a-x)(a-x) + (-y)(-y) \\ = x^2 + y^2 - a^2 - 2by$$

$$\overrightarrow{MA}' = (a+x)' + y' = x' + y' + 2ax + a' = \\ = 2(a' + by + ax)$$

$$\overrightarrow{MB}' = (a-x)' + y' = x' + y' - 2ax + a' = \\ = 2(a' + by - ax)$$

$$\overrightarrow{MA}' \cdot \overrightarrow{MB}' = 2[(a' + by)' - a'x'] = \\ = 2[a'(a' - x') + 2a'by + b'y'] = \\ = 2[a'(y' - 2by) + 2a'by + b'y'] = 2[a' + b']y'$$

$$\cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \frac{by}{|y| \sqrt{a^2 + b^2}}$$

این مقدار در حالت  $y > 0$  برابر است با  $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

و در حالت  $y < 0$  برابر است با  $\frac{-b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$\alpha = MBx$  برابر باشد با مجموع دو زاویه :

$$\gamma = MOx \text{ و } \beta = MAx$$

حل - زاویه  $MBx$  زاویه خارجی مثلث

است و داریم :

$$\alpha = \gamma + OMB$$

و باید داشته باشیم :

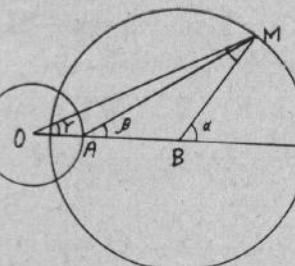
$$\beta = MAx = OMB$$

در این صورت دو مثلث

$$MAB \text{ و } OMB$$

متشابه‌اند و نتیجه خواهد

شد.



$$\frac{BM}{BO} = \frac{BA}{BM} \iff BM = \sqrt{BO \cdot BA}$$

مکان  $M$  دایره‌ای است به مرکز  $A$  و به شعاع

$OA$ . که در ضمن بر دایره به مرکز  $O$  و به شعاع  $OA$  عمود می‌باشد.

غیر از دایره مزبور دو نیم خط  $Bx$  و  $AO$  نیز جزء مکان مطلوب می‌باشند.

۵۹/۲۲ - ترجمه از فرانسه

به فرض اینکه  $x_1, x_2, \dots, x_n$  عده‌های مثبت باشند  
نامساوی زیر را ثابت کنید و معلوم کنید تساوی مربوط به چه  
حالتی است.

$$(1+x_1)(1+x_2)\cdots(1+x_n) > 2^n \sqrt{x_1 x_2 \cdots x_n}$$

حل - چون  $x$  مثبت است پس نامساویهای زیر دارد از:

$$1+x_1 > 2\sqrt{x_1}$$

$$1+x_2 > 2\sqrt{x_2}$$

.....

$$1+x_n > 2\sqrt{x_n}$$

از ضرب نظیر به نظیر طرفین نامساویهای بالا نامساوی  
مطلوب نتیجه خواهد شد. تساوی تنها وقتی برقرار است که

داشته باشیم :

$$x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 1$$

۵۹/۲۸ - ترجمه از فرانسه

دایره به معادله :

$$x^2 + y^2 - 2by - a^2 = 0$$

محور  $x$  را در دونقطه  $a$  و  $-a$  و  $(0, 0)$  دارد.

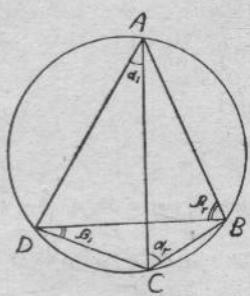
۵۹/۳۰ - از محمد رضا یزدان دانشجوی دانشکده

صنعتی

در چهار ضلعی محاطی ABCD به شعاع دایره محیطی زاویه‌هایی که قطر AC با ضلعهای AD و BC می‌سازد به ترتیب  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  و زاویه‌هایی که قطر BD با ضلعهای DC و BA می‌سازد به ترتیب  $\beta_1$  و  $\beta_2$  می‌باشد. صحت دورابطه زیر را ثابت کنید:

$$AB \cos \alpha_1 + CD \cos \alpha_2 = AD \cos \beta_1 + BC \cos \beta_2$$

$$AC \cdot BD = 4R^2 (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2)$$



حل - با استفاده

از قضیه سینوس‌هایی توان  
نوشت:

$$\frac{CD}{\sin \alpha_1} = \frac{AB}{\sin \alpha_2} = 2R$$

$$\frac{BC}{\sin \beta_1} = \frac{AD}{\sin \beta_2} = 2R$$

$$\alpha_1 + \beta_1 = \frac{BCD}{2}, \quad \alpha_2 + \beta_2 = \frac{DAB}{2}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1 + \beta_2 = \frac{BCD + DAB}{2} \quad (I)$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_1 + \alpha_2) &= \sin[x - (\beta_1 + \beta_2)] = \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \\ &+ \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 = \sin \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \beta_1 \sin \beta_2 \end{aligned}$$

$$AB \cos \alpha_1 + CD \cos \alpha_2 = AD \cos \beta_1 + BC \cos \beta_2$$

و با کسینوس گرفتن از رابطه (I) داریم:

$$\cos(\alpha_1 + \alpha_2) = -\cos(\beta_1 + \beta_2) \Rightarrow$$

$$\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 = \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + \sin \beta_1 \sin \beta_2 =$$

$$= \frac{CD}{2R} \times \frac{AB}{2R} + \frac{BC}{2R} \times \frac{AD}{2R} \Rightarrow 4R^2 (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 +$$

$$+ \cos \beta_1 \cos \beta_2) = AB \times CD + BC \times AD$$

و طبق قضیه بطلمیوس رابطه مورد نظر حاصل می‌شود.

۵۹/۳۱ - ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

در هر مثلث خطی که از مرکز ارتفاعی و مرکز نقل و مرکز دایره نه نقطه و بالاخره مرکز دایره محیطی می‌گذرد خط اول نامیده می‌شود و نقطه‌ای که از آنجا هر ضلع مثلث به زاویه ۱۲۵ درجه دیده می‌شود نقطه فرمای نام دارد. وضع نقطه فرمای را نسبت به خط اول بررسی کنید.

حل - جواب مسئله منفی است ولی در زیر ثابت می‌کنیم

- ۵۹/۳۹ - ترجمه از فرانسه

در صفحه محورهای مختصات متعامد Oy و (Ox) دایره

C و خط D به معادله‌های زیر مفروض اند:

$$D: 3x \sin \varphi - 5y \cos \varphi + 8 \sin \varphi \cos \varphi = 0$$

$$C: (x^2 + y^2) \cos \varphi - 3x - 4 \cos \varphi = 0$$

که  $\varphi$  زاویه‌ای غیر مشخص محصور بین صفر و  $2\pi$  می‌باشد.

مختصات  $M_1$  و  $M_2$  نقاط مشترک خط و دایره مزبور را حساب

کنید و معلوم کنید وقتی  $\varphi$  بین صفر و  $2\pi$  تغییر کنداين نقاط

دایره‌ای به مرکز O را می‌پیمایند و قوت نقطه O را نسبت به

دایرة C حساب کرده و معلوم کنید که مقداری است متنقل از  $\varphi$ .

حل - اگر  $\cos \varphi = 0$  باشد هم دایره و هم خط دارای

معادله  $x = 0$  بوده در بینهایت نقطه واقع بر محور y ها

مشترکی باشند در صورتی که  $\cos \varphi \neq 0$  باشد از معادله خط داریم:

$$y = \frac{(3x + 8 \cos \varphi) \sin \varphi}{5 \cos \varphi}$$

این مقدار را در معادله دوم قرار می‌دهیم و ساده می‌کنیم

خواهیم داشت:

$$(25 \cos^2 \varphi + 9 \sin^2 \varphi)x^2 + 3(16 \sin^2 \varphi - 25)x \cos \varphi$$

$$+ 4(16 \sin^2 \varphi - 25)\cos^2 \varphi = 0$$

$$25 \cos^2 \varphi + 9 \sin^2 \varphi = 25 - 16 \sin^2 \varphi \neq 0$$

$$x^2 - 3x \cos \varphi - 4 \cos^2 \varphi = 0$$

$$M_1: \begin{cases} x_1 = 4 \cos \varphi \\ y_1 = \dots = 4 \sin \varphi \end{cases} \quad M_2: \begin{cases} x_2 = -\cos \varphi \\ y_2 = \dots = \sin \varphi \end{cases}$$

ثانیاً - ملاحظه می‌شود که:

$$\overline{OM}_1 = 16 \quad \overline{OM}_2 = 1$$

بر دایرة C به مرکز O و به شعاع ۴ و M<sub>2</sub> بر

دایرة C به مرکز O و به شعاع یک واقع است.

ضریب زاویه خط OM<sub>1</sub> برابر است با  $tg \varphi$  و اگر M' به

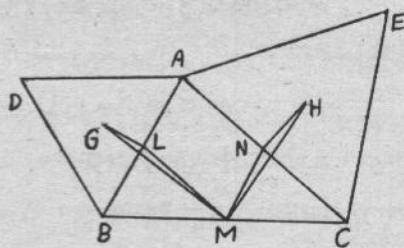
نسبت به x باشد، یعنی  $M' = (-\cos \varphi, -\sin \varphi)$  ضریب زاویه M<sub>2</sub>

خط OM' برای  $tg \varphi$  است پس M' و M<sub>2</sub> بر یک خط راست

واقع اند و چون M<sub>2</sub> نیز بر دایرة C واقع است پس قوت O

نسبت به این دایرة برابر است با:

$$\overline{OM}_1 \cdot \overline{OM}'_2 = -4$$



$$MNH = MLG = \frac{\pi}{2} + A$$

پس

در دو مثلث  $MHN$  و  $MGL$  می‌توان نوشت :

$$\frac{MG}{MG'} = \frac{c^2}{12} + \frac{b^2}{4} + \frac{bc}{2\sqrt{3}} \sin A$$

$$\frac{MH}{MH'} = \frac{b^2}{12} + \frac{c^2}{4} + \frac{bc}{2\sqrt{3}} \sin A$$

$$\frac{MG'}{MH'} = \frac{b^2 - c^2}{4}$$

اگر  $MG < MH$  باشد در این صورت  $b < c$  خواهد شد  
و اگر  $MG > MH$  باشد  $b > c$  خواهد بود و برعکس.

**۵۹/۳۴** - ترجمه جعفر آقایانی چاوشی  
نقطه  $P$  از صفحه مثلث  $ABC$  را نقطه بر و کارداش  
مثلث می‌گوئیم هر گاه داشته باشیم :

$$\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA = \omega$$

و  $\omega$  نیز زاویه بر و کارد مثلث نامیده می‌شود .

روی ضلعهای مثلث و به طرف داخل آن مربعهایی می‌سازیم .  
ثابت کنید برای آنکه مرکزهای این مربعها روی یک خطراست  
واقع باشند آنست که  $\cot \omega = 2$  باشد .

**حل** - مستلزم را در حالت کلی حل می‌کنیم : فرض می‌کنیم :  
**BCD**، **CAE** و **ABF** مثلثهای متساوی الساقین با زاویه  $\theta$  باشند که روی اضلاع مثلث  $ABC$  و به طرف داخل ساخته شده‌اند ، می‌خواهیم شرطی تعیین کنیم که  $E$  و  $F$  بر یک استقامت واقع شوند .

هر گاه مثلث  $ABC$  حاد الزوايا بوده و  $O$  مرکز دایره  
محیطی آن داخل مثلث  $DEF$  باشد داریم :

$$OE = \frac{1}{2} b (\cot B - \tan \theta) \quad OF = \frac{1}{2} C (\cot C - \tan \theta)$$

$$S_{OEF} = \frac{1}{2} OE \cdot OF \sin A = \frac{1}{2} (S_{ABC})$$

$$\left\{ \cot B \cot C - (\cot B + \cot C) \tan \theta + \tan^2 \theta \right\}$$

تنها در شرایطی که مثلث متساوی الساقین باشد این امر میسر است . روی اضلاع  $BC$  و  $AC$  مثلث  $ABC$  و به طرف خارج مثلثهای متساوی اضلاع  $BDC$  و  $CEA$  را بنا می‌کنیم ، محل تلاقی  $AD$  و  $BE$  نقطه  $(F)$  فرمایی باشد . هر گاه  $O$  و  $H$  باشد . اگر  $F$  بر  $OH$  واقع گردد ملاحظه می‌شود که دو مثلث  $EOF$  و  $BHE$  و  $ODF$  متشابه‌اند و

$$\frac{OF}{FH} = \frac{OD}{AH} = \frac{R \cos A + R \sqrt{3} \sin A}{2R \cos A} = \frac{1 + \sqrt{3} \tan A}{2}$$

همچنین مانند رابطه بالا :

$$\frac{OF}{FH} = \frac{OE}{BH} = \frac{1 + \sqrt{3} \tan B}{2}$$

از مقایسه این دو رابطه نتیجه می‌شود : زوایای  $A$  و  $B$  متساوی بوده و بنابراین مثلث باید متساوی الساقین باشد .

### ۵۹/۳۲ - ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

مطلوب است تعیین چهار عدد طبیعی  $x$  و  $y$  و  $z$  و  $w$  که جمله‌های متوالی یک تصاعد حسابی بوده و علاوه بر آن داشته باشیم :

$$x^2 + y^3 + z^5 = w^7$$

**حل** - فرض می‌کنیم  $y = a + 4d$  ،  $x = a + 3d$  و  $w = a + 6d$  ،  $z = a + 5d$

باشد و چون در رابطه مفروض قرار دهیم و ساده کنیم خواهیم داشت :

$$a(a^2 + 9ad + 21d^2) = 0$$

و در این حالت تنها جواب صحیح  $a = 0$  است و مقادیر  $x$  و  $y$  و  $w$  عبارتند از  $3d$  و  $4d$  و  $5d$  و  $6d$  .

### ۵۹/۳۳ - ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

روی ضلعهای  $AC$  و  $AB$  از مثلث  $ABC$  و در خارج آن مثلثهای متساوی اضلاع  $ACE$  و  $ABD$  را می‌سازیم .

هر گاه  $G$  و  $H$  به ترتیب مرکزهای مثلثهای مذکور و  $M$  نقطه وسط  $BC$  باشد ثابت کنید که تنها وقتی  $AC > AB$  خواهد بود که  $MG > MH$  باشد .

**حل** - داریم :

$$GL = \frac{c}{2\sqrt{3}}, HN = \frac{b}{2\sqrt{3}}, LM = \frac{b}{2}, NM = \frac{c}{2}$$

- داریم :

$$f(x+2) = E(x+2) - E\left(\frac{x+2}{2}\right)$$

$$E(x+2) = E(x) + 2$$

$$E\left(\frac{x+2}{2}\right) = E\left(\frac{x+1}{2} + 1\right) = E\left(\frac{x+1}{2}\right) + 1$$

$$f(x+2) = E(x) + 2 - [E\left(\frac{x+1}{2}\right) + 1] =$$

$$= E(x) - E\left(\frac{x+1}{2}\right) + 1$$

$$f(x+2) - f(x) = 1$$

بطورکلی خواهیم داشت :

$$f(x+2n+2) - f(x+2n) = 1$$

$$f(x+2n) - f(x) = n$$

از روی روابط

بالا معلوم می شود که

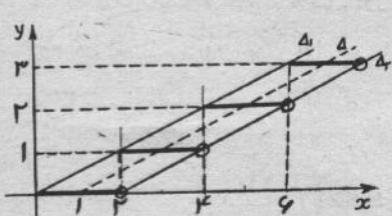
نمایش هندسی تابع

مفروض مجموعه قطعه.

خطهای باز مطابق شکل

مقابلی باشد. ابتدای بسته

این قطعه خطها بر خط



$\Delta_1$  به معادله  $0 = x - 2y$  و انتهای باز آنها بر خط  $y = x$  باشد.

معادله  $0 = x - 2y - 2 = 0$  قرارداده.

(3) نامعادله به صورت زیر نوشته می شود :

$$E(x) - E\left(\frac{x+1}{2}\right) > \frac{x-1}{2}$$

مقادیری از  $x$  که در این نامعادله مصدق کنند طولهای نهاتی

از نمایش هندسی تابع بالا می باشند که بالای خط  $y = x$  به معادله

$y = \frac{x-1}{2}$  یاروی آن قرارداده. خط  $y = \frac{x-1}{2}$  با خطهای  $\Delta_1$  و  $\Delta_2$

موازی است و از وسط هر یک از قطعه خطهای نمایش تابع می گذرد و جوابهای نامعادله مقادیری از  $x$  می باشد بقسمی که

$2n < x < 2n+1$  باشد که  $n$  عدد صحیح مثبت یا صفر است به

عبارت دیگر مجموعه جوابهای نامعادله عبارتست از :

$[2n, 2n+1] \cup [2n+2, 2n+3] \cup \dots \cup [4n+4, 4n+5] \cup [2n+1, 2n+2] \cup [1, 2]$

برای مثلثهای OFD و ODE نیز روابط مشابه بدست می آید  
که از جمع این روابط خواهیم داشت :

$$\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} \left\{ 1 - 2 \cot \omega \operatorname{tg} \theta + 2 \operatorname{tg}^2 \theta \right\} =$$

$$= \frac{1}{4} \sec^2 \theta \cosec^2 \omega \left\{ 2 \sin \omega - \sin(2\theta + \omega) \right\}$$

مشاهده می کنیم که طرف اول رابطه بستگی به :

$$2 \sin \omega - \sin(2\theta + \omega)$$

دارد برای آنکه مساحت مثلث DEF صفر شود، یعنی این مثلث به خط مستقیم تبدیل گردد لازم و کافی است که :

$$\text{فرص شود خواهیم} \quad \text{و اگر} \quad \theta = \frac{\pi}{3} \quad \text{cotg} \omega = 2 \sin \omega = 2 \sin \omega$$

داشت :

۵۹/۳۵ - ترجمه از مجله تربیت ریاضی

$x$  عددی است حقیقی و مثبت ( $x \in \mathbb{R}^+$ ) و مقصود از

$E(x)$  قسمت صحیح  $x$  می باشد یعنی بزرگترین عددی که یا با

$x$  برابر و یا از آن کوچکتر باشد و تابع زیر را در نظر می گیریم:

$$y = f(x) = E(x) - E\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

(1) مقدار ( $x$ ) برای فاصله  $[2n+0, 2n+1]$  معلوم کنید.

(2) اختلاف  $f(x+2) - f(x)$  را معلوم کنید و از آن

رسم نمایش هندسی تابع  $y$  را نتیجه بگیرید.

(3) ذا معادله زیر را حل کنید :

$$E\left(\frac{x+1}{2}\right) + \frac{x-1}{2} < E(x)$$

حل (1) وقتی  $x$  به فاصله  $[2n+0, 2n+1]$  تعلق داشته باشد

مقدار  $\frac{x+1}{2}$  بدفاسله  $[2n+1, 2n+2]$  تعلق داشته و داریم :

$$E(x) = E\left(\frac{x+1}{2}\right) = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$

اگر  $x \in [2n+1, 2n+2]$  باشد داریم :

$$\frac{x+1}{2} \in [2n+1, 2n+2] \Rightarrow E(x) = E\left(\frac{x+1}{2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 0$$

در ازاء  $x = 2n+2$  داریم :

$$E(x) = 2 \quad \text{و} \quad E\left(\frac{x+1}{2}\right) = E\left(\frac{3}{2}\right) = 1 \Rightarrow f(x) = 1$$

## حل مسائل فیزیک و هکانیک

ضریب اصطکاک مساویست با :

$$K = \frac{R}{P \cos \alpha} = \frac{m \frac{v_0}{t}}{mg} = \frac{v_0}{gt}$$

۵۹/۳۸ - بالانی با شتاب ثابت  $g < \gamma$  فرود می‌آید.

وزن بالان و محتویات آن  $P$  است . چقدر از بار محتوی بالان را خالی کنیم تا بالان شروع به صعود کند و شتاب حرکت آن موقع بالا رفتن همان  $\gamma$  باشد (از مقاومت‌هوا صرف نظر می‌شود).

حل - وقتی جسم درهوا پائین می‌آید ، نیروی رانش

$(R = V_a)$  روبرو بالا بوده و برآیند نیروها چنین است :

$$P - R = \frac{P}{g} \gamma \quad (1)$$

درموقع مناسب که نیروی  $R$  از  $P'$  (وزن جدید بالان)

بیشتر شود جسم صعودی کند (۲)  $R - P' = \frac{P'}{g} \gamma$ . مقدار  $R$

را از رابطه (۱) پیدا کرده و در رابطه (۲) قرار می‌دهیم نتیجه می‌شود :

$$P' = P \frac{g - \gamma}{g + \gamma}$$

و مقدار باری که باید خالی شود :

$$x = P - P' = 2P \frac{\gamma}{g + \gamma}$$

۵۹/۳۹ - جسمی دارای حرکت نوسانی است . اولاً

ثابت کنید ماکسیمم مقدار شتاب آن وقتی حاصل می‌شود که جسم در انتهای مسیر باشد و ماکسیمم سرعت آن در وضع تعادل (وسط راه) حاصل می‌شود و بالعکس. شتاب در وسط راه صفر و سرعت در انتهای مسیر صفر می‌گردد. ثانیاً اگر ماکسیمم سرعت جسم  $20 \text{ ft/sec}$  و ماکسیمم شتاب آن  $80 \text{ ft/sec}^2$  باشد پرید - فرکانس حرکت را پیدا کنید .

حل - معادله کلی حرکت نوسانی جسم را به صورت :

$x = a \sin \omega t$  نمایش می‌دهیم، سرعت و شتاب برابر است با :

$$\gamma = -a\omega^2 \sin \omega t \quad \text{و} \quad V = a\omega \cos \omega t$$

سرعت ماکزیمم به ازاء  $\sin \omega t = 1$  حاصل می‌شود یعنی :

$$\sin \frac{2\pi t}{T} = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{T}{4}$$

و این لحظه‌ای است که متحرک در ماکزیمم نقطه مسیر است .

ترجمه و انتخاب توسط : حسین فرمان

۵۹/۳۶ - جسمی را از نقطه به ارتفاع  $h$  بالای زمین رها می‌کنیم . وقتی این جسم به اندازه  $d$  پائین آمد جسم دیگری را از همان ارتفاع  $h$  رها می‌کنیم . ثابت کنید وقتی جسم اول به زمین می‌رسد جسم دوم از آن به اندازه  $d - 2\sqrt{dh}$  فاصله دارد .

حل - مدت لازم برای سقوط به اندازه  $d$  جسم را  $\theta$  می‌گیریم بنابراین داریم :

$$d = \frac{1}{2} g \theta^2 \Rightarrow \theta = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

اگر زمان کل حرکت جسم اول  $t$  باشد، زمان حرکت جسم دوم در لحظه رسیدن جسم اول به زمین  $\theta - t$  است. معادلات حرکت عبارتند از :

$$\left\{ \begin{array}{l} h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ x = \frac{1}{2} g (t - \sqrt{\frac{2d}{g}})^2 \end{array} \right.$$

اختلاف فاصله دو جسم یعنی  $x$  -  $h$  برابر است با :

$$h - x = \frac{1}{2} g (2t - \sqrt{\frac{2d}{g}}) \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

با قرار دادن مقدار  $t$  بر حسب  $h$  داریم :

$$h - x = 2\sqrt{hd} - d$$

۵۹/۳۷ - هرگاه جسمی که با سرعت  $v$  روی یک سطح افقی شروع به حرکت کند و بعداز  $t$  ثانیه به سرعت صفر برسد

ثابت کنید ضریب اصطکاک سطح مساوی  $\frac{v}{gt}$  می‌باشد .

حل - روی سطح افقی که تنها نیروی اصطکاک وجود داشته باشد حرکت کند شونده است، شتاب این حرکت از طرفی مساوی

$R$  (نیروی اصطکاک) و از طرفی  $\frac{v}{t}$  می‌باشد .

چون جهت شتاب با جهت حرکت پیستون متفاوت است و شرط آنکه  
ماکریم شود آنست که  $\omega t = 2k\pi$  باشد پس :

$$\gamma = r\omega^t \left(1 + \frac{r}{l}\right)$$

نیروی مؤثر بر پیستون خواهد شد :

$$F = \frac{Q}{g} r \omega^t \left(1 + \frac{r}{l}\right)$$

## حل مسائل شیمی

ترجمه و انتخاب توسط : عطاء الله بزرگ نیا

**۵۹/۴۲** - چگالی به حالت بخار یک ماده آلی مرکب از کربن، ایدرژن و اکسیژن  $= 2/562$  است. ۵۰ سانتیگرام از این ماده در اثر احتراق  $16081^\circ$  گرم آب و  $1/1905$  گرم گاز کربنیک تولید می‌کند.

- ۱- نسبت درصد عنصر را در این ماده پیدا کنید.
- ۲- فرمول ملکولی آنرا بیابید.

حل - جرم ملکولی :

$$M = 29 \times 2 / 562 = 74 / 29 \neq 74$$

مقدار کربن در یک ملکول گرم جسم :

$$mc = 1/1905 \times \frac{3}{11} \times \frac{74}{0/5} = 48g$$

مقدار ایدرژن در یک ملکول گرم جسم :

$$mh = 0/19081 \times \frac{1}{9} \times \frac{74}{0/5} = 10g$$

$$mo = 74(-10 + 48) = 16g$$

نسبت درصد عنصر خواهد شد :

$$\frac{48 \times 100}{74} = 64/9\% \quad \text{کربن :}$$

$$\frac{10 \times 100}{74} = 14/5\% \quad \text{ایدرژن}$$

$$\frac{16 \times 100}{74} = 21/6\% \quad \text{اکسیژن :}$$

تعداد اتم اکسیژن  $= \frac{16}{16}$  و تعداد اتم ایدرژن :

$$\frac{10}{1} = 10 \quad \text{و تعداد اتم کربن} = \frac{48}{12} = 4 \quad \text{فرمول ملکولی که ماده}$$

(پاتین صفحه بعد)

معلوم است که در سطح راه یعنی به ازاء  $t$  مقدار شتاب صفر می‌شود. ماکریم سرعت و قتنی حاصل می‌شود که  $\cos \omega t = 1$  باشد یعنی به ازاء :

$$\cos \frac{2\pi t}{T} = 1 = \cos 2k\pi \Rightarrow t = 0$$

و این لحظه‌ای است که در وضع تعادل است. شتاب در انتهای

مسیر یعنی به ازاء  $t = \frac{\pi}{4}$  برابر صفر خواهد بود. ثانیاً -

می‌دانیم سرعت و شتاب ماکریم عبارت خواهند بود از :

$$V_{max} = \omega r \quad \text{و} \quad \gamma_{max} = a\omega^2$$

$$\frac{20}{80} = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \omega = 4 \quad \text{ثانیه/رادیان}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ sec} \quad M = \frac{2}{\pi}$$

**۵۹/۴۰** - جسمی کداری حرکت نوسانی است در فاصله

D از مبدأ دارد. شتاب A است ثابت کنید پریم حرکت از

$$\text{رابطه } \frac{D}{A} = 2\pi \sqrt{\frac{D}{A}} \quad \text{بدست می‌آید.}$$

حل - معادلات حرکت و شتاب به صورت

$x = a \sin \omega t$  و  $\gamma = -\omega^2 x$  است در معادله شتاب مقدار داده شده را قرار می‌دهیم :

$$A = -\omega^2 D \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{D}{A}}$$

**۵۹/۴۱** - فرستنده: سید جلال آشفته دانشجوی دانشگاه آریامهر

یک پیستون و تورداری حرکت نوسانی طبق قانون ذیرو است:

$$x = r(\cos \omega t + \frac{r}{4} \cos 2\omega t)$$

که r طول میله لنگ، l طول میله رابط و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای ثابت میله لنگ است. پیدا کنید مقدار ماکریم نیروی مؤثر روی

پیستون را در صورتی که وزن آن Q باشد.

حل - نیروی مؤثر بر پیستون  $F = \frac{Q}{g}$  باشد و نیز:

$$x' = \frac{dx}{dt} = r(-\omega \sin \omega t - \frac{r}{2l} \omega \sin 2\omega t)$$

$$\gamma = x'' = \frac{d^2x}{dt^2} = -r\omega^2 (\cos \omega t + \frac{r}{l} \cos 2\omega t)$$

# مسئاٹل پرائی حل

## کلاس چہارم طبیعی

۶۰/۲ - زاویه قائم  $\angle Oxy$  مفروض است . روی  $Ox$  یک نقطه  $A$  و روی  $Oy$  نقطه  $B$  را چنان انتخاب می کنیم که  $OB = 2OA$  باشد .  $Ot$  نیمساز زاویه  $\angle Oxy$  و عمودهای  $AA'$  و  $BB'$  را بر آن رسم می کنیم . ثابت کنید که دایره محیطی مثلث  $AA'B'$  بر  $Ox$  مماس می باشد .

### کلاس چہارم ریاضی

۶۰/۳ - مقدار عبارت  $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$  را بآزاده

$$x = \sqrt{\frac{a}{\lambda}} + \sqrt{\frac{1}{2a}} \quad (\lambda > 0)$$

یادست آورید و جواب را در دو حالت  $\lambda = 1$  و  $\lambda = 6$  امتحان کنید .

۶۰/۴ - مطلوب است حل و بحث معادله زیر :

$$\frac{(1+x)^2}{1+mx} = 1-x$$

۶۰/۵ - به فرض اینکه داشته باشیم :

$$a^{(bx)} = b^{(ax)} \quad a = 5^m + 7 \quad b = 5^m - 1$$

اولاً - مقدار  $x$  را بر حسب  $m$  پیدا کنید .

ثانیاً - اگر  $5^x = 2$  باشد مقدار  $m$  را تعیین کنید .

۶۰/۶ - ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

امتداد خطوط  $L_1$  را تعیین کنید بنابر آنکه اگر  $L_2$  بر  $L_1$  عمود باشد از تقاطع  $L_1$  و  $L_2$  با دو خط مفروض  $L_1$  و  $L_2$  یعنی چهار ضلعی معاطی پدید آید

### کلاس پنجم طبیعی

۶۰/۷ - از : مصطفی گودرزی طائفه

۶۰/۱ - چه رابطه بین  $a$  و  $b$  برقرار باشد تا اینکه داشته باشیم :

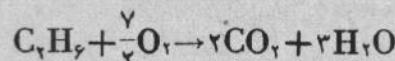
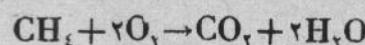
$$\begin{cases} y = \sqrt{a+\sqrt{b}} + \sqrt{a-\sqrt{b}} \\ y^2 = 4a(y^2 - a) \end{cases}$$

بنچیه از صفحه قبل

۵۹/۴۳ - ۱۶cc از مخلوط متان و اتان را با تعداد زیادی اکسیژن در آب سنجی منفجر می کنیم . گازهای باقیمانده پس از سرد شدن ۳۲cc حجم دارد که اگر آنرا با محلول نیدر و کسید پتاسیم تکان دهیم حجم آن به ۱۲cc تقلیل می یابد . (حجمها در شرایط یکسان اندازه گیری شده است) . نسبت حجم متان و اتان را در مخلوط محاسبه کنید .

حل - فرمول واکنش احتراق متان و اتان با اکسیژن

چنین است :



محصول عمل احتراق گاز کربنیک و اکسیژن اضافی است . گازی که به توسط پناس جذب می شود  $CO_2$  است و باقیمانده اکسیژن می باشد . پس حجم اکسیژن اضافی برابر با  $12cc$  و حجم گاز کربنیک بر ابرست با :

$$32 - 12 = 20cc$$

با تنظیم دو معادله دو مجهولی به آسانی می توان حجم متان و اتان را محاسبه کرد :

$$(b^{cc}) - (b^{cc}) = 16cc \quad (حجم اتان) - (حجم متان)$$

$$(CO_2)^{cc} + (CO_2)^{2cc} = 20cc$$

$$b = 4cc \quad a = 12cc$$

۶۰/۱۲ - ترجمه از فرانسه  
دو صفحه P و Q بر یکدیگر عمودندو xy قصل مشترک آنهاست. در صفحه P قطعه خط AB را موازی با xy در نظر می‌گیریم و I وسط آنرا در O روی xy تصویر می‌کنیم و در صفحه Q نیم خط متغیر Oz را رسم می‌کنیم که می‌تواند حول O بچرخد. ثابت کنید که مجموع دو زاویه BOz و AOz مقداری است ثابت و این مقدار ثابت را پیدا کنید.

### کلاس ششم طبیعی

۶۰/۱۳ - درتابع زیر اولاً وقتی یکی از متغیرهای x یا y به سمت  $\pm\infty$  میل کند حد دیگری را پیدا کنید:  
 $xy+ax+by+c=0$

ثانیاً اگر داشته باشیم  $A(1), B(0)$  و  $C(0, 1)$  نقطه‌ای باشد که زاویه ABC قائم بوده و ضرب زاویه خط AC بر این با  $\frac{1}{2}$  باشد و منحنی نمایش تابع بالا بر سر این مثلث بگذرد مقادیر ضرایب a و b را تعیین کنید.

۶۰/۱۴ - معادله زیر مفروض است:

$$\sin \alpha \sin' x + \sin 2x - \cos \alpha \cos' x = 1$$

کمان حاده  $\alpha$  چنان تعیین کنید که  $x = \frac{\pi}{4}$  در معادله صدق کند و پس از تعیین مقدار  $\alpha$  فرمول کلی جوابهای معادله را بدست آورید.

### کلاس ششم ریاضی

۶۰/۱۵ - از سید جلال آشفته دانشجوی دانشگاه آریا مهر در صفحه محورهای مختصات  $Oxy$  دایره به مرکز O و به شاعع R مفروض است. خط متغیر  $\ell$  همواره با این دایره مماس است و  $x'$  را در N و  $y'$  را در M قطع می‌کند. معادله مکان P نقطه وسط MN را بدست آورید و منحنی نمایش آنرا در همان صفحه رسم کنید.

۶۰/۱۶ - از علی اصغر یونسیان ششم ریاضی دبیرستان عازی معادله زیر را حل کنید:

در صفحه محورهای مختصات نقطه A بطول  $2t$  بر محور Oy و نقطه B به عرض  $2t$  بر محور Ox مفروض است.

۱) مختصات رأسهای C و D از مربع مستطیل ABCD را تعیین کنید بنابر آنکه ضلع CD از مبدأ مختصات بگذرد و ثابت کنید که مرکز این مستطیل بر نیمساز ربع اول محورها واقع است.

۲) اگر مرکز مستطیل بر خط  $x+y=8$  نیز واقع باشد مقدار عددی t را معلوم کنید.

۶۰/۱۸ - اگر دو کمان حاده  $\alpha$  و  $\beta$  متمم یکدیگر باشند و دوریشه X از معادله:

$$2(\sin \alpha + \cos \beta)x^2 - ax + \tan \alpha + \cot \beta = 0$$

عکس یکدیگر باشند نسبتهاي مثلثاتي دوکمان را تعیین کنيد سپس کمترین حدود a را پس از برای آنکه معادله بالا دارای ریشه حقیقی باشد.

### کلاس پنجم ریاضی

۶۰/۹ - از مصطفی گودرزی طائفه

اولاً ثابت کنید که خط D به معادله:

$$(Ax + By + A - B) + \lambda(Ax + By + A + B) = 0$$

با دو خط  $D_1$  و  $D_2$  به معادله:

$$Ax + By + A - B = 0 \quad \text{و} \quad Ax + By + A + B = 0$$

موازی است. ثانیاً حدود  $\lambda$  را تعیین کنید برای آنکه خط D بین دو خط  $D_1$  و  $D_2$  واقع باشد.

۶۰/۱۰ - سه نقطه  $A(-2, 1)$  و  $B(5, 0)$  و  $C(5, 5)$  مفروض است. نقطه D را چنان پیدا کنید که چهار

ضلعی ABCD (که رأسهای آن به همین ترتیب واقع اند) محاطی بوده مساحت آن ۱۶ واحد سطح باشد.

۶۰/۱۱ - ثابت کنید که عبارت:

$$P = 5\cos^2 x + 4\sin x + 6\cos x + 6$$

به صورت  $P = R^2 + S^2$  یعنی به صورت مجموع دو مربع نوشته می‌شود. انتهای کمان x درجه قسمت از دایرة مثلثاتی واقع باشد تا اینکه داشته باشیم:

$$y = \sqrt{R^2 + S^2} = a \sin x + b \cos x$$

و مقادیر a و b را تعیین کنید. در حالانه که  $y = 0$  باشد نسبتهاي مثلثاتي کمان x را تعیین کنید.

۶۰/۲۳ - ترجمه از روی توسط : فتح الله ذرگری  
دانشجوی دانشکده فنی دانشگاه تهران  
در تساویهای زیر هر حرف نماینده یک رقم است . این  
رقمها را پیدا کنید :

$$\begin{cases} \overline{\text{algebr}} = \overline{\text{br}}^r \\ \overline{\text{lgebr}} = \overline{\text{br}}^5 \\ \overline{\text{gebr}} = \overline{\text{br}} \cdot \overline{\text{r}}^r \\ \overline{\text{ebr}} = \overline{\text{br}}^r \end{cases}$$

### مسائل ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

از ماهنامه ریاضی آمریکا :

۶۰/۲۴ - در جمع زیر هر حرف نماینده یک رقم و حرف -  
های متفاوت نماینده رقمهای متفاوت می باشند . این رقمها را  
تعیین کنید .

T H I S +

I S A

G R E A T

T I M E

W A S T E R

۶۰/۲۵ - سه دایره در یک نقطه متقابلند بقسمی که نقاط  
 تقاطع دیگر آنها سه نقطه واقع بر یک خط مستقیم می باشند . ثابت  
 کنید که مرکزهای این سه دایره با نقطه تقارب آنها چهار نقطه  
 واقع بر یک دایره می باشند .

۶۰/۲۶ - هر گاه  $a \neq b \neq c$  اندازه های ضلعها ،  $p = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$   
 مرکز دایره محاطی داخلی ،  $I_1$  و  $I_2$  مرکزهای دایره های  
 محاطی خارجی و  $G$  مرکز نقل مثلث  $ABC$  باشد ثابت کنید که :

$$(p-a)\overline{GI}_1 + (p-b)\overline{GI}_2 + (p-c)\overline{GI} - p\overline{GI} = 2abc$$

۶۰/۲۷ - ثابت کنید در هر مثلث نامساویها یا تساویهای  
 زیر برقرار است :

$$(1) \frac{1}{(p-a)} + \frac{1}{(p-b)} + \frac{1}{(p-c)} >$$

$$2 \left( \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} \right)$$

$$(2) r_1 + r_2 + r_3 > 2(h_a \cos A + h_b \cos B + h_c \cos C)$$

۶۰/۲۸ - اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه زاویه یک مثلث باشند ، ثابت  
 کنید که :

$$2(2\sin 6x - \sqrt{1 - \sin 8x} + 2) = \\ = 3\sin^2 4x + 5\sin^2 2x$$

### ۶۰/۱۷ - از محمد مهدی عابدی نژاد

عدد سه رقمی  $\overline{abc}$  را پیدا کنید که از ۴۸ برابر با جموع  
 رقمهایش یک واحد بیشتر باشد .

### ۶۰/۱۸ - از مصطفی گودرزی طائمه

عدد  $\overline{abab}$  را با شرط زیر پیدا کنید :

$$\overline{abab} = (a+b)^4 + 2(a+b)^3 + 2(a+b)^2$$

### ۶۰/۱۹ - ترجمه از فرانسه

دو دایره  $(O)$  و  $(O')$  از دسته دوازده بانقطاط حد  $I$  و  $J$  مفروض است . خط  $l$  دایره اول را در  $P$  و  $Q$  و دومی را در  $P'$  و  $Q'$  قطع می کند . وضع نیمسازهای زاویه های  $PIQ$  و  $P'IQ'$  را نسبت به یکدیگر تعیین کنید و در حالتی که  $l$  بر دو دایره مماس باشد آنرا بررسی کنید .

### ۶۰/۲۰ - ترجمه جعفر آقایانی چاوشی

ثابت کنید بجز مربع هیچ چند ضلعی منتظمی را که تعداد ضلعهایش بیشتر از چهار باشد نمی توان در بیضی محاط کرد .

## مسائل متفرقه

### برای داوطلبان امتحانات ورودی دانشکده ها

#### ۶۰/۲۱ - از سعید فرشاد دانشجوی ریاضی دانشکده

علوم دانشگاه تبریز

دانشگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x^4 - y^4 + 2x + 4y = 6 \\ xy - 2x + y = 4 \end{cases}$$

#### ۶۰/۲۲ - از سعید فرشاد

اگر داشته باشیم :

$$f(x-2) + 2f(2-x) = k - x$$

به ازاء چه مقدار از  $k$  خواهیم داشت :

$$f(k-1) = 1$$

بطوری سری بسته شده‌اند آویزان است . ضرایب فنری  $h$  برای چنین دستگاهی چقدر است ؟

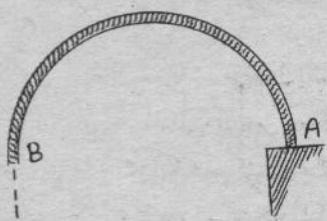


### ٦٥/٣٥ - ترجمه داویدریجان

مطلوب است تعیین ضرایب فنری برای دو فنر با ضرایب فنری  $h_1$  و  $h_2$  که مطابق باشکل بطوری مذکور باشد .

### ٦٥/٣٦ - ترجمه داویدریجان

اوله صیقلی بهشکل نیم‌دایره  $AB$  بهشعاع  $R$  در صفحه قائم قرارداشته و داخل آن زنجیری به طول  $\pi R$  و به وزن  $W$  مطابق باشکل قراردارد . با چشم پوشی از مختص اشکالی که در شروع به حرکت برای زنجیر وجوددارد سرعت  $v$  زنجیر را در موقع خروج از دهانه  $B$  اوله تعیین کنید .



## مسائل شبیه

ترجمه و انتخاب توسط : عطاء الله بزرگ نیا

٦٥/٣٧ - تجزیه عنصری یک ماده آلبی نشان داده است که این ماده فقط مرکب از کربن و یوریژن است . از سوختن ۵ میلی‌گرم از این ماده  $16/15$  میلی‌گرم  $CO_2$  و  $5/35$  میلی‌گرم آب حاصل شده است . چنانی به حالت بخاریکی از ایزومرهای آن نسبت به هوا  $2/34$  می‌باشد . فرمول بسته و گستردۀ ایزومرهای آنرا بنویسید .

٦٥/٣٨ - جسمی است به فرمول  $C_xBr_y$  . از تجزیه یک گرم از آن  $180/180$  گرم دی اکسید کربن و  $2/26$  گرم بروم نقره حاصل شده است . جرم ملکولی تقریبی این جسم که بدروش رائول بدست آمده  $514$  است . فرمول ملکولی جسم را پیدا کنید .

یک گرم دیگر از این جسم را مترارت می‌دهیم و گازی که از این عمل حاصل می‌شود در مقدار زیادی از محلول یدورپتاسیم وارد می‌کنیم . برای برطرف کردن رنگ محلول  $3/9$  میلی‌لیتر محلول دسی نرمال تیوسولفات سدیم لازم می‌شود . تعیین کنید که برم بدچه نسبتی آزاد شده است .

$$2(\cos A + \cos B + \cos C) > 2(\sin A \sin B + \sin B \sin C + \sin C \sin A)$$

٦٥/٣٩ - ترجمه از فرانسه

دایره (O) قطر AB از آن مفروض است . روی مماس در نقطه M بر دایره دونقطه N چنان تغییر مکان می‌دهند که همواره  $BM \cdot BN = k$  باشد که k مقدار ثابت مخالف صفر است . خطوط AN و AM دایره را در نقاط Q و P قطع می‌کنند .

۱) ثابت کنید که خط PQ بر نقطه ثابت S می‌گذرد و وضع را نسبت به O بر حسب مقادیر k معلوم کنید .

۲) از M مماس' MP و از N مماس' MP' باز نظریه ثابت' S' می‌گذرد رسم می‌کنیم . ثابت کنید که خط' P'Q' از نقطه ثابت' S' می‌گذرد و اگر C نقطه تلاقی مماسهای مزبور باشد مکان C را بیابید .

٦٥/٤٠ - ترجمه از فرانسه

سطح مخروطی دوار  $\Sigma$  به زاویه رأس  $\theta (\theta \neq 90^\circ)$  مفروض است . یک صفحه قاطع این سطح مخروطی را در منحنی  $\Gamma$  قطع می‌کند . در نقطه M واقع بر  $\Gamma$  قائم بر  $\Sigma$  را در سمت می‌گذرد . در نقطه N قطع می‌کند . وقتی M بر  $\Gamma$  تغییر مکان دهد مکان نقطه N را تعیین کنید .

## مسائل فیزیک

تهیه و انتخاب توسط : حسین فرمان

٦٥/٤١ - جسمی که بطور آزاد سقوط می‌کندر ثانیه دهم ، مسافت طی شده اش دو برابر مسافت طی شده در ثانیه پنجم می‌باشد .

٦٥/٤٢ - سرعت اولیه حرکت جسم را حساب کنید ( $g = 22 \text{ ft/sec}$ )

وقتی از بالا بطور عمود نگاه کنیم آنرا در فاصله  $\frac{x}{n}$  می‌بینیم

اگر طول واقعی جسم  $a$  باشد داخل مایع چه مقدار بنظر می‌رسد ؟

٦٥/٤٣ - دو نیروی متقاطع  $F_1 = xF_2 = F_2$

بر آینده  $R$  می‌باشد به قسمی که  $R$  بر  $F_1$  عمود و برابر با  $\sqrt{3}F_2$  می‌باشد . نیروی  $F_2$  و زاویه بین دو نیرو را تعیین کنید .

٦٥/٤٤ - ترجمه داویدریجان  
وزنه  $W$  به دو فنر با ضرایب فنری ثابت  $h_1$  و  $h_2$  که مطابق باشکل

### اصطکاٹ (بقیه از صفحه ۱۴۵)

ضریب اصطکاک را تعیین کنید . اگر ارتفاع قائم انتهای تخته به ۲ متر برسد . حداقل نیروی عمود بر تخته را که موجب نگاهداری تعادل می شود پیدا کنید .

۳۲ - صفحه ای است که بالافق زاویه  $35^\circ$  می سازد . بر روی آن وزنهای به جرم  $45\text{ kg}$  قرار دارد . نیرویی را تعیین کنید که اگر به موازات صفحه بر وزنه وارد شود از لغزش وزنه به طرف پایین جلوگیری می کند . اگر صفحه ناصاف باشد ، و ضریب اصطکاک آن  $\frac{1}{4}$  باشد ، حداقل نیرویی که به موازات صفحه وارد باید کرد تا وزنه شروع به حرکت به طرف بالا بکند چقدر است ؟

۳۳ - نیروی  $P$  که در امتداد سطح شیبدار فاصله کافی است . زاویه می شود برای نگاهداری جسم بر روی صفحه کافی است . ثابت اصطکاک که برابر  $\lambda$  است از  $20^\circ$  یعنی زاویه شب سطح کمتر است . ثابت کنید که حداقل نیرویی که در امتداد سطح بر جسم وارد می شود و جسم را به طرف بالا شروع به کشاندن می کند برابر است با :

$$P = \frac{\sin(\alpha + \lambda)}{\sin(\alpha - \lambda)}$$

۳۴ - جسمی به وزن  $W$  بر صفحه شیبداری که زاویه شب آن بالافق برابر  $\alpha$  است قرار دارد . نشان دهید که حداقل بزرگی نیرویی که جسم را به طرف بالای سطح به حرکت درمی آورد برابر  $W \sin(\alpha + \lambda)$  است که  $\lambda$  ضریب اصطکاک است . اگر جهت نیرو ، ثابت نگاهداشته شود ، نشان دهید که اگر  $\lambda > \alpha$  باشد ، بزرگی نیرو را می توان تا  $\frac{W \sin(\alpha - \lambda)}{\sin 2\lambda}$  کاهش داد تا جم به طرف پایین سطح شروع به حرکت کند .

۴۲ - همان عدد  $\lambda$  افقی . ۴۴ - تکراریک رقم .

۱	۲	۶	۳
۹	۱	۸	۱
۴	۳	۲	۷
۱	۲	۱	۷
۰	۳	۲	۶
۹	۳	۰	۳
۹	۳	۳	۲

حل جدول شماره پیش

### مسائل امتحانات . (بقیه از صفحه ۱۸۶)

فرمول مولکولی جسم را پیدا کرده و ایزومرهای ممکن آن را سمت کنید در صورتی که بدانیم عده اتمهای شرکت کننده در جسم ۹ اتم است .

- به مخلوطی از کربور آلمینیوم و کربور کلسیم آب می افزاییم چگالی مخلوط گازهای حاصل نسبت به هیدروژن  $15\text{ g}$  است نسبت اختلاط مولکولی دوکربور را تعیین کنید . ثانیا - معلوم نمایید که برای احتراق هر گنج از مخلوط گازهای متصاعد چه گنجی هوا لازم است . ثالثا - محصولات احتراق  $1/12$  لیتر از مخلوط گازهای بالا را پس از عبور از لوله اسید سولفوریک در آب باریتی وارد می کنیم ، افزایش وزن لوله اسید سولفوریک و سنگینی رسوب حاصل را تعیین کنید .

### دبیرستان دارالفنون

دبیر : کوشان - فرستنده : رسول داداش زاده  
محصول اکسید اسیتون کامل  $2/22\text{ gr}$  از یکی از ایزومرهای الكلی بوتاول به کلک  $30\text{ cc}$  خنثی می شود بوتاول دامشخیص کنید و چکو نگی اکسید اسیتون آنرا با فرمول نشان دهید .  
درجه الكلی شراب  $\alpha$  است ، برای اکسید اسیتون کامل الكل موجود دریک لیتر شراب ،  $40000\text{ cc}$  محلول دسی فرمال پر منگنات در محیط سولفوریک لازم است . واکنش را به کمک تغییرات درجه اکسید اسیتون مواده کنید . درجه الكلی شراب را بدست آورید جرم مخصوص الكل اتیلیک  $0/8\text{ gr/cm}^2$  دبیرستان دکتر هوشیار

دبیر : مظفرزاده - فرستنده : محسن پور احمدی عربانی دریک تیدرو کربور گازی شکل عده اتمهای تیدروژن دو بر ابعاد اتمهای کربن است و چگالی آن نسبت به گاز ازت مساوی است فرمول مولکولی تیدرو کربور را معین کنید .

### دبیرستان فیروزبهرام

دبیر : رسولی - فرستنده : خداداد مزادپور  
 $0/2\text{ gr}$  از یک اسیدیک ظرفیتی که با  $5\text{ cc}$  سود فرمال خنثی می شود داشر سوختن  $40^\circ$   $\text{CO}_2$   $5\text{ gr}$  آب  $18\text{ g}$  آب حاصل می شود فرمول آنرا تعیین کنید اگر نمک سدیم اسید مزبور را با سود تکلیس نماییم چند  $cc$  گاز حاصل می شود .

### دنباله جدول اعداد

$11^\circ + 36 + 28 + 36$  است .  
شماره صد گان عدد  $33$  قائم بدهست می آید .  $37 - 32 - 29 - 20$  واحد بیشتر از عدد  $36$  قائم .  $38 - 37$  چهار واحد کمتر از عدد  $35$  قائم .  $40 - 39$  رقمها متفاوت اند و مجموع آنها با مجذور رقم سد گان آن برابر است .  $41 - 38$  مقلوبش مجذور عدد  $17$  افقی است .

# ج د و ل ا ع د ا

طرح از : حسین عمامی

است وهم مکعب کامل . ۲۸ - حاصل جمیع زیر :

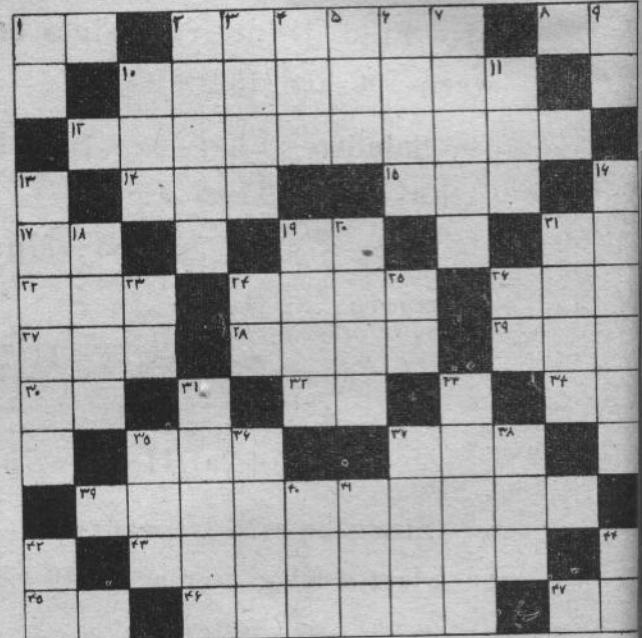
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3$$

۲۹ - متم حسابی مقلوب عدد ۲۶ افقی . ۳۰ - اگر این عدد در مبنای برابر با مجموع رقمهایش نوشته شده باشد چون آنرا در مبنای اعشاری بنویسیم ۷ بدست آید . ۳۲ - حداکثر تعداد الکترونهای مدارسوم . ۳۴ - همین شماره . ۳۵ - ثالث لگاریتم آن برابر است با :  $\log 2 + \log 3$  . ۳۷ - بزرگترین عدد زوج سدۀ رقمی که رقم دهگان آن واسطۀ هندسی بین دورقۀ دیگر است . ۳۹ - تکرار یک رقم . ۴۳ - همان عدد ۱۰ افقی . ۴۵ - جذر عدد ۲۷ افقی . ۴۶ - کوچکترین عدد شش رقمی به صورت  $aabb$  است . ۴۷ - اگر یک واحد از آن کم کنیم یا به دو برابر آن ۲ واحد بیفزاییم در هر حال یک مجدد کامل بدست آید .

قائم : ۱ - همان عدد ۱ افقی . ۲ - مضرب ۹ است .

۳ - حاصل ضرب رقمهایش برابر است با ۶۷۲ . ۴ - دو برابر عدد ۲۵ افقی . ۵ - کوچکترین مضرب مشترک رقمهایش ۷۲ و حاصل ضرب آنها ۲۱۶ است . ۶ - اگر رقم هزار گانش را بر داریم و آنرا در رقم یکان آن ضرب کنیم عدد ۲۷ افقی بدست آید . ۷ - مضرب ۷ . ۹ - مجموع رقمهایش با رقم دهگانش برابر است . ۱۰ - مضرب ۱۲ است و مجموع رقمهایش نیز ۱۲ است . ۱۱ - با عدد ۱۹ افقی برابر است . ۱۳ - به صورت  $aabcaa$  است که  $c=3b+a$  و  $b=2a$  می باشد . ۱۶ - به صورت  $abcacb$  و مضرب ۴۵ است . ۱۸ - حاصل ضرب ۱۴۹ در یک مکعب کامل . ۱۹ - برابر  $abcd$  است که  $b-a=d$  و  $ab=b$  می باشد . ۲۳ - دو رقم سمت راست عدد ۲۷ افقی . ۲۴ - سه چهارم عدد ۱ افقی . ۲۵ - بی معنی است . ۲۶ - همان عدد ۲۱ افقی . ۳۱ - از نوشتۀ عدد ۸ افقی سمت راست عدد ۳۵ افقی بدست می آید . ۳۳ - ازدواجیست برابر عدد ۱۴ افقی یک واحد زیاد دارد . ۳۵ - به صورت

(پائین صفحۀ مقابل)



افقی - ۱ - تعداد مقسوم علیه‌های عدد ۲۰۰۲۱۹۵۲  
مجموع دو عدد (۱۱۰۰۱۱) و (۱۱۱۲۲۱) در مبنای اعشاری  
ضرب در ۱۱۱۰۸ - حاصل P از :

$$P = x^{\log_{10} 12} \times y^{\log_{10} 6}$$

۱۰ - صد برابر عدد ۱۰ افقی . ۱۲ - تکرار عدد ۱۰  
افقی . ۱۴ - کوچکترین عدد سدۀ رقمی که رقمهایش متوالی باشند .  
۱۵ - مقلوب عدد ۱۵ قائم . ۱۷ - نصف عدد ۱ افقی . ۱۹ -  
به صورت  $a(2a)$  و دارای ۸ مقسوم علیه است . ۲۱ - حداکثر  
تعداد واسطۀ های حسابی صحیح که می توان بین دو عدد  $a$  و  
 $a+19$  درج کرد . ۲۲ - عددی است مقارن که مجموع رقمهایش  
با حاصل ضرب رقهای یکان و سدگان آن برابر است و نصف  
عدد فرد می باشد . ۲۴ - صد برابر عدد ۱۹ افقی . ۲۶ - مجدد  
نصف عدد ۱۹ افقی . ۲۷ - عددی سه رقمی که هم مجدد کامل

# PROBLEMS AND SOLUTIONS

**Problem 54:** The integral values of  $x$  and  $y$  that make  $2x - 7y$  a multiple of 11 also make  $7x + ay$  a multiple of 11. Find all integral values of  $a$  between 100 and 150.

**Solution :** Let  $2x - 7y = 11p$  and  $7x + ay = 11q$ . Then

$$7(2x - 7y) - 2(7x + ay) = 77p - 22q.$$

Therefore

$$-49y - 2ay = 11(7p - 2q),$$

or

$$y(49 + 2a)/11 = 2q - 7p.$$

Since  $2q - 7p$  is an integer, 11 must be a factor of either  $y$  or  $49 + 2a$ . If it is a factor of  $49 + 2a$ ,  $a \in \{102, 113, 124, 135, 146\}$ . If however 11 is a factor of  $y$ , then since  $2x - 7y = 11p$ , 11 is also a factor of  $x$ . In this case all integral values between 100 and 150 will work for  $a$ .

**Problem 55:** The consecutive integers 1, 2, 3, ..., 15, are divided into 5 sets of 3, in each of which the sum of the elements is the same. Prove that  $\{7, 8, 9\}$  cannot be one of these sets.

**First Solution :** The sum of the elements in each set is  $120/5 = 24$ .

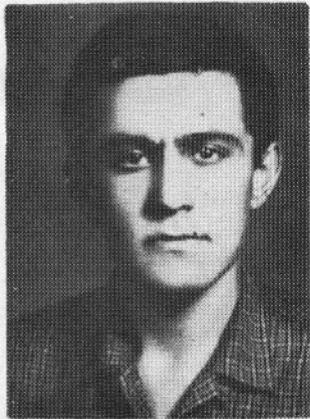
Suppose  $\{7, 8, 9\}$  is one of the sets. The only possible sets containing 15 are  $\{3, 6, 15\}$  and  $\{4, 5, 15\}$ . The only possible set containing 14 is  $\{4, 6, 14\}$ , which duplicates one of the elements in each of the sets containing 15. Hence  $\{7, 8, 9\}$  is not one of the sets.

**Second Solution :** If  $\{7, 8, 9\}$  is one of the five sets, then the sets containing 1 and 2 must each contain two elements  $\geq 10$ . Since each set of three has as its sum 24, the other two elements in the set containing 1 total 23, and those in the set containing 2 total 22. Thus, the sum of the 4 elements from both sets totals 45. However, the lowest this sum can be is  $10 + 11 + 12 + 13 = 46$ . This is impossible; hence  $\{7, 8, 9\}$  is not one of the sets.

**Third Solution :** Of the first five integers, only 4 and 5 can be in the same set. Let the sets be: A:  $\{1, -, -\}$ , B:  $\{2, -, -\}$ , C:  $\{3, -, W\}$ , D:  $\{4, 5, 15\}$ , and E:  $\{7, 8, 9\}$ . We now have nowhere to put 6. Therefore  $\{7, 8, 9\}$  cannot be one of the sets.

## دانش آموز رتبه اول

از دبیرستان ۲۵ شهریور مسجد سلیمان اطلاع  
داده اند که آقای محمد رضادر فشه دانش آموز آن دبیرستان



در امتحان نهایی خرداد  
- ۴۸ بین کلیه شرکت -  
کنندگان رشته ریاضی  
مسجد سلیمان رتبه اول  
را حائز و علاوه بر آن  
در کنکور سراسری  
دانشگاهها در رشته  
ریاضی دشکده علم و  
نیز مقام اول را حراز  
نموده است.

## راجح به مسائل مندرج در یکان

آقای حسین گل محمدی نوشه اند که مسائل شماره های:

- ۵۹/۶ در کتاب لگاریتم و تمرینات  
۵۹/۸ در حل المسائل هندسه کنکور  
۵۹/۱۱ قبل از یکان و کتاب جبر چهارم  
۵۹/۲۱ در کتاب مسائل نمونه و جدید حساب  
۵۹/۲۰ در ۲۵۰۰ مسئله  
۵۹/۲۴ در حل المسائل مخرب و طات  
۵۹/۲۹ در ۱۲۰۰ مسئله  
۵۹/۳۶ و ۵۹/۳۷ و ۵۹/۳۸ در حل المسائل مکانیک  
و ۷۵۰ مسئله فیزیک و مکانیک مندرج می باشد  
آقای جواد فیض از قم نوشته اند که مسائل شماره های:  
۵۹/۳ در ۱۲۰۰ مسئله  
۵۹/۲۱ در ۱۲۰۰ مسئله  
۵۹/۲۸ در ۷۰۰ مسئله  
مندرج است

## تجدد چاپ

انتشارات یکان که فعلا نایاب است بزودی تجدید چاپ خواهد شد.  
تاریخ انتشار هر یک از این کتابها در مجله های شماره های بعد اعلام خواهد شد.

## انتشارات ارغونون معرفی می کند

### خود آموز شیمی جدید

#### و حل مسائل آن

ترجمه و تألیف: صفرعلی رستم یور

با استفاده از آخرین کتابهای درسی امریکا و شوروی  
برای سال پنجم طبیعی و ریاضی

در تمام کتابفروشی های تهران و شهرستانها موجود است

### لگاریتم

#### و تصادع

تألیف و ترجمه: محمد هادی بکتاشی

شامل مسائل کنکور دانشگاه های ایران،  
انگلستان، شوروی و آمریکا

انتشارات یگان (آنچه فعلای برای فروش موجود است)

## روش ساده حل مسائل شیمی

ترجمہ: عطاء اللہ بزرگ نیا

٢٥ دیال

مجموّعة علمي

ساما، مقالات ریاضی، فیزیک و شیمی

حل مسائل ممتاز ریاضی و مطالب دیگر

٤٠ دیال

## مسائلی از حساب استدلای

تألیف محمود کاشانی

الفلا نایاب چاپ دوم ۱۵ ریال جلد اول : مسائل جمع و تفرقیق جلد دوم : مسائل ضرب جلد سوم : مسائل تقسیم

## سر گرمیهای جبر | مقدمه بر تئوری مجموعه‌ها

تألیف: علی اصغر ہومانی

۵۰ ریال

تاریخ شہر و نہاد

۱۰۸ - ۱۰۹ روایت

تمثیل‌های ریاضیات مقدماتی

تألیف: دکتر محسن هشت روڈی

فعلم نامہ

معماهای ریاضی - راهنمای ریاضیات متوسطه فعال برای فروش موجود نیست

<b>ضمیمه یکان سال برای دانش آموزان کلاس های سوم</b> بها : ۱۲ ریال	<b>چاپ دوم یکان سال ۶</b> بها : ۵۰ ریال	<b>یکان سال ۴۷</b> فعلاً نایاب
--	--	-----------------------------------