

فروردین - اردیبهشت ۱۳۴۶

دوره سوم - شماره :

در این شماره :

۱	عبدالحسین مصحفی	اطلاعاتی از کنگره بین‌المللی ریاضیدانان
۳	سید محمد کاظم نائینی	ماتریس
۸	ترجمه	مراحل مهم علم نجوم
۱۰	ترجمه	مسائل حل نشده ریاضی
۱۱	ترجمه: گودرزی طائمه	بی‌آنکه عصبانی شوید
۱۲	ترجمه: شریفزاده	چگونه مسئله‌ای را حل کنیم
۱۳	ترجمه	راهنمای حل مسائل هندسه
۱۶	مهندس ارشادی	اصطلاحات فیزیکی و معادل انگلیسی آنها
۱۷	-	سرگرمیهای ریاضی
۱۸	ترجمه	داستانهای تفنهای ریاضی
۱۹	حسین آزم	مسائلی از ریاضیات جدید
۲۰	-	مسائل امتحانات متفرقه کلاس‌های چهارم و پنجم
۲۶	-	مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها
۵۳	-	مسائل برای حل
۵۶	-	حل مسائل یکان شماره ۳۴
۶۸	-	آگهی دانشگاه صنعتی آریامهر

برها : بیست ریال

۹

شماره مسلسل

۳۴

در باره مندرجات یکان سال ۱۳۴۵

قابل توجه نمایندگان فروش یکان در شهرستانها و همچنین علاقمندان به تهیه انتشارات یکان باشندگه یکان سال ۱۳۴۵ به تعداد زیادی چاپ شد با وجود این کلیه نسخه های آن بفروش رسیده است و در حال حاضر از مجله مزبور در دارا ره یکان موجود نیست. تقاضامی شود از درخواست آن خودداری شود.

از انتشارات یکان علاوه بر یکان سال ۴۵، نشریات زیر نیز برای فروش موجود نیست:

معماهای ریاضی - جلد اول مسائلی از حساب استدلای -
یکان امتحانات سال ۱۳۴۳ - یکان سال ۱۳۴۴ و از ماهنامه های
یکان شماره های ۲ تا ۷، ۹ تا ۱۲، ۱۸، ۲۱ تا ۲۵، ۲۴، ۲۱ و ۳۱.

یکان

محله ریاضیات

سال چهارم - دوره سوم - شماره نهم (شماره مسلسل: ۴۴)
فروردین - اردیبهشت ۱۳۴۶

صاحب امتیاز و مدیر مسؤول: عبد‌الحسین مصطفی

مدیر داخلی: داود مصفحی

زیر نظر شورای نویسندگان هر ماه یک بار منتشر می گردد
شانی اداره: تهران، خیابان لاله‌زار نو، نزدیک شاهراه - شماره ۸۱۰

نشانی پستی: صندوق پستی ۴۴۶۳

تلفن اداره: ۳۳۱۸۱

وجه اشتراك برای ۱۲ شماره ۲۰۰ ریال

(برای کشورهای خارج به اضافه هزینه پست)

حساب بانکی: جاری ۳۰۹۵ شعبه لاله‌زار توبانک صادرات

YEKAN

Mathematical Magazine

volume III , number 9 , April. 1967

subscription : \$3

TEHERAN . P.O. B. 2463

چاپ آذ. تلفن ۶۴۰۲۸

از طرف آقایان: عطاءالله بزرگ‌نیا، هوشنگ
 Shiraziزاده، محمد صادق ابریشمی، اسعاد هرتصوی
 فرهاد تاهباز زاده، راجع به بعضی اشتباههای منبوط به
 چاپ یا حل مسائل مندرج در یکان سال ۱۳۴۵ تذکراتی داده
 شده است که در شماره بعدیکان به نظر خواندن کان خواهد رسید.

* *

از طرف دانشگاه آریامهر نیز نامه ای واصل شده که
 مشتمل است بر توضیحاتی راجع به حل مسائل امتحان ورودی
 این دانشگاه (مندرج در یکان سال ۱۳۴۵) و حادی مطالبی است که
 برای داوطلبان کنکور دانشگاه حائز اهمیت می باشد.
 چاپ این نامه هم در این شماره میسر نشد، در شماره بعدی چاپ
 خواهد شد.

تشکیل کانون دانشجویان کرمانی مقیم تهران

اولین جلسه مجمع عمومی کانون دانشجویان کرمانی مقیم
تهران در تالار کیهان تشکیل شد. در این جلسه پس از بحث در
مورد اساسنامه کانون از هر دانشکده یک نفر به عنوان نماینده آن
دانشکده در هیئت مدیره کانون انتخاب شد و از میان نماینده کان
هزارهفت نفر به شرح زیر به عضویت هیئت مدیره کانون با اخذ
اکثریت آراء تعیین شدند.

۱- آقای غلامرضا سالاری‌بهره ای به عنوان رئیس

۲- « داود مصفحی » نایب رئیس

۳- خانم زریندخت ثمری خزانه دار

۴- آقای ضیا مصباح سخنگو

۵- « منوچهر شفیعی » منشی

۶- « عباس رستمی زاده » عضو

۷- خانم منیره کریمی عضو

آقای محمود راجی نیز به سمت بازرس انتخاب شد
کانون دانشجویان کرمانی مقیم تهران به منظور همکاری
و معاوضت بین دانشجویان کرمانی و همچنین کمک به پیشرفت
عمران و آبادی استان کرمان تشکیل شده است - فعالیت کانون
فوق پس از ثبت آن آغاز خواهد شد.

نکته‌هایی درباره

کنگره بین‌المللی ریاضیدانان

مسکو - ۱۶ تا ۲۶ اوت ۱۹۶۶

خبر تشکیل این کنگره، قبلاً در مجموعه علمی یکان سال (فروردين ۱۳۴۴) چاپ شد. انتظار داشتیم که از ایران هم اشخاصی در این کنگره شرکت داشته باشند و با مصاحبه با آنان بتوانیم اطلاعات مختلفی از ریاضیدانان شرکت‌کننده و مطالب مورد بحث در جلسات کنگره بدست آوریم. بعداً معلوم شد که از ایران کسی در این کنگره شرکت نداشته است. از آقای محمد اسماعیل دانشجوی ایرانی دانشگاه مسکو، که بامجله یکان مکاتبهدارد، درخواست شد و در اثر کوشش ایشان، کلیه نشریات و جزووهای کنگره از طرف دیرخانه آن برای مجله یکان ارسال شد.

در جزوء چاپی فهرست کشورهای شرکت‌کننده و جزوء هتم آن نامی از ایران نیست. اما ضمن ریاضیدانان شرکت‌کننده از کشورهای ایالات متحده آمریکا و فرانسه به ترتیب نامهای : ابوالقاسم غفاری و وازن آوانیسیان به چشم می‌خورد . این دونفر از استادان ریاضی بنام ایران هستند ، هردو در دانشگاه‌های ایران تدریس داشته‌اند و فعلًا برای ادامه مطالعات علمی خود در خارج از کشور بسر می‌برند .

آیا برای مقامات علمی ایران این امکان وجود نداشت که موجباتی را فراهم آورند تا استادان مذکور — که به احتمال قریب به یقین با هزینه شخصی در کنگره شرکت کرده‌اند — به عنوان نمایندگان ایران معرفی شوند؟ و نگذارند دو شخصیت مشهور ایرانی در زمرة شخصیت‌هایی از کشوهای دیگر به حساب آیند؟

اطلاعات دیگری مربوط به کنگره که از جزوء های مر بوط استخراج شده است در صفحه بعد به نظر خوانندگان می‌رسد .

عبدالحسین مصحفی

تعداد نمایندگان شرکت کننده در کنگره به ترتیب الفبا ای (فارسی) کشورهای مختلف:

کانادا	۷۴ نفر	پرتغال	۳ نفر
کره شمالی	۱	ترکیه	۱۷۸
کوبا	۱	جمهوری متحده عرب	۱۲۶
لبنان	۲	چکسلواکی	۱۴۶۱
لهستان	۱۲۵	دانمارک	۴
ماداگاسکار	۲	رومانی	۹
مجارستان	۸۸	زامبیا	۱۴
مراکش	۲	زلاند جدید	۲۳
مکزیک	۳	ژاپون	۲۸۰
نروژ	۱۴	سنگال	۵۵۰
نیجریه	۴	سوئد	۷۲
ویتنام	۲	سوئیس	۴
هلند	۷۰	شیلی	۱
هندوستان	۲۳	عراق	۸
یوگسلاوی	۴۳	غنا	۷۷
یونان	۱۲	فرانسه	۱۶
جمع	۳۸۱۲ نفر	فنلاند	۲

سازمان علمی کنگره:

ماشینهای محاسبه و نوشه های ریاضی و مرکز انتشارات بوده است.

دکتر آوانیسیان در شعبه آنالیز تابعی شرکت داشته و در تاریخ ۱۷ اوت سخنرانی ایراد کرده است ذیر عنوان: «درباره شکلهای خطی تابع توافقی یک پارامتر».

پرسور غفاری در شعبه مسائل ریاضی دستگاههای کنترل شرکت داشته و در تاریخ ۲۵ اوت سخنرانی به عنوان ذیر ایراد کرده است: «ارتباط بین حساب تغییرات و برنامه های فعال».

سازمان علمی کنگره عبارت بوده است از کمیته سازمان

دهنده به ریاست پتروسکی و ۱۵ شعبه به شرح زیر:
منطق ریاضی و اساس ریاضیات - جبر - قلمروی اعداد - آنالیز کلاسیک - آنالیز تابعی - معادلات دیفرانسیل معمولی - معادلات دیفرانسیل با مشتقهای جزئی - توبولزی - هندسه - هندسه جبری و متغیرهای مختلف - حساب احتمالات و آمار - ریاضیات عملی و فیزیک ریاضی - مسائل ریاضی دستگاههای کنترل - ریاضیات عددی - تاریخ ریاضیات و مسائل آموزشی - کنگره بجز شب فوق الذکر دارای تشکیلات اداری و فنی از قبیل: دفتر پست و تلگراف، کتابخانه، نمایشگاه



ماتریس

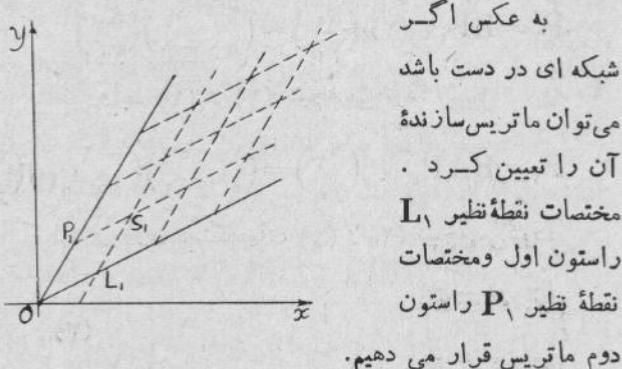
با استفاده از منابع خارجی

تنظیم از : سید محمد کاظم نائینی

و برای نقاط $\begin{pmatrix} 2a+2b \\ 2c+2d \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ و ... نقاط $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ و ... نقاط $\begin{pmatrix} 2a+3b \\ 2c+3d \end{pmatrix}$ و ... بdst می آید. S_1 رأس چهارم متوازی.

الا ضلاعی است که روی مثلث OL_1P_1 ساخته شده است و همچنین U_1 و T_1 رأس چهارم متوازی الا ضلاعهای مشابه و قطیراند.

با مشخص کردن نقاط N_1, S_1, T_1, U_1 و ... شبکه ای در صفحه مختصات خواهیم داشت و با هر ماتریسی به صورت کلی $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ یک شبکه ساخته می شود. با تغییر مقادیر a و b و c و d شکل و وضع شبکه نیز فرق می کند. و طرز ساختن آن اینست که اجزاء ستون اول را (a و c) مختصات نقطه ای مانند L_1 و اجزاء ستون دوم (b و d) را مختصات نقطه ای مانند P_1 فرض کرده نقاط $L_1, P_1, R_1, Q_1, S_1, T_1, U_1, N_1, M_1$ را در صفحه مختصات مشخص می کنیم و روی دو خط OP_1 و OL_1 متوازی الا ضلاع $R_1, S_1, P_1, O, L_1, Q_1, M_1, N_1$ را می سازیم و سپس با تکرار اضلاع آن شبکه را می سازیم (قطیر جمع هندسی دو بردار که دارای یک مبدأ هستند).



مثال - اگر نقطه P_1 روی محور x باشد می توان $\begin{pmatrix} a+b \\ c+d \end{pmatrix}$ درجه درجه مثبت دوران کند تا به وضع P_1 در آید متوازی الا ضلاع OP_1SP_1 اولین خانه شبکه خواهد

شبکه سازی : مجدداً ماتریس عمومی

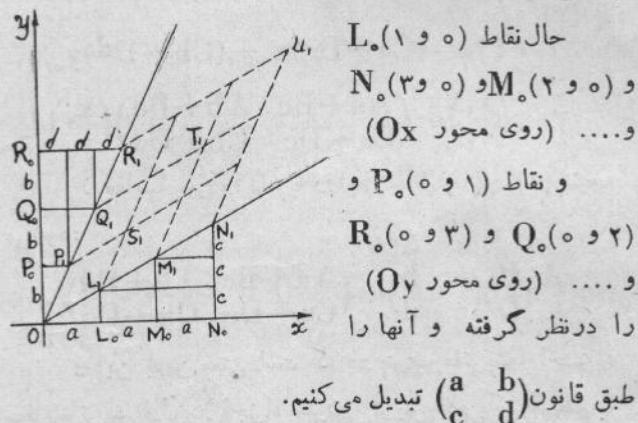
$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

را درنظر می گیریم معادلات تبدیل به صورت:

$$\begin{cases} x_1 = ax_0 + by_0 \\ y_1 = cx_0 + dy_0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

نوشته می شود. بسته به اینکه تبدیل، دوران، انعکاس، تجانس انتقال، تقارن و غیره باشد مقادیر ضرایب a, b, c, d و x_0, y_0 فرقی می کند.



از روی معادلات فوق خواهیم داشت

$$\dots, N_1 \begin{pmatrix} 3a \\ 3c \end{pmatrix}, M_1 \begin{pmatrix} 2a \\ 2c \end{pmatrix}, L_1 \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$$

$$\dots, R_1 \begin{pmatrix} 2b \\ 2d \end{pmatrix}, Q_1 \begin{pmatrix} 2b \\ 2d \end{pmatrix}, P_1 \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

و اگر $y_0 = 1$ و $x_0 = 0$ فرض شود طبق قانون

فوق تبدیل گردد. خواهیم داشت :

از مقایسه دو رابطه اخیر نتیجه می شود:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = C$$

مثال ۳- اگر نقطه P طبق قانون $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

به نقطه P_1 تبدیل شود یعنی $P_1 = M \cdot P$ خواهیم داشت

$$\begin{cases} x_1 = ax_0 + by_0 \\ y_1 = cx_0 + dy_0 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

حال نقطه P را طبق قانون $N = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ به نقطه P_2

تبدیل می کنیم $P_2 = N \cdot P$ خواهیم داشت:

$$(2) \quad \begin{cases} x_2 = Ax_1 + By_1 \\ y_2 = Cx_1 + Dy_1 \end{cases} \quad \text{یا}$$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

اگر در دستگاه (۲) بجای x_1 و y_1 مقادیر شانرا از دستگاه (۱) قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x_2 = A(ax_0 + by_0) + B(cx_0 + dy_0) \\ y_2 = C(ax_0 + by_0) + D(cx_0 + dy_0) \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} x_2 = (Aa + Bc)x_0 + (Ab + Bd)y_0 \\ y_2 = (Ca + Dc)x_0 + (Cb + Dd)y_0 \end{cases} \quad \text{یا}$$

$$(3) \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Aa + Bc & Ab + Bd \\ Ca + Dc & Cb + Dd \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

از مقایسه این رابطه با روابط تبدیل (۱) و (۲) نتیجه می شود:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Aa + Bc & Ab + Bd \\ Ca + Dc & Cb + Dd \end{pmatrix}$$

و این بدین معنی است که در ضرب ماتریسها اجزاء سطر ماتریس اول در اجزاء ستون ماتریس دوم یکی یکی ضرب شده و حاصلها باهم جمع می شوند. برای اینکه در عمل اشتباہی رخ ندهد انگشت دست چپ را در روی سطرهای ماتریس اول از چپ به راست \rightarrow حرکت دهید و همزمان با آن انگشت دست راست را در روی ستونهای ماتریس دوم از بالا به پائین \downarrow به گردش درآورید. یکی یکی اجزاء هر سطر ماتریس اول را در اجزاء ستون نظری از ماتریس دوم ضرب کرده حاصلها را باهم جمع کنید البته برای یادداشت ماتریس حاصل ضرب محصوریم لااقل دست راست از روی ماتریس دوم برداریم اینجاست که

بود و چون به موجب این تبدیل P از وضع (1) به وضع (2) در آمده است پس ماتریس تبدیل به صورت $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ خواهد بود.

دلیل برای قاعدة ضرب ماتریس ها- قبلاً قاعدة ضرب ماتریسها را بیان کردیم ولی از بیان هر گونه دلیلی برای آن خودداری شد از آنجهت که اگر با چگونگی عمل بحد کافی آشنایی حاصل شود درک دلیل و تنهیم استدلال آن ساده تر خواهد بود.

اگر نقطه P طبق قانون A به نقطه P_1 تبدیل شود سپس نقطه P_1 را به موجب قانون B به P_2 تبدیل کنیم می توان نوشت:

$$P_2 = B \cdot AP_1 \quad \text{و} \quad P_1 = AP_0$$

اگر قانون $B \cdot A$ را به C نمایش دهیم خواهیم داشت

$$P_2 = CP_0 \quad \text{یا} \quad C = B \cdot A$$

C برابر حاصل ضرب دو ماتریس BA است.

مثال- اگر P قرینه P نسبت به محور y ها باشد خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x_2 = -x_0 \\ y_2 = y_0 \end{cases} \quad (1)$$

و از آنجا

$$P_1 = AP_0 \quad (1) \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

و اگر P_2 قرینه P نسبت به محور x ها باشد خواهیم داشت

$$\begin{cases} x_2 = x_0 \\ y_2 = -y_0 \end{cases} \quad (2)$$

و از آنجا :

$$P_2 = BP_0 \quad (2) \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می شود:

$$P_2 = BAP_0 \quad \text{یا} \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

اما از روی دستگاههای (۱) و (۲) نتیجه می شود:

$$\begin{cases} x_2 = -x_0 \\ y_2 = -y_0 \end{cases} \quad (3)$$

و از آنجا :

$$P_2 = CP_0 \quad (3) \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

در مورد ماتریسها صحیح نیست. بعد ها از این روابط صحبت خواهد شد.

تجزیه ماتریسها— قاعدة جمع ماتریسها را بیان کردیم و قاعده و دستور آنرا به عنوان اصل موضوع پذیرفته و به موجب این اصل جمع دو ماتریس وقتی امکان دارد که تعداد سطرها و ستونهای هر دو برابر باشد چون هر جزء ماتریس حاصل جمع برابر مجموع اجزاء نظری و همنام ماتریسی ایجاد شده است بنابراین با عمل عکس می‌توان هر ماتریسی را به مجموع چند ماتریس تجزیه کرد مثال

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

به این ترتیب می‌توانیم یک ماتریس را به هر چند ماتریس و به هر صورت دلخواه تجزیه کنیم . مثال:

$$\text{ماتریس } \begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ را به دو ماتریس تجزیه کنید}$$

که یکی از آنها $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ باشد.

حل :

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & -2 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 6 & -1 \\ -3 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

هر یک از اجزاء ماتریس دوم را از جزء نظری و همنام ماتریس اول کم می‌کنیم. اینجاست که می‌توان تفکیق دوماتریس را از تعریف جمع دو ماتریس نتیجه گرفت . ماتریس حاصل از دوران نقطه را نیز می‌توان به دو جزء به صورت زیر تجزیه کرد.

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\sin\theta \\ \sin\theta & 0 \end{pmatrix}$$

با توجه به قاعده ضرب یک ماتریس در یک عدد از ماتریس اول می‌توان از $\cos\theta$ و از ماتریس دوم از $\sin\theta$ فاکتور گرفت

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \cos\theta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \sin\theta \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ماتریس $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ را ماتریس واحد نامیم و به (1) نمایش می‌دهیم این ماتریس وضع اولیه هر نقطه‌ای را مشخص می‌کند $M_0 = M_0$ یا $M_0 = M_1$ یا $M_1 = M_0$ و $y_0 = y_1$ و $x_0 = x_1$ و به موجب قانون تبدیل آن نقطه M_0 تغییر نمی‌کند.

احساس می‌شود برای انسان دو تا دست کافی نیست و آرزوی شود که ایکاش دست سومی هم بود که وقتی دست چپ روی ماتریس اول و دست راست روی ماتریس دوم گردش می‌کند دست سوم نتیجه عملیات را یادداشت کند.

هر کس می‌تواند با انجام چند عمل ساده ضرب قاعده ساده آنرا به آسانی فراگیرد خصوصاً برای تمرين کردن اگر حاصل ضرب و نتیجه عمل برای تحقیق صحبت عمل معلوم باشد. اطمینان بخشتر خواهد بود .

تمرین— صحبت نسایهای زیر را تحقیق کنید

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha+\beta) & -\sin(\alpha+\beta) \\ \sin(\alpha+\beta) & \cos(\alpha+\beta) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 13 & 12 & 11 \\ 12 & 14 & 16 & 18 \\ 10 & 15 & 20 & 25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 7 & 11 & 14 \\ 2 & 8 & 14 & 20 & 26 \\ 2 & 11 & 20 & 29 & 38 \end{pmatrix}$$

طبق روش حاصل ضرب دو ماتریس می‌توان یک ماتریس را به توان ۲ یا n رسانید. درصورتی که تعداد سطر و ستون آن ماتریس یکی باشد. زیرا عمل ضرب وقتی امکان دارد که تعداد ستونهای ماتریس اول باسطرهای ماتریس دوم برابر باشد و (p, n) بدینه است اگر تعداد ستونهای ماتریس اول با تعداد سطرهای ماتریس دوم یکی نباشد حاصل ضرب دوماتریس نامعین است .

در ضرب ماتریسها حاصل ضرب BA یا AB فرق دارد زیرا هر یک تبدیل خاصی را بیان می‌کنند جز در حالتهای استثنائی و خاص .

و در حالت کلی قانون واصل استقلال از ترتیب عوامل در مورد جمع ماتریسها صادق است ولی در مورد ضرب آنها صادق نیست

$$(a \cdot b) \neq b \cdot a \quad a + b = b + a$$

بسیاری از اصول متعارفی و موضوع جبر در مورد ماتریسها پذیرفته نیست و همچنین بعضی از روابط ثابت شده جبر در مورد ماتریسها صحبت ندارد از جمله رابطه

$$(A+B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$$

مثال :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

ماتریس قطری مربع شکل به صورت کلی :

$$\begin{pmatrix} k & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & k & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & k \end{pmatrix}$$

را ماتریس ضرب گفته شده گویند.

اگر دراین ماتریس $1 = k$ باشد آنرا ماتریس واحد گویند.

خواص ماتریس وارونه : گفتیم اگر دریک ماتریس جای سطرها و ستونها را عوض کنیم ماتریس جدید ماتریس ترانسپوزه یا ماتریس وارونه نامیده می‌شود و دارای خواص زیر است.

۱- ماتریس ترانسپوزه مجموع برابر مجموع ماتریس ترانسپوزه است.

$$(A+B)^t = A^t + B^t$$

مثال :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad A+B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 \\ 8 & 6 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \quad B^t = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A^t + B^t = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 6 \\ 6 & 13 \end{pmatrix} = (A+B)^t$$

۲- ماتریس ترانسپوزه حاصل ضرب مساویست با حاصل ضرب ماتریس ترانسپوزهای به شرط آنکه جای عوامل ضرب تعویض گردد.

$$(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$$

مثال :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 4 & 10 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

ماتریس $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ را نیز تا اسم بهتری برایش

پیدا نکرده‌ایم به x نمایش می‌دهیم خواهیم داشت :

$$x^t = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -(I)$$

در حقیقت x ریشه دوم $(I) -$ است و ماتریس (I)

همان نقشی را در ماتریسها دارد که عدد ۱ در جبر دارد پس

$$x = \sqrt{-(I)} = (i)$$

و از آنجا

$$F = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = (I)\cos\theta + (i)\sin\theta$$

به این ترتیب می‌توان در سیستم ماتریسها اعداد مختلط

را تعریف کرد و هر ماتریسی را که به صورت $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$

است به صورت عدد مختلط (عددموهوم مرکب) $(1)a + (i)b$ نمایش داد.

ماتریس به عنوان تعمیم مفهوم عدد. از آنجه که تا کنون در مورد ماتریسها گفته شد نتیجه می‌شود که ماتریس نیز نوعی عدد است و خواص مشابه با اعداد جبری دارد و عملیاتی که بر روی ماتریسها انجام می‌شود تباشید با عملیات معمولی جبر دارد و چون عمیقاً توجه شود در هر یک از عملیات ماتریسی ماتریس به عنوان تعمیمی از مفهوم عدد ظاهر می‌کند.

جمع و تفریق، ضرب و تقسیم، تجزیه و ریشه‌گیری، تعاریف و اصول در ماتریسها شباهت کامل به عملیات روی اعداد جبری منطق و اصم و موهوم و حقیقی، مختلط و ساده دارد از این‌رو است که ماتریسها به خودی خود مفهوم مستقلی را در ریاضیات کسب کرده و به صورت اعداد مافق مرکب در عملیات مختلف طبق قوانین و اصول خاص ریاضی وارد می‌شوند و ما نند مهرهای زیبا و ارزشمند بازیچه ریاضیدانها گشته‌ی و برای پیشرفت ریاضیات مورد استفاده قرار می‌گیرند.

به منظور آشنائی بیشتر با تعاریف و اصول مجدداً می‌پردازیم به خواص و تعاریف دیگر ماتریسها : ماتریس گردش پذیر : چنانچه گفتیم بطور کلی در ضرب ماتریسها نمی‌توان ماتریس گردش جای عوامل ضرب را عوض کرد یعنی $A \cdot B \neq B \cdot A$. است. اما اگر دو ماتریس A و B طوری باشند که رابطه $A \cdot B = B \cdot A$ باشد گویند که این دو ماتریس گردش پذیرند

(Permutable)

-۲- در جبر اعداد دیدیم شرط لازم و کافی برای اینکه حاصل ضرب چند عامل صفر باشد اینست که لااقل یکی از آنها صفر باشد ولی در جبر ماتریسی این شرط لازم نیست و اگر باشد کافیست .
مثال :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

حاصل ضرب دو ماتریس مخالف صفر برابر ماتریس صفر است .

-۳- اگر $ab = ac$ باشد می دانیم که باید $b = c$ باشد (به فرض $a \neq 0$) ولی در ماتریس اگر رابطه : $(A)(B) = (A)(C)$

باشد لازم نیست که $(B) = (C)$ باشد [به فرض $(0) \neq 0$] یک ماتریس را نمی توان به قوه رسانید مگر آنکه مربع شکل باشد در این صورت کلیه خواص مربع اعداد را دارا خواهد بود از جمله : $A^m \cdot A^n = A^{(m+n)}$ و n اعداد صحیح (اند) .

-۴- رابطه :

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

در جبر ماتریسی وقتی محقق است که اولا A و B هر دو مربع شکل بوده و ثانیا $AB = BA$ گردش پذیر باشد اگر A و B مربع شکل و هم رتبه باشند ولی گردش پذیر نباشند می توان نوشت .

$$(A+B)^2 = A^2 + BA + AB + B^2$$

-۵- ضرب و جمع ماتریسها جز در حالات خاص امکان ندارد ، جمع ماتریسها طبق تعریف وقتی ممکن دارد که تعداد سطر و ستون ماتریسها یا جمع شونده برابر باشند و ضرب ماتریسها وقتی امکان پذیر است که تعداد ستونهای عامل اول با تعداد سطرهای عامل دوم برابر باشد . (m و p) (n و m)

-۶- در جبر ماتریسی ، ماتریس معکوس همان تعریف عدد معکوس را در جبر مقدماتی دارد یعنی معکوس ماتریس A ماتریس A^{-1} است بطوری که $(A \cdot A^{-1}) = (A^{-1} \cdot A) = I$ باشد . ماتریس معکوس خواصی دارد که باید پس از تعریف و شرح دترمینان مورد بحث قرار گیرد .

$$A^t = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} B^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B^t \cdot A^t = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ 11 & 10 & 4 \end{pmatrix} = (A \cdot B)^t$$

قوای ماتریس : یک ماتریس مربع شکل (M) را می توان بار در خودش ضرب کرد و قوی n ام آنرا به (M^n) نمایش می دهند .

تمرین: اگر $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ باشد مطلوب است A^2 و A^3

خواص ماتریس واحد : ضرب یک ماتریس در ماتریس واحد برابر خود ماتریس است به شرط آنکه عمل ضرب امکان داشته باشد .

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(4 \cdot 3) = (3 \cdot 4) = (3 \cdot 2)$$

ضرب ماتریس واحد در یک ماتریس مربع شکل هم تبدیل برابر خود ماتریس است و جای عوامل ضرب را نیز می توان تغییر داد .

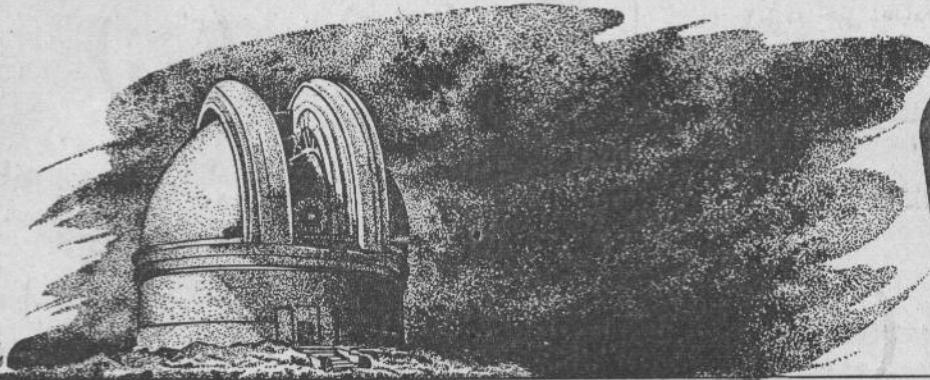
$$(1) \cdot (A) = (A) \cdot (1) = (A)$$

در حقیقت ماتریس واحد حکم عدد یک در جبر مقدماتی را دارد .

ماتریس صفر : ماتریسی که تمام اجزاء آن صفر باشد ماتریس صفر یا تهی نامیده می شود و حاصل ضرب آن در هر ماتریسی صفر است به شرط آنکه عمل ضرب امکان پذیر باشد .

فرق بین جبر ماتریسی و جبر معمولی -

-۱- در جبر اعداد هرگاه جای عوامل ضرب را عوض کنیم حاصل ضرب از نظر کمیت فرق نمی کند ولی در جبر ماتریسی جای عوامل ضرب اگر تغییر کند به شرط آنکه عمل ضرب امکان پذیر باشد حاصل ضرب فرق می کند (قانون جابجائی ضرب در ماتریس صادر نیست) .



نجوم

کیمی انسان‌گردانی

ترجمه فصلی از کتاب : «L' Astronomie moderne» تأثیریف :

مراحل مهم علم نجوم

۲- دوره جدید

شهرت وی تمام اروپا را فرا گرفته بود. ژرژسوم پادشاه انگلستان وجود یک چنین منجم شایسته مشهوری را در قلمرو حکومت خود مفتخر دانسته برای وی مقرری وضع کرد و وسایل ایجاد یک رصدخانه را در اختیارش قرار داد.

کشفیات هرشل زیاد است: بعد از اورانوس، دو قمر آن و همچنین دو قمر جدید از زحل را کشف کرده دوره حرکت انتقالی مربوط به آنها و حلقة این سیاره را معین کرد. اما مهمترین کشفیات وی مربوط به مطالعه ستارگان دوگانه است و در حقیقت شایسته است که هرشل را به عنوان مؤسس «نجوم شوابت» شناخت.

قبل از وی، تصور می‌کردند که همه ستارگان دوگانه درست به همان صورت هستند که دیده‌می‌شوند. هرشل از همه این ستارگان جدولی ترتیب داد و بعد از بیست و پنج سال مطالعه محقق ساخت که در اکثر حالات، ستارگان دوگانه از دو جسم تشکیل شده‌است که یکی به دور دیگری می‌چرخد. هرشل در ۱۷۸۳ با توجه به حرکت خاص بعضی از ستارگان به مهمترین کشف خود نائل آمد و معلوم ساخت که منظومه شمسی مجموعاً حرکتی انتقالی دارد و بدسوی نقطه‌ای واقع در مجاورت ستاره نسر واقع در حرکت است، هرشل این نقطه را (Apex) نامید.

مراحلهای از تاریخ علم نجوم که آن را دوره جدید نامیدیم با هرشل، پیازی، فرننهوفر و آرگو به پایان می‌رسد.

هرشل

ویلیام هرشل (۱۸۲۲ - ۱۷۳۸) در هانور به دنیا آمد. پدرش موسیقیدانی بود که ثروتی نداشت. در بیست و یک سالگی به انگلستان رفت. در آنجا، ابتدا به تمرین پیشه موسیقیدانی پرداخت بعد رهبری دستهٔ موزیک یک هنگ را به عهده گرفت؛ بالاخره به ارگ زنی اشتغال ورزید و هنگامی که بیست و هشت سال داشت به نجوم پرداخت. برای وی فرصتی پیش آمد که با یک تلسکوپ کوچک چند ستاره آسمان را ملاحظه کند و همین موضوع سبب شد که به مشاهده آسمان پردازد. ثروتی نداشت که بتواند وسایل نجومی لازم را تهیه کند پس تصمیم گرفت که این وسائل را شخصاً بسازد. او لین با یک تلسکوپ ساخت به فاصله کانونی ۱/۵۰ متر و بوسیله آن در ۱۷۷۴ به ارصاد ستارگان پرداخت. با تلسکوپ بزرگتری که همه وسایل آن را نیز خودش ساخته بود در ۱۷۸۱ توانست که سیاره اورانوس را کشف کند و بطور قابل ملاحظه‌ای حدود منظومه شمسی را وسیعتر جلوه دهد. قبلاً از راه اشتغال به موسیقی مختصر شهرتی بهم رسانیده بود اما فعلاً که به کارهای نجومی مشغول شده بود

به اندازه گیری ارتفاع کوههای ماهکرد و اعدادی که وی بدست آورده است با مقادیر واقعی ارتفاعات اختلاف بسیار جزئی دارد. هرشل به ستارگان دنباله دار نیز توجه کرد، با رصدهای مفصل و طولانی که از بهترین این ستاره‌ها در ۱۸۱۱ بعمل آورد در چگونگی آنها تحقیقات کامل انجام داد.

طیف خورشید نیز موضوع مطالعه هرشل واقع شد، با دریافت قسمتهای مختلف طیف خورشید از روی یک حرارت سنج حساس در ۱۸۰۵ اعلام کرد که ماکریم حرارت فقط در موارد اشعه قرمز که وسیله طیف قابل مشاهده است حاصل می‌شود، وی همچنین اشعه مادون قرمز را کشف کرد هرشل به نحو قابل ملاحظه‌ای در اصلاح و ترسیم وسائل نجومی کوشش کرد، تلسکوپهای بزرگ زیادی ساخت که از همه آنها مهمتر به طول ۱۲ متر و به قطر ۱/۵۷ متر بود که ساختن آن از سال ۱۷۸۵ تا سال ۱۷۸۹ طول کشید. با ساختن تلسکوپهای انعکاسی به طول ۲۱ متر توانست در شتنمایه‌ای برابر ۶۰۰۰ بدل است آورد.

دستیاران هرشل عبارت بودند از برادرش **الکساندر** که مکانیسین مشهوری بود و خواهرش **کارولین لوکرثیا** (۱۷۴۸ - ۱۷۵۰) که به خاطر شایستگی که در تنظیم و ترتیب رصدها و انجام محاسبات ابراز می‌داشت و به خاطر کشف هفت ستاره دنباله دار استحقاق آن دارد که یک منجم شناخته شود. این خواهر در ۱۸۲۲ به **هانور** برگشت و در آنجا در سن ۷۸ سالگی فهرستی از سحابهای که کشانها را که توسط برادرش کشف شده بود به چاپ رسانید.

از ولیام هرشل یک پسر باقی‌ماند به نام **سر جان هرشل** (۱۷۹۲-۱۸۷۱) که کارهای پدرش را مخصوصاً درباره ستارگان دوگانه دنبال کرد. تنها بین سالهای ۱۸۱۸ و ۱۸۳۲، سر جان هرشل و چند منجم دیگر امثال استرو و آرژلاندر تعداد ستارگان دنباله دار را به شش هزار رسانیدند.

ظهور حقیقتی برای یک محل موقعي است که خورشید حقیقتی از صفحه نصف‌النهار آن محل عبور می‌کند. ظهر متوسط - همانکه با ساعت اعلام می‌شود - موقعی است که خورشید متوسط از نصف‌النهار مکان می‌گذرد. معادله زمان اختلاف بین ظهر خورشید حقیقی و ظهر خورشید متوسط را بیان می‌کند. معادله زمان در طول یک سال حداقل تا نیم ساعت تغییر می‌کند. گاهی مثبت است و گاهی منفی. یعنی ظهر خورشید حقیقی نسبت به ظهر خورشید متوسط گاهی مقدم است و گاهی مؤخر.

هرشل به اندازه گیری عمق آسمان مبادرت ورزید. برای این کار، دی معلوم کرد که در امتدادهای مختلف کره آسمانی، در مقابل افزودن به قدرت دید، به تراکم اجسام سماوی قابل رؤیت چه مقدار افزوده می‌شود. در نظر او، ستارگان و مجمره (راه شیری) حجم محدودی را به شکل یک عدسی محدب با دو یا سه زائده غیرمنظم تشکیل می‌دادند. از راه اندازه گیری که انجام داد، که از بعضی لحظات یک نوع بررسی آماری بود، تعداد ستارگانی که این حجم را تشکیل می‌دهند حدود ۵۵ میلیون عدد برآورد کرد. وی که حدود جهان را دریافته بود آنرا همچون جزیره‌ای تصور کرد و «جهان - جزیره» نام نهاد اما اینطور دریافت که اقیانوس نامحدود فضا به انحصار دیگری آن را احاطه کرده است.

هرشل به تنهایی دو هزار و پانصد کهکشان یا توده‌های ستارگان را کشف کرد و در اولین جدول خود، مورخ ۱۷۸۶، ثبت کرد در صورتی که در جدول همسایه فرانسوی (۱۸۱۷ - ۱۷۳۰) مورخ ۱۷۸۴ تعداد کهکشانها فقط ۱۰۳ عدد یادداشت شده بود.

هرشل کهکشانها را به دو دسته تقسیم کرد:

برحسب اینکه زیر تلسکوپهای قوی به صورت ستارگان متمایز دیده شوند یا دیده نشوند آنها را «کهکشانهای تبدیل شده» و «کهکشانهای تبدیل نشده» نام نهاد، اما وی فکر می‌کرد که کهکشانهای تبدیل نشده هم با وسائل فوق العاده‌ای به ستارگان تجزیه خواهند شد. وی همچنین کهکشانهای را که به شکل دوک دیده می‌شدند کهکشانهای سیاره‌ای نامید.

در همین بررسیها است که وی اظهارداشت خورشید هم خود ستاره‌ای است از کهکشان راه شیری و هم اوست که اظهارداشت «همان قانونی که دستگاه سیارات ما را اداره می‌کند بزر همه دستگاههای ستارگان و بر همه کیهان حکومت می‌کند». هرشل اولین کسی است که اعلام کرد که ماه بدون جو است. وی با بکار بردن روش **هوئیوس** ابتدا از سال ۱۷۸۵ شروع

پاسخ به یک پرسش معادله زمان

حرکت ظاهری خورشید بردايرۀ البروج (مسیر ظاهری خورشید روی کره سماوی) یکنواخت نیست. خورشید متوسط خورشیدی فرض می‌شود که بردايرۀ استوای سماوی حرکت یکنواخت داشته با خورشید حقیقی با هم از نقطه لحرکت کرده و با هم باین نقطه بر سند (لزیا نقطه اعتدال ریبیعی نقطه‌ای است که خورشید در عبور از نیمکره جنوبی به نیمکره سماوی دایرۀ استوای سماوی را قطع می‌کند).

مسائل حل نشده ریاضی

تألیف:

C. STANLEY OGILVY

ترجمه: ع. م.

بخش سوم - مسائل هر بوط به بازیها

اگر صفحه شطرنج شامل ۶۳ خانه بود قرار دادن مهره‌ها به شرط بالا چندان اشکالی نداشت. اما در مورد ۶۴ خانه شطرنج هنوز نتوانسته‌اند راه حلی بدست آورند.

و فعلاً یک پارادوکس مطرح می‌شود. مدیر مدرسه‌ای به شاگردان اطلاع می‌دهد که بعد از ظهر یکی از روزهای از شنبه تا پنجشنبه هفت‌تایی آینده، یک امتحان از آنها بعمل خواهد آمد. این امتحان کاملاً غیرمتربقه خواهد بود؛ چنان‌چهه صبح روزی که قرار است بعد از ظهر آن امتحان انجام گیرد. یکی از محصلین برای مدیر شرح دهد که آن روز بعد از ظهر امتحان بعمل خواهد آمد و دلیلش راهم بگوید از انجام امتحان انصاف حاصل خواهد شد.

در تعطیل روز جمعه، محصلین نتیجه عجیبی بدست آوردند و صبح شنبه اول وقت نماینده خود را نزد مدیر فرستادند.

این گفتگویی است که بین مدیر و نماینده محصلین انجام گرفته است:

نماینده - آقای مدیر، اجازه می‌خواهم که یک موضوع را به اطلاع‌تان برسانم. شما اصلاً امتحان را بعمل نخواهید آورد. مدیر - چرا؟

نماینده - اگر در نظر بگیریم که هفت‌تایی آینده تا آخر روز چهارشنبه سپری شود و شما امتحان را بعمل نیاورید در این صورت فقط یک روز پنجشنبه باقی مانده است و صبح پنجشنبه یکی از محصلین به شما اطلاع خواهد داد که امتحان در آن روز انجام خواهد گرفت. زیرا غیر از آن روزی از هفته باقی نمانده است و شما هم بنابر قولی که داده‌اید مجبور هستید که در آن روز امتحان نکنید.

مدیر - بسیار خوب، پنجشنبه را کنار می‌گذاریم، امتحان در روزی غیر از پنجشنبه انجام خواهد گرفت.

نماینده - روز چهارشنبه را هم باید کنار بگذارید. زیرا اگر

بعضی بازیها بر اساس ریاضیات وضع شده‌اند و مسائل بسیار جالبی مر بوط بآنها طرح می‌شود.

این بخش به بعضی از این مسائل اختصاص داده می‌شود و به عنوان «نظریه بازیها» خاتمه می‌پذیرد.

مسئله پیچیده‌ای مر بوط به بازی بریج توسط استانیسلاس - م. اولام طرح شده است که ما نتنهای مسائل طرح اولام مشکلات زیادی را به دنبال دارد.

می‌توانیم یک پارتی از بازی بریج را در نظر بگیریم که به شرح زیر پیشنهاد می‌شود.

۱) یکی از دسته‌ها می‌تواند در مقابل هر دفاع و با هر رنگ شلم کند به شیوه آنکه آتو بازی کنند. با این

وصف که ۲) در برابر یک دفاع خوب، مگر ۵ سان آتو نمی‌توان بدست آورد.

اولام فکر می‌کند که می‌تواند همیشه حداقل ۵ سان آن‌دواشته باشد و سوال زیر مطرح می‌شود: آیا همیشه می‌توان حداقل ۶ سان آتو داشت؟ اولام یک جواب از نوع (۱) را تصور کرده است که در آن نمی‌توان ۷ سان آتو داشت.

راجح بشرط نج مسئله‌ای از طرف هارتمین گاردنر مطرح شده است که هنوز جوابی برای آن بدست نیامده است: از بین ۱۶ مهره سیاه: ۸ پیاده را کنار می‌گذاریم، بقیه را روی صفحه شطرنج چنان باید پیش کنیم که هر خانه، خالی یا اشغال شده، فقط زیر سلطه یک سوار قرار داشته باشد. البته دو قیل همانطور که در بازی معمولی متداول است، در خانه‌های به رنگ‌های متفاوت واقع شده باشد.

نماينده محصلين شادی کنان نزد آنان آمده موضوع را به ايشان اطلاع داد.

هر چند که مدیر مدرسه قبول کرد که نمی تواند در هفته معین امتحانی غیر مترقبه از محصلین بعمل آورد و با وجود آينکه استدلال بالا کاملا منطقی بنظر می رسدا ماما عمالا چه چيزی مدیر را از انجام امتحان در يك روز هفت، مثلا روز یکشنبه، باز خواهد داشت؟ و يك محصل از کجا بفهمد که امتحان عصر روز یکشنبه انجام خواهد گرفت؟

تناقضی وجود دارد که تا کنون درباره آن کاغذ ها سیاه شده است اما هنوز پاسخ قانون کننده ای برای آن بدست نیامده است.

تاروز سه شنبه امتحان انجام نگرفت چون پنجشنبه را هم کنار گذاشتند این بنا بر اين مسلم می شود که امتحان در روز چهارشنبه انجام می گيرد و يكی از محصلين صبح چهارشنبه اين موضوع را به شما اطلاع می دهد و شما هم از انجام امتحان صرف نظر می کنيد.

مدیر - درست می گوئم. روز چهارشنبه را هم باید کنار بگذاريم.

دراييجامديريكمي مكث كرده بعد خطاب به نماينده محصلين اظهار داشت که: شما به همین ترتيب به استدلال خود ادامه می دهيد و نتيجه می گيريد که در هیچ يك از روزهای هفته امتحان انجام نخواهد گرفت. استدلال شما کاملاً صحيح است و ما نخواهیم توانيست امتحانی بعمل آوریم که کاملاً غیر مترقبه باشد.

ب) آنكه عصیانی شوید این مسئله را حل کنید.

در مغازه ای سه زن به نامهای: مینو، مینا و میترا کارمی گفند. يكی از آنها متصدی مغازه، دیگری فروشنده و سومی صندوقدار است.

صندوقدار که یگانه فرزند و الدین خود می باشد حقوقی کمتر از همکاران خود می گيرد. میترا که همسر برادر مینو است به خاطر دانستن زبان خارجی بیشتر از متصدی مغازه حقوق می گيرد. شغل هر يك از تأمیرون گان در بالا را تعیین گفند.

ترجمه: مصطفی گودرزی طائفه

پاسخ مسئله زیر همین هنر آنمندرج در یگان شماره پیش:

اگر در نظر بگیریم که بنا بر وصیت شخص، سهم پسر دو برابر سهم مادر و سهم دختر نصف سهم مادر است نتیجه می گیریم که بایداریه شخص را بین پسر و دختر و مادر آنها به ترتیب به نسبتهاي ۴ و ۱ و ۲ تقسیم کنیم. در این صورت سهم مادر $\frac{2}{7}$ تمام ارثیه می شود و این کمتر از حداقل است ($\frac{1}{3}$ ارثیه) که شخص متوفی برای زوجه خود در نظر گرفته بود. چنانچه این حداقل را قبول داشته باشیم باید $\frac{1}{3}$ ارثیه را برای مادر در نظر بگیریم و بقیه را به نسبت ۱ و ۴ بین دختر و پسر تقسیم کنیم. که در این صورت سهم دختر و پسر و مادر به ترتیب به اعداد ۲ و ۸ و ۵ خواهد بود.

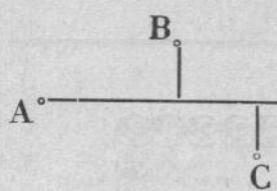
چگونه مسئله‌ای را حل کنیم؟

ترجمه: ه. شریف‌زاده

تألیف: G.POLY

در جستجوی عنصری مفید از معلومات مسئله

و مجهول را در شکل نشان می‌دهیم که آن شکل معرف روابط مورد نیاز باشد (شکل ۲). این شکل که از تعریف فاصله



شکل ۲

یک نقطه از یک خط راست به ما تلقین شده است، زوایای قائم‌های را نشان می‌دهد که نتیجه‌این تعریف است.

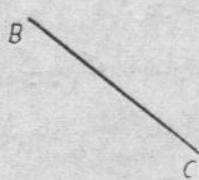
اما شکلی که این چنین ساخته شده است هنوز «خیلی خالی» است.

خط مجهول گرچه بـ معلومات A و B و C ارتباط دارد، این ارتباط کافی نیست. این شکل به یک عدد خطوط کمکی، یا بهیک چیزهای دیگر، احتیاج دارد - اما چه خطوطی؟ چه چیزهایی؟ یک داش آموز بسیار خوب نیز ممکن است در اینجا با انجراف از استدلال متوجه شود. روش‌های مختلف وجود دارد که می‌توان در این مرحله داش آموز را راهنمائی کرد. اما بهترین روش «سر و سامان دادن» به حل مسئله در سؤال زیر نهفته است. با طرح این سؤال داش آموز خود بخود راهنمائی خواهد شد.

آیا هی توانید چیز مفیدی از معلومات مسئله بذست آورید.

در حقیقت، معلومات کـدامند سه نقطه که در شکل ۱ نشان داده شده است و فقط همین. ما هنوز بطور کامل از نقاط B و C استفاده نکرده‌ایم. ما بایستی چیز مفیدی از آنها بذست آوریم. اما فقط با این دو نقطه چه کاری می‌توان کرد آنها را با یک خط راست بهم وصل می‌کنیم. بنا بر این شکل ۳ را رسم می‌کنیم.

اگر شکل‌های ۲ و ۳ را با هم در نظر بگیریم حل مسئله واضح می‌شود. دو مثلث قائم الزاویه متشابه و یک نقطه تلاقی فوق العاده مهم بنظر می‌رسد.



شکل ۳

آیا می‌توانید چیز مفیدی از معلومات مسئله بذست آورید؟ ما با یک مسئله حل نشده، بایک سؤال، سروکارداریم. باید رابطه بین معلومات و مجهول را پیدا کنیم. می‌توان مسئله را بعنوان پر تگاهی تصور کرد که یک طرف آن معلومات و طرف دیگر آن مجهول است. برای عبور از این پر تگاه بایستی بر روی آن یک پل بنا نمود. تفاوتی نمی‌کند که ساختن پل را از کدام طرف شروع کنیم: از طرف معلومات یا از طرف مجهول.

خوب به مجهول نگاه کنید! و سعی کنید که به مسئله‌ای فکر کنید که با آن آشنا بیاید و آن مسئله دارای یک مجهول یا مجهولی مشابه است. از این عبارت چنین بر می‌آید که باید ساختن پل را از طرف مجهول شروع کرد.

خوب به معلومات نگاه کنید! آیا هی توانید چیز مفیدی از آنها بذست آورید؟ از این عبارت چنین بر می‌آید که، برخلاف عبارت قبلی، باید ساختن پل را از طرف معلومات شروع کرد.

عموماً بهتر است که استدلال را از مجهول شروع کرد. با وجود این اگر از معلومات نیز شروع کنیم شанс موفقیت وجود دارد. البته بایستی در این مورد آزمایش کرد. و ما اکنون این حالت را به کمک یک مثال شرح خواهیم داد.

مثال - سه نقطه A و B و C مفروض است. خطی رسم کنید که از A بگذرد و فواصل آن از B و C به یک اندازه باشد.

B. معلومات کـدامند؟ سـ

A° نقطه A و B و C که وضع آنها را می‌دانیم. شکلی رسم می‌کنیم که این معلومات را نشان دهد. (شکل ۱)

شکل ۱

مجهول کـدام است؟

یک خط.

شرط کـدام است؟ خط مطلوب از A بگذرد، و از بین B و C بگذرد، و از این دو نقطه به یک فاصله باشد معلومات

راهنمای حل

مسائل مقدماتی هندسه

Résolution des Problèmes élémentaires de géométrie

تألیف: E. J. Honnet - ترجمه: ع. م. چاپ هفتم. باریس: ۱۹۶۳.

فصل سوم. چکونه ثابت کنیم که دو خط بر یکدیگر عموداند

یک مثلث است، یک چهارضلعی، مربع مستطیل، لوزی و یا مربع است، یک خط بر یک دایره مماس است و غیره.

این مسئله مقدماتی در اثبات بسیاری از احکام بکارمی آید از جمله اینکه: یک مثلث قائم الزاویه است، خطی ارتفاع

روش یکم. استفاده از خواص مثلث متساوی الساقین

مشترک این دو مثلث واقع است خطوط CM و BM میانه نظر و تر مثلثهای مزبور بوده هر یکی با نصف وتر برابر هستند.

$$BM = CM = \frac{AO}{2}$$

مثلث BMC متساوی الساقین بوده و در نتیجه MN که میانه قاعده این مثلث است بر قاعده BC عمود می باشد. تبصره. روش دیگری برای اثبات اینکه خطی بر خط دیگر عمود است و بعداً از آن صحبت خواهد شد از این قرار می باشد: خطی که مرکز دایره را به وسط یک وتر از آن وصل کند بر آن وتر عمود می باشد. در مسئله بالا هم چهارضلعی $ABOC$ محاطی است که M مرکز دایره محیطی آن بوده و BC وتری از این دایره می باشد.

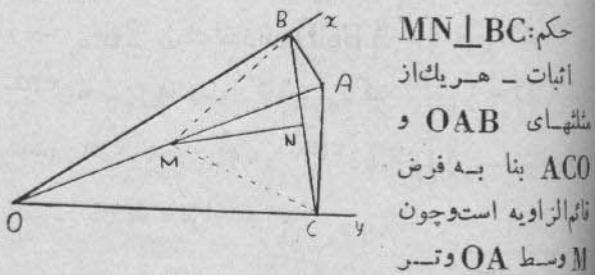
تمرینات

۱۲۲ - دایره به مرکز O و وتر CD از آن مفروض است. از یک نقطه P از دایره وترهای PC و PD را رسم می کیم. CP را به طول PM برابر با PD امتداد می دهیم. اگر A وسط کمان CPD باشد ثابت کنید که PA بر MD عمود است.

خاصیتی از مثلث متساوی الساقین که مورد نظر می باشد ازین قرار است: در مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه رأس نسبت به قاعده هم میانه است و هم ارتفاع

مسئله ۳۹ - زاویه x و یک نقطه A واقع در داخل آن مفروض است. عمودهای AB و AC را به ترتیب بر Ox و Oy رسم می کنیم ثابت کنید خطی که وسط OA را به وسط BC وصل می کند بر BC عمود است.

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp Ox \\ AC \perp Oy \\ OM = MA \\ BN = NC \end{array} \right\} \text{فرض:}$$



۱۲۴- از نقطه A واقع در صفحه دایره O مماسهای AO و AN و AM بر دایره رسم شده است. ثابت کنید که بر وتر MN عمود می‌باشد.

۱۲۵- ربع دایره AOB مفروض است. از نقاط A و B دو وتر متساوی AM و BN را رسم می‌کنیم که یکدیگر را در C قطع می‌کنند. ثابت کنید که OC بر AB عمود است.

۰ در MB بر دایره O و دو مماس MC و MA بر دایره O رسم شده است بنا بر این:

$$MC = MA \quad \text{و} \quad MB = MA$$

$$MA = MB = MC$$

یعنی در مثلث BAC میانه AM با نصف ضلع BC برابر بوده و این مثلث در زاویه A قائم است یعنی BA بر CA عمود است.

تمرینات

۱۲۶- در دایره O یک ذوزنقه چنان محاط می‌کنیم که قاعده‌هایش در دو طرف مرکز واقع بوده و یکی از آنها کمان ویث‌سوم و دیگری کمان یک ششم محيط را دربرداشته باشد. ثابت کنید که قطرهای این ذوزنقه بر یکدیگر عمود اند.

۱۲۷- بر ضلعهای مربع ABCD نقطه‌های N، M، P، Q را چنان انتخاب می‌کنیم که داشته باشیم: $AM = BN = CP = DQ$

ثابت کنید که چهار ضلعی MNPQ مربع است.

۱۲۸- در دایره O دو وتر AB و BC را چنان رسم می‌کنیم که AB با ضلع سه ضلعی منتظم محاطی و BC با ضلع شش ضلعی منتظم محاطی برابر باشد و A و C را به یک نقطه M از کمان AC وصل می‌کنیم. ثابت کنید کوثرهای CM و AM بر یکدیگر عمودند.

۱۲۹- نقطه O را بر خط xy و نقطه M را خارج آن در نظر می‌گیریم. اگر 'M قرینه M نسبت به خط xy و M' قرینه M نسبت به نقطه O باشد ثابت کنید که M'M' بر MM عمود است.

۱۳۰- در یک ذوزنقه ABCD طول قاعده کوچکتر AB = ۴۰ cm، طول قاعده بزرگتر CD = ۸۰ cm ساقهای BC = ۵۰ cm و AD = ۳۰ cm است ثابت کنید که این ذوزنقه قائم است.

۱۲۳- بر دایره مفروض O سه نقطه A و B و C را چنان انتخاب می‌کنیم که کمان AB با کمان BC برای باشد. از نقاط B و C عمودهای BM و CN را به قریب بر قطرهای AO و BO رسم می‌کنیم ثابت کنید که MN بر نیمساز زاویه AOB عمود می‌باشد.

روش دوم - استفاده از خواص مثلث قائم الزاویه

برای اینکه ثابت کنیم دو خط بر یکدیگر عموداند می‌توانیم ثابت کنیم که دو ضلع یک مثلث قائم الزاویه می‌باشند و برای اینکه ثابت کنیم یک مثلث قائم الزاویه است می‌توانیم وجود یکی از شرایط زیر را محقق کنیم:

۱) مثلث در یک نیم‌دایره محاط است.

۲) دو زاویه از زاویه‌های مثلث متمم یکدیگرند.

۳) میانه نظیر یک ضلع مثلث با نصف این ضلع برابر است.

۴) بین طولهای اضلاع رابطهٔ فیثاغورس برقرار است.

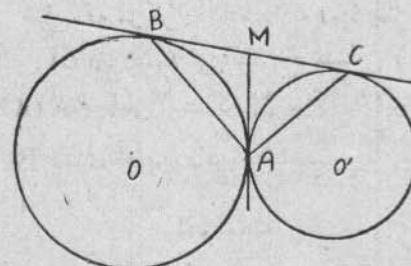
مسئله ۳۵- دو دایره O و O' در A مماس خارج

هستند. مماس مشترک خارجی آنها را رسم می‌کنیم که در B بر AC و در C بر O' مماس می‌باشد. ثابت کنید که خط BA بر خط

عمود است.

فرض $\left\{ \begin{array}{l} O \text{ در } A \text{ مماس خارج اند} \\ BC \text{ بر } O \text{ و بر } O' \text{ مماس است.} \end{array} \right.$

حکم: $BA \perp AC$



اثبات - مماس مشترک داخلی دو دایره را رسم می‌کنیم که BC را در M قطع می‌کند. از نقطه M دو مماس MA

روش سوم - استفاده از خواص نیمساز های دو زاویه مکمل

ثابت کنید که مثلث 'OBO' قائم الزاویه است.

۱۳۲- دو دایره متاخرج O بر O' مفروض است.

مماسهای مشترک داخلی و یک مماس مشترک خارجی آنها را در می کنیم که آن دو را در M و N قطع می کند. ثابت کنید که OM بر O'M و ON بر O'N عمود است.

۱۳۳- خطی دو خط موازی را قطع می کند. ثابت کنید

نیمسازهای دوزاویه متقابل داخلی بر یکدیگر عموداند.

۱۳۴- ثابت کنید که نیمسازهای دو زاویه مجاور به ساق دوزنقه بر یکدیگر عموداند.

۱۳۵- ثابت کنید که نیمسازهای زاویه های یک

متوازی الاضلاع، یک مربع مستطیل تشکیل می دهند.

وقتی که متوازی الاضلاع، مستطیل باشد شکل حاصل چه خواهد بود؟

۱۳۶- نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه های B و C

از مثلث ABC را در می کنیم، نیمسازهای داخلی در I و نیمسازهای خارجی در I' متقاطع می شوند. ثابت کنید که چهار نقطه I، B، C، I' بر یک دایره واقع آند و مرکز این دایره را تعیین کنید.

۱۳۷- نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه A از مثلث

ABC را در می کنیم که ضلع BC را در نقطه های M و N قطع می کند. ثابت کنید مثلث MAN قائم الزاویه است.

اگر ثابت کنیم که دو خط، نیمسازهای دوزاویه مجانب می باشند. نتیجه خواهیم گرفت که این دو خط بر یکدیگر عمودی باشند.

مسئله ۳۱- در طرفین قطر AB از نیمدایره O مماسهای Ax و By را بر نیمدایره رسم می کنیم مماسهای دیگری که در نقطه C بر نیمدایره مماس است MAx را در MON قطع می کند. ثابت کنید که مثلث

قائم الزاویه است.

$\left. \begin{array}{l} AB \\ \text{فرض} \end{array} \right\}$ قطر نیمدایره است.

$\left. \begin{array}{l} MN \\ \text{بر نیمدایره مماس} \end{array} \right\}$ هستند.

حکم $OM \perp ON$

اثبات - دوزاویه

COB و AOC

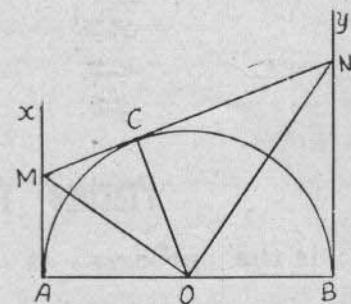
مجانب هستند. خط

AOC نیمساز زاویه

NO و خط COB نیمساز

زاویه COB است.

(مسئله ۱۹) بنا بر این



ON و OM بر یکدیگر عمود هستند،

تمربیتات

۱۳۸- دو دایره O و O' در A مماس خارج هستند.

مماس داخلی آنها مماس خارجی را در B قطع می کند.

بعضی مقادیر مربوط به $((\pi))$

$$\pi = 3,14159 \quad 26535 \quad 89792 \quad 22846 \quad 26423 \quad 83279$$

$$1 : \pi = 0,31830 \quad 98861 \quad 83790 \quad 67153 \quad 77675 \quad 26745$$

$$\sqrt{\pi} = 1,77245 \quad 38509 \quad 05516 \quad 02729 \quad 81674 \quad 82334$$

$$1 : \sqrt{\pi} = 0,56418 \quad 95835 \quad 47756 \quad 28694 \quad 80794 \quad 51560$$

$$\log \pi = 0,49714 \quad 98729 \quad 94123 \quad 85425 \quad 12682 \quad 88290$$

اصطلاحات فیزیکی و معادل انگلیسی آنها

تنظیم از : مهندس ایرج ارشاقی

CHANGE OF STATE ۴.. تغییر حالت

Fusion	ذوب	Adsorbtion	جذب
Vaporization	تبخیر	Medium	محیط
Condensation	میعان	Vacuum	خلاء
Sublimation	تصعید	Pressure	فشار
Distillation	تفصیر		

Practice Your Reading

Fusion is the process of changing from the solid state to the liquid state .

Evaporation requires heat . This heat is taken from the surrounding medium .

The boiling point of a liquid may be defined as the temperature at which the pressure of its vapor equals the atmospheric pressure .

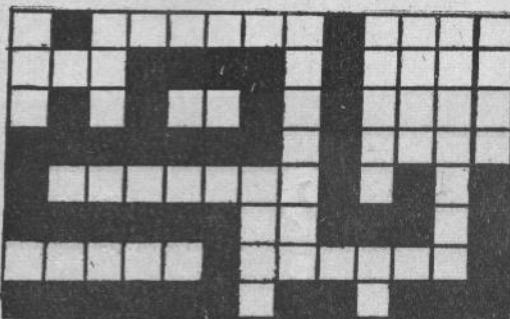
GASES ۵.. گازها

Vacuum	خلاء	Compressed air	هوای فشرده
Compressibility	قابلیت تراکم		درجة حرارت مطلق
Expansibility	انبساط	Absolute Temperature	
Standard Conditions	شرائط متعارفی	Charles' Law	قانون گیلوساک
Boyle's Law	قانون بول	Coefficient of Expansion	ضریب انبساط

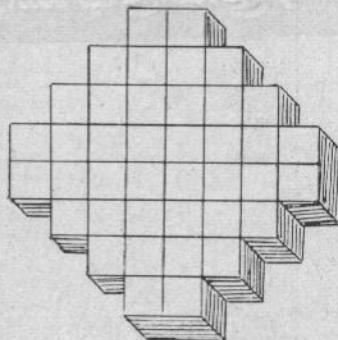
Problems

The density of air at 0°C . is 0.00128 g. per cc. what is the density of air at 25°C .? The pressure remains constant .

What will be the decrease in volume of 25 liters of oxygen measured at -27°C ., if the temperature is lowered to -23°C .?



جدولی



جدولی از اعداد

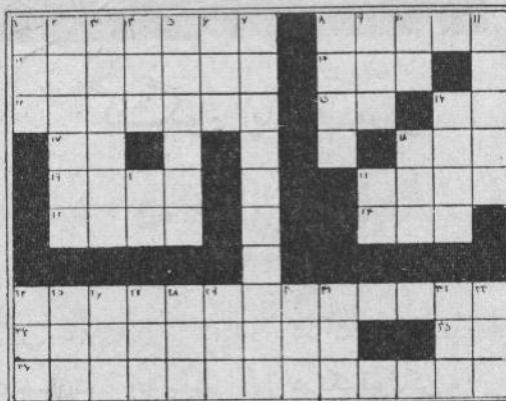
طرح : سید اسماعیل ذریت خواه
ششم ریاضی دبیرستان مرآت

خانه های جدول بالا را منحصر با بکاربردن سه عدد ۱ و ۲ و ۳ چنان پر کنید که مجموع اعداد واقع در چهار رده افقی فوقانی یا چهار دوره افقی تھاتی تصاعد هندسی تشکیل دهند.

پاسخ : «کمالهای تاریخ»:
چنین جمله ای درست نمی شود.

پاسخ «تمکیل جدول»:

+	X	+	-	X	-
X	+	-	X	-	X
-	=	+	X	-	-
=	-	X	+	X	=
-	X	-	=	+X	+
X	+	-	-	-	X



جدول اعداد

طرح : محمد شریف عرب اسماعیلی
ششم ریاضی دبیرستان صفائی سمنان

افقی : - از متهم حسابی خود ۴۱۸۳۷۶ واحد بیشتر است.

- کوچکترین عدد پنج رقمی که با قیامدۀ تقسیم شدرا عدد ۸ و

۱۵ و ۳۲ و ۶۴ به ترتیب ۷ و ۱۴ و ۴۵ گردد. - عددی که

ازهۀ رقم سمت چپ آن تشکیل می شود حاصل ضرب دو عدد متولی با مجموع ۴۷ است و چون عددی را که از جهار رقم سمت راست آن تشکیل شده مقلوب کنیم کوچکترین عدد اول سه رقمی بدست می آید. ۱۳ - هم خودش وهم مقلوبش به ۹۰ قابل قسمت است. ۱۴ - ارقام زوج که از صفر شروع شده به ترتیب دوری و متولی نوشته شوند. ۱۵ - تکراریک رقم. ۱۶ - اگر با رقم یکانش جمع شود ده برابر همین رقم بدست می آید. ۱۷ - هم خودش وهم هتم حسابیش می چندور کامل هستند. ۱۸ - عددی است متقارن و دارای ریشه سوم صحیح ۱۹۰ - برابر ۱۱۰ و برابر ۲۹۳ قابل قسمت است. ۲۱ - سال تأسیس مجله یکان. ۲۲ - بهریک از اعداد ۵۱ و ۶۹ قابل قسمت است و در تجزیۀ آن فقط سه عامل اول (غیر از یک) وجود دارد. ۲۳ - اگر باتوانی چهارم جمع شده و حاصل در ۱۱۰ ضرب شود عدد ۱۲۴ افقی بدست آید. ۲۴ - توانی از عدد ۱۶ شماره های تلفن و صندوق پستی مجله یکان دنبال هم واقع شده اند. ۳۵ - ضرب زوجی از ۳۶۰۷۲ - توانی از ۷.

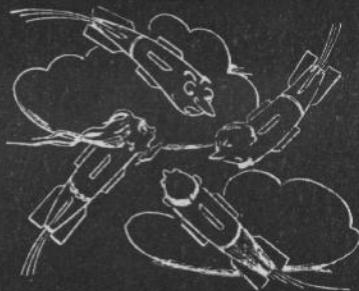
قائم : ۱ - مضربی از ۵۰ و از ۱۱۰ - ۲ - ارقام مراتب زوجی برابرند و ارقام مراتب فردی تصاعد حسابی می سازند. ۳ - پنج رقم اولش همان پنج رقم اول عدد ۱۴ افقی است و رقم یکان نه برابر رقم یکان عدد ۲ قائم است. ۴ - خارج قسمت آن بر ۲۲۹ مکعب کامل است. ۵ - در مبنای ۳۵ به فرم $2xy^0$ نوشته می شود. ۶ - مجموع ارقام عددی است یک رقمی که نصف مقلوب عدد می باشد. ۷ - رقم بزرگترین مرتبه اش ۸ است و خود عدد به همان ترتیب عدد ۱۴ افقی نوشته شده است. ۸ - کوچکترین عدد چهار رقمی توان دو. ۹ - شش برابر جذر عدد ۸ قائم ۱۵۰ بره عددی قابل قسمت است. ۱۱ - مجموع حسابیش عدد چهار رقمی تشکیل می دهد که به نام بدو معروف است. ۱۶ - تکرار یک رقم. ۱۸ - ثلت آن هر عدد سه رقمی با رقامهای مشابه را می شمرد. ۲۰ - نوزده برابر رقم یکانش. ۲۱ - ثلت عدد ۳۵ افقی. ۲۴ - با سه رقم متولی نوشته شده است. ۲۵ - رقم یکان آن با مجموع دور قدمیکردن ابراست. ۲۶ - اگر ممیزداشته باشد در محاسبات عددی محیط و مساحت دایره بکار می رود. ۲۷ - مضربی از بزرگترین عامل اول عدد ۴ افقی. ۲۸ - یک واحد بیشتر از عدد ۲۶ قائم. ۲۹ - عدد ۷۳ بزرگترین عددی است که چون با آن جمع شود حاصل سه رقمی گردد. ۳۰ - تعداد ایام سال ۳۱ - مقلوبش جذر عدد ۸ قائم است. ۳۲ - جذرش مقلوب جذر مقلوبش است. ۳۳ - رقم سه گان آن حاصل ضرب دور قدمیکردن آن می باشد.

۱	۵	۷	۱	۳	۲	۵
۲	۲	۲	۱	۷	۹	۹
۹	۱	۱	۴	۸	۷	۴
۱	۹	۶	۱	۱	۱	۱
۵	۳	۶	۸	۱	۱	۸
۲	۵	۱	۳	۰	۸	۵
۱	۶	۹	۰	۲	۱	۸

جدول شماره پیش



داستانهای تفنتی ریاضی



نویسنده‌گان : ژ. گامو
م. استرن

ترجمه : از فرانسه

گفتگوی پدر و پسر

۵- جشن تولد

شد که با تو چنین شرطی بینند، حتی باشرط یک هریک، بدون درنگ قبول کن.

سامی اظهار داشت که از این موضوع چیزی سر در نمی‌آورد و پسر چنین توضیح داد:

— این مسئله مثالی است از آنچه «قانون احتمالات مرکب» نامیده می‌شود. در این حالت برای اینکه با دو روز تولد مطابق هم مواجه نشوی باید از هریک از اشخاص تا آخرین نفر، روز تولدشان را سؤال کنی، می‌توانی کار را تا آنجا ادامه دهی که جواب موافق نشنوی (یعنی روز تولدی گفته شود که قبل از گفته شده است). احتمال اینکه از هر نفر جواب موافق نشنوی برابر است با حاصل ضرب احتمالات مربوط به نفرات قبل، و در نتیجه احتمال اینکه یک نفر جواب موافق بدهد برابر می‌شود با تفاضل یک بر احتمالی که نشان می‌دهد آن شخص جواب موافق ندهد.

به عبارت واضحتر، احتمال اینکه روز تولد دوین نفر همان روز تولد نفر اول نباشد، برابر است با نسبت $\frac{364}{365} \times \frac{363}{365}$. برای نظر سوم، احتمال اینکه روز تولدش با روز تولد هیچ یک از دونفر اول و دوم مطابق نباشد برابر می‌شود با نسبت $\frac{363}{365} \times \frac{364}{365}$. پس احتمال اینکه بین سه نفر، روز تولد دونفرشان مطابق هم نباشد برابر می‌شود با:

$$\frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365}$$

و نتیجه می‌شود احتمال اینکه روز تولد دونفر از سه نفر مطابق

یکان شماره ۳۳

درباره مسئله قبل سامي به پرسش گفت:

— راستش را بخواهی درست نفهمیدم چه شد. اما بسیار جالب بود، امروز عصر که به کلوب می‌روم آنرا آزمایش خواهم کرد. از این نوع بازیها نوع دیگری نمی‌دانی که به من یاد دهی؟

پسر گفت:

— یک مسئله بسیار جالب می‌دانم. اما قبل بگو ببینم که امروز عصر در کلوب چند نفر هستید؟

— حدود سی نفر.

— خوب است. درست همان عددی است که در مسئله جشن تولد مورد پیدا می‌کند. تومی توانی از هریک از اعضا کلوب روز تولدشان را پیرسی، برای اینکه روز تولد دو نفر از آنها مطابق باشد، حاضری که چه مبلغ شرط بیندی روز از کدام مقصود از روز تولد آن است که هر نفر در چندین روز از کدام ماه سال بدنی آمده است. به سال تولد آنها کاری نداریم.

سامی در پاسخ پسر چنین گفت:

— من حاضر هستم دوازده بر یک شرط بندی کنم که از بین سی نفر هیچ دونفری روز تولدشان مطابق نباشد، اما چون تاکنون پیش‌بینی‌های من با حساسه‌ای تو غلط از کار درآمده است فقط پنج بر یک شرط بندی می‌کنم.

پسر پاسخ داد:

— خیلی خوبست، من این شرط بندی تو را بدون هیچ تأملی قبول می‌کنم و به تو هم نصیحت می‌کنم که در کلوب خودتان موضوع این شرط بندی را مطرح کنی، اگر کسی حاضر

باشد برابر است با :

$$1 - \frac{364}{365} \times \frac{363}{365}$$

اگر عدد اشخاص سی نفر باشد در این صورت احتمال اینکه روز تولد دونفر از آنها مطابق باشد برابر خواهد بود با :

$$1 - \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \dots \times \frac{336}{365}$$

بسادگی می‌توان حاصل عبارت بالا را حساب کرد، تقریباً برابر با 0.7 بدست می‌آید. و این نسبت می‌رساند که شانس

اینکه تطابق دوروز تولد وجود داشته باشد به نسبت دو برابر یک است.

سامی که کاملاً دوچار حیرت شده بود در اینجا از پسرش پرسید این شرط بندی را حداقل درباره چند نفر می‌توان بکار برد؟ پسر پاسخ داد : تا حداقل 24 نفر می‌توان یک بربیک شرط بندی کرد. موضوع جالب آنست که هر چه عدد نفرات از 24 نفر تجاوز کند احتمال مر بوط به پاسخ موافق خیلی سریعتر بالا می‌رود.

مسئلی از ریاضیات جدید

مسئل امتحانات نیمه اول سال دوم گروه ریاضی

دانشسرای عالی - بهمن ۱۳۴۵

استاد : حسین آزم

$$A \cup B = \{1, 5, 6, 9, 13, 14\}$$

(مجموعه E لازم نیست شامل تمام اعداد از یک تا بیست باشد).

۳ در صفحه π نقطه ثابت O مفروض است و A و B

دو نقطه از این صفحه هستند بقسمی که

$$ARB = OA = OB$$

تحقیق کنید که R یک نسبت هم ارزی و کلاسهای همارزی را پیدا کنید.

۴ تحقیق کنید که در مجموعه

$$E = \{1, 2, 3, 6\}$$

تشکیل کوچکترین مضرب مشترک یک عمل داخلی است.

۵ تحقیق کنید که قانون

$$xRy = x + y - xy$$

در مجموعه $E = \{5, 1, 2, 3\}$ پایدار نیست

۱ سه نفر : a , b و c در جستجوی کتابی هستند و مطلع می‌شوند که در یکی از شش کتابخانه $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$ این کتاب موجود است. هر یک از آنها تصمیم می‌گیرد که به چهار کتابخانه مراجعه کند بطوری که با دو نفر دیگر مواجه نشود. مطلوب است :

اولاً - رسم دو تناظر بین مجموعه‌های

$$E = \{a, b, c\} \quad F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

(از هر نقطه E چهار بردار خارج می‌شود و به هر نقطه F باید ۳ بردار وارد شود)

ثانیاً - نوع گسترش E روی F را تعیین کنید و بگویید آیا این گسترش یک تابع است؟

۳ مطلوب است تعیین مجموعه E و همچنین تعیین دوزیر مجموعه A و B از E به فرض آنکه بدانیم :

$$C_E B = \{2, 6, 18, 20\}$$

$$C_E A = \{2, 5, 9, 13, 18, 20\}$$

مسائل امتحانات کلاس‌های چهارم و پنجم

د او طلبان متفرقه

۱/۹۰۵-۲ گرم کلرور دوشو تجاری را با جوهر نمک ترکیب کرده‌ایم پس از خاتمه عمل، گاز حاصل در فشار ۷۶ سانتیمتر جیوه و حرارت $22/3$ درجه سانتیگراد $184/844$ حجم داشته است. پیدا کنید درجه خلوص کلرور دوشو تجاری را

$$\alpha = \frac{1}{273}$$

۳- ترکیب درصد جسمی به قریب زیر است: کربن ۴۰ درصد هیدروژن ۶/۶۷ درصد، اکسیژن $53/3$ درصد. مطلوبست:
اولاً- تعیین ساده‌ترین فرمول جسم (۱/۵ نمره)
ثانیاً- تعیین جرم ملکولی این جسم در صورتی که چگالی به حالت بخار آن نسبت به هوای $\frac{30}{14/5}$ باشد (۱ نمره)
ثالثاً- اگر جرم ملکولی این جسم ۶۰ و ساده‌ترین فرمول آن به صورت $(CH_2O)_m$ باشد فرمول حقیقی جسم را باید. (۱ نمره)

کلاس چهارم ریاضی

جبر - تهران، اردیبهشت ۱۴۰۵

فرستنده: قربانی‌خانی میرزا زاده

سوال اول- هر یک از معادلات زیر را حل کنید. (هر معادله ۲ نمره- جمعاً ۱۰ نمره)

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \\ (4a^2 - 9b^2)x^2 - 2(4a^2 + 9b^2)x + 4a^2 - 9b^2 = 0$$

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{x-16} = \sqrt{x-4} + \sqrt{x-11}$$

$$6x^4 + 35x^3 + 62x^2 + 35x + 6 = 0$$

$$\frac{5}{x^2 - 5x + 4} + \frac{5}{x^2 - 11x + 28} = x^2 - 8x + 15$$

راهنمایی آخرین مسئله- سه جمله‌ای‌ها را تجزیه کنید.

کلاس چهارم طبیعی

جبر- تهران، شهریور ۱۳۶۵

۱- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

(۲) نمره ۹ ۱/۵ نمره

$$\frac{1}{\sqrt[2]{2}-1}, \frac{1}{\sqrt[2]{2}+\sqrt[2]{2}+1}$$

۲- دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{3}{y} + \frac{2}{z} = \frac{7}{2} \\ \frac{3}{z} + \frac{2}{x} = \frac{11}{3} \end{cases} \quad (3/5 \text{ نمره})$$

۳- کسر زیر را ساده کنید (با استفاده از تجزیه سه جمله‌ای

درجه دوم) (۴ نمره)

$$\frac{x^2 + bx + b - 1}{x^2 + 2(b+1)x + b^2 + 2b - 3}$$

۴- نامعادله زیر را حل کنید. (۴ نمره)

$$(2-x)(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 4) > 0$$

۵- به فرض آنکه $\log 3 = 0,47712$ باشد $\log \sqrt[9]{9}$ را

حساب کنید (۲ نمره)

۶- جمله هفتم و همچنین مجموع هفت جمله تصاعد هندسی زیر را حساب کنید (۳ نمره)

$$\dots : \frac{1}{8} : \frac{1}{4} : \dots$$

شیمی- کازرون، اردیبهشت ۱۴۰۵- دیبر: جواهری

-۱ ۲۰۰۴ محلول نیم ملکول گرم در لیتر سolfات فرود را تبخیر کرده‌ایم در نتیجه $2/28$ گرم سolfات بلورین بدست آمده است. پیدا کنید عده ذرات آب تبلور سolfات فرود را. (۳ نمره)

۶- معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{2x+6} - 2\sqrt{x+4} = 0$$

وجواب قابل قبول را تعیین کنید. (۳/۵ نمره)

جبر - اصفهان - اردیبهشت ۴۵

فرستنده: حسین ادیب

۱- کسر زیر را ساده کنید.

$$\frac{3x^3 - 5x^2 - x - 2}{2x^3 - 5x + 2}$$

۲- مخرج هریک از کسرهای زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1}, \quad \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{3} + 1}$$

۳- دستگاه زیر را حل و بحث کنید

$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$$

۴- معادله درجه دوم زیر مفروض است

$$x^2 - 2mx + m + 1 = 0$$

اولاً بین ریشه‌های معادله فوق رابطه‌ای مستقل از m پیدا کنید.

ثانیاً تعیین کنید که به ازاء چه مقادیر از m معادله دارای ریشه است.

ثالثاً m را طوری تعیین کنید که بین ریشه‌های معادله رابطه زیر برقرار باشد.

$$\frac{x'}{x''-2} + \frac{x''}{x'-2} = 12$$

رابعماً معادله درجه دومی تشکیل دهید که هریک از ریشه‌هاش یک واحد از مجدد ریکی از ریشه‌های معادله فوق بیشتر باشد.

۵- حدود m را طوری تعیین کنید که رادیکال زیر به ازاء جمیع مقادیر x دارای معنی باشد.

$$\sqrt{(m-1)(x^2 - 6mx + m - 1)}$$

۶- معادله زیر را حل کنید.

$$2x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$$

متهم حساب - تهران، اردیبهشت ۴۵

فرستنده: قربانعلی میرزا زاده

$$\log A = \bar{1}/98537 \quad ۱- در صورتی که$$

$$\log C = \bar{2}/53539 \quad \text{و} \quad \log B = \bar{3}/25978 \quad ۲- بوده و$$

$$x = \frac{A^{\delta} \times \sqrt[3]{B}}{C}$$

باشد نخست $\log x$ را محاسبه کنید (۴ نمره) سپس در صورت امکان x را بدست آورید (۱ نمره)

سؤال دوم - عبارات زیر را تجزیه کنید. (هر عبارت ۲

نمره - جمیع ۴ نمره)

$$x^3 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$(x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 24 = 0$$

سؤال سوم - معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌ها بیش

$$\frac{5b}{2a} \text{ و } \frac{2a}{5b} \quad \text{باشد} \quad (2 \text{ نمره})$$

سؤال چهارم - معادله درجه دوم پارامتری زیر مفروض است.

$$(m-1)x^2 - (2m+1)x + 2m = 0$$

اولاً مقدار m را جنان بپایید که مجموع معکوسات ریشه

$$\text{ها} \text{ برابر } \frac{5}{4} \text{ باشد} \quad (2 \text{ نمره})$$

ثانیاً معادله درجه دومی تشکیل دهید که هریک از ریشه‌ها بیش دو واحد بیش از ریشه‌های معادله بالا باشد.

(۲ نمره)

جبر - تهران، شهریور ۴۵

۱- مقادیر p و q را تعیین کنید به طریقی که عبارت

$$x^4 + 2x^3 + px^2 + qx$$

قابل قسمت باشد

۲- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

(۱ نمره و ۲ نمره)

$$\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt[4]{4}}$$

۳- مطلوبست تعیین دو عدد به طریقی که مجموع آنها

$$P = \frac{1}{a^2 - b^2} \quad \text{و} \quad S = \frac{2a}{a^2 - b^2}$$

باشد.

۴- معادله درجه دوم

$$(m+1)x^2 - 2mx + m - 1 = 0$$

مفروض است.

اولاً m را تعیین کنید به طریقی که داشته باشیم

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = 3 \quad (2 \text{ نمره})$$

ثانیاً در وجود علامت ریشه‌های معادله درجه دوم بالا بحث کنید.

۵- معادله زیر را حل کنید.

$$2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2 = 0$$

(۳/۵ نمره)

۲- از توابع زیر مشتق بگیرید

$$y = \frac{x-1}{x^2} \quad (2 \text{ نمره})$$

$$y = \sqrt{x^2 - 2x + \frac{x}{3}} \quad (2 \text{ نمره})$$

۳- تابع $y = x^2 + ax + b$ مفروض است:
اولاً مقادیر a و b را حساب کنید به طریقی که نقطه

$$M\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right)$$

نقطه مینیمم منحنی نمایش تابع باشد. (2 نمره)

ثانیاً - جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع
 $y = x^2 - 3x + 2$

را رسم کنید. (5 نمره)

ثالثاً - معادله مماس بر منحنی رادر نقطه به طول (1)
بنویسید. (2 نمره)

رابعاً - فاصله مبدأ مختصات را از خط به معادله

$$x+y=1$$

حساب کنید (1/5 نمره)

شیمی - گازروون، آردیبهشت ۴۵

دبیر: جواهری

۱- ۱/۸۴ گرم از مخلوط کربنات کلسیم و کربنات

منیزیم را با ۵۰cc اسید کلریدریک ۹۷/۰ نرمال عمل کرده ایم
اسید تمامش خنثی شده است، خنثی نشده آن توسط ۱۷cc محلول

سود $\frac{N}{2}$ خنثی گردیده پیدا کنید ترکیب درصد مخلوط را

۲- ۱۰cc جوهر نمک نرمال توسط ۱۱۰۰cc از یک محلول

پتاس خنثی شده است پیدا کنید PH جوهر نمک و محلول
پتاس را (3 نمره)

کلاس پنجم ریاضی

جبر - تهران، آردیبهشت ۴۵

فرستنده شهرام ذکاوی - اسماعیل شاهی

۱- از تابع زیر بطور کلی مشتق بگیرید (1/5 نمره)
و تا می توانید ساده کنید (1 نمره)

$$y = \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2 - 6x + 9} \quad (5 \text{ نمره})$$

۲- از تابع زیر بطور کلی مشتق بگیرید ساده کردن لازم
نیست (2/5 نمره)

$$y = \cos^3 x \times \cot^5 x - 3 \sin^5 \sqrt{x}$$

۲- در صورتی که $\log 2 = 0.30103$ باشد مطلوبست

محاسبه $\log 425$ (2 نمره)

۳- مطلوبست یافتن کسری که پس از تبدیل به اعشاریه

صورت ۰.۷۲۷۷۷۷۷ (3 نمره)

۵- در یک تصاعد عددی جمله اول برابر (۹) و قدر
نسبت برابر (۴) می باشد. او لا جمله چهلم این تصاعد را حساب
کنید.

ثانیاً - مجموع چهل جمله اول این تصاعد را محاسبه نمایید

(اولاً ۳ نمره - ثانیاً ۳ نمره)

۵- مطلوبست محاسبه سود و سرمایه مبلغ ۲۵۰۰ ریال

که با نرخ ۶% در مدت دو سال به مرآجه مرکب رفته باشد.

(2 نمره)

۶- دستگاه دو معادله با دو مجهول زیر را حل کنید.

(2 نمره)

$$\begin{cases} (0.05)^x + y = 0.000125 \\ (0.02)^x - y = 50 \end{cases}$$

مسائل هندسه - تهران، شهریور ۴۵

۱- در مثلث قائم الزاویه $(A = 90^\circ) ABC$ ضلع

$$\cot B = \frac{3}{4} \quad a = 15$$

است. دو ضلع b و c را حساب کنید. (3 نمره)

۲- در مثلث $(A = 120^\circ) ABC$ و $c = 5$ و $b = 3$ می باشد مطلوبست محاسبه ضلع a و مساحت مثلث و ارتفاع

a و شعاعهای دواین محیطی و محاطی (6 نمره)

۳- نسبت فواصل هر نقطه واقع بر میانه مثلث از دو ضلع

مجاور مساوی عکس نسبت این دو ضلع است (2 نمره)

جبر - تهران، شهریور ۴۵

۱- الف: دو خط به معادلات

$$2x + y + 4 = 0 \quad 2y + x + 2 = 0$$

را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید. (2 نمره)

ب - تانژانت زاویه بین این دو خط را حساب کنید.

(2 نمره)

ج - مختصات نقطه تلاقی دو خط مزبور را حساب کنید

(1/5 نمره)

سپس جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{x - 2}{x}$$

را رسم کنید (۴/۵ نمره)

و نیز معادله خط مماس بر منحنی نمایش تابع را در نقطه به طول ۲ واقع بر منحنی بنویسید (۱/۵ نمره)

۵- اولاً جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع

$$y = (x - 2)(1 - x)$$

را در همان دستگاه که منحنی هموگرافیک را رسم کرده اید رسم نمایند ثانیاً تحقیق کنید که دو منحنی فقط در نقطه‌ای به طول ۲ متقاطعند (اولاً ۴/۵ نمره و ثانیاً ۱ نمره)

جبور-اصفهان، اردیبهشت ۴۵

فرستنده: حسین ادیب

۱- دستگاه زیر را حل کنید

$$\begin{cases} x^2 + xy = 3 \\ y^2 + xy = 6 \end{cases}$$

۲- نقطه (۱، ۲) مرکز مربعی است که یک ضلع آن بر خط $y = 2x - 1$ واقع است مطابقت محاسبه مختصات رؤوس مربع.

۳- تعیین کنید که تابع $y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{1 - 2x}}$ به ازاء چه مقادیر منفصل است.

۴- تابع $y = \frac{ax + b}{x + c}$ مفروض است اولاً a و b و c

و طوری تعیین کنید که خط $y = 2$ یکی از مجانبهای منحنی نمایش تابع فوق باشد و منحنی در نقطه‌ای به طول ۱- بر خط $y = 5x + 2$ مماس شود. ثانیاً جدول و منحنی (c) نمایش

تغییرات تابع $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ را رسم کنید. ثالثاً تحقیق کنید

که منحنی (c) منحنی (c_۱) به معادله (c_۲) در نقطه‌ای به طول ۳- قطع می‌کند و از روی محاسبه ثابت کنید که این دو منحنی نقطه مشترک دیگری ندارد.

رابماً جدول و منحنی (c_۲) نمایش تغییرات تابع

$$y = x^2 + 2x + 4$$

را در همان دستگاه محورهای منحنی (c_۱) رسم کنید.

خامساً- در تعداد نقاط تلاقی خط $y = mx$ با منحنی (c_۲) بر حسب مقادیر مختلف m بحث کنید.

سادساً- اگر خط مزبور منحنی (c_۲) را در نقاط M' و M''

۳- مسئله- قسمتهای مختلف مسئله را می‌توانید جدا کانه

و مستقل از هم حل کنید.

الف- مطلوبست رسم جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع زیر (۵ نمره)

$$y = \frac{2x - 1}{x + 1}$$

ب- مطلوبست محاسبه ضرایب a و b از تابع درجه دوم

$$y = \frac{-3}{2}x^2 + ax + b$$

بقسمی که مماس بر منحنی نمایش آن در نقطه به طول صفر موازی خط (d) به معادله $2y = 3x + b$ بوده و ماکزیمم منحنی

برابر $\frac{13}{2}$ باشد. (۲ نمره)

ج- منحنی نمایش تغییرات تابع

$$y = -\frac{3}{4}x^2 - 3x + 5$$

را روی همان محورهای قبلی که منحنی هموگرافی را رسم کرده اید رسم کنید. (۵ نمره)

د- این دو منحنی با یکدیگر در نقطه‌ای به طول یک متقاطعند ثابت کنید در یک نقطه دیگر که آنرا خواهید یافت این دو منحنی بر یکدیگر مماس خواهند بود. (۲ نمره)

ه- به کمک مشتقات این دوتابع ثابت کنید که این دو منحنی در نقطه‌ای به طول ۲- دارای مماس مشترکند (۱ نمره)

جبور- شهر آن، شهریور ۴۵

۱- نقاطی از صفحه را تعیین کنید که مختصات آنها در دو نامعادله زیر صدق کند (۲ نمره)

$$2x + y - 2 < 0$$

$$2y + x - 4 > 0$$

۲- معادلات نیمسازهای دوخط به معادلات زیر را بنویسید:

$$2x + y - 2 = 0 \quad 2y + x - 4 = 0 \quad (2 \text{ نمره})$$

۳- مشتق توابع زیر را پیدا کنید (بدون مختصر کردن)

$$y = \sqrt{\frac{x - 2}{x}} \quad (1/5 \text{ نمره})$$

$$y = \sin^2 x + \tan \frac{x}{2} \quad (1/5 \text{ نمره})$$

۴- تابع $y = \frac{ax + b}{x}$ مفروض است مقادیر a و b

را حساب کنید به طریقی که خط $y =$ مجانب افقی آن بوده و منحنی نمایش تابع محور x ها را در نقطه به طول ۲ قطع کند (۱/۵ نمره)

برقرار باشد :

$$\cos B + \cos C = \sin A$$

۵- اگر A و B و C زوایای مثلثی باشند ثابت کنید

$$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cos B \cos C$$

۶- از رابطه :

$$3 \operatorname{tg}(x+y) = 5 \operatorname{tg}(2x-y)$$

رابطه زیر را نتیجه بگیرید

$$\sin(3x+y) = 4 \sin(3y-x)$$

۷- اگر داشته باشیم $\frac{1}{3} \operatorname{tg}x - \operatorname{cot}x$ و انتهای

در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد مطلوب است تعیین نسبتهاي مثلثاتی $2x$

مسائل هندسه فضائي - تهران، اردیبهشت ۴۵

فرستنده: اسمعیل شاهی

مثلث قائم الزاوية $(A=90^\circ) ABC$ مفروض است:

۱- در صورتی که $B=30^\circ$ و $AC=a$ باشد.

مساحت اين مثلث را بحسب a حساب کنيد.

(۱/۵ نمره)

۲- در نقطه B عمودی بر صفحه مثلث اخراج کرده و بن

روی آن $\overline{SB}=a\sqrt{2}$ را جدا می کنیم. حجم هرم $S.ABC$ را بحسب a حساب کنید. (۱/۵ نمره)

۳- ثابت کنید AC بر صفحه ASB عمود است

(۱ نمره)

۴- از نقطه B صفحه ای بر SC عمود می کنیم و مقطعش را در هرم $S.ABC$ یعنی مثلث BEF را بدست

می آوریم ثابت کنید BE بر صفحه ASC عمود است (۱ نمره)

۵- ثابت کنید نقاط A و B و C و E و F روی

کره ای به قطر BC قرار دارند. (۱ نمره)

۶- حجم این کره را بحسب a حساب کنید (۱ نمره)

۷- سطح جانبی هرمی که رأس آن B و قاعده اش

است بحسب a حساب کنید. (۱ نمره)

مسائل هندسه فضائي - تهران، شهریور ۴۵

مسئله ۱- کنج سه قائم $OABC$ که در رأس O قائم

می باشد مفروض است اولا ثابت کنید پای عمودی که از رأس

بر صفحه ABC فرود می آید محل تلاقی سه ارتفاع مثلث

ABC است (۲ نمره)

قطع کند مطلوب است محاسبه مختصات نقطه P وسط پاره خط "M'M" بر حسب m و همچنین معادله مکان هندسی نقطه P را وقتی که m تغییر کند.

مثلثات - تهران، اردیبهشت ۴۵

فرستنده: اسمعیل شاهی

۱- خطوط مثلثاتی زوایای 370 گراد و 200 درجه و

$$\frac{11\pi}{12} \text{ رادیان را بنویسید.}$$

ذکر دلیل و روش یافتن لازم نیست. (۳ نمره)

۲- درستی اتحادهای زیر را ثابت کنید. (هر اتحاد

۳ نمره)

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - a\right) = \frac{1 - \sin 2a}{1 + \sin 2a}$$

$$\frac{\sin 2a \cos a}{1 + \cos 2a} = \sin a$$

$$\frac{\cos 7x + \cos 2x}{\cos 3x + \cos 8x} + \frac{\cos 8x - \cos x}{\cos 5x - \cos 2x}$$

$$= \frac{2 \sin 4x}{\sin 3x}$$

۳- معادلات زیر را حل کرده جوابهای کلی و جوابهای بین صفر و 360 درجه آنها را باید. (هر معادله ۲/۵ نمره)

$$2(\cos^4 x - \sin^4 x) = \sqrt{3}$$

$$2 \sin^3 x \sin x = 1$$

۴- عبارات زیر را قابل محاسبه با لگاریتم کنید. (هر

عبارت ۱/۵ نمره)

$$2 \sin x + 1 = ?$$

$$\sin x + \sqrt{7} \cos x = ?$$

مثلثات - اصفهان، اردیبهشت ۴۵

فرستنده: حسین ادب

۱- ثابت کنید عبارات زیر مستگی به x ندارد.

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

۲- مطلوب است اثبات رابطه

$$16 \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ = 1$$

۳- معادله زیر را حل کنید:

$$\cos 3x - \cos x - \sin 2x = 0$$

۴- نوع مثلثی را پیدا کنید که در آن رابطه زیر

ثانیاً اگر :

$$OA = OB = OC = a$$

باشد مساحت ABC را حساب کنید (۱/۵ نمره)

ثالثاً - نقطه M وسط ضلع BC فرض می شود . حجم

حداکثر از دوران مثلث OMA را حول OA حساب کنید . (۲/۵ نمره)

(توضیح - قسمتهای ثانیاً و ثالثاً از مسئله بالا مستقل از

قسمت اولاً می باشد .)

مسئله ۲ - مثلث ABC و صفحه P مفروضند . مطلوب است

تعیین نقطه مانند O در روی صفحه P که از سه رأس مثلث

به یک فاصله باشد (۲ نمره)

رسم فنی - تهران، اردیبهشت ۴۵

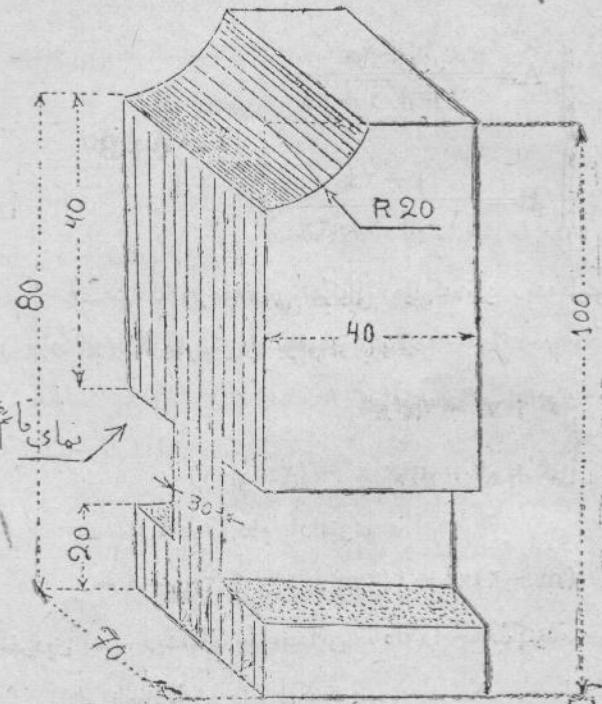
فرستنده: اسمعیل شاهی

واحد میلیمتر - مقیاس ۱:۱ است. از جسم زیر دو تصویر

یکی افقی و دیگری قائم رسم کنید . تصاویر را با مداد رسم

کنید. اندازه ها را دقیق بنویسید. سطحی را که پرداز قائم

خورده نمای قائم بر گزینید .



مسئل فیزیک کلاس های پنجم طبیعی و ریاضی
تهران، اردیبهشت ۴۵ - فرستنده: اسمعیل شاهی
شهرام ذکارتی

- سیمی است به مقاومت $R = 10$ اهم و به ضرب مقاطع ۲
مقاومت $= 1,57 \Omega$ میکرو اهم سانتیمتر و به قطر مقاطع ۲

میلیمتر حساب کنید اولاً طول سیم را ثانیاً این سیم را به پنج قطعه مساوی تقسیم می نمایند و قطعات حاصل را به طور موازی به هم می بندند مقاومت معادل آنها را حساب کنید . (۳ نمره)

۲ - با ذره بینی بفاصله کانونی ۲ سانتیمتر شیئی به طول یک میلیمتر را می بینند و چشم در کانون ذره بین و تصویر در حد اقل رؤیت چشم ناظر که $d = 25$ سانتیمتر است تشکیل می شود مطلوب است

اولاً - محل شیئی و طول تصویر (۱ نمره)

ثانیاً - توان و درشت نمائی ذره بین (۱ نمره)

ثالثاً - طول کوچکترین شیئی را که با این ذره بین می توان رؤیت نمود بر حسب میلیمتر چقدر است در صورتی که قدرت تفکیک چشم (قدرت تشخیص) $\frac{3}{10000}$ رادیان است (۱ نمره)

۳ - دو قطب مولدی به مقاومت داخلی $2 = 2$ اهم را به دو نقطه B و A که دارای دو انشعاب به شرح ذیل است می بندیم. در انشعاب اول سیمی است به مقاومت $R = 10$ اهم که در مدت ۱۳ دقیقه ۵۶ ثانیه $8 \text{ کالری بزرگ} \text{ گرماتولید می شود}$ در انشعاب دوم موتوری است به نیروی ضد حرکت $e = 16$ ولت و مقاومت داخلی $4 = 4$ اهم مطلوب است:

اولاً - شدت جریان در هر رشته و شدت جریان در مدار اصلی (۲ نمره)

ثانیاً - توان الکتریکی مولد و توان مکانیکی موتور (۱ نمره)

ثالثاً - با محاسبه ثابت کنید که توان مولد مساوی است با مجموع توانهای مصرفی در قسمتهای مختلف مدار (۱ نمره)

مسئل شیمی کلاس های پنجم طبیعی و ریاضی

تهران، اردیبهشت ۴۵ - فرستنده: اسمعیل شاهی

۱ - برای تعیین غلظت محلولی از اسید کلریدریک ۱۰۰ سانتیمتر مکعب آن پس از اضافه کردن یک گرم کربنات کلسیم خالص ۲۰ سانتیمتر مکعب محلول نرمال سود سوز آورمی افزایش تا کاملاً خنثی شود. غلظت محلول اسید و فاکتور آنرا تعیین کنید . (۴ نمره)

۲ - گرم چند را در اسید سولفوریک رقیق حل می کنیم سپس آنرا صاف کرده و محلول حاصل از صافی رادر مجاورت اسید سولفوریک با محلول پر منگنات پتابیم دسی نرمال تر کیب می کنیم ۲۰۰ سانتیمتر مکعب محلول پر منگنات پتابیم مصرف می شود مقادیر درصد آهن را در نمونه چدن مذکور حساب کنید . (۴ نمره)

مسائل انتخابی

از سؤالات امتحانات داخلی دبیرستانها

ثلث سوم — خرداد ۱۳۴۰

به علت کثرت تعداد سؤالات رسیده، محدود بودن صفحات مجله و بالاخره تشابه اغلب مسائل از درج همه مسائل رسیده خودداری و از سؤالات هر بوط به هر دبیرستان فقط یکی یا دو مسئله آن انتخاب شد و ذیلاً چاپ می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{1+2x}{1+\sqrt{1+2x}} \quad , \\ B = \frac{1-2x}{1-\sqrt{1-2x}} \quad , \\ Y = A + B \end{array} \right.$$

۲- معادله درجه دوم تشکیل دهید که بین ریشه‌ها یعنی x' و x'' روابط زیرین برقرار باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' + x'' = 2x'x'' \\ x' + x'' = mx'x'' - (2m+1) \end{array} \right.$$

۳- معادله درجه دوم پارامتری
 $(m-2)x^2 - 2(2m+1)x + 2m+1 = 0$

مفروض است، ریشه‌های مضاعف این معادله را حساب کنید.

۴- نامعادله زیر را حل کنید:
 $(2x+1)^2 - (x-2)(2x+1) > 0$

۵- به فرض آنکه:

$$y^2 = \frac{1}{a\sqrt{x^2}} \quad , \quad x = 1/821 \quad , \quad a = 0/3$$

باشد، مطلوبست محاسبه مقدار عددی y .

کلاس چهارم طبیعی

جبر

دبیرستان پانزده بهمن

دبیر: نصیرپور - فرستنده شهرام طاهری

کسر زیر را ساده کنید

$$\frac{(ab-1)^2 - (a-b)^2}{(b^2+1)^2 - 2(b^2+1)}$$

معادله درجه دومی بنویسید که دوریشه آن عبارت باشد از:

$$x' = \frac{2ab}{a+b+\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$x'' = a+b+\sqrt{a^2+b^2}$$

دبیرستان خجسته

دبیر: فقیهی شیرازی - فرستنده: فاطمه ابراهیمی زنگنه

$$x = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{4}(a+z)}$$

حساب کنید:

دیبرستان راشدی

دیبر : مسیحیان - فرستنده : پرویز ظریفیان

معادله زیر را حل کنید.

$$(2 + \sqrt{2})^x + (\sqrt{2} - \sqrt{2})^x = 4$$

دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 3^{\log x} \times 2^{\log y} = 12 \\ 2^{\log x} \times 3^{\log y} = 18 \end{cases}$$

حد عبارت زیر را بدست آورید.

$$\sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \dots}}}$$

اگر a و b اعداد مثبت باشند ثابت کنید که :

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7 \\ x + y = 91 \end{cases}$$

اگر a^a و b^b و c^c جملات یک تصاعد حسابی باشند ثابت کنید .

$$\frac{1}{a+b}, \frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}$$

نیز جملات یک تصاعد حسابی هستند.

یکان - مسائل بالا نهانها خارج از برنامه جبر کلاس چهارم طبیعی است بلکه حتی برای محصلین کلاس چهارم ریاضی هم در سطح بالا هی باشد . مسائلی است که برای طرح در کنکور دانشگاه بیشتر مناسب است دارد تا برای چهارم طبیعی .

دیبرستان سعدی بهشهر

دیبر : عباسی - فرستنده : عبدالمجید بهرامی

نامعادله زیر را حل و بحث کنید .

$$(m+1)x - m > (x-1)x + 1$$

دیبرستان شاهپور بابل

دیبر : حسینجانزاده - فرستنده : حسن جعفری، علی اصغر فرزانه

m و n را چنان تعیین کنید که معادله :

$$(m-1)x^2 + 2nx + 3 = 0$$

ریشه مضاعف ۱ - داشته باشد.

دیبرستان فردوسی گلپایگان

a و b را چنان تعیین کنید که معادله :

$$ax^2 - 12x + b = 0$$

دارای ریشه مضاعف ۳ باشد .

مسائل فیزیک

دیبرستان البرز

فرستنده : داراء عظامی ، مستخدمین حسینی . عالی نصر سطح مقطع پیستون یک ماشین بخار دو ضربه (و طرفه) ۵۰ سانتیمتر مرربع و طول مسیر پیستون آن ۶۰ سانتیمتر و فشار متوسط بخاری که از دیگر وارد آن می شود $12/6$ کیلو گرم کرم بر سانتیمتر مرربع و فشار داخل چگالنده $1/10$ کیلو گرم بر سانتیمتر مرربع) و چرخ لنگر در هر دقیقه ۱۲۰ دور می زند . توان ماشین بخار را به حسب اسب بخار پیدا کنید . اگر راندمان ماشین ۱۵٪ باشد وزن ذغال مصرفی آن را در یک ساعت حساب کنید در صورتی که از سوختن هر کیلو گرم ذغال 8000 کیلو کالری حرارت تولید شود .

دیبرستان هدف

فرستنده : طباطبائی ، صائبی

جسمی به وزن 60 کیلو گرم بر روی سطح شیبداری که با افق زاویه 30 درجه می سازد با سرعت ثابت 10 متر بر ثانیه به طرف بالا حرکت می کند . نیروی اصطکاک نصف نیروی وزن آن است معین کنید :

اولاً مقدار نیروی ثابتی که لازم است تا جسم را به طرف بالا حرکت دهد .

ثانیاً مقدار کار این نیرو را هنگامی که جسم 80 متر در امتداد سطح شیبدار حرکت می کند و توان آنرا بر حسب کیلو گرم متر بر ثانیه و اسب بخار .

مسائل شیمی

دیبرستان البرز

فرستنده : جمشید وزیرزاده

$2/5$ گرم سولفات مس متبول را در آب حل کرده حجم محلول را با آب مقطر به 100cc می رسانیم . 10 از محلول جدید را اختیار کرده و آن محلول دسی نرمال کلرور باریم 5 می ریزیم مشاهده می کنیم پس از افزودن 20cc محلول کلرور باریم فعل و افعال خاتمه می یابد . معین کنید .

این دو آزمایش غلظت هریک از اسیدها را در محلول اولیه محسابه کنید.

دیبرستان طباطبائی

دیبر : کیمیا قلم — فرستنده : گریم نجار یان

۱/۲ گرم پپریت را کاملاً بر شته می‌کنیم حجم هوای لازم را حساب کنید. گاز حاصل از این عمل را در یک لیتر آب وارد می‌کنیم 255^{cc} از محلول را برداشته با پرمنگنات $2/0$ مولکول گرم در لیتر ترکیب می‌کنیم . چه حجمی از پرمنگنات مصرف می‌شود . اگر گاز حاصل از بر شته شدن را وارد آب کلر می‌کردیم اسیدهای حاصل با چند سانتیمتر مکعب سود نرمال خنثی می‌شوند .

دیبرستان گلشن راز شبستر

دیبر : اشرفی زاده — فرستنده : جهان میرزا زاده

مقدار زیادی کربن را با $105/5^{\text{cc}}$ محلول اسید سولفوریک به وزن مخصوص $1/86$ درصد می‌جوشانیم . مطلوب است حجم گازهای حاصل و اگر گازهای فوق را در محلول پرمنگنات پتاسیم وارد کنیم چند سانتیمتر مکعب پرمنگنات دسی نرمال خنثی می‌شود و گاز باقیمانده چند سانتیمتر مکعب پتاسیم $0/56^{\text{cc}}$ گرم در لیتر را خنثی می‌کند .

دیبرستان هدف

فرستنده : علی طباطبائی — نصرالله صائبی

مقدار $228/0$ گرم سولفات فرو متبلور را در آب حل می‌کنیم و بر آن اسید سولفوریک افزوده سپس محلول پرمنگنات پتاسیم به غلظت $16/3$ گرم در لیتر می‌ریزیم 15^{cc} پرمنگنات بیرنگ می‌شود . تعداد مولکولهای آب متبلور را در سولفات فرو حساب کنید .

کلاس چهارم ریاضی

جبیر

دیبرستان آذر

دیبر : زجاجی — فرستنده : حسن ضیاء تو اذا

این معادله را حل کنید .

$$(3x^4 - 5x^3 + 4)^2 - 10x^2 + (3x^4 - 5x^3 + 4) + 16x^4 = 0$$

معادله زیر را حل کنید .

$$\sqrt{\frac{22x+8}{x+1}} + \sqrt{\frac{27x+27}{4x-1}} = 5$$

اولاً وزن رسوب حاصل را .

ثانیاً تعداد مولکولهای آب متبلور سولفات مس را .

دیبرستان بهبهانی کازرون

دیبر : جواهری

۱- آمیزه‌ای است از اسید فرمیک و اسید اگزالیک متبلور ($\text{C}_2\text{O}_4\text{H}_2\text{nH}_2\text{O}$) به وزن $186/0$ گرم که چون آنرا با اسید سولفوریک غلیظ حرارت دهیم گازی متصاعد می‌شود که در شرایط متعارفی (S.T.P.) $236/0$ لیتر حجم دارد . اگر این مخلوط گازی را از اکسید مس سیاه گداخته عبور دهیم

بدون تغییر حجم ، وزن مخصوص $21/0$ گرم زیادتر می‌شود . پیدا

کنید مقدار اسید فرمیک و اسید اگزالیک متبلور را در مخلوط

۲- اگر وزن اسید فرمیک و اسید اگزالیک اندید (ب) . آب) در مخلوط فوق به ترتیب $23/0$ و $45/0$ گرم باشد

پیدا کنید (n) را .

۳- اگر $n=2$ باشد با توجه به وزن مخلوط اولیه $(86/0, 0)$ و قسمت دوم مسأله ، پیدا کنید فرمول ملکولی مخلوط اولیه را .

دیبرستان پائزده بههن روسر

۹/۶ گرم مخلوط اکسید فرو و اکسید فریک را بوسیله هیدرژن کاملاً احیا نمودیم . مقدار $2/88$ گرم آب حاصل گردید . تبیین کنید .

الف- نسبت درصد مخلوط دو اکسید را .

ب- وزن هیدرژن مصرف شده را .

دیبرستان شاپور اسکو

دیبر : تقی زاده ماکوئی — فرستنده : فرامرز اکبریان $4/64$ گرم مخلوط کربنات و سولفیت سدیم را در اسید سولفوریک نرار می‌دهیم . گازهای حاصل را دارد پرمنگنات پتاسیم $2/0$ مولکول دلیتر می‌نماییم . 40^{cc} پرمنگنات بیرنگ می‌شود . مقدار کربنات و سولفیت را در مخلوط اولیه حساب کنید .

دیبرستان شاهپور بابل

دیبر : قلی پور — فرستنده : علی اصغر فرزانه ، حسن جعفری

محلولی است شامل اسید سولفوریک و اسید نیتریک بر

50^{cc} از این محلول سود دسی نرمال اضافه می‌کنیم

سود خنثی می‌شود . بر 25^{cc} دیگر از همان محلول کلرور

باریم می‌افزاییم $466/0$ گرم رسوب سفید بدست می‌آید . از

دستگاه معادله اصم دومجهولی زیرا حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{x+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = 13 \\ \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y} = 1 \end{cases}$$

اگر x' و x'' ریشه های معادله $x^2 + mx + 1 = 0$ باشند.

اولاً معادله ای تشکیل دهید که ریشه های آن عبارت باشند از:

$$X'' = \frac{x''}{x'} \quad X' = \frac{x'}{x''}$$

ثانیاً m را چنان تعیین کنید که داشته باشیم :

$$\frac{X'}{X''} = 4$$

دیبرستان امیرکبیر (آبادان)

دیبر: گلشن - فرستنده: عرضی یحیی زاده
حقت تساوی زیرا ثابت کنید.

$$\left[\frac{x+\frac{1}{x}}{3} \times \sqrt{\frac{3+3x}{3-x}} \right]^{\frac{1}{x}} = 27$$

دیبرستان امیرکبیر (زنجان)

دیبر: ناصح - فرستنده: ابراهیم چوکلائی
مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که عبارت

$$2x^3 + ax^2 + bx - 5$$

قابل قسمت باشد.

دیبرستان بحرالعلوم (بروجرد)

دیبر: جوادی - فرستنده: حسین نوری
مخرج کسر زیرا گویا کنید.

$$\frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{ab} + \sqrt{b}}$$

دیبرستان ۱۵ بهمن بهشهر

دیبر: تهرانی - فرستنده: محمد مهدی عابدی نژاد
معادله اصم زیرا حل کنید.

$$\frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} = 1$$

مقادیر a و b راچنان تعیین کنید که معادله زیر به يك
معادله معکوسه نوع اول که ضرائب جملات متساوی الفاصله اش
از طرفين قرينه باشند تبدیل شود.

$$2x^4 + (2a+b)x^3 + (a+b+1)x^2 + a - b = 0$$

دیبرستان آرش

دیبر: ععیری - فرستنده: حسن خمامی
مقدار a راچنان تعیین کنید که بین x' و x'' ریشه های
معادله $x^2 - 2ax + a^2 - 4 = 0$ رابطه زیر برقرار باشد

$$\frac{ax'}{x'^2} + \frac{ax''}{x''^2} = 2$$

مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که معادله درجه دوم
زیر دارای جواب مضاعف ۲ باشد.

$$(2a+b)x^2 - (4a+b)x + 2a - 3 = 0$$

دیبرستان ابن سینا آبادان

دیبر: دیلهقانیان - فرستنده: علی حاجی ابراهیمی
مقدار عددی عبارت زیر را به ساده ترین صورت تبدیل کنید

$$(5^{\frac{1}{2}} - \sqrt{180})^{1/5} - \frac{1}{64-6}$$

دستگاه دومعادله دومجهولی زیرا حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

دیبرستان ابن سینا (رضائیه)

دیبر: صولتی - فرستنده: محسن هاشمی نژاد
و m را طوری معین کنید که عبارت

$$x^4 - x^2 + 1 = nx^4 + m$$

بخش پذیر باشد.

مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

گروه فرهنگی ارس

مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{2}}$$

دیبرستان البرز

دیبر: دکتر رباطی - فرستنده: دارا مظفی، مستخدمین
حسینی، علی نصر - جمشید وزیرزاده
اولاً معادله اصم زیرا حل نمایید.

ثانیاً رابطه ای بین a و b بدست آورید که دوریشه مثبت

یا دوریشه منفی دو معادله باهم برابر باشند.

$$\sqrt{\frac{z^2}{2} + \frac{1}{2z^2}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^4 - b^4}}$$

دیبرستان فیروز بهرام

دیبر: بهرام خسروی، فرستنده، فرخ سهیلی
دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x+y+z=36 \\ xy=108 \\ x^2+y^2=z^2 \end{cases}$$

معادله درجه دوم $ax^2+bx+c=0$ با ریشه های x' و x'' مفروض است معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه هایش به ترتیب زیر باشد.

$$x' = \frac{1}{ax'+b}, \quad x'' = \frac{1}{ax''+b}$$

دیبرستان کورش (پسران)

دیبر: خوشن آهنگ - فرستنده: مسعود سبز و ازی
دستگاه معادله دوم مجهولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} (x-y)(x+y)=160 \\ (x+y)(x^2+y^2)=580 \end{cases}$$

دیبرستان گلشنر ز شبستر

دیبر: جوانی - فرستنده: جهان میرزا زاده
معادله زیر مفروض است.

$$x^2 - (a+b)x + ab - c^2 = 0$$

ثابت کنید a و b و c هرچه باشند برای معادله فوق دو جواب وجود دارد آن دو جواب را تعیین کرده و به ساده ترین صورت خود بنویسید.

دیبرستان محمد رضا شاه پهلوی (رشت)

دیبر: سلیمانی - فرستنده: علی پودتندست
دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} xy^2 + yx^2 = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}$$

دیبرستان هروی

دیبر: نیوشان - فرستنده: منصور اصلاح زاده، رضا میرزا صالحی، منصور نهاوندی پور
معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{x^2 + 2x - 8} = 28 - 2x - x^2$$

دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x+y=2axy \\ y+z=2byz \\ z+x=2czx \end{cases}$$

دیبرستان طوری تعیین کنید که عبارت a و b و c را

$$(x^2 - 1)(x+2) x^4 + x^2 + ax^2 + bx + c$$

بخش پذیر باشد.

حدود x را طوری تعیین کنید که داشته باشیم

$$-1 < \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 4x + 3} < 1$$

دیبرستان علوی

دیبر: ریاضی

معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{\sqrt{4x+20}}{4+\sqrt{x}} = \frac{4-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{x^4 + 1}{(x+1)^4} = \frac{1}{8}$$

کسر زیر را گویا کنید

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+x} - x}$$

دیبرستان علوی (مشهد)

دیبر: تجلی - فرستنده: رضا جاودانی

معادله درجه دومی بنویسید که بین ریشه های آن روابط زیر برقرار باشد.

$$\begin{cases} m(x^2 + x^2 - 1) = x^2 + x^2 + 2 \\ (m-1)(x^2 + x^2) = 5m^2 + 4 \end{cases}$$

مثلث متساوی الاضلاع OAB به ضلع a مفروض است

خطی به موازات AB اضلاع OA و OB یا امتداد آنها را در C و D قطع می کند به قسمی که داریم:

$$\overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB} = m^2$$

(m مقداری است معلوم). CD را به چه فاصله از رأس O باید رسم کرد.

دیبرستان فروزی (هراغه)

دیبر: محمد شمس، فرستنده: حبیب هوسی زاده
معادلات زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 5\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y+2} = 1 \\ 25x - 9y = 12 \end{cases}$$

$$2(x^2 - x + 5)^2 + (2x^2 - 2x + 1)^2 = 6x^4$$

اگر $ax + by + cz = 0$ باشد ثابت کنید کسر زیر به x و y و z بستگی ندارد.

$$\frac{ax^2 + by^2 + cz^2}{ab(x-y)^2 + ac(z-x)^2 + bc(y-z)^2}$$

مقدار عبارت زیر را به ازاء

$$x = \sqrt{\sqrt{2} + 1} - \sqrt{\sqrt{2} - 1}$$

حساب کنید.

$$S = x^2 + 3x$$

اگر داشته باشیم

$$\begin{cases} x^2 - yz = a \\ y^2 - zx = b \\ z^2 - xy = c \end{cases}$$

ثابت کنید

$$(a+b+c)(x+y+z) = ax + by + cz$$

دیبرستان نادر شاه

دیبر، محمود بقائی - فرستنده، احمد صدر

عبارت زیر را ساده کنید

$$\frac{x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}} \times \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}}$$

$$2\sqrt{\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}} - 2\sqrt{2}$$

معادله زیر مفروض است

$$2x^2 + 2(k+1)x + k^2 + k - 12 = 0$$

مقدار k را بقسمی بیایید که یک ریشه معادله فوق k برای ریشه دیگر ش باشد خواهد دید که برای k دو مقدار بدست می آید بوسیله محاسبه ریشه قابل قبول آن را تعیین کنید.

دیبرستان دکتر نصیری

دیبر: آرقی - فرستنده: حسین روشن

کسر زیر را گویا کنید

$$\frac{1}{\sqrt{64} + \sqrt{56} + \sqrt{49}}$$

معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{x^2 + 3x}{4} = \frac{5}{x^2 + 3x - 8}$$

معادله زیر را حل کنید

$$\frac{1}{x^2 - 2x + 6\sqrt{x^2 - 2x + 5}} = 11$$

دستگاه دومعادله دومجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$$

دیبرستان نظام وفا (اهواز)

دیبر: قوام نحوی

معادله زیر را حل کنید

$$\frac{x^9 - 1}{x - 1} + \frac{3}{2}x^2(x+1) = 0$$

بر حسب مقادیر مختلف m در ریشه های معادله دومجهوری

$$z \text{ بحث کرده و سپس معادله را به ازاء } \frac{9}{m} \text{ حل کنید}$$

$$(m-2)x^4 + 2(m-2)x^2 + m = 0$$

معادله ای تشکیل دهید که ریشه هایش ± 1 و ± 3 باشد

گروه فرهنگی هدف

فرستنده: طباطبائی، صائب

معادله زیر مفروض است

$$ax^2 + bx + c = 0$$

اولاً معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه هایش مساوی

دو برابر ریشه های معادله مفروض منهای a باشد.

ثانیاً - از معادله جدید نتیجه بگیرید که هر گاه در معادله

$$\text{مفروض } x \text{ را به } \frac{x+a}{2} \text{ تبدیل کنیم معادله ای حاصل می شود}$$

که ریشه هایش دو برابر ریشه های معادله مفروض منهای a می باشد.

معادله زیر را حل کنید و به ازاء مقادیر مثبت و منفی و صفر جواب معادله را مشخص نمایید.

$$a$$

$$\sqrt[3]{6a^3 + 2\sqrt{x}} + \sqrt[3]{2a^3 - 2\sqrt{x}} = 3a$$

دستگاه دومعادله دومجهولی زیر را حل کنید ($a \neq 0$)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2a \\ a^2x^2 + a^2y^2 - a^2xy = 1 \end{cases}$$

۵- تهمیم حساب

دیبرستان آذر

دیبر: هندس پایافر - فرستنده: حسن ضیاء توانا

مطلوبست حل معادله زیر

$$\sqrt[m]{\left| \log_m 2^{x^2} + \log_m 3^x \right|} = 6$$

گروه فرهنگی آرش

دیبر: غلامرضا بهنیما فرستنده: حسن خمامی

اگر S_m و S_n و S_p به ترتیب مجموع جمله اول

دیبرستان البرز
فرستنده: مستخدمین حسینی، علی نصر، دارا معظمه،
فرهاد جوانمردیان
دو تصادع هندسی n جمله ای مفروض است جمله آخر اولی

$$\frac{\frac{2^n}{2n}}{\frac{3^n}{2n}} \text{ و جمله آخر دومی} \text{ است.}$$

مطلوب است تعیین نسبت حد مجموع تصادع اولی به تصادع دومی وقتی که n به سمت بینهایت میل می‌کند.
دستگاه دومجهولی لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 7(\log y + \log x) = 50 \\ xy = 256 \end{cases}$$

مطلوب است محاسبه N بوسیله خطکش محاسبه

$$N = \frac{(3/5)(1/12) \times \sqrt{26/24} \times (2/05)^3}{\sqrt{126/4} \times (2/36)^4}$$

دیبرستان امیرکبیر (آبادان)

دیبر: مرزبان - فرستنده: هر تضییعی زاده

مطلوب است حد مجموع رشته اعداد زیر که صورت آن تصادع حسابی و مخرج آن تصادع هندسی تشکیل داده‌اند

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots + \frac{n}{2^n}$$

دیبرستان امیرکبیر (زنجان)

دیبر: ناصح - فرستنده: ابراهیم چوکلایی، احمد صفری
چه رابطه‌ای بین a و b باید وجود داشته باشد تا داشته باشیم:

$$\log_a x + \log_b x = \log_{ab} x$$

دیبرستان ۱۵ بهمن (بهشهر)

دیبر: تهرانی - فرستنده: عابدی نژاد

دریک مثلث ارتفاع را به n قسم متساوی تقسیم نموده‌وارز نقاط تقسیم شده خطوطی به موازات قاعده رسم می‌کنیم مستطیل هایی محاط در مثلث طوری تشکیل می‌دهیم که قاعده آنها قطعه خط موازی قاعده مثلث و ارتفاع آنها فاصله دو خط موازی متواالی باشد. مجموع مساحت این مستطیل‌ها را بدست آورید به فرض اینکه a و b و c مثبت و بزرگتر از واحد باشند ثابت کنید:

$$\log_c a \times \log_a b \times \log_b c = 1$$

و n جمله اول و p جمله اول یک تصادع عددی باشد ثابت کنید:

$$\sum \frac{S_m}{m} (n-p) = 0$$

دیبرستان ابن‌سینا رضائیه
دیبر: نادر دیلمه نیان - فرستنده: علی‌جاجی ابراهیمی

یک تصادع هندسی 12 جمله‌دارد و قدر نسبت آن $\frac{1}{4}$ جمله اول است معین کنید مجموع جمله‌های تصادع را در صورتی که هی دانیم مجموع دو جمله اول و دوم آن 24 است.

دیبرستان ابو‌مسلم
دیبر: وکیلی - فرستنده: حمیدرضا خاکپور، علیرضا جانوز

در یک تصادع هندسی مجموع جملات دوم و چهارم برابر $\frac{5}{4}$ جمله سوم است مطلوب است تعیین جمله اول و قدر نسبت در صورتی که جمله اول یک واحد بزرگتر از قدر نسبت باشد.

دیبرستان ادب اصفهان
دیبر: قائلی - فرستنده: اکبر مظاہری

در معادله زیر m را چنان تعیین کنید که ریشه‌های معادله تشکیل تصادع حسابی بدهند.

$$x^4 - (3m+2)x^3 + m^2 = 0$$

ثابت کنید اگر داشته باشیم:

$$3\log x + \log(x-3) = 0$$

x ریشه معادله $x^4 - 3x^3 - 1 = 0$ است.

دیبرستان ادب
دیبر: دانا - فرستنده: احمد میرزا محمدی
ثابت کنید اگر اضلاع یک مثلث تشکیل تصادع هندسی بدهند. قدر نسبت بین

$$\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1) \text{ و } \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$$

خواهد بود.

دیبرستان ارس
معادله زیر را حل کنید.

$$\log(x+1) + \frac{1}{2}\log(x+2)^2 +$$

$$+\frac{1}{3}\log(x+3)^3 + \log 5 = \log 12$$

دستگاه زیر را حل نمایید.

$$\begin{cases} \log_x 3 + \log_y 2 = \sqrt{3} \\ \frac{y}{x+3} = \frac{3-x}{y+x} \end{cases}$$

دیارستان پهلوی (همدان)

دیار، بهمن ازگمی - فرستنده: جواد دربندی

اولاً ثابت کنید که

$$\log_{\frac{1}{x^4}} x + \log_{\frac{1}{x^3}} x + \log_{\frac{1}{x^2}} x$$

به ترتیب جملات متولیه یک تصاعد هندسی هستند. ثانیاً حد

مجموع n جمله از آن را بدست آورید.

دیارستان جوینی (قوچان)

دیار، ابوالقاسم بزرگنیا - فرستنده: بهروز نویهار

مجموع جملات باک تصاعد هندسی نزولی و نامحدود ۸ و

مجموع مربعات آن $\frac{64}{3}$ است تصاعد را تشکیل دهید

دیارستان پهلوی (ساری)

دیار، احسان جواززاده - فرستنده: صالحی هیکوئی

ثابت کنید که جمله $(n+1)$ ام تصاعد هندسی که جمله اول آن a و جمله سومش b باشد مساوی جمله $(2n+1)$ ام تصاعد هندسی است که جمله اولش a و جمله پنجم آن b باشد. جمله اول آن a و جمله سومش b باشد مساوی جمله $(2n+1)$ ام تصاعد هندسی دیگری است که جمله اولش a و جمله پنجم آن b باشد.

گروه فرهنگی خوارزمی

دیار، رنگچی، عابدی - فرستنده: احمد ماشین چی

معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{\log_5 x - 1} = 5$$

دستگاه دومعادله دومجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} xy = 40 \\ x \log y = 4 \end{cases}$$

در یک تصاعد حسابی $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^r}{n^r}$ برقرار است ثابت کنید که

$$\frac{l_m}{l_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$$

دیارستان رضا شاه کبیر
دیار، کوشان - فرستنده: فریده طیاب

صحت تساوی زیر را ثابت کنید.

$$[\log_3(1+\sqrt{5}) + \log_3(\sqrt{5}-1)] \times [\log_4(\sqrt[3]{2}+1) + \log_4(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1)] = 1$$

دیارستان سخن

دیار، سید محمد کاظم نائینی - فرستنده: احمد فروتن

عدد x را از معادله زیر تعیین کنید

$$\log_{(x+1)}(7x+1) + \log_x \sqrt{x} + \log_x x \sqrt{x} = 4$$

معادله زیر را حل کنید

$$2^{2x} - 15 \times 2^x + 1 = 64$$

مطلوب است تعیین جمله اول و قدر نسبت يك تصاعد عددی

$$\text{که مجموع } n \text{ جمله اول آن برابر } \frac{5}{2}n(n+1) \text{ باشد.}$$

دیارستان سعدی (اصفهان)

دیارستان، سید حسین مرتضوی

دستگاه دومعادله دومجهولی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x^x + y = y^x \\ y^x + y = x^3 \end{cases}$$

ثابت کنید که جمله $(n+1)$ ام تصاعد هندسی که جمله اول a و جمله سومش b باشد مساوی جمله $(2n+1)$ ام تصاعد هندسی است که جمله اولش a و جمله پنجم آن b باشد

دیارستان صائب (اصفهان)

دیار، محمود خاتون آبادی - فرستنده: حمید احمدیان

به فرض اینکه:

$$4a^2 + 9b^2 = 4ab$$

باشد ثابت کنید

$$\log \frac{2a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$$

دیارستان طباطبائی

طرح گفتند: عاطفی

به فرض آنکه:

$$\log_y x = k \text{ و } \log_z y = k'$$

(k) عددی صحیح است

مطلوب است محاسبه

$$\log_z x$$

دیارستان فروزی (مراغه)

دیار: محمد شمس - فرستنده: حبیب موسی زاده
معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{x-2}{2} + \frac{x+2}{4} = 5$$

دیارستان قناد (بابل)

دیار: خیرخواه - فرستنده: علی اصغر فرزانه - حسن
جعفری

هر گاه در یک تصاعد عدد $S_n = S_m$ باشد رابطه زیر را ثابت کنید.

$$S_{(n+m)} = 0$$

دیارستان کورش (پسران)

دیار: خوش آهنگ - فرستنده: مسعود سبزواری
در یک تصاعد هندسی مجموع دو جمله اول مساوی ۱ و هر جمله مساوی است با دو برابر مجموع جملی که بعد از آن هستند جمله اول و قدر نسبت این تصاعد را بدست آورید.
معادله زیر را حل کنید.

$$5^2 \times 5^4 \times 5^6 \times 5^8 \times \dots \times 5^{2x} = 0^{104-2x}$$

دیارستان هروی

دیار: عبدالحسین کابی - فرستنده: منصور نهاوندی پور
رضا میرزا صاحبی

اگر در رابطه $a = 3b + 5$ اعداد از یک تا ۴۰ قرار دهیم مطلوب است محاسبه مجموع مقادیر a .

دیارستان نادرشاه (مشهد)

دیار: محمود بقائی - فرستنده: احمد صدر
دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 9 - \sqrt[y]{9^x} - \sqrt[27]{27^y} = 0 \\ \log(x-1) - \log(1-y) = 0 \end{cases}$$

دیارستان هدایت (سنندج)

دیار: حسام الدین - فرستنده: محمدرضا فرومند
اولاً - مجموع n جمله از تصاعد ... و ar^2 و ar را حساب کنید و آن را S بنامید و ثانیاً مجموع n جمله معکوسهای آن را حساب کنید و آن را R بنامید ثالثاً حاصل ضرب n جمله آن را P بنامید رابعاً نشان دهید.

$$\left(\frac{S}{R}\right)^n = P$$

مقادیر: $x+y$ و $x-2$ و y مقادیر صحیح و مثبت اند

در این صورت x و y را از رابطه زیر بدست آورید:

$$x+y \times 2y - 2x = (28)^2$$

معادله زیر را حل کنید:

$$\log_2 \sqrt{x+1} + \log_4 (x-1) = \log_{\sqrt{4}} 2$$

در یک تصاعد هندسی، a جمله اول و r قدر نسبت و

S_n مجموع n جمله اول تصاعد است نشان دهید:

$$\frac{S_{n+1} - S_n}{S_{n+2} - S_n} = \frac{a}{r}$$

دیارستان علوی

دیار: رحیمی فرد

تحقیق کنید عدد 5^{1000} از چند رقم تشکیل شده است

$$(\log 2 = 0.30103)$$

دو عدد صحیح متوالی طوری تعیین کنید که بین مجددات

آنها ۳۵ عدد صحیح بتوان درج نمود.

دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \log_2 \sqrt[2]{x} = 2 \log_{10} xy \\ [a]^{(x+y)^2 - 49} = 1 \end{cases}$$

دیارستان علوی (مشهد)

دیار: بقائی - فرستنده: سید رضا برکچیان حسینی،
رضا جاودانی

با استفاده از خاصیت

$$\log_y x \times \log_x y = 1$$

دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \log_y x + \log_x y = 2 \\ x^2 + y = 12 \end{cases}$$

دیارستان فردوسی (تبزیز)

دیار: دهگان - فرستنده: شهریار دیانت

حد مجموع جملات یک تصاعد هندسی نزولی نا محدود و حد مجموع مجددات آن ۱۲ است جمله اول و قدر نسبت آن را تعیین کنید.

شخصی تامدت ۳ سال سالیانه ۱۲۰۰۰ ریال به مؤسسه ای می پردازد. واز سال سوم تامدت ۲ سال سالیانه ۱۵۰۰۰ ریال می گیرد در پایان مدت ۵ سال مبلغ طلب اورا از مؤسسه با فرخ ۶٪ حساب کنید.

مفروض است از نقطه ثابت A واقع در خارج خط D مثلث متسادی اضلاع ABC راطوری رسم می کنیم که ضلع BC روی خط D قرار گیرد مکان هندسی نقاط B و C را وقتی که خم D حول نقطه M بچرخد بدست آورید .

دیبرستان جوینی (قوچان)

دیبر : ابوالقاسم بزرگنیا ، فرستنده : بهروز نوبهار
دایره O و تر BC و نقطه A روی محیط دایره O
مفروضند از A وتری رسم کنید که بواسیله BC نصف شود .

گروه فرهنگی خوارزمی

محمد باقر ازگمی ، حمیدرجی ، محمد محمد نوری
در دو طرف مرکز دایره ای دو وتر موازی کی مساوی
و دیگری مساوی C_۲ رسم می کنیم مطلوبست ساق و قطر و
ارتفاع وزاویه های قطرهای ذوزنقه متساوی الساقینی که آن دو
وتر دو قاعده آن باشند اضلاع و قطر ذوزنقه بر حسب شاعع دایره
محاسبه گردد .

دیبرستان دکتر نصیری

دیبر : هدایتی ، فرستنده : حسین روشن

مثلث ABC مفروض است به قطر AB و AC و میانه O_۱O_۲ دوایری رسم کرده و مراکز آنها را به ترتیب AM و
می نامیم ثابت کنید :

۱- این سه دایره در نقطه D واقع بر BC یکدیگر را
قطع می کنند .

۲- O_۱O_۲ وسط O_۱O_۲ می باشد .

۳- اگر نقاط تلاقی دایره O_۱ با AM و AC به ترتیب
و دایره O_۲ را با AB و F و P ، AM و E و N و دایره
MF و ME با O_۳ AC و AB را Q و R بنامیم طولهای
را مقایسه کنید .

۴- CP و DA و BN متقارنند .

۵- مثلث MNP متساوی الساقین است .

۶- اگر BC ثابت و رأس A دوی خطی موازی BC
تبییر کند مکان هندسی بقیه نقاط ذکر شده در مسئله را تعیین
کنید .

دیبرستان رضا شاه کبیر (همدان)

دیبر : کاوه ، فرستنده عنایت الله قره خانلو

از مثلث ABC زوایای A و B و مجموع دو ضلع

(AC+BC=1)BC و AC

در دست است آن را رسم کنید .

گروه فرهنگی هدف

فرستنده علی طباطبائی ، نصر الله صالحی

این معادله را حل کنید (تا پنج رقم اعشار) :

$$2^{3x} \times 4^{2x-5} = 5^{x-1} \times 7^{x+3}$$

مسائل هندسه

دیبرستان ابن سینا (آبادان)

دیبر : نادر دیلمقانیان - فرستنده : علی حاجی ابراهیمی
سه نقطه M و N و P داده شده اند بر نقطه M خطی
بگذرانید که نسبت فاصله های N و P از آن مساوی I باشد .

دیبرستان ابن سینا (رضائیه)

دیبر : رحیمی افشار - فرستنده : محسن هاشمی نژاد
مطلوبست رسم مثلثی که از آن فیمساز زاویه A و ضلع
BC و شاعع دایره محیطی (R) معلوم باشد .

دیبرستان البرز

دیبر : رضوان - فرستنده : شادان کیوان ، مستخدمین
حسینی ، علی نصر ، دارا معظمه
دو دایره (R و O') و (O' و R') و نقطه C در خارج
آن دو دایره مفروض است دو شاعع موازی O'A و O'B را
طوری رسم کنید که از نقطه C بایک زاویه دیده شوند .
دو امتداد موازی xx' و yy' و M خارج دو امتداد
و نقطه A روی xx' مفروضند از A قاطعی چنان رسم کنید که
اگر xx' را در B و yy' را در C تلاقی کند AB=AC
باشد .

دیبرستان ۱۵ بهمن بهشهر

دیبر : تهرانی - فرستنده : عابدی نژاد
روی خط D نقاط A و B و C و D به ترتیب قراردارند
مربعی رسم کنید که امتداد اضلاع آن از این نقاط بگذرد .
بین طولهای اضلاع مثلث ABC رابطه b^۲+c^۲=2a^۲ برقرار است .

اولا - طول هر میانه را بر حسب یکی از اضلاع بدست
آورید .

ثانیا - ثابت کنید مثلثی که این سه میانه اضلاع آن باشند با مثلث
ABC مشابه است .

دیبرستان پهلوی (ساری)

دیبر : محمود مهران ، فرستنده صالحی هیکوئی
نقطه ثابت M و خط متغیر D که از M می گذرد

مفروض است BD دایره محیطی مثلث RA در E قطع می‌کند عمودی که از E بر AC رسم شود AC را در F قطع می‌کند ثابت کنید.

اولاً - مثلثهای BAD و CFE و CBA متساهمند.
ثانیاً - $AF = 3EF$

دیبرستان فرخی (آبادان)

دیبر: هرزبان - فرستنده علی حاجی ابراهیمی
در مثلث ABC زاویه B دوباره زاویه C استارتفاع AD را رسم می‌کنیم و AB را به طول BE مساوی با BD امتداد می‌دهیم و خط ED را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطه F قطع کند.

اولاً - ثابت کنید نقطه F وسط ضلع AC است.

ثانیاً - طول DB را مساوی با DC روی DB جدا می‌کنیم ثابت کنید مثلث ABC متساوی الساقین است.
سه خط متقارب d_1 و d_2 و d_3 مفروضند از نقطه مفروض M خطی مرور دهید که اگر d_1 و d_2 و d_3 را به ترتیب در

$$\frac{AB}{BC} = \frac{m}{n}$$

قطع کند A و B و C و M را به شود.

دیبرستان قناد (بابل)

دیبر: خیرخواه - فرستنده علی اصغر فرزانه
در روند BC مربع $BCMN$ رسم می‌کنیم مطلوب است اولاً - طولهای AM و AN بر حسب اضلاع مثلث قائم الزاویه .
ثانیاً - ثابت کنید .

$$AN' + AC' = AM' + AB'$$

دیبرستان کورش

دیبر: خوش آهنگ - فرستنده مسعود سبزواری
از تساوی زیر $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ را حساب کنید.

$$5\sin\alpha + 12\cos\alpha = 13$$

در مثلث ABC نقاط I و I' مرکز دوایر محاطی داخلی و محاطی خارجی زاویه A می‌باشند . ثابت کنید .

$$AI \cdot AI' = AB \cdot AC$$

دیبرستان گلشنبر از (شبستر)

دیبر: باهمت - فرستنده - میرزا زاده

اگر G مرکز نقل مثلث ABC باشد ثابت کنید .
 $AB' + AC' + BC' = 3(GA' + GB' + GC')$

سه خط d_1 و d_2 و d_3 مفروضاند . نقطه‌ای مانند H بر روی d_1 چنان پیدا کنید که نسبت فواصلش از d_2 و d_3 برابر با K باشد .

دیبرستان سخن

دیبر: کاشانی ، فرستنده احمد فروتن
مکان هندسی مرکز دوایری را پیدا کنید که از نقطه تابعی گذشته و محیط دایره A را نصف کنند .
از مثلث قائم الزاویه ABC قائم در زاویه A ارتفاع AH و میانه یک ضلع دیگر در دست است مثلث مذکور را ترسیم نمایید .

در مثلث ABC نقطه M را بدست آورید بقسمی که مثلث های MBC و MAC و MAB معادل باشند .

دیبرستان طباطبائی

دیبر: آقایان ، فرستنده محمد رضا ترابی

چهارضلعی محاطی $ABCD$ را که در آن

$$B = 75^\circ, A = 60^\circ, CD = a \text{ و } AB = 2a$$

است رسم کنید .

دیبرستان علمیه

دیبر: نجفیان - فرستنده: حجت‌الله‌بابائی ، محسن جلالی
جهفری

$$\text{هر گاه } \tan x = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

اولاً - $\sin x$ و $\cos x$ را بر حسب a و b محاسبه کنید .

ثانیاً - درستی رابطه زیر را تحقیق کنید .

$$a\cos^{-1}x + b\sin^{-1}x = \left(\frac{a^2}{b^2} + 1\right)^{\frac{1}{2}}$$

در دایره‌ای به شعاع R و به مرکز O از نقطه P واقع در درون دایره دو وتر عمود برهم CPD و APB می‌گذرند و A' انتهای دیگر قطری از دایره است که از A رسم شود .
اولاً - وترهای DA و CB و $A'D$ را مقایسه و سپس مقدار عبارت $PA' + PB' + PC' + PD'$ را بر حسب R محاسبه کنید .

ثانیاً - اگر نقطه P ثابت بماند و AB و CD حول نقطه P دوران کنند و همواره برهم عمود باشند مقدار $AB' + CD'$ ثابت می‌ماند .

ثالثاً - مقدار $CD' + AB'$ را بر حسب R و d (فاصله نقطه از مرکز دایره) محاسبه کنید .

مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین $(A = 90^\circ)ABC$

دیبرستان هروی

دیبر: نیوشا - فرستنده: منصور اصلاح زاده، منصور
نهادی پور، رضا میرزا صالحی

ثابت کنید اگر در مثلث ABC میانهای BM و CN
برهم عمود باشند بین اضلاع مثلث بزبور رابطه $b^2 + c^2 = 5a^2$ برقرار است.

در مثلث متساوی الاضلاع ABC موضع رأس A ثابت
است وضع BC همواره از نقطه ثابت M می‌گذرد مکان رؤوس
B و C را پیدا کنید.

مسائل فیزیک

دیبرستان آذر

دیبر: قدمی - فرستنده حسن ضیاء توانا

برای بالاکشیدن چلیکی بوزن ۱۲۵ کیلوگرم از سطح
شیبداری استفاده می‌کنند که ذایله آن بالا ۳۵ درجه است
نیروی لازم برای بالاکشیدن چلیک را پیدا کنید. ثانیاً اگر
بخواهیم جسم را به ارتفاع ۱۲/۵ متری از سطح زمین برسانیم
طول سطح شیبدار چه اندازه باید باشد و کار انجام شده را
پیدا کنید.

دیبرستان ابوالملیح

دیبر: احمد کریم الدینی - فرستنده: حمید رضا خاکپور

لوله‌ای به طول ۹۸ cm و به سطح مقطع یک سانتیمتر مربع
را پراز جیوه نموده و آن را روی طشتک جیوه وارونه می‌نماییم
ارتفاع جیوه به ۷۶ cm می‌رسد سپس مقداری هوای خشک به
فضای بالای جیوه وارد می‌کنیم تا اینکه ارتفاع جیوه ۴۸ cm
بر سر درجه حرارت هوا در بالای جیوه در این موقع ۷ درجه
می‌باشد تعیین کنید ارتفاع جیوه را در حالتی که درجه حرارت
هوا را به ۳۹ درجه برسانیم چقدر می‌شود فرض می‌کنیم لوله
کاملاً متحدد الشکل است از انساط جیوه صرف نظر می‌شود.

دیبرستان الهی

دیبر: مهویدی

جسمی به شکل مکعب مستطیل به قاعده ۵ × ۳ درون دو
مابع مخلوط نشدنی بوزن مخصوصهای ۱ و $d_2 = ۰/۸$ cm
قرار دارد. ۸ cm از ارتفاع در مابین بالایی و ۱۵ cm دیگر
در مابین پائین قرار دارد. اگر وزن مخصوص جسم $۲/۷$ باشد
وزن جسم درون مابین را حساب کنید.

دیبرستان بایندر خرمشهر

دیبر: صیاد - فرستنده محمود پیوندی

مقداری هوا در شرائط متعارفی دریک استوانه قائم بوسیله
پیستونی بی وزن محبوس می‌کنیم معلوم کنید چه وزن‌های باید
روی پیستون قرار داد تا حجم هوای محبوس را در دمای ثابت
به ربع مقدار اولیه برساند در صورتی که سطح مقطع استوانه
 10 cm^2 و فشار جو یک کیلوگرم بر سانتیمتر مرربع است.

دیبرستان پهلوی (بهبهان)

دیبر: جاویدان - فرستنده ناصر دادبود

قطریک گلوله‌آهنی ۶ سانتیمتر و بدنه اندازه $۰/۵$ میلیمتر
بزرگتر از قطر داخلی یک حلقه برجی است وقتی که درجه
حرارت آنها 35° درجه سانتیگراد است حساب کنید هر دورا
به چه درجه حرارتی باید برسانیم تا گلوله به آسانی از حلقه
عبور کند.

$$12 \times 10^{-6} = \lambda \text{ آهن} \quad \lambda = 19 \times 10^{-6}$$

دیبرستان رضا شاه کبیر

دیبر: علوی - فرستنده فریماه طیاب

از قرصی به شعاع 20 cm و به مرکز O دایره‌ای به شعاع
۵ سانتیمتر و به مرکز O₁ را بریده و آنرا در O₂ می‌چسبانیم
بقسمی که $OO_2 = 10 \text{ cm}$ است فاصله گرانیگاه
جسم را از مرکز O پیدا کنید.

دیبرستان ششم بهمن (بیندر پهلوی)

دیبر: موسوی - فرستنده جمشید گرامتی

استوانه‌ای از آهن و چوب پنبه به ارتفاع ۴۰ cm که
۱۵ cm از آن آهن و بقیه چوب پنبه می‌باشد.
الف: اگر استوانه داخل جیوه شناور باشد چه ارتفاعی
از آن داخل جیوه فرو می‌رود.
ب: اگر داخل مایعی کاملاً غوطه‌ور شود وزن مخصوص
مایع چقدر است (وزن مخصوص آهن و چوب پنبه و جیوه به
ترتیب ۸ و ۰/۶ و ۱۳/۶ است).

دیبرستان صائب (اصفهان)

دیبر: تهرانی - فرستنده: جمشید احمدیان

به ابتدای میله‌ای به طول ۱۰۰ cm که بطور افقی قرار
گرفته نیروئی برابر ۲۰ کیلوگرم در امتداد قائم و بر نقطه
دیگر از همین میله نیروئی موازی با نیروی اول ولی در خلاف

کلاس پنجم طبیعتی

جبر

دیبرستان ملی دخترانه خجسته

دیبر : فقیهی شیرازی - فرستنده: فرشته امجدی
تابع

$$y = (1-m)x^2 - (m+1)x + 2m$$

مفروض است

۱) ثابت کنید که P_m نمایش تغییرات این تابع به ازایه کلیه مقادیر m از دو نقطه M و N می‌گذرد و ضمناً مختصات این دو نقطه را حساب کنید.

۲) طولهای نقاط تقاطع منحنی (P_m) با محور Ox را پیدا کنید.

۳) m را طوری تعیین کنید که طول یکی از دو نقطه تقاطع سهمی مزبور با محور طولها (۴) باشد.

۴) معلوم کنید به ازاء چه مقادیری از m سهمی (P_m) بر خط $4 - 4x - y = 0$ مماس می‌شود. ضمناً مختصات نقطه تماس را حساب کنید.

۵) سهمیهای (P_{-1}) و (P_2) به معادلات

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 2 \\ y = -x^2 - 2x + 4 \end{cases}$$

نسبت به یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید و مختصات نقاط تقاطع آنها نیز حساب کنید.

۶) خط $y = x + 4$ سهمی (P_2) را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. معادلات خطوط مماس بر سهمی (P_2) در این دو نقطه را بنویسید و زاویه بین این دو مماس را بدست آورید.

دیبرستان دانش (اسکو)

نقطه‌ای مانند D از محور y ها را تعیین کنید بطوری که مثلث ABD قائم الزاویه باشد. ($A = 90^\circ$)

دیبرستان طباطبائی

دیبر : عاطفی

خط (D) به معادله $ax - y + 1 = 0$ مفروض است (a ≠ 0) مقدار a را چنان تعیین کنید که خط (D) با خطی به معادله $2x + y - 1 = 0$ زاویه 15° تشکیل دهد.

تابع

$$y = x^2 + bx + c$$

جهت آن برابر 55 کیلوگرم اثر می‌کند. اگر نقطه اثر برایند ابن دو نیرو انتهای میله باشد فاصله بین دو نیروی موازی و مختلف الجهت و مقدار برایند آن را حساب کنید (از وزن میله صرف نظر می‌شود).

دیبرستان فردوسی (تبیریز)

دیبر : فائقی - فرستنده شهردار دشت

تخته‌ای است به عرض 1 متر و به طول 2 متر و به ارتفاع 1 دسیمتر و به وزن مخصوص 50 کیلوگرم بر سانتیمتر مکعب که روی قاعده بزرگتر در آب شناور است. در روی آن وزنهای قرار می‌دهیم در نتیجه $5/4$ سانتیمتر از تخته بیرون آب قرار می‌گیرد پیدا کنید وزنه چند کیلوگرم است.

مسئل شیوه‌ی

دیبرستان ابوالملیم

دیبر : غفارپور - فرستنده: حمیدرضا خاکپور

محلولی دارای اسید سولفوریک و سولفات سدیم است

سانتیمتر مکعب این محلول با 400 سود 40 گرم در لیتر (دسی نرمال) خنثی می‌شود. در آزمایش دیگر 200 محلول بالکرور با دیم $126/5$ گرم رسوب سفید تولید می‌کند. اولاً فرمولهای فعل و انفعالات را بنویسید.

ثانیاً غلظت اسید سولفوریک و غلظت سولفات سدیم را در محلول فوق حساب کنید.

دیبرستان فرخی (آبادان)

دیبر : هورفر - فرستنده: علی حاجی ابراهیمی

یک محلول رقیق شامل اسید سولفوریک و اسید کلریدریک موجود است بر 100 آن کلرورباریم فراوان می‌ریزیم رسوبی

به وزن $466/4$ گرم حاصل می‌شود. چنانچه برای خنثی کردن

100 از محلول اولیه 1400 محلول سود نرمال لازم باشد غلظت هریک از اسیدها را در محلول بدست آورید.

دیبرستان فیوضات (مشهد)

دیبر : مادرسی - فرستنده: محسن مخلی

محلول A شامل سولفیت سدیم و کربنات سدیم می‌باشد.

672 سانتیمتر مکعب مخلوط گازی شکل را ایجاد می‌کند که می‌تواند

$11/2$ آب اکسیژن 10 حجمی را احیاء کند مطلوب است غلظت محلول A نسبت به هریک از دونمک.

داده شده است.

الف - مقدار b را چنان تعیین کنید که خط به معادله $\frac{1}{2}x = y$ محور تقارن منحنی باشد.

ب - با فرض $a = b$ ، مقدار c را چنان تعیین کنید که طول یکی از نقاط تلاقی منحنی با محور طولها $(1 -)$ باشد.

$$\text{هرگاه } \frac{x}{\sqrt{x}} = y \text{ باشد نشان دهید:}$$

$$y \times y' = \frac{1}{2}$$

مسئلشات

دیبورستان ارس
معادلات زیر را حل کرده جوابهای بین صفر و $\pi/2$ را حساب کنید.

$$\sin x + 2 \cos^2 x = 1$$

$$\sqrt{2} \sin x + \sin 2x = 0$$

دیبورستان دخترانه خجسته
دیبور: فقیهی شیرازی - فرستنده: فرشته امجدی
درستی رابطه زیر را تحقیق نمائید.

$$\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b = \frac{2 \sin(a+b)}{\cos(a+b) + \cos(a-b)}$$

و ضمناً حاصل عبارت زیر را حساب کنید

$$A = \operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ$$

$$\text{هرگاه } \cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \text{ و } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ فرض شود.}$$

مطلوب است محاسبه $\cos 2x$ و $\cos 4x$ و مقایسه آنها با یکدیگر.

مسئلشات فیزیک

دیبورستان دارالفنون

دیبور: بهرامی - فرستنده: حسین امیرحسینی

تعداد ۲۵ پیل را که نیروی محركه هریک ۲ ولت و مقاومت داخلی هریک $1/10$ اهم است با یک مقاومت $1/10$ اهمی یک بار بطور سری و یک بار بطور انشعابی و یک بار در $5/5$ ردیف ۴ تائی بستهایم شدت جریان در هر حالت چقدر است.

گروه فرهنگی هدف
دیبور: آبتویی - فرستنده حسن قزل! باعث
دو مولد متشابه موجود است. می خواهیم با درآزمایش E
نیروی محركه و r مقاومت درونی هریک از آنها را مشخص
کنیم. درآزمایش اول یک مولد را به مقاومت یازده اهمی متصل
می کنیم و می بینیم که شدت جریان $13/0$ آمپر است. درآزمایش
دوم دو مولد را بطور متواالی قرار داده همان مقاومت یازده
اهمی را در مدار آنها قرار می دهیم شدت جریان مساوی $24/0$ آمپر.
می شود معین کنید E و r را

مسئلشات شیمی

گروه فرهنگی آذر
فرستنده: رضا صراف نهار
۱۰۰ سانتیمتر مکعب از یک محلول سولفات فرو می تواند
۵۰ سانتیمتر مکعب از یک محلول پرمونگنات دوپتاں را در
محیط اسید سولفوریکی بیرنگ نماید درآزمایش دیگر 20 سانتیمتر
از همان محلول پرمونگنات دوپتاں را بوسیله $224/0$ لیتر گاز
سولفور که از برشه شدن سولفور طبیعی آهن ناخالص (پیریت)
بدست آمده همراه می سازیم مشاهده می شود که برای اذین -
بردن و نگ کامل پرمونگنات دوپتاں 10 سانتیمتر مکعب آب
اکسیژن $11/2$ حجمی لازم است.

اولاً - کلیه فرمول فعل و افعال را نوشته فاکتور سولفات فرود را بدست آورید.

ثانیاً - در صورتی که وزن سولفور آهن مصرفی یک گرم باشد درجه خلوص آن چقدر است

ثالثاً - اگر فاکتور سولفات فرو را در محیط بازی یک فرض شود و 100 سانتیمتر مکعب از این محلول را تبخیر نمایم
جرم - گرد بلورین حاصل $13/9$ گرم باشد آب تبلوری را که با یک مولکول سولفات فرو همراه است بدست آورید.

دیبورستان دختران بهبهانی (کازرون)
دیبور: جواهري

۵۰۰ جوهر نمک دونرمال با 1000 جوهر گوگرد نرمال
اشتباه مخلوط شده است. فاکتور جدید مخلوط اسید را پیدا کنید.

مقدار $2/5$ گرم نمونه اورانیوم رادر هوای حرارت داده
و به اندازه $2/9490$ گرم اکسید بدست آورده ایم مطلوب است
تعیین فرمول خام اکسید اورانیوم

یک مخلوط طلا و کوارتز به وزن 100 گرم و بدچگالی $4/6$ در دست است. هر گاه چگالی طلا و کوارتز به ترتیب
برابر $3/19$ باشد مطلوب است وزن طلا در مخلوط مزبور.

گروه فرهنگی هدف
فرستنده: حسن قزل ایاغ
از حل کردن $2/3$ گرم آلیاژ آهن و روی در اسید سولفوریک رقیق 896 سانتیمتر مکعب گاز هیدرژن تولید شده است وزن هریک از 2 فلن را در آلیاژ حساب کنید.

کلاس پنجم ریاضی

جبر

دیبرستان آذر
فرستنده رضا صراف نهار

تابع $y = \frac{ax+b}{x+c}$ مفروض است. ضرایب a و b و c را طوری تعیین کنید که منحنی نمایش تابع فوق بر خط $y = 3x + 2$ مماس شود و نقطه برخورد مجانبهایش بر نیمساز ناحیه دوم واقع گردد و نیز منحنی محور y را در نقطه به عرض $\frac{1}{2}$ قطع کند.

مختصات مرکز تقاضن منحنی به معادله

$$y^2 + 2x^2 - 2y - x - 1 = 0$$

را تعیین کنید و معادلات خطوط مماس بر منحنی را در نقاط به طول 1 بنویسید.

دیبرستان ابن سینا (همدان)

دیبر: کاظم خوبی - فرستنده همتی، جاوید، رحمت الله
ادعیه نویس

خط I به معادله $m = y$ دو منحنی به معادلات

$$\begin{cases} y = \frac{x}{1+x} & (C) \\ y = x^2 + x & (C') \end{cases}$$

را قطع می‌کند بطوری که x' و x'' محل تلاقی با منحنی (C) و x_1 محل تلاقی با منحنی C' است. ثابت کنید عبارت زیر مستقل از m است.

$$z = \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} - \frac{1}{x_1}$$

دیبرستان انجاد
دیبر: حسین غیور

معادله خطی را بنویسید که نقاط تقاطع دو تابع

$$y = \frac{cx+d}{c'x+d'} \quad , \quad y = \frac{ax+b}{a'x+b'}$$

را به هم وصل می‌کند.

گروه فرهنگی خوازه‌ی
فرستنده: فرهاد نصیری، صمد حیاتی

محلولی است از سولفات فرو و سولفات فریک 100cc از آن در محیط اسید سولفوریک 40cc پرمنگنات پتاویم $\frac{1}{2}$ نرمال را بزنگه‌ی نماید و اگر به 100cc از همان محلول سود سوز آور 8 گرم در لیتر اضافه نمائیم رسوبی به وزن $0/282$ گرم حاصل می‌شود تعیین کنید:

اولاً فرمول فعل و انفعالات.

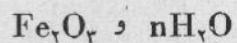
ثانیاً - غلظت و غلظت مولکولی (هریک از نمک).

ثالثاً - حجم سود مصرف شده.

دیبرستان دولتی دانش (اسکو)

دیبر: عباس تقیزاده ماکوئی فرستنده خلیل علمداری ماکوئی.

قطعه‌آهن خالص به وزن $58/3$ گرم را در هوای گذاریم تا کاملاً زنگ بزند مشاهده می‌کنیم که بروزن آن $2/4$ گرم افزوده می‌شود در صورتی که بدانیم زنگ آهن به صورت



است معین کنید مقدار n را (تا دو رقم اعشار)

دیبرستان دکتر نصیری

دیبر: محسن فلاحتی، فرستنده: اسماعیل شاهی

بر 100 سانتیمتر مکعب اسید نیتریک $2/120$ گرم کربنات سدیم خالص می‌ریزیم برای خشی کردن زیادی اسید 30 سانتیمتر مکعب سود دونرمال باید اضافه کرد حساب کنید

اولاً - غلظت و فاکتور اسیدرا

ثانیاً - 100 سانتیمتر مکعب دیگر اسید اولیه با چند گرم نقره ترکیب می‌شود.

دیبرستان شاپور

دیبر: تقیزاده ماکوئی - فرستنده: اکبر وثوقی

مقدار $1855/0$ گرم سولفات یک فلن سه ظرفیتی را در آب حل می‌کنیم بر محلول حاصل نیترات باریم نرمال می‌کنیم. مشاهده می‌نماییم پس از افزایش 15cc از محلول نیترات باریم عمل رسوب کامل می‌شود جرم اتمی فلن را حساب کنید.

معین کنید PH دسی نرمال یک اسید در آب چه مقدار می‌باشد در صورتی که بدانیم ضریب تفکیک (درجه یونیزاسیون) این اسید در این محلول 1% (یک درصد) می‌باشد.

دیبرستان ادب

دیبر: طاهری - فرستنده: میرزا زاده - محمود مرتضوی

مختصات مرکز تقارن منحنی به معادله $\frac{x^4 - 4x}{x - 1}$ و تعیین کنید.

از تابع زیر مشتق بگیرید.

$$y = \cos \sqrt[3]{x} - \operatorname{tg}^2 x + \sqrt[3]{x^4}$$

دیبرستان ارس

مقدار m را طوری تعیین کنید که فاصله نقطه $(3, 0)$ از خط D به معادله $y = mx - \sqrt{1+m^2}$ برابر باشد.

دیبرستان امیر کبیر

دیبر: آقای اکبر حسینی - فرستنده: حبیب الله سلیمان زاده

- مشتق $\sqrt[3]{2x+1} = y$ را مستقیماً از روی تعریف مشتق به ازاء $x=9$ حساب کنید.

$$-2 \quad \text{اگر } \frac{1}{\sqrt{\sin 2x}} = y \text{ باشد ثابت کنید.}$$

$$y + y'' = 3y^5$$

-3 - نقطه P را روی محور عرضها طوری انتخاب کنید که اگر از آن نقطه دوماس بر منحنی نمایش تغییرات تابع

$$y = -x^3 + x + \frac{11}{4}$$

-4 - ثابت کنید اگر m تغییر کند منحنیهای نمایش تغییرات تابع

$$y = mx^3 + x - m + 4$$

از دو نقطه ثابت A و B می‌گذرند مختصات این دو نقطه را تعیین کنید.

ثابنا - معادلات ماماهای بر منحنی از این دو نقطه را بنویسید و مکان هندسی نقطه تلاقی دو ماس را بدست آورید.

دیبرستان بامداد

دو خط (D) و (D') به معادلات زیر مفروض است

$$y = x - 2 \quad (D)$$

$$2x + 4y - 1 = 0 \quad (D')$$

مختصات نقاطی از خط (D) را تعیین کنید که فاصله شان از خط (D') برابر واحد باشد.

در توابع زیر $y = x'$ را بدست آورید.

$$y^2 + x^3 - x + y = 0$$

$$y = x \sqrt{x + \sqrt{x}}$$

$$y = \arctg x$$

دیبرستان بواسحق (کازرون)

دیبر: معنویان - فرستنده: عبدالحمید ریاضی

تابع

$$y = mx^3 + (3 - 2m)x + m$$

مفروض است ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر m منحنی فوق از یک نقطه ثابت A می‌گذرد و در همان نقطه A بر یک خط ثابت مماس است.

ثابت کنید که منحنیهای تغییرات دو تابع

$$y = -x^3 + x - 1 \quad y = -x^3 + 3x - 2$$

در یک نقطه متقاطعند مختصات نقطه تقاطع را حساب کنید.

ثابنا - در صورتی که خط $y = ax + b$ مماس مشترک دو منحنی باشد a و b را تعیین کنید.

ثالثا - مختصات نقطه تماس با دو منحنی را بدست آورید

دیبرستان پانزده بهمن (بهشهر)

دیبر. تهرانی - فرستنده: یزدان بناد

1 - تابع

$$y = x^3 - 3x + 2 \quad (1)$$

مفروض است اولاً ثابت کنید خط $\frac{3}{2}x = y$ محور تقارن این منحنی است و سپس جدول منحنی نمایش تغییرات تابع را در دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

ثابنا - در تابع

$$y = ax^3 + bx^2 + cx \quad (2)$$

ضرایب a و b و c را طوری تعیین کنید که فاصله مرکز

تقارن منحنی این تابع از محور تقارن منحنی (1) برابر $\frac{1}{3}$ واحد طول گردد و دو منحنی در نقطه‌ای به طول واحد برهم عمود شود و پس از تعیین ضرائب منحنی نمایش تغییرات این تابع در همان دستگاه منحنی نمایش تابع درجه دوم رسم کنید. معادله درجه دوم زیر مفروض است.

$$(a - \operatorname{tg} \alpha)x^3 + (b \cos \alpha + \cos \alpha - 1)x + 5 = 0$$

که در آن α کمانی است متغیر که بین 0° و $\frac{\pi}{2}$ تغییر می‌کند و a و b مختصات نقطه متحرک M می‌باشد. مکان هندسی نقطه M را وقتی که معادله مفروض دارای دوریشه بینهاست است بدست آورید.

$$y = \frac{mx - 2}{x^3 - 2mx + 3}$$

داریم:

$$xy(1 - y'') = y'(x' - y' - a')$$

ثابت کنید بین تابع

$$y = \cos x (1 + \tan x \tan \frac{x}{2}) + \tan \frac{x}{2}$$

و مشتق آن رابطه $y'' + 2y' + y = 0$ برقرار است.

مطلوب است تعیین مکان هندسی نقاطی که تفاضل مربعات فواصل از دو نقطه ثابت A و B مساوی K شود

دیبرستان خوارزمی و هرجان

دیبر: عابدی - فرستنده: فرهاد نصیری - فرخ صادقی

نقطه‌ای روی محور تقارن منحنی (c) نمایش تابع

$$y = x^3 - 3x^2 + 2$$

را پیدا کنید که از آن نقطه بتوان دوم ماس عمود بر هم بر منحنی رسم کرد.

$$y = \frac{x-2}{m(x+3)}$$

در تابع y مقدار m را طوری پیدا کنید

که تأثیرات زاویه بین منحنی آن با منحنی (c) در نقطه بطول ۲ برابر ۲ گردد.

دیبرستان دکتر نصیری

دیبر: ابوالقاسم ترقی - فرستنده: اسماعیل شاهی، فلاحتی خط y = m منحنی تابع $y = x^3 - 3x^2 + 2$ را در نقاط M' و M'' قطع می‌کند. معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌ها برابر ضریب زاویه های OM' و OM'' باشد (O مبدأ مختصات) آیا می‌توان m را تعیین کرد که OM' و OM'' عمود باشند.

دیبرستان رشدیه

دیبر: نیوشا - فرستنده: منصور اصلاح زاده

ثابت کنید خط (D') به معادله:

$$mx - m'y = 2m + 1$$

آن را تعیین خواهید نمود مماس است

دیبرستان زاگرس

دیبر: مهندس محمودزاده - فرستنده: کامران فیروز

$$\text{خط ۱} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

همواره از نقطه ثابت (α و β)

می‌گذرد مطلوب است تعیین معادله مکان هندسی پای عمودهای که از مبدأ مختصات براین خط فرود می‌آیند.

دیبرستان صائب (اصفهان)

دیبر: تقوی - فرستنده: ایرج افشاری

به یک تابع هموگرافیک تبدیل شود و به ازاء $m = 2$ جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع فوق را در دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

دیبرستان پهلوی (بهبهان)

دیبر: اشرف العقالئی - فرستنده ناصرداد بود

a و b را طوری تعیین کنید که تابع زیره می‌شے اتصالی باشد.

$$y = \frac{ax^4 + bx^3 + 1}{x^2 - 2x + 1}$$

جواب نامعادله زیر را بدست آورده و آن را رسم کنید.

$$|x| + |y| < 1$$

خط $y = ax + b$ مفروض است محل تلاقی این خط را با

محور x ها نقطه A و با محور y ها نقطه B می‌نامیم ثابت کنید که اگر داشته باشیم

$$\frac{1}{x_A} + \frac{1}{y_B} = \frac{1}{2}$$

این خط همواره از نقطه ثابتی می‌گذرد.

دیبرستان پهلوی (گلپایگان)

دیبر: آشتی - فرستنده: مصطفی توکل، حسین جعفری

تابع $y = \sqrt{(1-m)x^2 - x + 1}$ مفروض است.

راچنان تعیین کنید که تابع به خط مستقیم تبدیل شود.

$$2 - \text{به ازاء } \frac{4}{3} = m \text{ منحنی نمایش تغییرات آن را رسم کنید.}$$

دیبرستان تربیت

دیبر: خلخالی - فرستنده: عبدالکریم لیشی اصل

ثابت کنید که بین مشتقهای اول و دوم تابع

$$y = \frac{a-b}{(x-a)(x-b)}$$

رابطه زیر برقرار است.

$$\frac{2y''' - yy''}{y^3} = \frac{2}{a-b}$$

تحقیق کنید که ریشه‌های معادله درجه دوم

$$x^4 - 2bx^2 + 2a = 0$$

عبارتند از طولهای نقاط بر خورد نیمساز ناحیه اول با منحنی

$$y = -\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + x - \frac{1}{2}$$

دیبرستان تقوی

فرستنده: جمال آشفته، حسن خدا بخش

ثابت کنید اگر داشته باشیم:

$$y^r - bx^r + \frac{a'b}{a+b} = 0$$

دستگاه زیر را حل کنید

$$\begin{cases} \frac{1}{x^1} + \frac{1}{y^1} = \frac{5}{4} \\ x+y=3 \end{cases}$$

مقدار حقیقی عبارت زیر را به ازای $x=3$ حساب کنید

$$\frac{x - \sqrt{4x - 3}}{2x - 6}$$

دو نقطه $(2, 1)$ و $(0, -1)$ دو رأس مجاور

مستطیلی هستند که مساحت آن 4 می باشد مختصات دوران دیگر

مستطیل را حساب کنید

دیبرستان علم (بیر جند)

دیبر : حجازیان - فرستنده : غلامرضا نخعی

یکی از جوابهای دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را

بدست آورید .

$$\begin{cases} \sqrt{x} + y = 11 \\ \sqrt{y} + x = 7 \end{cases}$$

m را چنان تعیین کنید که به ازاء جمیع مقادیر x عرض

منحنی نمایش تغیرات تابع زیر منفی باشد .

$$y = mx^1 + m(x+2) - (x+m+1)$$

دیبرستان علمیه

فرستنده : محمدرضا جمشیدی

$$y = \frac{x}{x+3} = mx + y \text{ منحنی نمایش تابع } y = mx + 1$$

را عموماً در دو نقطه A و B' و مجانبهای آنرا در A' و

قطع می کند مختصات این نقاط را بر حسب m محاسبه کنید و تحقیق

$$AA' = BB' \text{ هرچه باشد } m$$

دیبرستان فردوسی

دیبر : رحیمی افشار - فرستنده : حسن فیضی آذر

m را چنان تعیین کنید که مماسهایی که در نقاط تقاطع

منحنی تابع

$$y = mx^1 + 2(m+1)x + m$$

با محور x هاب منحنی رسم شود برهم عمود باشد .

تابع

$$y = \frac{x^1 - 6bx + 4a}{4ax^1 - 6bx + 1}$$

مفروض است ثابت کنید خط $x - y$ همواره منحنی نمایش تابع

فوق را در نقطه‌ای به طول يک قطع می کند .

دیبرستان فرهنگ (اهواز)
دیبر : گیتی زاده - فرستنده محمدرضا نادری
سه فقط $(1, 2a)$ و $(A, 4a)$ و $(2, a)$ و $(-1, a)$ مفروضند .
اولاً زاویه BAC را که همواره مقدار ثابتی است محاسبه کنید .

ثانیاً ثابت کنید خط AB همواره از نقطه ثابتی که مختصات آن را پیدا خواهید کرد می گذرد .

ثالثاً به ازاء چه مقادیری از a خط AB بر نیمساز ناحیه اول منطبق می شود

دیبرستان فروزی (هراغه)

دیبر ، محمدشمس - فرستنده : حبیب موسی زاده
دوم حور عمود برهم Ox^1 و Oy و نقطه ثابت A به طول يک واقع بر روی محور Ox مفروض است .

نقطه اختیاری B را بر روی Oy فرض می کنیم و AC را ببال OA و برابر OB جدا می کنیم از نقاط B و C دو خط بر دو محور عمود می کنیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند او لا مکان هندسی نقطه M و همچنین مکان هندسی نقطه آن محل تلاقی اقطار مستطیل $OBMC$ (O مبدأ مختصات) پیدا کنید .

ثانیاً عمود منصف BC همواره از نقطه ثابتی که آن را تعیین خواهید کرد می گذرد .

دیبرستان فیروز بورام

دیبر ، خسروی - فرستنده ، داھی
 $y = (x-1)(x+2)$ از روی شکل منحنی تابع $y = x^2 - 3x + 1/5 = 0$ تعداد و علامت جوابهای معادله رامعین کنید .

دیبرستان قریب

دیبر ، مهدی مدغم - فرستنده : محمدرضا ایزدان ، فرهاد غفاری

تابع $y = x^1 + 6x + m$ مفروض است .

m را طوری تعیین کنید که می نیم تابع بر خط $x - 3y = 0$ واقع باشد .

دیبرستان قطب (دزفول)

دیبر : فخر عطار - فرستنده ، عبدالرحمن چگنی زاده
تابع $y = x^1 - 4x + 5$ مفروض است مکان هندسی نقاطی از صفحه محورهای مختصات را تعیین کنید که بتوان از آن نقاط دو ماس عمود برهم بر منحنی مفروض رسم کرد .

گروه فرهنگی هدف

فرستنده: حسن قزلایاغ، شاهرخ ذکاوی

$$\text{ثابت کنید مشتق تابع } y = \frac{x + \cot x}{x \cot x - 10} \text{ را می-}$$

توان به صورت زیر در آورد.

$$y' = \left(\frac{x}{x \cos x - \sin x} \right)^2$$

$$\text{تابع } y = -mx^2 - 2x - \frac{1}{m} \text{ مفروض است:} \\ (m \neq 0)$$

۱- ثابت کنید منحنیهای نمایش تغییرات تابع مفروض

همواره بر محور طولها و خط $4x = 0$ مماس هستند.

اگر M نقطه تماس محور طولها و N نقطه تماس خط $y = -4x$ باشد مختصات نقاط M و N را بز حسب m حساب کنید و تحقیق نمایید هر گاه m تغییر کند خط MN همواره با محور طولها زاویه ثابتی می سازد.

مثلثات

گروه فرهنگی آذر

فرستنده: رضا صراف نهار

مطلوب است محاسبه $\sin 18^\circ$ (می دانیم $5 \times 18^\circ = 90^\circ$)

به کمک زاویه معین عبارت:

$$\sqrt{2 + \sqrt{x}} - \sqrt{2 - \sqrt{x}}$$

را قابل محاسبه لگاریتمی نمایید.

اگر

$$\sin(\alpha + \beta - \gamma) \text{ و } \sin(\gamma + \alpha - \beta) \text{ و } \sin(\beta + \gamma - \alpha)$$

سه جمله متولی یک تصاعد عددی باشد ثابت کنید $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ تشکیل یک تصاعد عددی خواهند داد.

گروه فرهنگی آرش

دیبر: بهنیا - فرستنده: حسن حمامی

$$\text{به فرض آنکه } \frac{\sin x}{\sin y} = \tan y \text{ باشد. ثابت کنید}$$

$$\cot \frac{x+y}{2} \tan \frac{x-y}{2} = \tan(y - 45^\circ)$$

دیبرستان گلشن از «شبستر»

دیبر: جوانی - فرستنده: سعید فرشاد، احمد کلاهی

تابع $y = ax^2 + bx + c$ مفروض است از مبدأ

مختصات دو مماس بر منحنی رسم کرده تانزانیت زاویه بین دو مماس را حساب کنید.

ثانیاً بین a و b و c چه رابطه‌ای باشد تا دو مماس بر

هم عمود شوند؟

دیبرستان نظام وفا «اهواز»

دیبر: قوام نحوی

در تابع $y = (a+3)x^2 + 2x + a+1$ راطوری

تعیین کنید که منحنی آن بر خط $y + 2 = 0$ مماس شود.

دیبرستان وحید

دیبر: اخوان - فرستنده: محمد صادق آقامحمدی

اگر M یک نقطه اختیاری از منحنی تابع

$$y = -\frac{1}{\lambda}(x^2 - 8x + 32)$$

باشد و از آن عمود MH را بر محور x ها فرود آوریم ثابت کنید روی محور تقارن منحنی نقطه مانند F می توان یافت که

$MF = MH$ باشد

دیبرستان هدایت «سنندج»

دیبر: حسام الدینی - فرستنده جمشید آرمند

دانش عمرانی

دستگاه سه معادله سهجهولی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x - \sqrt{yz} = 1 \\ y - \sqrt{xz} = -8 \\ z - \sqrt{xy} = 10 \end{cases}$$

قسمتی از صفحه محورهای مختصات را مشخص کنید که در

آن نا معادله زیر برقرار باشد

$$4 > y > \sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(x-1)^2}$$

دیبرستان هدایت «شیراز»

دیبر: ابراهیم صادقی - فرستنده محمد هدایی عصوی

خط D به معادله $y = x + 20$ که محورها را در

نقطه A قطع کرده مفروض است، این خط نیمساز داخلی مثلث

ABC است به طوری که اندازه زاویه A برابر 60° بوده و

دو رأس B و C از آن در ناحیه دوم و سوم قرار دارند (B

و C روی محور y ها نیستند) اگر طول نیمساز داخلی AD برابر $2\sqrt{2}$ باشد و طول ارتفاع $AH = 2$ باشد مختصات

مختصات رؤوس B و C را حساب

دبيرستان اتحاد

دبير: فصيحيان - فرستنده: هرداد زيرى،
جاويد اقييان

اگر $\cos x + \sin y = b$ و $\sin x + \cos y = a$
مطلوب است محسنه $(x \mp y)$

دبيرستان ارس

عبارت زير را قبل محسنه لکاريتمى كنيد.

$$\sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

دبيرستان بحرب العلوم (بروجرد)

فرستنده: محمد رضا سياشى

مثلث قائم الزاويه $(A = 90^\circ)$ مفروض است. ميانه BM را رسم مي كنيم اين ميانه با ضلع AC زاويه 105° مي سازد و طول آن ۸ متر است. مطلوب است اندازه اضلاع مثلث C بازانت زوایای B و C .

دبيرستان بواسحق (كازرون)

دبير: معفويان - فرستنده: عبدالحميد رياضي

در تابع $y = \frac{4(x-x^3)}{x^4-6x^2+1}$ و تابع $y = \operatorname{tg} 4a$ مقدار x را بر حسب خطوط مثلثاتي a به ساده ترين صورت بدست آوريد.

دبيرستان يانزده بهمن

دبير: کوشما

معادله زير را حل كرده و جوابهاي بين صفر و π را بدست آوريد.

$$\sin 7y - \sqrt{3} \sin 4y + \sin y = 0$$

دبيرستان يانزده بهمن (بهشهر)

دبير: قهراني - فرستنده: يزدان پناه

ابتدا مقدار $\cos 75^\circ$ را بدست آورده و سپس عبارت زير را قبل محسنه بوسيله لکاريتمى نمایيد.

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{8 - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}$$

دبيرستان پهلوی (بهبهان)

دبير: اشرف العلاقى - فرستنده: ناصرداد بود
معادله زير را حل كنيد.

$$\cos^3 x \sin^3 x + \sin^3 x \cos^3 x = \frac{3}{4}$$

دبيرستان پهلوی (گلپایگان)

دبير: آشتى - فرستنده: مصطفى توكل
اگر در مثلث $\sin^4 A + \sin^4 B + \sin^4 C = 0$ باشد.
ثابت كنيد مثلث قائم الزاويه است

دبيرستان آرمان
دبير: فتحي پور - فرستنده: عبدالکرييم ليشي اصل
در مثلث قائم الزاويه $(BAC = 90^\circ)$ وزاويه $A = 45^\circ$
مي باشد اگر AC را به اندازه ۳ سانتيمتر از طرف C تا D
امتداد دهيم زاويه ADB برابر 30° مي شود. مطلوب است محسنه
اضلاع مثلث ABC (به كمك روابط مثلثاتي).

دبيرستان تقوی

دبير: كجوري - فرستنده: سيد جمال آشفته
نوع مثلثي را تعيين كنيد كه يكى از دورابطه زير در
آن صدق كند.

$$\begin{cases} \sin B \cos C = \sin A - \cos B \sin C \\ \sin B + \cos C = \sin C + \cos B \end{cases}$$

دبيرستان ملي حكيم سنائي (اصفهان)
دبير: باقر گوهري - فرستنده: رازمينك بوداغيان
مطلوب است محسنه A و B و C برای آنکه رابطه زير
همواره برقرار باشد.

$$\cos^4 x = A \cos^4 x + B \cos^2 x + C$$

گروه فرهنگي خوارزمي

دبير: چاوشيان - فرستنده: صمد حياتى
معادله مثلثاتي زير را حل كرده و صورت كلي جوابهاي
بين صفر و π را بدست آوريد.

$$\cos^2 x + 2 \sin^2 x \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

دبيرستان دارالفنون

دبير: دوست حقيقى - فرستنده: حسين امير حسيني
معادله مثلثاتي زير را حل كرده و جوابهاي بين صفر و 2π
را تعين كنيد.

$$\sin(x + \frac{\pi}{12}) + \cos(\frac{5\pi}{12} - x) = 1$$

دبيرستان دكتور نصيري

دبير: رحمت الله هدايتى - فرستنده اسماعيل
شاهى

ثابت كنيد عبارت :

$$\frac{1 + \cos x + \sin x + \sin x \cos x}{1 - \sin x - \cos x + \sin x \cos x}$$

به عبارت زير قابل تبديل است.

$$\left(\frac{1 + \cot \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}} \right)^2$$

دیبرستان قناد (بابل)

دیبر: خیرخواه - فرستنده: غلامحسین اسدالله‌ای
معادله زیر را حل کنید.

$$\log \operatorname{Arccos}(\sqrt{x+1}) - \operatorname{colog} \operatorname{Arcsin}(\sqrt{x+1}) = m$$

دیبرستان کسری (اردبیل)

رابطه‌ای بین a و b پیدا کنید باشرطی که داشته باشیم:

$$\operatorname{Arctg} \frac{a}{a-b} + \operatorname{Arctg} \frac{b}{a+b} = K\pi - \frac{\pi}{4}$$

دیبرستان گلشنراز (شبستر)

دیبر: باهمت - فرستنده: سعید فرشاد
مکان هندسی نقطه M را با حذف φ بین روابط زیر بدست آورید.

$$M \begin{cases} x = x \cos \varphi + y \sin \varphi \\ y = x \cos \varphi - y \sin \varphi \end{cases}$$

دیبرستان محمد رضا شاه پهلوی (رشت)

دیبر: محمود منظری - فرستنده: علی اکبر صنعتی
عبارت زیر را قابل محاسبه بالگاریتم نموده و مقدار عددی آن را محاسبه کنید.

$$\sin 54^\circ - \sin 18^\circ$$

دیبرستان محمدعلی فروغی

دیبر: دانشور - فرستنده: جواد جمشیدی
عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید.

$$\cos^3 a + \cos a - \sqrt{2} \cos 2a$$

دیبرستان هروی

دیبر: وکیل زاده - فرستنده: جواد میرمحمد حسینی
اگر زاویه فراز رأس بر جی از نقطه A برابر 17 درجه باشد و چون 60 متر به برج نزدیک شویم ناچار 6 متر از افق نقطه پائین تر رفتایم وزاویه رأس بر ج از این نقطه برابر 21 درجه شده است ارتفاع برج را حساب کنید.

دیبرستان نادر شاه (مشهد)

دیبر: بقائی - فرستنده: خشاپار جلیل‌وند

عدد مثبت K وزاویه حاده φ واقع بین صفر و $\frac{\pi}{2}$ را جنان

تعیین کنید که در ازاء همه مقادیر x داشته باشیم

$$K \sin\left(\frac{x}{2} + \varphi\right) = 2 \sin\frac{x}{2} + 2\sqrt{3} \cos\frac{x}{2}$$

دیبرستان فرخی (آبادان)

دیبر: مریمی - فرستنده: مصطفی رئیسی
به فرض آنکه $105^\circ = \frac{3\pi}{8}$ باشد و $\sin y = -\frac{3}{8}$

در درج سوم باشد مطلوبست محاسبه $\cos y$ و $\tan(3x - y)$

دیبرستان فردوسی (رضائیه)

دیبر: صولتی - فرستنده: حسن فیضی آذر
تحقیق کنید که هر یک از دورابله زیر را می‌توان از دیگری نتیجه گرفت.

$$\sin(2x + y) = 5 \sin y$$

$$2 \tan(x + y) = 3 \tan x$$

دیبرستان فرنگی (اهواز)

دیبر: گیتی زاده

اگر زاویه حاده x ریشه معادله $tg^4 x + tg x - 6 = 0$ باشد مطلوبست محاسبه $\cos 4x$ و $\sin 4x$

$$tg^4 x + (m - 2) \tan x - m + 1 = 0 \quad \text{معادله}$$

مفروض است.

اولا m را چنان تعیین کنید که دو ریشه معادله متمم یکدیگر باشند.

ثانیاً به ازاء $m = 0$ معادله را حل کنید.

دیبرستان فروزی (هراغه)

دیبر: عبدالجبار بتیانی - فرستنده: حبیب موسی‌زاده

معادله زیر را حل کرده و جوابهای بین صفر و 2π را بدست آورید.

$$\cos 3x - \cos^3 x + \sin 3x - \sin^3 x = 0$$

اگر m و m' به ترتیب طول نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه A از مثلث ABC بوده و $B > C$ باشد رابطه زیر را ثابت کنید.

$$\frac{m}{m'} = \tan \frac{B-C}{2}$$

دیبرستان قریب

دیبر: مدحیم - فرستنده: فرهاد غفاری

معادله زیر را حل کرده و جوابهای بین صفر و 2π را بدست آورید.

$$2 \sin^3 x - \sin x \cos x + \cos^3 x = 1$$

دیبرستان قطب (دزفول)

دیبر: فخر عطار - فرستنده: عبدالرحمن چگنی‌زاده
عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید.

$$8 \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ + 2 \sin 70^\circ$$

دیبرستان بحرالعلوم (بروجرد)
فرستنده: محمد رضائی
کنج سه وجهی S و نقطه G در داخل آن مفروض است از نقطه G صفحه P را طوری مروردهید که فصل مشترکش با کنج مثلث ABC باشد به طوری که نقطه G محل تلاقی میانه های مثلث مزبور باشد.

دیبرستان پانزده بهمن
دیبر: گوش - فرستنده: سید احمد حسینی
صفحه P و دونقطه A و B واقع در خارج صفحه مفروض است. خط راستی در صفحه P دوست کنید که فاصله نقطه A از آن خط برابر 1 و فاصله نقطه B از آن خط برابر $1'$ باشد (1 و $1'$ اندازه های معلومی فرض شده اند).

دیبرستان پانزده بهمن (بهشهر)
دیبر: تهرانی - فرستنده: یزدان پناه
دو خط D و L مفروضند بر خط D نقطه ای باید که از خط L به فاصله معلوم 1 باشد.

دیبرستان پهلوی (بهبهان)
دیبر: اشرف العقلائی - فرستنده: ناصر دادبود
قاعده هرم $ABCD$ مستطیل $SABCD$ بوده و $BC = b$ و $AB = a$ است نقاط M و N و P و Q به ترتیب اوساط یالهای SA و SB و SC و SD می باشد.
۱ - ثابت کنید مثلثهای SBC و SDC قائم الزاویه می باشند.
۲ - ثابت کنید

$$SA' + SC' = SB' + SD'$$

۳ - ثابت کنید چهار خط AP و BQ و CM و DN یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند.
۴ - به چه فاصله از رأس هرم $ABCD$ باید صفحه ای موازی قاعده رسم نمود تا آنرا به دو قسمت متعادل نماید.

دیبرستان قربیت
دیبر: خلخالی - فرستنده: عبدالکریم لیشی اصل مطلوبست محاسبه حجم حادث از دوران یک شش ضلعی منتظمی به ضلع a حول یک ضلع آن بر حسب.

گروه فرهنگی خوارزمی
دیبر: محمد باقر از گمی - فرستنده: فرهاد نصیری مطلوبست تعیین یک سطح مخروطی دوارکه شامل سه خط راست ستقارب معلوم باشد.

دیبرستان نمونه (اصفهان)
دیبر: افضل - فرستنده: صدراموسوی
معادله زیر را حل کرده و جوابهای بین صفو و 2π را حساب کنید.

$$\cos^3 x = 4 \cos^2 x$$

دیبرستان هدایت (سنندج)

دیبر: عطائی - فرستنده: جمشید آرمهه عبارت زیر را پس از خلاصه کردن قابل محاسبه لگاریتمی نمائید.

$$1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x - \sin^2 y - \cos^4 x$$

گروه فرهنگی هدف

فرستنده: حسن قزل ایاغ

عبارت زیر مفروض است

$$S = \sin 100^\circ - \sqrt{3} \cos 100^\circ - 1$$

اولاً این عبارت را بدون استفاده از جدول لگاریتمی کنید ثانیاً مقدار عددی عبارت $S = 4 \sin 5^\circ \cos 35^\circ$ را کمک جدول محاسبه کنید.

مسائل هندسه

گروه فرهنگی آذر

فرستنده: رضا صراف نهار

هر قاعده عمود است با معلومات x و $SA = x$ و $AB = 2a$ و $BC = y$ مفروض است

اولاً به فرض اینکه $2a = x \cdot y$ باشد ثابت کنید.

$$SC = x + y$$

ثانیاً فاصله رأس A را از یال SC حساب کنید.

ثالثاً در صورتی که $\sqrt{x} = y = a$ اختیار شود سطح کل و حجم هرم را حساب کنید.

دیبرستان ادب

دیبر: نوری - فرستنده: هیرزازاده

مثلث غیره شخص ABC مفروض است نقطه ای مانند S چنان تعیین کنید که چون از آن نقطه به نقاط C و B و A وصل کنیم کنج $S \cdot ABC$ در رأس S به قائم کردد.

رسم کنید که بریکی عمود بوده و بادیگری زاویه α بسازد
بحث کنید.

دیبرستان قطب (دزفول)

دیبر: فخر عطار - فرستنده عبدالرحمن چگنی زاده
مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) مفروض است.
حجم جسم حاصل از دوران این مثلث را حول اضلاع BC و AB و AC به ترتیب V و V' و V'' می‌نامیم ثابت کنید.

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{V'} + \frac{1}{V''}$$

دیبرستان گلشنفر از (شبستر)

دیبر: باهمت - فرستنده: احمد کلاهی

ثابت کنید مکان هندسی نقاطی از کره‌ای به شاعر a که از نقطه ثابتی واقع بر کره به فاصله $2a$ هستند یک دایره است از کره. مساحت این دایره و سطح عرقچینی که این دایره قاعدة آن است حساب کنید.

دیبرستان محمدعلی فروغی

دیبر: هنرمند اسلاماعلی - فرستنده: جواد جمشیدی
قطراهای غیرمتوازی دو وجه متقابل از یک مکعب رادر
نظر گرفته انتهای آنها را بهم وصل می‌کنیم. مطلوب است مساحت سطح کل و حجم چهاروجهی حاصل را بر حسب طول یال مکعب

دیبرستان وحید

دیبر: اخوان - فرستنده: محمد صادق آقامحمدی
از هرم $ABCD$ طول یالهای AB و AC و AD و CAD معلوم است آن
اندازه زوایای BAC و BAD و CAD را بسازید.

دیبرستان هدایت (سنندج)

دیبر: صالح عطائی - فرستنده: خسرو فاروقی
دو خط متنافر D_1 و D_2 و دو پاره خط AB به طول l
بر روی D_1 و CD به طول l' بر روی D_2 می‌لغزد ثابت کنید
حجم چهاروجهی $ABCD$ همیشه مقداریست ثابت.

گروه فرهنگی هدف

دیبر: احسانی - فرستنده: حسن قزل ایاغ
دو خط متنافر عمود برهم D و D' مفروض است. مستطیلی
ماشده $ABCD$ به اضلاع $AB = l$ و $BC = l'$ چنان بسازید
که رأس A بر D و ضلع BC بر D' واقع شوند.

دیبرستان دکتر نصیری

دیبر: احمدعلی آبادی - فرستنده: اسماعیل شاهی

۱- دایره O به قطر AB روی صفحه P مفروض است.
 فقط M را بر روی محیط دایره انتخاب نموده از نقطه A عمود MA را بر صفحه P اخراج کرده و نقطه S را به دو نقطه B و AS وصل می‌کنیم از نقطه A عمودهای AC و AN را به ترتیب
بر خطوط SM و SB فرود می‌آوریم

۲- ثابت کنید که زاویه $SMB = 90^\circ$

$$SA' = SN \cdot SM = SC \cdot SB$$

دوم مثلث SMB و SCN متشابهند.

۳- ثابت کنید SC بر صفحه ACN عمود است و
 $90^\circ = CNA$

۴- فرض می‌کنیم:

$$AB = a\sqrt{2} \quad SA = MB = ABM$$

باشد.

مطلوب است تعیین طول اضلاع مثلث $ABMNC$ و حجم ANC

دیبرستان فردوسی (رضائیه)

دیبر: دیلمقانی

از نقطه مفروض A صفحه‌ای به موازات خط D مرور
دهید که به فاصله معین l از این خط واقع شود.

دیبرستان فرهنگ (اهواز)

دیبر: نجفی - فرستنده: محمد رضا نادری
صفحات R و Q و W و خط L غیر واقع بر آنها مفروض
است.

۱- بر خط L صفحه‌ای مرور دهید که با صفحه P زاویه α
بسازد.

۲- بر L صفحه‌ای مرور دهید که با صفحه P زاویه α
و با صفحات R و Q زوایای متساوی ایجاد کند.

دیبرستان فیروز بهرام

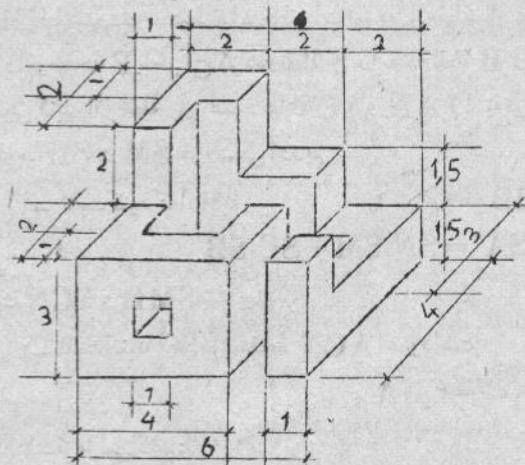
دیبر: خسروی - فرستنده: داهی

در چهارضلعی کج $ABCD$ می‌دانیم اضلاع مقابله
مساویند تحقیق کنید خطی که او سطح دوقطر را بهم وصل می‌کند
عمود مشترک آن دو می‌باشد.

دیبرستان قریب

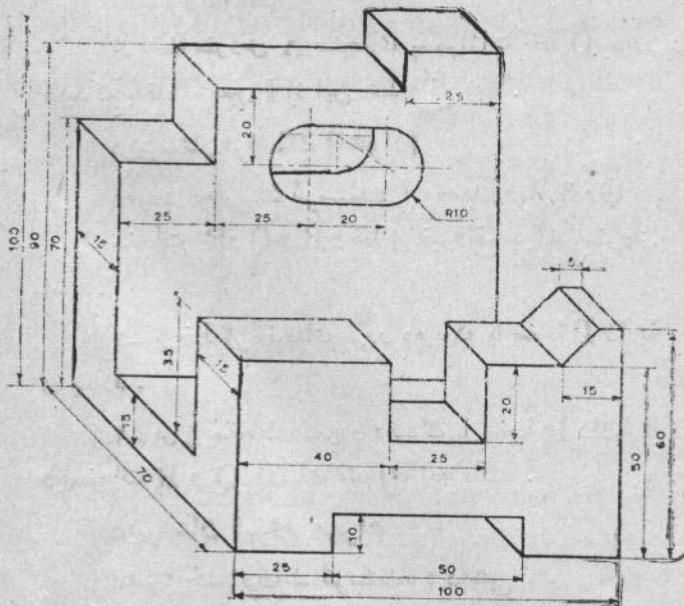
دیبر: زمانی - فرستنده: محمد رضا ایزدان
دو خط متنافر و نقطه A مفروض است از نقطه A خطی

دبیرستان تربیت
دبیر: هندس نجفیانی - فرستنده: عبدالکریم
لیشی اصل.



- ۱- خطوط ندیده این جسم را رسم کنید.
- ۲- دو تصویر دلخواه این جسم را رسم کنید.

گروه فرهنگی خوارزمی
دبیر: فرنو - فرستنده: فرخ صادقی



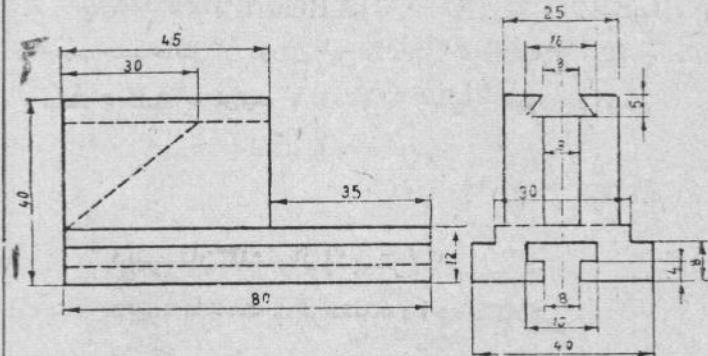
مطلوب است رسم تصاویر زیر با مقیاس ۱:۱
تصویر قائم، تصویر افقی، تصویر نیم‌رخ‌چپ، اندازه
گذاری کامل.

دبیرستان دکتر نصیری
فرستنده: اسماعیل شاهی

تصویر قائم، افقی و نیم‌رخ راست پر سپکتوو بالا را
رسم کنید.

رسم فنی

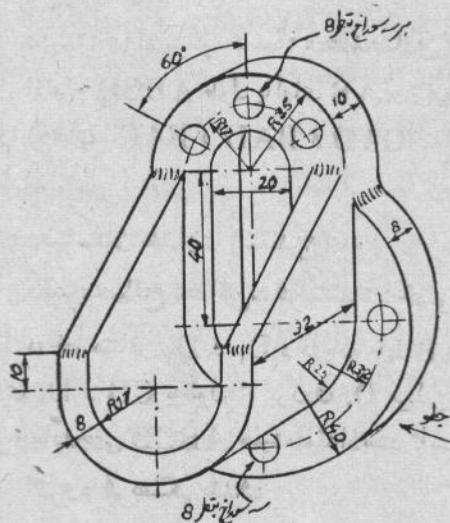
دبیرستان آذر
دبیر: هندس پازوکی - فرستنده: رضا صراف نیار



از قطعه بالا که در دو تصویر نشان داده شده تصاویر زیر
را رسم نموده مطابق نمونه اندازه گذاری کنید.

- ۱- برش تصویر از جلو.
 - ۲- تصویر از بالا.
 - ۳- تصویر از چپ.
- مقیاس ۱:۱

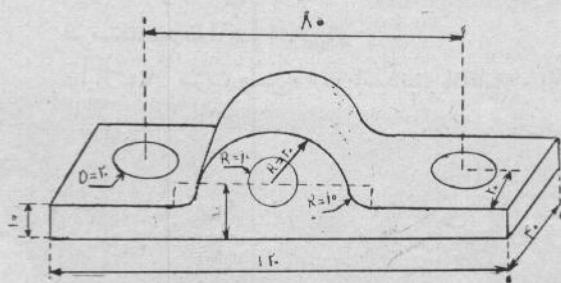
دبیرستان البرز
فرستنده: محمد وزیری



نام نقشه: صفحه انتهائی، جنس، چدن، مقیاس ۱:۱

- ۱- برش تصویر از جلو.
 - ۲- تصویر از بالا.
 - ۳- تصویر از چپ.
- شعاع قوسهایی که نوشته نشده ۲.

دیبرستان محمد علی فروغی
فرستنده: جواد جمشیدی



مسئائل فیزیک

دیبرستان پهلوی (بهبهان)

دیبر: جاویدان - فرستنده: ناصر داد بود
ناظری به کمک یک دوربین گالیله پنجره‌ای که دارای میله‌های آهنی متساوی الفاصله است نگاه می‌کند و با چشم مسلح میله‌هارا ۱۵ مرتبه بزرگتر می‌بیند فاصله دو عدسی ۳۶ سانتیمتر است مطلوب است فاصله کانونی عدسی چشمی و شیئی دوربین آخرین تصویر درینها است.

دیبرستان گلشن راز (شبستر)

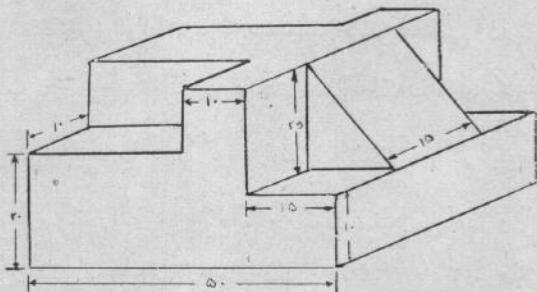
دیبر: جوانی - فرستنده: احمد کلاهی - سعید فرشاد

بین دوسر پیلی به نیروی محركه ۱۲ ولت و مقاومت داخلی ۱ اهم یک سیم پیچ که مقاومت آن ۳ اهم است و در هر سانتیمترش ۲ حلقه دارد و یک ظرف تجزیه محتوى سولفات مس بالکترودهای پلاتین به مقاومت داخلی یک اهم قرار می‌دهیم پس از ۸ دقیقه و ۲۰ ثانیه حرارت حاصل در سیم پیچ ۱۴۴۰ کالری می‌شود. مطلوب است:

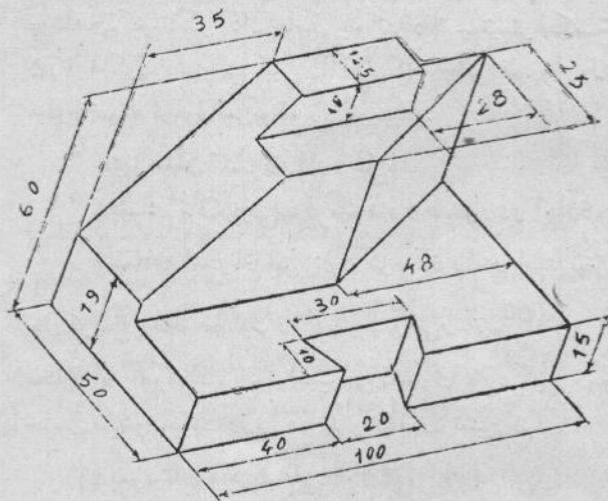
- ۱- شدت جریان و تأثیرات زاویه چرخش عقر به مغناطیسی که تحت اثر حوزه زمین $H = ۰,۹$ اورست در این مارپیچ قرار دارد (محور سیم پیچ بر امتداد حوزه H زمین عمود است)،
- ۲- نیروی ضد الکترو موتوری ولتاژ واختلاف پتانسیل بین دوسر آن.

دیبرستان هدایت (سنندج)

منشوری است به زاویه رأس 75° یک شاعع نورانی تحت زاویه تابش 90° بر این منشور می‌تابد زاویه تابش خروجی و زاویه انحراف منشور را برای چنین شاعع نورانی حساب کنید. در صورتی که بتوان زاویه رأس منشور را تغییر داد برای شاعع نورانی فوق حداقل زاویه رأس چه مقدار باشد تا برای آن در حالتی که می‌خواهد از منشور خارج شود انکسار کلی رخ دهد.



دیبرستان قریب
دیبر: ستارخانی



مسائل شیمی

گروه فرهنگی آذر

فرستنده رضا صراف نهار

آلیاژی از سرب و مس را در اسید نیتریک کاملا حل کرده

و حجم محلول حاصل را با آب مقطر به یک لیتر می‌رسانیم بر

100^{cc} این محلول سود فراوان می‌دیزیم رسوب باقیمانده را

حرارت داده اکسید حاصل را در اسید سولفوریک مولکول گرم

در لیتر حل می‌کنیم 10^{cc} اسید در این عمل مصرف می‌شود.

100^{cc} از محلول اولیه را در محلول آمونیاک زیاد تر کیب

می‌کنیم 482^{cc} گرم رسوب سفیدرنگ باقی می‌ماند وزن اولیه

آلیاژ را حساب کنید.

دبیرستان ادیب

دبیر: بیداری - فرستنده: هیرزا زاده

$2/4^{\text{cc}}$ گرم پیریت (S_2F_9) را می‌سوزانیم گاز حاصل را

بر محلول پر منگنات پتابسیم وارد می‌نماییم 200^{cc} از محلول

پر منگنات می‌زنگ می‌شود تعیین کنید غلظت مولکولی و فاکتور

محلول مزبور را.

دبیرستان پهلوی (بهبهان)

دبیر: هروجی - فرستنده: فاصر دادبور

محلولی است از پتانک 10^{cc} آن بوسیله 24^{cc} اسید

سولفوریک به فاکتور $2/5$ خنثی می‌شود پیدا کنید 250^{cc}

این پتانک با چند گرم آلومینیم ترکیب می‌شود.

دبیرستان پهلوی (گلپایگان)

31^{cc} گرم نمک قلیا را در آب حل می‌نماییم و حجم محلول

حاصل را بدهیک لیتر می‌رسانیم 55^{cc} آن را انتخاب کرده و

بر آن قطره قطره تورنسل می‌افرازیم و سپس با اسید سولفوریک

نرمال خنثی می‌نماییم. پس از مصرف $10/185^{\text{cc}}$ اسید سولفوریک

مشاهده می‌شود که رنگ تورنسل قرمزمی‌شود. معلوم کنید.

اولاً - نسبت درصد نمک قلیای خالص در کربنات را.

ثانیاً - تعداد مولکولهای آب متبادر نمک قلیا را در

صورتی که بدانیم ناخالصی آن جز آب چیز دیگری نبوده است.

دبیرستان تربیت

POH و PH محلولی را که دارای

$[\text{H}^+] = 2 \times 10^{-3}$ یون گرم در لیتر است محاسبه کنید.

$$\log 3 = 0.48$$

دبیرستان فردوسی (رضائیه)

دبیر: فرزام - فرستنده: حسن فیضی آذر

یک قطعه آلیاژ سرب و آهن را کاملا در اسید نیتریک حل

و حجم محلول را به 100^{cc} می‌رسانیم 10^{cc} از این محلول

با اسید سولفوریک $909/50^{\text{cc}}$ گرم رسوب سفید می‌دهد و 20^{cc}

دیگر آن با سولفور پتابسیم رسوبی به وزن $2/254^{\text{cc}}$ گرم می‌دهد

نسبت وزنی و مولکولی آهن و سرب را در آلیاژ حساب کنید.

دبیرستان فیروز بهرام

دبیر: احمد زرگری - فرستنده: داهی

$2/88^{\text{cc}}$ گرم سولفوریک فلز دو ظرفیتی مجھول را در هوا

بر شته می‌کنیم اگر گاز حاصل بتواند 40^{cc} سانتیمتر مکعب سود

$1/5^{\text{cc}}$ مولکول گرم در لیتر را خنثی کند جنس فلز مجھول را

معلوم نموده فرمول مربوطه را بنویسید.

دبیرستان کسری (اردبیل)

دبیر: کلاغیچی - فرستنده رحیمی در آبادی

ملقمه‌ای است از مس $5/2^{\text{cc}}$ گرم آن را در اسید نیتریک

حل کرده و حجم محلول را بدهیک لیتر می‌رسانیم 100^{cc} این

محلول با آمونیاک زیاد تر کیب می‌کنیم $216/50^{\text{cc}}$ گرم رسوب

حاصل می‌شود نسبت وزنی و اتمی آلیاژ را تعیین کنید.

دبیرستان محمدعلی فروغی

مقداری روی را با محلول $\text{K}_2\text{Au(CN)}_4$ ترکیب می‌کنیم

$7/88^{\text{cc}}$ گرم طلا بدست می‌آید برای حل همان مقدار روی

$1/46^{\text{cc}}$ گرم اسید کلریدریک لازمست وزن اتمی طلا را حساب

کنید.

دبیرستان هدایت (سمندج)

دبیر: بزرنجی - فرستنده: خسرو و فاروقی

محلولی است شامل سولفات‌های فرو و سولفات‌های استانیک.

بر سولفات‌های فریک 100^{cc} از محلول فوق قطره قطره محلول

پر منگنات پتابسیم اسید سولفوریک به فاکتور $4/0^{\text{cc}}$ اضافه می‌کنیم

مشاهده می‌شود 25^{cc} محلول پر منگنات می‌زنگ می‌شود در

آزمایش دیگر بر 55^{cc} از همان محلول اولیه سولفورسیدیم

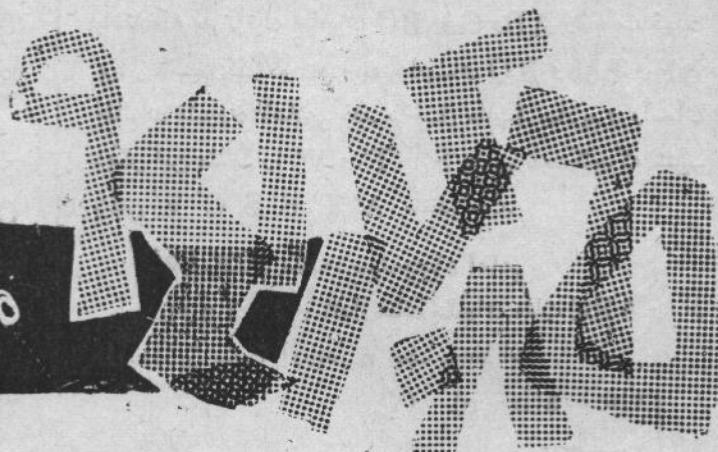
اضافه می‌کنیم رسوبی حاصل می‌شود که وزن آن $5/25^{\text{cc}}$ گرم

است حال اگر این رسوبها را در سولفور دوکرین شست و شو

دهیم $4/93^{\text{cc}}$ گرم از وزن رسوبها باقی می‌ماند. غلظت معمولی

وغلظت مولکولی هر یک از سه نمک فوق را حساب کنید.

مسئلہ درایی حل



۴۰۴۷- از: سیروس نجفی آشتیانی

هرگاه ریشه ها و ضرایب معادله درجه سوم

$$ax^3 - bx^2 + bx - c = 0$$

اعداد صحیح و مثبت باشند حداقل مقداری که هر یک از ریشه ها و ضرایب می توانند قبول کنند تعیین کنید.

۴۰۴۸- از سعید فرشاد ششم ریاضی دییرستان گلشن-

راز شبستر

مطلوب است تعیین مقادیر x و y از دستگاه زیر

$$\begin{cases} 2\log_x 2 = 2x \log_x y + 5y \\ 5\log_y 2 = 2y \log_y x + 5x \end{cases}$$

۴۰۴۹- ترجمه: مصطفی گودرزی طائمه

مطلوب است تعیین x از معادله زیر

$$\log_a x \cdot \log_b c (1 + \log_c a) = \log_b x \log_c x \log_a c$$

۴۰۵۰- کاظم حافظی

معادله زیر را حل و بحث کنید.

$$\cos(a+1)x + \cos(b-1)x - \cos(a+b)x = 1$$

۴۰۵۱- از حسین خبازیان پنجم ریاضی دییرستان نمونه اصفهان

نمایش هندسی تابع زیر را رسم کنید.

$$|y+x-2| + |y-2x+1| = 6$$

۴۰۵۲- از سید جلال آشفته

مربع مستطیل ABCD به ابعاد $BC=b$ و $AB=a$

مفروض است. بر ضلعهای BC و CD نقطه های P و Q را

به ترتیب به فاصله های $BP=p$ و $DQ=q$ اختیار می کنیم.

۴۰۴۹- از: محمد صادق فهادون‌دی ۵ ریاضی

دییرستان امیر کبیر زنجان.

اگر a و b و c اعداد مثبتی باشند از رابطه

$$a^2 + b^2 = c^2$$

نتیجه بگیرید که:

$$c < a + b < c\sqrt{2}$$

۴۰۴۳- از: منوچهر دهقان دانشجوی دانشسرای عالی

معادله ای با کمترین درجه و با ضرایب منطق صحیح تشکیل دهید که یک ریشه آن عبارت باشد از $x_1 = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$

۴۰۴۴- فرستنده: محمد رضا عباسزاده نامی

اگر x باشد تحقیق کنید که

$$f(x) = a + bx$$

$$\underbrace{\overbrace{b^n - 1}^{n\text{ مرتبه}}}_{b-1} + b^n x$$

۴۰۴۴- ترجمه: اسفیل بابلیان دانشجوی دانش

سرای عالی

اگر عدد صحیح $r \neq 1$ ریشه معادله $0 = f(x)$ باشد

ثابت کنید که $(r-1)f(r) = (r-1)$ بخش پذیر است.

۴۰۴۵- از فادر بزرگی چهارم ریاضی دییرستان

هدایت سندنج

اگر: $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$ باشد با استفاده از رابطه

$$\log f(x) - \log f(y) = \log f(R)$$

تابع R را بر حسب x و y بدست آورید.

۴۰۴۶- از علی نصر دییرستان البرز

اگر a و b ریشه های معادله

$$x^2 - px + q = 0$$

بوده و $S_n = a^n + b^n$ باشد با استفاده از دستگاه زیر مقادیر

p و q را بدست آورید:

$$\begin{cases} S_3 + S_7 = 4 \\ S_{2-1} = 2 \end{cases}$$

باشد که به ترتیب ضلعهای AB , BC , CA را به سه قسمت برابر تقسیم کرده اند و به ضلعهای KQ , LM , NP متساوی‌الاضلاعی (در داخل مثلث) بسازیم و رأسهای دیگر این مثلثها را V' , T' , S' بنامیم ثابت کنید که شش ضلعی $A' T' B' S' C' V'$ منتظم است.

- ۴۰۵۹ فرستنده: سید جواد امامی

(۱) a , b , c اندازه‌های ضلعهای مثلث ABC را از روابط زیر بدست آورید، p نصف محیط است.

$$2bc = a(b+c) \quad (1)$$

$$2p = 37$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 469$$

(۲) مثلث غیرمشخص ABC را در نظر می‌گیریم. نیمساز داخلی AD را رسم کرده از D خطی دلخواه مرون مردیم تا AC و AB را به ترتیب در P و Q قطع کند. صحت رابطه

$$\frac{1}{AP} + \frac{1}{AQ} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

را تحقیق کرده و ثابت کنید برای اینکه رابطه (۱) در این مثلث برقرار باشد باید عمودی که در D بر AD رسم شود روی هریک از ضلعهای زاویه A طولی برابر با a جدا کند.

(۳) روی ضلعهای AC و AB دو طول برابر

$$AE = AF = a$$

را جدا کرده از E به F وصل می‌کنیم تا BC را در نقطه قطع کند. مقدار نسبت $\frac{\delta B}{\delta C}$ و فاصله $A'E$ را بر حسب طول اضلاع

حساب کنید (A' وسط BC است $A' > a > c$ فرض می‌شود).

(۴) اگر δ محل تلاقی ضلع BC یا امتداد آن با IG باشد (مرکز دایره محاطی داخلی و G نقطه تلاقی میانه‌ها)

مقادیر نسبتهای $\frac{\delta A}{\delta D}$, $\frac{\delta B}{\delta C}$ و $\frac{\delta C}{\delta D}$ را بر حسب

طول اضلاع حساب کرده صحت رابطه $\frac{a'}{3} \cdot \delta' A' = \frac{a'}{3} \cdot \delta' A$ را تحقیق کنید و معلوم کنید چه رابطه‌هندسی بین δ و δ' وجود دارد

(۵) ثابت کنید مثلث خاصی که در آن رابطه (۱) برقرار باشد وقتی وجود خواهد داشت که $A\delta$ و $A'\delta'$ به ترتیب نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه A باشند.

در حالتی که چنین مثلثی وجود داشته باشد.

الف - چه رابطه‌ای بین ارتفاعات مثلث، چه رابطه‌ای بین سینوس زاویه‌های مثلث وجود دارد؟ صحت رابطه $\frac{a}{z} = \frac{b}{y} = \frac{c}{x}$ را

اگر $p+q=m$ مقدار ثابت باشد مساحت مثلث APQ را بر حسب a , b , c , p , q حساب کرده کمترین مقدار آنرا معلوم کنید.

- ۴۰۵۳ از: علی اکبر ایزدفر دیپر دیپرستانهای قزوین

مثلثی رسم کنید که در آن زاویه B دو برابر زاویه C بوده طول ضلع $BC=a$ و تفاضل یا مجموع دو ضلع دیگر $AC+AB=1$ یا $AC-AB=1$ معلوم باشد.

- ۴۰۵۴ از: حسن نوریان

در مخروط دواری به شعاع قاعدة R و به ارتفاع $2R$ استوانه‌ای به حجم ماکزیم محاط می‌کنیم، سپس در مخروطی که بین رأس مخروط اولی و قاعدة استوانه پدید می‌آید باز استوانه‌ای به حجم ماکزیم محاط می‌کنیم و این عمل را ادامه می‌دهیم. اگر تعداد استوانه‌های محاطی نامحدود شود حجم مجموع حجم‌های آنها را بدست آورید.

- ۴۰۵۵ از: محمد جواد غفوری دانشجوی دانشکده

پل تکنیک.

دسته خطوطی بر یک نقطه معین گذشته و هذلولی مفروضی را قطع می‌کنند. مکان هندسی اوساط و ترمهای حاصل را تعیین کنید.

- ۴۰۵۶ ترجمه: محمدعلی شیخان

هرم منتظم $SABC$ مفروض است. از نقطه O' واقع بر ارتفاع SO یا امتداد آن صفحه‌ای طوری رسم می‌کنیم تا یالهای $C'B'$, SC , SA , SB , A' را به ترتیب در نقاط A' , B' , C' قطع کند. ثابت کنید که:

$$\text{مقدار ثابت} = \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'}$$

- ۴۰۵۷ ترجمه: حبیب‌الله تراشچین پور دانشجوی

سال سوم ریاضی دانشکده علوم هریک از ضلعهای مثلث ABC را به سه قسمت برابر تقسیم کرده روی قسمتهای وسط مثلثهای متساوی‌الاضلاع (در داخل و در خارج مثلث) می‌سازیم رأسهای مثلثهای حاصل و غیر ممکن بر ضلعهای مثلث مفروض را در داخل به A' , B' , C' و در خارج به A'' , B'' , C'' می‌نامیم.

اولاً ثابت کنید که مساحت مثلث $A''B''C''$ برابر است با مجموع مساحتها دو مثلث $A'B'C'$ و $A''B''C''$.

ثانیاً - ثابت کنید که مرکزهای ثقل سه مثلث ABC و $A''B''C''$ بر یکدیگر منطبق است.

- ۴۰۵۸ ترجمه: حبیب‌الله تراشچین پور در مسئله بالا هر کاه نقاط P, Q, N, M, L, K نقاطی

تحقيق کنید.

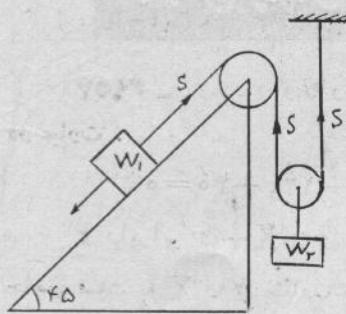
- ب- چه رابطه‌ای بین طولهای A_1 و B_1 و C_1 وجود دارد؟
- ج- رابطه‌ای بین طولهای شعاعهای دایره‌های محاطی داخلی و خارجی بدست آورید
- د- رابطه‌ای بین طولهای A_1 و A'_1 و a را معلوم کنید

$$\cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = 2 \cot \frac{A}{2}$$

و از روی آن رابطه‌ای بین مجذورات سینوسهای نصف زاویه‌های مثلث بدست آورید.

مسائل مکانیک و فیزیک

- ۴۰۶۳- ترجمه: بهروز قاجار دانشجوی دانشکده پلی‌تکنیک



نیروی کشش S
را در نخ هنگام حرکت
شکل مقابل تعیین کنید
در صورتی که
 $W_1 = 200\text{kg}$
 $W_2 = 100\text{kg}$
و اصطکاک بین وزنه

روی سطح شبیدار و سطح برابر $\mu = 0.2$ است. فرض می‌کنیم
که قرقوه‌ها جرم نداشته باشند.
شتاب حرکت قرقره متحرک را نیز حساب کنید.

$$g = 10\text{m/s}^2$$

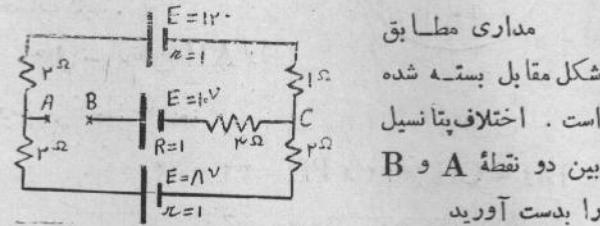
- ۴۰۶۴- ترجمه: یدالله ارضی دانشجوی دانشکده فنی
داخل جامی کروی به شاعع R میله متوجه وزنی به
طول $2a$ طوری قرار گرفته که انتهای آن در نقطه A از
جام قرار داشته و در نقطه‌ای مانند C به لبه جام تکیه دارد.
مطلوب است بحث در وضع تعادل آن.

(ترجمه: عطاء الله بزرگ‌نیا)

- می‌آید که ترکیب درصد آن از این قرار است.
کربن $90/56$ ، یئدرژن $44/90$ ، یئدرو:
- تعیین کنید:
- ۱) فرمول جسم مورد تجزیه و یئدرو کربور حاصل از آن را
 - ۲) طریقه‌های دیگری که می‌توان یئدرو کربور مزبور را از جسم مورد تجزیه بدست آورد.

۴۰۶۵- یک لوله شیشه‌ای که یک طرف آن بسته است
دارای طولی برابر 1 سانتیمتر است. تا چه ارتفاعی از این
لوله جیوه صفر درجه بریزیم تا در هر دمایی حجم اشغال شده
لوله ثابت باشد ضریب انبساط شیشه برابر k و ضریب انبساط
جیوه برابر μ است

۴۰۶۶- فرستنده: رسول آذیری دبیرستانهای
گچساران



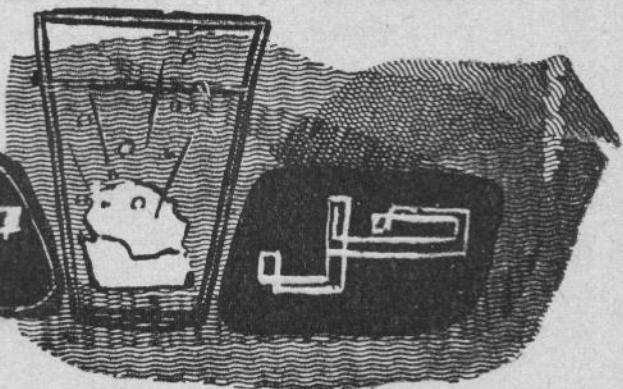
مداری مطابق
شكل مقابل بسته شده
است. اختلاف پتانسیل
بین دو نقطه A و B را بدست آورید

- ۴۰۶۷- ترجمه: رسول آذیری

زنگیری است به طول l و به وزن P_1 که روی میزی
قرار دارد و g سانتیمتر
از آن آویزان است
اگر زنگیر بدون سرعت
اولیه رهاشود سرعت آن
را هنگامی که ازمیز جدا می‌شود حساب کنید

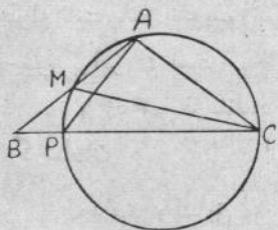
یک مسئله شیمی

۴۰۶۸- ۰/۷۸۵ گرم از یک جسم آلی که شامل کربن
یئدرژن و یک عنصر هالوژن می‌باشد تجزیه کردایم. $0/225$ گرم آب و $1/320$ گرم گاز کربنیک بدست آمده است.
از طرف دیگر $19/625$ گرم از این جسم را با یدور
اتیل در مجاورت سدیم ترکیب می‌کنیم. راندمان عمل 84%
می‌باشد. از این عمل $11/135$ گرم از یک یئدرو کربور بدست



کلاس چهارم طبیعی

مفروض است. روی قاعده BC نقطه P را به فاصله 14 از B تعیین کرده و به قطر CP نیمدايره‌ای رسم می‌کنیم.



ثابت کنید که این نیمدايره از نقطه A می‌گذرد و دریک نقطه دیگر خط AB را قطع می‌کند و طول CM را حساب کنید.

حل - ارتفاع AH را

رسم می‌کنیم؛ داریم:

$$BH = CH = 22 \quad \text{و} \quad PH = 22 - 14 = 18$$

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1600 - 1024} = \sqrt{576} = 24$$

$$AP = \sqrt{AH^2 + PH^2} = \sqrt{576 + 324} = 30$$

$$30^{\circ} + 40^{\circ} = 50^{\circ} \Rightarrow AP^2 + AC^2 = PC^2$$

پس مثلث APC درزاویه A قائم بوده دایره به قطر PC از A می‌گذرد.

ثانیاً دوزاویه BCM و BAP برابرند پس دو مثلث

BMC و APB متشابه بوده و داریم:

$$\frac{MC}{AP} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{MC}{30} = \frac{64}{40} \Rightarrow MC = 48$$

کلاس چهارم ریاضی

- ۳۹۵۹ - اگرین سه عدد p و q و r رابطه

$$pq + qr + rp = 0$$

برقرار باشد ثابت کنید:

$$E = p(b-c)^2 + q(c-a)^2 + r(a-b)^2$$

کلاس چهارم طبیعی

۳۹۵۷ - دو عدد α و β را چنان تعیین کنید که اگر در عبارت .

$$x^2 + y^2 - xy + 9x - 12y + 40 = 0$$

x را برابر $X + \alpha$ و y را برابر $Y + \beta$ قرار دهیم حاصل نسبت به X و Y متقارن باشد و این عبارت را نیز تعیین کنید .

حل - با تبدیل گفته شده خواهیم داشت :

$$(X + \alpha)^2 + (Y + \beta)^2 - (X + \alpha)(Y + \beta) + 9(X + \alpha) - 12(Y + \beta) + 40 = 0$$

بعد از ساده کردن می‌شود :

$$X^2 + Y^2 - XY + (2\alpha - \beta + 9)X + (2\beta - \alpha - 12)Y + \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta + 9\alpha - 12\beta + 40 = 0$$

برای اینکه این عبارت نسبت به X و Y متقارن باشد یعنی با تبدیل X و Y به یکدیگر عبارت فرق نکند کافیست که ضرایب جمله های هم درجه X و Y با یکدیگر برابر باشند یعنی باید داشته باشیم .

$$2\alpha - \beta + 9 = 2\beta - \alpha - 12 \Rightarrow \alpha = \beta - 7$$

و برای اینکه عبارت نسبت به X و Y متقارن با جمله های درجه زوج باشد لازم و کافی است که :

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta + 9 = 0 \\ 2\beta - \alpha - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = 5 \end{cases}$$

و در حالت اخیر عبارت چنین می‌شود .

$$X^2 + Y^2 - XY + 1 = 0$$

- مثلث متساوی الساقین ABC با معلومات

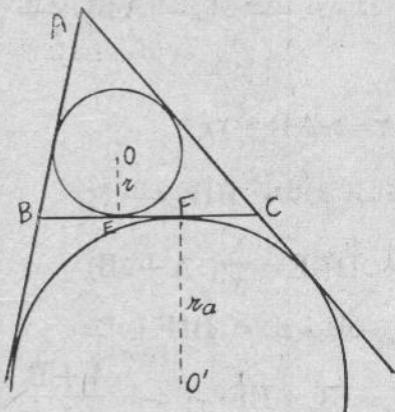
$$BC = 64 \quad \text{و} \quad AB = AC = 40$$

$$\log ab^c = \frac{\log c}{\log a + \log b} = z \Rightarrow$$

$$\frac{\log c}{\log a + \log b + \log c} = \frac{z}{z+1}$$

از جمع نظیر به نظیر طرفین روابط بالا حاصل می شود.

$$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1} = 1$$



۳۹۶۲ - مطلوب است

رسم مثلثی که از آن
تفاضل دو ضلع و شعاع
دایره محاطی خارجی
نظیر ضلع سوم و شعاع
دایره محاطی داخلی
 $(r_0 r_a b - c = l)$
معلوم است.

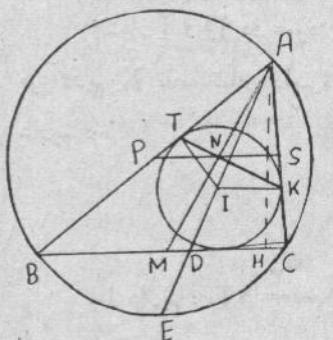
حل - ابتدا مسئله

را حل شده فرض می کنیم قطعه خط EF مساوی مقدار ۱ یعنی
 $b - c$ می باشد.

حال یکی از دو دایره باشعاع معلوم مثلا دایره به شعاع r_a را رسم می کنیم. سپس مماس EF را به اندازه ۱ بر دایره رسم می کنیم پس از معلوم شدن E دایره ای به شعاع r چنان رسم می کنیم که در نقطه E بر EF مماس گردد پس از رسم مساهای مشترک خارجی دو دایره مثلث مطلوب بدست می آید.
در مثلث ABC داریم: $AB + AC = 2BC$ ۳۹۶۳

ثابت کنید.

۱) طول شعاع دایره محاطی داخلی مثلث برابر با ثلث طول ارتفاع AH است.



۲) اگر I مرکز دایره محاطی و D و E به ترتیب نقاط تقاطع AI با BC و IE وسط DAE است.

$$4 \overline{AD}^2 = 3 \overline{AB} \cdot \overline{AC} \quad (۳)$$

۴) تصویر نیمساز AD روی AB یا AC برابر با سه چهارم طول BC است.

۵) خط واصل بین نقاط تماس دایره محاطی داخلی با ضلعهای AC و AB از وسط میانه AM می گذرد.

نسبت به مقادیر a و b و c مربع كامل يك عبارت منطقی می باشد.

حل - اگر عبارت E را ساده کرده و بر حسب a مرتب کنیم می شود:

$$E = (q+r)a^2 - 2(br+cq)a + p(b-c)^2 + qr^2 + rb^2$$

میین عبارت بالا پس ارساده کردن به صورت زیر درمی آید:

$$\Delta = -(b-c)(pq+qr+rp)$$

چون پرانتز دوم برابر صفر است بنا بر این $\Delta = 0$ می باشد

بعنی عبارت مذبور مربع كامل خواهد بود.

۳۹۶۰ - اگر $f(n)$ عبارت باشد از هیج مجموع n جمله

اول یک تصاعد عددی ثابت کنید که :

$$f(n+3) - 3f(n+2) + 3f(n+1) - f(n) = 0$$

حل - می دانیم

$$f(n) = \frac{n}{2}(a+b) \quad f(n+1) = \frac{n+1}{2}(a+b)$$

$$f(n+2) = \frac{n+2}{2}(a+b) \quad f(n+3) =$$

$$= \frac{n+3}{2}(a+b)$$

اگر هر یک از این مقادیر را در رابطه مذبور قرار دهیم حاصل می شود :

$$\frac{a+b}{2}(n+3 - 3n - 6 + 3n + 3 - n) = 0$$

۳۹۶۱ - اگر داشته باشیم :

$$\log_{bc} a = x \quad \log_{ca} b = y \quad \log_{ab} c = z$$

رابطه ای مستقل از a و b و c بین x و y و z بدست

آورید.

حل - با استفاده از رابطه $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$ داریم:

$$\log_{bc} a = \frac{\log a}{\log b + \log c} = x \Rightarrow$$

$$\frac{\log a}{\log a + \log b + \log c} = \frac{x}{x+1}$$

$$\log_{ac} b = \frac{\log b}{\log a + \log c} = y \Rightarrow$$

$$\frac{\log b}{\log a + \log b + \log c} = \frac{y}{y+1}$$

۵- از I عمود IT را برعسل AB فرود می‌آوریم و T نقاط تمسق اضلاع AC و AB با دایرة محاطی هستند. می‌دانیم که پاره خط SP خط واصل بین اوساط اضلاع AC و AB از مثلث ABC از نقطه N وسط میانه AM می‌گذرد و در نقطه تقاطع نصف می‌شود پس برای اثبات آنکه TK نیز از وسط AM می‌گذرد کافی است ثابت کنیم که TK از وسط PS می‌گذرد

$$KS = \frac{AC}{2} - \frac{a}{2} = \frac{AC - AB}{4}$$

$$TP = \frac{a}{2} - \frac{AB}{2} = \frac{AC - AB}{4}$$

بنا براین $TP = KS$ و چون مثلث KTA متساوی الساقین است پس خط SP در نقطه تقاطع با TL نصف می‌شود.

کلاس پنجم طبیعی

۳۹۶۴- دوتابع زیر را در نظر می‌گیریم.

$$y_1 = x^3 + px + q, \quad y_2 = \frac{x^3 + x + 1}{x^3 - x + 1}$$

اگر دو معادله $y_1 = 0$ و $y_2 = 0$ هم ارز بوده و منحنی‌های نمایش هندسی دوتابع روی محور عرضها متقاطع باشند تابع y_1 را مشخص کنید.

حل- خواهیم داشت:

$$y_1' = 3x^2 + p, \quad y_2' = \frac{-2x^2 + 2}{(x^3 - x + 1)^2}$$

برای اینکه دو معادله

$$-2x^2 + 2 = 0 \quad \text{و} \quad 3x^2 + p = 0$$

هم ارز باشد یعنی هر جوابی از یکی از آنها جوابی از دیگری نیز باشد لازم و کافی است که داشته باشیم.

$$\frac{-2}{3} = \frac{2}{p} \Rightarrow p = -3$$

از طرف دیگر باید در ازاء $x = 0$ برای هر یک از دوتابع یک مقدار بدست آید.

$$x = 0 : y_1 = q, \quad y_2 = 1 \Rightarrow q = 1$$

$$y_1 = x^3 - 3x + 1 \quad \text{پس:}$$

۳۹۶۵- غبارت زیر را ساده کرده معادله $E = \sqrt{2}$ را حل کنید.

$$E = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$$

حل- ۱- در دو مثلث ACD و ABD خطوط BI

و CI نیمساز داخلی هستند بنابراین داریم:

$$\frac{IA}{ID} = \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD} = \frac{AB+AC}{BD+CD} = 2$$

بنابراین $AD = 2ID$ و $IA = 2ID$ حال از نقطه I عمود IL را بر BC فرود می‌آوریم IL شعاع دایرة محاطی مثلث ABC است از تشابه دو مثلث DAH و DIL نتیجه می‌شود:

$$\frac{AH}{IL} = \frac{AD}{ID} = 3 \Rightarrow AH = 3r$$

(۲) مثلث BIE متساوی الساقین است زیرا

$$\angle IBE = \angle IBD + \angle DBE = \frac{1}{2}(A+B)$$

و زاویه BIE که زاویه خارجی مثلث BAI است برابر است پس $CE = BE = EF$ و از تشابه دو مثلث ADC و ABE نتیجه می‌شود که:

$$\frac{AC}{CD} = \frac{AE}{EB} = 2 \Rightarrow AE = 2EB = 2EI$$

یعنی I وسط AE است و چون ID نصف AI است پس نصف IB نیز بوده یعنی D وسط IE است.

۳- می‌دانیم که در هر مثلث

$$AB \times AC = \overline{AD} + BD \times DC$$

چون در قسمت اول دیدیم که BD نصف AB و CD نصف AC است بنابراین داریم:

$$\overline{AD} = AB \cdot AC - \frac{AB \cdot AC}{4} = \frac{3}{4}AB \cdot AC$$

۴- از I و D دو عمود IK و DN را بر AC فرود می‌آوریم K نقطه تمسق دایرة محاطی با ضلع AC است و داریم:

$$AK = p - a = \frac{a}{2}$$

اما داریم: $\frac{3}{2}AK = AD = \frac{3}{2}AI$ و یا $AN = \frac{3}{2}AK$

$$AN = \frac{3}{4}a$$

واضح است که تصویر نیمساز AD بر روی AC با تصویرش روی AB مساویست

حل - داریم :

$$E = \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) = -2\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -2\cos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}\cos x$$

$$\sqrt{2}\cos x = \sqrt{2} \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 2K\pi$$

کلاس پنجم ریاضی

- ۳۹۶۶ - مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره‌ای را تعیین

کنید که از نقطه (۲، ۰) P گذشته و بر دو خط

$$2x - 4y + 1 = 0 \quad 4x + 2y - 7 = 0$$

هماس می‌باشد.

حل - مختصات مرکز دایره را (a, b) O فرض نموده

و می‌توان شعاع را محاسبه کرد.

$$R^2 = \overline{OP}^2 = (a - 2)^2 + (b - 0)^2$$

فوائل نقطه O از خطوط داده شده برابر شعاع دایره

می‌باشد.

$$R = \frac{|2a - 4b + 1|}{\sqrt{5}} = \frac{|4a + 2b - 7|}{\sqrt{5}}$$

$$(2a - 4b + 1)^2 = (4a + 2b - 7)^2$$

$$= 25[(a - 2)^2 + (b - 0)^2]$$

از حل دستگاه فوق نتیجه می‌شود :

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 8 \end{cases}, \quad \begin{cases} a = \frac{6}{5} \\ b = \frac{12}{5} \end{cases}$$

و معادلات دوایر به صورت زیر خواهد بود.

$$(x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 25$$

$$(x - \frac{6}{5})^2 + (y - \frac{12}{5})^2 = 1$$

- تابع زیر مفروض است.

$$y = \sin^2 x + \cos^2 x + 3\sin^2 x \cos^2 x$$

مشتق تابع را تعیین کرده صحت اتحاد $y' = 0$ و از روی

آن اتحاد $y = 1$ را ثابت کنید.

حل -

$$y' = 2\sin x \cos x - 2\cos x \sin x + 3\sin x \cos x - 3\cos x \sin x$$

$$y' = 2\sin x \cos x [(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x - 1)] = 2\sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)(-1) = 0$$

چون $y = K$ است پس y' یعنی درازاء جمیع مقادیر x عبارت y برابریک مقادیر ثابت است. برای تعیین این مقادیر ثابت یک مقدار دلخواه از $x = 0$ مثلاً را در نظر می‌گیریم در ازاء این مقدار x داریم $y = K$ پس $K = 1$

$$\alpha, f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}} - 3968$$

کمان حاده باشد مطلوب است محاسبه

$$S = f(tg\alpha) + ff(tg\alpha) + \dots + \underbrace{ff\dots f}_{2n+1}(tg\alpha)$$

حل -

$$f(tg\alpha) = \sqrt{\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}} = \sqrt{\cos 2\alpha}$$

$$ff(tg\alpha) = \sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}}$$

$$\text{باتوجه به اتحاد } \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha} = \tan^2 \frac{\alpha}{2} \text{ و اینکه } \alpha \text{ کمان}$$

حاده است می‌توان نوشت :

$$ff(tg\alpha) = tg\alpha$$

بنابراین می‌توان نوشت :

$$S = \sqrt{\cos 2\alpha + \tan^2 \alpha} + \sqrt{\cos 2\alpha + \tan^2 \alpha} + \dots + \sqrt{\cos 2\alpha}$$

$$S = (n+1)\sqrt{\cos 2\alpha} + n\tan\alpha$$

- مطلوب است حل معادله زیر :

$$\sin(\pi\tan x) + \cos(\pi\tan x) = \sec(\pi\tan x)$$

حل - فرض می‌کنیم $(1) \pi\tan x = y$ بنابراین داریم :

$$\sin y + \cos y = \frac{1}{\cos y} \Rightarrow \sin 2y + \cos 2y = 1$$

معادله مذبوریک معادله کالاسیک است و به آسانی حل شده

نتیجه می‌شود

$$y = K\pi \text{ یا } K\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\pi\tan x = K\pi \Rightarrow \tan x = K \Rightarrow x = \operatorname{Arctan} K$$

$$\pi\tan x = K\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan x = K + \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\operatorname{Arctan}(K + \frac{1}{4})$$

فرض می کنیم با محور طولها پیدا کنیم مختصات دو سر وتر بدست هی آید.

$$\begin{cases} y = 0 \\ (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = 2500 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + \alpha^2 - 2\alpha x + \beta^2 = 2500$$

$$x = \alpha \pm \sqrt{2500 - \beta^2}$$

$$(\alpha - \sqrt{2500 - \beta^2}) - (\alpha + \sqrt{2500 - \beta^2}) = 28 \Rightarrow B = \pm 48$$

مقادیر ($y = 0$ و $x = \pm 48$) نیز باید در معادله دایره صدق کند. پس:

$$(\alpha - \alpha)^2 + (0 - 48)^2 = 2500 \Rightarrow \alpha = \pm 30$$

به ازاء ± 30 - جواب حقیقی برای α بدست نمی آید پس مختصات مرکز عبارتست از:

$$O(30, 0) \text{ و } O'(-30, 0)$$

- مختصات نقاط تظیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را در فاصله $(0, 2\pi)$ بدست آورید:

$$y = \sqrt{2} \sin^2 x + \sin x + \cos x + 1$$

حل - داریم

$$y' = 2\sqrt{2} \cos x \sin x + \cos x - \sin x$$

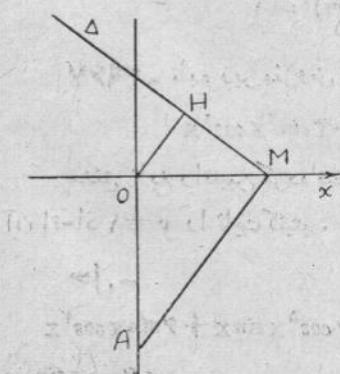
از حل معادله $y' = 0$ که کلاسیک نوع چهارم است تنتیجه خواهد شد:

$$y' = \sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin 2x = \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow x = \frac{7\pi}{4}, \frac{5\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}, \frac{21\pi}{12}$$

کلاس ششم ریاضی



۳۹۷۳- از نقطه

ثابت A واقع بر محور OM بـ نقطه مغایر M واقع بر محور طولها OH وصل کرده در نقطه M خط AM را عمود بر OA کرده و عمود اخراج کرده از محور طولها وتری به طول 28 واحد را پیدا کنید بنابر آنکه دایره مزبور محور عرضهارا در نقطه به عرض 8 قطع کرده از محور طولها وتری به طول 28 واحد جدا کند.

۳۹۷۵- ضلع BC از مثلث متساوی الاضلاع بر صفحه P واقع و $A'BC$ تصویر قائم مثلث مزبور بر صفحه P مثلث قائم الزاویه می باشد.

اولاً - کسینوس زاویه P را با صفحه ABC حساب کنید.

ثانیاً - نقطه O را چنان تعیین کنید که از چهار نقطه A , B , C و A' به يك فاصله باشد و اندازه اين فاصله

مشترک را بر حسب a طول AB حساب کنید.

حل - اولاً میانه AM از مثلث ABC در عین حال بر BC عمود است و بنا به قضیه سه عمود $A'M$ نیز بر BC عمود بوده زاویه $\alpha = \angle A'MA$ دو صفحه P و ABC می باشد. اگر $AB = a$ باشد خواهیم داشت :

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, A'M = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{A'M}{AM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ثانیاً - نقطه O در صفحه AM عمود منصف BC و در نتیجه بر خط MZ واقع است که در نقطه M بر صفحه P و در نقطه Z بر صفحه BC عمود است و بنا به قضیه همچنین نقطه O بر خط Hx واقع است که فصل مشترک صفحه AM و AA' با صفحه AA' است بنابراین O نقطه تلاقی AM و Hx خواهد بود. اگر فاصله A تا نقطه O را به R نمایش دهیم داریم :

$$R' = A'M' + MO' = A'M' + A'H'$$

$$A'M' = \frac{a}{2}, A'H' = \frac{AA'}{4}$$

$$= \frac{1}{4}(AM' - A'M') = \dots = \frac{a}{8}$$

$$R' = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{8} = \frac{6a^2}{16}, R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

کلاس ششم طبیعی

۳۹۷۶- مرکز دایره ای به شاعع $R = 50$ واحد را پیدا کنید بنابر آنکه دایره مزبور محور عرضهارا در نقطه به عرض 8 قطع کرده از محور طولها وتری به طول 28 واحد جدا کند.

حل - چون وتر جدا شده بر روی محور طولها است پس اگر نقاط تقاطع این دایره را که معادله آن را $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = 2500$

با توجه به آنچه گفته شد منحنی (C) به شکل بالا خواهد بود.

منحنی که با خط پر رسم شده نظیر مقادیر مثبت b است و منحنی خط چین مربوط حالتی است که $b > 0$ است.

۳۹۷۴ در مثلث ABC اندازه زاویه B سه برابر اندازه زاویه A است. اگر طول ضلع a برابر x^3 و طول ضلع b برابر با $(x+1)^4$ فرض شود اولاً حدود x را تبیین کنید.

ثانیاً به فرض اینکه طول ضلع c برابر ۶ واحد باشد مقدار $\cos A$ و طول هر یک از ضلعهای a و b را حساب کنید.

حل- اندازه زاویه A را بحسب رادیان α فرض می کنیم. خواهیم داشت:

$$A = \alpha, B = 3\alpha, C = \pi - 4\alpha \Rightarrow \alpha < \frac{\pi}{4}$$

بنا بر روابط سینوسها در مثلث خواهیم داشت.

$$\frac{x^3}{\sin \alpha} = \frac{4(x+1)}{\sin 3\alpha} = \frac{4(x+1)}{3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha}$$

و نتیجه خواهد شد:

$$\sin^3 \alpha = \frac{3x^3 - 4x - 4}{4x^3} \quad (1)$$

$$\circ < \alpha < \frac{\pi}{4} \text{ یا } < \sin^3 \alpha < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 < x < 2 + 2\sqrt{2} \\ 2 - 2\sqrt{2} < x < -\frac{2}{3} \end{cases}$$

(در ازاء این مقادیر x طول ضلع b نیز مثبت می باشد).

ثانیاً از رابطه (1) نتیجه خواهد شد: $\cos \alpha = \frac{x+2}{2x}$ و خواهیم داشت:

$$\frac{x^3}{\sin \alpha} = \frac{6}{\sin 3\alpha} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{6}{x(x+2)}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^3 \alpha - 1 \Rightarrow x^3 - 2x^3 - 6x - 8 = 0$$

از مقسوم علیهای ۸ عدد ۴ در این معادله صدق می کند

و خواهیم داشت:

$$(x-4)(x^3 + 2x + 2) = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$\cos A = \frac{3}{4} \text{ و } a = 16 \text{ و } b = 20$$

۳۹۷۵ عددی سه رقی تعبیین کنید که مضرب ۱۳ بوده و چون مقلوب آن با یک جمع شود حاصل نیز مضرب ۱۳ باشد

$$abc = 13m \text{ و } cba + 1 = 13m'$$

در صورتی که محورهای مختصات متعامد فرض شوند. معادله مکان هندسی نقطه H را بدست آورید. در تعداد نقاط تلاقی این مکان با خط موازی هر یک از محورهای مختصات بحث کرد و از این راه شکل منحنی مکان را رسم کنید.

حل- فرض می کنیم: $H(x, y) = 0$ و $A(b, 0)$

$$m_{OH} = m_{AM} = -\frac{b}{a}, m_A = \frac{a}{b}$$

$$\Delta : y = \frac{a}{b}(x - a)$$

$$OH : y = -\frac{b}{a}x$$

از حذف a بین معادلات Δ و OH نتیجه می شود:

$$(C) : y^3 + x^3y - bx^3 = 0$$

با تبدیل x به y معادله فرق نمی کند. پس محور y می شود خط $y = b$ مجانب افقی منحنی است. اگر خط $y = m$ را در نظر بگیریم خواهیم داشت:

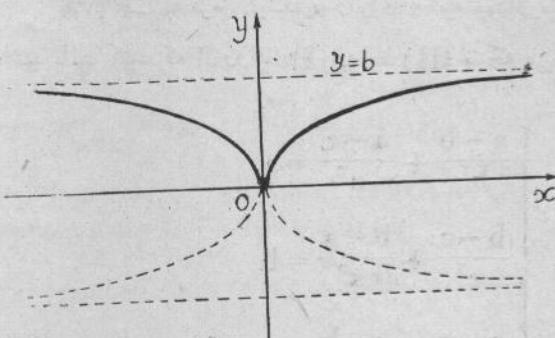
$$x^3(m-b) + m^3 = 0, \Delta = -4m^3(m-b)$$

در ازاء $m = b$ معادله به صورت ممتنع $= 0$ m^3 در آمد و تغییر دیگر ریشه مضاعف ∞ خواهد داشت که نتیجه می شود خط $y = b$ مجانب افقی منحنی (C) است. در ازاء $a < b$ معادله دو جواب قرینه دارد یعنی در این حال خط $y = m$ منحنی (C) را در دونقطه که نسبت به $y = m$ قطع می کند. چنانچه b منفی باشد معادله وقتی جواب دارد که $m > b$ باشد.

اگر خط $x = h$ را در نظر بگیریم خواهیم داشت.

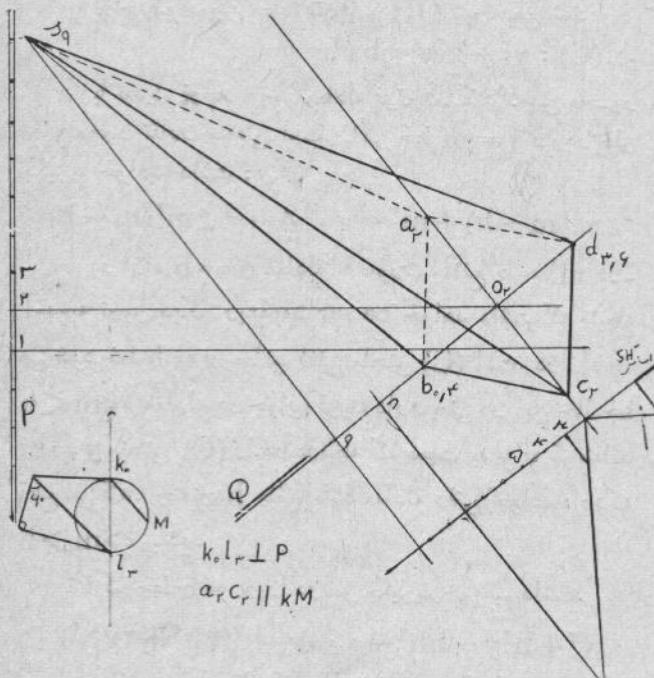
$$y^3 + h^3y - bh^3 = 0, \Delta = h^3(4h^3 + 27b^3)$$

در ازاء جمیع مقادیر مخالف صفر و $h = 0$ داریم $\Delta > 0$ که نتیجه می شود خط $x = h$ فقط در یک نقطه منحنی را قطع می کند. اگر $h > 0$ باشد عرض این نقطه منفی و اگر $h < 0$ باشد عرض این نقطه مثبت خواهد بود در ازاء $h = 0$ داریم $\Delta = 0$ که در این حال معادله ریشه مکرر مرتبه سوم $y = 0$ خواهد داشت.



۳۹۷۷ - مقیاس شیب صفحه P را با اساس یک به موازات محور قائم کاغذ و سمت چپ آن رسم کنید و ترقی رقوم نقاط آن را از پائین به بالا در نظر بگیرید. در این صفحه نقطه O_1 را به فاصله ۱۵ از مقیاس شیب انتخاب کنید. ملخص مربع $ABCD$ راچنان رسم کنید که O_1 مرکز این مربع بوده قطر BD از آن در صفحه P واقع بوده و قطر AC از آن افقیه به طول ۶ بوده با صفحه P زاویه ۳۰ درجه بسازد (ac) از چپ به راست و از بالا به پائین ممتد است) در صفحه P نقطه S_1 را به فاصله ۷ از صفحه مربع تعیین کنید. ملخص هر مربع $SABC$ راکامل کرده یالهای مرئی و مخفی را مشخص کنید.

حل - اپور مربوط به شکل زیر است:



مسائل متغیر قه

۳۹۷۸ - به فرض اینکه $a \neq b \neq c$ سه مقدار متمایز باشند ثابت کنید که از روابط (I) (روابط (II)) نتیجه می‌شود:

$$I \left\{ \begin{array}{l} \frac{a-b}{b'} + \frac{a-c}{c'} = a \\ \frac{b-c}{c'} + \frac{b-a}{a'} = b \\ \frac{c-a}{a'} + \frac{c-b}{b'} = c \end{array} \right.$$

حل - داریم :

از تفاضل طرفین این دو رابطه حاصل می‌شود:

$$99(a-c) - 1 = 12(m-m')$$

فرض می‌کنیم $m - m' = y$ و $a - c = x$ در این صورت رابطه بالا به صورت زیر در می‌آید.

$$y = 8x - \frac{5x+1}{13} \Rightarrow$$

$$5x+1 = 12K \Rightarrow 5 \times 9 + 1 = 12K \Rightarrow K = 1$$

$$K = 2 \Rightarrow x = 5 \text{ و } y = 38$$

بنابر این :

$$\begin{cases} a-c=5 \\ m-m'=38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-c=5 \\ \overline{abc}=12m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{abc}=100a+10b+c=12m \\ a-c=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 101a+10b-5=12m$$

و یا:

$$3(a+b)+5=12t \Rightarrow 3 \times 18 + 5 = 61$$

فقط $t = 2$ قابل قبول است بنابر این می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a+b=7 \\ a-c=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (b=0 \text{ و } c=2 \text{ و } a=7) \\ (b=1 \text{ و } c=1 \text{ و } a=6) \end{cases}$$

$$\overline{abc}=702 \text{ یا } 611$$

۳۹۷۶ - ثابت کنید که در هر بیضی می‌توان یک مربع محاط کرد و طول ضلع این مربع را بر حسب a و b نصف قطر بزرگ و نصف قطر کوچک حساب کنید.

حل - از تلاقي نیمسازهای زاویه‌های دو محور بیضی با بیضی چهار نقطه بدست می‌آید که دو بددونسبت به محورهای بیضی و مرکز آن قرینه بوده و از هر یک از دو محور بیضی به یک فاصله هستند بنابر این رویهم یک مربع می‌سازند.

اگر محورهای کانونی بیضی را به ترتیب محور طول و محور عرض انتخاب کنیم معادله بیضی می‌شود:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

چون در این معادله $y = x$ فرض شود نتیجه می‌شود:

$$x = y = \pm \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

و طول ضلع مربع برابر خواهد شد با :

$$\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

۳۹۸۰- اگر بین a و b و c طولهای ضلعهای مثلثی
را بسطه داشتیم، آنگاه $ab + bc + ca = 1$

بر قرار باشد ثابت کنید که r_a و r_b و r_c شعاعهای دایره‌های محاطی خارجی در معادله

$$rx^r + (p^r - 1)x^r + rp^r x - s^r = 0$$

صدق می‌کنند. r و p و s به ترتیب شعاع دایره محاطی داخلی، نصف محیط و مساحت مثلث می‌باشند.

حل- فرض می‌کنیم r_a و r_b و r_c ریشه‌های یک معادله درجه سوم زیر باشند.

$$x^r + \frac{b}{a}x^r + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0 \quad (1)$$

در این صورت می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} \frac{-b}{a} &= r_a + r_b + r_c = \frac{s}{p-a} + \frac{s}{p-b} + \\ &+ \frac{s}{p-c} \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{1-p^r}{r} \end{aligned}$$

$$\frac{c}{a} = r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a = p^r$$

$$\frac{-d}{a} = r_a r_b r_c = ps$$

حال در معادله (1) بجای $\frac{d}{a}$ و $\frac{c}{a}$ و $\frac{b}{a}$ مقدارشان را

بر حسب p و r و s قرار داده پس از ساده کردن معادله به صورت زیر در می‌آید:

$$rx^r + (p^r - 1)x^r + rp^r x - s^r = 0$$

بنابراین r_a و r_b و r_c ریشه‌های معادله هستند.

۳۹۸۱- عدد دو رقمی ab را چنان تعیین کنید که ارقام آن در رابطه زیر صادق باشند.

$$a^{2a} + b^a = \overline{a(b+a)}$$

حل- خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} a^{2a} + b^a &= 11a + b \Rightarrow b(b^{a-1} - 1) \\ &= a(11 - a^{2a-1}) \end{aligned}$$

می‌دانیم که $a \neq 0$ و a نمی‌تواند مساوی یک شود چون طرف اول صفر می‌شود بنابراین a بزرگتر از یک است.

در این صورت طرف دوم مثبت است یعنی

$$11 - a^{2a-1} > 0 \Rightarrow a^{2a-1} < 11$$

$$\text{II} \quad \begin{cases} \frac{1}{a^r} + \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r} = 1 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \\ 2(a+b+c) + abc = 0 \end{cases}$$

حل- از تفاضل دورابطه اول و دوم (I) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} (a-b) &= (a-b)\left(\frac{1}{a^r} + \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r}\right) \\ &\Rightarrow \frac{1}{a^r} + \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r} = 1 \end{aligned}$$

حال می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{a-b}{b^r} + \frac{a-c}{c^r} &= a\left(\frac{1}{a^r} + \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r}\right) \\ &\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \end{aligned}$$

اگر رابطه (1) را به توان ۲ برسانیم نتیجه می‌شود:

$$\frac{1}{a^r} + \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r} + 2\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) = 0$$

$$\frac{1}{a^r} + \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r} = 1 \text{ استحصال}$$

می‌شود:

$$2(a+b+c) + abc = 0$$

۳۹۷۹- از معادله زیر مقدار x را بدست آورید:

$$\begin{aligned} \log_{\cos x} \sin x + \log_{\sec x} \cos x + \\ + \log_{\operatorname{cosec} x} \operatorname{tg} x + \log_{\operatorname{sin} x} \operatorname{cotg} x = 0 \end{aligned}$$

حل- می‌دانیم

$$\log_{\frac{1}{b}} a = -\log_b a = \log_b \frac{1}{a}$$

بنابراین معادله بالا به صورت زیر در می‌آید:

$$\log_{\cos x} \sin x - 3 + 2 \log_{\sin x} \cos x = 0$$

حال طرفین این معادله را در $y = \log_{\cos x} \sin x$ می‌دانیم

ضرب می‌کنیم نتیجه می‌شود:

$$y^2 - 3y + 2 = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ و } 2$$

فقط $y = 1$ قابل قبول بوده و در ازاء آن خواهیم داشت:

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$$

بدست آورد و حال اگر طرفین روابط (۳) و (۴) و (۵) را در یکدیگر ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{D'B}{D'C} \times \frac{E'C}{E'A} \times \frac{F'A}{F'B} \times \frac{DB}{DC} \times \frac{EC}{EA} \times \frac{FA}{FB} = 1 \quad (6)$$

از طرفی چون خطوط CF و BE و AD متقابله می‌توانیم بنویسیم (قضیهٔ سوا)

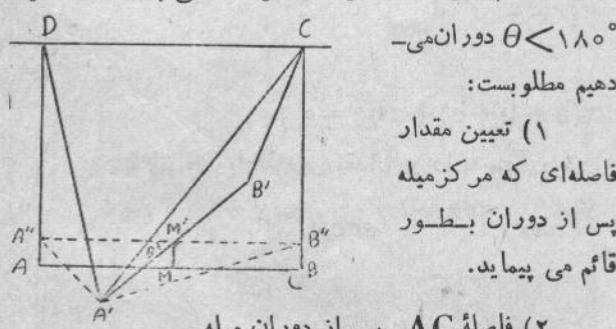
$$\frac{DB}{DC} \times \frac{EC}{EA} \times \frac{FA}{FB} = -1$$

حال اگر طرفین رابطه (۷) را بر این رابطه تقسیم کنیم خواهیم داشت.

$$\frac{D'B}{D'C} \cdot \frac{E'C}{E'A} \cdot \frac{F'A}{F'B} = -1$$

بنابراین خطوط AD' و BE' و CF متقابله خواهند گردید.

۳۹۸۳ - میله AB به طول ثابت $2a$ بوسیله دو نخ AD و BC که طول هریک از آنها برابر l است از دو نقطه ثابت D و C واقع در یک سطح افقی آویزان شده است. (البته $CD = 2a$). میله را حول محور قائمی به اندازه زاویه (CD) .



(۲) فاصله AC پس از دوران میله.

حل - ۱- فرض می‌کنیم که میله پس از دوران بهوضع در آید در این حالت M' مرکز میله می‌باشد و باید فاصله MM' را محاسبه نمود. میله را در حالت فوق حول نقطه M' و در صفحه‌ای افقی به اندازه θ (در عکس حالت قبل) دوران می‌دهیم تا به حالت " $A''B$ " در آید و در این حالت داریم:

$$A'M'A'' = \theta \text{ و } AA'' = MM' \text{ و } A'D = l, A'M' = A''M' = a$$

در مثلث " $A'A''M'$ طول $A'A''$ را محاسبه می‌کنیم

$$A'A'' = \frac{a \sin \theta}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})} = 2a \sin \frac{\theta}{2}$$

از اینجا معلوم می‌شود که فقط $a = 2$ قابل قبول است

$$2^2 + b^2 = 22 - b \Rightarrow b = 3 \Rightarrow \overline{ab} = 23$$

- ۳۹۸۳ مثلث

مفروض است.

روی ضلع BC دو نقطه

AC روی ضلع $D'C$

در نقطه E و E' و

روی ضلع AB دو

نقطه F و F' را چنان تعیین می‌کنیم که:

$$\angle BAD = \angle D'AC = \angle ABE = \angle E'BC \text{ و } \angle BCF = \angle F'CA$$

ثابت کنید که اگر خطوط AD و BE و CF متقابله باشند خطوط AD' و BE' و CF' نیز متقابله خواهند بود

حل - دو مثلث $D'AC$ و BAD چون دارای یک زاویه متساوی هستند نسبت مساحات آنها برابر نسبت حاصل ضرب

اضلاع آن دوزاویه می‌باشد یعنی

$$\frac{S_{ABD}}{S_{AD'C}} = \frac{AB \cdot AD}{AC \cdot AD'}$$

از طرفی نسبت مساحات دو مثلث مذبور چون در ارتفاع رأس A مشترکند برابر نسبت دو قاعده $D'C$ و BD است و می‌توان نوشت

$$\frac{DB}{D'C} = \frac{AB \cdot AD}{AC \cdot AD'} \quad (1)$$

از طرفی دو مثلث DAC و BAD' نیز در زاویه رأس A با هم برابر بوده و در ارتفاع رأس A نیز مشترکند پس داریم:

$$\frac{D'B}{DC} = \frac{AB \cdot AD'}{AD \cdot AC}$$

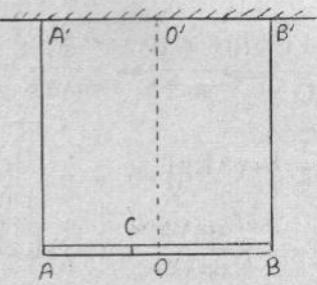
چون طرفین روابط (۱) و (۲) را در یکدیگر ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{D'B}{D'C} \cdot \frac{DB}{DC} = \frac{AB'}{AC'} \quad (3)$$

و به طریق مشابه می‌توان برای نقاط E و E' و F و F' روابط:

$$\frac{E'C}{E'A} \cdot \frac{EC}{EA} = \frac{BC'}{AB'} \quad (4)$$

$$\frac{F'A}{F'B} \cdot \frac{FA}{FB} = \frac{AC'}{BC'} \quad (5)$$



حل - اولا

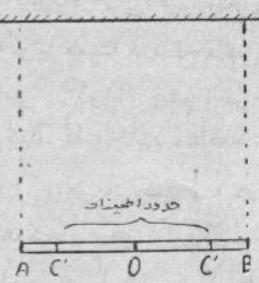
$$AC = AO - CO \\ = 40 \text{ cm}$$

$$F_A \cdot AC = F_B \cdot BC$$

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{F_A + F_B}{F_B} = \frac{BC + AC}{AC}$$

$$\frac{F}{F_B} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow F_B = F \frac{AC}{AB}$$

$$F_B = 60 \times \frac{40}{100} = 24 \text{ kgf}$$



$$F_A = F - F_B \\ = 36 \text{ kgf}$$

- ثانیا -

$$F'_A = F \frac{AC'}{AB} \Rightarrow \\ AC' = AB \frac{F'_A}{F}$$

$$F_A < 50 \text{ kgf}$$

$$AC' > 100 \times \frac{50}{90} \Rightarrow AC' > \frac{500}{9} \text{ cm}$$

$$OC' < \frac{500}{9} - 50$$

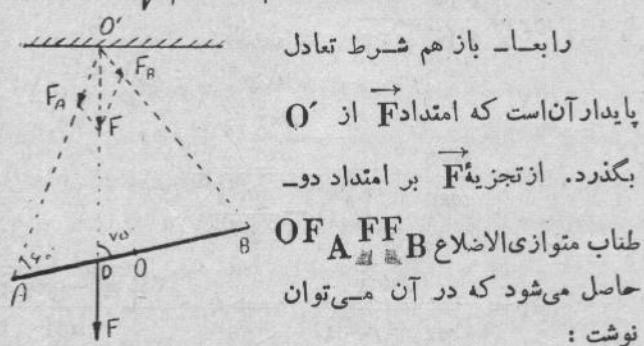
ثالثاً - شرط تعادل پایدار آن

است که امتداد \vec{F}' از 'O' بگذرد، از تجزیه \vec{F}' بر امتداد دوطناب بسادگی خواهیم داشت :

$$F' = \frac{F}{\sqrt{3}} = \frac{F\sqrt{3}}{3} = 60 \times \frac{1173}{3} = 34.6 \text{ kgf}$$

رابعاً - باز هم شرط تعادل

پایدار آن است که امتداد \vec{F}' از 'O' بگذرد. از تجزیه \vec{F}' بر امتداد دو-



طناب متوازی الاضلاع OF_AFF_B حاصل می شود که در آن می توان نوشت :

از طرفی مثلث $DA'A''$ قائم الزاویه است و داریم:

$$DA'' = A'A'' + (DA - AA'')^2 \Rightarrow$$

$$l^2 = 4a^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + (l - AA'')^2$$

و در نتیجه:

$$AA'' = MM' = l \pm \sqrt{l^2 - 4a^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

که فقط علامت منفی را باید در نظر گرفت.

۲ - مثلث $A''A'B'$ قائم الزاویه می باشد و در نتیجه

می توانیم بنویسیم .

$$A'B'' = A''B'' - A''A'' = 4a^2 - 4a^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

مثلث $A'C'B'$ نیز قائم الزاویه است (زیرا صفحه 'CB'' افقی و خط "CB" قائم است) و داریم :

$$CB'' = DA'' = l^2 - 4a^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

پس :

$$CA'' = CB'' + A''B'' = l^2 + 4a^2 \cos \theta$$

در نتیجه:

$$CA' = \sqrt{l^2 + 4a^2 \cos \theta}$$

۳۹۸۴ - قابی تشکیل شده است از یک میله افقی AB

که بوسیله دوطناب 'AA' و 'BB' آویزان شده است. امتداد طناها بر میله عمود است. هریک از طناها حد اکثر می توانند نیرویی برابر 50 kgf را تحمل کنند. در تمام مسئله اوزن طناها به میله صرف نظر می کنیم. طواهای

$$AA' = BB' = AB = 1 \text{ m}$$

۱ - شخصی به وزن 60 kgf به نقطه 'C' از میله، که به فاصله 100 cm از 'O'، وسط میله، قرار گرفته است آویزان می شود. هریک از طناها چه نیرویی را تحمل می کنند؟

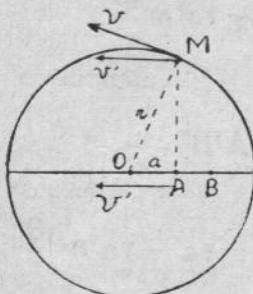
۲ - تحقیق کنید که این شخص فقط به قسمتی از میله می تواند آویزان شود. این قسمت از میله را به 'CC' نمایش دهیم جا و طول آن را تعیین کنید.

۳ - 'A' و 'B' انتهای طناها را به نقطه 'O'، وسط 'A'B'، می بندیم همان شخص به نقطه 'O' از میله آویزان می شود. بر هریک از طناها چه نیرویی وارد خواهد شد.

۴ - شخص مذکور به نقطه 'D' از میله آویزان می شود میله از حالت افقی خارج می شود و امتدادش با قائم زاویه 75° درجه می سازد. نقطه 'D' به چه فاصله از 'O' قرار گرفته و نیز بر هر یک از طناها چه نیرویی وارد می شود؟

$$e = \frac{3\sqrt{1/5 - (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2/11 \text{ cm}$$

- ۳۹۸۶ در امتداد یک خط مستقیم نقطه مادی حرکتی نوسانی می‌کند . سرعت این نقطه وقتی که به ترتیب ۳cm و



۵cm از وضع تعادلش دور است ۵cm است دامنه ۲cm/s و ۸cm/s نوسان و زمان تناوب را حساب کنید.

حل - حرکت نوسانی در امتداد یک خط مستقیم را می‌توان تصویریک حرکت دورانی متشابه بر امتدادیکی از اقطارش، دانست :

داریم :

$$OB = 5 \text{ cm} , U_B = 2 \text{ cm/s} , OA = 3 \text{ cm} , U_A = 8 \text{ cm/s}$$

می‌توان نوشت :

$$v' = v_A = v \cos \angle OMB = v \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}}$$

$$v_A = \frac{v}{r} \sqrt{r^2 - a^2}$$

$$v_B = \frac{v}{r} \sqrt{r^2 - b^2} \quad \text{و نیز}$$

پس :

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r^2 - a^2}{r^2 - b^2}} \Rightarrow \frac{r^2 - a^2}{r^2 - b^2} = \frac{v_A^2}{v_B^2}$$

که از آن نتیجه می‌شود:

$$r^2 = \frac{b^2 v_A^2 - a^2 v_B^2}{v_A^2 - v_B^2}$$

پس دامنه نوسان

$$r = \sqrt{\frac{100 \times 64 - 9 \times 4}{64 - 4}} = 10/37 \text{ cm}$$

و زمان تناوب :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{r v_A} = \frac{2\pi r}{\sqrt{r^2 - a^2}}$$

$$T = \frac{2\pi}{v_A} \sqrt{r^2 - a^2} \Rightarrow$$

$$T = \frac{2 \times 3.14}{8} \sqrt{10/37^2 - 3^2}$$

$$T = \frac{6.28}{8} \sqrt{98/53} = 7/78 \text{ s}$$

$$\frac{F_A}{\sin F_A F_O} = \frac{F}{\sin F F_A O} \Rightarrow \frac{F_A}{\sin 45^\circ} = \frac{F}{\sin 120^\circ}$$

$$F_A = F \frac{\sin 45^\circ}{\sin 120^\circ} = 60 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 49 \text{ kgf}$$

$$\frac{F_B}{\sin 15^\circ} = \frac{F}{\sin 120^\circ} \Rightarrow F_B = F \frac{\sin 15^\circ}{\sin 120^\circ} = 18/9 \text{ kgf}$$

و در مثلث $O'DB$ بنابراین قانون سینوسها نتیجه خواهد شد.

$$DB = (\sqrt{3} - 1) O'B = 0.73 \text{ m} \Rightarrow OD = 23 \text{ cm}$$

- ۳۹۸۷ برای تعیین ضخامت شیشه یک آئینه تخت آینه

را چنان قرار می‌دهیم. که سطح صیقلی آن افقی باشد. شیشه کوچکی مانند F را روی شیشه می‌گذاریم گونیای ABC را که در آن زاویه B برابر 30° است در صفحه قائمی که از F می‌گذرد قرار می‌دهیم. ضلع BA را روی شیشه می‌لغزانیم بطوری که گونیا همیشه در سطح قائمی باشد که از F می‌گذرد. دروضع خاصی از گونیا، چشم ناظر خط BC و شیشه F را در یک امتداد می‌بیند. علت چنین مشاهده‌ای را بیان کنید.

فرض می‌کنیم که در این وضع B در ۳ سانتیمتری باشد ضخامت شیشه این آینه را تعیین کنید. ضریب شکست شیشه برابر است با ۱/۵

حل

از F یک دسته اشعه در داخل شیشه بر سطح ۲ (یعنی طرف دیگر شیشه) می‌تابد. این

دسته اشعه پس از انکاس در داخل شیشه به سطح ۱ بر می‌خورد در سطح ۱ شکست پیدا می‌کند. بنابراین مثل این است که شیشه در فاصله ۲e از سطح ۲e قرار گرفته باشد. این شیشه تصویری می‌دهد که بستگی به محل چشم دارد. وقتی که چشم در امتداد BC نگاه کند تصویر F' را در F'' می‌بیند. در این دیوبترمی توان

نوشت :

$$\operatorname{tg} r = \frac{FB}{FF'} = \frac{3}{2e}$$

اما داریم :

$$\operatorname{tg} r = \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{\frac{\sin i}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

$$\operatorname{tg} r = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{2 \sin i}$$

ارمعادله (۱) چنین بر می آید که n' با عدد فرد باید باشد زیرا 17 عدد فرد و $2n$ عدد زوج می باشد و 3 نیز عددی فرد می باشد پس داریم :

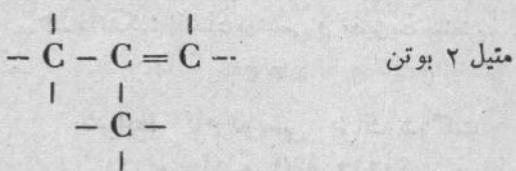
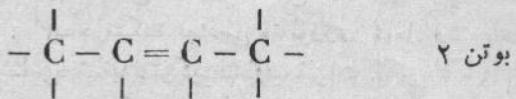
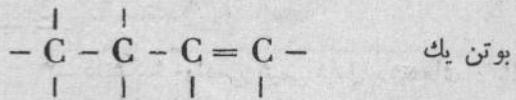
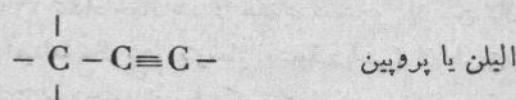
$$n = 1 + K \quad n' = 2K + 1$$

چون n از دو بزرگتر و یا با آن مساوی می باشد و باید K' مخالف صفر باشند و حداقل مقدار آنها برابر 1 می باشد پس در معادله (۱) می گذاریم پس از ساده کردن نتیجه می شود .

$$K + 2K' = 6$$

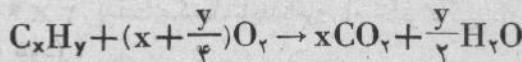
مقادیر K و K' خواهد شد . $K = 3$ و $K' = 1$

بنابراین هیدروکربورهای مذبور عبارتند از C_4H_8 و C_2H_4 وایزومرهای آنها به ترتیب زیر می باشد .



۳۹۸۹ - هیدروکربور گازی شکل می سوزد و هم وزن خود آب بوجود می آورد . فرمول آن چیست ؟

حل - داریم :



بنابراین باید داشته باشیم :

$$12x + y = 9y \Rightarrow 3x = 2y$$

معلوم می گردد که باید $x = 4$ و $y = 6$ باشد (زیرا $x = 2$ و $y = 3$ قابل قبول نیست چون باید y زوج باشد و هیدروکربور به فرمول C_4H_6 وجود نخواهد داشت) البته جوابهای دیگری وجود دارد مانند $x = 8$ و $y = 12$ و لی چنین هیدروکربوری گازی شکل نمی باشد به هر حال تنها جواب C_4H_6 به نام بوتین خواهد بود .

۳۹۸۷ - قمر مصنوعی بر گرد سیاره ای، که جرم مخصوص متوسط آن m است می گردد . اگر شاع مدار قمر تقریباً برابر با شاع سیاره و مدت زمان یک دور گردش آن برابر با T باشد نشان دهید که $T^2 = m$ ثابتی است جهانی . این مقدار ثابت را بدست آورید .

حل -

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{v^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{KM} \quad v^2 = \frac{KM}{R} \quad \text{داریم :}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad \text{داریم :}$$

$$\rho T^2 = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \frac{4\pi^2 R^2}{KM} \quad \text{پس :}$$

$$\rho T^2 = \frac{4\pi}{K} = Cte$$

K ثابتی است جهانی بنابراین $T^2 = m$ ثابتی است جهانی و مقدار آن :

$$\rho T^2 = \frac{3 \times 2 / 14.59}{6.67 \times 10^{-11}} kg^2/m^2 \cdot N$$

۳۹۸۸ - مخلوطی از دو هیدروکربور اتیلنی و استیلنی را با نسبت حجمی $2:3$ به کمک هیدرژن در مقابل کاتالیزور نیکل کاملاً اشباع می کنیم چگالی هیدروکربور حاصل نسبت به هلیوم $12/4$ است . فرمول دو هیدروکربور غیر اشباع را از روی رابطه ای که آن را استدلال می کنید بدست آورید و فرمولهای گسترده آنها را با ذکر نام بنویسید .

حل - هیدروکربور اتیلنی را C_nH_{2n} و استیلنی را C_nH_{2n-2} انتخاب می نماییم و قدر اشباع شدن دبه C_nH_{2n+2} و C_nH_{2n+4} به هیدروکربورهای سیر شده تبدیل خواهد شد که در این حال نسبت حجمی همان $\frac{2}{3}$

خواهد بود لذا داریم :

$$\frac{12/4}{2(C_nH_{2n+2}) + 3(C_nH_{2n+4})} = \frac{5 \times 4}{5 \times 4}$$

بنابراین نتیجه خواهد شد :

$$2n + 3n' = 12 \quad (1)$$

چون هیدروکربورهای اولیه اتیلنی و استیلنی هستند پس .

$$n' \geq 2 \quad n \geq 2$$

آگهی امتحان مسابقه ورودی

دانشگاه صنعتی آریامهر

از دبستان مر بوط برای دانش آموزان ششم ریاضی سال جاری
مینی براینکه برای شرکت در امتحانات نهائی خرداد ۱۳۴۶
معرفی خواهد شد.

۵- از لحاظ وظيفة عمومی :

الف. متولیدین ۱۳۲۷ بدون کارت معافی وظیفه می توانند ثبت نام نمایند.

ب- متولیدین ۱۳۲۶ و پائین، دانش آموز سال تحصیلی ۱۳۴۶-۱۳۴۵ دبیرستانها باید گواهی نامه ای به امضا رئیس دبیرستان دایر براینکه برای آنها کارت معافی تحصیلی اخذ شده است ارسال دارند.

ج- متولیدین ۱۳۲۶ و پائین که در دانشگاهها و مدارس عالی مشغول تحصیل هستند باید معرفی نامه ای از طرف دانشگاه یا مدرسه عالی مر بوط دایر براینکه برای آنها در سال تحصیلی جاری کارت معافی اخذ شده است ارسال دارند؛ این افراد در صورتی می توانند ثبت نام کنند که رشته تحصیلی آنها در دانشگاه صنعتی آریامهر باشند که در سال ۱۳۴۵-۱۳۴۶ در دانشگاه یا مدرسه عالی تحصیل می کنند مغایرت نداشته باشد، در غیر این صورت با توجه به تصویب نامه مورخ ۱۳۴۴/۲/۲۹ هیئت وزیران، لزوم تغییر رشته آنان باید مورد گواهی شورای دانشگاه یا مدارس عالی مر بوط واقع گردد.

د- متولیدین ۱۳۲۶ و پائین که در آموزشگاههای شبانه یا مؤسسات تعلیماتی زبان به تحصیل اشتغال دارند باید گواهی نامه ای به امضا رئیس آموزشگاه یا مؤسسه دایر براینکه برای آنها در سال تحصیلی ۱۳۴۵-۱۳۴۶ کارت معافی تحصیلی اخذ شده است ارسال دارند.

ه- متولیدین ۱۳۲۶ و پائین که یکی از اوراق: معافیت تکلف- معافیت پزشکی- معافی دویاچند برادری- دفترچه آماده به خدمت در دست دارند می توانند قبل از پایان مهلتی که در اوراق قانونی مر بوط به آنان داده شده است با ارسال فتوکپی در صفحه رو برو

دانشگاه صنعتی آریامهر برای سال تحصیلی ۱۳۴۶-۱۳۴۷ تعداد چهارصد و هشتاد دانشجو از بین دارندگان گواهینامه سال ششم متوسطه (شعبه ریاضی) از طریق امتحان مسابقه ورودی برای دانشکده های مهندسی زیر می پذیرد:

۱- دانشکده مهندسی برق شامل رشته های: الکترونیک الکترو تکنیک.

۲- دانشکده مهندسی مکانیک شامل رشته های: ماشین تأسیسات.

۳- دانشکده مهندسی شیمی شامل رشته های: پالایش پتروشیمی- صنایع غذائی- صنایع شیمیایی.

۴- دانشکده مهندسی هتل و رزی شامل رشته های: فلز شناسی- تصفیه و ترکیب- ذوب فلزات.

۵- دانشکده مهندسی علوم (ریاضی- فیزیک).

۶- دانشکده اقتصاد مهندسی و مدیریت صنعتی.

شرایط نام نویسی برای شرکت در امتحان مسابقه ورودی.

۱- تقاضانامه کتبی به خط و امضا داوطلب (نام و نام خانوادگی داوطلب خوانا نوشته شود).

۲- یک برگ رونوشت مصدق شناسنامه و سه قطعه عکس بر قی ۳×۴ (پشت عکسها باید نام و نام خانوادگی داوطلب نوشته شود).

۳- رسیده با انکی به مبلغ پانصد ریال با بت شرکت در امتحان مسابقه ورودی که به حساب جاری شماره (۱۲۷۶۵۳) دانشگاه آریامهر در بانک ملی ایران شعبه دانشگاه پرداخت یا حواله شده باشد (وجه پرداختی به حساب مسابقه دانشگاه صنعتی آریامهر به هیچ وجه مسترد نخواهد شد).

۴- فتوکپی گواهینامه ششم متوسطه ریاضی و یا گواهی قبولی ششم متوسطه ریاضی صادر از ادارات آموزش و پرورش برای فارغ التحصیلان سالهای قبل - گواهی اشتغال به تحصیل

هشتم تیرماه ۱۳۴۶ بررسی یا بطور ناقص ارسال شده باشد
ترتیب اثر داده خواهد شد.

د- کارت شرکت در جلسه امتحان مسابقه ورودی در
روزهای دو شنبه و از هم تیرماه و سه شنبه سیزدهم از ساعت $\frac{1}{2}$
صبح تا ۱۲ و از ساعت ۳ تا ۷ بعد از ظهر در محل دانشگاه
آریامهر واقع در خیابان آینه اور توزیع می گردد. داوطلبان
باید شخصاً برای اخذ کارت مراجعه نمایند.

ه- امتحان مسابقه ورودی به ترتیب زیر خواهد بود:
امتحان اول - روز چهارشنبه چهاردهم تیرماه ۱۳۴۶

ساعت $\frac{1}{2}$ صبح : ریاضیات :

(جبر- مثلثات- حساب- هندسه- مخروطات- رقومی و ترسیمی)
امتحان دوم- روز پنجم شنبه پانزدهم تیرماه ۱۳۴۶ ساعت

$\frac{1}{2}$ صبح : مکانیک - فیزیک - شیمی - رسم فنی .

و- نتیجه امتحان مسابقه ورودی و تاریخ نام نویسی
قبول شد گان بعداً با اطلاع داوطلبان خواهد رسید.

نیابت تولیت عظیمی دانشگاه صنعتی آریامهر
محمدعلی مجتبی

یا رونوشت مصدق اوراق مزبور ثبت نام نمایند.

و- سپاهیان دانش و سایر سپاهیان فارغ التحصیل ششم
ریاضی به شرطی می توانند در امتحان مسابقه ورودی شرکت کنند
که از واحد مربوط گواهی نامه ای اخذ نمایند مبنی بر اینکه
خدمت آنان حداکثر تا آخر شهریور ۱۳۴۶ پایان می پذیرد.

توضیح:

الف- داوطلبان باید از تاریخ نشاین آگهی کلیه مدارک
فوق را یکجا با پست سفارشی به نشانی: (دبیرخانه دانشگاه
صنعتی آریامهر- خیابان امیر آباد شماره ۹۹) ارسال
دارند و در پشت پاکت عبارت «مربوط به امتحان مسابقه ورودی
دانشگاه آریامهر» را حتماً قید نمایند.

ب- از ارسال اصل هدرک تحصیلی مطلقاً خود-
داری شود. فقط در موقع اخذ کارت شرکت در جلسه امتحان
مسابقه ورودی باید اصل هدرک تحصیلی (گواهینامه سال ششم
متوسطه ریاضی یا کارنامه قبولی سال ششم یا جواز قبولی) همراه
داوطلب باشد. کارت شرکت در جلسه امتحان مسابقه
ورودی بدون ارائه اصل هدرک تحصیلی به داوطلب
داده خواهد شد.

ج- به مدارکی که بعد از پایان وقت اداری روز پنجم شنبه

اداره کاریابی جهت دانشجویان

طبق اطلاع مدتی است که دانشگاه تهران اقدام به تأسیس «اداره کاریابی جهت دانشجویان» نموده است.
عده زیادی از دانشجویان در امور مختلف مانند تدریس، نویسنده، ماشین نویسی، کارهای مطبوعاتی و کار-
های فنی اطلاعاتی دارند و حاضرند در اوقات فراغت بکار بپردازند. اینگونه دانشجویان در بعضی ساعت صبح یا بعداز
ظهر که درسی ندارند می توانند به کارهای مختلف بپردازند.

خانواده هایی که جهت تدریس فرزندان خود
نیاز به معلم دارند و همه چنین مؤسسات ملایی و
مطبوعاتی، بانکها و آموزشگاهها می توانند با تماس
تلفنی یا مراجعته به دبیرخانه دانشگاه تهران از وجود
این قبیل دانشجویان استفاده کنند.

دبیرخانه دانشگاه تهران- شاهرضا نرسیده
به مجسمه شاهرضا- اطاق شماره ۲۰۵

تلفن: ۴۰۰۲۱-۴۵-۲۷۰ و ۶۶۹-۰۵۰

رسم فنی

تألیف: مهندس رستم پارکی

قابل استفاده داوطلبان گذگور

دانشکده های فنی و صنعتی

خودآموز برای دانش آموزانی که احساس
می کنند در رسم فنی ضعیف هستند

کتاب فروشی چهره- روبروی

دانشگاه

مسائل فیزیک را چگونه حل می کنند؟

از نوشههای هوشمنگ شریفزاده

چاپ سوم

۴۲۰ مسئله فیزیک

برای استفاده دانش آموزان و دادو طلبان متفرقه
کلاس های چهارم طبیعی و ریاضی

بهای : ۷۵ ریال

چاپ دوم

پانصد مسئله فیزیک

برای استفاده دانش آموزان و دادو طلبان متفرقه
کلاس های پنجم طبیعی و ریاضی

بهای : ۱۰۰ ریال

ناشر : مؤسسه مطبوعاتی معراجی

تهران - خیابان ناصر خسرو