

اسفند ماه ۱۳۴۵

دوره سوم - شماره :

در این شماره :

- | | |
|--|---|
| <p>۱ عبدالحسین مصطفی</p> <p>۲ سید محمد کاظم نائینی</p> <p>۵ ترجمه</p> <p>۷ ترجمه عباس نعمتیان</p> <p>۹ ترجمه گلستان زاده</p> <p>۱۱ —</p> <p>۱۲ ترجمه</p> <p>۱۳ ترجمه: ھ. شریفزاده</p> <p>۱۵ ترجمه: بزرگ نیا</p> <p>۱۶ ترجمه</p> <p>۱۸ ترجمه</p> <p>۲۰ —</p> <p>۲۱ استاد دکتر هشترودی</p> <p>۲۲ —</p> <p>۳۷ —</p> <p>۴۲ —</p> <p>۵۶ —</p> | <p>کار نامه سه ساله</p> <p>ما تریس</p> <p>مراحل مهم علم نجوم</p> <p>مربعهای وفقی</p> <p>بیست و یک راه اثبات یک قضیه</p> <p>بی آنکه عصبانی شوید</p> <p>برندگان جوايز نوبل ۱۹۶۶</p> <p>چگونه مسئله‌ای را حل کنیم</p> <p>راهنمای حل مسائل شیمی</p> <p>راهنمای حل مسائل هندسه</p> <p>داستانهای تفتنی ریاضی</p> <p>سرگرمیهای ریاضی</p> <p>مسائل برای دانشآهوزان</p> <p>مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها</p> <p>مسائل برای حل</p> <p>حل مسائل یکان شماره ۳۱</p> <p>ازمیان نامه های رسیده</p> |
|--|---|

شماره مسلسل

۳۳

یکان سال

۱۳۴۵

شامل:

- نظریاتی از استاد دکتر محسن هشتروودی و دیگر صاحب نظران درباره مسائل امتحانات نهایی و کنکور.
- حل مسائل ریاضی، فیزیک و شیمی امتحانهای نهایی کلاسهای ششم طبیعی و ریاضی (خرداد و شهریور ۱۳۴۵)
- حل مسائل ریاضی، فیزیک و شیمی امتحانهای ورودی دانشکده‌های تهران و شهرستانها برای سال تحصیلی جاری.
- حل نمونهای از مسائل امتحانهای نهایی یا کنکور کشورهای خارج.
- نمونهای از مسائل امتحانهای نهایی و کنکور کشورهای خارج.

این مجموعه اوخر اسفند ماه منتشر می‌شود و برای مشترکان مجله به رایگان ارسال خواهد شد.

راجح به هندرچات یکان

* آقای غلامرضا فرزین دانشجوی دانشکده افسری اطلاع داده‌اند که در چاپ صورت مسئله رقومی ایشان که به شماره ۳۹۷۷ در مجله شماره ۳۲ چاپ شده اینکه «۰۵ مرکز مرربع ABCD است» از قلم افتاده است.

* آقای محمد بیان غراوی از ششم ریاضی هدف ۱ راجع به اشتباههای چاپی مبحث ماتریس یادآوریهایی کرده‌اند که بعداً با توضیحات لازم به چاپ خواهد رسید.

* خواننده‌ای که نام خود را نتوشته است راه حل ساده‌تری برای مسئله ۳۸۷۷ که در یکان شماره ۳۱ به عنوان مسئله نمونه چاپ شد ارائه داده است.

* در صفحه ۲۷ یکان شماره ۳۲ شکلهای مربوط به راه حل اول راه حل سوم مسئله جا بجا چاپ شده است.

بیان جدید ریاضیات مقدمه‌افی

عده‌ای از خوانندگان مجله توضیح خواسته‌اند که چرا دنباله مطالب به عنوان بلا در مجله چاپ نمی‌شود.

آنچه که در این باره در شماره‌های گذشته یکان چاپ شده است برای کسی که بخواهد با کلیات مقدماتی روش جدید ریاضیات آشنایی پیدا کند کافی است و برای اینکه خوانندگان با این مفاهیم مقدماتی و کاربرد آنها آشنایی بیشتر پیدا کنند فعلای در هر شماره از یکان مسائلی مربوط به آن چاپ می‌شود و بعداً چاپ دنباله مطالب ادامه پیدا خواهد کرد. در شماره گذشته مسئله‌ای به عنوان نمونه از ریاضیات جدید حل شد و در این شماره هم دو مسئله برای حل ذیل مسائل متفرقه درج شده است. مبحث ماتریس هم که فعلاً در مجله چاپ می‌شود خود بخشی از ریاضیات جدید است.

یکان مجله ریاضیات

سال چهارم - دوره سوم - شماره هشتم (شماره مسلسل: ۳۳)

اسفند ۱۳۴۵

صاحب امتیاز و مدیر مسئول: عبدالحسین مصطفی

مدیر داخلی: داود مصطفی

زیر نظر شورای نویسنندگان هر ماه یک بار منتشر می‌گردد
نشانی اداره: تهران، خیابان لالهزارنو، نزدیک شاهرضا شماره ۸۱

نشانی پستی: صندوق پستی ۲۴۶۳

تلفن اداره: ۳۳۱۸۱

وجه اشتراک برای ۱۲ شماره ۲۰۰ ریال

(برای کشورهای خارج به اضافه هزینه پست)

حساب بانکی: جاری ۳۰۹۵ شعبه لالهزار نوبانک صادرات

YEKAN

Mathematical Magazine

volume III , number 8 , Feb. 1966

subscription : \$3

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذ. تلفن ۶۴۰۲۸

کارنامه سه ساله یکان

اولین شماره مجله یکان در بهمن ماه ۱۳۴۲ منتشر شد . از آن تاریخ تاکنون سه سال گذشته است . در این مدت ، مجله یکان مرتباً و بدون وقفه تقدیم علاقمندان شده است .

کارنامه سه ساله یکان چیست ؟ انتشار مجله در این مدت چه تأثیری در وضع آموزش ریاضیات در ایران داشته است ؟ پاسخ این پرسشها از بررسی شماره های گذشته مجله و از مجموعه نظرات خوانندگان و علاقمندان آن بدست می آید . اما آنچه مسلم است ، مجله یکان جای خالی یک مجله ریاضی را که در جامعه مطبوعات ایران وجود داشت پر کرده است .

امیدوار است که انتشار مجله یکان علاوه بر اثر وجودی که دارد ، در جهات دیگر هم اثرات مطلوب داشته باشد .

عبدالحسین مصحفی

ماتریس

با استفاده از منابع خارجی

تنظیم از : سید محمد کاظم نائینی

نامیده می شود .

-۳-

تعاریف و قراردادها

$$\left(\begin{array}{cccccc} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}a_{22}a_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & a_{44} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ a_{n1} & 0 & 0 & \dots & a_{n,m} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \vdots \\ a \end{array} \right)$$

۱- هاتریس صفر : اگر تمام اجزاء یک ماتریس صفر باشد ماتریس را جزوی اثر یا ماتریس صفر گویند .
مثلًا در تبدیل بردار V_1 به V_1 در صفحه اگر ماتریس تبدیل صفر باشد مبدل V_1 صفر خواهد بود و $V_1 = (0)V_1$ معادلات تبدیل است .

۲- هاتریس واحد : هر گاه در یک ماتریس قطری هر یک اجزاء روی قطر اصلی یک باشد ماتریس را ماتریس واحد گویند .

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

۳- ترانسپوزه ماتریس Transpose : اگر در یک ماتریس جای سطراها و ستونها را عوض کنیم ماتریس بسته می آید که آنرا ترانسپوزه ماتریس اول گویند .
مثلًا اگر داشته باشیم

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

۴- ماتریسی که دارای n سطر و m ستون است به صورت

$(a_{ij})_{n \times m}$ نموده می شود n شماره سطر و m شماره ستون جمله a است مثل a_{11} و a_{21} (یعنی جمله متعلق به سطر دوم از ستون سوم) مربوط به ماتریسی که دارای ۴ سطر و ۷ ستون است . بدیهی است i از ۱ تا n و j از ۱ تا m تغییر می کند .

۵- تساوی دوماتریس : دو ماتریس

$$(b_{ij})_{n \times m} = (a_{ij})_{n \times m}$$

را مساوی گویند در صورتی که داشته باشیم :

$$a_{ij} = b_{ij}$$

۶- ماتریس هر بع : اگر تعداد ستونها و سطراها در یک ماتریس برابر باشد آنرا ماتریس مربع گویند .

۷- قطر اصلی : جملاتی که در امتداد قطر مرربع شکل ماتریس قرار دارند قطر اصلی ماتریس نامیده می شود .

۸- ماتریس قطري : ماتریسی که تمام جملات آن غیر از جملاتی که روی قطر اصلی قرار دارند صفر باشد ماتریس قطری نامیده می شود .

۹- ماتریس سه گوشه ای : ماتریس مربعی که نصف جملات آن در یک طرف قطر صفر باشد ماتریس سه گوشه

ترانسپر ماتریس A عبارتست از

$$t_A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

۱۵- ماتریس قرینه : قرینه ماتریس

$$(a_{ij})_{n \times m}$$

$$(-a_{ij})_{n \times m}$$

ماتریس

است در صورتی که داشته باشیم

$$(a_{ij})_{n \times m} + (-a_{ij})_{n \times m} = (0)_{n \times m}$$

۱۶- جمع دو ماتریس : حاصل جمع ماتریسهای

$$(b_{ij})_{n \times m} + (a_{ij})_{n \times m}$$

ماتریس

است (بر حسب تعریف)

مثال : اگر داشته باشیم:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \end{pmatrix}$$

$$A + B =$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} & a_{14} + b_{14} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} & a_{24} + b_{24} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} + b_{33} & a_{34} + b_{34} \end{pmatrix}$$

مثال :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 5 & 8 \\ 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

چنانکه در مثال فوق دیده می شود جمع ماتریسهای دارای خاصیت جابجایی (استقلال از ترتیب عوامل) است و هم دارای خاصیت شرکت پذیری $A + B = B + A$ $(A + B) + C = A + (B + C)$ است.

از تعریف جمع ماتریسهای می توان تفریق ماتریسهای نتیجه گرفت : اگر $A + B = C$ باشد $C - B = A$ است

تمرین : ماتریسهای زیر مفروضند .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 5 & -1 & 2 \\ 3 & -7 & 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 4 \\ -7 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

مطلوبست تعیین ماتریس

$$A + B - C \quad -1$$

$$A + B + C + D \quad -2$$

$$2A + B - 4C + 2D \quad -3$$

$$3A + B - 2C + D \quad -4$$

- تحقیق کنید

$$(A + B) + C = A + (B + C) \quad A + B = B + A$$

۱۳- ضرب یک ماتریس در یک عدد: حاصل ضرب

ماتریس در یک عدد مانند α ماتریسی است که هر جزء آن α برابر جزء ماتریس قبلی است

$$\alpha \cdot (a_{ij})_{n \times m} = (\alpha a_{ij})_{n \times m}$$

مثال :

$$5 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 & 20 \\ 25 & 30 & 35 & 40 \\ 45 & 40 & 35 & 30 \end{pmatrix}$$

حاصل ضرب عدد α در ماتریس M تمام خواص حاصل

ضرب اعداد را دارد .

$$\alpha \times (0) = (0), \quad 0 \times (M) = (0)$$

$$1 \times (M) = (M), \quad \alpha(M + M') = \alpha M + \alpha M'$$

$$(\alpha + \alpha')(M) = \alpha(M) + \alpha'(M)$$

$$(\alpha\alpha')(M) = \alpha[\alpha'(M)]$$

۱۴- حاصل ضرب دو ماتریس : ضرب ماتریس A

در ماتریس B وقیع امکان پذیر است که تعداد ستونهای ماتریس

با تعداد سطرهای ماتریس B برابر باشد .

ماتریس A دو سطر و سه ستون دارد

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha' & \beta' & \gamma' \end{pmatrix}$$

ماتریس B سه سطر و دو ستون دارد

$$B = \begin{pmatrix} a & a' \\ b & b' \\ c & c' \end{pmatrix}$$

مثال ۳

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 9 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$(2 \times 2)(2 \times 3) = (2 \times 3)$$

مثال ۴

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(2 \times 3)(3 \times 2) = (2 \times 2)$$

مثال ۵

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 5 + 2 \times 7 & 1 \times 6 + 2 \times 8 \\ 3 \times 5 + 4 \times 7 & 3 \times 6 + 4 \times 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$$

$$(2 \times 2)(2 \times 2) = (2 \times 2)$$

مثال ۶

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2 \times 3)(3 \times 2) = (2 \times 2)$$

مثال ۷

$$A \cdot B = (a_1, a_2, \dots, a_n) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n) \\ (1 \times n)(n \times 1) = (1 \times 1)$$

باقیه در صفحه ۵۶

اگر ماتریس A دارای p سطر و n ستون و ماتریس B دارای n سطر و m ستون باشد ماتریس حاصل ضرب دارای p سطر و m ستون خواهد بود.

$$(p \times n) \cdot (n \times m) = (p \times m)$$

مثلاً اگر ماتریس A دارای ۲ سطر و ۳ ستون باشد و ماتریس B دارای ۳ سطر و ۲ ستون ماتریس حاصل ضرب دارای ۲ سطر و ۲ ستون خواهد بود.

$$(2 \times 3)(3 \times 2) = (2 \times 2)$$

اگر داشته باشیم :

$$\begin{cases} i=1, 2, \dots, p \\ j=1, 2, \dots, n \\ k=1, 2, \dots, m \end{cases} \quad A = (a_{i,j})_{p \times n} \quad B = (b_{j,k})_{n \times m}$$

خواهیم داشت :

$$A \cdot B = C = (c_{i,k})_{p \times m}$$

هر جزء حاصل ضرب برابر است با :

$$c_{i,k} = \sum a_{i,j} b_{j,k}$$

در عمل برای بدست آوردن جزء $c_{i,k}$ (جزء سطر i ام

و ستون k ام) اجزاء ستون i ام A را یک یک در اجزاء سطر A م ضرب کرده حاصل ضرب بهائی که بدین طریق بدست آمده با یکدیگر جمع می کنیم.

مثلاً برای بدست آوردن جمله سطر دوم و ستون سوم حاصل ضرب $(c_2 \times 2)$ اجزاء ستون دوم A را در اجزاء سطر سوم

B ضرب کرده حاصلها را باهم جمع می کنیم

مثال ۱

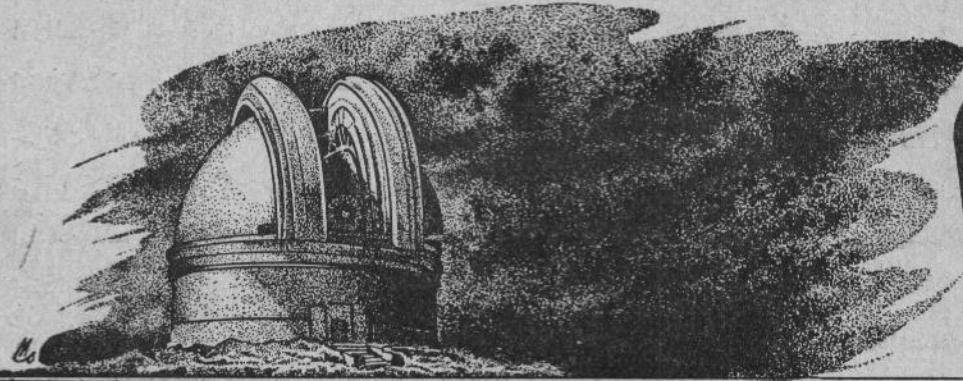
$$A \cdot B = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a + \beta c & \alpha b + \beta d \\ \gamma a + \delta c & \gamma b + \delta d \end{pmatrix}$$

$$(2 \times 2)(2 \times 2) = (2 \times 2)$$

مثال ۲

$$M \cdot N = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \\ E & F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aA + bC + cE & aB + bD + cF \\ dA + eC + fE & dB + eD + fF \end{pmatrix}$$

$$(2 \times 3)(3 \times 2) = (2 \times 2)$$



بجوم

۹۰۰ کیلومتر از خانه

ترجمه فصلی از کتاب : «L' Astronomie moderne» تأثیر : TOCQUET

مراحل مهم علم نجوم

۲- دوره جدید

را تأیید می‌کنند و علاوه بر آن ، کشف اولی به انتشار نور
مریوط می‌شود .

از بین کسانی که کارهای نیوتن را دنبال کردنمی‌توان
کلرو^۱ ، دالامبر^۲ ، لاگرانژ^۳ و لاپلاس^۴ را نام برد .
کلرو (۱۷۱۳-۱۷۶۵) طفیل زودرس بود؛ فقط دوازده
سال داشت که کارهای خاص هارکیز دولوپیتال را درباره
مقاطع مخروطی و بینهایت کوچکها مطالعه کرد و بخوبی درک
کرد . دوازده سال و هشت ماه داشت که درباره چهار منحنی
جدید اثری از خود منتشر کرد . تازه هیجده ساله بود که
بعضی از علوم برگزیده شد . شهرت وی مخصوصاً از
آن جهت است که درباره ستارگان دنبال‌دار و در علم ژئودزی
کارهای درخشانی انجام داده است .

dalamber (۱۷۱۷-۱۷۸۳) اولین کسی است که بطور
وضوح حرکت قهقهائی نقطه اعتدال و حرکت ارتجاجی محور
زمین را تشریح کرده است .

lagrange (۱۸۱۳-۱۷۳۶) در تورن (Turin)

در همان عصر نیوتن چند
منجم عالیقدر دیگر در
انگلستان وجود داشتند که مشهورترین آنها هالی^۱ (۱۷۴۲-
۱۶۵۶) و برادرلی^۲ (۱۶۹۲-۱۷۶۲) می‌باشند . هالی
مخصوصاً از این جهت معروف است که درباره ستاره‌های دنباله
دار مطالعات مهمی انجام داده است . غیر از آن، وی محقق کرد
که بعضی ستارگان که ظاهرآ ثابت بنتظر هی رساند مثل شعرای
یمانی و سماک رامح والدیران ، یک نوع حرکت خاص
خیلی آهسته دارند و با کمال تهور این فرضیه را بیان داشت که
هر یک از ثوابت خوشیدی است که همانند خورشید ما دارای
منظومه‌ای می‌باشد .

برادرلی در ۱۷۲۷ کشف کرده ظاهرآ هر یک از ثوابت
در طول یک سال یک مسیر بیضی شکل در سطح آسمان رسم
می‌کنند که این پدیده منتجه حرکت انتقالی زمین و سرعت سیر
نور است . وی همچنین کشف کرد که محور زمین در هر دوره
حدود هیجده سال یک حرکت ارتجاجی انجام می‌دهد . این دو
کشف اهمیت بسیار دارند زیرا هم هیئت کپرنیک و هم نظریه نیوتن

1- Halley

2- Bradley

3- Clairaut

4- d'Alembert

5- Lagrange

6- Laplace

منظومه شمسی می باشد که به فرضیه لاپلاس معروف است: بنابراین فرضیه، خورشید و سیارات از یک سحابی اولیه جدا شده اند، و فرضیه به نوعی است که عظمت منظومه شمسی، گذشته، حال و آینده آنرا نیز معلوم می کند. در اینجا از این فرضیه صحبت نمی کنیم و شرح و تفصیل آنرا به فصل جداگانه موكول می کنیم.

لایل‌اس کدهم دانشمند ریاضی بود وهم یک نویسندهٔ علمی فرضیهٔ خود را چنان تنظیم کرده است که در عین حال که همهٔ قوانین جاذبیت جهانی را متنضم است از لحاظ نکارش هم یک شاهکار بحساب می‌آید. وی در خاتمهٔ اثر خود این عبارت را بکاربرده است که نه تنها هر علاقمند به علم نجوم باید آنرا بیاموزد بلکه باید آنرا با آب طلا زینت سودر هر رصدخانه‌ای ساخت: «علم نجوم، به خاطر شکوه وعظمت موضوع آن و به خاطر فضیلت تئوریهای مربوط به آن، عالیترین بنای مجلل فکر انسانی و شریف‌ترین معیار هوش وی می‌باشد»

لایل پلاس کلیه مسائل پیچیده مربوط به علم نجوم را مورد بررسی قرار داده بسیاری از آنها را حل کرده و نسبت به بقیه هم راه حل را هموار ساخته است . وی فرورفتگی قطبین زمین را از روی تأثیری که در حرکات ماه دارند تعیین کرد ، علت جزر و مد را ، که نیوتن فقط طرحی از آن ارائه داده بود ، بطور کامل توضیع داد و از راه محاسبات مربوط به آنها جرم ماه را حساب کرد ، درباره اهتزازات زمین نظریه‌ای بیان داشت ، اجزاء سیاره اورانوس را که توسط هرشل کشف شده بود اندازه گرفت و درباره اختلالات حرکت آن مطالعات دقیقی انجام داد و بالاخره اغتشاشات حرکات سیاره مشتری و حلقه زحل را مورد بررسی قرارداد . در فیزیک هم مطالعاتی انجام داد : جدولهای مربوط به انکسار جوی را تقطیم کرد و فرمول کامل تعیین ارتفاعات را از روی فشار سنج بدست آورد .

صرف نظر از اثر مهم وی «بیان سیستم جهان»، سایر آثار وی که عبارتند از: «رساله‌ای درباره مکانیک سماوی»، «نظریه مربوط به حرکت و شکل یاضوی سیارات» هنوز هم از آثار اساسی و مورد مراجعت طالبین علم نجوم می‌باشد.

ازوالدین فرانسوی متولد شد. وی اولین کسی است که به محاسبه اختلالات حرکات سیارات پرداخت، قبل از وی فقط اختلالات حرکات ماه و ستارگان دنباله‌دار را محاسبه کرده بودند. بنابر قوانین کپلر مسیر حرکت سیارات دورخورشید یاک یمیضی است، اما این مسیر وقتی بیضی کامل خواهد بود که سیارات منحصر تحت تأثیر نیروی جاذبه خورشید قرار داشته باشند. در صورتی که سیارات تحت تأثیر نیروی جاذبه یکدیگر نیز قرار دارند و در نتیجه آن اختلال‌ها بین در حرکات آنها مشاهده می‌شود. این اختلالها با گذشت زمان افزون می‌شود و در طول قرن بی‌قطعی های قابل توجهی بوجود می‌آورد. برخی از این بی‌قطعیها تناوبی است چون گاه در یک جهت و گاه در جهت دیگر رخ می‌دهد و مجموع جبری آنها بین دو حد معین باقی می‌ماند. لاگرانژ ثابت کرد که بی‌قطعی‌های مر بوط به دستگاه منظومه شمسی از نوع اخیر است و به خاطر همین است که این دستگاه پایر جا است.

لابلس

لایل لامبرین فرماندهی ها نام لایل لامبرین با بزرگترین فرماندهی های ایران بود که از آنکه در پیروی از خانواده ای کشاورز اما مرغه در کالوادو به دنیا آمد. بعد از آنکه در ادبیات مطالعاتی بعمل آورد به تحصیل ریاضیات علاقمند شد و به پاریس آمد و از دلامپر خواست تا در حل بعضی مسائل مربوط به مکانیک وی را راهنمایی کند. دلامپر این مسائل را بسیار جالب یافت و از آن به بعد لایل لامبرین را تحت حمایت خویش قرار داده وی را برای تدریس ریاضیات مدرسه نظامی پیشنهاد کرد. لایل لامبرین در سال ۱۷۷۲ رساله ای را که درباره حساب فاضله (دیفرانسیل) تألیف کرده بود برای آکادمی شهر تورن فرستاد و این موضوع موجب شد که، یک سال بعد، وی به عضویت آکادمی علوم برگزیده شود. وی همچنین به عضویت دفتر طول جغرافیائی، مؤسسه ناسیونال و آکادمی فرانسه انتخاب شد و بعد از اعاده سلطنت مؤسسه پردو فرانس را تأسیس کرد.

شهرت جهانی لایاس به خاطر فرضیه‌ی وی درباره پیدایش



استفاده از تغییر مبنای عدد نویسی در تشکیل

مربعهای وفقی

در تنظیم این مقاله از ترجمه‌ای که توسط آقای عباس نعمتیان از یک مقاله به زبان انگلیسی انجام گرفته استفاده شده است.

۲- در دستگاه عدد نویسی به مبنای B تعداد B رقم، از صفر تا $(B - 1)$ لازم است.

۳- اگر a رقمی باشد که در یک عدد به مبنای B در مرتبه n ام قرار گرفته باشد ارزش نسبی آن برابرست با: $a \cdot B^{n-1}$

۴- برای اینکه عددی را که در مبنای عدد نویسی غیر از ۱۰ نوشته شده به مبنای ۱۰ تبدیل کنیم ارزش نسبی هر یک از رقمهای آن را تبیین کرده با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$(abc\dots kl) = \underbrace{aB^{n-1} + bB^{n-2} + \dots + kB + l}_{B^{\text{رقم}}}$$

مثال:

$$(22706)_8 = 2 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 6 = 1478$$

۵- برای اینکه عددی را که در مبنای ۱۰ نوشته شده به مبنای غیر از ۱۰ بنویسیم، آن عدد را متواالیاً بر مبنای جدید تقسیم می‌کنیم تا جایی که خارج قسمت تقسیم کوچکتر از مبنای شود. این آخرین خارج قسمت رقم مرتبه اول و باقیمانده‌های قبل از آن به ترتیب رقهای مرتبه‌ای دیگر عدد می‌باشند. مثلاً برای تبدیل عدد ۱۴۹۵ به دستگاه به مبنای ۸ داریم:

۸	۸	۸
۱۴۹۵	۱۸۶	۲۳
۶۹	۲۶	۷
۵۵	۲	
۷		
۱۴۹۵	=	(2227)_8

۶- در دستگاه عدد نویسی به مبنای B ، تعداد عددهایی که از صفر شروع شده و متواالیاً تا آخرین عدد دو رقمی نوشته شوند برابر است با B^2 و بر عکس، اگر اعداد صفر، یک، دو، ... و $(B - 1)^2$ را در دستگاه به مبنای B بنویسیم علاوه بر صفر، کلیه اعداد یک رقمی و دو رقمی به مبنای B بدمت خواهد آمد

الف - یادآوری بعضی تعاریف و خواص مربعهای وفقی

۱- اگر تعداد n عدد متفاوت را در خانه‌های یک مرربع $n \times n$ چنان قرار دهیم که مجموع اعداد واقع در هر سطر و هر ستون و هر یک از قطرها برابر با مقدار ثابت s باشد مرربع حاصل، مربع وفقی مرتبه n و عدد s وفق آن نامیده می‌شود.

۲- اگر هر یک از عددهای یک مرربع وفقی را با عدد ثابتی (ثبتی یا منفی) جمع (جبری) کنیم، در عدد ثابتی ضرب کنیم، بر عدد ثابتی تقسیم کنیم، در هر حال، مربع تازه‌ای که بدست می‌آید وفقی است.

۳- از جمع یا تفریق نظریه به ظلیر اعداد دومربع وفقی، مربع وفقی جدیدی بدست می‌آید.

۴- با اعداد صحیح از یک تا n (به شرط $n > 2$) می‌توان یک مربيع وفقی مرتبه n تشکیل داد که وفق آن

$$s = \frac{n(n+1)}{2}$$

نتیجه - با اعداد صحیح از صفر تا $n^2 - 1$ ($n > 2$) به شرط می‌توان یک مربيع وفقی مرتبه n تشکیل داد که وفق آن

$$s = \frac{n(n-1)}{2}$$

برابر خواهد بود با:

ب - تغییر مبنای عدد نویسی

۱- عدد نویسی معمولی در دستگاه به مبنای ۱۰ انجام می‌گیرد. در این دستگاه عدد نویسی تعداد ۱۰ رقم، از صفر تا ۹، لازم است.

ج- تجزیه مربعهای وفقی

یک مربع وفقی مرتبه

n^2 در نظر می‌گیریم که اجزاء آن عبارت باشد از اعداد از صفر تا $1 - n^2$. این مرربع را مربيع شماره ۱ می‌نامیم.

اعداد این مرربع را در دستگاه به مبنای n تبدیل می‌کنیم و در مربيع شماره ۲ می‌نویسیم. اعداد حاصل یک رقمه‌ی دورقمی هستند.

سمت چپ هر یک از اعداد یک رقمی صفر را می‌نویسیم؛ به این ترتیب کلیه اعداد واقع در خانه‌های مربيع شماره ۲ دورقمی

می‌شوند. دو مربيع جدید $n \times n$ رسم کرده آنها را خانه‌بندی می‌کنیم دریکی از آنها رقمهای مرتبه اول (یکان) و در دیگری

رقمهای مرتبه دوم (دهگان) اعداد مربيع شماره ۲ را درخانه‌های نظری می‌نویسیم. مربعهای شماره‌های ۳ و ۴ که بداین ترتیب

تشکیل می‌شوند هر دو وفقی هستند، اجزاء آنها عبارتند از رقمهای از صفر تا $1 - n^2$ که به ترتیبهای مختلف در دیگرها وستون

ها واقع شده‌اند. وفق هر یک از این مربعها برابر است با:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

مثال ۱- مربيع وفقی مرتبه ۳ را در نظر گرفته طبق قاعدة بالا عمل می‌کنیم، مربعهای مربوط به ترتیب زیر خواهد بود:

۷	۰	۵
۲	۴	۶
۳	۸	۱

(۱)

۲۱	۰۰	۱۲
۰۲	۱۱	۲۰
۱۰	۲۲	۰۱

(۲)

۲	۰	۱
۰	۱	۲
۱	۲	۰

(۳)

۱	۰	۲
۲	۱	۰
۰	۲	۱

(۴)

مثال ۲- نسبت به مربيع وفقی مرتبه ۴ شکلهای زیر

را خواهیم داشت

۱۰	۴	۱	۱۵
۱۳	۲	۶	۸
۷	۹	۱۲	۲
۰	۱۴	۱۱	۵

(۱)

۲۲	۱۰	۰۱	۲۳
۳۱	۰۳	۱۲	۲۰
۱۳	۲۱	۳۰	۰۲
۰۰	۳۲	۲۳	۱۱

(۲)

۲	۱	۰	۳
۳	۰	۱	۲
۱	۲	۳	۰
۰	۳	۲	۱

(۳)

۲	۰	۱	۳
۱	۳	۲	۰
۳	۱	۰	۲
۰	۲	۳	۱

(۴)

د- تشکیل مربعهای وفقی

- ملاحظه شد که از هر

مربيع وفقی $n \times n$ می‌توانیم دو مربيع وفقی $n \times n$ دیگر چنان بدست آوریم که در هر یک از آنها فقط اعداد از صفر تا $1 - n^2$ بکار رفته باشد. بر عکس، اگر دو مربيع وفقی اخیر را داشته باشیم. به سادگی می‌توانیم از روی آن مربيع وفقی اولیه را بدست آوریم. پس می‌توانیم تشکیل یک مربيع وفقی را منوط به تشکیل دو مربيع وفقی از نوع شماره‌های ۳ و ۴ بدانیم. اما این منبعهای چگونه بسازیم؟ در حالتی که n عدد فرد باشد روش زیر پیشنهاد می‌شود، و در حالتی که n زوج است بررسی و تهییه روش مربوط را به عهده خواهند گان و اگذار می‌کنیم و از آنها دعوت می‌کنیم که نتایج بررسی‌های خود را به ما اطلاع دهند. البته برای تشکیل منبعهای وفقی روشهای دیگری که وجود دارد که برخی از آنها در مجله یکان شماره ۲ ارائه شده است. اما در این مقاله، مقصود استفاده از تغییر مبنای عدد نویسی است.

روش پیشنهادی - می‌خواهیم مربيع وفقی از مرتبه n^2 بسازیم، اگر این مربيع را با اعداد از صفر تا $1 - n^2$ (بسازیم، از روی آن، با استفاده از خواص منبعهای وفقی، می‌توانیم مربيع وفقی دیگری بدست آوریم که از اعداد دیگری تشکیل بقیه در صفحه ۱۴

بیست و یک راه اثبات

قضیه نیوتن = قضیه گوس

تنظیم از : KAILY TAN ، ترجمه حبیب الله گلستانزاده ، از مجله : Math. Magazine

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{d} = 2 \quad \text{و} \quad \frac{x}{b} + \frac{y}{c} = 2$$

شد از :

از حل دستگاه دو معادله

فوق مختصات نقطه C

بدست می‌آید :

$$x = \frac{2ab(d-c)}{bd-ac}$$

$$y = \frac{2cd(b-a)}{bd-ac}$$

و از آنجا مختصات M

وسط AC عبارت خواهد شد از :

$$\frac{(d-c)ab}{bd-ac} \quad \text{و} \quad \frac{(b-a)cd}{bd-ac}$$

به سادگی محقق خواهد شد که :

$$\frac{y_L - y_N}{x_L - x_N} = \frac{y_M - y_L}{x_M - x_L}$$

یعنی سه نقطه L و M و N بر یک خط مستقیم قرار دارند.

برهان ۱۹ - باز هم استفاده از مختصات

خطوط BC و CD را محورهای مختصات اختیار کرده

و فرض می‌کنیم :

$$D(2a, 0), B(0, 2b), A(2h, 2k)$$

بنابراین مختصات وسط

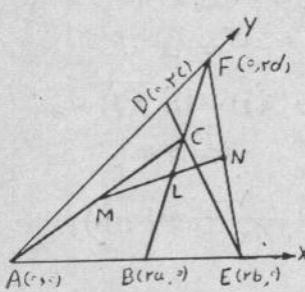
های AC و BD

عبارت خواهد شد از

$$M(h, 0), L(a, b)$$

و از آنجا معادله خط

بسد از اختصار LM



از حل دستگاه دو معادله

فوق مختصات نقطه C

بدست می‌آید :

$$x = \frac{2ab(d-c)}{bd-ac}$$

$$y = \frac{2cd(b-a)}{bd-ac}$$

و از آنجا مختصات M

وسط AC عبارت خواهد شد از :

$$\frac{(d-c)ab}{bd-ac} \quad \text{و} \quad \frac{(b-a)cd}{bd-ac}$$

به سادگی محقق خواهد شد که :

$$\frac{y_L - y_N}{x_L - x_N} = \frac{y_M - y_L}{x_M - x_L}$$

یعنی سه نقطه L و M و N بر یک خط مستقیم قرار دارند.

برهان ۱۹ - باز هم استفاده از مختصات

خطوط BC و CD را محورهای مختصات اختیار کرده

و فرض می‌کنیم :

$$D(2a, 0), B(0, 2b), A(2h, 2k)$$

بنابراین مختصات وسط

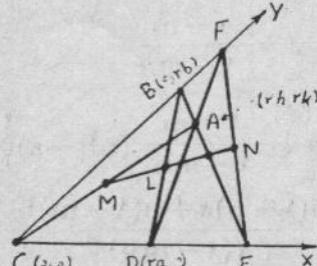
های AC و BD

عبارت خواهد شد از

$$M(h, 0), L(a, b)$$

و از آنجا معادله خط

بسد از اختصار LM



برهان ۱۷ - بوسیله تئوری تعاكس (Involution)

دایرهای به قطرهای AC و BD را رسم می‌کنیم که در دو نقطه P و Q متقاطع می‌شوند. نقطه P را به هر یک از نقطه‌های F، E، D، C، B، A و BPD یک قائم می‌باشد.

هر گاه یک نقطه را به هر یک از دلخواهی یک چهارضلعی کامل وصل کنیم خطوط حاصل یک دسته اشعه تعاكسی تشکیل می‌دهند.

بنابراین دسته اشعه

$$P\{A, C, B, D, E, F\}$$

تعاكسی باشد و چون

دو زوج شعاعهای PC و PD و PA و PB

(PB) از این دسته

اشعه بر یکدیگر عموداند

پس زوج شعاعهای PF

و PE نیز بر یکدیگر عمود بوده و نتیجه می‌شود که دایره به

قطر EF نیز از نقطه P می‌گذرد. به همین ترتیب ثابت خواهد

شد که دایره به قطر FE از نقطه Q نیز می‌گذرد پس سه دایره

(AC) و (BD) و (EF) دارای یک محور اصلی بوده و مرکزهای

آنها یعنی سه نقطه L و M و N بر یک خط مستقیم قرار دارند.

برهان ۱۸ - استفاده از مختصات

دو خط AD و AB را محورهای مختصات انتخاب

کرده و مختصات رأسهای چهارضلعی را به ترتیب زیر فرض می‌کنیم:

$$B(0, 2a), E(2b, 0), F(2c, 0), D(0, 2d)$$

معادله‌های خطوطی BF و DE به ترتیب عبارت خواهد

چنین می شود :

$$(h-a)y - (k-b)x = bh - ak$$

همچنین معادله خط AB عبارت خواهد شد از

$$hy - (k-b)x = 2bh$$

چون در این معادله $y = 0$ قرار دهیم مختصات E عبارت

$$E\left(-\frac{2bh}{k-b}, 0\right)$$

به همین ترتیب مختصات F را حساب می کنیم :

$$F\left(0, -\frac{2ak}{h-a}\right)$$

و از آنجا مختصات وسط EF می شود :

$$N(x = -\frac{bh}{k-b}, y = -\frac{ak}{h-a})$$

به سادگی محقق خواهد شد که مختصات N در معادله خط

LM صدق می کند یعنی سه نقطه L و M و N بر یک استقامت

واقع اند.

برهان ۳۰ - هندسه برداری

فرض می کنیم که :

$$\vec{AF} = nb, \vec{AE} = ma, \vec{AD} = b, \vec{AB} = a$$

خواهیم داشت :

$$\vec{AL} = \frac{1}{2}(a+b), \vec{AN} = \frac{1}{2}(ma+nb)$$

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC},$$

می دانیم که :

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AB} + x \vec{BF}$$

$$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AD} + y \vec{DE}$$

$$\vec{BF} = \vec{AF} - \vec{AB} = nb - a$$

$$\vec{DE} = \vec{AE} - \vec{AD} = ma - b$$

و نتیجه خواهیم گرفت که :

$$a + x(nb - a) = b + y(ma - b)$$

چون ضرایب a و b را در طرفین مساوی قرار دهیم.

$$\begin{cases} 1 - x = my \\ nx = 1 - y \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1 - m}{1 - mn}$$

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\left\{a + \frac{1 - m}{1 - mn}(nb - a)\right\}$$

$$= \frac{m(1-n)a + n(1-m)b}{2(1-mn)}$$

$$\begin{aligned} \vec{ML} &= \vec{AL} - \vec{AM} = \frac{a+b}{2} \\ &= \frac{m(1-n)a + n(1-m)b}{2(1-mn)} \\ &= \frac{(1-m)a + (1-n)b}{2(1-mn)} \\ \vec{MN} &= \vec{AN} - \vec{AM} = \frac{ma + nb}{2} \\ &= \frac{m(1-n)a + n(1-m)b}{2(1-mn)} \\ &= \frac{mn\{(1-m)a + (1-n)b\}}{2(1-mn)} = mn\vec{ML} \end{aligned}$$

و نتیجه می شود که :

برهان ۳۱ - به کمک هندسه اعداد مختلط

نظیر رأسهای چهارضلعی کامل $ABCDEF$ اعداد m و n را در نظر می گیریم. اگر مختلط a, b, c, d, e, f را در نظر می داریم :

$$c = b + m(f - b) = (1 - m)b + mf$$

$$d = a + n(f - a) = (1 - n)a + nf$$

$$e = c + k(d - c) = (1 - n)ka$$

$$+ (1 - m)(1 - k)b + \left\{m + (n - m)k\right\}f$$

چون E متعلق به AB است بنابراین :

$$m + (n - m)k = 0 \quad \text{یا} \quad k = \frac{m}{m - n}$$

$$e = \frac{m(1-n)}{m-n}a + \frac{n(m-1)}{m-n}b$$

اگر عدهای مختلط p, q, r و r نظیر اوساط AC و BD باشند داریم :

$$p = \frac{1}{2}[a + (1 - m)b + mf]$$

$$q = \frac{1}{2}[b + (1 - n)a + nf]$$

$$r = \frac{1}{2}\left\{f + \frac{m(1-n)}{m-n}a + \frac{n(m-1)}{m-n}b\right\}$$

اما :

فرض می‌کنیم X و Y و Z به ترتیب نقاط تلاقی خطوط $AC \cap BD = P$ و $EF \cap BD = Q$ با خطر بینهایت باشد و $EAC \cap FAC$ را بر خط بینهایت و در همان حال زاویه‌های $\angle E$ را تحت زاویه 45° تصویر می‌کنیم. نظیر شکل (a) شکل (b) بدست می‌آید که در آن هر حرف کوچک نظیر حرف بزرگ خود می‌باشد.

$$a\{enfz\} = A\{ENFZ\} = \{ENFZ\} = -1$$

اما $ae \perp af$ مربع است: بنابراین دوزاویه $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$ همچنین دوزاویه α_1 و α_5 متساویند و:

$$\{amcx\} = \{bldy\} = -1$$

و وسط ac و همچنین وسط bd است بنابراین:

$$pl \cdot py = pd^* = pc^* = pm \cdot px$$

بنابراین: $l \perp m$ و $x \perp y$ بر یک دایره واقع بوده و داریم:

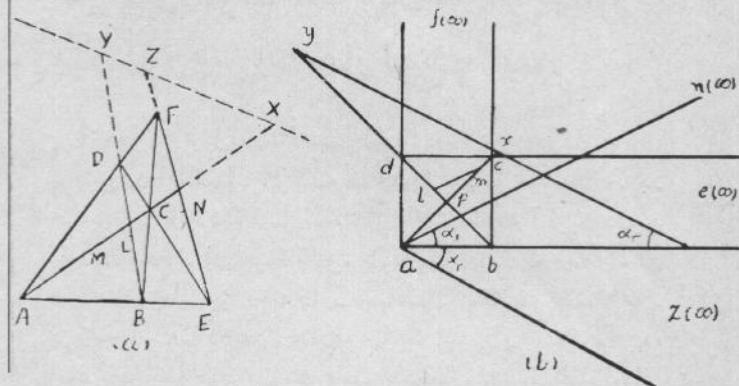
$$\angle lmp = \angle lyx = 45^\circ - \alpha_3 = 45^\circ - \alpha_1 = \angle pan$$

و نتیجه می‌شود که $an \parallel ml$ با $m \parallel l$ موازی بوده سه نقطه a و m و n بر یک استقامت واقع باشند و نظیر آن: $L \cup M \cup N$

$$\begin{aligned} \frac{p-q}{p-r} &= \\ \frac{a+(1-m)b+mf-b-(1-n)a-nf}{a+(1-m)b+mf-f-\frac{m(1-n)}{m-n}a-\frac{n(m-1)}{m-n}q} &= \\ \dots &= \frac{m-n}{m-1} \quad (\text{عدد حقیقی}) \end{aligned}$$

بنابراین: $L \cup M \cup N$

تبصره - برهان دیگری نیز برای قضیه ارائه شده که با استفاده از هندسه تصویری انجام گرفته است و ذیلانقلی شود:



بی‌آنکه عصبانی شوید این مسئله را حل کنید

هر دی که در حال نزع بود و زنش انتظار فرزندی را می‌کشید چنین وصیت کرد:

اگر فرزند من پسر بود دوسوم دارائی من به او تملق خواهد گرفت و بقیه آن از آن همسرم

خواهد بود. و اگر فرزند من دختر باشد یا کسوم دارائی ام از آن او و بقیه متعلق به همسرم باشد.

بعداز هر گ مورد، همسر وی دوقلو زائید: یک پسر و یک دختر. دارائی مرد به چه نسبت

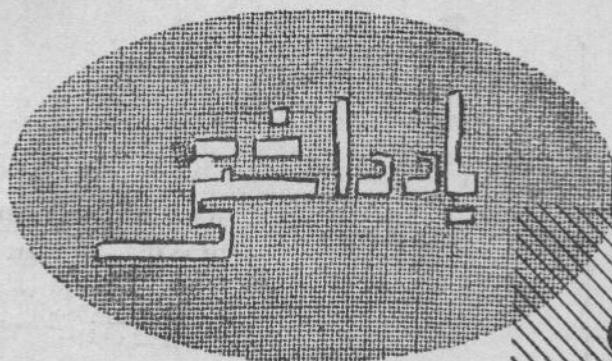
باید تقسیم شود تا هم رعایت عدالت شده و هم وصیت شخص متوفی اجرا شده باشد؟

پاسخ مسئله زیر همین عنوان مندرج در یکان شماره قبل

از توضیح جك لندن مبنی بر اینکه اگر با ۵ سک ۵۵ میل دیگر می‌پیمود فقط ۲۴ ساعت تأخیر داشت نتیجه می‌گیریم که اگر با ۵ سک ۱۰۰ میل دیگر را می‌پیمود ابدأ تأخیر نداشت بنابراین از محلی که ۲ سک فرار کرده‌اند یعنی از پایان ۲۴ ساعت اولیه ۱۰۰ میل تا مقصد فاصله داشته است. اگر در مدت زمانی که این فاصله را با ۳ سک پیموده است با ۵ سک طی می‌کردم مسافتی برای با $\frac{100}{3} - \frac{5}{3} = \frac{95}{3}$ میل می‌پیمود و یا اینکه فقط ۱۰۰ میل پیموده در برای با $\frac{2}{3} \times 48 = \frac{32}{3}$ ساعت از وقت صرف جوئی

می‌کرد، بنابراین سرعت اولیه وی $\frac{1}{3} \times 33 = 11$ میل در ۲۴ ساعت بوده و کل مسافتی که پیموده است برای است با:

$$100 + 33 \frac{1}{3} = 133 \frac{1}{3} \text{ میل}$$



از
ہر
جہان

برندگان جوایز نوبل در سال ۱۹۶۶

**رشته فیزیک: آلفرد کاستلر، رشته شیمی: روبرت ساندرسن مولیکن
پزشکی و فیزیولژی: فرانسیس پیتون روس - چارلتز هو گینز**

برندۀ جایزۀ نوبل در رشته شیمی است و در ۱۸۹۶ در نیو یورک پرست (رد ایسلند، ایالات متحده) به دنیا آمد. در جایزۀ نوبل رشته شیمی تاکنون ایالات متحده آمریکا دومین مقام را دارد. اولین مقام مربوط به آلمان است که جمماً بیست و یک جایزه از این رشته را برده است. مقام سوم متعلق به بریتانیا است که رویهم چهارده جایزه شیمی را بدست آورده است. فرانسه با بردن شش جایزه چهارمین مقام را دارا می‌باشد.

در رشته پزشکی و فیزیولژی جایزۀ نوبل ۱۹۶۶ مشترکاً به دونفر اعطا شد: پروفسور فرانسیس پیتون روس (Francis Peyton Rous) آمریکایی و پروفسور چارلتز هو گینز (Charles Huggins) کانادائی-آمریکائی. ● روس در ۱۸۷۹ در بالتمور متولد شد مدتها با عنوان آسیستان و بعد باست اسناڈی در مردمه پزشکی دانشگاه جان هاکیپنر مشغول کار بود در ۱۹۰۸ وارد مؤسسه راکفلر شد و در آنجا تحقیقات پزشکی خودرا شروع کرد که تاکنون هم این تحقیقات را ادامه می‌دهد. مهمترین تحقیقات وی درباره غده‌های سرطانی و عکس العمل ویرس‌های مختلف نسبت به این غده‌ها می‌باشد و به همین خاطر هم جایزه پزشکی نوبل را برده است.

● هو گینز در ۱۹۰۱ در کانادا متولد شد و همانجا تحصیلات خودرا در رشته پزشکی شروع کرد که بعداً در هاوای و به تکمیل آن پرداخت. جراحی را ابتدا در دانشگاه میشیگان و بعد در دانشگاه شیکاگو فراگرفت و پس از آن به ریاست کمیته ملی آمریکا مربوط به تحقیقات راجع به سرطان برس گزیده شد. کلیه فعالیت‌های وی روی این موضوع دور می‌ذند که بیماری سرطان علت شیمیائی و هورمونی دارد و مدارا آن باید از راه دارو امکان پذیر باشد.

پروفسور آلفرد کاستلر (Alfred Kastler)

برندۀ جایزۀ فیزیک، فرانسوی است که در آزمایشگاه فیزیک دانشسرای عالی فرانسه سمت مدیریت گروه اسپکتروسکوپی هرتزی را بعده دارد. جایزۀ نوبل به خاطر «کشف و کاربرد روش‌های نوری برای بررسی امواج هرتزی در اتمها» به اوی تعلق گرفته است.

کاستلر که هشت‌مین فرانسوی برندۀ جایزۀ نوبل در رشته فیزیک است به سال ۱۹۰۲ در آلمانیس به دنیا آمد. تحصیلات متوسطه‌اش را زمانی گذراند که فرانسه زیر تسلط آلمانیها بود در سال ۱۹۱۸ در امتحان ورودی پلی تکنیک موقیت بدست آورده‌اما ترجیح داد از موقعیتی که برای چند نفر از دانشجویان آلمانی پیش‌آمد بود استفاده کرد بدین کنکور در دانشسرای عالی فرانسه ثبت نام کند. وی در آنجا یک گواهینامه مربوط به شیمی بدست آورد و دورشته علوم فیزیکی آگرژه شد. بعد از آن ابتدا پنج سال دیگر دیپرستانهای بود سپس به استادیاری دانشکده علوم بردو انتخاب شد. بعد‌ها که رساله‌ای درباره فلورسانس بخارجیوه نوشته به سمت دانشیاری کلرمون-فراند برگزیده شد و پس از آن با سمت استادی به بردو مراجعت کرد. در ۱۹۴۱ که در اثر مساعی پروفسور ایوه روکارد آزمایشگاه فیزیک دانشسرای عالی توسعه یافته و عده‌ای از فیزیکدانان نامی به آنجا دعوت شده بودند کاستلر هم با عنوان استادی به آنجا رفت.

کاستلر در ۱۹۵۶ جایزۀ بزرگ تحقیقات علمی فرانسه، در ۱۹۶۳ جایزۀ بزرگ علمی شهر پاریس را دریافت داشت و در ۱۹۶۴ به عضویت آکادمی علوم درآمد.

جایزۀ نوبل در رشته شیمی به خاطر «ابداع روش مدارات مولکولی» به پروفسور روبرت ساندرسن مولیکن (Robert Sanderson Mulliken) آمریکایی، استاد دانشگاه شیکاگو تعلق گرفت. مولیکن پانزدهمین آمریکائی

چگونه مسئله‌ای را حل کنیم؟

ترجمه : ه. شریفزاده

عناصر کمکی

Elements auxiliaire = Auxiliary Elements

مرا جمه به تعاریف بهما امکانات دیگری‌می‌دهد که عناصر کمکی را داخل کنیم. مثلاً به منظور توضیح تعریف دایره نه فقط باید مرکز و شعاع آن را ذکر کنیم، بلکه باید این عناصر هندسی را در شکل نیز وارد کنیم. اگر این عناصر را در شکل وارد نکنیم هیچ استفاده‌ای از تعریف دایره نتوانسته‌ایم بیریم؛ تعریف بدون شکل شیوه عبادت زبانی است.

گرچه کوشش برای استفاده از نتایج معلوم و مراجعت به تعاریف از بهترین دلایل هستند که لازم استفاده از عناصر کمکی را نشان می‌دهند، اما دلایل دیگری نیز وجود دارد. ممکن است که به منظور آنکه مسئله را کاملتر کنیم یک عنصر کمکی به آن اضافه کنیم، بدون آنکه بطور صحیح بدانیم که آن عنصر را چگونه باید بکار بیریم. ممکن است که تصور کنیم که با افزودن این عناصر «طرحی روشن» وجود دارد که فهم مسئله را آسان می‌کند.

در هر صورت برای استفاده از عناصر کمکی ممکن است که یکی از این دلایل وجود داشته باشد. اما نبایستی هیچیک از عناصر کمکی را بیهوده در مسئله وارد کرد.

۳ - مثال - مثلاً رسم کنید که از آن یک زاویه وارتفاعی که از رأس مربوط به آن زاویه فروز می‌آید و محیط مثلث را می‌دانیم.

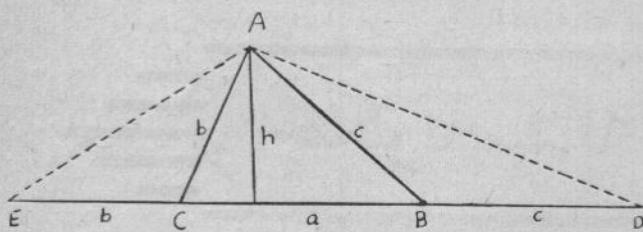
ابتدا یاد آشتهای مفاسد می‌کنیم. فرض می‌کنیم که اندازه زاویه A ، h ارتفاعی که از رأس A فروز می‌آید و p محیط مثلث باشد. شکلی رسم می‌کنیم که در آن بسدادگی می‌توان α را جداد. آیا تمام معلومات را بکار ببرده‌ایم؟ نه، طول محیط شکلی که رسم کرده‌ایم برابر p نیست. باید p را نیز در شکل داخل کنیم. اما چطور؟ برای اینکه p را در شکل داخل کنیم راههای مختلفی وجود

فهم ما از مسئله در پایان کار خیلی بیشتر از هنگام شروع آن است. در حقیقت مقدار جا که در حل مسئله پیش می‌رویم عناصر جدیدی را به اطلاعات اولیه خود درباره مسئله اضافه می‌کنیم. عنصری که به منظور پیدا کردن جواب مسئله به کمک ما می‌آید عنصر کمکی نامیده می‌شود.

۱ - عناصر کمکی انواع مختلف دارد. در حل یک مسئله هندسه ممکن است که خطوط جدیدی را در شکل وارد کنیم؛ اینها را خطوط کمکی می‌نامیم. در حل یک مسئله جبر، مجھول جدیدی را ممکن است وارد کرد که آن را مجھول کمکی می‌نامیم. قضیه کمکی قضیه‌ای است که برای سهولت حل مسئله اولیه ثابت می‌شود.

۲ - برای استفاده از عناصر کمکی ممکن است دلایل مختلف داشت. هنگامی که موفق می‌شویم مسئله‌ای را که مری بویه مسئله ما است و ما آن را قبلاً حل کرده‌ایم به خاطر آوریم، احساس رضایت می‌کنیم. احتمال دارد که بتوانیم از چنین مسئله‌ای استفاده کنیم اما هنوز نمی‌دانیم که چگونه باید از آن استفاده کرد. مثلاً مسئله‌ای که می‌خواهیم آن را حل کنیم یک مسئله هندسه است، و مسئله‌ای که ما آن را قبلاً حل کرده‌ایم و به مسئله فعلی مامری بوی است مسئله‌ای است راجع به مثلث. گرچه در شکل مسئله‌ای که می‌خواهیم آن را حل کنیم هیچ مثلثی دیده نمی‌شود، اما به منظور آنکه بتوانیم مسئله‌ای را که قبلاً حل کرده‌ایم و اکنون به خاطر آورده‌ایم مورد استفاده قرار دهیم باید در شکل مسئله اصلی یک شکل مثلث داخل کنیم. و این کار را با افزودن خطوط کمکی مناسب انجام می‌دهیم. عموماً اگر بخواهیم مسئله‌ای را که قبلاً حل کرده‌ایم برای حل مسئله طرح شده مورد استفاده قرار دهیم باید بتوانیم باید سوال جواب بدیم: «آیا برای آنکه بتوانیم آن را بکار بیریم بایستی از یک عنصر غیر مشخص کمک بگیریم؟»

قاعدۀ مثلث متساوی الساقین می باشدند.



در حقیقت، در هر مسئله عناصری را که پیشنهاد می کنیم باید ساده باشد. و مثلث متساوی الساقین از عناصر ساده است. پیشنهاد این خطوط کمکی بسیار مفید واقع می شود. با بررسی شکل جدید، ممکن است کشف کنیم که زاویه EAD باز اویه α نسبت ساده‌ای دارد. در حقیقت با توجه به مثلث‌ای متساوی الساقین ACE و ABD در خواهیم یافت که:

$$\angle DAE = \frac{\alpha}{2} + 90^\circ$$

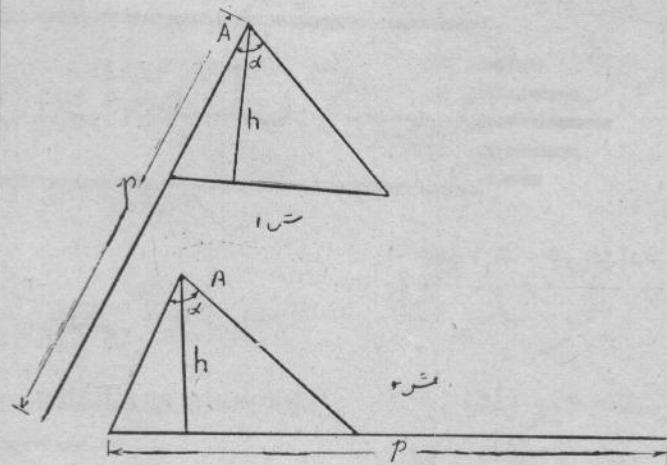
حالا با این معلومات که در باره مثلث ADE بدست آورده‌ایم رسم آن بسیار ساده‌تر از مسئله قبلی است.

۴- معلمان و نویسنده‌گان کتابهای درسی نایستی فراموش کنند که شاگرد ساعی و خواننده نکته سنج به تحقیق درستی یا نادرستی مراحل مختلف استدلال اکتفا نمی کنند، بلکه می خواهند علت و دلیل انتخاب این مراحل را نیز بدانند. از طرف پیشنهاد یک عنصر کمکی منحله‌ای است جالب. اگر یک خط کمکی مهم‌بدون هیچ دلیل واضح و بطور ناگهانی در شکل ظاهر شود و حل مسئله را بشگفتی کامل اجازه بدهد، شاگردان خواهند گان با هوش نایمید خواهند شد. احساس خواهند کرد که گول خورده‌اند. ریاضیات تا هنگامی که مبتنی بر استدلال واضح باشد بسیار جالب است. اما اگر استدلال نامفهوم باشد جالب نخواهد بود. برای اینکه در این گونه استدلالها و در تهیه و تنظیم سؤالها و تلقینهای مناسب ورزیده شویم به گذشت زمان و کوشش زیاد احتیاج داریم. اما این کوششها با ارزش خواهند بود.

دایره همچون اعداد یک ساعت، یادداشت می کنیم و از یکی از آنها شروع کرده p در میان می شماریم تا بعد از اولی بررسیم. بعد از آنکه این دو مربع (شماره ۱ الف، شماره ۱ ب) را تشکیل دادیم مربع شماره ۲ را چنان می سازیم که در هر خانه آن عددی دورقیمت نوشته شده باشد که رقمهای یکان و دهگان آن به ترتیب اعداد واقع در خانه‌های تغییر از مرباعهای شماره ۱ الف و ب باشد. بالاخره اعداد واقع در خانه‌های مربع شماره ۲ را، به فرض آنکه در مبنای n نوشته شده باشند، به مبنای $10 - n$ تبدیل می‌کنیم و اعداد حاصل را در خانه‌های تغییر از مربع شماره ۳ یادداشت می کنیم.

دنباله در صفحه ۶۱

دارد. شکل‌های ۲۹۱ بیسیلیکی و عدم مهارت حل کننده را می‌رساند. ممکن است با کمی دقیق وجود قرینه‌ای در مسئله پی بیریم.



در حقیقت مثلث سهضلع a و b و c دارد. معمولاً ضلع رو برو به زاویه A است. می‌دانیم که $a+b+c=p$:
از طرفی b و c که رلی مشابه یکدیگر بازی می‌کنند، قابل تبدیل به یکدیگرند. یعنی مسئله نسبت به b و c قرینه است. اما در شکل‌های ۱ و ۲، b و c رلی مشابه با یکدیگر بازی نمی‌کنند. با توجه به طول p متوجه می‌شویم که b و c متفاوتند و نیز شکل‌های ۲ و ۱ وجود قرینه‌ای را که منسوب به b و c است در مسئله از نظر ناپدید می‌کند. ما باید p را طوری در شکل وارد کنیم که همان نسبتی را که با b دارد با a داشته باشد. این توجه ممکن است که به ما کمک کند تا شکل ۳ را پیشنهاد کنیم. در امتداد ضلع a مثلث قطعه خط CE را بطول b در یک طرف آن و قطعه خط BD را به طول c در طرف دیگر آن رسم می‌کنیم. به این ترتیب p برابر است با طول قطعه خط ED :
 $b+a+c=p$

اگر مختصر اطلاعاتی در باره حل مسائل به طریق ترسیمی داشته باشیم، با توجه به شکل علاوه بر خط ED خطوط کمکی AE و AD را تشخیص خواهیم داد. هر یک از این خطوط

نقیه هر بعهای وفقی

شده باشد.

اگر n فرد باشد می‌توانیم چنین عمل کنیم: دو مربع $n \times n$ رسم می‌کنیم و آنها را خانه‌بندی می‌کنیم. اعداد از صفر تا $(1-n)$ را به ترتیب دوری معینی در هر یک از ردیفهای هر یک از مربعها چنان یادداشت می‌کنیم که هر یک از اعداد واقع روی یکی از دو قطر برای برآورد $\frac{1-n}{2}$ باشد. برای اینکه دو مربع مشابه نشوند یا اینکه دو قطر مزبور را مختلف اختیار می‌کنیم، و یا اینکه ترتیب دوری را در دو مربع، متفاوت می‌گیریم (ترتیب دوری از این قرار است که اعداد را روی یک

راهنمای حل مسائل شیمی

مترجم: عطاءالله بزرگ نیا

مؤلفان: Favre et Gautier

فصل چهارم

مسائل ساده - نمونه های دیگر

مسئله - از احیاء ۹/۵۵۲ گرم اکسید مس ۷/۶۳۲
گرم مس تولید شده است جرم اتمی مس را پیدا کنید:
هر گاه مجهول مسئله را که جرم اتمی مس است با Cu
بنمایم جرم ملکولی اکسید آن $Cu + 16$ خواهد شد. وطبق
معمول می نویسیم.

$$\frac{Cu + 16}{9/552} = \frac{Cu}{7/632}$$

از حل این معادله یک مجهولی مقدار Cu برابر ۶۳/۶
بدست می آید.

برای حل معادله فوق می توان از تساوی نسبتها نیز
استفاده کرد:

$$\frac{Cu}{7/632} = \frac{16}{9/552 - 7/632} = \frac{16}{1/920}$$

در این رابطه عدد ۱/۹۲۰ معرف مقدار اکسیژن است.
کاربری این روش کلی ما را به طریق جدید و جالب
حل مسائل و تدریجیا به نمونه ویژه ای از مسائل چنانکه بعدها
گفته خواهد شد آشنا می سازد.

تبصره - گاهی ممکنست مجهول در خود فرمول باشد.
در این حالت که منظور یافتن ضرایب واکنش است چون روش
خاصی برای پیدا کردن مجهول بکار می رود ما آنرا در بخش
 جداگانه (بخش دوم فصل دوم) مورد بحث قرار داده ایم.

برای اینکه خواسته گرامی باوش حل این نوع مسائل
ثانی بیشتری پیدا کند دونمونه دیگر از این مسائل را ذکر
کنیم.

۲۵ - مثال ۱ - در مثالهای قبلی مقدار معلوم مربوط
بکی از اجسام واکنش کننده بود. در این مثال مربوط به
یک از محصولات واکنش است. روش حل در این حالت نیز
نمایند که در مقدمه گفته شد.

مسئله - چه مقدار کلرور آمونیوم با آهک زیاد، پنج
لیتر آمونیاک تولید می کند.

در حل این مسئله نوشتن فرمول واکنش ضروری نیست.
با کمیت بدانیم که از یک ملکول NH_4Cl یک ملکول NH_3
عمل می شود:

بنابراین:

$$NH_4Cl \quad NH_3 \\ 53/5 \text{ گرم} \quad 22/4 \text{ لیتر}$$

برای تهیه ۵ لیتر آمونیاک $\frac{5}{22/4} \text{ ملکول } NH_4Cl$

$$= \frac{5 \times 53/5}{22/4} \text{ گرم از آن لازم است.}$$

۲۶ - هر گاه مقدار مجهول یکی از اجزاء
پل باشد روش حل تغییر نخواهد کرد. مثلا در حالتی که
ین جرم اتمی مورد نظر باشد. به طریق زیر عمل می کنیم:

راهنمای حل

مسائل مقدماتی هندسه

Résolution des Problèmes élémentaires de géométrie

تألیف: E. J. Honnet تاریخ: ۱۹۶۳ - ترجمه: ع. م.

فصل دوم- چگونگی اثبات تساوی دو زاویه روش هفتم- استفاده از مثلثهای متساوی یا متشابه

زاویه رسم می کنیم . ثابت کنید که این عمودها یکدیگر را روی نیمساز زاویه قطع می کنند.

۱۰۰- برعکس Ox از زاویه Oy دو نقطه A و B و برعکس Oy دو نقطه A' و B' را چنان انتخاب می کنیم که $OA=OB=OA'$ و $OB=OB'$ و خطوط AB و $A'B'$ رسم می کنیم که در M متقاطع می شوند . ثابت کنید که M نیمساز زاویه O واقع است .

۱۰۱- ضلعهای مثلث متساوی الاضلاع ABC را با یک اندازه و در یک جهت امتداد می دهیم: $AA'=BB'=CC'$ ثابت کنید که مثلث $A'B'C'$ متساوی الاضلاع است.

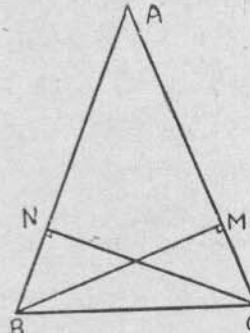
۱۰۲- همان مسئله وقتی که از اضلاع طولهای برابر جدا کنیم.

۱۰۳- ضلعهای یک شش ضلعی منتظم را به یک اندازه در یک جهت امتداد می دهیم و نقاط حاصل را متوايا به همراه می کنیم . ثابت کنید زاویه هایی که تشکیل می شوند بایکدیگر برابرند.

۱۰۴- در مثلث ABC که در آن B کوچکترین زاویه و A بزرگترین زاویه است برعکس BC دو نقطه M و N چنان تعیین می کنیم که $BAN=CAM=z$ و $CAN=BAN=z$ باشد. ثابت کنید که مثلث MAN متساوی الساقین است.

اگر دو مثلث متساوی (یا متشابه) باشند زاویه های مقابل به ضلعهای متناظر برابرند .

مسئله ۳۶- اگر دو ارتفاع از مثلثی با یکدیگر برابر باشند ضلعهای متناظر آنها نیز با یکدیگر برابرند



$$\left. \begin{array}{l} BM \perp AC \\ CN \perp AB \\ BM = CN \end{array} \right\}$$

فرض: $AB=AC$

اثبات- دو مثلث قائم-

BNC و BMC در وتر BC مشترک هستند

و ضلعهای BM و CN از آنها بنا به فرض متساویند ، بنابراین

دو مثلث متساوی بوده و نتیجه می شود که دو زاویه B و C که مقابل به ضلعهای برابرند باهم برابر باشند یعنی مثلث ABC متساوی الساقین بوده و دو ضلع AB و AC برابرند .

تمرینات

۹۹- برعکس زاویه O دو نقطه A و B را به یک فاصله از O انتخاب کرده از این دو نقطه عمودهای برعکس ضلع

روش هشتم- دو زاویه در یک رابطه صدق می کنند:

الف- دو زاویه دارای یک مکمل یا اینکه دارای یک متمم

هستند .

مسئله ۳۷- در مثلث قائم الزاویه، زاویه های که ارتفاع

وتر باهر ضلع می سازد برابر است با زاویه روبروی به این ضلع

$$\left. \begin{array}{l} \angle BAC = 90^\circ \\ \angle BAD = \angle CAD \\ AH \perp BC \quad BM = MC \\ \text{حکم: } \angle MAD = \angle DAH \end{array} \right\}$$

ایثات. بنا به مسئله ۲۷ زاویه HAC با زاویه B برابر است. در مثلث قائم الزاویه میانه وتر با نصف وتر برابر است بنابراین مثلث MAB متساوی الساقین بوده زاویه MAB با زاویه B برابر است پس دو زاویه HAC و MAB که هر دو با زاویه B برابرند با یکدیگر برابر بوده و از آنجا نتیجه می‌شود که دو زاویه DAM و DAH نیز با یکدیگر برابرند.

تمرینات

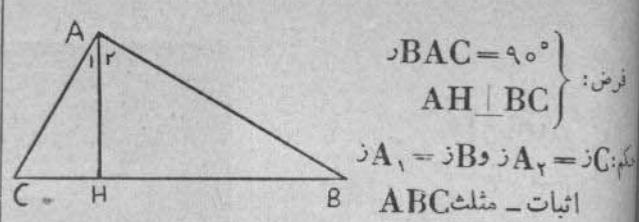
۱۰۹- در مثلث متساوی الساقین ABC نیمسازهای دو زاویه متساوی B و C یکدیگر را در D قطع می‌کنند. ثابت کنید که مثلث BCD متساوی الساقین است.

۱۱۰- مسئله ۱۴ را در نظر گرفته تساوی زاویه‌ها را ثابت کنید.

۱۱۱- روی هریک از ضلعهای یک شش ضلعی منتظم و در خارج آن مربعی می‌سازیم و رأسهای متواالی را به هم وصل می‌کنیم تا یک دوازده ضلعی تشکیل شود. ثابت کنید که این دوازده ضلعی منتظم است.

۱۱۲- روی هر ضلع یک مثلث متساوی الاضلاع مربعی می‌سازیم و رأسهای متواالی را به هم وصل می‌کنیم تا یک شش ضلعی تشکیل شود. ثابت کنید که زاویه‌های این شش ضلعی با هم برابرند و ضلعهای آنها سه به سه باهم برابر می‌باشند.

۱۱۳- روی ضلعهای Ox و Oy از زاویه قائم xOy دو نقطه A و B انتخاب کرده و خطوط AM و BN را چنان رسم می‌کنیم که با ضلعهای زاویه قائم زاویه 30° درجه بساند (بر Ox و Oy بر M و N واقع است). این دو خط در D متقاطع می‌شوند. ثابت کنید که هر یک از مثلثهای BMD و AND متساوی الساقین می‌باشد.



در زاویه A قائم است بنابراین مجموع دو زاویه B و C یک قائم است یعنی زاویه C متمم زاویه B است. مثلث AHC نیز بر زاویه H قائم بوده زاویه C متمم زاویه A است. بنابراین $\angle B$ که هر دو با زاویه C متمم هستند با یکدیگر برابرند. به طریق مشابه نتیجه خواهد شد که دو زاویه A و B با یکدیگر برابرند.

تمرینات

۱۰۵- چهارضلعی $ABCD$ در دایره O محاط است بنسی که کمان AB یکششم و کمان BC یکسوم محیط دایره است. عمود AH را بر قطر BD رسم می‌کنیم. ثابت کنید که دو زاویه BAC و DAH برابرند.

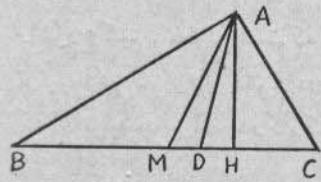
۱۰۶- چهارضلعی $ABCD$ محاط در دایره O مفروض است A و B عمودهای AH و BF را بر قطرهای چهارضلعی CBF و DAH برابرند.

۱۰۷- ثابت کنید زاویه‌هایی که بوسیله ارتفاعهای مثلث نکلیل می‌شود دو به دو با یکدیگر برابرند.

۱۰۸- مثلث ABC در دایره به مرکز O محاط است. ربع AH از مثلث AOB از دایره را رسم می‌کنیم. ثابت کنید که دو زاویه BAH و CAO برابرند.

ب- دو زاویه برابر با مجموع یا تفاضل دو زاویه برابرند.

مسئله ۲۸- در مثلث قائم الزاویه. نیمساز زاویه قائم زوایه بین ارتفاع و میانه نظیر رأس زاویه قائم را نصف می‌کند.



تمرینهای مربوط به فصل ۱۹

که هریک از مثلثهای BPA و DOF قائم الزاویه است.

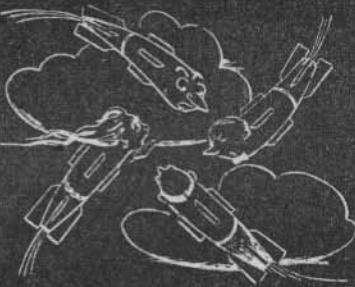
۱۱۵- ارتفاعهای AA' و BB' و CC' از مثلث ABC را رسم کرده و نقاط A' و B' و C' را بهم وصل می‌کنیم ثابت کنید که ارتفاعها و ضلعهای مثلث ABC به ترتیب بقیه در پائین صفحه ۱۹

۱۱۶- نیمدایره بد قطر AB و به مرکز O مفروض است. ماسهای AM و BN را بر نیمدایره رسم کرده و در نقطه اختیاری P واقع بر نیمدایره ماس دیگری بر آن رسم کنید که ماسهای اول را در D و F قطع می‌کنند. ثابت کنید



?

داستانهای تفنی ریاضی



نویسنده کان : **ژ. گامو**
م. استرن

ترجمه : از فرانسه

گفتگوی پدر و پسر

۴- بازی شیر یا خط

گرفت اما هر گاه که با خط - خط بر نده شوی فقط یک ریال دریافت خواهی داشت . در عوض ، هر دفعه که من بر نده شوم ۵ ریال از تو خواهم گرفت . تحقق داری که هرسکه را قبل از بیرون آوردن از کیس وارسی کنی و با هر رویی که مایل باشی آزانش دهی . نکته جالب مسئله در این است که چون تو باشی - شیربرد بیشتر داری هر دفعه سعی می کنی که سکه خودت را با روی شناس دهی و چون منم به این موضوع واقعه سعی می کنم که هر دفعه سکه خودم را با روی خط نشان بدهم اما تو هم این موضوع را پیش بینی می کنم ، و از این جهت هر دوی ما با یک مسئله جالب روی و می شویم که عبارت از انتخاب استراتژی مناسب می باشد . سامی از انجام یک چنین بازی جالبی اظهار خوشحالی کرد و گفت :

- بسیار جالب است . میان گین آنچه که من می توانم برابر است با واسطه حسابی ۹ ریال و یک ریال یعنی ۵ ریال درست برابر است با آنچه که تو در هر دفعه می توانی بیری بازی به نظر من عادلانه است و موافق هستم که از هم اکنون آن را شروع کنیم . مطمئن هستم که می توانم استراتژی خود را چنان ترتیب دهم که بر نده باشم و در ضمن به تو هم گوشمالی داده باشم که از این به بعد برای پدر کار کشته سالخوردهات احترام می شنی قائل باشی .

پسر سرش را تکان داد و گفت :

- متأسفم پدر ، تودر اشتباه هستی . من بازی را می بدم ، اما پولهای ترا نخواهم گرفت . من با یک محاسبه ریاضی می توانم به سادگی معلوم کنم که این استراتژی را بکار بیرم که بر نده باشم ؛ من می توانم حساب کنم که درجه مقدار از وقت خواهی

پاسخ سامی به مسئله قبل درست بود . وی که از این با بت خوشحال شده بود مدعی شد که در حل مسائلی از این نوع در نمی ماند زیرا در حرفة خودش متخصص می باشد .

پسر سامی در پاسخ پدر اظهار داشت :

- در این باره شکی ندارم ، مسائلی هم که مطرح گردید فقط به این خاطر بود که به بعضی ظریفکاریهای مربوط به حساب احتمالات واقعه شوی . برای من مسلم است که اطلاعات تو به بازی شیر یا خط محدود نمی شود و هر جا که اقتضا کندر بکار بردن استراتژیهای شایسته تبحر داری .

- این طور هم که توهی گوئی نیست . فقط بعضی تجربیات بدست آورده ام . همین ویس .

- این را می گویند : کشف و شهدود ، و تو از این راه به بعضی نکته های بردگی . مطمئن هستم که گاه به گاه اصولی را بکار می برم که به « فن تئوری بازیها » مربوط می باشد . هم اکنون با بیان یک مثال این موضوع را واضحتر شرح می دهم هر چند که در آخر به آنالیز کشانده می شود :

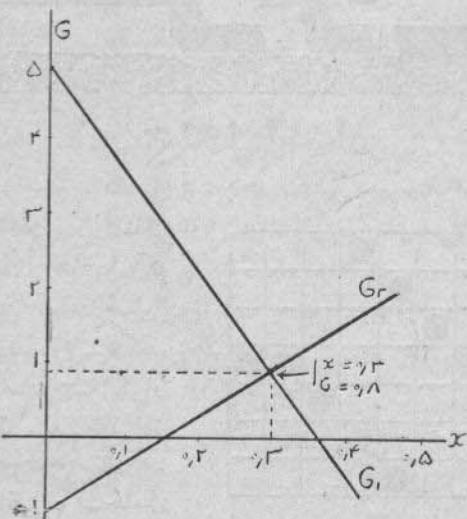
ما یک نوع بازی شیر یا خط را شروع می کنیم . هر کدام از ما کیسه ای محتوی سکه های یک ریالی را در اختیار می گیریم و هر دفعه از درون آن یک سکه بیرون آورده در یک زمان به یکدیگر نشان می دهیم ، اگر دو سکه از یک روقار گرفته باشند . یعنی هر دو شیر یا هر دو خط باشند در این صورت تو بردگی و اگر دو سکه با روهای مختلف روشده باشند یعنی یکی شیر آمده باشد و دیگری خط ، در این صورت من بر نده خواهم بود .

اجازه بده که همین بازی را به نحو جالبتری انجام دهیم : هر گاه که تو با شیر - شیر بر نده شوی ۹ ریال از من خواهی

به همان نحو که در مورد حالت اول شرح دادم نتیجه خواهد شد که در این حالت برد من عبارت خواهد بود از :

$$G_2 = +5x - 1(1-x)$$

$$G_2 = 6x - 1$$



نمایش تغییرات دوتابع G_1 و G_2 مطابق شکل بالا است دونمایش هندسی در نقطه $x = 0.33$ و $G = 0.67$ مشترک هستند. از این نمودار نتیجه می‌شود که اگر من سه دهم تعداد سکه‌ایم را با روی شیر نشان بدهم و قی که به اندازه کافی بازی را ادامه دهم، من برای هر دفعه بازی مبلغ ۰.۶۷ ریال برد نده خواهم بود.

از کنم بدون اینکه از باری تونگرانی داشته باشم، این محاسبه هنی مبلغ را که خواهم برد برای من معلوم می‌کند البتہ به کشش، و آن اینکه بازی به اندازه کافی طول بکشد. اگر مایل باشی توضیحات خودم را بازبان ریاضی ام-ساپارساده، برایت شرح می‌دهم. البتہ هر جا که نفهمیدی بگو توضیحات بیشتر بدهم.

اولاً حساب می‌کنم که درجه مدت از زمان بازی، من بایدشیر بازی کنم. این مدت را x فرض می‌کنیم. اکنون معلوم می‌کنم که بین برد من، کدآنرا G می‌نامیم، با x چهارابهای وجود دارد. در ابتداء وضعی را در نظرهی گیریم که تو هم نیز، بازی می‌کنی. هر دفعه که من روی شیر سکه را نشان داده و ۹ ریال برد نده زهم در همان زمان روی شیر سکه را نشان داده و ۹ ریال برد نده نشی. وقتی که من تا x امین مدت از زمان با روی شیر سکه بازی کرده باشم برد من عبارتست از $9x - 9$ (در حقیقت باخت ۹ است) .

بقیه مدت بازی که هر دفعه من ۵ فرانک برد نده هستم عبارتست از $(x - 1)$ و در این مدت برد من برای بر است با: $(x - 1) \cdot 5 + 5$ اگر تو با روی شیر سکه بازی کنی برد من عبارت خواهد شد از :

$$G_1 = -9x + 5(1-x)$$

$$G_1 = -14x + 5$$

اکنون وضعی را در نظر بگیریم که تو خط، بازی می‌کنی.

نقیمه راهنمای حل مسائل هندسه

از نقطه M واقع بر کمان AB عمودهای MP و MQ را بر ضلعهای BC و AC و AB رسم می‌کنیم. ثابت کنید که زاویه QRA با زاویه BRP برابر بوده و نتیجه بگیرید که سه نقطه P و Q و R بربیک استقامت واقع‌اند.

۱۲۰- چهارضلعی $ABCD$ محاط در دایره O مفروض است. ضلعهای AB و DC را امتداد می‌دهیم که در P متلاقی شوند و P را به نقطه‌های M و N وسطهای ضلعهای AD و BC وصل می‌کنیم. ثابت کنید که دو زاویه BNP و DMP برابر بوده و نیمساز زاویه APD نیمساز زاویه MPN نیز می‌باشد.

۱۲۱- مثلث ABC محاط در دایره O مفروض است. اگر AD و AD' نیمسازهای زاویه‌های داخلی و خارجی رأس A باشند ثابت کنید که زاویه $AD'B$ با زاویه OAD برابر است.

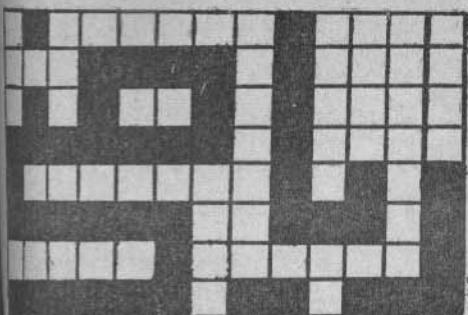
بسازهای زاویه‌های داخلی و زاویه‌های خارجی مثلث $A'B'C'$ را اشند.

۱۲۲- دو دایره O و O' در A مماس هستند. از A از O رسم می‌کنیم که O را در B و O' را در C قطع کند. از O کنید که دو زاویه $CO'A$ و BOA برابرند.

۱۲۳- در یک متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ضلعهای AB و $DF = DC$ و $BE = BC$ و $AD = BE$ را به اندازه‌های AD و BC برابر شاد می‌دهیم. ثابت کنید که دو زاویه DCF و BCE برابر و سه نقطه F و C و E بر یک استقامت قرار دارند.

۱۲۴- در مثلث قائم الزاویه ABC که در زاویه A قائم $AB < AC$ است ارتقای AH را رسم کرده و روی وتر BC را جدا می‌کنیم و CG را عمود بر AD بدل $HD = HB$ می‌کنیم. ثابت کنید که BC نیمساز زاویه GCA است.

۱۲۵- مثلث ABC محاط در دایره O مفروض است.

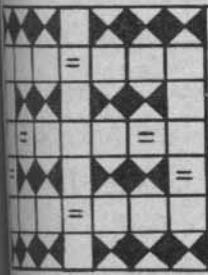


A large, stylized graphic of the letters 'L' and 'T' in a bold, blocky font, rendered in black on a light background.



کانالهای میریخ

شکل بالانمائی فرضی از کره مربیخ و شهرهای آنست. مسئله عبارت از این است که از شهر جنوب دیگر قطب جنوب مربیخ حرکت کرده با استفاده از کانالهای موجود از هر یک از شهرهای دیگر یک دفعه عبور کنید و مسیر خود را چنان تنظیم کنید که از حروف هن پوچت به شهرهایی که بهتر تیپ هی پیمایند و یک جمله یامعنی درست شود. اولین دفعه که این مسئله در یک مجله پر تیراژ چاپ شد هزارها نفر جواب دادند که « چنین جمله ای درست نمی شود » عقیده شما چیست ؟



تکمیل جدول

طرح از : مصطفی گورزی طائمه
باکار بردن فقط سه علامت
غیر از علامت = که در بعضی از
خانه های جدول مشاهده می شود جدول
را چنان تکمیل کنید که هر یک از
ردیفه ای افقی و قائم آن بیشتر مفهوم
را بر ساند .

جدول اعداد

طرح از: نصیر زادی مقدم ، پنجم ریاضی دبیرستان کسری اردبیل

اوقی : ۱- سالی
از قرن چهاردهم که
ارقامش تصاعد حسابی
می‌سازند . ۴ - مکعب
کامل است . ۷ - تکرار
یک رقم . ۸ - سالی از
قرن هیجدهم . ۹ - جذر
عدد افقی . ۱۰ - حاصل

ضرب عدد ۱۹ افقی در برابر عدد ۱۴۵۰۰ افقی به اضافه ۱۱.۶۰۵ سالی
از قرن بیستم که چون مقلوب شود سالی از قرن هفدهم گردد.
۱۲ - از ۲۵ برابر عدد ۱۹ افقی ۱۰۴۴ واحد کم دارد - ۱۴۰.
ضریبی از عدد ۹ افقی . ۱۶ - مجموع عددهای ۱۹ افقی و
۳ فائم ۳۶۰ - مربع یک عدد اول . ۱۹ - عددی به صورت
abcd که اگر ۸ واحد به آن اضافه شود به صورت abdc درآید.
فائم: ۱ - جذر آن از تکرار یک رقم تشکیل شده است.

۲- عددی که مجموع رقمها یش با حاصل ضرب آنها برابر است.

۳- چهار برابر جذر عدد ۱۸ افقی . ۴- عدد به صورت $abba$.

۵- اگر ۶ برابر شود مجدد را کامل گردد . ۶- چون با ۷ برابر عدد ۹ افقی جمع شود عدد ۱۲ قائم بدست آید . ۸- ۱۵ و ۲۰ واحد به آن اضافه شود عددی بدست آید که مقلوبش با خودش برابر است . ۱۰- به صورت $abcd$ که در آن $a+c=b+d$ است .

۱۱- عدد ۱۱ افقی در هم ریخته . ۱۲- مقلوب عدد ۱۴ افقی .

۱۳- مجموع رقمها یش برابر ۱۴ است . ۱۴- یک واحد بیشتر از عدد ۱۷ افقی . ۱۵- متفق حسابی عدد ۱ قائم . ۱۷- توان دوم نصف مقلوبش .

و ڈوٹ دہ شمارء گذشتہ ۴:

$$\begin{cases} x + 2y = 12a \\ x = y + 4a \end{cases}$$

X یعنی وزن فرفه برابر با ۹۵ یعنی برابر با وزن گلوله بدست می‌آید.

وقت تعلیم

$$\frac{x}{4} + \frac{24-x}{4} = x$$

دکتر همسون هشترودی

مسئلہ برائی دانش آموزان

- (۱) ثابت کنید که $f(z)$ حتماً از درجه اول است (نسبت به z^n)
- (۲) طولهای نقاط ماکریم یا می نیم منحنی $y = \frac{F_1}{F_2}$
- (۳) مقادیر ثابتی هستند و بضرائب توابع F_1 و F_2 منوط نی باشد.
- (۴) شرط اینکه ماکریم منحنی بیش از می نیم باشد
(بر روی یک شاخه یا شاخهای مجزی) چیست؟
- (۵) در ذوزنقه قائم الزاویه $ABCD$ (دوایای A و B قائم اند) ضلع AB واسطه هندسی بین اضلاع AD و BC می باشد ضلع AB در وضع خود ثابت می ماند.
- (۶) مکان هندسی M نقطه تلاقی اقطار AC و BD را تعیین کنید
- (۷) قرینه M' نسبت به عمود منصف AB نقطه M می باشد ثابت کنید که نقطه M' بر روی دایره ای به قطر CD می باشد
- (۸) اوضاع مختلف ضلع CD بر بیضی به مرکز وسط AB و قطر اطول $2a$ و قطر اقصیر a مماس می باشد (ا) طول AB می باشد
- (۹) دواویری به قطر CD بر دو دایره ثابت مماس می باشد (دوائر سمت راست AB بر یک دایره و دوائر سمت چپ بر دایره دیگر مماس می باشند)
- (۱۰) در مثلثی رؤوس B و C ثابت می ماند و مجموع دو ضلع b و c تغییر نمی کند مکان هندسی مرکز ثقل مثلث را تعیین کنید.
- (۱۱) معادله مکان هندسی محل تلاقی ارتفاعات مثلث را بدست آورید و این منحنی را رسم کنید.

- (۱۲) اگر در ذوزنقه متساوی الساقین ارتفاع واسطه هندسی بین دو قاعده باشد:
- (۱) هر ساق ذوزنقه نصف مجموع دو قاعده است.
 - (۲) ذوزنقه بر دایره ای محیط است (که قطر آن ارتفاع ذوزنقه است)
 - (۳) اگر از وسط یکی از دو قاعده خطی به موازات یکی از اقطار رسم کنیم تا قاعده دیگر را قطع کند فاصله این نقطه از وسط قاعده آخر برابر یکی از ساقهای ذوزنقه می باشد
 - (۴) در ذوزنقه متساوی الساقین محیطی یکی از قاعده هادر محل خود ثابت و به طول a می باشد ولی قاعده دیگر تغییر می کند. مکان هندسی رؤوس متغیر ذوزنقه دو سهمی می باشد. قضیه را ثابت کرده و کانون سهمی ها را تبیین کنید.
- (۱۳) معادله $x + \lambda = 0$ را حل و بحث کنید. معادله همواره دارای سه ریشه حقیقی است. (λ حقیقی فرض شده است)

- (۱۴) دو نقطه A و B بر روی یک قطر به فواصل $a = OA$ و $b = OB$ در طرفین مرکز O دایرة معلوم (c) بشعاع R قرار دارند. مثلثی متساوی الساقین در دایرة محاط کنید که دو ساق آن بر نقاط A و B بگذرند.
- (۱۵) ثابت $\frac{F_1(x)}{F_2(x)} = y$ در آن F_1 و F_2 دو کثیرالجمله از درجه دوم نسبت به x می باشند مفروض است. می دانیم که تابع y چنان است که فقط تابع $\frac{1}{x} + z = x$ می باشد یعنی $y = f(z)$ است

چند مسئله از حساب استدلالی

ترجمه: هراج کارپتیان

- (۱۶) ثابت کنید که اگر p به صورت $5m^4 + 4mn + 9n^4$ باشد معادله $px^4 - 41y^4 = z^2$ دارای هیچ جواب منطق نمی باشد
- (۱۷) مطلوب است تعیین شش عدد قوّه چهارم که مجموع آنها یک عدد قوّه چهارم باشد
- (۱۸) مسئله قبل را برای n عدد تعمیم دهید
- (۱۹) مطلوب است بحث در تعداد ریشه های مخالف صفر معادله $x^4 + y^4 + a^4 z^4 = u^4$ را برای مقادیر مختلف
- (۲۰) حل معادله زیر:
- $$x^4 - 4x^2 y^2 + y^4 = z^2$$

- (۲۱) مطلوب است حل معادله زیر:
- $$x^4 - 8x^2 y^2 + 8y^4 = z^2$$
- (۲۲) ثابت کنید که عدد های $3 = x - 2y = ux - v$ تنها اعدادی هستند که نسبت به یکدیگر اول بوده و در معادله زیر صدق می کنند.
- $$x^4 - y^4 = 5z^4$$

سوالهای امتحانهای داخلی دبیرستانها

ثلث دوم سال تحصیلی ۴۵ - ۴۴

صورت مسائل به همان ترتیب که توسط فرستندگان آنها نوشته شده بدون هیچگونه تغییر چاپ شده است.

ثابتاً - به ازاء چه مقدار m معادله دارای دو ریشه قرینه است.

ثالثاً - m را به طریقی تعیین کنید که بین ریشه‌هارابطه زیر برقرار باشد

$$x' = -\frac{1}{x''}$$

مسائل فیزیک

دبیرستان علامه دهخدا دبیر مرشدی

مسئله ۱ - وزن یک کره مجوف مسی ۸۸۰ گرم کره در داخل آب به حال تعادل غوطه‌ور است حجم داخلی آن چقدر است؟ جرم مخصوص مس $1/8$ گرم برسانیم مکعب.

مسئله ۲ - وزن مخصوص آهن صفر درجه $7/7$ وزن مخصوص آنرا درجه 200° درجه حساب کنید. ضریب انبساط آهن -6 است.

مسئله ۳ - تعیین کنید درجه فشاری هوای 150 درجه جرم مخصوصش برابر جرم مخصوص گاز کربنیک 100 درجه با نیم جو فشار است.

مسئله ۴ - در محلی که هواسنج جیوه‌ای در صفر درجه 75 سانتیمتر فشار رانشان می‌دهد در همان فشار و درجه حرارت 100° جیوه به چهار تفاضلی قرار می‌گیرد؛ ضریب انبساط حقیقی $\frac{1}{5500}$ جیوه فرض شود.

مسئله ۵ - فشار سنجی طوری مدرج شده که نقطه ذوب بین را 20° و دمای بخار آب جوش را در یک جو فشار 172° نشان می‌دهد تعیین کنید صفر این دما سنج معادل چه درجه سانتیگراد است.

دبیرستان علمیه

دبیر، ابوالحسنی - فرستنده حجت الله با بائی
مسئله اول - یک قطعه بین روی آب دریا به گالی $1/225$ شناور است اگر وزن مخصوص بین $98/0$ باشد حجم تمام قطعه بین را حساب کنید در صورتی که حجم قسمت شناور بین 40 متر مکعب باشد.

کلاس چهارم طبیعی

جبر

دبیرستان شماره ۱ علامه دهخدا

۱ - معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{2x^2 - 6x + 5}{x^2 - x - 20} - \frac{x - 2}{x - 5} = \frac{x - 1}{x + 4}$$

۲ - نامعادله زیر را حل کنید:

$$\frac{3x+5}{13} + \frac{5x-7}{91} - \frac{4x-3}{7} > 1$$

۳ - مخرج کسر زیر را گویا کرده آنرا به ساده ترین

صورت در آورید:

$$\frac{4\sqrt{10}-6}{4\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$$

۴ - عبارت زیر را تعیین علامت کنید:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 7x + 12} - 1$$

۵ - دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} 4x + 3y - 2z = 8 \\ 5x - 4y + 3z = 12 \\ 5y - 6x + 4z = 32 \end{cases}$$

۶ - معادله درجه دومی بسازید که ریشه‌های آن عبارت باشد از:

$$x'' = 5 - 2\sqrt{5}$$

۷ - معادله درجه دوم زیر را حل کنید

$$x^2 - 2ax + a^2 - 4b = 0$$

۸ - معادله درجه دوم زیر مفروض است

$$mx^2 - 2(m-2)x + m - 5 = 0$$

اولاً - m را طوری پیدا کنید که معادله داری دوریشه

مساوی باشد

کلاس چهارم ریاضی

جبر

دیبرستان شاهپور شیراز

دیبر : موسوی - فرستنده : ع - ر - سعادت

۱ - معادله اصم زیر را حل کنید :

$$\sqrt{x+1+\sqrt{6(x+4)}} = 3$$

۲ - حدود m را چنان تعیین کنید که :

$$\sqrt{(4-m)x^2 - 3x + m + 4}$$

دارای معنی باشد .

$$3 - \text{معادله } 0 = -6x^2 + 9x^2 + 4x - 12 = 0$$

را حل کنید درصورتی که بدانیم حاصلضرب دوریشه این معادله و مجموع همان دو ریشه ۵ باشد .

۴ - دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}} = 3 \\ x^{\frac{2}{4}} + y^{\frac{2}{4}} = 9 \end{cases}$$

۵ - ابعاد مستطیلی را حساب کنید که مساحت آن ۳۹۶ متر مربع بوده و اگر دو مرتب از یک ضلعش کم کنیم و بضع دیگر اضافه کنیم دو ضلع آن باهم برابر شود .

۶ - معادله معکوسه زیر را حل کنید :

$$6x^5 - 29x^4 + 27x^3 + 22x^2 - 29x + 6 = 0$$

دیبرستان شماره ۱ علامه دخنده

۱ - کسر زیر را ساده کنید :

$$\frac{2a^2 + a\sqrt{2} - 2a\sqrt{2} - \sqrt{6}}{3a^2 - a\sqrt{2} - 2a\sqrt{2} + \sqrt{6}} = ?$$

۲ - مخرج کسر زیر را گویا و آنرا بساده ترین صورت در آورید .

$$\frac{3}{4 + \sqrt{25} + 2\sqrt{5}} = ?$$

۳ - مقدار رادیکال زیر را ساده کنید :

$$\sqrt{48 + 11\sqrt{48} - 5\sqrt{2} - 8\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}} = ?$$

۴ - معادله اصم زیر را حل کنید :

$$\frac{5\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{4(x+1)^{\frac{1}{2}} + 2} = ?$$

مسئله دوم - مطلوب است وزن CO_2 (انیدرید کربنیک)

داخل یک مخزن به حجم ۴ لیتر و فشار $206/72 \text{kgr/cm}^2$ درجه حرارت $54/6$ درجه درصورتی که وزن یک لیترها در شرایط متعارف $1/293$ گرم باشد .

مسئله سوم - سه گلوله آهنی و مسی و سربی که وزن هر یک 100gr می باشد به درجه حرارت 150° درجه رسانیده و در گرماسنجی مسی به وزن 400 گرم که محتوی 324 گرم نفت $15/9$ درجه است می اندازیم . درجه حرارت متعادل به 30° درجه می رسد در آزمایش دیگر بجای نفت 162 گرم آب $6/10$ رسانیده و در کالریمتر می اندازیم . درجه حرارت تعادل به 20° می رسد . گرمای ویژه سرب و گرمای ویژه نفت را حساب کنید گرمای ویژه آهن $11/0$ و گرمای ویژه مس $0/095$ است .

مسئلہ ششمی

دیبرستان پهلوی بهبهان

دیبر : هروجی - فرستنده : موسی خیازه

۱ - محلولی است دارای اسید نیتریک و اسید کلریدریک، 1000

آن بویلئنیترات نقره $0/287$ گرم رسوب میدهد 1000 دیگر

آن بویلئن محلول سود 10 گرم در لیتر خنثی میگردد ، غافت اسیدها را پیدا کنید .

۲ - مقداری آهن را در اسید سولفوریک رقیق حل می کنیم

و حجم آنرا به 10000 میرسانیم 1000 محلول رقیق شده با سود

$0/18$ گرم رسوب میدهد . پیدا کنید وزن آهن مصرف شده را

ثانیاً گاز بدست آمده چه مقدار اسید مس را احیاعی کند .

مسئله سوم - مقداری سولفور روی را بر شته می کنیم

درنتیجه اوزن آن 80 گرم کم شده است ، پیدا کنید وزن سولفور

و حجم گاز تولید شده و حجم اکسیژن مصرف شده چقدر است .

دیبرستان علمیه

دیبر : سید جلال زعفرانی - فرستنده - حجت الله با باشی

۱ - $1/480$ گرم گوگرد با چند گرم کلرات پتاسیم ترکیب

میشود اگر گاز حاصل از این عمل را با آب کلروسپس با نیترات

باریم ترکیب کنیم چند گرم رسوب حاصل میشود .

۲ - محلول نرمال SO_4H_2 را تعریف نموده و تعیین

کنید 1000 آن با چند گرم و چند سانتیمتر مکعب سود نرمال

خنثی میشود .

۳ - در محلولی از کلروفریک SH_2 وارد میکنیم $0/16$

گرم رسوب چسب مانند حاصل میشود مقدار کلروفریک و مواد

حاصل چقدر است .

حدود m را تعیین کنید برای اینکه معادله دارای دو ریشه مثبت باشد.

خامساً - در معادله (۲)، m را چنان تعیین کنید که $x' = 3x''$ باشد.

III - معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{x}} + \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{x}} = \sqrt{2}$$

IV - دستگاه زیر را حل کنید

$$\begin{cases} xy(x+y+z) = 12 \\ xz(x+z+y) = 8 \\ yz(x+y+z) = 36 \end{cases}$$

همه سه حساب

۵- بیرون از امیر کبیر آبادان

۶- بیرون از مراکز فرستنده ع- حاجی ابراهیمی

۷- اولاثات کنید $\log_b a \times \log_a b = 1$ ثانیاً صحت رابطه زیر را اثبات کنید.

$$\frac{1}{\log_x \sqrt{xy}} + \frac{1}{\log_y \sqrt{xy}} = 2$$

۸- اگر a و b و c بترتیب جملات متواالی یک تصاعد

باشند و بفرض آنکه داشته باشیم:

$$\log\left(\frac{1}{100}\right) - \log 10 \times \log \sqrt[3]{b} + \text{colog} \left(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}\right)^a$$

$$+ \log \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^c = \log 1$$

نوع تصاعد را مشخص کنید.

۹- در یک تصاعد حسابی جمله اول دو برابر قدر نسبت و مجموع ۷ جمله از تصاعد ۱۰۵ می باشد مطلوب است تعیین جمله اول و قدر نسبت تصاعد.

۱۰- تعیین کنید مجموع اعدادی که بین ۳۰۰ و ۴۰۰ قابل قسمت باشند.

۱۱- جمله ششم و یازدهم یک تصاعد حسابی بترتیب ۳۴ و ۶۴ است مطلوب است تعیین جمله اول و قدر نسبت و مجموع ۵ جمله از تصاعد را.

۱۲- مجموع ۷ جمله یک تصاعد حسابی ۷ و حاصل ضرب این جملات صفر شده است تصاعد را مشخص کنید.

۵- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \frac{xyz}{xy+yz} = \frac{21}{10} \\ \frac{xyz}{zx+yz} = \frac{35}{12} \\ \frac{xyz}{yx+xz} = \frac{15}{8} \end{cases}$$

۶- معادله زیر را حل و بحث کنید:

$$\frac{mx+x^2}{x^2-m^2} - \frac{1}{x-m} = \frac{x}{mx-(x+m)^2}$$

۷- معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{2(6x-35)}{190} - \frac{3x+50}{3(10-x)} = \frac{2x}{15}$$

۸- معادله درجه دوم زیر مفروض است:

$$(m-8)x^2 - 4mx + 4m - 5 = 0$$

۹- اولاً m را طوری تعیین کنید که معادله دارای ریشه ماضعف باشد.

۱۰- ثانیاً m را طوری تعیین کنید که معادله دارای دو ریشه قرینه باشد.

۱۱- ثالثاً - m را طوری تعیین کنید که معادله دارای دو ریشه عکس هم باشد.

۱۲- بیرون از علمیه

۱۳- بیرون از عباس ذوالقدر - فرستنده، حاجت الله با باشی

۱۴- مخرج کسر زیر را گویا کنید:

$$\frac{1}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}$$

۱۵- معادله $x^2 + px + q = 0$ (۱) مفروض است

۱۶- اولاً معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه هایش

$\frac{x'+1}{x'-1}$ باشد (x' و x'' ریشه های معادله یک است).

۱۷- ثانیاً - p و q را چنان تعیین کنید که هر یک از ریشه های معادله (۱) جذر ریشه های معادله باشد:

$x^2 - (p+q)x + 2q - 2 = 0$ باشد.

۱۸- ثالثاً - در معادله (۱) p و q را چنان تعیین کنید که معادله دارای ریشه ماضعف ۳ باشد.

۱۹- رابعآ - در معادله (۲) :

$$(m-1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

۶- دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} 2 \times 10^x - 3y = 2 \\ x + \log 5 - 1 = \log y \end{cases}$$

دیبرستان هدایت سنتندج

دیبر حسام الدینی - فرستنده پرویز عزت یار

۱ - مجموعه زیر را حساب کنید .

$$S = (5+4)^2 + (7+2\sqrt{2})^2 + (9+4)^2 + \dots + (23+32\sqrt{2})^2$$

$$2 - در صورتیکه داشته باشیم a_{75} = 6561, a_{15} = 625 \quad \text{را بر حسب } a \text{ محاسبه کنید .}$$

۳ - در صورتیکه $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ تشکیل تصادع عددی $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ نیز تشکیل تصادع عددی دیگر دهنده ثابت کنید :

$$\frac{a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + \dots + a_{2n-1}^2 - a_{2n}^2}{b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{2n-1}^2 - b_{2n}^2} = \frac{a_{2n}^2 - a_1^2}{b_{2n}^2 - b_1^2}$$

۴- دستگاه دو معادله دومجهولی لگاریتمی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \log \sqrt[4]{x^2} + \operatorname{colog} \sqrt[4]{y^2} = \log \sqrt[4]{x} \cdot \log \sqrt[4]{y} \\ \log \sqrt[4]{x^2} + \log \sqrt[4]{y^2} = 26 \end{cases}$$

۵ - معادله زیر را حل کنید :

$$\log_x 3 \times \log_9 x^9 = \frac{1}{3} \log_{(9x)} \sqrt[4]{3}$$

دیبرستان هدایت شیراز

دیبر صادقی - فرستنده: عبدالرحیم سعادت

۱ - اگر a, b, c اعداد بزرگتر از یک باشند ثابت کنید که :

$$\log_b a^3 + \log_c b^3 + \log_a c^3 \geq 3$$

$$2 - اولاً ثابت کنید \log_b a = \log_{b^n} a^n \quad \text{ثانياً مجموع}$$

n جمله زیر را حساب کنید :

$$S = \log_x a + \log_a x + \log_{\sqrt{x}} a + \log_{\sqrt[3]{x}} a + \dots + \log_{\sqrt[n]{x}} a + \log_{\sqrt[n]{a}} x$$

۳ - تصادع حسابی چنان مشخص نماید که قدر نسبت آن

بوده و حاصل ضرب ۴ جمله اول آن ۸۴۰ باشد .

گروه فرهنگی آرش

دیبر ، غلامرضا بهنیا

۱ - اعداد $\sqrt{2}$ و $\sqrt[3]{2}$ تشکیل چه تصادعی

میدهند مجموع دوازده جمله آن را پیدا کنید .

۲ - عدد ۱۸۳ را به سه قسمت چنان تقسیم کنید که تشکیل تصادع هندسی بدهند و مجموع جمله اول و سوم این تصادع مساوی

$$\frac{1}{20} \text{ جمله و م اشد}$$

$$3 - \text{اگر تصادع عددی } \frac{S_{12}}{S_{18}} = \frac{4}{9} \text{ باشد ثابت کنید :}$$

$$\frac{a_{12}}{a_{18}} = \frac{23}{35}$$

۴ - مبلغ ۴۰۵۰۸ را با نرخ ۶٪ در مدت ۱۲ سال برای مرکب گذاشته ایم چه مبلغ سود دریافت می کنیم (بكمك جدول لگاریتم)

۵ - بفرض اینکه $\log 2 = 0,30103$ $\log 4 = 0,77815$ $\log x$ را حساب کنید .

$$\log x = \log 100 + \frac{1}{3} \log 2 / 2 + \frac{1}{2} \log 5 + \frac{1}{3} \log 0 / 81 + \operatorname{colog} 27$$

۶ - معادله زیر را حل کنید :

$$45x - 1 - 10x + 3 + 31 = 0$$

دیبرستان فردوسی تبریز

دیبر : دهقان - فرستنده: شهریار - دیانت

۱ - در یک تصادع عددی مجموع سه جمله اول ۱۲ و مجموع سه جمله آخر ۶۶ و مجموع تمام جملات ۱۱۷ میباشد تصادع را مشخص کنید .

۲ - در یک تصادع هندسی نزولی نامحدود مجموع جمله اول آن برابر $\frac{7}{8}$ مجموع تمام جملات آنست قدر نسبت تصادع را بدست آوردید .

۳ - کسر مولیدکسر اعشاری $0,47512512\dots$ محسوبه کنید .

۴ - عدد x را تا یکصدم تقریب محاسبه کنید :

$$x = (24/305)^3 \times \frac{\sqrt[5]{2/8}}{0/10408}$$

۵ - معادله زیر را حل کنید :

$$6 \times 4^x - 13 \times 6^x + 6 \times 9^x = 0$$

۴- در معادله :

$$x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

ضرائب a و b و c و d و e را چنان تعیین نمائید که ۵ ریشه معادله تشکیل تصاعد عددی دهند که دو جمله اول و آخر آن ریشه معادله $= 5 - 6x - x^2$ باشد.

۵- معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{2}{\sqrt{ab}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$$

۶- مطلوبست تعیین مجموع اعدادی که بین ۱۰۰ و ۵۰۰

بوده و باقیمانده آنها بر ۱۱ برابر ۱۰ باشد

۷- معادله زیر را حل کنید :

$$\log_x a + \log_{\sqrt{a}} x^3 + \log_{\sqrt[3]{a}} x^2 = ۱۴$$

مسائل هندسه

دیبرستان محمد رضا شاه رشت

دیبر: فردوسی - فرستنده: سالار حیدر محمودی

۱- از مثلث قائم الزاویه طول وتر a و موضع MN

رأس زاویه قائم معلوم است. در صورتی که M و N بر دو خط مفروض عمود برهم D و D' واقع باشند مثلث را رسم کنید.

۲- در نقطه B مماس BX را بر نیماییره به قطع AB رسم می‌کنیم واز A به نقطه متغیر C واقع براین نیماییره وصل کرده امتداد می‌دهیم تا BX را در D قطع کند و در امتداد نقطه E را چنان انتخاب می‌کنیم که $BE = BD$ گردد BC واز E خطی به موازات AB رسم می‌کنیم که AD را در M قطع می‌کند. مکان هندسی نقطه M را باید وقتی که C روی نیماییره تغییر مکان دهد.

مسائل فیزیک

دیبرستان علامه دهخدا دیبر-آقای مرشدی

مسئله ۱- در جاییکه هوا سنج جیوه‌ای ۷۴۸ میلیمتر فشار را نشان میدهد اگر بجای جیوه در لوله آن مایع بجرم مخصوص ۲/۵ گرم بر سانتیمتر مکعب و فشار ماکزیمم ۳/۵ سانتیمتر جیوه بریزیم مایع درجه ارتفاعی می‌ایستد.

مسئله ۲- مقداری مایع بجرم ملکولی ۴۶ گرم بالای لوله تریچلی بطول ۱۰۰ سانتیمتر و سطح مقطع یک سانتیمتر

مربع داخل می‌کنیم تمام مایع بخار می‌شود و ارتفاع جیوه ۱-۷۶ به ۴۶ سانتیمتر میرسد تعیین کنید جرم گاز تولید شده را درجه است.

مسئله ۳- د. ظرفی که آب و جیوه رویهم قرار دارند گولهای از پلاتین و گولهای از چوب را که بوسیله نخی بهم وصل شده‌اند می‌اندازیم گوله چوب در آب و گوله پلاتین در جیوه مطابق شکل بحال تعادل می‌مانند نسبت حجم دو گوله را حساب کنید جرم مخصوص پلاتین ۲۲ از جیوه ۱۳/۶ و از چوب ۰/۶ است.

مسئله ۴- طول میله‌آهنی را با یک خط کش مسی که در صفر درجه مدرج شده در دمای ۱۲۰° اندازه گرفته‌اند $۰/۶$ میلیمتر شده تعیین کنید طول میله‌آهن را در صفر درجه حرارت ضریب انبساط آن -۶×۱۰^{-۶} و از آن مسی $۰/۶ \times ۱۰^{-۶}$.

مسئله ۵- ظرفی است بشکل L که سطح مقطع یک شاخه آن ۱۲ سانتیمتر مربع و شاخه دیگر ۴ سانتیمتر مربع است در داخل ظرف جیوه میریزیم دهانه شاخه اول را با یک پیستون بی‌وزن بسته روی آن ۱۳۴۰ گرم می‌گذاریم جیوه در شاخه دوم بالامیرود اختلاف سطح جیوه را در دو شاخه تعیین کنید.

مسائل شیمی

دیبرستان سلطانی بهبهان

دیبر: هروجی - فرستنده: موسی خمازه

۱- محلولی است از سولفات سدیم ۱۵۰۰ این محلول با اسید کلریدریک ۵۶ گاز تولید می‌کند ۱۰۰ دیگر را با آب اکسیژن اکسیده می‌کنیم و سپس با کلرود باریم ترکیب می‌نمائیم $۸۱۵۵ / ۱۹۴۰$ گرم رسوب تولید می‌شود غلظت سولفات و سولفات سدیم را پیدا کنید.

۲- مقداری مس و آهن را در اسید سولفوریک غلیظ حل می‌کنیم و بر محلول حاصل هیدروژن سولفور (SH_2) عبور می‌دهیم ۱۹۲ گرم رسوب تولید می‌شود و گازهای تولید شده نیز ۴۸۰ سود ۲۰ گرم در لیتر جذب می‌کند و کاملاً خنثی می‌شود. مقدار مس و آهن را پیدا کنید و اگر نمک باقی مانده را پس از جدا کردن رسوب تبخیر کنیم چه مقدار نمک متبلور باقی می‌ماند در صورتیکه آب تبلور سولفات فرو ۷ ملکول باشد.

دیبرستان فردوسی تبریز

دیبر: داوران - فرستنده: شهریار دیانت

۱- مخلوطی از نشادر و نیتریت سدیم را حرارت داده گاز حاصل را بکمک آهن سرخ شده با گیاره روزن ترکیب میدهیم و نتیجه را در محلول سولفات فریک می‌کنیم $۲۱ / ۴$ گرم رسوب

$$\frac{\sin 203^\circ - 2\cos 112^\circ - \sin(-23^\circ) + 3\sin 157^\circ}{3\cos 62^\circ + 5\sin 33^\circ + \sin 23^\circ} = -5$$

دیبرستان علامه دهخدا

۱- خطوط مثلثاتی قوسهای زیر را پیدا کنید ۱۴۴۶۰

$$6 \quad 72230 \quad 36215$$

۲- از روابط :

$$\operatorname{tg} z = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \sin x = \frac{3}{5} \quad \cos y = \frac{1}{5}$$

اولاً قوسهای x و y و z را پیدا کنید.

ثانیاً سایر خطوط مثلثاتی آن قوسهای را پیدا کنید.

۳- مقادیر z را از رابطه زیر پیدا کنید :

$$(1 + \operatorname{tg}^2 x) = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \operatorname{cotg} z \right)$$

مسائل فیزیک

دیبرستان شماره ۱ آذر

فرستنده: رضا صراف نهار

۱- در یک دوربین گالیله فاصله کانونی عدسی شیئی ۵ دسیمتر و همگرائی عدسی چشمی ۲۵ دیوبتری است. با این دوربین جسمی را که در بینهایت قرار گرفته میخواهیم در فاصله ۲۵ سانتیمتر چشم به بینیم در صورتیکه قطر ظاهری جسم ۰/۰۰۱ رادیان باشد طول لوله دوربین و درشت نمای آن و طول تصویر را پیدا کنید. (چشم ناظر بعدسی چشمی چسبیده)

۲- درشت نمایی میکروسکوپی ۲۰۰ وحد اقل رویت ناظر ۲۰ سانتیمتر است پیدا کنید.

اولاً- توان میکروسکوپ را.

ثانیاً- با این میکروسکوپ جسمی بطول ۵۰۰ میکرون تحت چه زاویه‌ای دیده میشود.

۳- الف- مقاومت سیمی را پیدا کنید که طول آن ۲۰۰ متر و قطرش ۲ میلیمتر و مقاومت مخصوص آن $31/4$ میکروهم سانتیمتر باشد.

ب- اگر سیمی مقاومت ۱۰ اهم را با اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت وصل کنیم حرارت حاصل در مدت ۶ دقیقه و ۵۸ ثانیه چقدر است.

ج- مقاومت فوق و یک مولد به نیروی محرکه ۹۰ ولت و مقاومت داخلی ۵ اهم و یک موتور به نیروی ضد محرکه ۳۵ ولت و مقاومت داخلی ۵ اهم مداری تشکیل میدهدند شدت جریان در مدار و توان الکتریکی مولد و مکانیکی مسوتور چقدر است.

تولید می‌شود پیدا کنید وزن نیتریت سدیم را.

۴- ۱۶/۹ گرم بی‌اکسید باریم را با اسید سولفوریک سرد تر کیب می‌دهیم پس از صاف کردن ۱۴۰۰۰ آب اکسیژنه بدست می‌آید.

اولاً ارزش آب اکسیژنه را پیدا کنید.

ثانیاً: ۷۰۰۰ از این آب اکسیژنه با ۱۰/۸ گرم سولفیت سدیم متبلور تر کیب می‌شود پیدا کنید تعداد آب متبلور سولفیت سدیم را.

۳- مقداری سولفات آمونیم را با بیدرات پتابسیم حرارت داده گاز حاصل را در محلول اسید کلرئیدریک وارد می‌کنیم ۲۵۰۰۰ اسید کلرئیدریک بغلظت $29/2$ گرم در لیتر خنثی می‌شود پیدا کنید وزن سولفات آمونیم را.

دیبرستان علامه دهخدا - دیبر: رفعی

مسئله ۱- محلولی است از اسید سولفوریک و اسید کلریدریک آنها ۱۰۰۰۰ رقيق می‌کنیم و بر ۱۰۰۰ از آن نیترات باریم زیاد میافزاییم وزن رسوب بدست آمده ۰/۶۹۹ گرم میشود بر محلول صاف شده بقدرت کافی نیترات نقره میریزیم این بار وزن رسوب $287/0$ گرم میشود تعیین کنید:

۱- مقدار هریک از اسیدهای در محلول رقيق شده و غلظت آنها را.

۲- بر ۱۰۰۰ دیگرازم محلول اولیه (رقیق شده) سود نرمال میریزیم تا خنثی شود حجم سود مصرفی را حساب کنید.

مسئله ۲- معین کنید از $1/2$ تن پیریت آهن چه مقدار اسید سولفوریک 60% بوزن مخصوص $1/96$ میتوان تهیه کرد.

کلاس پنجم طبیعی

مسئلات

دیبرستان شماره ۱ آذر

فرستنده: رضا صراف نهار

۱- مقادیر کمانهای محصور بین 0 و 2π را پیدا کنید که در رابطه زیر صدق کند

$$\operatorname{tg}(3x + \frac{\pi}{4}) = \operatorname{cotg}(\frac{3\pi}{4} - x)$$

۲- مطلوب است تعیین خطوط مثلثاتی کمان 165° .

۳- صحت اتحادهای زیر را تحقیق کنید.

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2(r-a) - 2\operatorname{tg}(a-r)\operatorname{cotg}(2r+a)$$

$$-\cos(-a)\cos(r-a) = -1$$

گروه فرهنگی خوارزمی

دبیر: آسائی - آیت الله - کمالی - دکتر ایزدی - عارفی
فرستنده: فرهاد نصیری

-۱ چدن را در سید سولفوریک رقیق حل می کنیم و حجم محلول حاصل را با آب مقطر به 200cc می رسانیم بر آن پر منگنات دسی نرمال می افزاییم 100cc پر منگنات مصرف می شود تعیین کنید درجه خلوص چدن را و فرمول فعل و افعال را.

-۲ آلیاژی ازمس و نقره را در اسید سولفوریک گرم و غلیظ حل می کنیم $3/36$ لیتر گاز حاصل می شود بمحلول حاصل آب مقطر علاوه می کنیم تا حجم آن به یک لیتر برسد بر آن 100cc کلرور سدیم اثر میدهیم رسوبی بوزن $2/87$ گرم حاصل می شود وزن هر یک از دوفلز را در آلیاژ حساب کنید.

دبیرستان علامه دهخدا - آقای ملاردی

-۱ $6/25$ گرم از یک نمونه آهن سفید را کاملا در اسید سولفوریک رقیق حل کرده و بر روی نمکهای حاصل به مقدار زیادی سود ریختیم رسوبی سبز لالتینی شکلی با قیمانده است که پس از خشک کردن 9 گرم وزن دارد. فرمول کلیه واکنشهای ممکنه را بنویسید وزن هر یک فلزات را در نمونه فوق حساب کنید. حجم گاز متصاعد از حل فلزات مذکور در اسید سولفوریک رقیق را بر حسب سانتیمتر مکعب حساب نمایید.

-۲ از حرارت دادن 5 گرم سولفات مس متبلور $1/8$ آب بدست آمده است. با این آزمایش ساده تعداد مولکولهای آب تبلور سولفات مس را حساب کنید.

کلاس پنجم ریاضی

جمع

دبیرستان آذر
فرستنده: رضا صراف نهار

$$y = \frac{ax + b}{2x + c} \quad \text{مفروض است ضرائب } a, b, c \text{ دو}$$

را طوری تعیین کنید که منحنی از نقطه $(\frac{1}{3}, 2)$ بگذرد و مماس بر منحنی در نقطه بطول $2 = x$ بر خط $-9x + 2 = y$ عمود باشد و بر خط $x + 1 = y$ را در نقطه به طول $0 = x$ قطع کند.

دبیرستان علامه دهخدا - دبیر - آقای احمد مرشدی

- فاصله کانونی شیئی دوربین نجومی 2 متر فاصله کانونی چشمی 20 سانتیمتر دوربین طوری تنظیم شده که تصویر اجسام بینهاست دور در فاصله 40 سانتیمتری چشمی میافتد فاصله دو عدسی را حساب کنید.

-۲ در ولتاوی در هر ژانیه $10/17$ $\times 13/5$ یون هیدرزن بقطب منفی میرسد شدت جریان را حساب کنید بار هر الکترون $1/602 \times 10$ میباشد.

-۳ عدسی محدب نازکی شاع انجناه دو سطحش باهم برابر است کانونهای اصلی بر مراکز انجناه منطبق است ضریب شکست آنرا حساب کنید.

-۴ برای کنترل یک آمپر متر آنرا با اظرف تجزیه نیترات نقره بطور سری قرار می دهند آمپر متر $5/05$ آمپر را نشان می دهد در مدت $22\text{ دقیقه} 5/0322$ گرم نقره آزاد می شود خطای نسبی آمپر را حساب کنید.

-۵ عدسی محدب اطرافینی شاع انجناه دو سطحش 10 سانتیمتر یک سطح آن در آب و سطح دیگر در هوای است تعیین کنید اشعه ایکه بموازات محور اصلی از هوا بر آن بتايد در کجا جمع می شود.

-۶ تعیین کنید که در چه فاصله از عدسی محدب جسمی قرار گیرد تا تصویر حقیقی آن حداقل فاصله را با جسم داشته باشد.

مسئل شیمی

دبیرستان پهلوی بهبهان

دبیر: مروجی - فرستنده: موسی خبازه

-۱ آلیاژی ازمس و آهن را در اسید سولفوریک گرم و غلیظ حل می کنیم و حجم آنرا به 100cc میرسانیم و بر آن ابتدا گاز SH_2 عبور میدهیم $4/8$ گرم رسوب می دهد دیگر با سود $9/4$ گرم رسوب تولید می نماید وزن آلیاژ را حساب کنید. -۲ محلول است از پیاس که 10cc آن بوسیله 24cc سولفوریک بفاکتور $5/2$ خشی می شود پیدا کنید 25cc این پیاس با چند گرم آلومینیوم ترکیب می شود،

-۳ یک گرم چدن را در جوهر گوگرد رقیق حل می کنیم و سپس محلول حاصل را با پر منگنات پتاسیم دسی نرمال ترکیب می نمایم، 15cc پر منگنات بی رنگ می گردد، درجه خلوص چدن را پیدا کنید.

ثانياً: a و b و a' و b' را طوری تعیین کنید که منحنی از نقاط $(2, 0)$ و $(0, 2)$ بگذرد و خط $x = 1$ را قطع نکند.

دیرستان علامه دهخدا

دیر: یحیوی

۱- معادلات اضلاع مثلثی به ترتیب عبارتند از:

$$AB \rightarrow 3x - 7y = 18$$

$$AC \rightarrow 8x + 5y + 23 = 0$$

$$BC \rightarrow 5x + 12y = 30$$

اولا خطوط فوق را رسم کرده و مثلث ABC را مشخص کنید.

ثانياً: مختصات نقاط A و B و C را بدست آورید.

ثالثاً: مختصات محل تلاقی ارتفاعات آنرا حساب کنید.

رابعاً: طول ارتفاع AH و مساحت مثلث ABC را بدست آورید.

۲- در دستگاه محورهای xOy نقطه A روی محور طول و نقطه C روی محور عرضها حرکت می‌کند بطوریکه $OA + OC = 10$ است اگر نقطه B رأس چهارم مستطيل باشد مختصات پارامتری نقطه B را پیدا کنید (را مساوی فرض کنید).

و معادله خط BH را که عمود بر قطر AC است بنویسید و ثابت کنید که خط BH همواره از نقطه ثابتی که آنرا پیدا می‌کنید می‌گذرد.

دیرستان هدایت شیراز

دیر: ابراهیم صادقی - فرستنده: محمد مهدی سمیعی

۱- حد کسر وقتی $a \rightarrow x$ میل کند:

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

۲- تابع $y = ax^2 + 2(a+1)x + 4$ مفروض است ثابت کنید. جمیع منحنیهاییکه بازاء مقادیر مختلفه a بدست می‌آید از دونقطه ثابت می‌گذرد و معادله خط مماس بر منحنی در این دونقطه را بنویسید و معین کنیدچه رابطه‌ای ما بین مختصات نقطه تقاطع دو مماس وجود دارد و را طوری معین کنید که ما بین مختصات آن نقطه رابطه $x^2 + y^2 = 13$ برقرار باشد

۳- تابع $y = ax^2 + bx - 3$ مفروض است مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع فوق دارای مینیمم برابر باشد.

۴- تابع $y = x^2 + 2x - 3$ مفروض است از نقطه $A(0, 1)$ خطی با ضریب ذایی m می‌گذرانیم اگر E و F نقاط تلاقی خط و منحنی تابع باشند.

۲- منحنی نمایش تغییرات (C) $\frac{x-1}{2x-1} = v$ را رسماً کنید.

۳- ثابت کنید هر خط (D) بمعادله $y = mx + m + 1$ منحنی (C) را همواره در دو نقطه m و m' تلاقی می‌کند مکان هندسی نقطه K اوساط قطعه خطهای $m'm$ را وقتی پارامتر m تغییر کند تعیین کنید.

۴- بر منحنی (C) دو مماس بموازات خط $y = 4x$ می‌توان رسم کرده معادلات مماس‌ها، مختصات نقاط تماس را تعیین کنید.

۵- در تابع $y = ax^2 + bx + c$ ضرائب را طوری تعیین کنید که دو منحنی یکدیگر را در نقطه‌یی بطول $x = 1$ قطع کند و منحنی بر خط $y = -5x + 6$ مماس بوده و در نقطه‌یی بطول $\frac{1}{2}$ ماقریزم یا مینیمم باشد.

۶- جدول و منحنی تماس تغییرات تابع $y = -x^2 - x^3 + 2$ را در همان دستگاه قبلی که منحنی (c) را رسم کرده‌اید یا جداگانه رسم کنید.

۷- از تابع زیر مشتق بگیرید

$$y = \tan^3 \sqrt{x} + \cos^4 \frac{x+1}{x}$$

دیرستان امیرکبیر یزد

دیر: کاشفی-فرستنده: محمدحسین مظاہر

۱- منحنی $\frac{x}{x-2} = y$ و منحنی $\frac{x}{2-x} = y$ مفروضند و a و b را طوری تعیین کنید که دو منحنی در نقطه‌ای به طول یک مماس باشند.

ثانياً: منحنی $y = x^2 - 4x + 2$ را رسم کنید.

ثالثاً معادله

$$(m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 5 = 0$$

مفروض است ثابت کنید بین ریشه‌های این معادله رابطه مستقلی از m وجود دارد.

رابعاً: تابع درجه دومی تشکیل دهید که محل تلاقی آن با محور x ها ریشه‌های معادله فوق باشد.

خامساً: ثابت کنید منحنی

$$y = (m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 5$$

از نقاط ثابتی که آنرا تعیین خواهد نمود می‌گذرد.

۲- منحنی $y = \frac{ax+b}{a'x+b'}$ مفروض است. در چه صورت ممکن است این منحنی بصورت خط مستقیم درآید.

۴- ثابت کنید که اگر $x+y+z = \frac{\pi}{2}$ باشد اتحاد زیر برقرار است،

$$\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y + \operatorname{tg}y\operatorname{tg}z + \operatorname{tg}z\operatorname{tg}x = 1$$

۵- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید.

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{Arctg}\frac{2a-b}{b\sqrt{3}} + \operatorname{Arctg}\frac{2b-a}{a\sqrt{3}}\right) = 1$$

دیبرستان شاهپور شیراز

دبیر: جواد پور - فرستنده حسین ذوالنور

۱- صحت تساوی زیر را تحقیق کنید.

$$\operatorname{cotg}x - \operatorname{tg}\left(45 - \frac{x}{4}\right) = \frac{1 - 2\sin\frac{x}{2}}{\sin x}$$

۲- عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتم کنید.

$$\cos a + \cos^3 a + \cos^5 a + \dots + \cos(2n+1)a$$

۳- صحت تساوی زیر را تحقیق کنید.

$$\operatorname{tg}6\operatorname{tg}6\operatorname{tg}4\operatorname{tg}4\operatorname{tg}7\operatorname{tg}8 = 1$$

۴- معادله زیر را حل کنید.

$$8(\cos^4 x + \sin^4 x) = \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 6$$

۵- ثابت کنید اگر در مثلثی رابطه

$$\sin A + \sin C = 2 \sin B$$

برقرار باشد می توان نتیجه گرفت

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2} = \frac{1}{3}$$

مسائل هندسه

دیبرستان شماره ۱ آذر

فرستنده: رضا صراف نهار

۱- حجم هرم را بر حسب a و x حساب کنید

۲- اگر M وسط BC و N وسط SA باشد ثابت کنید عمود مشترک MN و BC و SA است.

۳- مطلوبست محاسبه x بر حسب a بطوریکه صفحات

BSA و CSA برهم عمود باشند.

۴- در حالتیکه فرجه یال SA قائم است نقطه O مرکز

کره محیطی هرم را یافته و شعاع آنرا بر حسب a حساب کنید.

۵- بطورکلی ثابت کنید در هر هرم مثلث القاعده خطوطیکه اوساط اضلاع قاعده را با واسطه یالهای مقابله وصل می کنند و یک نقطه متقاطعند.

۱- معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن طول های نقاط E و F باشند.

۲- در تعداد نقاط تقاطع خط و منحنی بحث کنید.

۳- مکان هندسی وسط EF را بدست آورید.

۴- مقدار m را طوری تعیین کنید که مماسهای مرسوم

بر منحنی نمایش تابع فوق در E و F برهم عمود باشند

۵- منحنی نمایش دوتایی

$$y = x^3 + x^2 + x \quad y = x^2 + 2x - 3$$

را دریک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید

۶- حد عبارت را وقتیکه $x \rightarrow a$

$$\frac{x - 2a + \sqrt[3]{x^3 + x - a}}{x^2 - a^2}$$

$$y = (m+1)x^2 + mx \quad y = \frac{ax}{x+1}$$

مفروضند اولا مطلوبست محاسبه a و m بطوریکه منحنی های نمایش تغییرات این دوتایی در مبدأ مختصات برهم عمود بوده و در نقطه دیگری مانند A برهم مماس باشند ثانیا مختصات نقطه تماس دو منحنی را حساب کنید ثالثا منحنی های نمایش دو تابع

$$y = \frac{x^3 + 4x}{3} \quad y = \frac{3x}{4(x+1)}$$

را دریک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

$$y = \frac{x^2 - 2x + a}{4}$$

۷- در تابع

مقدار a را طوری تعیین کنید که اگر از مبدأ مختصات دو مماس بر منحنی تابع رسم کنیم زاویه بین دو مماس برابر ۴۵ درجه باشد.

مثلثات

دیبرستان شماره ۱ آذر

فرستنده: رضا صراف نهار

۱- مطلوبست حل معادله زیر

$$2\cos x = 4\cos\frac{x}{2} - 3$$

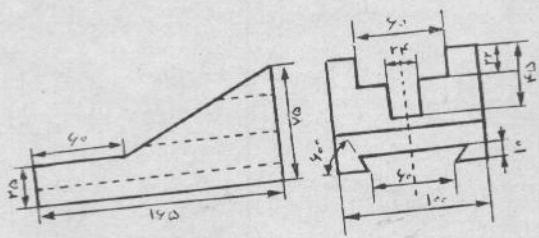
۲- $\operatorname{tg}\beta$ و m را بقسمی تعیین نمائید که تساوی زیر به ازای جمیع مقادیر t برقرار باشد.

$$3\sin t + 4\cos t = m \sin(t + \beta)$$

۳- با استفاده از روابط مثلثاتی طرف اول رابطه زیر را به طرف دوم تبدیل نمائید.

$$\sin^4 A = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2A + \frac{1}{8} \cos 4A$$

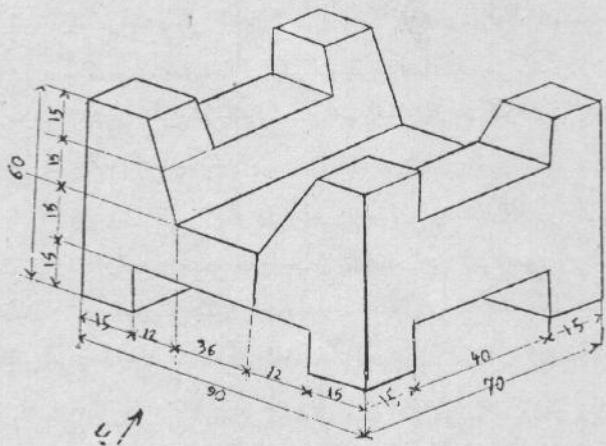
تصویر از جلو - تصویر از بالا - تصویر از راست
مقیاس ۲/۵ :



گروه فرهنگی علامه دهخدا

دیبر : عطاء نژاد

مطلوبست رسم تصاویر زیین با اسباب روی کاغذ n_3 با مقیاس ۱:۱ در فرجه اول فضا: تصویر قائم از دید F - تصویر افقی- تصویر نیم رخ چیز



مسائل فیزیک

دیارستان آذربایجان

فرستنده: رضا صراف‌نهار

۱- مداری مطابق شکل زیر تشکیل شده از یک مولد بنیروی محرب که $E = 150$ ولت و مقاومت داخلی $r = 2$ اهم و یک موتور بنیروی ضدمحرب که $e = 50$ ولت و مقاومت داخلی $r' = 3$ اهم و یک مقاومت $R = 25$ اهم که بطور متواالی بهم متصل شده‌اند مطلوب است.

اولاً شدت جریان در مدار.

ثانياً اختلاف بتا نسيل دوسر سيم ودوسر هو تور ودوسر مولد.

ثالثاً توان حرارتی سیم R و توان مکانیکی موتور و توان الکتریکی مولد.

۲- فوائل کانونی عدسه‌های شیئی و چشمی یک دوربین نجومی $f = 3m$ و $2 = f$ سانتیمتر است دوربین دای‌حداقدار.

سؤال ٢- منشور قائم مثلث القاعدة ABC - DEE با معلومات زیر معلوم است .

$$BC = \sqrt{2}, \quad A = 120^\circ, \quad AB = AC$$

و زاویه $BCD = 60^\circ$ (D انتهایی بال AD میباشد) مطلوب است
حجم و سطح جانبی این منشور.

دینی سخان علامه دهخدا - دین آفای باقی

۱- حجم و سطح هشت وجهی منتظمی بیال a را حساب

۲- هرم ناقص منتظم چهار پهلوی داده شده که ضلع قاعده بزرگ آن $2a$ و یال جانبی a و مساحت قاعده کوچک آن $\frac{a^2}{4}$ است مطابق باست محاسبه سطح جانبی و حجم آن.

۳- ثابت کنید که پای ارتفاع SH از هرم سه پهلوی $SABC$ که KN سه قائم می باشد بر محل تلاقی سه ارتفاع ABC مثلث ABC قرار دارد.

- هرم سه پهلوی $SABC$ که در آن ABC مثلث است قائم‌الزاویه و متساوی الساقین بوتر $\sqrt{2} = 5$ و فرجه BC از آن قائم و $SA = 1$ سطح جانبی و حجم آن را حساب کنید در صورتیکه $SC = SB$ ثانیاً فرجه AC را حساب کنید .
 (بر حسب یک خط مثلثاتی آن) .

دیبرستان هدایت شیر از
مکعبی به یال^a مفروض است آنرا باصفحه‌ای که از انتهای
سه یال مادرین و یک رأس^b می‌گذرد قطع م کنند.

۱- لـ نوع مقطع و مساحت آنرا حساب کنید.

نایا ثابت کنید این صفحه بر قدر مادربر این رأس عمود است و نسبت قطعاتی که روی آن بیدا می شود بدست آورید.

ثالثاً قطرهای غیر موازی دو وجه مقابله را بهم وصل می کنیم
حجم وسطح جانبی جسم حاصل را پیدا کنید.

رابعاً ثابت کنید مقطع هر صفحه که بر وسط قطر مکعب عمود شود با مکعب یک شش ضلعی منظم است اندازه مساحت مقطع را بدست آورید.

خامساً در هشت وجهی منتظمی مکعبی محاط کنید و نسبت حجم‌های آنها را بیابید.

رسیم فنی

د بیرونستان آذر - فرستنده رضا صوایف نهاد

از نقشه زیر که در دو تصویر از جلو و چپ رسم شده
 تصاویر زیر را در یک ورقه کاغذ شترنجی به اندازه 297×210 سم کنید:

۱۲) اگر والانس «همسنگ» عنصری $40/32$ است .
چگالی بخار کلور آن نسبت به هیدرژن 113 است . وزن
اتمی عنصر را تعیین و محل آنرا در جدول تناوی بیابید .

۱۳) $10/82$ گرم عنصر X را به سولفور تبدیل می‌کنیم
سولفور حاصل پس از اکسیداسیون و ترکیب با کلور باریم
 $31/42$ گرم سولفات باریم را سب می‌کند . اگر سولفور مزبور
را در HCl حل نمایم کلروزی بدست می‌آید که چگالی آن
نسبت به هیدرژن 113 می‌باشد . فرمول فعل و انفعال را نوشه
و ظرفیت عنصر X را پیدا نماید . محل آنرا در جدول مندلیف
بیابید .

کلاس ششم طبیعی

جبیر و معادلات

دبیرستان شاپور کازرون

دبیر : معنویان ، فرستنده راستی

۱- معادله

$$(2m - 1) \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = m$$

مفروض است .

اولاً - m را چنان تعیین کنید که $x = \frac{7\pi}{12}$ یکی از جوابهای
معادله باشد .

ثانیاً - به ازاء $m = 1$ معادله را حل کرده و جوابهای
کلی را بدست آورید .

۲- اولاً - مطابق با تعیین مختصات مرکز و کانونها و
رئوس و معادلات مجاورها و رسم هذلولی معادله :

$$-4y^2 - 4x + x^2 + 8y - 4 = 0$$

ثانیاً - در نقاط M و M' محل برخورد این هذلولی
با محور طولها مماسهایی براین هذلولی رسم می‌کنیم معادلات
مماسها را بنویسید .

۳- از تابع

$$y = 3 \cos^2 x - 8 \sin^2 x \cos x$$

تابع اولیه گرفته آنرا بساده ترین صورت بنویسید .

۴- ثابت کنید که مکان هندسی نقطه

$$M \left| \begin{array}{l} x = 2 \cos^2 \alpha + \cos 2\alpha \\ y = 4 \cos \alpha + 1 \end{array} \right.$$

وقتی α تغییر می‌کند سهمی $(1 + x)^2 = 4(y - 1)$ است .
ثانیاً سهمی فوق را رسم کرده مختصات کانون و معادله

رؤیت تنظیم شده است مطابق با محاسبه درشت نمائی دوربین در
صورتیکه حداقل رؤیت ناظر 25 سانتیمتر و چشم ناظر بعدی
چشمی چسبیده باشد .

اگر دوربین را برای حداکثر رؤیت تنظیم کنیم فاصله
دو عدی و درشت نمائی دوربین را در این حالت محاسبه نمائید .

مسئلہ شیمی

دبیرستان شماره ۱ آذر
فرستنده : رضا صراف نهار

۱- مخلوطی از کلور سدیم و کلور آمونیم موجود است
این مخلوط را بدو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم بر قسمت اول
سود می‌افزاییم و آنرا حرارت می‌دهیم گازی تولید می‌شود که
اگر آنرا وارد 100°C اسید سولفوریک $\frac{1}{2}$ مولکول گرم در

لیتر نمائیم برای خشی شدن کامل اسید 80°C سودنرمال لازمت .
بر قسمت دوم محلول نیترات نقره اضافه می‌کنیم وزن
رسوب $5/74$ گرم می‌شود وزن هر یک از دو کلور را در
 محلول اولیه حساب کنید .

۲- مخلوطی از دو فلز آهن و مس را ابتدا در اسید
سولفوریک رقیق و سپس فلز حل نشده را در اسید سولفوریک
غلیظ و گرم حل می‌کنیم حجم محلول حاصل را با آب مقطریک
لیتر می‌رسانیم و با آن آزمایشهای زیر را انجام می‌دهیم .

الف - بر 100°C محلول هیدرات آمونیم به مقدار زیاد
می‌ریزیم و رسوب را در هوای حرارت می‌دهیم وزن جسم باقیمانده
 $1/6$ گرم می‌شود .

ب - 100°C دیگر محلول را با هیدرژن سولفوره ترکیب
می‌کنیم $1/92$ گرم رسوب بدست می‌آید وزن مخلوط اولیه را
حساب کنید .

ج - در 100°C دیگر محلول تینه آهنی فرو می‌بریم
اضافه وزن تولید شده چقدر است .

د - اگر 100°C دیگر محلول را بوسیله اسید نیتریک
اسید کنیم چند لیتر گاز بدست می‌آید .

دبیرستان پهلوی گلپایگان

دبیر - فیزی - فرستنده : حسین جعفری
(۱) بجه نسبت حجمی وزنی باید اسید نیتریک 54% با
چگالی $1/33$ با اسید نیتریک 14% بجه نسبت $1/58$ را
مخلوط کرد تا اسید نیتریک 25% حاصل شود .

خط هادی آنرا بدست آورید.

۵- جدول و منحنی تغییرات تابع $y = 3 - 4 \cos^2 x$ را وقیکه x از صفر تا π تغییر می کند رسم کنید.

ثانیاً سطح محصور بین قوسی از این منحنی و محورها

$$x = \frac{\pi}{6} \quad \text{و} \quad x = \frac{5\pi}{6} \quad \text{را حساب کنید.}$$

$$6- \text{تابع } y = \frac{x+a+2}{2x+a} \text{ مفروض است.}$$

اولاً ثابت کنید که منحنیهای تابع که بازه مقادیر مختلف a رسم شوند از نقطه ثابتی می گذرند و مختصات این نقطه را تعیین کنید.

ثانیاً حدود a را طوری تعیین کنید که تابع فوق صعودی باشد.

$$7- \text{تابع } y = \frac{x+a}{bx+c} \text{ مفروض است.}$$

اولاً ضرائب a و b و c را طوری تعیین کنید که نقطه

O' بطول $\frac{1}{2}$ واقع بر نیمساز دیگر محل تلاقی مجانبهای منحنی نمایش این تابع بوده و همچنین منحنی نمایش تابع از نقطه A' بگذرد.

ثانیاً مطلوب است رسم جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع

$$y = \frac{x+2}{2x-1}$$

۸- معادلات زیر را حل کنید.

$$(1) \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$(2) \sqrt{2}(\sin x + \cos x) - 2 \sin x \cos x = 1$$

۹- اولاً مساحت سطح محصور بین منحنی $y = -x^2 + 3x^2$ و خط $x = 1$ و $x = 2$ را تعیین کنید.

ثانیاً مساحت سطح محصور بین دو منحنی

$$y = -2x^2 + 4x^2 \quad \text{و} \quad y = x(x-2)^2 \quad \text{را تعیین کنید.}$$

کلاس ششم ریاضی

جبر

دبیرستان دکتر نصیری

دبیر: علی آبادی — فرستنده: صفرعلی بادین دهش

اولاً معادله زیر را حل کنید.

مثلثات

دبیرستان پهلوی همدان

دبیر: میرفتح امامی — فرستنده: حسن نوریان

۱- معادله

$$\cos^2 x - \sin^2 x - 2 \sin x \cos x = m$$

۲- در مثلث ABC ضلع $BC = a$ و ارتفاع وارد بر ضلع a برابر با $ha = m \cdot a$ باشد. اولاً ثابت کنید:

$$\frac{1}{m} = \cot B + \cot C \quad \sin B \cdot \sin C = m \sin A$$

ثانیاً بفرض اینکه زاویه A معلوم باشد به ازاء $\frac{1}{2}$ زوایای B و C را حساب کنید (بحث).

۳- دستگاه دو معادله دو مجهولی زیرا حل کنید.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 2 \\ \sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۴- هرگاه $\operatorname{tg} 3x = \frac{a - \sqrt{a^2 + b^2}}{b}$ باشد به فرض

عبارت $\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \varphi$ را قابل محاسبه لگاریتم نموده x را بر حسب φ حساب کنید.

دیبرستان شاھپور شیراز

دیبر: اطلاعات. فرستنده، غلامرضا قابل

۱- مطلوب است محاسبه اضلاع و زوایای مثلث متساوی. الساقین ABC برأس A را که شاعع دایره محیطی و محاطی داخلی آن پر ترتیب $\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$ باشند.

۲- در مثلث ABC نقطه O مرکز دایرة محاطی داخلی است اگر $OA^2 = OB \cdot OC$ باشد درستی رابطه:

$$\sin^2 \frac{A}{2} = \sin^2 \frac{B}{2} \sin^2 \frac{C}{2}$$

را تحقیق نمایید پس از آن بفرض معلوم بودن زاویه A سایر زوایای مثلث را حساب نموده و بحث کنید.

۳- تابع $y = \frac{a \sin x + b \cos x}{b \sin x + a \cos x}$ مفروض است.

اولاً a و b را آنچنان باید که تابع بصورت:

$$y = \frac{\sqrt{2} \operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x + \sqrt{2}}$$

درآید.

ثانیاً جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع را در یک تناوب رسم کنید.

۴- جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع زیر را در یک دوره تناوب رسم کنید.

$$y = \frac{\cos^2 x}{\sin x (1 - \cos x)}$$

را حل و بحث کنید بفرض آنکه جواب معادله بین $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ باشد. در حالت خاص $m = \cos x$ را حساب کنید.

۵- دستگاه زیر را حل و بحث کنید و بازاء

$$m = \frac{-\sqrt{2}}{2} \text{ جوابهای } x \text{ و } y \text{ را بدست آورید.}$$

$$\begin{cases} \cos x = m \cos 2y \\ \cos x + \cos y = \frac{-1}{2m} \end{cases}$$

۶- عبارت $\sin^4 x + \sin^4 y - \sin^2(x+y)$ را قابل محاسبه لگاریتمی نمائید.

۷- سه زاویه یک مثلث تشکیل تصاعد عددی می‌دهند اگر مجموع سینوسهای آنها برابر $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ باشد مطلوب است محاسبه

اندازه زوایای مثلث و بفرض آنکه مجموع سه ضلع برابر ۱ باشد اضلاع را بر حسب ۱ حساب کنید.

۸- مطلوب است رسم منحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = \frac{5}{2} \cos x + \frac{1}{2} \cos 5x$$

و محاسبه مساحت واقع بین منحنی و محور x ها و عرضهای دو نقطه بطولهای $x = 0$ و $x = \frac{\pi}{2}$ (سطح خواسته شده تماماً بالای محور Ox واقع است)

دیبرستان دکتر نصیری

دیبر: علی آبادی - فرستنده، بادین دهش

۹- اولاً معادله:

را حل کنید و تمام جوابهای محصور بین صفر و 2π را تعیین کنید.

ثانیاً - منحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = \sin \frac{x}{2} + \cos x - 1$$

را در فاصله $2\pi < x < 0$ رسم کنید.

ثالثاً حجم حادث از دوران منحنی را حول محور x ها

و دو خط $x = \frac{5\pi}{3}$ و $x = 2\pi$ حساب کنید.

رابعاً سطح محصور بین منحنی و محور x ها و دو خط

$x = \frac{\pi}{3}$ و $x = \frac{5\pi}{3}$ را محاسبه کنید.

۵- آزادو مسئله زیر یکی را انتخاب و حل نمایید .

الف - نوع مثلثی را تعیین کنید که در آن

$$\frac{\sin B}{\sin C} = \sin A$$

باشد .

ب- در چهارضلعی $ABCD$ و $AB=a$ و $B=90^\circ$ و $CD=b$ و A وزاویه معلوم است مطلوبست محاسبه دو ضلع دیگر چهارضلعی

د- بیرونی فیروز بهرام

د- بیرونی : بهنیا - فرستنده : فریبر ز جمشیدی کلانتری

- منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{1 + \cot g x}{\sin x}$$

را در یک دوره تناوبرسم کنید .

۴- مطلوبست حل و بحث دو معادله دو مجھولی زیر بر حسب مقادیر مختلف m سپس به ازاء $\frac{\pi}{3}$ یک دسته از جوابها را پیدا کنید و تعداد جوابها را مشخص کنید .

$$\begin{cases} \sin x \sin y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan \frac{x}{2} \tan \frac{y}{2} = m \end{cases}$$

۵- در مثلث نیمسازهای داخلی زوایای A و B متساویند تحقیق کنید که مثلث متساوی الساقین است .

۶- از مثلث $b-c=m$ و $B-C=\alpha$ و a معلوم است مثلث را حل و بحث کنید سپس با فرض $\alpha=90^\circ$ و :

$$S = \sqrt{3} \cdot \frac{a}{b-c} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

اضلاع و زوایا و طول نیمساز داخلی زاویه A را r_a (شعاع دایره محاطی خارجی) مثلث را پیدا کنید .

حساب استدلالی

د- بیرونی شاهپور شیراز ، د- بیرونی : اطلاعات

فرستنده : غلامرضا قابل

۱- مطلوبست تعیین عددی بصورت $A = 2^\alpha \times 3^\beta$

در صورتیکه تعداد مقسوم علیهای A سه برابر تعداد مقسوم علیهای A باشد .

۲- عدد صحیح a را چنان باید که $13a+82$ بر $5a+2$ بخش پذیر باشد .

۳- دو عدد را چنان تعیین کنید که کوچکترین مضرب مشترک برابر 144 بوده و یکی از آنها مجزور کامل باشد . «چند جواب»

۴- کسر تحویل ناپذیر $\frac{a}{b}$ را بقسمی تعیین کنید

که مولد اعشاری متناوب ساده با دو رقم دوره گردش بوده و مجموع صورت و مخرج کسر برابر 41 باشد .

۵- کوچکترین مقدار صحیح a را بقسمی باید که بین اعداد a^3 و a^{700+2} مکعب کاملی وجود نداشته باشد .

مسئلہ فیزیک

۵- بیرونی دکتر نصیری

د- بیرونی : مسعودی - فرستنده : بادین دهش

۱- در طول تاری بطول 125 سانتیمتر که با نیروی 20 kgf کشیده شده است 4 بطن دیده میشود معلوم کنید ارتفاع صوت حاصل و اسم نت آنرا .

ثانیاً ارتفاع صوت اصلی تار چقدر است و چه نسبتی باشد نیروی کشش تغییر کند تا صوت حاصل زیر شود .

ثالثاً طول لوله بسته ای را پیدا کنید که صوت اصلی آن با صوت اصلی تارهای هنگ شوند سرعت صوت درجهای 340 متدر ثانیه جرم تار $12/5$ گرم $l = 100$ ، $a = 440$

۲- مادله اختلاف سطح جریان متناوبی بصورت :

$$V = 120 \sqrt{2} \sin 120 \pi t$$

می باشد :

اولاً اگر این جریان از یک مقاومت 10 اهمی عبور کند در مدت 1000 دوره تناوب چقدر گرما تولید می کند

$$(k = 0/24)$$

ثانیاً اگر این اختلاف سطح به بیانی بدون مقاومت و ضریب سلف $\frac{0/2}{\pi} = 1$ همان‌ری وصل شود شدت مؤثر و معادله شدت جریان را بنویسید .

ثالثاً - اگر جریان فوق بخازنی بدون مقاومت وصل شود شدت مؤثر 3 آمپر می شود ظرفیت خازن چند میکروفاراد است در اینحال معادله شدت جریان را بنویسید .

۴- سه خازن مطابق شکل بیکدیگر بسته شده اند ظرفیت تعادل را پیدا کنید و اگر اختلاف سطح دو سر خازن C_1 برابر 400 ولت باشد اختلاف سطح دو سر اشباع چقدر است .

۵- طول موج نوری 6400 آنگسترم است .

اولاً طول موج این نور در شیشه بضریب شکست $\frac{3}{2}$ چقدر است .

ثانیاً این نور در شکاف آزمایش یانگ بفاصله $1/5$ میلیمتر را

مسائل شیمی

کلاس‌های ششم طبیعی و ریاضی دبیرستان دکتر نصیری
دبیران : فلاخ - فلاحتی - فرسنده : بادین دهش
۱ - از تجزیه 565 g جسم آلی کلردار اضافه وزن
لولهای پناس 66 g گرم اضافه وزن لولهای اسیدولفوریک
 27 g گرم شده است.

از طرف دیگر همان مقدار جسم را اختیار نموده وطبق
دستور عمل می‌کنیم 435 g گرم رسوب سفید کلرور نقره
تولید می‌شود.

در صورتیکه بدانیم اگر $\frac{1}{2}$ اتمهای کربن موجود در
ملکول جسم فوق را بگاز کر بنیک تبدیل نمائیم 250 cm^3
مکعب آب آهک 8 cm^3 نرمال را ختنی می‌کند فرمول خام جسم را
پیدا کنید.

ثانياً - این‌ومرهای جسم فوق را رسم نموده و فرمول اثر پناس
الکلی را برای زوری که دارای کربن غیرمتقارن است بنویسید.
۲ - برای احتراق کامل 15 g گرم هیدروکربور اشباع
شده 19.6 liter هوا لازم است فرمول هیدروکربور را پیدا
کنید.

ثانياً - $1/5$ گرم دیگر این هیدروکربور را با 55 g
گرم کلر در تاریکی ترکیب می‌کنیم حساب کنید وزن جسم بدست
آمده را.

روشن می‌کند فاصله صفحه نوارها تا در شکاف چقدر باشد تا فاصله دو
نوار روشن متواالی 64 cm می‌باشد و اگر جلویی از شکافها
تیغه‌ای بضریب شکست $1/4$ قرار دهیم نوار مرکزی بر روی
سومین نوار روشن حالت قبل منطبق می‌شود ضخامت تیغه چقدر
است.

دبیرستان فیروز بهرام

دبیر : دکتر تبریزی - فرسنده، فریبرز جمشیدی
۱ - معادله اختلاف پتانسیل جریان متناوبی چنین است :

$$V = 20 \sin 500t$$

این جریان از یک سیم پیچ مقاومت 10 ohm و بضریب سلف یک
هانری و از خازنی بظرفت 4 mH و فاراد می‌گذرد اختلاف
پتانسیل مؤثر مدار و سیم پیچ و خازن و قدرت حقیقی وظاهری
مدار را بدست آورید.

۲ - مداری که از سه خازن مطابق شکل بظرفیتهاي

$$C_3 = 5 \quad C_2 = 4 \quad C_1 = 3$$

میکروفاراد تشکیل شده است بدوسرا این مدار اختلاف پتانسیل
ثابت 210 V ولت می‌بنیدم تعیین کنید ۱ - بار الکتریکی هر خازن
و اختلاف پتانسیلهای خازن‌های C_1 و C_2 را ۲ - انرژی
ذخیره شده در دستگاه خازنهارا

۳ - مشخصات خازنی را که باید بجای سه خازن فوق
قرار داد.

یک مسئله رقومی و ترسیمی (طرح : مهندس محمود خوئی)

موضوع امتحان ثلث اول سال تحصیلی جاری دبیرستان البرز

۵ - نقطه 5 را بر مرکز کاغذ انتخاب کرده خط OS
را که تصویرش بر محور قائم کاغذ منطبق بوده و اندازه حقیقی
عمود مشترک آن با BD برای $5/2$ می‌باشد رسم کنید و نقطه
۶ را روی آن درست بآلا کاغذ مشخص نمایید.

۶ - هر متر SABCD را رسم کرده جسم کل مرکب از
هر متر و متر متوافق اس طوح فوق را بر روی هم مرئی و مخفی نمایید.

۷ - قطع جسم کل را با صفحه افقی رقوم یک تعیین
نموده مرئی مخفی کنید.

۸ - کوتاه ترین افقیهای را که محصور به دو خط متناظر
SB و AD می‌باشد روی شکل رسم و مشخص کنید.

۹ - هندسه ترسیمی : مسئله اول : نقطه 'aa' را درربع
اول بفاصله 5 از خط ارض بقسمی تعیین نمایید که مجموع
فوائلش از دو صفحه نیمساز اول و دوم 1 باشد.

مسئله دوم : از نقطه 'aa' بعد 3 واقع در صفحه نیمساز
فرجه دوم و چهارم خطی رسم کنید که با صفحه افق زاویه 30°
درجه بسازد و بفاصله 1 از قائم مفروض 7 باشد.

هندسه رقومی : واحد سانتیمتر مقیاس $1:1$ محورهای
اقصر و اطول کاغذ را افقی و قائم انتخاب کرده محل تلاقی آنها
مرکز کاغذ می‌باشد.

۱ - مقیاس شب صفحه P را که به شب $\frac{2}{3} p$ واقعیه
رقوم 2 آن بر محور اقصر کاغذ منطبق است در سمت چپ کاغذ
مشخص نموده ترقی رقوم آن از بائین بیالا است. نقاط d_1 و d_2
را در صفحه P بقسمی انتخاب کنید که d_1 و b_2 نسبت به محور
قائم کاغذ قرینه بوده d سمت راست و b سمت چپ واقع و
BD = 8 بوده باشد.

۲ - متوافق اس طوح ABCD را که $AD = 6/4$ و
 $AB = 4/4$ است در صفحه P بقسمی رسم کنید که
قطرش بوده و رقوم نقطه A کمتر از B بوده باشد.

۳ - متوافق اس طوح قائم ABCDEFGH را درست
بالای صفحه P بارتفاع $5/4$ رسم نمایید.

۴ - عمود مشترک خط AE و BD را روی شکل رسم کنید.

مسایل پرایی حل

که ضریبها جمله های آن عدد های درست هستند دارای یک ریشه گویای $x = -\frac{c}{a}$ باشد باشرط $c + ar^2 = 0$ دو ریشه دیگر معادله نیز عده های گویا می باشند.

۴۰۰۸ از شاهکار مصاحب، پنجم ریاضی
دیبرستان البرز

سه عدد تشکیل یک تصاعد عددی، و سه عدد دیگر تشکیل یک تصاعد هندسی می دهند. بین جمله های اول و قدر نسبتها این دو تصاعد چه رابطه ای برقرار باشد تا اگر جمله های دو تصاعد را تغیر به تغیر با هم جمع کنیم اعداد حاصل یک تصاعد هندسی تشکیل دهند.

مثال عددی. اگر جمله اول تصاعد عددی ۱۶ و جمله اول تصاعد هندسی ۹ باشد قدر نسبت تصاعد عددی را بر حسب q قدر نسبت تصاعد هندسی بدست آورید و بحث کنید و در حالت $q = 2$ دو تصاعد را مشخص کنید.

۴۰۰۹ فرستنده: حافظی دیبرستان بنیس
مثلث قائم الزاویه ABC ، قائم در زاویه A ، مفروض است. ارتفاع AH را رسم می کنیم و به مرکز A و به شعاع AH دایره ای رسم می کنیم که ضلعهای AB و AC را به ترتیب در قطع می کند. اگر I مرکز دایرة محاطی داخلی مثلث ABC باشد

(۱) ثابت کنید که BI با HF و CI با HE موازی است

$$BI \cdot HF = CI \cdot HE \quad (2)$$

۴۰۱۰ از: محمد صادق نیاوندی پنجم ریاضی
دیبرستان امیر کبیر زنجان
اگر در مثلث ABC ، H پای ارتفاع AH بوده و داشته باشیم:

کلاس چهارم طبیعی

۴۰۰۴ از: مصطفی گودرزی طائمه
اگر x و y و z تصاعد هندسی بازند یعنی داشته باشیم $q^2x = qy$ و $qy = qz$ باشد ستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 11 \\ 3(x + y + z) = 19 \end{cases}$$

۴۰۰۵ مربع $ABCD$ به ضلع a مفروض است. از A به وسط CD وصل کرده در E عمودی بر اخراج AE می کنیم که BC را در F قطع می کند و AF دارسم می کنیم.
(۱) ثابت کنید که دو مثلث CEF و ADE متشابهند.
طول ضلعهای آنها را بر حسب a حساب کنید.
(۲) ثابت کنید که دو زاویه $\angle EAF$ و $\angle DAE$ با یکدیگر برابر بوده و هر کدام آنها از زاویه $\angle FAB$ کوچکتر می باشند.
(۳) نسبتها میتوانند از زاویه $\angle FAB = \alpha$ را حساب کنید.

کلاس چهارم ریاضی

۴۰۰۶ از: مصطفی گودرزی طائمه
اندازه های ضلعهای مثلثی عده های متواالی هستند. اگر مساحت این مثلث ۸۴ واحد مربع باشد طول هر یک از ضلعهای آن چقدر است؟

۴۰۰۷ ترجمه هنوه برد هفغان دانشجوی
دانشرا ای عالی
ثابت کنید اگر معادله $ax^2 + bx + cx + d = 0$

مشخص کنید که مرکز تقارن منحنی $OABC$ می‌باشد و خط OC دریک نقطه M قائم بر این منحنی باشد (مماس بر منحنی در نقطه M بر خط OC عمود باشد). مختصات M را حساب کنید و بدون هیچگونه محاسبه ثابت کنید که منحنی مزبور دریک نقطه N بر خط AB عمود است و مختصات N را تعیین کنید.

$$\text{رابع} \rightarrow \text{منحنی نمایش تغییرات تابع } y = \frac{135x - 650}{18x - 90}$$

شكل منحنی (C) رسم کنید.

۴۰۱۴ فرستنده: حافظی از بنیس
به ازاء چه مقادیری از a دو معادله زیر یک ریشه مشترک دارند و این ریشه مشترک چقدر است؟

$$\begin{aligned} \sin x(2a\cos x - \sin x) &= a \\ 2\sin x(2a\sin x + \cos x) &= 4a + 1 \end{aligned}$$

۴۰۱۵ فرستنده: محمدعلی شیخان دبیرستانهای تهران

هرم مربع القاعده و منتظم $S.ABCD$ مفروض است. بر ارتفاع SO از آن نقطه ثابتی مانند O' اختیار کرده صفحه متغیری از این نقطه می‌گذرانیم که بالهای SC, SB, SA و SD را به ترتیب در A', B', C', D' قطع کند. ثابت کنید که:

$$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SC'} = \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SD'} = \text{cte}$$

۴۰۱۶ فرستنده: محمدعلی شیخان
اگر دوچهار وجهی دریک کنح مشترک باشند نسبت حجم‌های آن دو به یکدیگر برابر با نسبت حاصل ضربهای بالهای نقطی این کنح است.

کلاس ششم طبیعی

۴۰۱۷ هذلولی به معادله $x^2 + 2x = a^2 - y^2$ مفروض است. اولاً مرکز آن را مشخص کرده مختصات کانونهای آنرا بر حسب a بدست آورید. ثانیاً اگر خطی که از یکی از کانونهای هذلولی به موازات محور عرضها رسم شود هذلولی را در نقطه‌های بدعرض ± 2 قطع کند مقدار a را تعیین کنید و هذلولی را رسم کنید.

۴۰۱۸ در مثلث ABC زاویه B سه برابر زاویه A بوده و اندازه ضلع b مضرب صحیحی از اندازه ضلع a می‌باشد اندازه زاویه A و از روی آن اندازه‌های زاویه‌های B و C حساب کرده ضلعهای مثلث را بر حسب a طول ضلع BC بدست آورید.

$BC = 2AC$ و $BH = 2HC$

(۱) مقدار $\cos C$ و از روی آن اندازه زاویه C را حساب کنید.

(۲) ثابت کنید که مثلث ABC قائم الزاویه است و طول ضلعهای آنرا بر حسب $BH = a$ حساب کنید.

کلاس پنجم طبیعی

۴۰۱۱ محورهای مختصات $x'Ox$ و $y'Oy$ را انتقال داده ایم تا محورهای جدید $X'O'Y$ و $X'O'X$ بدست آمده است. معادله منحنی (C) نسبت به دستگاه جدید عبارت است از:

$$Y = X^2 + 2X$$

(۱) منحنی (C) را رسم کنید.
(۲) اگر L محور تقارن منحنی (C) باشد به فرض آنکه مماسی که در O' بر (C) رسم می‌شود Δ را روی x' قطع کند و قرینه O' نسبت به y' باشد مختصات O' را نسبت به دستگاه محورهای قدیم کرده و محورهای قدیم را در شکل منحنی (C) رسم کنید.

۴۰۱۲ از: اصغرپور، عابدی نژاد داش آموزان پنجم ریاضی دبیرستان ۱۵ بهمن بهشهر اگر داشته باشیم:

$$\cos 2x = \frac{a^2 + b^2}{2ab} \quad (1)$$

مقدار $\cos x$ را حساب کرده و از روی آن نتیجه بگیرید که معادله (1) فقط وقتی دارای جواب است که $a = b$ باشد و با این شرط رابطه کلی کمانهای ریشه معادله (1) را بدست آورید.

کلاس پنجم ریاضی

۴۰۱۳ اولاً منحنی (C) به معادله $x^2 - y^2 = a^2$ را رسم کنید.

ثانیاً اگر O مبدأ مختصات و A رأس منحنی (C) باشد نقطه B را بر منحنی (C) چنان تعیین کنید که زاویه OAB قائم باشد:

ثالثاً مختصات C رأس چهارم از مربع مستطيل $OABC$ را حساب کرده تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+b}{a'x+b}$ را چنان

کلاس ششم ریاضی

۴۰۲۴- از هادی نجفیان دبیر دبیرستانهای اهواز واحد سانقیمتر، مقیاس ۱:۱

۱- مقیاس شبیه صفحه P را که با صفحه مقایسه زاویه 30° می‌سازد درست چپ کاغذ چنان رسم کنید که افقیه رقوم آن بر محور افقی کاغذ منطبق بوده ترقی رقوم نقاط آن از بالا به پائین باشد.

۲- نقطه h را به فاصله $\frac{1}{2}$ از محور قائم کاغذوسمت چپ آن اختیار کنید. نقطه H پای ارتفاع رأس F از مثلث FAB است که در صفحه P واقع است و در آن، AB بر افقیه رقوم ۸ واقع بوده طول FH برابر با $\frac{4}{3}$ بوده و نسبت HA برابر با $\frac{3}{5}$ بوده زاویه F یک هفتم زاویه تمام صفحه بوده زاویه A منفرجه و رقوم B از رقوم F بیشتر بوده A سمت راست H واقع باشد.

۳- ملخص هفتضلعی منتظم ABCDEFG را دسم کرده رقوم روؤوس آن را ۱/۰ تقریب حساب کنید

۴- ملخص هرم منتظمی را رسم کنید که قاعده آن هفت ضلعی مزبور بوده تصویر رأس آن، ۰، بر محور افقی کاغذ واقع باشد.

۵- بر روی هفت ضلعی هزبور، منشور ناقص منتظمی می‌سازیم که صفحه P قاعده پائینی آن بوده و طول ارتفاع آن $8/0$ و صفحات جانبی آن با صفحات P زاویه 55° می‌سازند جسم حاصل از هرم و منشور ناقص فوق الذکر را کدرفرهنگ کرده بالهای مرئی و مخفی آن را مشخص کنید.

مسائل متفرقه

۴۰۲۵- فرستنده: مهریار دیانت چهارم ریاضی
دبیرستان فردوسی تبریز
مجموع n عدد صحیح فرد متولی ۳۴۳ است، این اعداد را پیدا کنید.

۴۰۲۶- از محمد صادق فهروندی پنجم ریاضی
دبیرستان امیرکبیر زنجان
از روابط زیر مقادیر کلی کمانهای x و y را بدست آورید.

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\cos x}{\cos y} = \operatorname{tg} x \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 - \cos x}}$$

۴۰۲۷- از سعید فرشاد ششم ریاضی دبیرستان
گشن واز شبستر

۴۰۱۹- قسمتی از سوال امتحان جبر مرکز در

ژوئن ۱۹۶۵

ادلا منحنی (C) به معادله $x^4 - 2y + x^3 = 0$ را رسم کنید

ثانیاً در انکاس به قطب O (مبدأ مختصات) و به قوت نقطه Y و P(x) منعکس نقطه M(x) می‌باشد. مقادیر X و Y را بر حسب x و y و k تعیین کنید.

ثالثاً ثابت کنید که در انکاس به قطب A(۱, ۰) و قوت k=۴ منحنی (C) تغییر ناپذیر باقی می‌ماند.

۴۰۲۰- در مثلث ABC اندازه زاویه B دوباره اندازه زاویه A است. اگر طول ضلع BC را برابر a و اندازه زاویه A را برابر x و طول میانه AM از مثلث را y فرض کنیم تابع y را بر حسب x و a معین کرده حدود تغییرات آنرا پیدا کنید و بدازه a=۲ منحنی نمایش این تغییرات را رسم کنید.

۴۰۲۱- ترجمه از «مجله ریاضیات» چاپ آمریکا

اگر $m > 1$ دو عدد صحیح و مثبت باشند به ازاء چه مقادیر m خواهیم داشت:

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (m-1) \times m}{n^m - n} = \frac{1}{k}$$

که در آن k عددی است صحیح و مثبت

۴۰۲۲- از: حسن نوریان

نقشه های A و B و C و D روی خط L یک تقسیم توافقی پدید آورده‌اند. قطبهای این نقاطها را نسبت به دائرة مفروض O رسم می‌کنیم که L را در 'A, 'B, 'C و 'D قطع می‌کند. ثابت کنید که (A'B'C'D') یک تقسیم توافقی است.

۴۰۲۳- از: حسن نوریان

نقشه نورانی S بالای صفحه دایره شکل کدری چنان‌قرار گرفته است که شعاعی از S که عمودی بر این صفحه می‌تابد بر مرکز آن فرود می‌آید. شکل سایه‌ای را که توسط این صفحه کدر بر صفحه دیگر عمود بر آن تشکیل می‌شود معین کنید. اگر شعاع صفحه دایره شکل برابر R و فاصله S از این صفحه برابر با $R\sqrt{3}$ و از صفحه دوم برابر با $2R$ باشد و تصویر S را بر این صفحه مبدأ مختصات و محور طولها را به موازات صفحه دایره انتخاب کنیم معادله منحنی سایه را بدست آورید.

دو هسته از ریاضیات جدید
ترجمه از فرانسه

۴۰۳۳- در دیبرستانی: ۷۷۰ دانش آموز زبان خارجی انگلیسی می آموزند، ۵۳۰ دانش آموز فرانسه می خوانند ۲۵۰ دانش آموز آلمانی یاد می گیرند، ۴۰۰ نفر هم انگلیسی می خوانند و هم فرانسه، ۱۷۰ نفر هم فرانسه می خوانند و هم انگلیسی، ۱۳۰ نفر هم فرانسه و آلمانی را با هم می آموزند و بالاخره، ۱۰۰ نفر هر سه زبان را یاد می گیرند و ۵۰ نفر از دانش آموزان هم هیچیک از این زبانها را تحصیل نمی کنند.

مجموعه تمام دانش آموزان دیبرستان را با ناحیه داخلی یک مربع مستطیل و هریک از زیر مجموعه های E، F و A را که عناصر آنها محصلینی هستند که انگلیسی، فرانسه و آلمانی می خوانند، با ناحیه داخلی یک دایره نمایش می دهیم. نمودار محصلین این دیبرستان را از نقطه نظر تحصیل زبان خارجی رسم کنید و از روی آن تعداد محصلین مر بوط بهر زیر مجموعه را حساب کنید و همچنین تعداد کل محصلین دیبرستان را حساب کرده معلوم کنید چند نفر از این محصلین فقط و فقط دو زبان خارجی و چند نفر از آنها منحصر یک زبان خارجی را یاد می گیرند.

۴۰۳۴- در مجموعه نقاط یک صفحه دو عمل با شانهای ۱ و ۲ را به شرح زیر تعریف می کنیم:
۱) نقطه هرزوج نقطه های A و B، نشانه ۱ معرف عملی تقطیر هرزوج نقطه های A و B است که نقطه M وسط قطعه خط AB را بدست می دهد و نشانه ۲ است که نقطه M وسط قطعه خط AB را بدست می دهد و نشانه ۳ عملی را می رساند که نقطه P قرینه A نسبت به B را مینمی کند. بنابراین $A\Delta B = M$ یعنی اینکه M وسط AB است و $A * B = P$ یعنی اینکه P قرینه A نسبت به B می باشد. ۱) هریک از دو عمل مزبور را از لحاظ استقلال از ترتیب عوامل و شرکت پذیری بررسی کنید.

۲) ثابت کنید که هریک از دو عمل مزبور نسبت به دیگری توزیعی است.

دستگاه معادلات زیر را حل کنید

$$\begin{cases} \operatorname{tg}^4 x + \operatorname{tg}^4 y = 2 \\ \operatorname{tg}^4 y - \operatorname{tg}^4 x = 0 \end{cases}$$

۴۰۲۸- از: حافظی دیبر دیبرستانهای بنیس
چه رابطه بین a و b موجود باشد تا معادله $x^n + nax + (n-1)b = 0$

دارای یک ریشه مضاعف باشد

۴۰۲۹- ترجمه از مجله «دانش آموز ریاضی»
ین a و b و c طولهای ضلعهای مثلث ABC را بطور $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{a + b + c} = c^3$

برقرار است. اندازه زاویه C از این مثلث را حساب کنید.

۴۰۳۰- ترجمه از مجله «دانش آموز ریاضی»
در مثلث ABC ارتفاع AH را رسم می کنیم. بهفرض آنکه داشته باشیم

$$\frac{HB}{HC} = \frac{AB}{AC}$$

ثابت کنید که مثلث ABC یا قائم الزاویه است و یا متساوی الساقین.

۴۰۳۱- ترجمه از «مجله ریاضیات» چاپ آمریکا
مثلث ABC در زاویه C قائم است. نیمسازهای زاویه های A و B ضلعهای BC و AC را به ترتیب در D و E باشد طولهای ضلعهای CE و CD = ۹ باشد. اگر $MANP$ مثلث را حساب کنید.

۴۰۳۲- ترجمه از فرانسه
مربع ABCD به ضلع a و به مرکز I مفروض است.
نقطه M را بر ضلع BC اختیار کرده و در امتداد ضلع CD، از طرف D، نقطه N را چنان اختیار می کنیم که DN = BM که MANP را رسم می کنیم که MN قطری از آن می باشد.
۱) نوع متوازی الاضلاع MANP را معین کنید.
۲) اگر M ضلع BC را پیماید مکان هندسی نقطه O مرکز MANP چیست و همچنین مکان هندسی نقطه P؟

مسائل فیزیک (ترجمه و انتخاب توسط: هوشنگ شریفزاده)

سوراخ چقدر باشد تا براثر افزایش دمای محیط، سطح روزنه حلقه مانند تغییری نکند. ضریب انبساط مس 10^{-6} و از آهن 12×10^{-6}

۴۰۳۵- برای کلاس های چهارم

در یک صفحه آهنی سوراخی دور تعبیه شده است. از این سوراخ سیمی مسی می گذرانیم. در دمای C قطر سیم 1mm است. روزنه ای حلقه مانند بین سیم و صفحه مشاهده می شود. قطر

۴۰۳۶- برای کلاس‌های پنجم

یک دستگاه عکسبرداری را چنان قرار می‌دهیم که محور اصلی عدسی آن عمود بر امتداد مسیر حرکت یک هواپیما باشد. می‌خواهیم ازاین هواپیما عکسبرداری کنیم. دوربین را چنان تنظیم می‌کنیم که مدت زمان عکسبرداری (یعنی مدت زمانی که جلو عدسی باز و نور بداخل دستگاه وارد می‌شود) برابر 0.01 s ثانیه باشد. به فرض آنکه اگر تصویر یک نقطه حداکثر 0.1 m میلیمتر جایجا شود باز هم واضح خواهد بود معلوم کنید سرعت هواپیما حداکثر چقدر باشد تا تصویر واضحی از آن بدست آید. فاصله هواپیما از دستگاه عکسبرداری 600 m و فاصله کانونی عدسی دستگاه عکسبرداری 5 cm است

۴۰۳۷- برای کلاس‌های ششم

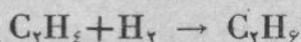
حرکتی است ارتعاشی به معادله $x = a \cos(\omega t - \varphi)$

مسائل شیوه‌ی (زیر نظر: عطاء الله بزرگ نیا)

دو مسئله ترجمه: محمد رسولزاده دیر شیمی دیرستانهای تبریز

۴۰۳۸- برای کلاس‌های ششم

حرارت اختراق یک مولکول گرم گاز اتان به گاز کربنیک و آب برابر با $372/9$ کیلوکالری و حرارت اختراق یک مولکول گرم گاز اتیلن برابر با $337/3$ کیلوکالری و گرمای اختراق یک مولکول گرم گاز هیدرژن به آب مایع مساوی $68/3$ کیلوکالری و حرارت تشکیلی گاز کربنیک برابر $94/1$ کیلوکالری است. از روی این معلومات حرارت واکنش زیر را حساب کنید:



۲۱	۳۰	۴۴	۰۳	۱۲
۱۰	۲۴	۳۳	۴۲	۰۱
۰۴	۱۳	۲۲	۳۱	۴۰
۴۲	۰۲	۱۱	۲۰	۳۴
۳۲	۴۱	۰۰	۱۴	۲۳

(شماره ۲۵)

۱۱	۱۵	۲۴	۳	۷
۵	۱۴	۱۸	۲۲	۱
۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰
۲۲	۲	۶	۱۰	۱۹
۱۷	۲۱	۰	۹	۱۳

(شماره ۳۵)

۴۲	۵۰	۶۸	۲۶	۳۴
۳۰	۴۸	۵۶	۶۴	۲۲
۲۸	۳۶	۴۴	۵۲	۶۰
۶۶	۲۴	۳۲	۴۰	۵۸
۵۴	۶۲	۲۰	۳۸	۴۶

(شماره ۴۵)

هر یک از عدد های مرربع شماره ۳ را در برابر کرد و به حاصل ۲ را اضافه می‌کنیم، مرربع شماره ۴ یعنی مرربع مطلوب بدست می‌آید.

۴۰۳۹- برای کلاس‌های پنجم

محلولی است شامل 120cc اسید کلریدریک با $\text{PH} = 1$ و 50cc محلول اسید سولفوریک با $\text{PH} = 2$. این محلول پس از خنثی شدن با محلول پتاس، حجمش به $72/5\text{cc}$ می‌رسد. اولاً PH محلول پتاس و غذای محلول را بر حسب کلرورسولفات حساب کنید. ثانیاً مخلوط دو اسید فوق را توسط 5cc محلول آمونیاک کاملاً خنثی می‌شود. ارزش حجمی محلول آمونیاک را تبیین کنید. ضریب تفکیک محلول KOH و $\text{SO}_4\text{H}_2\text{O}$ کامل فرض می‌شود.

باقیه مربعهای وفقی

تبصره ۱۵- با توجه به اینکه برای اعداد مفروض، ترتیبهای دوری مختلفی می‌توانیم اختیار کنیم، مربع وفقی مطلوب را به صورتهای گوناگون می‌توانیم بدست آوریم

تبصره ۲- ممکن است مربعهای شماره ۱ الف و ب را توأم با صورت مربع شماره ۲ تشکیل داد. مثال- می‌خواهیم عدد های زوج از 20 تا 68 را در خانه های یک مربع 5×5 چنان بنویسیم که یک مربع وفقی بدست آید. به ترتیب زیر عمل می‌کنیم

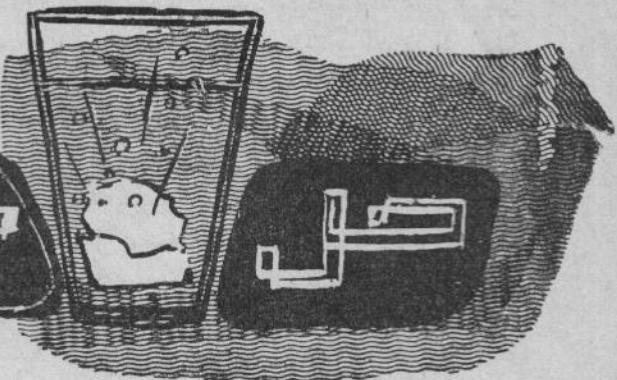
۲	۳	۴	۰	۱
۱	۲	۳	۴	۰
۰	۱	۲	۳	۴
۴	۰	۱	۲	۳
۳	۲	۱	۰	۴

(شماره ۱، الف)

۱	۰	۴	۳	۲
۰	۴	۳	۲	۱
۴	۳	۲	۱	۰
۳	۲	۱	۰	۴
۲	۱	۰	۴	۳

(شماره ۱، ب)

مختصر مکالمه ریاضی



$$\frac{a}{x} = \frac{NB}{ND} \Rightarrow \frac{a+x}{x} = \frac{BD}{DN} = \frac{a+2}{DN}$$

$$DN = \frac{ax\sqrt{2}}{a+x}$$

ونتیجه می شود

-۳۹۲۳ - به فرض اینکه داشته باشیم

$$a = \frac{1}{2}(\sqrt{x} + \sqrt{x-4})$$

اولاً مقدار $a + \frac{1}{a}$ را بر حسب x بدست آورید و به فرض

$$a + \frac{1}{a} + a^2 + \frac{1}{a^2} - 2(a + \frac{1}{a}) + 2 = 0$$

آن مقدار عددی a را حساب کنید.

حل - ۱ - برای اینکه $a > 0$ باشد باید $x \geq 4$ باشد و داریم:

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{x-4}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-4}}{2}$$

$$a + \frac{1}{a} = \frac{1}{2}[\sqrt{x} + \sqrt{x-4} + \sqrt{x} - \sqrt{x-4}] = \sqrt{x}$$

-۲ - معادله فوق به صورت زیر در می آید:

$$(a + \frac{1}{a})^2 - 2(a + \frac{1}{a}) = 0$$

$$x - 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 4$$

-۳۹۲۴ - مطلوب است حل و بحث معادله زیر

$$\sqrt{x^2 - mx} = x + m \quad (1)$$

کلاس چهارم طبیعی

۳۹۲۵ - اولاً کسر $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$ را به ساده ترین صورت تبدیل کنید.

ثانیاً از معادله $\frac{x+1}{x-1} = \frac{a}{b}$ مقدار x را حساب کنید.

ثالثاً - درازاء مقدار x که بدست آورده اید علامت عبارت زیر را تعیین کنید.

$$E = x^2 + 2 - 2(x + \frac{1}{x})$$

حل - اولاً با گویا کردن مخرج کسر مفروض داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{2})^2}{4} = 2 + \sqrt{2}$$

ثانیاً معادله داده شده چنین می شود:

$$\frac{x+1}{x-1} = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

ثالثاً داریم:

$$E = (\sqrt{2})^2 + 2 - 2(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}) = 2\sqrt{2} + 2 - \frac{8\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 > 0$$

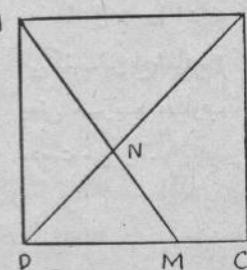
-۳۹۲۶ - در مربع ABCD به ضلع a بر ضلع CD

نقطه M را به فاصله $x < a$ از D انتخاب کرده و

A B
D M C
BD را رسم می کنیم که قطر AM را در N تلاقی می کند. طول

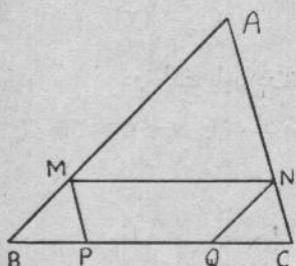
DN را بر حسب x و a حساب کنید.

حل - از تشابه دو مثلث ABN و DNM می توان نوشت



۳۹۲۵- به فرض اینکه a و b و c اندازه‌های ضلع‌های AB و CA و BC از مثلث ABC و MN نقطه‌ای از ضلع AB واقع بین A و B باشد که $AM = x$ از خطی موازی با BC رسم می‌کنیم که AC را در N قطع می‌کند و خطی موازی با AC رسم می‌کنیم که BC را در P تلاقی می‌کند و بالاخره از N به موازات AB رسم می‌کنیم تا نقطه Q برضلع BC بດست آید.

(۱) طول هر یک از پاره خطها PC و BQ را حساب کنید و معلوم کنید به ازاء چه مقادیری از x چهارضلعی $MNQP$ محدب است.



(۲) درحالی که چهارضلعی $MNQP$ محدب باشد مقدار x را چنان تعیین کنید که محیط آن برابر با مقدار معلوم p باشد و بر حسب مقادیر مختلف p بحث کنید.

حل- (۱) از تشابه دو مثلث AMN و ABC نتیجه می‌شود:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \quad \text{یا} \quad \frac{MN}{a} = \frac{x}{c}$$

و نتیجه می‌شود:

$$MN = PC = BQ = \frac{ax}{c}$$

برای اینکه چهارضلعی $MNQP$ محدب باشد لازم و کافی است که:

$$BQ + CP > BC \quad \text{یا} \quad 2BQ > BC$$

$$\frac{2ax}{c} > a \Rightarrow x > \frac{c}{2}$$

وچون می‌دانیم $x < c$ است پس:

$$c > x > \frac{c}{2} \quad (۱)$$

(۲) فرض می‌کنیم که x در نامساویهای (۱) صدق می‌کند، داریم

$$MN = \frac{ax}{c}, \quad NQ = MB = c - x$$

$$PQ = BQ - BP = BQ - (BC - CP) \\ = BQ + CP - BC = 2BQ - BC$$

$$PQ = \frac{2ax}{c} - a = \frac{a(2x - c)}{c}$$

$$\frac{MP}{AC} = \frac{BM}{BA} \quad \text{یا} \quad \frac{MP}{c} = \frac{c - x}{c}, \quad MP = \frac{b(c - x)}{c}$$

حل- با توجه به اینکه طرف اول تساوی مثبت است معادله فوق معادل خواهد بود با دستگاه زیر:

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - mx = (x + m)^2 \\ x + m > 0 \end{array} \right. \quad (۲)$$

$$(x + m)^2 = x^2 + 2mx + m^2 \quad (۳)$$

معادله (۲) بعد از اختصار چنین می‌شود:

$$-3ma = m^2 \quad (۴)$$

دو حالت درنظر می‌گیرم:

حالت اول - اگر $m = 0$ باشد داریم $x = -\frac{m}{3}$ و به

ازاء این مقدار از x نا معادله (۳) به صورت $0 > \frac{2m}{3}$ درمی‌آید و در این حالت جواب مذبور وقتی قابل قبول است که $m > 0$ باشد.

حالت دوم- اگر $m \neq 0$ باشد هر مقداری از x جواب

معادله (۴) می‌تواند باشد اما نا مساوی (۳) نشان می‌دهد که در این حالت فقط مقادیر $0 > x > m$ جواب معادله (۱) می‌توانند باشد.

خلاصه اگر $0 < m < c$ باشد معادله مفروض جواب ندارد، اگر $m = 0$ باشد معادله مفروض همه مقادیر مثبت (وصفر) را برای جواب قبول می‌کند و اگر $m > c$ باشد معادله مفروض فقط دارای یک جواب $\frac{m}{3}$ می‌باشد.

۳۹۲۶- در مثلث قائم الزاویه ABC قائمه درزاویه A ارتفاع AH و نیمسازهای زاویه‌های AHC و AHB را رسم می‌کنیم که AB و AC را به ترتیب در N و M قطع می‌کنند. ثابت کنید که $\frac{MN}{BN \cdot CM}$ برابر مقدار ثابتی است

و این مقدار ثابت را تعیین کنید

حل- بنا بر خاصیت نیمساز داریم

$$AN = AM, \quad \frac{AM}{CM} = \frac{AH}{CH} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{AN}{BN} = \frac{AH}{BH} = \frac{AC}{BA}$$

از مقایسه روابط و با توجه به اینکه $AN = AM$ نتیجه می‌شود:

$$MN = 2AM = 2CM \cdot BN$$

و رابطه مطلوب محقق می‌شود:

- ۳۹۲۶ - از دستگاه زیر مقادیر x و y را بدست آورید.

$$\begin{cases} 3^x \times 2^y = 576 \\ \log \sqrt[2]{(y-x)} = 2 \log 9 \end{cases}$$

حل - دستگاه به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{cases} 3^x - 2 \times 2^y - 6 = 1 \\ y - x = (\sqrt{2})^4 = 4 \end{cases}$$

چون از معادله دوم y را بر حسب x بدست آورده در معادله اول قرار دهیم خواهیم داشت

$$6^x - 2 = 1 \Rightarrow x = 2 \quad y = 6$$

کلاس پنجم طبیعی

- ۳۹۲۷ - سه نقطه $(0, 0)$ و $(1, 2)$ و $(-1, -2)$ و B و M مفروض است اگر N قرینه M نسبت به خط گذرنده

بر A و B باشد مختصات N را بدست آورید

حل - برای اینکه N و M نسبت به خط گذرنده بر A و B قرینه باشند لازم و کافیست که داشته باشیم

$$AM = AN \quad BM = BN$$

$$AM' = AN' \quad BM' = BN' \quad \text{یا}$$

و اگر y و x فرض شود خواهیم داشت

$$\begin{cases} (1-1)^2 + (0-2)^2 = (1-x)^2 + (0-y)^2 \\ (-1-1)^2 + (-2-2)^2 = (-1-x)^2 + (-2-y)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 3 \\ x^2 + y^2 + 2x + 4y = 15 \end{cases}$$

ظرفین این دو معادله را تغییر به قطیل از هم کمی کنیم می شود
 $4x + 4y = 12$ و $y = 3 - x$ که این مقدار را در معادله اول منظور می کنیم می شود:

$$4y(y-2) = 0 \Rightarrow y = 0 \quad \text{یا} \quad y = 2$$

جواب $(2, 0)$ مربوط به M است پس $(3, 0)$

تبصره - حل این مسئله فقط با استفاده از دستور تعیین

فاصله دو نقطه (مطابق با برنامه کلاس به هنگام انتشار مجله مربوط) انجام گرفته است.

- ۳۹۲۸ - به فرض اینکه داشته باشیم

$$a = x \cos \alpha + y \sin \alpha \quad b = x \sin \alpha - y \cos \alpha$$

محیط چهارضلعی $MNQP$ می شود :

$$\frac{ax}{c} + c - x + \frac{a(2x-c)}{c} + \frac{b(c-x)}{c} = \frac{1}{c}[(3a-b-c)x + c(b+c-a)]$$

و باید معادله شرطی زیر را حل و بحث کرد:

$$\begin{cases} (3a-b-c)x + c(b+c-a) = cp \\ \frac{c}{2} < x < c \end{cases}$$

$$\begin{cases} (b+c-3a)x = c(b+c-a-p) \\ \frac{c}{2} < x < c \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} (b+c-3a)x = c(b+c-a-p) \\ \frac{c}{2} < x < c \end{cases} \quad (2)$$

دو حالت باید در نظر بگیریم، حالت اول اگر

باشد از معادله (1) بدست می آید:

$$x = \frac{c(b+c-a-p)}{b+c-3a}$$

و در این صورت نامعادله (2) چنین می شود:

$$\frac{1}{2} < \frac{b+c-a-p}{b+c-3a} < 1$$

و بالآخر نتیجه می شود:

$$\begin{cases} \frac{2p - (a+b+c)}{b+c-3a} < 0 \\ \frac{p - 2a}{b+c-3a} > 0 \end{cases}$$

اگر $a+b+c < 4a$ باشد $b+c < 3a$ بوده و ایجاب می کند که:

$$a+b+c < 2p < 4a$$

اگر $a+b+c > 4a$ باشد که $b+c > 3a$ بوده و باید داشته باشیم

$$4a < 2p < a+b+c$$

حالت دوم - اگر $b+c = 3a$ باشد معادله (1) به صورت

$$x = c(2a-p) \quad \text{نوشته شده در حالت } b+c = 3a \text{ غیرممکن}$$

$p = 2a$ ممکن باشد و در حالت آخر مقادیری از x که در نامساویهای (2) صدق کنند جوابهای مسئله می باشد.

خلاصه بحث - اگر $b+c \neq 3a$ باشد مسئله فقط یک جواب دارد، یعنی فقط یک چهارضلعی وجود دارد به شرط آنکه $2p$ بین مقادیر $a+b+c$ و $4a$ محصور باشد.

اگر $b+c = 3a$ باشد چنانچه $p \neq 2a$ باشد مسئله

دارای جواب نیست و $p = 2a$ باشد نقطه M می تواند

به دلخواه روی قطعه خط BC' انتخاب شود که C' وسط AB می باشد.

خواهیم داشت

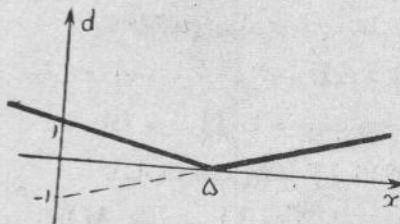
از طرفی چون A و B روی خط (L) قراردارند

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{پس:}$$

اگر در این رابطه به جای c و d مقادیرشان را برسی x و y قرار دهیم پس از ساده کردن معادله مکان به صورت زیر بدست می آید:

$$2x^2 - 4y^2 - 2xy - x + 5y = 0$$

- ۳۹۳۰ خط L به معادله $0 = 3x - 4y + 5$ و نقطه P به طول متغیر x واقع بر نیمساز ربع اول و سوم را در نظر



می گیریم. فاصله P از خط L را به صورت تابعی از x بدست آورده نمایش هندسی آن را رسم کنید.

حل - داریم (x, y) و طبق فرمول مربوط به فاصله نقطه از خط خواهیم داشت:

$$d = \frac{|-x + 5|}{\sqrt{5}}$$

اگر $0 < -x + 5 < 5$ یعنی $0 < x < 5$ باشد داریم:

$$d = \frac{-x + 5}{\sqrt{5}}$$

و اگر $-x + 5 < 5$ یعنی $x > 5$ باشد داریم:

$$d = \frac{x - 5}{\sqrt{5}}$$

نمایش هندسی هر یک از دو تابع یک نیم خط است که چون در یک شکل رسم شوند خط شکسته شکل بالا را تشکیل می دهد که تغییرات d را نمایش می دهد

- ۳۹۳۱ اگر I نقطه تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث ABC باشد و داشته باشیم

$$\sin A = \sin BIC \quad \text{اولا اندازه } A \text{ را حساب کنید}$$

ثانیا به فرض $\cos B = -\frac{1}{5}$ ، مقدار $\cos C$ را تعیین کنید.

حل - می دانیم که $BIC = \frac{\pi}{2} + \frac{A}{2}$ بنابراین:

$$\sin A = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{A}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} A - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{A}{2}\right) = 2K\pi \\ A + \left(\frac{\pi}{2} + \frac{A}{2}\right) = 2K\pi + \pi \end{cases}$$

$$\tan \alpha = \frac{bx + ay}{ax - by}$$

حل - طرفین رابطه (۱) را در x و طرفین رابطه دوم را در y ضرب می کنیم و طرفین دو تساوی حاضر را با هم جمع می کنیم و نتیجه می شود:

$$(x^2 + y^2) \cos \alpha = ax - by \quad (3)$$

همچنین طرفین رابطه اول را در y و طرفین رابطه دوم را در x ضرب کرده طرفین این دو تساوی را با هم جمع کنیم نتیجه می شود:

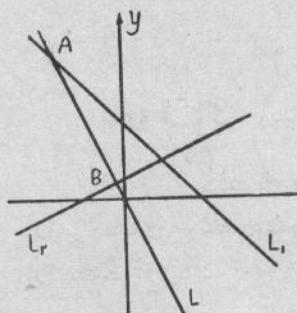
$$(x^2 + y^2) \sin \alpha = ay + bx \quad (4)$$

از تقسیم طرفین رابطه های (۳) و (۴) بر یکدیگر داریم:

$$\tan \alpha = \frac{ay + bx}{ax - by}$$

کلاس پنجم ریاضی

- ۳۹۳۹ خط (L) از مبدأ مختصات می گذرد و دو خط



به معادله های (L_1) و (L_2)

$$x + y - 2 = 0$$

و $x - 2y + 1 = 0$ را به ترتیب در نقطه های

A و B قطع می کند. اگر

$P(x, y)$ نقطه وسط AB

باشد مطلوبست تعیین مکان هندسی نقطه P (تعیین رابطه ای بین x و y) وقتی که (L) حول مبدأ مختصات دوران کند.

حل - فرض می کنیم (a, b) و (c, d) باشد بنابراین

$$a + c = 2x \quad b + d = 2y \quad (1)$$

از طرفی مختصات A باید در معادله L_1 و مختصات B در معادله L_2 صدق کنند:

$$a + b - 2 = 0 \quad c - 2d + 1 = 0$$

و دستگاه چهار معادله زیرا خواهیم داشت

$$\begin{cases} a + c = 2x \\ b + d = 2y \\ a + b = 2 \\ c - 2d + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{4x + 4y - 3}{3} \\ d = \frac{2x + 2y - 1}{3} \end{cases}$$

هریک از مثلثهای CGE و AEF متساوی الاضلاع است
(چرا؟) بنابراین :

$$EF = AE \text{ و } EG = EC$$

$$EF + EG = AE + EC = AC = a$$

محیط مستطیل برابر با $2a$ بوده، مستقل از x می‌باشد.

کلاس ششم طبیعی

۳۹۳۳ - مطلوبست تعیین معادله دایره‌ای که در نقطه

$M(-1, 3)$ به طول ۲ بر محور x هما مماس بوده و از نقطه (۳، ۱) و (۱، ۳) می‌گذرد.

حل - چون دایره در نقطه به طول ۲ بر محور x هما

مماس و بالای این محور است بنابراین مختصات مرکز آن عبارت است از $(R, 2)$ و خواهیم داشت :

$$(x - R)^2 + (y - 2)^2 = R^2$$

و چون مختصات M را در این رابطه قرار دهیم نتیجه

می‌شود :

$R = 3$ و معادله دایره عبارت خواهد شد از :

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$$

$$\text{اگر } u = \frac{\pi}{4} - x \text{ باشد هر یک از عبارتهای } 3933$$

$$B = \sin x \cos x \text{ و } A = \sin x + \cos x$$

را بر حسب u نوشته ریشه‌های کلی معادله $= 0$ را بدست آورید.

$$\text{حل} - \text{داریم } x = \frac{\pi}{4} - u \text{ بنابراین}$$

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{4} - u\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - u\right)$$

پس از بسط و خلاصه کردن نتیجه می‌شود

$$A = \sqrt{2} \cos u$$

$$B = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2u\right) = \frac{1}{2} \cos 2u$$

بادر نظر گرفتن این مقادیر معادله داده شده چنین می‌شود.

$$\cos u + \cos 2u = 0 \Rightarrow \cos u = \cos(\pi - 2u)$$

$$u \pm (\pi - 2u) = 2k\pi : \begin{cases} u = 2k\pi + \pi \\ u = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$x = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \text{ یا } \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}$$

از حل هریک از این معادله‌ها با توجه به اینکه زاویه

$$A = \frac{\pi}{3} \text{ حاده است (چون } B \text{ زاویه منفج است) خواهیم داشت}$$

ثانیاً داریم :

$$\cos B = -\frac{1}{5} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$\cos C = -\cos(A+B) = -\cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\cos C = \frac{1+6\sqrt{2}}{10}$$

۳۹۳۴ - چهار وجهی منتظم $ABCD$ به طول یال a

مفروض است. اگر I وسط AB و J وسط CD باشد

اولاً طول IJ را بر حسب a حساب کنید

ثانیاً یک نقطه M بر IJ انتخاب کرده صفحه P را در

نقطه M عمود بر IJ می‌گذاریم که یالهای AD و AC و

BC و BD را به ترتیب در نقاط E و F و G و H قطع می‌کند.

ثابت کنید که $EFHG$ مستطیل بوده محیط آنرا بر حسب

$$IM = x \text{ حساب کنید}$$

حل - اولاً ثابت می‌کنیم خطی که

اواسط دو یال مقابل از یک چهار

وجهی منتظم را به هم وصل

می‌کند بر هریک از آنها عمود

می‌باشد

چون AJ و BG میانه‌های

مربوط به دو مثلث متساوی الاضلاع

هستند با یکدیگر بر ابرند پس مثلث AJB به رأس J متساوی الاضافین

بوده و میانه JI از آن در عین حال بر قاعده AB عمود

است، به همین ترتیب نتیجه می‌شود که IJ بر CD نیز عمود

است. یال CD که بر دو خط متقاطع AJ و BJ از صفحه

AJB عمود است بر این صفحه عمود بوده و در نتیجه بر AB

نیز عمود است. در مثلث قائم الزاویه BIJ داریم:

$$IJ^2 = BJ^2 - BI^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{2a^2}{4} \text{ و } IJ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

ثانیاً ... صفحه P چون بر IJ عمود است با خطوط

AB و CD موازی است بنابراین AB و HF و GE و CD و EF و GH با

موازی می‌شوند، همچنین CD و EF و GH با AB موازی هستند

و چون CD و AB بر یکدیگر عمود هستند بنابراین چهارضلعی

$EFHG$ مربع مستطیل است.

کلاس ششم ریاضی

می شود :

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4} x \quad (\alpha)$$

معادله خط Δ با عرض از مبدأ h و عمود بر این نیمسازها
می شود :

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4} x + h$$

طولهای A و B نقاط تلاقی Δ با منحنی بالا ریشه های معادله

$$\frac{x^2 \pm 8}{4x} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4} x + h \quad \text{یا}$$

$$\pm x^2 \sqrt{17} + 4hx \mp 8 = 0$$

اگر I نقطه وسط AB باشد داریم

$$x_I = \frac{-2h}{\pm \sqrt{17}} = \frac{\mp 2h\sqrt{17}}{17} \quad \text{و} \quad y_I = \frac{17 \pm \sqrt{17}}{34} h$$

به سادگی محقق می شود که مختصات I در معادله (α) صدق می کند بنابراین نیمسازهای مجانب های منحنی عمود منصف قطعه خطهای AB بوده و در نتیجه محورهای تقارن منحنی می باشند

۳۹۳۶ - اولاً - دستگاه زیر را حل و بحث کنید :

$$\begin{cases} \cos y(\sin x + \cos x) = a \\ \cot y \cos x = b \end{cases}$$

ثانیاً - به ازاء $a = 1$ و $b = \frac{1}{2}$ مقادیر کلی ریشه های دستگاه را تعیین کنید.

حل - بین دو معادله اول و دوم y را بوسیله رابطه بین $\operatorname{tg} x$ و $\operatorname{tg} y$ حذف می کنیم و بعد معادله حاصل را بر حسب $\operatorname{tg} x$ مرتب می کنیم می شود :

$$(a^2 b^2 - b^2) \operatorname{tg}^2 x - 2b^2 \operatorname{tg} x + a^2 b^2 + a^2 - b^2 = 0$$

شرط اینکه این معادله دارای جواب باشد این است که

$$\Delta = -a^2 b^2 - a^2 + 2b^2 + 1 > 0 \Rightarrow$$

$$a^2 < \frac{2b^2 + 1}{b^2 + 1}$$

ثانیاً - به ازاء $a = 1$ و $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ معادله بالا به صورت زیر در می آید .

$$0 \times \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = \pm \infty & \text{و} \quad x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \operatorname{tg} x = 1 & \text{و} \quad x = k\pi + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

۳۹۳۵ - بفرض اینکه y تابع x باشد و داشته باشیم

$$2ax^3 y^2 - ax^2 y + x^4 - a^2 = 0$$

اولاً - مقدار a را چنان تعیین کنید که منحنی نمایش تابع y با خط به معادله $x = 4y$ مجانب باشد .

ثانیاً - به ازاء $a = 8$ نمایش هندسی تابع y را رسم کنید .

ثالثاً - معادلات نیمسازهای زوایای دو خط $x = 0$ و $x - 4y = 0$ را بدست آورده از راه محاسبه ثابت کنید که این نیمسازها محورهای تقارن منحنی می باشند .

حل - در معادله مفروض بجای x مفادیش y قرار می دهیم پس از اختصار داریم :

$$-32a + 256)y^4 - a^2 = 0$$

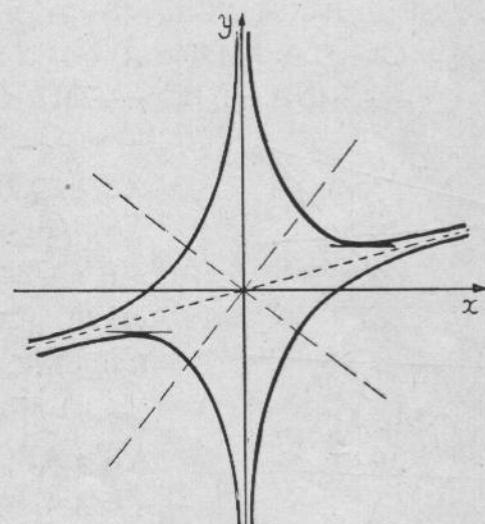
برای اینکه این معادله یک جواب بینهایت داشته باشد لازم و کافیست که :

$$256 - 32a = 0 \Rightarrow a = 8$$

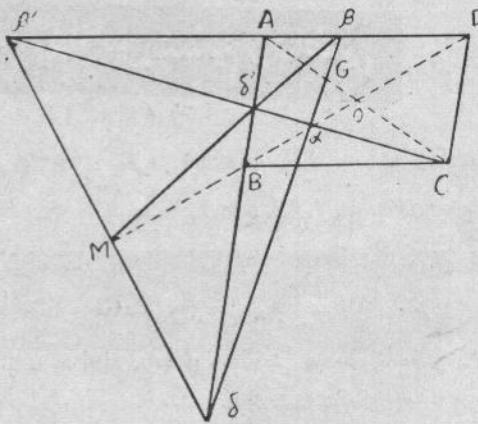
ثانیاً - به ازاء $a = 8$ از معادله مفروض مقدار y را بدست می آوریم بعد از اختصار می شود :

$$y = \frac{x^2 \pm 8}{4x}$$

دو تابع خواهیم داشت ، نسبت به هر یک جدول تغییرات را رسم کرده و منحنیهای مربوطه را در یک شکل رسم کنیم شکل زیر بدست خواهد آمد .



ثالثاً - معادلات نیمسازهای دو خط $x = 0$ و $x = 4y$ را رسم کنید .



- ۳۹۳۷ - سریق متوالی a و b و c را چنان تعیین کنید

که در مبنای m داشته باشیم.

$$(\overline{abc})_m - (\overline{cba})_m = (\overline{aa})_m + (\overline{bb})_m + (\overline{cc})_m$$

حل - داریم :

$$\begin{aligned} am^2 + bm + c - cm^2 - bm - a &= \\ am + a + bm + b + cm + c & \\ (a - c)(m - 1) &= a + b + c \end{aligned} \quad (1)$$

ویا اگر فرض کنیم :

$$c = x \quad b = x + 1 \quad a = x + 2$$

خواهیم داشت :

$$2(m - 1) = 3(x + 1)$$

$$m - 1 = 3 \quad m = 4 \quad \overline{abc} = 321$$

$$m - 1 = 6 \quad m = 7 \quad \overline{abc} = 543$$

$$m - 1 = 9 \quad m = 10 \quad \overline{abc} = 765$$

$$m - 1 = 12 \quad m = 13 \quad \overline{abc} = 987$$

- ۳۹۳۸ - به فرض اینکه داشته باشیم

$$(ab)^2 = 1 \quad (ay)^2 = 1$$

ثابت کنید که

$$(ab, ax+by)=1$$

حل - اگر عددی مانند d دو عبارت بالا را بشمرد پس چون ba را می بشمرد یا a و یا b را خواهد شمرد مثلاً a را بشمرد چون $ax+by$ را نیز می بشمرد و عدد x را هم می بشمرد بنابراین باید by را هم بشمرد . اما ممکن نیست d عدد by را بشمرد . چون عدد d عدد a را شمرده و a و b نسبت بهم اولند و از طرفی a و y هم اولند بنابراین d نمی تواند عدد b را بشمرد و همچنین d نمی تواند عدد y را بشمرد بنابراین عدد d نمی تواند عدد by را بشمرد دو عبارت بالا نسبت بهم اولند.

- ۳۹۳۹ - متوالی الاضلاع $ABCD$ مفروض است. اگر

G مرکز ثقل مثلث ABD باشد قاطع متغیر Δ که بر G گذشته ضلعهای BD و DA و AB را به ترتیب در α و β و γ قطع می کند خط $C\alpha$ خط AB را در δ و خط AD را در β' قطع می کند.

(1) ثابت کنید دو تقسیم

$$(\delta' \text{ و } \delta \text{ و } B \text{ و } A') \text{ و } (A \text{ و } D \text{ و } \beta \text{ و } \beta')$$

توافقی هستند.

(2) مکان هندسی نقاط تلاقی دو خط δ و β' و β را تعیین کنید.

حل : ۱) اگر O مرکز متوالی الاضلاع باشد داریم :

$$\frac{\overline{GA}}{\overline{GO}} = -2 \quad , \quad \frac{\overline{CA}}{\overline{CO}} = 2$$

$$\frac{\overline{GA}}{\overline{GO}} = -\frac{\overline{CA}}{\overline{CO}}$$

بنابراین چهار نقطه C و G و O و A تقسیم توافقی تشکیل داده و دستگاه اشمنه $(\alpha A, \alpha O, \alpha C, \alpha G)$ توافقی بوده و از تقطیع این اشمنه با خطوط AD و AB تقسیمهای توافقی پیدیده آید.

۲) اگر M نقطه تلاقی $'\delta$ و $'\beta$ باشد بنابرآنجه گفته شد دو دستگاه

$$(MA, MD, M\beta, M\beta') \text{ و } (MA, MB, M\delta', M\delta)$$

توافقی هستند و چون این دو دستگاه در سه ساعت هشتگره هستند بنابراین در چهارمین ساعت هم مشترک بوده و نتیجه می شود که M بر قطر BD قرار دارد یعنی مکان M خط BD می باشد.

۳۹۴۰ - تصویر نقطه d بر محور قائم و ۲ واحد بالای محور افقی کاغذ واقع است. تصویر نقطه a چهار واحد سمت راست محور قائم و ۵ واحد بالای محور افقی واقع است. تصویر افقی رقوم ۲ از صفحه P به شبیه یک ب محور افقی کاغذ منطبق بوده ترقی رقوم نقاط صفحه از بالا به پائین می باشد ، بر افقی رقوم ۲ از صفحه P دو نقطه M و N را چنان تعیین کنید که $|NA - NB|$ مینیمم و $|MA + MB|$ ماکریم باشد.

حل - اگر دونقطه

A و B و خط Δ در

یک صفحه واقع بوده و

هر دو نقطه A و B در

یک طرف Δ واقع باشند

چنانچه B' قرینه B

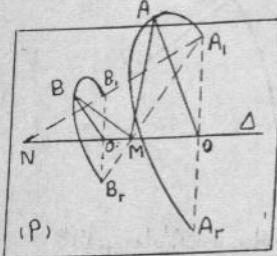
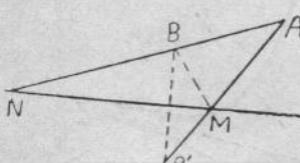
نسبت به Δ باشد چون

AB و AB' و

رسم شوند که Δ را به

ترتیب در NM قطع

کنند



$$a - c > b - c \quad (1)$$

$$a'(a - b) > b'(a - b) \quad (2)$$

از ضرب تقطیر به نظری طرفین روابط (1) و (2) حاصل می‌شود

$$a'(a - b)(a - c) + b'(b - c)(b - a) > 0$$

$$\text{از طرفی چون } a - b > c - a \text{ و } b - c > 0 \text{ هر دو متفق هستند بنابراین} \\ c'(c - b)(c - a) > 0$$

پس :

$$a'(a - b)(a - c) + b'(b - c)(b - a) + c'(c - b)(c - a) > 0$$

۳۹۴۴ - اگر $a = b = c$ سه عدد مثبت باشند صحت نامساوی زیر را تحقیق کنید.

$$a^2 + b^2 + c^2 > \frac{1}{2}[bc(b+c) + ac(a+c) + ab(a+b)]$$

حل - می‌دانیم که :

$$(a - b)^2 > 0 \Rightarrow (a^2 - ab + b^2) > ab$$

طرفین این رابطه را در $(b+a)$ ضرب می‌کنیم

$$a^2 + b^2 > ab(a+b)$$

و به همین ترتیب خواهیم داشت :

$$a^2 + c^2 > ac(a+c) \text{ و } b^2 + c^2 > bc(b+c)$$

از جمع تقطیر به نظری طرفین سه نامساوی بالا و بعد از اختصار، نامساوی مطلوب حاصل می‌شود

۳۹۴۵ - ثابت کنید که ریشه‌های معادله :

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$$

اگر تصاعد حسابی تشکیل دهنده داریم :

$$p^4 - 4pq + 8r = 0$$

و اگر تصاعد هندسی بساند داریم $p^4 s = r^4$

حل - اگر $x_1 = \alpha + d$ و $x_2 = \alpha - d$ و $x_3 = \alpha - 3d$ و $x_4 = \alpha + 3d$ ریشه‌های معادله فوق باشند داریم :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4\alpha = -p \\ x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = 6\alpha^2 - 10d^2 = q \\ x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_2 x_3 x_4 + x_1 x_3 x_4 = 4\alpha^3 - 2\alpha d^3 = -r \end{cases}$$

از حذف α و d بین سه رابطه اخیر حاصل می‌شود :

$$p^4 - 4pq + 8r = 0$$

اگر ریشه‌های معادله تصاعد هندسی تشکیل دهنده داریم :

$$x_4 = aK^4 \text{ و } x_2 = aK^2 \text{ و } x_1 = a$$

و با استفاده از روابط بین ضرایب و ریشه‌ها می‌توان نوشت :

مینیمم و $|NA - NB|$ ماکزیمم می‌باشد.

حال اگر A و B در خارج صفحه P واقع بوده و خطی از صفحه P باشد، بر AB دایره‌های O و O' را چنان رسم می‌کنیم که مرکزهای آنها بر Δ واقع بوده صفحات آنها بر Δ عمود باشد. این دایره‌ها صفحه P را به ترتیب در B, B_1, A, A_1 و $MB_1 - MB$ می‌باشد و $MA = MA_1$ انتخاب شود. هر نقطه M که بر Δ باشد دارای $MA + MB$ مینیمم و $MA_1 + MB_1$ ماکزیمم $|NA - NB|$ باشد. این صورت $MA + MB$ مینیمم و $MA_1 + MB_1$ ماکزیمم خواهد بود.

باتوجه به راه حل بالا، اپور مربوط به سادگی رسم می‌شود مخصوصاً اینکه صفحاتی که بر a_1 و b_1 گذشته برافقیه رقوم ۲ صفحه P عمود شوند صفحات قائم می‌باشند.

مسائل متغیر قله

۳۹۴۶ - نقطه‌های B و A و C به ترتیب بر یک محور x قرار دارند؛ ثابت کنید که بر این محور دو نقطه M و N می‌توان یافت بقسمی که :

$$\begin{cases} \overline{AM} \cdot \overline{BM} + \overline{BM} \cdot \overline{CM} + \overline{CM} \cdot \overline{AM} = 0 \\ \overline{AN} \cdot \overline{BN} + \overline{BN} \cdot \overline{CN} + \overline{CN} \cdot \overline{AN} = 0 \end{cases}$$

حل - اگر طولهای نقطه‌های A و B و C را به ترتیب a و b و c اختیار کنیم کافیست ثابت کنیم که معادله درجه دوم:

f(x) = (x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0

دارای دوریشه متمایز است، که این ریشه‌ها طولهای نقطه‌های M و N خواهد بود. داریم :

f(a) = (a - b)(a - c) = -(\overline{CA} \cdot \overline{AB})

و چون دو بردار \overrightarrow{CA} و \overrightarrow{AB} همجهت هستند بنابراین $f(a) < 0$ بوده و چون ضریب x در معادله درجه دوم مثبت است بنابراین معادله دارای دو جواب متمایز است یعنی دو نقطه M و N در هر حال وجود دارند.

۳۹۴۷ - اگر داشته باشیم $a > b > c$ ثابت کنید :

$$a'(a - b)(a - c) + b'(b - c)(b - a) + c'(c - a)(c - b) > 0$$

حل - با استفاده از روابط فرض داریم :

ثالثاً - اگر فرض کنیم $v = \cos^1 x$ و $u = \sin^1 x$ داریم

$$\frac{\sin^1 x + \cos^1 x}{5} - \frac{\sin^1 x + \cos^1 x}{2} + \frac{\cos^1 x + \cos^1 x}{3}$$

$$= \frac{1}{2} S_5 - \frac{1}{2} S_4 + \frac{1}{3} S_3$$

چون ضرایب $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ در رابطه شرطی (۲) صدق می‌کنند
پس این رابطه مستقل از x خواهد بود و مقدارش می‌شود.

$$a+b+c = \frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$$

-۳۹۴۶ x_1 عددی است مخالف -1 و 0 و 1 ، رشتة

اعداد زیر را در نظر می‌گیریم :

$$x_1 \text{ و } x_2 = \frac{1+x_1}{1-x_1} \text{ و } x_n = \frac{1+x_{n-1}}{1-x_{n-1}} \text{ و } \dots \text{ و }$$

ثابت کنید هرچه باشد $n \geq 1$ داریم :

$$x_{n+2} \times x_n = -1$$

و از آن نتیجه بگیرید که رشتة اعداد x_1 و x_2 و x_3 و \dots و x_n یک رشتة تناوبی است. پنج جمله اول این رشتة را وقتی که $x_1 = \sqrt{-1}$ است بنویسید.

حل - بنابر قانون تشکیل جمله‌های رشتة داریم.

$$x_{n+1} = \frac{1+x_n}{1-x_n} \text{ و } x_{n+2} = \frac{1+x_{n+1}}{1-x_{n+1}}$$

$$x_{n+2} = \frac{1+\frac{1+x_n}{1-x_n}}{1-\frac{1+x_n}{1-x_n}} = \dots = -\frac{1}{x_n}$$

یعنی اینکه $x_{n+2} x_n = -1$ و بنابر این رابطه با توجه به اینکه n عدد صحیح مثبت است نتیجه می‌گیریم که

$$x_n \cdot x_{n+2} = x_{n+2} x_n = -1$$

و چون بنا به فرض که $(x_1 \neq -1)$ است هیچیک از جمله‌های x_n صفر نیست بنابر این داریم $x_n = x_{n+4}$ و این رابطه نشان می‌دهد که جمله‌های رشتة متناوباً تکرار می‌شود.
اگر $x_1 = \sqrt{-1}$ اختیار شود بعد از محاسبات لازم واختصار خواهیم داشت :

$$x_2 = \sqrt{-1} + 1 \text{ و } x_3 = -\sqrt{-1} + 1 \text{ و } x_4 = \sqrt{-1} - 1 = x_1$$

و بعد از آن جمله‌ها به ترتیب تکرار می‌شوند.

-۳۹۴۷ بر خط xy سه نقطه A و B و C به همین ترتیب مفروض است. نیمدايره‌های (O) و (O') را در طرفین

$$\begin{cases} a(1+K+K'+K') = -p \\ a'K'(1+K+K'+K') = -r \\ a''K'' = s \end{cases}$$

اگر K و a را بین این سه رابطه حذف کنیم می‌شود :

$$p's = r'$$

$-3945 - u$ و v عدد جبری هستند که در رابطه $u+v = 1$ صدق می‌کنند، در صورتی که داشته باشیم :

$$u \cdot v = Z \text{ و } u^n + v^n = S_n$$

اولاً روابط زیر را ثابت کنید :

$$S_n = S_{n-1} - Z \cdot S_{n-2}$$

واز روی آنها عبارتهاي S_2 و S_4 و S_6 را بر حسب حساب کنید.

ثانیاً رابطه زیر را در نظر می‌گیریم :

$$E = aS_6 + bS_4 + cS_2$$

چه رابطه بین a و b و c برقرار باشد تا اینکه E مستقل از Z گردد (هرچه باشد u و v)

ثالثاً - ثابت کنید حاصل عبارت زیر برابر مقدار ثابتی است و این مقدار ثابت را حساب کنید.

$$B = \frac{\sin^1 x + \cos^1 x}{2} - \frac{\sin^1 x + \cos^1 x}{2} + \frac{\sin^1 x + \cos^1 x}{3}$$

حل - دو رابطه زیر را نوشته و عضو به عضو درهم ضرب

می‌کنیم :

$$\begin{cases} u^{n-1} + v^{n-1} = S_{n-1} \\ u + v = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$u^n + v^n + uv(u^{n-2} + v^{n-2}) = S_{n-1}$$

که پس از ساده کردن می‌شود :

$$S_n = S_{n-1} - ZS_{n-2} \quad (1)$$

چون $2 = S_2 = 1$ و $S_1 = 1$ از روی رابطه (۱) نتیجه می‌شود .

$$S_2 = 1 - 2Z \text{ و } S_4 = 1 - 4Z + 2Z^2$$

$$S_6 = 1 - 5Z + 5Z^2$$

ثانیاً - اگر در رابطه E به جای S_2 و S_4 و S_6

مقدارشان را بر حسب Z قرار دهیم نتیجه می‌شود :

$$E = a + b + c - (5a + 4b + 2c)Z + (5a + 2b)Z^2$$

برای اینکه این رابطه مستقل از Z باشد باید داشته باشیم

$$\begin{cases} 5a + 4b + 2c = 0 \\ 5a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow 5a = -2b = 3c \quad (2)$$

واقع است که عبارتست از کمان P_1P_2
۳۹۴۸ - الف - اهرم زانودار AOB از دو شاخه
عمود بر هم تشکیل شده است!

$$BO = 10\text{cm} \quad AO = 8\text{cm}$$

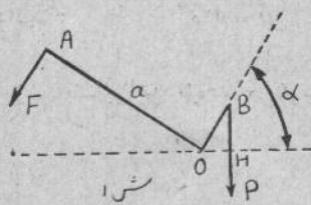
این اهرم حول محوری که در نقطه O بر صفحه شکل عمود است حرکت می کند. شاخه OB در ابتدا افقی است و نقطه A بالای O قرار گرفته است. به نقطه B وزنه ای به وزن 100 نیوتن آویزان می کنیم و بـ نقطه A نیروی برابر F وارد می کنیم. این نیرو دائم بر OA عمود است مقدار F را هنگامی که تعادل برقرار است و OB با افق زوایای زیر را می سازد تعیین کنید:

$$\alpha = 90^\circ \text{ و } 60^\circ \text{ و } 45^\circ \text{ و } 30^\circ$$

ب - اهرم زانودار دیگر $A'O'B'$ از دوشاخه تشکیل شده است که باهم زاویه 150° درجه می سازند. این اهرم نیز حول محوری که در نقطه O بر صفحه کاغذ عمود است حرکت می کند. شاخه $O'B'$ افقی است و $A'O' = 2O'B'$. به A' و B' دو وزنه P_1 و P_2 آویزان می کنیم. نسبت این دو وزنه چقدر باشد تا اهرم به حال تعادل قرار گیرد.

حل - الف - اهرم زانودار AOB دستگاهی را تشکیل می دهد که حول محور افقی که از O می گذرد حرکت می کند. این اهرم تحت اثر دونیرو است که دریک سطح واقعند (شکل ۱):

۱ - وزن \vec{P} که بر انتهای B وارد می شود و امتداد آن



قائم است.
۲ - نیروی \vec{F} که بر انتهای A وارد OA می شود و عمود بر OA است.

برای اینکه اهرم

بتواند حول نقطه O بجرخد در حالت تعادل رابطه زین برقرار است:

$$P \times OH = F \times OA$$

(معمولا می گویند که گشتاورهای نیروهای \vec{F} و \vec{P} نسبت به محوری که از O می گذرد برابر و مختلف الجهتند).

$$F = P \times \frac{b}{a} \cos \alpha \quad \text{یا}$$

داریم:

$$a = 80\text{cm} = 0.8\text{m} \quad b = 10\text{cm} = 0.1\text{m} \quad P = 100\text{N}$$

xy به قطرهای $AB = 2R$ و $A'B' = 2R'$ رسم می کنیم. نقطه دلخواه H را بر قطعه خط AB اختیار کرده در این نقطه عمودی بر xy رسم می کنیم که (O) و (O') را به ترتیب در M و M' قطع قطع می کند.

۱) ثابت کنید که نسبت $\frac{AM}{AM'} = \frac{AH}{AB}$ برابر مقدار ثابت است و به وضع نقطه H روی AB بستگی ندارد.

۲) اگر P نقطه تلاقی خطوط BM و $B'M'$ باشد وقتی که H قطعه خط AB را پیماید مکان P را تعیین کنید.

حل - چون دو مثلث AMB و $AM'B'$ قائم الزاویه اند بنابراین می توان نوشت:

$$AM = AH \times AB = 2R \cdot AH$$

$$AM' = AH \times AB' = 2R' \cdot AH$$

از تقسیم طرفین دورایطه (۱) و (۲) بر یکدیگر حاصل می شود

$$\frac{AM}{AM'} = \frac{R}{R'} \Rightarrow \frac{AM}{AM'} = \sqrt{\frac{R}{R'}} = Cte$$

(۲) اگر P نقطه ای از نیمدايرة به قطر AB باشد که تصویر آن بر این قطر B باشد، نقطه دلخواهی از AB و P نقاط تقطیع BM و $B'M'$ باشد خطوط $B'M'$ و BM

به ترتیب داخل زاویه های $BB'P$ و $B'BP$ واقع بوده و هر جا باشد نقطه P داخل زاویه $BB'P$ باقی می ماند. زاویه های AMP و AMP' قائم هستند پس چهار ضلعی $AMPM'$ محاطی بوده و داریم:

$$APM = AM'H \quad \text{یا} \quad APB = AM'H$$

$$AM'H = AB'M' \quad \text{یا} \quad AB'P$$

$$\Rightarrow APB = AB'P$$

دو مثلث APB و APB' متشابه بوده و داریم

$$\frac{AP}{AP'} = \frac{AB}{AB'} \quad \text{یا} \quad AP^2 = AB \cdot AB' = 4RR'$$

و در مثلث قائم الزاویه APB' می توانیم بنویسیم

$$AP^2 = AB \cdot AB' = 4RR' \Rightarrow AP = AP'$$

یعنی P به دایرة به مرکز A و به شعاع AP تعلق دارد و چون P داخل زاویه $BB'P$ قرار دارد بنابراین مکان P کمانی از دایرة (A) است که داخل زاویه مزبور

بنابراین :

$$F = 100 \times \frac{0/10}{0/80} \cos\alpha = 12/5 \cos\alpha \text{ N}$$

جدول زیر مقادیر F را به ازای مقادیر مختلف α می‌دهد :

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
F	$12/5$	$10/5$	$8/84$	$6/25$	0

ب - اهرم زانودار

$A'O'B'$ تحت اثر دو نیرو است (شکل ۲) :

وزن \vec{P}_1 مؤثر بر نقطه

A' ؛ وزن \vec{P}_2 مؤثر

بر نقطه B' . وقتی که تعادل برقرار است می‌توان نوشت:

$$P_1 \times O'H = P_2 \times O'B'$$

$$P_1 \times a' \cos\alpha = P_2 \times b'$$

بنابراین نسبت دو نیرو:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{b'}{a' \cos\alpha}$$

$$a' = 2b' \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \alpha = 30^\circ \quad \text{داریم:}$$

بنابراین نتیجه می‌شود که:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

۳۹۴۹ - دو منبع نورانی در نقاط A و B قرار دارند.

شدت نور این دو منبع به ترتیب I و I' است. حول نقطه O وسط AB ، میله‌ای به طول $OC = OA$ می‌چرخد، به نقطه C انتهای این میله پرده کوچکی چنان نصب شده که همیشه عمود بر AB است. زاویه $\angle COB = \omega$ را چنان پیدا کنید که به ازای آن، دوطرف پرده روشنیهای متساوی از دومنبع دریافت کنند.

$$\frac{I}{I'} = \sqrt{3} \quad \text{داریم:}$$

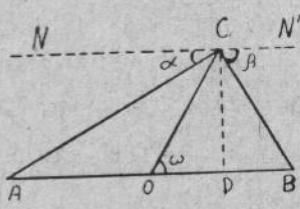
حل - شدت نور A بیشتر از شدت نور B است. بنابراین نقطه C به نقطه B نزدیکتر است تا به نقطه A ، فاصله AC را به d و CB را به d' نمایش می‌دهیم. بدیهی است که مثلث ACB در اساس C قائم است.

زاویه‌ای که شعاع تابش AC با خط عمود بر پرده یعنی CN

$$\cdot \frac{\omega}{2} \text{ می‌سازد برابر است با}$$

شدت روشنایی حاصل از A بر پرده C :

$$E_A = \frac{I}{d} \cos\alpha = \frac{I}{d} \cos \frac{\omega}{2}$$



شدت روشنایی حاصل از B بر پرده C :

$$E_B = \frac{I'}{d'} \cos\beta = \frac{I'}{d} \sin \frac{\omega}{2}$$

(مقدار زاویه β را خواننده پیدا خواهد نمود).

از تساوی این دو خواهیم داشت:

$$\frac{I}{d} \cos \frac{\omega}{2} = \frac{I'}{d} \sin \frac{\omega}{2} \Rightarrow \frac{Id''}{I'd} = \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \quad (1)$$

از طرفی می‌توان d و d' را بر حسب α بدست آورد:

$$d' = \frac{CD}{\cos \frac{\omega}{2}} \quad , \quad d = \frac{CD}{\sin \frac{\omega}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{d''}{d} = \frac{\sin \frac{\omega}{2}}{\cos \frac{\omega}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}$$

بنابراین تساوی (1) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{I}{I'} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} = \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} = \frac{I'}{I} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{یعنی } \frac{\omega}{2} = 30^\circ \text{ یا } \omega = 60^\circ$$

۳۹۵۰ - به انتهای فنری که ضریب افزایش طول آن برای راست با K وزنهای به جرم m آویزان می‌کنیم. افزایش طول فنر بر اثر این وزنه برابر است با ۱.

وقتی که تعادل برقرار شد با دست وزنه m را می‌گیریم و آن را در امتداد قائم به طرف پایین می‌کشیم. بر اثر این کار طول فنر به اندازه \times افزایش پیدا می‌کند. بعد دستگاه را بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. حرکت نقطه m را بررسی کنید. از جرم فنر صرف نظر کنید.

جرم m را رها می‌کنیم. معادله حرکت m را بنویسید بهفرض آنکه در لحظه $t=0$ این جرم به طرف بالا حرکت می‌کند

در ۲ سانتیمتری زیر محل تعادلش باشد داریم :

$$g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$f = mg = kx$$

حل-

را بر حسب کیلوگرم و x را بر حسب متر بکار می‌بریم

در این صورت

$$k = 19.6 \text{ N}$$

و بر طبق حل مسئله ۳۹۵۰

$$\omega = \sqrt{\frac{19.6}{0.1}} = 14$$

$$x_0 = 4 \text{ cm}$$

دامنه نوسان :

در لحظه $t=0$ $x=2 \text{ cm}$, $t=0$ است پس

$$\varphi = 4 \sin(0 - \varphi)$$

برای φ دومقدار بدست می‌آید :

$$\varphi = -\frac{2\pi}{3} \quad \text{و} \quad \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

اما در این لحظه سرعت نیز باید منفی باشد. بنابراین

سرعت را حساب می‌کنیم :

$$v = \frac{dx}{dt} = x_0 \omega \cos(\omega t - \varphi)$$

$$v_0 = x_0 \omega \cos \varphi$$

در لحظه $t=0$:

$$v_0 = x_0 \omega \cos \left(-\frac{2\pi}{3} \right) = \frac{2\pi}{3} \text{ m/s}$$

قابل قبول مسئله $\frac{2\pi}{3} \text{ m/s}$ است.

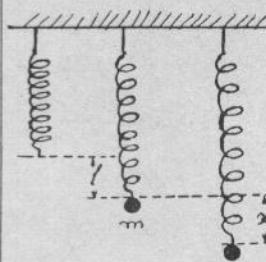
$$x = 4 \sin \left(14t + \frac{2\pi}{3} \right) \quad \text{و معادله حرکت}$$

زمان تناوب این حرکت:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.458 \text{ s}$$

۳۹۵۲ - میله Ox در نقطه O بر میله قائم y عمود

است دستگاه حول 'yy' می‌چرخد. روی دو فنر OA_1 و OA_2 بدون اصطکاک می‌توانند بلغند. فنر OA_1 در نقطه A_1 به میله $y'y$ و در نقطه A_1 به جرم نقطه‌ای شکل A_2 متصل است. فنر OA_2 در نقطه A_1 به جرم A_1 و در نقطه A_2 به جرم نقطه‌ای شکل A_2 متصل است.



حل- افزایش طول فنر متناسب با وزن‌های است که به آن اضافه شده است. بنابراین نیروی کشنش فنر قبل از اثر دست برابر است با

$$(1) \quad T = kl = mg$$

پس از آنکه دست وزنه را به طرف

پایین کشید نیروی کشنش فنر افزایش می‌یابد:

$$T_1 = k(l+x_0)$$

اکنون T_1 از mg بزرگتر است؛ بنابراین اگر وزنه را رها کنیم وزنه به طرف بالا حرکت خواهد کرد. وزنه را رها می‌کنیم. دریک لحظه که این وزنه بدهاصله x از محل تعادلش قرار دارد (محل تعادلش جایی است که قبل از آنکه بادست وزنه را به طرف پایین بکشیم وزنه در آنجا قرار داشت) تحت اثر دو نیرو است:

$$\text{نیروی } T = k(l+x) \text{ و نیروی کشنش فنر } T = k(l+x)$$

این وزنه تحت اثر برآیند این دو نیرو حرکت می‌کند:

$$f = T - mg = kx$$

اگر x به طرف پایین باشد نیرو به طرف بالا است و اگر x به طرف بالا باشد نیرو به طرف پایین است. بنابراین علامت x و f با هم متفاوت است و می‌توان نوشت:

$$f = -kx$$

پس بر طبق آنچه در فیزیک کلاس ششم دیروستان خوانده‌ایم حرکت وزنه حرکتی است نوسانی که زمان تناوب آن

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

و معادله حرکت $x = x_0 \sin(\omega t - \varphi)$ است.

در لحظه $t=0$ جرم m از محلی می‌گذرد که $x=0$

است پس $(\varphi = 0)$ یعنی $x_0 \sin(\omega t - 0) = x_0 \sin \omega t$ (یا $\varphi = \pi$) است. $x = x_0 \sin \omega t$ و معادله حرکت است.

اما اگر در لحظه $t=0$ جرم m در محلی بود که

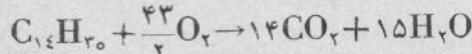
$x = x_0$ است در این صورت معادله حرکت :

$$x = x_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{یا} \quad x = x_0 \cos \omega t$$

۳۹۵۱ - اگر وزنه ای به جرم 50 g به فنری آویزان شود طول فنر 25 mm افزایش پیدامی کند. به این فنر وزن‌های به جرم 100 g می‌آویزیم. پس از آنکه تعادل برقرار شد وزنه را بادست می‌گیریم و در امتداد قائم به طرف پایین می‌کشیم تا بر اثر این کار 4 cm به طول فنر اضافه شود. بعده

می شود به فرض اینکه از احتراق هر گروه $(-\text{CH}_2)$ ، ۱۵۷ کیلو کالری واز احتراق هر گروه $(-\text{CH}_3)$ ، ۱۸۶ کیلو کالری گرما تولید شود.

حل- اولاً مقدار اکسیژن لازم برای احتراق یک ملکول گرم تیدرو کر بور مزبور بنایه فرمول



از رابطه زیر بدست می آید.

$$\frac{688 \times 764}{198} \text{ گرم} \# 2654$$

ثانیاً بنابر مفروضات مسئله، گرمای سوختن یک ملکول

گرم $\text{C}_{14}\text{H}_{30}$ برابر با :

$$186 \times 2 = 372$$

کیلو کالری

$$157 \times 12 = 1884$$

کیلو کالری

$$1884 + 372 = 2256$$

کیلو کالری

بوده و جرم مخصوص این تیدرو کر بور $0/764$ گرم و جرم یک لیتر آن برابر $764/764 \times 1000 = 1000$ است در نتیجه حرارت حاصل از احتراق یک لیتر آن برابر می شود با:

$$\frac{2256 \times 764}{198} \text{ کیلو کالری} \# 8705$$

۳۹۵۴- نسبت درصد کربن و تیدرزن در یک تیدرو-

کر بور به قرار ذیر است:

$$\text{کربن : \% } 82/7 \quad \text{تیدرزن : \% } 17/3$$

برای تعیین جرم ملکولی تیدرو کر بور، تحت شرایط 22° حرارت و 739 میلیمتر جیوه فشار، بالونی را از آن پر کرده وزن می کنیم، وزن آن $195/10$ گرم می شود. بالون را از گاز خالی کرده مجدداً وزن آن را پیدا می کنیم، $194/52$ گرم می شود. بار دیگر بالون را از آب پر کرده وزن می کنیم وزن آن $444/50$ گرم می شود. فرمول کلی تیدرو کر بور را پیدا کنید و گستردۀ ایزو مرها را آن را بنویسید.

حل- جرم گاز موجود در بالون:

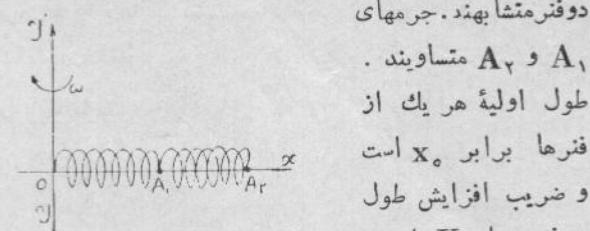
$$195/10 - 194/52 = 0/51 \text{ gr}$$

جرم آب موجود در بالون:

$$444/50 - 194/52 = 249/98 \# 250 \text{ gr}$$

وچون جرم مخصوص آب یک گرم در سانتیمتر مکعب است حجم بالون خواهد شد:

$$V = \frac{M}{D} = \frac{250 \text{ gr}}{1 \text{ gr}} = 250 \text{ cm}^3$$



دو قدر متاشبهند. جرم‌های A_1 و A_2 متساویند.
طول اولیه هر یک از فرها برابر x است و ضریب افزایش طول هر فر برابر K است

در دستگاه MKS علمی: واحد $m = 0/05 \text{ kg}$ و $K = 5 \text{ N/m}$

$$x_0 = 0/142 \text{ m}$$

دستگاه با سرعت زاویه‌ای ω رادیان بر ثانیه حول محور y' می‌چرخد. طول فر OA_1 برابر x_1 و طول فر OA_2 برابر x_2 می‌شود x_1 و x_2 را حساب کنید.

ابتدا فرض کنید که $a = \frac{K}{m\omega^2}$ است. مقدار عددی x_2 را به فرض آنکه $\omega = 10 \text{ rad/s}$ است بدست آورید.

حل- جرم A_2 تحت اثر نیروی کشش T_2 فر A_1A_2 و نیروی گریز از مرکز f_2 در حال تعادل است:

$$k(x_2 - x_0) = m\omega^2(x_1 + x_2)$$

$$a(x_2 - x_0) = x_1 + x_2$$

$$(1) (a - 1)x_2 - x_1 = ax_0$$

جرم A_1 تحت اثر نیروی کشش T_1 فر OA_1 و نیروی کشش T_2 و نیروی گریز از مرکز f_1 در حال تعادل است:

$$k(x_1 - x_0) = k(x_2 - x_0) + m\omega^2 x_1$$

$$a(x_1 - x_0) = a(x_2 - x_0) + x_1$$

$$(2) ax_1 - (a - 1)x_0 = 0$$

از حل دستگاه معادلات (1) و (2) بدست می آید.

$$x_1 = \frac{a^2}{a^2 - 3a + 1} x_0 \quad x_2 = \frac{a^2 - a}{a^2 - 3a + 1} x_0$$

مقادیر عددی: $a = 10$ ، $x_0 = 142 \text{ mm}$ ، $x_1 = 200 \text{ mm}$ و $x_2 = 180 \text{ mm}$

یعنی افزایش طول فر OA_1 برابر $5/8 \text{ cm}$ و افزایش طول فر A_1A_2 برابر $3/8 \text{ cm}$ خواهد بود.

۳۹۵۳- هر گاه موشکی از نفت واکسیژن مایع سوخت گیری کرده باشد.

اولاً تعیین کنید برای احتراق کامل یک لیتر نفت چه مقدار اکسیژن لازم دارد به فرض اینکه فرمول متوسط نفت $C_{14}\text{H}_{30}$ نرمال باشد.

ثانیاً از احتراق یک لیتر نفت چه مقدار گرما تولید

محمد محمدی بیات - ناصر شاه ولی - هادی جرگه - احمد فروتن
منوچهر گوهر ریزی - نعمت الله مقدم - فاطمه گلستانزاده - مسعود
حبیب الله زاده - هوشمند پزشکی - کامران قادری - فرشاد محمدی
احمد جناتی - عباس طلائی زاده - حجت الله با بائی - جمال الدین
حریری - مهرداد عاملی - محمد رضا بر قمی - امان الله امین نیا
حسین علوی - نادری - ابراهیم مهرعلی - خسرو جمشیدی -
شهاب اجلی - فریبیز رسیدی - اکبر دوستدار - سیروس مریوانی
محمد صادق نهادنی - نصر الله صائبی - روزف صالح - حسن فیضی
آذر - عیسی خندانی - حسین قاضی زاده - حسین خبازیان - بهمن
ذوقن - شهریار دیانت - علی اکبر نظریان - سید محمد رضا مرعشی
خسرو جعفریان دیو کلائی - مهدی خرم - مجید تر کمانی -
اصغر صحت - زکریا میربرگ کار - محمود عبادی - محسن هاشمی
نزاد - عبدالجیم فوید - سید علی عمومی - فصیر زادی مقدم -
اصغر شریفی - مظاہر امینی - منصور ذوقی - چنگیز آرومیه -
رمضان اصغر پور - مرتضی سیف - محمد بلوریان - محمد مقدسی
حسن جعفری .

مربوط به مسائل کلاس‌های ششم

سید جمال آشفته - محمد رضا یزدان - سید مصطفی پرتوی
اسکوئی - سلیمان نصرت آبادی - فرهنگ اموری - هماراپوش -
حیر صادقی - عیدی محمد با بادی - منوچهر گوهر ریزی -
حجت الله با بائی - مهرداد عاملی - پرویز دیده وری -
ابوالحسن رده - امان الله امین نیا - چنگیز آزادی - بهروز گودرزیان
جمشید موری - حسین خدا بخشی - شهاب اجلی - مسعود فتاحی
سیروس مریوانی - علی اکبر صنعتی - نصر الله صائبی - حسن فیض
آذر - مقصود صلاحی - عیسی خندانی - پرویز بربری - شاهرخ
میر میرانی - مجید تر کمانی - اصغر صحت - محمود عبادی - محسن
هاشمی نژاد - حسنعلی فرزین - یوسف زینعلی - مسعود اکرامی -
منصور ذوقی - چنگیز آرومیه - رمضان اصغر پور - احمد کلاهی
شبستری - محمد بلوریان - جواد صالحی - محمد مقدسی .

مربوط به مسائل متفرقه

خیر الله خندانی - سید رضا میرزندہ دل - محمد رضا یزدان
سید مصطفی پرتوی اسکوئی - غلامرضا قلی خمسه - حسن دوامی -
هادی جرگه - مسعود حبیب الله زاده - منوچهر حاج آقا زاده -
حجت الله با بائی - جمشید موری - حسن چاکری - ابوالحسن رده
امان الله امین نیا - بهروز گودرزیان - حسین علوی -
اکبر دوستدار - قادر افتخاری - سیروس مریوانی - محمد صادق
نهادنی - علی اکبر صنعتی - حسن فیض آذر - مقصود صلاحی -
عیسی خندانی - محمد علی دلنواز - خسرو جعفریان دیو کلائی
مجید تر کمانی - اصغر صحت - محمود عبادی - محسن هاشمی نژاد
نصیر زادی مقدم - ایوب فروزنده - محمد رضا بلوریان - چنگیز
آرومیه - احمد کلاهی شبستری - جمشید لطفی جواد صالحی -
حسن جعفری .

حجم گاز موجود در بالون تحت شرایط متعارفی :

$$V = \frac{P \cdot V}{P_0(1 + \alpha t)} = \frac{739 \times 250}{760(1 + \frac{22}{273})} = \dots \# 224 \text{ cm}^3$$

جرم ملکولی تیدروکر بور خواهد شد

$$M = \frac{22400 \times 0 / 58}{224} = 58$$

ساده‌ترین فرمول یافرمول تجدی تیدروکر بور از تقسیم
درصد کربن و گیدرژن بر جرم اتمی آنها بدست می‌آید .

$$\begin{array}{c} 82/7 \\ \quad | \\ 12 \end{array} = \begin{array}{c} 6/9 \\ \quad | \\ 11 \end{array} = 2$$

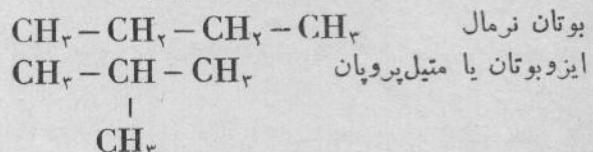
یا یا

$$\begin{array}{c} 17/3 \\ \quad | \\ 1 \end{array} = \begin{array}{c} 2/5 \\ \quad | \\ 17/3 \end{array} = 5$$

پس فرمول تیدروکر بور خواهد شد :

$$(C_6H_5)_n = 58 , 29n = 58 , n = 2$$

بوتان : این تیدروکر بور دارای دوازده اتمی از فرمولهای :



پاسخهای درست رسمیله

مربوط به مسائل کلاس‌های چهارم

خسرو مرادی حقگو - هوشنگ حبیب الله زاده - حسن
دوامی - حسین منصوری - سعید سید منصوری - خسرو کلانتری
ناصر حاتمی - رضا نامور - رضا خرمشاه - فریبرز فرارونی -
مسعود حبیب الله زاده - احمد دیبا - حسن کاظمی آملی - حسن
سلیمانی - داریوش کامیاب - علیرضا تقی پور - علیرضا کمالی
ایرج شریعت - حسن گل محمدی - قادر افتخاری - علیرضا کمالی
جهفر شفاقی - بهنام صادق زاده - روح الله قادری - جلیل روحانی فرد
احمد ماجدی - جمیل اکرامی - مهریار دیانت - محمد رضا
بلوریان - کریم معلمی - جمشید لطفی .

مربوط به مسائل کلاس‌های پنجم

حسن قلی بیکیان - جلال اشجاعی - حسین نوری - اعظم
آشفته - سید رضا میرزندہ دل - حسین اسدی پور - همت طیبی -
احمد عالمگیر - پرویز مرادی حقگو - سلیمان نصرت آبادی
اعظم صمد نوری - علی اصغر اسکندر بیاتی - شهردخت محب زاده
جهفر آقا خانی - حسن دوامی - محمد باقر حاج آقا زاده - آلدابتسر
شهناز سهیلی - ابوالفضل بهادری - غلامرضا دوامی - مهدی قات پور

از میان نامه‌های رسیده

- ... برای اینکه در حل مسائل ورزیده شویم باید :
- مطالب درسی مربوط را به خوبی فهمیده باشیم .
 - مسئله و مقصود از آن را دقیقاً درک کنیم .
 - اگر در حل مسئله به اشکال پرخوردم ، از دیر پنهانیم که ما را راهنمایی کند یا اینکه حل کامل مسئله را بدما حالی کند . در این صورت حل مسئله برای همیشه در خاطر ما می‌ماند . اما اگر به حل المسئله مراجعه کنیم پس از چند روز حل مسئله را فراموش می‌کنیم .

آقای محمدجواد عطاری از ارائه نامه مفصلی پیرامون گفتگوی دورمیز گردنوشته‌اند که خلاصه آن به شرح زیر می‌باشد .

... علت عدمه استقبال محصلین از کتابهای حل المسائل آنست که اگر محصلی توانسته باشد مسئله کتاب را شخصاً حل کند و پای تخته سیاه از حل آن عاجز بماند در حضور هم‌شاگردیهای خود مورد سرزنش معلم واقع می‌شود . از این جهت ترجیح می‌دهد با استفاده از حل المسئله حل مسئله را حفظ کرده همچون نوار ضبط صوت بازگو کند .

ماتریس (بقيه از صفحه ۴)

را تعویض نمود یعنی عمل ضرب ماتریسها مستقل از ترتیب عوامل نیست :

$$(A) \cdot (B) \neq (B) \cdot (A)$$

ولی سایر خواص حاصل ضرب اعداد در ماتریسها برقرار است .

تمرین : حاصل ضربهای زیر را تعیین کنید .

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

تمرین ۳ - حاصل عبارتهاي زير را تعين کنيد .

$$x = 3 \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$x = \pi \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 20 & 16 & -19 \\ 2 & 2 & -2 \\ -34 & -28 & 33 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 6 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

مثال ۸ -

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = \begin{pmatrix} b_1 a_1 + b_2 a_2 + \dots + b_n a_n \\ b_1 a_1 + b_2 a_2 + \dots + b_n a_n \\ b_1 a_1 + b_2 a_2 + \dots + b_n a_n \\ \vdots \\ b_1 a_1 + b_2 a_2 + \dots + b_n a_n \end{pmatrix} = (n \times 1) (1 \times n) = (n \times n)$$

مثال ۹ -

$$AB = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

مثال ۱۰ -

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

بطورکلی در ضرب ماتریسها نمی‌توان جای عوامل ضرب

تقاضا از خوانندگان

- ۱- اگر صورت مسائل کنکور مربوط به سال تحصیلی جاری دانشکده‌های ایران (مخصوصاً دانشکده‌های شهرستانها) یا کشورهای خارج را در اختیار دارید برای چاپ در شماره مخصوص یکان سال به اداره مجله ارسال فرمائید.
- ۲- همانطور که قبلاً و به کرات یادآوری شده است اگر مطالب یا مسائلی را برای درج در مجله ارسال می‌فرمایید مخصوصاً مشخص کنید که اثر خود شما است یا اینکه ترجمه است و اگر ترجمه است مأخذ را بهوضوح معرفی فرمائید.
- ۳- ضمن هر مطلب که به اداره مجله می‌فرستید نام و نشانی و شغل خود را ذکر فرمائید.

کلیات

اصول ریاضی نظریه نسبی

آلبرت

اینستیتیوشن

تألیف:

غلامرضا عسجدی

نسخه‌هایی از این کتاب در

اداره مجله یکان موجود است

طالبین می‌توانند مراجعه و خریداری

فرمایند

بهای: ۵۰ ریال

انتشارات یکان:

یکان سال مخصوص

مجموعه علمی یکان سال

امتحانات نهایی ۱۳۴۳

۶۰ ریال

۴۰ ریال

راهنمای ریاضیات متوسطه

چاپ دوم - ۱۵ ریال

معتمدات ریاضی

۴۰ ریال

مسائلی از حساب استدلالی

جلد اول: ۱۵ ریال

جلد دوم: ۳۰ ریال

یکان سال ۱۳۴۴

۵۰ ریال (نایاب)

تمثیلی ریاضیات مقدماتی

۱۲۰، ۱۵۰ ریال

نشر یه ممتاز یکمان :

میرهنایی ریاضیات مقدماتی

هنر دوایی

تألیف

دکتر محسن هشترودی

تهران در اداره مجله یکان و در آن بفروشیها
شهرستانها نزد نمایندگان فروش یکان

برای فروش هوجود است

بها : با جلد زرگوب ۱۵۰ ریال - با جلد معمولی : ۱۲۰ ریال

از انتشارات یکان :

چاپ دوم

راهنایی ریاضیات متوسطه

تألیف : عبدالحسین مصطفی

بها : ۱۵ ریال