یکان

مجله ریاضیات

دورهٔ سوم ـ شمارهٔ :

۶

شمارهٔ مسلسل:

۳۱

آذر ماه ۱۳۴۵

در این شماره :

ماتریس	سید محمد کاظم نائینی	۱
مراحل مهم علم نجوم	ترجمه	۴
سری فری	محمود کاشانی	۶
مربعهای وفقی	ترجمهٔ غلامحسین بهفروز	۹
دربارهٔ گفتگوی دور میزگرد	فیروز کبیری	۱۳
ازهرجائی یادداشتی	—	۱۴
مسائل حل نشدهٔ ریاضی	ترجمه	۱۵
بیست و یك راه اثبات یك قضیه	ترجمهٔ گلستان زاده	۱۷
چگونه مسأله‌ای را حل کنیم	ترجمهٔ : ه . شریفزاده	۱۹
راهنمای حل مسائل شیمی	ترجمهٔ بزرگ نیا	۲۰
راهنمای حل مسائل هندسه	ترجمه	۲۲
حل مسائل نمونه	رزاقی خمسی ـ شریفزاده	۲۴
Problems & Solutions	—	۲۵
داستانهای تفننی ریاضی	—	۲۶
سرگرمیهای ریاضی	—	۲۸
مسائل برای حل	—	۲۹
بی‌آنکه عصبانی شوید	—	۳۳
حل مسائل شمارهٔ ۲۹	—	۳۴

بها : بیست ریال

بعضی اشتباههای چاپی یکان شمارهٔ ۳۰

درصورت مسائل برای حل یکان شمارهٔ ۳۰ اشتباههایی چاپی رخ داده است که به شرح زیر تصحیح می‌شود :

مسئلهٔ ۳۸۸۵- $x=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$ و ...

مسئلهٔ ۳۸۸۷- $E=z^{۳}+۳z-۴$

مسئلهٔ ۳۸۹۸- $\ldots-۳\sqrt{۳}\sin^{۲}x\cos x+\ldots$

عرض تبریك

ارتقاء به مقام استادی دانشگاه تهران را به جناب آقای دکتر محمدعلی قینی صمیمانه تبریك می‌گوید

عبدالحسین مصحفی

دورهٔ جلدکردهٔ یکان

دورهٔ جلدکردهٔ سال دوم یکان دردفتر مجله برای فروش موجود است. بها : ۳۰۰ ریال

قابل توجه نمایندگان وعلاقمندان به تهیهٔ شماره‌های گذشتهٔ یکان

از ۳۱ شمارهٔ مجلهٔ یکان که تاکنون منتشر شده است شماره‌های زیر فعلا در ادارهٔ مجله موجود نیست و امید به تهیهٔ آنها درآینده نیز کم است ، خواهش می‌شود ازدرخواست این شماره ها خودداری شود. شماره‌های مزبور عبارتند از : ۲،۳، ۴،۵،۶،۷،۹،۱۰،۱۱،۱۲،۱۸ و ۲۱ .

از نشریات یکان نیز یکان سال ۴۴ موجود نیست .

گروه فرهنگی آزما

برای کلاسهای جدید تقویتی

از اول تا ششم دبیرستان

کنکور پزشکی

کلاسهای ویژهٔ زبان

همه روزه از ساعت ۵ تا ۸ بعدازظهر

نام نویسی می کند

نشانی : خیابان آیزنهاور - جمشیدآباد شمالی-

محل دبیرستان کیهان نو

تلفن : ۴۷۸۷۵ و ۶۶۷۷۹

یکان

مجلهٔ ریاضیات

سال سوم - دورهٔ سوم - شمارهٔ ششم (شمارهٔ مسلسل : ۳۱)

آذر ماه ۱۳۴۵

صاحب امتیاز و مدیر مسؤول : عبدالحسین مصحفی

مدیر داخلی : داود مصحفی

زیر نظر شورای نویسندگان هر ماه یك بار منتشر می‌گردد

نشانی اداره: تهران، خیابان لاله‌زارنو، نزدیك شاهرضا - شمارهٔ ۸۱۴

نشانی پستی : صندوق پستی ۲۴۶۳

تلفن اداره : ۳۳۱۸۱

وجه اشتراك برای ۱۲ شماره ۲۰۰ ریال

(برای کشورهای خارج به‌اضافهٔ هزینهٔ پست)

حساب بانکی : جاری ۳۰۹۵ شعبهٔ لاله‌زارنو بانك صادرات

YEKAN

Mathematical Magazine

volume III , number 6, Dec. 1966

subscription : $3

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذر تلفن ۶۴۰۲۸

ماتریس
MATRIX

تنظیم از : سید محمد کاظم نائینی

با استفاده از منابع خارجی

مقدمه :

دگرگونی زندگی وفراوانی تازه‌ها همزمان باگسترش روزافزون‌علوم‌وفنون‌یك‌نوع‌هیجان‌خاصی‌دراجتماع کنونی‌ما پدید آورده‌است. نوطلبی‌همچون‌غریزه‌درهمه‌کس‌وهمه‌جا به‌حدی‌شگفت انگیز تظاهرمی‌کند. گذشته باتمام شکوه‌وجلالش اعتباری‌چندان ندارد وهرروز برقشر گرد وخاکی که برصفحات کهنهٔ‌زمان‌نشسته افزوده می گردد وبشر برای کسب تازه ونو بیش‌ازپیش حریصتر می‌شود .

دراین دنیای سرشار ازتجدد وآمیخته باپیشرفت‌وتحرك جا داردکه ماهم‌درراه وروش وچگونگی‌کاروکوشش خودمنطبق با موازین جهان نو ازروی تعمق تجدیدنظر کنیم ،

دراین زمان‌که ملتها می‌کوشند خود را بازندگی جدید مأنوس سازند وباورشهائی‌که‌کشندهٔ زمان وعاطل کنندهٔ نیروهای انسانی است به‌شدت مبارزه می‌کنند ، روش ما در فن‌آموزش و پرورش عاری‌ازهرگونه فایدهٔ عملی‌بوده وسبکی مطرود وکهن دارد . دانستنیهای غیر ضروری و توقف درمیان اندیشه های متفکرین چند هزار سال قبل اگرهم سرگرم کننده و دلپذیر باشد باعث رکودفکر وفساد ذهن‌وحافظه خواهدبود.

دراین زمان هرچیز اگر تغییری کرده مواد درسی و چگونگی برنامه‌های‌آموزشی ماجزئی‌تغییری‌نکرده است بویژه ریاضیات‌که هنوز هم‌به صورتی‌است‌که صدها سال قبل فقط برای بسط قوای دماغی وتفریح وتفنن بکار برده می‌شد .

امروزریاضیات هم به‌عنوان‌علم پایه‌وابزارکاربه نوبهٔ‌خود همزمان با گسترش علوم وبسط صنایع و فنون جلورفته و چون وسیلهٔ مفید وضروری بپیشرفت سریع دانشهای مختلف راممکن ساخته‌است .

آشنائی با کشفیات شگفت‌انگیز دانشمندان درطول دو صدسال اخیر که‌تغییروتحول‌عظیمی درعلم ریاضی پدیدآورده‌است فوق‌العاده ضروری بنظرمی‌رسد .

اصول ثابت ولایتغیر ریاضی درگذشته امکان دگرگونی قواعد ورنگ‌پذیری را ازآن سلب می‌کرد وآنرا در حالت وقفه وسکون نگاه می‌داشت ولی اندیشه های نیرومند و افکار پرورش‌یافته وبا جرئت متفکرین توانست حتی باتغییراصول و قوانین پیشرفت سریع‌وگسترش دامنهٔ ریاضیات‌راباعث گردد .

تئوری مجموعه‌ها که بوسیلهٔ **کانتور** بنیان‌گذاری شدمنطق‌جدیدی‌درریاضیات‌پدیدآورد که‌موجب گردیددانشمندان درپاره‌ای ازقواعدودستورات ریاضی‌تجدید نظربعمل‌آورند.

طرح هندسه های غیر اقلیدسی بوسیلهٔ **ریمان و لباچفسکی** هندسهٔ عاری از فایدهٔ ضروری اقلیدسی را کنار زده مشکلترین مسائل ریاضی‌راحل‌کرد وجهانهائی تازه‌در علوم خاصه‌درفیزیك به‌دانشمندان عرضه داشت .

ابداع **جبر مجموعه های مشبك** و **فضاهای برداری توپولوژیکی** بوسیلهٔ **هانری پوانکاره** ودیگران اشتباهات گذشتگان را درمورد بسیاری ازمسائل به‌ثبت‌رسانید وطرق ساده ومنطقی برای‌حل‌آنها ارائه داد .

همچنین **توپولوژی عمومی** و**جبرمجرد** که بوسیلهٔ دانشمندان‌آلمانی‌طرح‌ریزی‌شدبه‌رؤیاهای خیال‌انگیزدانشمندان جامهٔ عمل پوشانید .

ابداع **فیلترها** باعث شدکه تعریف حد به صورت جامعتری بیان شود وتئوری بخشی‌در ریاضیات موجب پیشرفت معادلات بامشتقات‌جزئی وتئوری‌پتانسیل وتوابع مختلط ونظریهٔ

انتگراسیون گردید .

این پیشرفتهای سریع ریاضیات در سالهای اخیر باعث شدکه دانشمندان ومربیان تربیت درکلیهٔ برنامه های مدارس و همچنین مواد درسی از جمله ریاضیات دقیقاً تجدید نظر بعمل آورده اصول وکشفیات جدید را مورد بحث و بررسی قرار دهند . ازاینرو ازتعداد بسیاری مواد غیرضروری چشم پوشیده شد . خصوصاً ریاضیات فقط ازنظر چگونگی کار بود و جنبهٔ عملی به همان سان که لازمهٔ دنیای کنونی است مورد مطالعه قرار گرفت .

دردنیای امروزدیگرریاضیات به صورت تعدادی فرمول بی‌فایده و چندین طریقهٔ محاسبه و مقداری دستور و قاعده که فاقد هرگونه فایدهٔ عملی‌است تدریس نمی گرددبلکه موادجدید ریاضی که لازمهٔ دنیای جدید است‌آموخته می گردد .

اگر درکشور ما هم نوع مواد درسی و روش‌آموزش و پرورش‌تغییرکندونوع وسبك تدریس ازحالت فعلی که یك‌حالت وقفه و نامأنوس است خارج گردد به جرئت می‌توان گفت که اقدام مفیدی در جهت ترقی و پیشرفت مملکت صورت گرفته است .

از ریاضیات جدید آنچه راکه می‌توان به صورت مواد درسی به سهولت جزء برنامهٔ متوسطه منظورکرد و تدریس‌آنها هم ازنظر درك مفاهیم و هم ازجنبهٔ پذیرش استعدادها به‌سهولت امکان پذیر است‌تئوری‌ترکیبات، تبدیلات، مجموعه‌ها،ماتریس- دترمینان و هندسه‌های غیراقلیدسی را می‌توان نام‌برد که‌هریك علاوه برداشتن موارد استعمال فراوان ، ابزارکارکامل ومفیدی برای پیشرفت علوم وحل‌مسائل طبیعت بشمار می‌روند . وقتی که در کشور ما حتی در دورهٔ لیسانس هم از تئوری مجموعه‌ها صحبت نمی‌شود در کشورهای پیشرفتهٔ امروز اصول جدید این نظریه به‌صورت بسیار وسیع و در عین‌حال ساده دراکثرمدارس متوسطه تدریس می‌شود. زیرا در دنیای امروز هدف دانشمندان آموزش‌وپرورش براینست که‌دانستنیهای‌حتی‌الامکان وسیع‌ولازم‌در سالهای متوسطه به‌دانش‌آموزان‌آموخته شود وتا ممکن است از حشو و زوائد مواد درسی کاسته گردد و سرعت پیشرفت در عرض اطلاعات بیشتر از عمق آنها باشد و در هرماده مطالب جدید گنجانده شود و برداشت مطالب نیز بدانگونه که ضرورت دارد صورت گیرد و نحوهٔ تدریس هم به‌نحوی باشد که دانش‌آموزان بتوانند مرتب به آنچه آموخته‌اند از خود چیزهایی بیفزایند .

اینك یك مبحث از برنامهٔ ریاضیات جدید متوسطه را به نام **ماتریس** به‌همان گونه که هست‌باعباراتی ساده واصطلاحات متعارفی بیان می‌کنیم تا سهولت درك و سادگی فهم مطلب و چگونگی قدرت کار بردآن از جنبهٔ عملی روشن گردد .

ماتریس که آنرا به فارسی **زهدان** ترجمه کرده‌اند به‌معنی **قالب** یا **کالبد** است تقریباً در صدسال پیش بوسیلهٔ ریاضیدان بزرگی به‌نام **کایلی** (A. Cayley) درتبدیلات خطی مورد استفاده قرارگرفت و این جمله از اوست (ما در تبدیلات‌خطی از قالب‌هایی استفاده‌کردیم که هریك دارای‌مفهوم خاصی بودند وآنها راماتریس نام نهادیم وخیلی چیزهامی‌توان درمورد فرضیهٔ ماتریسها بیان‌کرد که حتی برتئوری دترمینان مقدم‌اند و من معتقدم که باید ماتریس قبل از تئوری دترمینان آموخته شود) .

مانیز به پیروی از دستور او قبلا ماتریس را تعریف می‌کنیم سپس به ذکر خواص دترمینان و موارد استعمال آن خواهیم پرداخت. اما قبل از آنکه موضوع اصلی را موردبحث قرار دهیم منابعی راکه برای تنظیم این مقاله مورد استفاده واقع شده است به شرح زیر معرفی می‌کنیم :

1- JOHN L. KELLEY introduction to Modern Algebra (ran nortrand / east west press)

2- W. W. Sawyer . Prelade to Mathematics (Apelican Book) published By penguin Book .

3- Glicksman and Ruderman Fundamentals for Aduanced Mathematics (aduance copy)

4- (Holt Rinehart Wiston)

5- Matrix Algebra (Theory and problems) (Schaum S outline series Newyork)

۶- **دکتر وازگن آوانیسیان** آنالیز ریاضی (مقدمه‌ای برآنالیز نوین (انتشار دانشگاه ملی).

۷- **دکتر احمد سادات عقیلی**، محاسبات ماتریس، انتشارات دانشگاه شمارهٔ ۹۳۱ .

***

چنانکه می‌دانیم دکارت باارائهٔ هندسهٔ تحلیلی خودنشان دادکه هرنتیجهٔ هندسی رامی‌توان به‌یك نتیجهٔ جبری‌برگردانید و به عکس بسیاری از فرمولهای مختلف جبر را بوسیلهٔ هندسه می‌توان تعبیرکرد. نقاط متصل یك مکان یا یك شکل هندسی که

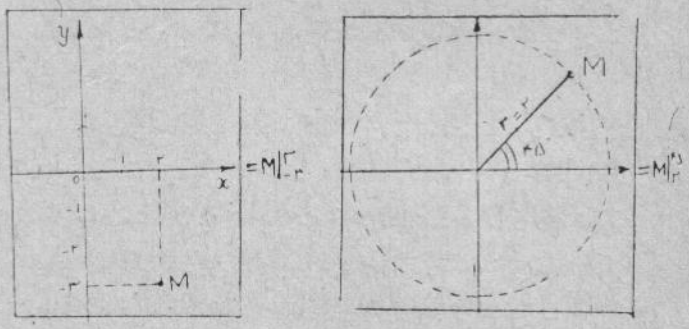
به‌صورت یك منحنی روی کاغذ رسم می‌شود بایك معادلهٔ به‌صورت

$y = f(x)$ یا $f(x و y) = ۰$

تعریف می‌گردد و نمودار تغییرات تابع $y = f(x)$ برحسب تغییرات x به صورت یك منحنی روی‌کاغذ رسم می‌شود. هر نقطه درصفحه با یك‌جفت عدد جبری $(x$ و $y)$ کاملا مشخص می‌شود وهرجفت عدد جبری را می‌توان از تعریف وضع نقطه در صفحه نتیجه گرفت .

هرپدیده وخاصیتی که در هندسه و فضاهای مختلف‌هندسی روی می‌دهد به سهولت به‌یك رابطهٔ جبری ترجمه می‌شود وبه عکس هررابطهٔ جبری پدیده‌ای را در هندسه به آسانی تعریف می‌کند. بدین‌ترتیب بوسیلهٔقوانین هندسهٔ تحلیلی دکارت‌می‌توان به‌سهولت بین هندسه و جبرنوسان کرد یعنی هرقضیهٔ هندسی را بافرمول واصطلاحات جبری‌توجیه‌کرده وبه عکس‌حل‌معادلات و دستگاهها وبررسی مباحث مختلف جبری را با استفاده ازاشکال و قوانین هندسی ممکن ساخت .

ماتریسها هم خواصی مشابه باهندسهٔ تحلیلی دارند بدین معنی که در تئوری ماتریس اعداد سخن می‌گویند و چگونگی شکل قرارگرفتن آنها معانی مشخص را تعریف می‌کنند همان طوری‌که در هندسهٔ تحلیلی می‌توان اشکال زیر را با معادلات سادهٔ $M(x=۲$ و $y=۳)$ و $M(r=۲$ و $\alpha=۴۵°)$ تعریف کرد .



در تئوری ماتریسها هم‌قواعد و قرار دادهایی مشابه‌وجود دارد و حتی این قراردادها کلیتر می‌شود ودر آنها معانی و جملات را هم به زبان عدد ترجمه می‌کنند . بدین‌معنی که با چند عددوچگونگی قرارگرفتن‌آنها تبدیل یا تغییری رامشخص می‌کنند بطوری‌که شامل کلیهٔ تعاریف و اصطلاحات نیز باشد .

دستی‌که یك وزنهٔ ۲ کیلوئی را به اندازهٔ ۷۰ مترپرتاب می‌کند با علامت (۶۰ ۲) و ماشینی‌که در ۱۰۰ کیلومتر راه ۱۰ لیتر بنزین مصرف می‌کند باعلامت (۱۰ ۱۰۰) مشخص می‌شود .

چون برای اولین‌بار ماتریسها برای نمایش ضرایب معادلاتی که تبدیلات نقطه‌ای را نشان می‌دادند بکار رفته است لازم است‌که قبل از تعریف ماتریس چندنوع تبدیل نقطه‌ای را (Eransformation Ponctuelle) مورد بحث و بررسی قراردهیم . البته باید توجه داشت که دیگر در امروز ماتریسها به عنوان عوامل معین در معادلات خطی بکار برده نمی‌شوند بلکه در ریاضیات عملی خود به خود مفهوم مستقلی را دارا می‌باشند وهرکدام به‌صورت جزء واحدی به‌نام **عددفوق مرکب** (Elements auxiliaires) در رشته‌های جدید علوم از جمله مقاومت مصالح و الکتریسیته مورد استفاده قرار می‌گیرند .

تبدیلات در جبر : هرگاه طبق قانون و قاعدهٔ مشخصی نقطهٔ $M_۰$ را به‌نقطه $M_۱$ تبدیل‌کنیم قانون‌تبدیل را می‌توانیم به‌صورت روابطی بین $y_۰$ و $x_۰$ مختصات نقطه $M_۰$ و $(x_۱$ و $y_۱)$ مختصات نقطهٔ $M_۱$ بیان‌کنیم . برای مثال اینك‌چند تبدیل‌ساده را که قوانین هندسی‌آنهارا می‌شناسیم مانند تقارن ـ تجانس ـ تبدیل همسانی ـ دوران رامورد بررسی قرار می‌دهیم وهریك راباتعبیر تحلیلی به صورت معادلات تبدیل به منظور تعریف ماتریس بیان‌می‌کنیم ـ

۱ ـ تقارن : اگر $M_۱$ قرینهٔ $M_۰$ نسبت به محور ox باشدبین‌مختصات این دو نقطه روابط زیر برقراراست .

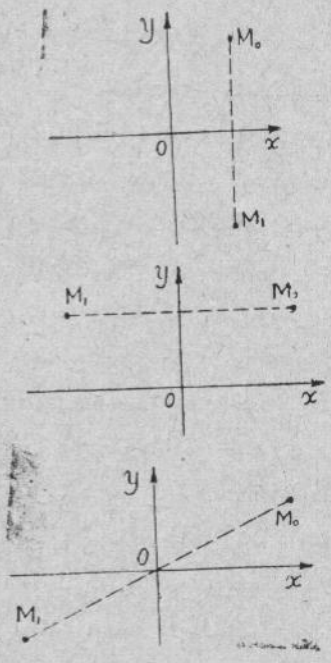
$A(x_۱ = x_۰ و y_۱ = -y_۰)$

اگر $M_۱$ قرینهٔ $M_۰$ نسبت به محور oy باشد خواهیم داشت .

$B(x_۱ = -x_۰ و y_۱ = y_۰)$

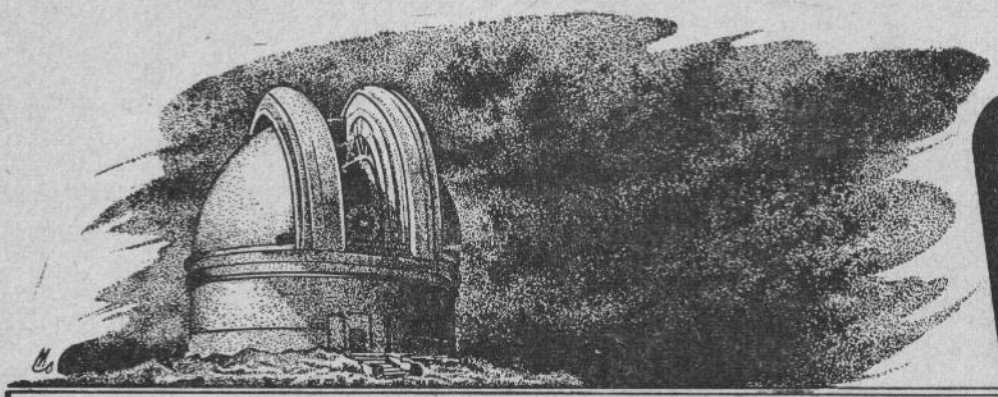
اگر $M_۱$ قرینهٔ $M_۰$ نسبت به مبدأ مختصات‌باشدخواهیم داشت .

$C(x_۱ = -x_۰$ و $y_۱ = -y_۰)$



۲ ـ دوران : نقطهٔ $M_۰ (x_۰$ و $y_۰)$ را دردستگاه

(بقیه در صفحهٔ ۴۷)



نجوم و... کیهان شناسی

ترجمهٔ فصلی از کتاب : «L' Astronomie moderne» تألیف : TOCQUET

مراحل مهم علم نجوم

۲- دورهٔ جدید

و.. نیوتن

۱۶۴۳-۱۷۲۷

اسحق نیوتن در **وولسترپ** نزدیک **گرانتام** واقع در **انگلستان** از یك فامیل اشرافی قدیمی به دنیا آمد . اجداد وی احتمالا اهل **اکس** بوده‌اند. نیوتن به‌هنگام تولد آنقدر نحیف و رنجور بود که امیدی به ادامهٔ زندگی وی نداشتند . هنوز سنین کودکی را می گذرانده که پدرش در گذشت و املاکی به ارث برای وی باقی گذاشت ، اما مادرش ادارهٔ این املاك را به عهده گرفت . بعد از آنکه مادرش مجدداً شوهر اختیار کرد، سرپرستی نیوتن به عهدهٔ مادر بزرگ و بعد به عهدهٔ یکی از خاله‌هایش واگذار شد . مادر نیوتن آنقدر به شب زنده‌داریهای خود سر گرم بود که مجال تربیت فرزندش را نداشت و ازاین جهت وی را به مدرسهٔ کوچك وولسترپ فرستاد وبعد که سال دوازدهم را می گذراند اورا به‌کالج گوانتام سپرد ، نه به خاطر آنکه دانشمند و عالم بار آید بلکه به این خاطر که برای سرپرستی املاك خود معلومات لازم را کسب کند ، وهنوز دوسال از تحصیل وی نگشته بود که به وولسترپ احضار شد .

نیوتن دراین دو سال تحصیل شاگردی معمولی بود، اما استعدادوقابلیت وی گاه به گاه بروز می کرد وچنانچه می‌خواست می‌توانست از سایر رفقایش در تحصیل دانش جلو باشد . مخصوصا نسبت به‌اختراعات وکشفیات فیزیکی ومکانیکی رغبتی وافر داشت .

درمراجعت به نزد خانواده‌اش ، نسبت به‌امور کشاورزی وتجاری آنقدر بیمیلی از خود نشان داد که مادرش مجدداً وی‌را به‌کالج فرستاد تا به تحصیلات خود ادامه دهد . و وی تا سن هیجده سالگی دراین کالج بسر برد وبعداز آنکه منطق **ساندرسن** رسالهٔ **کپلر** دربارهٔ نور وحساب بینهایتهای **والیس** راآموخت در ۱۶۶۰ موفق شد که در **کالج ترینیته** وابسته به **دانشگاه کامبریج** به سمت معلم راهنمای دانشجویان استخدام شود . معروف است وقتی که قرار شد دانشجویان را در فراگرفتن هندسهٔ اقلیدسی کمك کند این کتاب راآنقدر ساده دانست که احتیاجی ندید قبلا آن را بیاموزد .

مدت زمانی بود که ریاضیات به عنوان یکی از دروس اساسی دانشگاه کمبریج منظور شده بود وضمن آن هندسهٔ تحلیلی دکارت نیز تدریس می‌شد. نیوتن که قبلا آثار دیگر ریاضیدانهارا مطالعه کرده و همهٔ مشکلات روش آنها را دریافته بود درروش دکارت چنان وضوح وسادگی مشاهده که مجذوب آن شد مخصوصاً که هندسهٔ تحلیلی راه ساده‌ای برای حل مسائل ریاضی که تا آن زمان

لاینحل باقی مانده بود ارائه می‌داد .

شانس دیگری به نیوتن روی‌آورد ؛ وی این امتیاز را بدست‌آوردکه دروس پرفسور **بارو** را دنبال کند. این‌استاد جلیل‌القدرکه الحق یکی از ریاضیدانان ممتاز عصرخودش بود نبوغ نیوتن‌راشناخت وآن را پرورش داد وازاین راه‌بزرگترین خدمت را به جهان دانش انجام داد . وی برای نیوتن نه تنها استادی دلسوز بود بلکه یك حامی صمیمی نیز بشمار می‌رفت ، تاآنجاکه به سال ۱۶۶۹ کرسی استادی ریاضیات را رهاکرد وآن‌را به نیوتن سپردکه وی تا سال ۱۷۰۱آن را حفظ‌کرد.

بعد ازآن ، نیوتن به تحقیقات علمی پرداخت و چنان شهرتی بدست آوردکه در سال ۱۶۷۱ به عضویت **مؤسسهٔ سلطنتی** ، ودرسال ۱۶۹۹ به عضویت **آکادمی علوم** و در ۱۷۰۱ به نمایندگی پارلمان برگزیده شد و بالاخره در ۱۷۰۹ لقب **سر** به وی اعطاگردید .

در۱۶۶۶، نیوتن هنوز بیست وچهارساله بودکه دربارهٔ شباهت سنگینی اجسام و قوهٔ ثقل زمین به تفکر پرداخت . اما به این علت‌که اندازهٔ دقیق شعاع زمین‌را دراختیار نداشت‌آن نتیجه‌ای را کـه امیدوار بود بدست نیاورد . و به ناچار تحقیقات خود را دراین زمینه رهاکرد . اما شانزده سال بعد یعنی درسال ۱۶۸۲که **پیکارد** اندازهٔ دقیق شعاع زمین را محاسبه و اعلام‌کرده بود ، نیوتن‌تحقیقات خودرا ازسرگرفت و فهمیدکه‌آنچه تصورکرده درست بوده است ؛ درحقیقت ، وی نیروی جاذبهٔ عمومی راکشف‌کرده بود : هردو ذره از عالم بر یکدیگر نیروئی وارد می‌کنندکه با جرم‌آنها نسبت مستقیم وبا مربع فاصلهٔ آنها نسبت معکوس دارد .

چنین گمان می‌رود که نیوتن اثر اساسی خـود «اصول ریاضی فلسفهٔ جهانی» را بین سالهای از ۱۶۸۴ تا ۱۶۸۵ تدوین‌کرده است . این اثر که در آن نیروی جاذبـهٔ عمومی بیان شده است در سال ۱۶۸۷ در اثرکوششهای **هالی** بچاپ رسید. **لاگرانژ** این اثر را «عالیترین محصول اندیشهٔانسانی» معرفی کرده است .

هرچند که نظرات نیوتن هیجان عمومی را در انگلستان برانگیخت، اما در سایر کشورهای اروپا ، مخصوصاً درفرانسه نه‌تنها بی‌اهمیت تلقی شد بلکه مورد مخالفت هم واقع شد . در ۱۷۳۲ که **موپرتیوس** این نظریات را در تذکاریه‌ای منتشر ساخت مخالفت شدید پیروان دکارت را برانگیخت .

نیوتن‌براساس قانون جاذبهٔ عمومی نه‌تنها حرکت‌سیارات منظومهٔ شمسی‌را تبیین کرد بلکه توانست اختلالات حرکت‌ماه، تغییر مکان عقدتین مدارماه ، مـدار ستارگان دنبالـه دار ، همواری سطح زمین ، و بالاخره جزر و مد دریاهـا را تفسیر و توجیه کند .

علاوه‌برآن، وی ازروی جاذبهٔ خورشید، زمین، مشتری و زحل‌جرم آنهارا محاسبه‌کرد. می‌توان خلاصه‌کرد و گفت‌که وی آفرینندهٔ مکانیك سماوی است. غیر از آن، در ریاضیات هم روش جدیدی ابداع‌کردکه عبارتست از : حساب مشتقات .

درمبحث‌نور هرچندکه نیوتن کشفیات اساسی ندارد اما کارهای قابل اهمیتی انجـام داده است از جمله اینکه یك نوع تلسکوپ ساخت که به نام وی مشهور است و ترکیب نور سفید را از هفت‌نور رنگی اعلام داشت .

در علم شیمی هم نیوتن دارای آثار و تحقیقاتی است و چنانچه از نامه‌ای که در ۱۸ مه ۱۶۶۹ به یکی از دوستانش نوشته است بر می‌آید وی رمزقلب ماهیت فلزات را کشف‌کرده است . یکی از معاصرینش حتم داردکه نیوتن در رساله‌ای که بعدها در اثر آتش سوزی از بین رفته است اصل واکنشهای شیمیائی را برمبنای ریاضیات توضیح داده است. حادثهٔ دیگری از همین نوع آخرین صفحات نسخهٔ خطی کتابی راکه دربارهٔ نور نوشته بود از بین برد . این حوادث تأثر انگیز در وضع روحی وی اثرات نـا مطلوبی پدیدآورد و درخشندگی شگرف نیروی استعداد وقوهٔ ابداع‌وی را موقتاً دوچارکسوف ساخت ، کسوفی که از سال ۱۶۹۲ تا سال ۱۶۹۴ طول‌کشید .

در این مدت حتی بعضیها نسبت جنون نیز به‌وی داده‌اند از اینها گذشته ، کار زیاد و نپرداختن به سلامتی خود وپرهیز از هرنوع تفریح و تفنن نیز در وضع مزاجی نامساعد وی‌تأثیر داشته است :

او بیش ازدوساعت از نیمه‌شب گذشته می‌خوابید و قبل‌از آنکه ساعت شش فرارسد از خـواب بیدار می‌شد ، شام شبش معمولا یك به پخته بود .

هرچندکه ، نیوتن بعد از رهائی ازکسالت روحی دروس خود را ادامه داد و تحقیقات علمی خویش را از سرگرفت ، اما دیگر کار علمی قابل توجهی انجام نداد تا اینکه در۱۷۲۷ جهان را بدرودگفت .

تشییع جنازهٔ وی با تشریفات رسمی و مجلل انجام‌گرفت و جسدش در گورستان سلطنتی در کلیسای **وست مینستر** بـه خاك سپرده شد .

در خاتمهٔ بیوگرافی نیوتن این موضوع را باید اضافه کنیم‌که این دانشمند شهیر اصولی راکه با روش تجزیه‌وتحلیل (آنالیز) کشف‌کرده در نوشته‌های خود باروش ترکیب‌وتألیف (سنتز) توضیح و توسعه داده است واین جای تأسف است‌که‌وی روش اخیر را بـرروش اول ترجیح داده است . در ایـن باره **لاپلاس** چنین خاطر نشان ساخته است : «شناسائی روشی که یك انسان نابغه بکار برده است در پیشرفت علم ، وحتی‌درکسب افتخار برای خود وی ، اثری‌کمتری از کشفیات وی ندارد .»

سری فری

و دو قضیه مربوط به آن

تنظیم از: محمود کاشانی
با استفاده از منابع خارجی

تعریف ـ اگر p و q دو عدد صحیح مثبت بوده نسبت به یکدیگر اول باشند و بعلاوه شرایط $0 \leq p < q < n$ بر قرار باشند در این صورت اگر کلیهٔ کسر های $\frac{p}{q}$ (مشروط به این شرایط) به ترتیب صعودی مرتب شوند رشته‌ای تشکیل می دهند که **سری فری** (FAREY Sequence) **به ازاء n** نامیده می شود.

مثال ـ سری فری در ازاء عدد $n=6$ عبارتست از

$$(\alpha) \quad \frac{0}{1} \text{ و } \frac{1}{6} \text{ و } \frac{1}{5} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } \frac{1}{3} \text{ و } \frac{2}{5} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{3}{5} \text{ و } \frac{2}{3} \text{ و }$$

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{5}{6} \text{ و } \frac{4}{5} \text{ و } \frac{1}{1}$$

چنانکه ملاحظه می شود. هیچ کسر تحویل ناپذیر منطق کوچکتر از واحدی نمی‌توان یافت که مخرج آن برابر ۶ یا کمتر باشد ولی آن کسر مساوی یکی از کسرهای سطر (α) نباشد و همین خاصیت برای سطر (β) که در ازاء $n=7$ نوشته شده وجود دارد:

$$(\beta) \quad \frac{0}{1} \text{ و } \frac{1}{7} \text{ و } \frac{1}{6} \text{ و } \frac{1}{5} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } \frac{2}{7} \text{ و } \frac{1}{3} \text{ و } \frac{2}{5} \text{ و } \frac{3}{7} \text{ و }$$

$$\frac{1}{2} \text{ و } \frac{3}{5} \text{ و } \frac{2}{3} \text{ و } \frac{5}{7} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{4}{5} \text{ و } \frac{5}{6} \text{ و } \frac{6}{7} \text{ و } \frac{1}{1}$$

اینك قبل از طرح و اثبات قضیه‌ای، به شرح زیر توجه کنید.

دوکسر $\frac{0}{1}$ و $\frac{1}{1}$ را در یك سطر می‌نویسیم:

$$(1) \quad \frac{1}{1} \text{ و } \frac{0}{1}$$

حالا اگر مجموع صورتها ومجموع مخرجها را به‌ترتیب صورت و مخرج کسر جدیدی انتخاب کرده آنرا بین این‌دو کسر بنویسیم داریم:

$$(2) \quad \frac{1}{1} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{0}{1}$$

با تکرار عمل فوق نسبت به هردوکسر از کسرهای سطر (۲) خواهیم داشت:

$$(3) \quad \frac{1}{1} \text{ و } \frac{2}{3} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{3} \text{ و } \frac{0}{1}$$

به همین ترتیب تا آنجا که‌لازم باشد می توان سطرهای دیگر تشکیل داد. مثلا سطرهای چهارم و پنجم عبارتند از:

$$(4) \quad \frac{1}{1} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{2}{3} \text{ و } \frac{3}{5} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{2}{5} \text{ و } \frac{1}{3} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } \frac{0}{1}$$

$$(5) \quad \frac{1}{2} \text{ و } \frac{3}{7} \text{ و } \frac{2}{5} \text{ و } \frac{1}{3} \text{ و } \frac{2}{7} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } \frac{1}{5} \text{ و } \frac{0}{1}$$

$$\frac{4}{7} \text{ و } \frac{3}{5} \text{ و } \frac{5}{8} \text{ و } \frac{2}{3} \text{ و } \frac{5}{7} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{4}{5} \text{ و } \frac{1}{1}$$

یکی از سطر ها مثلا سطر (۵) را انتخاب کرده بحث زیر را شروع می‌کنیم:

در این سطرهمهٔ کسرها در فاصلهٔ (۱ و ۰) قراردارند، همه منطق و تحویل ناپذیرند بعلاوه اگر خواسته باشیم همهٔ کسر های کوچکتر از واحد تحویل ناپذیری را پیدا کنیم که مخرجشان از $n=6$ بیشتر نباشد و آن‌کسرها را به‌ترتیب صعودی مرتب کنیم‌کافیست دراین سطر اولا کسرهائی را حذف کنیم که مخرجشان از ۶ بزرگتر است و ثانیاً بین هر دوکسر متوالی‌کسر جدیدی به همان روش (صورتش مجموع دوصورت

و مخرجش مجموع دو مخرج) درج کنیم به‌شرط آنکه مخرجش بیش از ۶ نشود . مثلا کسر $\frac{۲}{۷}$ را باید حذف کرد (به‌عبارت دیگر از اول نمی باید می‌نوشتیم) و بین $\frac{۰}{۱}$ و $\frac{۱}{۵}$ کسر $\frac{۱}{۶}$ را باید درج نمود ولی بین $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۵}$ کسر جدیدی نوشته نمی‌شود . با انتخاب این روش سطر (α) بدست می‌آید. قبل از مطالعهٔ قضیهٔ ذیل بهتر است (β) را با همین روش پیدا کنید.

قضیهٔ ۱ـ ثابت کنید سری فری در ازاء عدد n که شامل همهٔ کسرهای منطق و تحویل ناپذیر α است و $۰<\alpha<۱$ می‌باشد به این طریق بدست می‌آیند که بین دو کسر $\frac{۰}{۱}$ و $\frac{۱}{۱}$ کسری که صورتش مجموع صورتها و مخرجش مجموع مخرجهای این دو کسر است درج کنیم و با هر دو کسر مجاور حاصل پی در پی این عمل را تکرار کنیم تا آنجا که مجموع دو مخرج متوالی بیش از n باشد .

اثبات ـ ابتدا به طریقهٔ استقراء ثابت می‌کنیم برای هر دو کسر مجاور $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ (و بافرض $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$) داریم : $ad-dc=-۱$ و برای این کار ملاحظه می شود که از طرفی در مورد کسرهای مجاور $\frac{۰}{۱}$ و $\frac{۱}{۱}$ داریم :

$۱-=۱\times۱-۱\times۰$ و ازطرف دیگر اگر برای کسرهای $\frac{A}{B}<\frac{C}{D}$ تساوی $AD-BC=-۱$ برقرار باشد خواهیم داشت :

$$\frac{A}{B}\ ,\ \frac{A+C}{B+D}\ ,\ \frac{C}{D}$$

$$A(B+D)-(A+C)B$$
$$=(A+C)D-C(B+D)=-۱$$

یعنی بین هر دو کسر متوالی $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ که از $\frac{۰}{۱}$ و $\frac{۱}{۱}$ متدرجاً حاصل می شوند تساوی $ad-bc=-۱$ برقرار است. از اینجا نتیجه می‌گیریم که $\frac{c}{d}-\frac{a}{b}=\frac{۱}{bd}$ یعنی رشته کسرهای حاصل صعودی اند.

حال باید ثابت کنیم که هیچ کسر منطق تحویل‌ناپذیری مانند $۰<\frac{k}{l}<۱$ یافت نمی‌شود که مخرج آن کوچکتر از n بوده و مساوی یکی از کسرهای مزبور نباشد . گوئیم اگر $\frac{k}{l}$ چنین کسری باشد ناچار بین دو کسر متوالی از کسرهای فوق واقع خواهد بود و در نتیجه باید داشته باشیم

$$\frac{a}{b}<\frac{k}{l}<\frac{c}{d}\quad\text{و}\quad l<n \qquad (I)$$

ضمناً می دانیم $n<b+d$ (وگرنه می بایست بین $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ کسر $\frac{a+c}{b+d}$ را درج کرده باشیم) از نا مساویهای (I) نتیجه می‌شود

$$\frac{۱}{ld}<\frac{c}{d}-\frac{k}{l}\ ,\ \frac{۱}{lb}<\frac{k}{l}-\frac{a}{b}$$

و در نتیجه

$$\frac{۱}{bd}<\frac{b+d}{lbd}<\frac{c}{d}-\frac{a}{b}$$

و این محال است زیرا دیدیم $\frac{c}{d}-\frac{a}{b}=\frac{۱}{bd}$ است .

اینك قبل از طرح دومین قضیه بحث دیگری را پیش می کشیم .

عدد $\sqrt{۷}$ را در نظر می گیریم جذر تقریبی این عدد تا یکهزارم تقریب برابر است با ۲/۶۴۵ یعنی

$$۰/۰۰۱>\sqrt{۷}-۲/۶۴۵ \quad\text{و یا}\quad ۱>۱۰۰۰\sqrt{۷}-۲۶۴۵$$

یعنی اگر $\sqrt{۷}$ را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم و از حاصل عدد صحیح دیگر ۲۶۴۵ را کم کنیم نتیجه از ۱ کوچکتر است.

حال می خواهیم $\sqrt{۷}$ را درعدد صحیح‌دیگری غیر از ۱۰۰۰ و به نام Q ضرب کنیم تا اگر از حاصل‌عددی صحیح جز ۲۶۴۵ و بنام P را کم کنیم قدر مطلق نتیجه نه تنها از ۱ کوچکتر باشد بلکه از $\frac{۱}{n}$ (که در آن n عددمثبت اختیاری است) کوچکتر شود و بعلاوه داشته باشیم $Q<n$

مثال ـ برای $n=۵$ داریم $Q=۳$ و $P=۸$ زیرا برای آنکه نا مساوی $|۳\sqrt{۷}-۸|<\frac{۱}{۵}$ که درآن $۵>۳$ است برقرار باشد کافیست مجذور طرف کوچکتر از مجذور طرف بزرگتر کوچکتر باشد .

یعنی داشته باشیم :

$$۱۶۷-۴۸\sqrt{۷}<\frac{۱}{۵}$$

$$-۴۸\sqrt{۷}<\frac{۱}{۲۵}-۲۷$$

$$-۲۵\times۴۸\times\sqrt{۷}<۱-۲۵\times۱۲۷$$

$$۲۵\times۴۸\sqrt{۷}>۲۵\times۱۲۷-۱$$

$$۱۲۰۰\sqrt{۷}>۲۹۷۴$$

$$۱۰۰۸۰۰۰۰>۸۸۴۴۶۷۶$$

که نامساوی اخیر ودر نتیجه نامساوی $|۳\sqrt{۷}-۸|<\frac{۱}{۵}$ برقرار خواهد بود .

حال اگر بجای $\sqrt{۷}$ اعدادی از قبیل $\sqrt{D}$ (که در آن D مجذور کامل نیست) و یا $\log N$ (که N عددی است مثبت و اختیاری) و امثال آن مورد مطالعه بود آیا می توانستیم باز هم اعداد صحیح و مثبت n و Q و P را چنان اختیار کنیم که داشته باشیم $Q<n$ و $|Q\alpha-P|<\frac{۱}{n}$ که در آن α عددی است اختیاری و مثبت .

قضیهٔ ذیل وجود چنین اعدادی را مسلم می کند و قبل از مطالعهٔ آن این نکته را خاطرنشان می‌سازیم که همیشه می‌توان α را کوچکتر از واحد فرض کرد چه مثلا در مثال بالاکه α را $\sqrt{۷}$ گرفته بودیم ممکن بود α را برابر $۲-\sqrt{۷}$ بگیریم و همان نتایج بدست می‌آمد.

قضیهٔ ۲ـ α را عددی کوچکتر از واحد و مثبت‌فرض می‌کنیم. ثابت کنید برای هر عدد دلخواه مثبت n می توان دو عدد صحیح و مثبت Q و P چنان تعیین کرد که داشته باشیم $Q<n$ و

$$|Q\alpha-P|<\frac{۱}{n}$$

اثبات‌ـ چون $۰<\alpha<۱$ است بین دو کسر $\frac{۰}{۱}$ و $\frac{۱}{۱}$ قرار دارد واگر مساوی $\frac{۱}{۳}$ نباشد بین دوکسر مجاور ازکسرهای $\frac{۰}{۱}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۱}$ قرار خواهد داشت واگرسری‌فری را به ازاء عدد n تشکیل دهیم α بین دو کسر متوالی از این سری قرار دارد که آن دو را $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ می نامیم و داریم:

$$\frac{a}{b}<\alpha<\frac{c}{d}$$

(حالت تساوی برای وقتی احتمال‌وقوع دارد که α منطق باشد) حال دو حالت ممکن است پیش آید که عبارتند از:

$$\frac{a}{b}<\alpha<\frac{a+c}{b+d} \quad , \quad \frac{a+c}{b+d}<\alpha<\frac{c}{d}$$

و بنابراین یکی از دو نامساوی زیر را خواهیم داشت:

(الف) $$|\alpha-\frac{a}{b}|<\frac{۱}{b(b+d)}$$

(ب) $$|\alpha-\frac{c}{d}|<\frac{۱}{d(b+d)}$$

که چون $n<b+d$ است پس برای حالت (الف) داریم:

$$b=Q \text{ و } q=P$$

و از آنجا $$|\alpha-\frac{P}{Q}|<\frac{۱}{Qn}$$

و یا $$|Q\alpha-P|<\frac{۱}{n}$$

و برای حالت (ب) داریم: $d=Q$ و $c=P$ و

$$|Q\alpha-P|<\frac{۱}{n}$$

تبصره ـ به این ترتیب نه تنها وجود اعداد P و Q محقق می شود بلکه در مواردی چنانکه دیده شد می توان آنها را پیدا هم کرد. مثلا در مورد مثال‌قبل‌داریم $n=۵$ وسری‌فری عبارتست از :

$$\frac{۱}{۱} \text{ و } \frac{۴}{۵} \text{ و } \frac{۳}{۴} \text{ و } \frac{۲}{۳} \text{ و } \frac{۳}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۲} \text{ و } \frac{۲}{۳} \text{ و } \frac{۱}{۳} \text{ و } \frac{۱}{۴} \text{ و } \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۰}{۱}$$

$$\alpha=\sqrt{۷}-۲ \text{ که } \frac{۲}{۳}<\sqrt{۷}-۲<\frac{۳}{۵}$$

که چون بین $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۵}$ کسر $\frac{۳+۲}{۳+۵}=\frac{۵}{۸}$ را درج کنیم‌داریم

$$\frac{۵}{۸}<\sqrt{۷}-۲<\frac{۲}{۳}$$

پس $$|\sqrt{۷}-۲-\frac{۲}{۳}|<\frac{۱}{۳\times۵}$$

و یا $$|۳(\sqrt{۷}-۲)-۲|<\frac{۱}{۵}$$

و یا $$|۲\sqrt{۷}-۸|<\frac{۱}{۵}$$

تمرین : ۱ـ مطلوبست تعیین اعداد صحیح ومثبت $y_۱$ و $x_۱$ که در نامساویهای زیر صدق کنند

$$|y_۱ \sin ۲۲^\circ - x_۱|<\frac{۱}{\sqrt{۳۳}} \text{ و } y_۱<\sqrt{۳۳}$$

۲ـ مطلوبست تعیین اعداد صحیح و مثبت $y_۲$ و $x_۲$ که در نا مساویهای زیر صدق کنند

$$|y_۲\times \sin ۲۲^\circ - x_۲|<\frac{۱}{۱۲} \qquad y_۲<۱۲$$

بقیه درصفحهٔ ۴۸

مربعهای وفقی

Magic Squares

نوشتهٔ : A. W. Goodman ترجمهٔ : **غلامحسین بهفروز** دانشجوی دانشکدهٔ علوم ریاضی

۱ـ ساده ترین مربع وفقی : اگر شکل یك را در نظر بگیریم مشاهده می‌شود که حاصل جمع اعداد واقع در هر سطر و هرستون و اقطار برابر مقدار ثابت $S=۱۵$ می‌باشد. شکل ۱ مربع وفقی مرتبهٔ سوم نامیده می‌شود .

۶	۷	۲
۱	۵	۹
۸	۳	۴

ش ۱

تعریف Iـ بنابه تعریف هر جدولی از اعداد که شامل n سطر و n ستون باشد و یك مقدار ثابتی مانند S وجود داشته باشد که :

۱°ـ حاصل جمع اعداد هر سطر برابر مقدار ثابت S باشد .

۲°ـ حاصل جمع اعداد هر ستون برابر مقدار ثابت S باشد .

۳°ـ حاصل جمع اعداد قطری که از چپ به‌راست (قطر اصلی) ممتد می‌باشد برابر مقدار ثابت S باشد .

۴°ـ حاصل جمع اعداد قطری که از راست به‌چپ (قطر دیگر) ممتد باشد برابر مقدار ثابت S باشد.

تشکیل یك **مربع وفقی** مرتبهٔ [۲] سوم می‌دهد . و S را **وفق مربع**[۳] وهریك از اعداد را عضو[۴] یا عنصر مربع وفقی گویند .

بدیهی است که با درنظر گرفتن تعریف فوق می‌توان از شکل یك تعداد زیادی مربع وفقی مرتبهٔ سوم تولید کرد .

اگر به‌تمام عناصر شکل (۱) مقدار ثابت λ را اضافه یا از آنها کم کنیم مربع وفقی دیگری بدست می‌آید که از مرتبهٔ سوم می‌باشد . مثلا به ازاء $\lambda=۳$ شکل ۲ را خواهیم داشت .

۹	۱۰	۵
۴	۸	۱۲
۱۱	۶	۷

ش ۲

۱۲	۱۴	۴
۲	۱۰	۱۸
۱۶	۶	۸

ش ۳

ویا اگر تمام عناصر شکل(۱) را درمقدار ثابت μ ضرب کنیم باز مربع وفقی مرتبهٔ سوم دیگری حاصل می‌شود . مثلا به ازاء $\mu=۲$ شکل ۳ بدست می‌آید .

علاوه بردو روش فوق طریقهٔ دیگری برای بدست‌آوردن مربع وفقی جدیدی از شکل(۱) وجود دارد وآن **دوران** شکل (۱) حول عنصر مرکز آن به اندازهٔ زاویهٔ $K\frac{\pi}{۲}$ ویا **تعویض**، جای دوسطر یا دوستون اول و آخر می‌باشد مثلا شکل (۴) از دوران شکل (۱) حول مرکز به اندازهٔ زاویهٔ ۹۰° و شکل(۵) از تعویض جای دوسطر اول وآخر شکل (۱) بدست آمده‌است (سایر خواص مربعهای وفقی در شماره‌های اول و دوم یکان ذکر شده است .)

۱- Order ۲-Magic constant ۳- Element

۴	۳	۸
۹	۵	۱
۲	۷	۶

ش ۵

۴	۹	۲
۳	۵	۷
۸	۱	۶

ش ۴

اعداد ۹و.....و۳ و ۲ و ۱ که عناصر شکل (۱) می‌باشند تشکیل یك تصاعد عددی را داده‌اند و همین طور اعداد سایر اشکال نیز به نوبهٔ خود به صورت تصاعد عددی می‌باشند .

با در نظر گرفتن مطلب فوق این سؤال پیش می‌آید که آیا تصاعد حسابی بودن عناصر یك مربع وفقی مرتبهٔ سوم الزامی است یا نه ؟ البته جواب منفی است . زیرا اگر به شکل (۶) دقت کنیم مشاهده می‌شود که عناصرش تشکیل تصاعد حسابی نداده‌اند ولی خودش مربع وفقی مرتبهٔ سوم با وفق $S=۱۸$ می‌باشد .

تحقیق دربارهٔ نام انواع مربعهای وفقی مرتبهٔ سوم از حوصلهٔ این گفتار خارج است وتنها مربعهای وفقی مرتبهٔ سومی را در نظر می‌گیریم که عناصرشان تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند.

قضیه : هر مربع وفقی مرتبهٔ سوم که عناصرش تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند از شکل (۱) با استفاده از اعمال زیر بدست می‌آید :

۱°- جمع تمام عناصر مربع وفقی بایك مقدار ثابت .

۲°- ضرب تمام عناصر مربع دریك مقدار ثابت .

۳°- دوران شکل حول عنصر مرکز به اندازهٔ زاویهٔ $K\frac{\pi}{۲}$.

۴°- تعویض جای دوسطر اول و آخر ویا دوستون اول و آخر .

اثبات : کافی است ثابت کنیم که هر مربع وفقی مرتبهٔ سوم که عناصرش تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند . قابل تبدیل به شکل (۱) می‌باشد .

شکل(۷) را با عناصر غیرمشخص در نظر می‌گیریم . اگر a کوچکترین عنصر شکل(۷) باشد. از تمام عناصر مقدار ثابت a

۷	۹	۲
۱	۶	۱۱
۱۰	۳	۵

ش ۶

A	B	C
D	E	F
G	H	I

ش ۷

راکم می‌کنیم و اگر d قدرنسبت تصاعد حسابی عناصر شکل(۷) باشد عناصر مربع‌جدید رامی‌شود به‌صورت (۸d و .... و ۲d و d و ۰) نشان داد. تمام‌عناصر رابر d تقسیم می‌کنیم تااعداد به صورت (۸ و ... و ۲ و ۱ و ۰) در آیند سپس مقدار ثابت واحد را بر تمام این‌عناصر می‌افزائیم تاداشته باشیم (۹ و ... و ۲ و ۱) که همان عناصر شکل (۱) می‌باشند. اما نحوهٔ قرار گرفتن این اعداد : اگرS وفق مربع باشد بنابه تعریف داریم

$$\begin{cases} A+B+C=S \\ D+E+F=S \\ G+H+I=S \end{cases} \Longrightarrow A+B+\dots+I=۳S$$

$$A+B+\dots+I=۱+۲+\dots+۹=۴۵$$

پس $S-۱۵$ می‌باشد و داریم :

$$\begin{cases} A+E+I=۱۵ \\ B+E+H=۱۵ \\ C+E+G=۱۵ \\ D+E+F=۱۵ \end{cases} \Longrightarrow A+B+\dots+I+۳E=۶۰ \Longrightarrow ۴۵+۳E=۶۰ \Longrightarrow E=۵$$

عدد یك‌نمی‌تواند درگوشه قرارگیرد زیرا اگر $A=۱$ باشد الزاماً $I=۹$ می‌شود ودر این صورت اعداد (۴و۳و۲) نمی‌توانند با $A=۱$ هم سطر یاهم ستون باشد زیرا لازم می‌آید که عدد سومی یکی از اعداد (۱۰ و ۱۱ و ۱۲) باشد و این غیرممکن است (تنها اعداد از (۹ تا ۱) مورد نظر است) وتنها دو خانهٔ F و H برای این سه عدد (۴ و ۳ و۲) باقی‌می‌ماند (چون $E=۵$ است) و این محال است پس عدد یك نمی‌تواند درگوشه قرارگیرد . نتیجه می‌شود که یکی از اعداد H و F و B و D برابر یك است و با یك دوران مناسب می‌شود $D=۱$ گرفت و آن وقت $F=۹$ خواهد بود .

عدد ۷ با اعداد ۱ ویا ۹ نمی‌تواند در یك ستون قرار بگیرد زیرا $۷+۹>۱۵$ و $۱+۷+۷=۱۵$ پس عدد ۷ یکی از اعداد H یا B می‌باشد که با تعویض دو سطر اول و آخر می‌شود $B=۷$ و معلوم است که $H=۳$ خواهدشدوشکل ۷ به‌صورت شکل ۸ در می‌آید و از روی معادلات زیر مقادیر I و G و C و A معلوم می‌شود .

که همان شکل یك است .

$$\begin{cases} A+C=8 \\ A+I=10 \\ C+I=6 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A=6 \\ C=2 \\ I=4 \\ G=8 \end{cases}$$

A	۷	C
۱	۵	۹
G	۳	I

ش ۸

۶	۷	۲
۱	۵	۹
۸	۳	۴

ش ۹

۲ـ مربعهای وفقی کامل[1] مربع وفقی مرتبهٔ چهارم (شکل ۹) را درنظرمی‌گیریم عناصر Q و K و F و A قطر اصلی و عناصر M و J و G و D قطر دیگر راتشکیل‌می‌دهند که هرچهار عنصر دریك امتداد واقع بوده و هریك عنصری از یك سطر می‌باشند و عناصر اول و آخر مجاور بهضلع مربع هستند .

w			z
A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L
M	N	P	Q
x			y

ش ۹

ولی اگر تغییری در تعریف فوق بدهیم ، بدین‌معنی کـه هرچهار عنصر دریك امتداد بودن را درنظر نگیریم قطرشکسته تعریف می‌شود . چهار عنصر M و L و G و B ویا N و I و H و C یك قطر شکسته است ولی چهار عنصر P و J و H و C قطر شکسته نمی‌باشد برای اینکه J مجاور به ضلع مربع نیست و همین‌طور چهار عنصر P و L و H و C بهعلت اینکه L و H همستون می‌باشند نمی‌تواند قطرشکسته محسوب شود .

برای اینکه درتشخیص قطرشکسته اشتباهی رخ ندهدشکل (۹) را بهیك استوانه تبدیل می‌کنیم (شکل۱۰) . بدین ترتیب کـه ضلع zy را بـرضلع wx منطبق می‌کنیم . در این حالت نحوهٔ قرار گرفتن چهار عنصر M و L و G و B روی سطح استوانه عیناً شبیه وضعیت AFKQ می‌باشد. پس از این‌مقدمه تعریف زیر را بیان می‌کنیم :

تعریفIIـ هرچهار عنصری‌که روی سطح استوانه‌قطر محسوب بشوند ولی در مربع نظیرش قطر نباشند **قطر شکسته** گفته می‌شود .

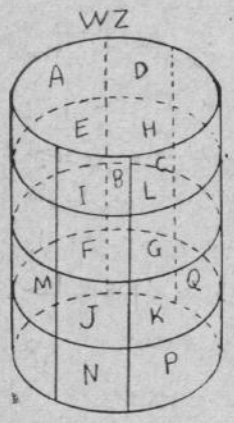
تعریف فوق برای هرمرتبه صدق می‌کند. بدیهی است‌که درشکل (۹) شش قطر شکسته وجود دارد که اقطار

(DEJP و CHIN و BGLM)

از چپ به راست و اقطار

(AHKN و BELP و CFIQ)

از راست به چپ می‌باشند .



تعریف IIIـ بنا به تعریف هر جدولی ازاعدادکه شامل n سطر و n ستون باشد و یك مقدار ثـابتی مانند S وجود داشته‌باشد به‌نحوی‌که

۱°ـ حاصل‌جمع اعدادهرسطر برابر مقدار ثابت S باشد.

۲°ـ حاصل جمع اعداد هـر ستون برابر مقدار ثابت S باشد .

۳°ـ حاصل‌جمع اعداد واقع در اقطار مربع (قطر اصلی و قطردیگر) برابر مقدار ثابت S باشد .

۴°ـ حاصل جمع اعداد واقـع در هرقطر شکسته برابر مقدار ثابت S باشد .

تشکیل یك **مربع وفقی کامل** می‌دهد و S **وفق مربع کامل** می‌باشد شکل(۱۱)یك مربع وفقی کامل مرتبهٔ چهارم با وفق S = ۳۴ وشکل (۱۲) مربع وفقی‌کامل مرتبهٔ پنجم با وفق S = ۶۵ می‌باشد .

---

(۱) Panmagic square . این مربع‌وفقی‌را Nasik square نیز گفته‌اند. اصطلاح اخیراز A.H.Frost است‌که مطالعات بیشتری دربارهٔ مربعهای وفقی داشته است .

۱	۸	۱۳	۱۲
۱۵	۱۰	۳	۶
۴	۵	۱۶	۹
۱۴	۱۱	۲	۷

ش ۱۱

۱	۱۴	۲۲	۱۰	۱۸
۷	۲۰	۳	۱۱	۲۴
۱۳	۲۱	۹	۱۷	۵
۱۹	۲	۱۵	۲۳	۶
۲۵	۸	۱۶	۴	۱۲

ش ۱۲

اگر بخواهیم بوسیلهٔ مجهول یا بی یك مربع وفقی مرتبهٔ nام تشکیل دهیم معلوم است که n^2 مجهول خواهیم داشت با $4n$ معادله . و می‌دانیم که نا مساوی $4n<n^2$ به ازاء جمیع مقادیر $n>4$ برقرار است .

حال اگر $n=3$ باشد دستگاه معادلات ۱۲ معادلهٔ ۹ مجهولی خواهیم داشت که برای حل باید نظریهٔ معادلات رادر نظربگیریم . اگر $n=4$ باشد ۱۶ معادلهٔ ۱۶ مجهولی‌می‌شود ولی اگر $n>4$ باشد برای حل $4n$ معادلهٔ n^2 مجهولی از حساب‌استدلالی هم بایدکمك بگیریم .

۳ـ یك فرمول کلی برای مربعهای وفقی :

در شمارهٔ دوم یکان طرزتشکیل مربعهای وفقی مرتبهٔ فرد و زوج ذکر شده ولی اگر مربع وفقی مرتبهٔ سوم (شکل ۱۳) را درنظر بگیریم می‌توانیم ثابت کنیم که به ازاء جمیع‌مقادیر a و b و t شکل (۱۳) یك مربع وفقی مرتبهٔ سوم با وفق $S=3t$ می‌باشد .

$t+a$	$t-a-b$	$t+b$
$t-a+b$	t	$t+a-b$
$t-b$	$t+a+b$	$t-a$

ش ۱۳

وهمین‌طور مربع وفقی مرتبهٔ چهارم (شکل ۱۴) را که دارای ۸ پارامتر است می‌توان به عنوان یك فرمول کلی برای مربعهای مرتبهٔ چهارم قبول کرد و به ازاء جمیع مقادیر D و C و B و A و Z و Y و X و W شکل (۱۴) یك مربع وفقی مرتبهٔ چهارم با وفق $S=W+X+Y+Z$ می‌باشد .

$W+A$	$X-A+B$	$Y-B+C$	$Z-C$
$Z-A+D$	Y	X	$W+A-D$
$X-C-D$	W	Z	$Y+C+D$
$Y+C$	$Z+A-B$	$W+B-C$	$X-B$

ش ۱۴

تمرین I

۱ـ در شکل(۱۳) مقادیر a و b و t را طوری انتخاب کنیدکه اشکال (۵و۴و۳و۲و۱) بدست آید .

۲ـ ثابت کنیدکه شکل(۱۳) نمی‌تواند مربع وفقی کامل باشد مگر اینکه $a=b=0$ باشد .

۳ـ هرگاه درشکل(۱۴) مقادیر عددی

($D=8$ و $C=-6$ و $B=2$

و $A=10$ و $Z=7$ و $Y=10$ و $X=11$ و $W=6$)

را در نظربگیریم مربع وفقی حاصل می‌شودکه در قرن هیجدهم توسط **Albercht Ourer** درست شده بود . مطلوبست تشکیل مربع وفقی فوق و همچنین تعیین وفق آن .

۴ـ تحقیق کنید که در مربع **Albercht Ourer** (مسألهٔ ۳) مجموع چهار عنصر واقع در گوشه‌ها برابر وفق مربع است .

۵ـ تحقیق کنید که در مربع **Albercht Ourer** (مسألهٔ ۳) مجموع چهار عنصر واقع درچهار خانهٔ مربع مرکز برابر وفق مربع است .

۶ـ به‌ازاء چه مقادیری از پارامترهای (شکل۱۴) شکل (۱۱) حاصل می‌شود .

۷ـ مقادیر پارامترهای شکل (۱۴) را طوری انتخاب کنیدکه شکل (۱۵) حاصل شود .

۸ـ ثابت کنیدکه ازشکل (۱۴) نمی‌شود مربع وفقی‌کامل بدست آورد .

۳	۱۰	۱۶	۵
۱۳	۸	۲	۱۱
۶	۱۵	۹	۴
۱۲	۱	۷	۱۴

ش ۱۵

دربارهٔ «گفتگوی دورمیز گرد»

نامهٔ زیر ازطرف یکی از خوانندگان مجله دریافت شده است که در این شماره چاپ می‌شود . دنبالهٔ گفتگو های دور میز گرد در شمارهٔ بعد مجله درج خواهد شد . دربارهٔ مطالب مورد بحث میز گرد هر نوع نظریه‌ای واصل شود یا درگفتگوهای دور ـ میز گرد منعکس خواهد شد ویا اینکه جداگانه به اطلاع خوانندگان می‌رسد .

شورای محترم نویسندگان یکان

بحثی که در شماره‌های اخیر یکان تحت‌عنوان «گفتگوی دورمیز گرد» دربارهٔ حل‌المسائل می‌نویسید جالبترین‌ولازمترین موضوع است. اگر بگویم که در حدود هشت سال است که‌دربارهٔ فوائد ومضرات حل‌المسائل فکر کرده‌ام سخنی به گزاف نگفته‌ام از روزی که با حل المسائل آشنا شده‌ام تا حالا ، همیشه این سؤال برایم مطرح بوده است که آیا اصولا حل‌المسائل مفید است یا مضر؟ و اگر مفید است تاچه‌حد وبه چه‌کیفیت؟

در ابتدا که حل‌المسائل خریدم محصل بودم و بعداً هر نوع حل‌المسائلی‌راتهیه‌کردم ودرخانهٔ خودم «بورس‌حل‌المسائل» دایر کردم . ولی رفته رفته متوجه شدم که اصولا یك‌عادت بدی درمن بوجود آمده است وآن احساس عجز در حل‌مسائلی‌است که حل آنها را ندیده‌ام ! و بالاخره این فکر در من قوت گرفت که شاید عادت به استفاده از حل‌المسائل این احساس را در من ایجاد کرده است . روزی با یکی از مؤلفین مشهور که کتابهای حل‌المسائل زیادی نوشته است ، و قبلا معلم من بود برخوردکردم و دربارهٔ حل‌المسائل سؤال کردم ، گفتند: اول صورت مسئله را بخوانید و سعی کنید که به فکر خودتان آنرا حل‌کنید ، بعد اگر نتوانستید حل کنید به حل‌المسئله رجوع کنید . ولی حقیقت را بگویم ، من به این جواب قانع نشدم . باز روزی با یکی از صاحبنظران صحبت کردم ، ایشان هم چیزی در ردیف جواب مؤلف قبلی اظهار داشتند. من‌همیشه فکر می‌کردم که جواب دادن به این سؤال کار ساده‌ای نیست ومحتاج به بحث و مداقه می‌باشد .

آخرالامر تمام کتابهای حل‌المسائل خود راکنار گذاشتم وخود را از قید وجود آنها خلاص کردم ! و بعد از آنهم سعی داشته‌ام که تمام مسائل را خودم حل کنم ، هرچند که اوایل این کار خیلی مشکل بنظر می‌رسید اما خود را نباختم وبالاخره هم موفق شدم که تمام مسائل را خودم حل کنم ، و حتی بعضی مسائل راکه حل آنها در حل‌المسائل نبود توانستم حل کنم ، و این امر مرا به فکر کردن بیشتر دربارهٔ این‌کتابها واداشت ؛ اصولا کلیهٔ مؤلفین کتابهای حل‌المسائل را عقیده بر این است که شاگرد اول باید صورت مسئله را به دقت بخواند و خوب فکر کند و بعداگر از حل آن عاجز شد به حل‌المسئله رجوع کند .

اما آیا یك نفر این قدرت اراده را دارد که به این توصیهٔ آقایان عمل کند ؟ گفتهٔ آقایان ظاهراً منطقی بنظرمی‌رسد ولی متأسفانه انجام آن بسیار مشکل‌است . باوجود این،فرض کنیم که شاگردی باشد که واقعاً یك چنین نیروی اراده‌ای داشته باشد ودربارهٔ مسئله‌ای یك‌ساعت هم فکر کند بدون اینکه به‌حل‌المسائل‌که پهلوی دستش گذاشته شده مراجعه کند . اما برای این شاگرد بااراده هم حل‌المسائل مفید فایده نیست‌زیرا وی دائم در این فکر است که حل‌المسائل را بازبکند یا نه، و صد درصد نیروی فکر خود را برای حل مسئله بکار نمی‌اندازد در حقیقت فکر وی مشوش می‌شود . زیاد مشاهده شده است که اکثر محصلین قوی‌که در بیشتر امتحانات نهایی ویا کنکور موفق می‌شوند از جمله محصلینی هستند که در منزل برای آنها امکانات علاوه‌ای فراهم نیست و در حقیقت متکی به نفس بار آمده‌اند . زیرا اینها می‌دانندکه در حل مسئله نه حل‌المسائل در اختیارشان هست و نه اولیاء آنها قادرند که برایشان معلم خصوصی بگیرند ، اتکاء آنها همواره به شخص خودشان است .

اکنون این سؤال پیش می‌آید که محصلی که در درس ضعیف است چه باید بکند ؟ جواب این سؤال هم این است که اول باید معلوم‌کرد ضعف این محصل در کدام قسمت از دروس

بقیه درصفحهٔ ۴۸

حساب جمل

حروف بیست و هشت گانهٔ مشهوره را (حروف زبان عربی) چون مقطع باشد حروف تهجی و حروف هجا خوانند ..... و اگر مرکب باشد ... آنرا حروف جمل گویند، جمع جمله که به معنی مجموع است . و این بحسب ترتیب وترکیب منقسم می شود بهانحاء مختلفه، و اشهر از همهٔ جمل: **ابجدی، ابتثی، ایقغی، و اهطمی** است و افضل همه ابجدی است چه بنای زیجات و تقاویم بر آنست..... در ذخایرالاسماء فی‌الجفر مذکور است که وضع این ترکیب از پیش حکیمی از حکماء یونان بوده است که اورا هشت پسر بوده که هریکی را مسمی بهاسمی ساخته است که حروف‌آن در اسم دیگری مندرج نبوده و طریق وضع آنچنانست که از الف تا ط را به ترتیب ارقام‌آحاد گیرند :

ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

از ی تا ص را به‌ترتیب ارقام عشرات گیرند :

ی	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص
۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰

از ق تا ظ را ارقام مآت گیرند :

ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ
۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰

و غ را رقم هزار گیرند ...، اعداد مرکبه را از این ارقام که موضوع است از برای اعداد مفرده ترکیب کنند . به این طریق که رقم عدد اکثر را بر رقم عدد اقل مقدم دارند ، مثلا :

۱۱ = یا، ۲۲ = کب ، ۱۴۵ = قمه ، ۱۷۸۹ = غذفظ

و چون هزار مضاعف گردد عدد آنرا بر حرف غ که رقم هزار است مقدم دارند . مثلا :

۲۰۰۰ = بغ ، ۱۰۰۰۰۰ = قغ . ۳۳۳۶۴ = لجغشد

نقل از کتاب بیست باب ملا مظفر

در معرفت خط نصف‌النهار وسمت‌قبله

زمین را هموار کنند بر وجهی که اگر آب بر او ریزند از همه جانب برابرسیلان کند ، و برای تسویهٔ زمین آلتی سازند مثلث متساوی‌الساقین و بر منتصف قاعدهٔ او نشانی

بقیه در صفحه ۱۶۹

هندسه‌چیست ؟

۱) هندسه علم خواص کمیت متصل است که با شکل نموده شده است .

دالامبر ، ۱۷۵۹

۲) هندسه علمی است‌که موضوع آن اندازه گیری‌کمیت متصل است

شراندار ، ۱۷۹۴

۳) مقصود از هندسه تحقیق در مقدار وشکل‌اشیاء مادی است، مستقل از ذات آنها .

پل‌تزی، ۱۸۹۴ - فه‌فه، ۱۹۰۳

۴) مجموعه‌ای دلخواه ازسطوح، خطوط و نقاط را شکل می‌نامیم . مقصود از علم هندسه تحقیق دربارهٔ شکلها ومخصوصاً همانطورکه ازنامش بر می آید ، اندازه‌گیری کمیت‌متصل است .

روشه - دوکمبروس، ۱۸۹۱

۵) هندسه علم اجسام مادی است که فقط شکل آنها، کمیت آنها ووضع نسبی آنها مورد نظر باشد.

شکل هندسی عبارتست از ملخص ذات یك جسم وقتی که مطلقا از نظر هندسی مطالعه شود .

ش . مری، ۱۹۰۳

مسائل حل نشدهٔ ریاضی

تألیف :
C. STANLEY OGILVY
ترجمهٔ : ع . م.

بخش دوم . مسائل ریاضیات عملی -۶-

بازرگان جهانگردی می‌خواهد دور دنیا را بگردد . به‌این‌ترتیب که‌سفر خودرا ازواشنگتن آغازکرده، کلیهٔ پایتختهای کشورهای جهان را دیده به واشنگتن برگردد . مسئله ازاین قراراست که خط سیرخودرا چگونه‌باید تنظیم‌کند تاکوتاهترین مسیرممکن را بپیماید ؟ ممکن است که وی را راهنمائی کنند تا پاسخ مسئله را به‌کمك ماشینهای حساب پیداکند ؛ یعنی اینکه بوسیلهٔ این‌ماشینها طول‌هریك ازمسیرهای‌ممکن‌رامحاسبه‌کرده وکوتاهترین‌آنهارا انتخاب کند . اما تنها برای ایالات چهل ونه‌گانهٔ‌آمریکا * تعداد مسیرهای‌ممکن برابر است با: «!۴۸» (! ۴۸ خوانده می‌شود فاکتوریل ۴۸ و برابراست با ۱×۲×۳×....×۴۷×۴۸) وحتی یك ماشین حساب بزرگ هم‌نمی‌تواند طول یکا یك این مسیرهارا به این زودیها حساب کند . هنوز برای‌مسئلهٔ بازرگان جهانگرد ، درحالت‌کلی‌که تعداد پایتختها وهمچنین وضع‌آنها نسبت به‌یکدیگردلخواه باشد یك‌راه حل‌کلی وعمومی پیدانشده‌است‌با وجود اینکه‌بیش ازبیست سال است‌که عدهٔ قابل توجهی از ریاضیدانان دربارهٔ آن کار می‌کنند .

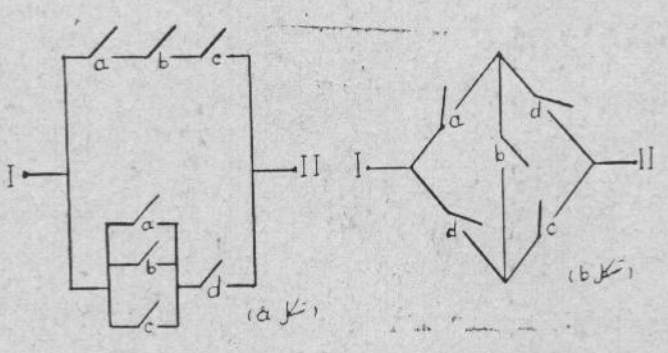
***

می‌توان یك‌جریان‌الکتریسیته‌را به‌صورت‌یك‌شکل ریاضی نمایش داده با معادلهٔ ساده‌ای توضیح داد . راجع به جریان الکتریسیته مسئله‌ای مطرح‌است‌که چگونگی‌آن‌ازروی شکلهای a و b توضیح داده می‌شود :

مداری‌را بین‌دو نقطهٔ I وII درنظرمی‌گیریم، همهٔ‌کلیدهای‌ازنوع a رابه A . ازنوع b رابه B ، از نوع c رابه C وبالاخره از نوع d رابهD می‌نمائیم . مقصوداین است‌که جریان جزدر دوحالت زیرجریان نداشته باشد ،

حالت اول ـ D بسته باشد A ، B یا C بازباشد .

حالت دوم ـ D بازباشد، A ،B و C بسته باشند



شکل(a) یك‌نمای ممکن‌را نشان می‌دهد. درشکل (b) هم نه‌تنها شرایط مسئله برقراراست بلکه‌ازتعدادکلیدهای شکل (a) دوعدد هم‌کم شده است . با حذف‌کلیدهای بیمورد نه تنها عمل روبه‌راه‌کردن مدارساده انجام می‌گیرد بلکه خود مدارهم ساده‌تر ومطلوبتر بدست می‌آید .

تعیین ساده ترین وباصرفه‌ترین مدارها ، با شرایط گفته شده ، مسئله‌ای‌است‌که بسیاری از سؤالهای مربوط به‌آن هنوز بدون پاسخ مانده است بعضی‌ازاین‌سؤالها ازاین‌قراراست :

۱ ـ آیا برای راه انداختن جریانی‌که متضمن شرایط گفته شده‌بوده ودرآن‌تعدادکلیدها حداقل‌باشد روشی‌کلی وجود دارد؟تا این‌زمان که‌هنوز این‌روش‌کلی‌بدست نیامده‌است .

۲ ـ عین همان سؤال وقتی‌که مدارفقط شامل انشعابهای زنجیره‌ای‌یاموازی‌نباشد .

۳ـ همان سؤال وقتی‌که بعضی ترکیبات (باز ـ بسته) جریان اصلا موردنظر باشد .

۴ ـ می‌توان همان سؤال را درحالتی مطرح‌کرد که انشعابهای مداربه صورت پل، زنجیره‌ای و متوازی‌ویاترکیبی دلخواه ازآنها باشد .

***

* در زمان تألیف‌کتاب ایالات متحده‌آمریکا شامل چهل و نه ایالت بوده است . مترجم .

در نظریهٔ ارتباطات ، **قضیهٔ شانن** کشف جالبی را بیان می‌کند ؛ این قضیه به اجمال چنین است : اگر برق خط انتقال قویتر شود خبر واصل به دستگاه گیرنده نیز قویتر دریافت خواهد شد ، همچنین وقتی که خبر به صورت صدا (تداخل ارتعاشات ، همهمه) وغیره باشد ، در نتیجهٔ آن شدت بیشتری خواهد یافت . می‌توان این تصور را داشت که اگر پیام وصدا درعین حال به طور بینهایت اضافه شوند مقدار خبر دریافتی قابل استفاده ثابت باقی مانده ویا اینکه کاهش می‌یابد. اما چنین معلوم شد که این موضوع درست نیست .

برای توضیح بیشتر فرض کنیم که پیامی را به صورت فریاد از یك طرف رودخانه‌ای به طرف دیگر آن برسانیم ، پهنای رود-خانه آن اندازه زیاد است که فقط قسمتهای برجستهٔ جملات مفهوم می‌شود . ممکن است که پیام را به دفعات تکرار کرد تا بتوان نتیجهٔ مطلوب را بدست آورد اما در هر دفعهٔ تکرار قسمتهای نامفهوم متفاوت بوده در نتیجه برای انتقال یك پیام مدت زمان زیادی وقت لازم خواهد بود. خط ارتباطی برای یك پیام به مدت زیادی اشغال شده انتقال پیامهای دیگر به تعویق می‌افتد .

ممکن است که ظرفیت دستگاه انتقال خبر را به وسیلهٔ دیگری زیاد کرد : فرض کنیم که بتوانیم ده زوج زن وشوهر از ملیتهای مختلف را بیابیم که هر زوج با زبانی سوای زبان زوجهای دیگر تکلم می‌کنند. مثلا آقا وخانم A جز زبان ترکی به زبان دیگری نمی‌توانند حرف بزنند ، آقا وخانم B فقط با زبان بلغاری می‌توانند صحبت کنند . وغیره . مردها را در یك طرف رودخانه وزنها را در طرف دیگر آن قرار می‌دهیم. هر مرد به وسیلهٔ فریاد پیام را انتقال می‌دهد وهر زن از شوهر خودش آن پیام را دریافت می‌دارد. قضیهٔ شانن می‌گوید که به این وسیله قسمت مهمی از پیام دریافت خواهد شد البته اگر هر نفر فقط یك بار پیام را فرستاده باشد ، این راه حل بهتر خواهد بود وقتی که بیست فرستنده و بیست گیرنده به همان قسم مشغول کار شوند .

برای کاربرد قضیهٔ شانن در ارتباطات از دور هنوز توفیقی بدست نیامده است . به عبارت دیگر برای استفاده از این قضیه در مورد سیمهای الکتریکی ، فرستنده های تلگرافی ؛ علائم مخابراتی وغیره، هنوز باید در انتظار بود. درصورتی که از استفادهٔ از این مسئله عملی شود فوائد اقتصادی قابل توجهی به همراه خواهد داشت .

بقیه از صفحهٔ ۱۴

کنند واز رأس مثلث شاقولی در آویزند وسطح زمین را چنین سازند که مثلث را به هرطرف که گردانند شاقول بر آن نشان آید . پس دایره‌ای بر زمین رسم کنند و بر مرکز دایره مقیاس ظل نصب کنند. و طریق اسهل آنست که مقیاس مخروطی مستدیر قائم سازند و بر مرکز دایرهٔ مذکور ، دایره ای رسم کنند مساوی قاعدهٔ مقیاس ، و مقیاس را چنان رسم کنند که قاعدهٔ آن بر این دایره تمام منطبق شود . و مدخل ومخرج ظل را از دایره نشان کنند و قوسی را که میان هر دو نشان است تنصیف کنند و از مرکز به منتصف خطی اخراج کنند، آن خط ، خط نصف‌النهار باشد. و چون خط دیگر بر آن عمود سازند، خط اعتدال باشد . . . .

سمت قبله نقطهٔ تقاطع باشد میان افق بلد و سمتیه ای که به سمت‌الرأس مکه گذرد. وخطی که از مرکز افق به این نقطه گذرد **خط سمت قبله** بود ....اگر بلد با مکه در طول موافق نباشد تفاوت مابین‌الطولین را هر پانزده درجه را ساعتی گیریم و آنچه کم از پانزده درجه باشد هردرجه را چهار دقیقهٔ ساعت گیریم. آنچه بر آید از ساعات و دقایق نگاه داریم . آنگاه روزی را رصد کنیم که آفتاب در آن روز به درجهٔ هشتم **جوزا** یا درجهٔ بیست و سوم **سرطان** تحویل کند ، پس در آن روز چون از نیمروز به مقدار ساعات و دقایقی که نگاه داشته ایم بگذرد ، ظل مقیاس خط سمت قبله بود اگر طول بلد بیش از طول مکه باشد ، والا بیش از نیمروز به مقدار ساعات ودقایق مذکور ظل مقیاس خط سمت قبله بوده و قبله در خلاف جهت ظل بود .

از کتاب هیئت شیخ بهائی

بیست و یك راه اثبات

قضیهٔ نیوتن = قضیهٔ گوس

تنظیم از : KAIDY TAN ، ترجمهٔ حبیب‌الله گلستان زاده ، ازمجلهٔ : Math. Magazine

برهان ۵ ـ در این راه از اشکال متشابه استفاده شده است: متوازی الاضلاعهای BFDH و CFAG را می‌سازیم فرض می‌کنیم : $CG \cap BE = S$ و $DH \cap BE = K$ خواهیم داشت :

$$\frac{EA}{AS} = \frac{ED}{DC} = \frac{EK}{KB} \Longrightarrow \frac{EA}{EK} = \frac{AS}{KB} \quad (۲)$$

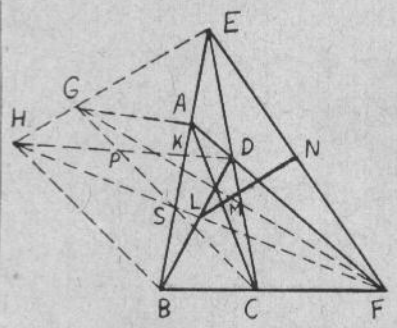
از تشابه دو مثلث SAG و BKH خواهیم داشت :

$$\frac{AG}{KH} = \frac{AS}{KB} \quad (۳)$$

ازروابط (۲) و (۳) نتیجه می‌شود :

$$\frac{AG}{KH} = \frac{EA}{EK}$$

چون دو زاویهٔ GAE و HKE برابرند دو مثلث EGA و EHK متشابه بوده و خواهیم داشت EUGUH یعنی اوساط خطوط FH و EG و FE بر استقامت یك‌خط مستقیم واقع‌اند و نتیجه می‌شود که اوساط خطوط EF و BD و AC نیز بریك استقامت واقع‌اند .



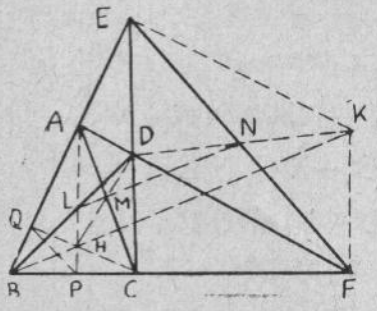
برهان ۶ ـ از اشکال متجانس استفاده شده است .

متوازی الاضلاعهای EDFK و CDAH سپس قطرهای DK و DH را رسم می‌کنیم که دوخط EF و AC را به ترتیب در نقاط N و M قطع می‌کنند . دو خط AH و CH را رسم‌کرده امتداد می‌دهیم تا BC و AB را به‌ترتیب در P و Q قطع‌می‌کنند ، QP، BH و HK را نیز رسم می‌کنیم. خواهیم داشت .

$$\frac{BP}{BC} = \frac{BA}{BE} \quad \text{و} \quad \frac{BC}{BF} = \frac{BQ}{BA}$$

ازضرب نظیربه نظیر طرفین این دو رابطه نتیجه می‌شود :

$$\frac{BP}{BF} = \frac{BQ}{BE} \Longrightarrow PQ \parallel EF$$



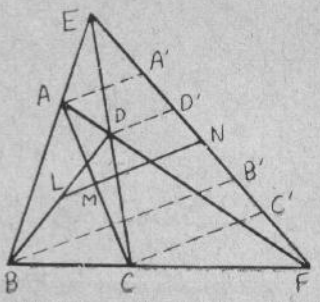
همچنین از $KF \parallel CE \parallel HP$ و $EK \parallel AF \parallel QH$ نتیجه خواهد شد که مثلث HQP متجانس معکوس مثلث KEF است بنابراین خطوطی که‌رأسهای نظیراین‌دو مثلث را به‌هم وصل‌می کنند متقاربند یعنی :

$$FP \cap KH \cap EQ = B \Longrightarrow BUHUK$$

وقتی‌که اوساط خطوط BD و DH و DK بریك استقامت باشند اوساط خطوط BD و AC و EF نیز بریك استقامت هستند .

برهان ۷ ـ استفاده از تصویر در امتداد معین .

LM را رسم می‌کنیم تا EF را در N' قطع کند . از نقاط A و B و C و D خطوطی موازی با LM رسم



می‌کنیم تا EF را به ترتیب در نقاط A' و B' و C' و D' قطع کنند. می‌توانیم بنویسیم.

$$\frac{\Delta BCE}{\Delta BFA}=\frac{BC\cdot EB}{BF\cdot AB}=\frac{B'C'}{B'F}\times\frac{EB'}{A'B'}$$

$$\frac{\Delta BFA}{\Delta CFD}=\frac{BF\cdot FA}{CF\cdot FD}=\frac{B'F}{C'F}\times\frac{FA'}{FD'}$$

$$\frac{\Delta CFD}{\Delta ADE}=\frac{FD\cdot DC}{AD\cdot DE}=\frac{FD'}{A'D'}\times\frac{D'C'}{D'E}$$

$$\frac{\Delta ADE}{\Delta BCE}=\frac{DE\cdot EA}{CE\cdot EB}=\frac{D'E}{C'E}\times\frac{EA'}{EB'}$$

از ضرب نظیر به نظیر طرفین جهار رابطهٔ بالا نتیجه می‌شود.

$$(۴)\quad \frac{B'C'\cdot FA'\cdot D'C'\cdot EA'}{A'B'\cdot C'F'\cdot A'D'\cdot C'E}=۱$$

و چون $N'C'=N'A'$ و $N'B'=D'N'$ نتیجه‌می‌شود که $B'C'=A'D'$ و $D'C'=A'B'$. با توجه به این تساویها از رابطهٔ (۴) نتیجه خواهیم گرفت.

$$\frac{FA'\cdot EA'}{C'F\cdot C'E}=۱ \quad \text{یا} \quad FA'\cdot EA'=C'F\cdot C'E$$

و خواهیم داشت:

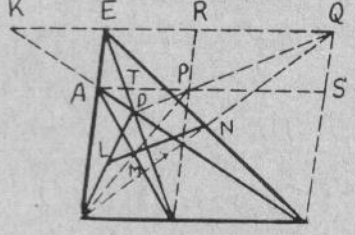
$$(N'F-N'C')(N'E+N'C')$$
$$=(N'F+N'A')(N'E-N'A')$$
$$-N'C'^{۲}+N'F\cdot N'C'-N'C'\cdot N'E$$
$$=-N'F\cdot N'A'+N'A'\cdot N'E-N'A'^{۲}$$

اما $N'C'=N'A'$ پس نتیجه خواهد شد.

$$N'F-N'E=-N'F+N'E \Longrightarrow N'F=N'E$$

یعنی N' وسط EF واقع است پس $N'\equiv N$ و در نتیجه $LUMUN$

برهان ۸ ـ استفادهٔ از خطوط متقارب



متوازی‌الاضلاع $EBFQ$ را می‌سازیم و $AS\parallel BF$ ($S\subset FQ$) و $CR\parallel BE$ ($R\subset EQ$) را رسم می‌کنیم که $CR\cap AS=P$ و $FA\cap QE=K$ و $AS\cap EC=T$ و خواهیم داشت:

$$(۵)\quad AE\parallel FQ \Longrightarrow \frac{KE}{EQ}=\frac{KA}{AF}$$

$$(۶)\quad EA\parallel PC \Longrightarrow \frac{AT}{TP}=\frac{ET}{TC}$$

$$(۷)\quad KE\parallel AT\parallel CF \Longrightarrow \frac{KA}{AF}=\frac{ET}{TC}$$

از رابطه‌های (۵) و (۶) و (۷) نتیجه می‌شود:

$$\frac{KE}{EQ}=\frac{AT}{TP} \Longrightarrow KA\cap ET\cap QP=D$$

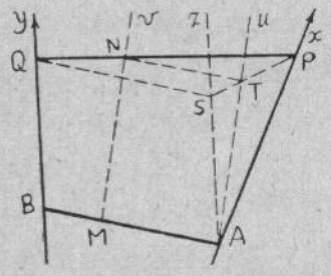
بنابراین $DUPUQ$ و ازآنجا نتیجه می‌شود که اوساط خطوط BQ و BP و BD و به عبارت دیگر اوساط خطوط EF و AC و BD بریك استقامت می‌باشند.

برهان ۹ ـ استفاده از مکان هندسی به‌نام نیوتن

لم ـ دونقطهٔ ثابت A و B و همچنین دو خط ثابت Ax و By مفروض‌است نقطهٔ متغیر P را بر Ax و نقطهٔ متغیر Q را بر By درنظر می‌گیریم بطوری‌که نسبت: $AP:BQ$ برابرمقدار ثابت $a:b$ باشد. اگر N نقطه‌ای باشد که خط PQ را به‌نسبت ثابت $r:s$ تقسیم‌کند مکان هندسی N خطی است راست‌که از نقطهٔ ثابت M واقع بر AB می‌گذرد که نقطهٔ M خط AB را به نسبت $r:s$ تقسیم کرده است.

یکی ازجمله دلایل برای اثبات لم فوق ازاین‌قراراست:

متوازی‌الاضلاع $ABQS$ را در نظر می‌گیریم که مکان هندسی S خط Az خواهد بودکه با By موازی است. خط SP را وصل می‌کنیم و $NT\parallel QS$ ($T\subset SP$) را رسم می‌کنیم. در مثلث ASP داریم: ثابت $=AS:AP$ پس SP امتداد ثابتی خواهد داشت و همچنین داریم.



$$PT:TS=PN:NQ=r:s$$

درنتیجه مکان هندسی نقطهٔ T خطی مانند Au خواهد بود. از طرفی

$$AM:AB=PN:PQ \quad (\text{بنابرفرض}) \quad =NT:QS$$

وچون $QS=AB$ پس: ثابت $=NT=AM$ یعنی N برخطی قرار دارد که از نقطهٔ ثابت M می‌گذرد.

بقیه درصفحهٔ ۴۸

چگونه مسأله‌ای را حل کنیم؟

تألیف : G.POLYA

ترجمهٔ : ه . شریفزاده

Généralisation تعمیم

تعمیم یعنی توجه پیدا کردن از یك موضوع به‌مجموعه‌ای که شامل آن موضوع است . یا توجه پیدا کردن ازیك مجموعهٔ محدود به مجموعهٔ جامعی که شامل آن مجموعهٔ محدود است.

۱ـ اگر تصادفاً حاصل جمع زیر را به‌نظر آوریم که

$$۱+۸+۲۷+۶۴=۱۰۰$$

باکمی دقت متوجه خواهیم شد که آن را می‌توان بـه صورت جالبی بیان نمود :

$$۱^۳+۲^۳+۳^۳+۴^۳=۱۰^۲$$

در این هنگام طرح سؤالی بـه صورت جملهٔ زیر کاملا طبیعی است ! «آیا مجموع مکعبهای اعداد متوالی به‌صورت

$$۱^۳+۲^۳+۳^۳+۴^۳+\dots+n^۳$$

را می‌توان به‌صورت مربع یك عدد نوشت ؟» این چنین بررسی را **تعمیم** گویند . طرح سؤال بالا کاملا بجاست زیرا ما را به مشاهدهٔ یك قانون کلی و جالبی راهنمایی می‌کند . بسیاری از نتایجی که در ریاضیات یا فیزیك یا سایر علوم طبیعی‌بدست آمده‌اند به کمك تعمیمی از این نوع بوده است . (مراجعه به استقرا و استقرای ریاضی) .

۲ـ تعمیم را می‌توان در حل مسائل متعددی بکار برد .

مثلا می‌خواهیم مسأله‌ای از هندسهٔ فضایی را حل کنیم که به شرح زیر است :

«یك خط و یك هشت وجهـی منتظم مفروضند . صفحه‌ای را پیدا کنیدکه از خط بگذرد و هشت وجهی را بـه دو قسمت متعادل تقسیم کند ». این مسأله کمی مشکل به نظر می‌رسد ، ولی عملا هیچ احتیاجی نیست‌که مغز خود را برای تصورشکل هشت‌وجهی‌منتظم خسته‌کنیم ومی‌توان مسأله را به‌صورت عمومی‌تری مطرح کرد :

«یك خط راست ویك جسم معینی ، که دارای مرکز تقارن است ، مفروضند. صفحه‌ای را پیدا کنید کـه از خط بگذرد و جسم را به دوقسمت متعادل تقسیم‌کند» . واضح است که صفحهٔ مطلوب از مرکز تقارن جسم می‌گذرد . چون هشت‌وجهی نیز دارای مرکز تقارن است ، مسألهٔ اصلی نیز حل شده محسوب می‌شود .

توجه داشته باشید کـه مسألهٔ دوم ، کـه از مسألهٔ اول عمومیتر است ، معهذا از آن ساده‌تر می‌باشد . در حقیقت‌راهی که برای حل مسألهٔ اول طی‌کردیم ازحل مسألهٔ دوم **اختراع** شده است . این «اختراع» موجب شدکه رل مرکز تقارن را بشناسیم ، یعنی پس از طرح مسألهٔ بعدی متوجه شدیم‌که بـاید به مرکز تقارن هشت‌وجهی و خاصیت اصلی آن توجه داشت .

اغلب حل مسألهٔ عمومیتر خیلی ساده‌تر ازحالت خاص‌آن است و بنظر می‌رسدکه در این جمله تناقضی باشد ، ولی مثالی که در بالا زدیم نشان می‌دهد که هیچ تناقضی وجود نـدارد . با اختراع مسئلهٔ عمومی اشکال اصلی مسأله‌ای را که در حالت خاص طرح شده است کشف می‌کنیم .

۳ـ «حجم هرم ناقصی را پیدا کنیدکه قاعدهٔ آن مربع است، وطول ضلع قاعدهٔ پایینی ۱۰ سانتیمتر وطول ضلع قاعدهٔ بالایی ۵ سانتیمتر وارتفاع آن ۶ سانتیمتر است». اگربه‌جای اعداد ۱۰ و ۵ و ۶ حروف a و b و h قرار دهیم، در حقیقت مسأله را تعمیم داده‌ایم . به عبارت دیگر مسئلهٔ بالا به مسأله‌ای تبدیل می‌شود که آن را می‌توان چنین بیان‌کرد :

«حجم هرم ناقص مربع‌القاعده‌ای را پیدا کنید که طول ضلع قاعدهٔ پایینی آن a و طول ضلع قاعدهٔ بالایی آن b و طول ارتفاع آن h است» . این نوع تعمیم بسیار مفید واقع می‌شود . با تبدیل مسألهٔ «عددی» به مسألهٔ «حرفی» موفقیت تازه‌ای بدست می‌آوریم و آن این است که می‌توانیم معلومات ودر نتیجه نتایج حاصل را تغییر بدهیم و حالات مختلف آن‌را بررسی کنیم (در مقالات قبلی راجع بـه تغییرات یك مسأله و نیز تغییرات نتایج گفتگوکرده‌ایم) .

راهنمای حل مسائل شیمی

مؤلفان : Favre et Gautier مترجم : عطاءالله بزرگ‌نیا

فصل II

معادلهٔ شیمیائی

۶ـ درهرواکنش شیمیائی بین جرم اجسامی که درعمل دخالت دارند (اجسام ترکیب شونده واجسام حاصل ازترکیب) نسبت کاملامشخصی برقراراست . بنابراین هرگاه مقادیراجسام شرکت‌کننده در واکنش درحالتی معلوم باشد به‌کمك تناسبهای ساده می‌توان مقادیر آنهارا درحالات دیگرمحاسبه کرد. **فرمول واکنش یکی ازاین حالات را نشان می‌دهد .**

۷ـ فرمول واکنش معادله‌ای است رمزی (۱) که اجزاء طرف اول‌آن شامل فرمول اجسام‌ترکیب شونده (درواکنشهای تجزیه فرمول اجسام تجزیه شونده) وطرف دوم شامل فرمول محصولات واکنش (یاتجزیه) می‌باشد. ضرایبی‌که درجلوفرمول هرجسم قراردارد معرف تعداد ملکولهائی از آن‌که در واکنش شرکت دارند . ضریب یکی از اجسام شرکت‌کننده‌را می‌توان به‌دلخواه اختیار کرد اما ضرایب سایر اجسام را به‌پیروی از قانون پایداری عناصر باید به‌نحوی یافت‌که ضریب نشانه‌های هرعنصردردوطرف یکی باشد .

۸ـ ممکن است ضرایب اجسام شرکت‌کننده را طوری تنظیم نمودکه همگی اعداد صحیح باشند بااین وجود به منظور نوشتن اجسام ساده به‌شکل ملکولی بهتراست‌که به‌جای H و O۳ وقتی منظورنشان دادن ئیدرژن واکسیژن به‌حالت‌آزادباشد نوشته شود $\frac{۱}{۲}H_۲$ و $\frac{۳}{۲}O_۲$

۹ـ پیداکردن ضرایب فرمول یك واکنش ـ

ضرایب معادلات شیمیائی‌را نبایدبه‌خاطرسپرد بلکه‌ترجیح داردکه روش صحیح پیدا کردن آنهارا یادگرفت . پیداکردن ضرایب واکنش دربسیاری ازحالات‌کار ساده‌ای‌است زیرا همیشه انتخاب ضریب موقت یکی ازاجسام طرف اول در اختیارماست وبااستفاده ازقانون پایداری عنصر، فرمول‌را درطی چند مرحله موازنه می‌کنیم . هرگاه ضرایب بدست‌آمده کسری باشد برای یافتن‌ضریب‌صحیح مخرج مشترك گرفته، مخرج راحذف‌می‌کنیم.

مثال : فرمول احتراق کامل اسید سولفیدریك از این قراراست :

$$\ldots H_۲S+\ldots O_۲\longrightarrow\ldots H_۲O+\ldots SO_۲$$

برای موازنه‌کردن فرمول ضریب $SH_۲$را یك می‌گیریم درطرف دوم یك $H_۲$ و یك S خواهیم داشت بنابراین ضریب آب یك وضریب $SO_۲$ یك خواهد شدبرای یافتن ضریب‌اکسیژن درطرف اول‌کافی است‌که ضریب اکسیژن‌را درطرف دوم‌محاسبه کنیم . ضریب اکسیژن درآب یك ودر$SO_۲$ دواست‌که روی هم ۳ می‌شود . بنابراین فرمول بدین شکل درمی‌آید :

$$H_۲S+\frac{۳}{۲}O_۲\longrightarrow H_۲O+SO_۲$$

هرگاه بخواهیم تمامی ضرایب فرمول را عدد صحیح بنویسیم‌کافی است‌که همهٔ ضرایب‌را دوبرابر کنیم .

چنانچه‌درآغاز به‌جای $H_۲S$ برای $O_۲$ ضریب یك‌اختیار نموده باشیم به‌سهولت درمی‌یابیم که اکسیژن درطرف دوم بین دوجسم تقسیم می‌شود و پی‌بردن به‌چگونگی تقسیم اکسیژن بین دوجسم به‌آسانی امکان پذیر نیست‌که ازاین‌رو باید همیشه از عنصری شروع کردکه درهرطرف فرمول فقط درساختمان یك جسم شرکت‌کرده باشد . در مثال قبلی S و H دارای چنین وضعی هستند .

۱۰ـ درصورتی که بااین روش به‌نتیجه نرسیم از روش

(۱) در بین دو طرف یك فرمول شیمیائی علامت ⟶ به جای علامت = گذاشته می‌شود وفرمول شیمیائی بامعادلهٔ جبری فرقی‌ندارد

دیگر که تجزیهٔ یك واکنش به‌چند واکنش ساده‌تر است استفاده می‌کنیم مثلا اکسیداسیون اسید سولفورو ویایك سولفیت به اسید سولفوریك ویا به‌سولفات درحقیقت عبارت ازافزایش اکسیژن به SO_2 وتولید SO_3 است .

واحیاء پرمنگنات پتاسیم در محلول سولفوریك منجر به تشکیل سولفات منگنز (که اکسیدآن MnO است) و سولفات پتاسیم (که اکسید آن K_2O است) می‌شود وقتی فرمول پرمنگنات پتاسیم را بشکل K_2O و Mn_2O_7 (برابر دو ملکول پرمنگنات پتاسیم) بنویسیم ملاحظه خواهیم کردکه عمل احیاء درحقیقت بشکل واکنش زیرانجام می‌شود:

$$Mn_2O_7 \longrightarrow 2MnO + 5O$$

این پنج‌اتم اکسیژن مستقیماً درعمل اکسیداسیون‌دخالت می‌کنند .

۱۱ـ اینك بوسیلهٔ چند مثال روش تعیین ضرایب را به کمك تجزیهٔ واکنشها نشان می‌دهیم .

مثال ۱ـ ازاحیاء اسید سولفوریك بوسیلهٔ کربن گاز سولفورو و گاز کربنیك تولید می‌شود برای تشکیل هرملکول گازکربنیك دواتم اکسیژن لازم است .

(۱) $C + 2O \longrightarrow CO_2$

درصورتی‌که ازاحیاء هرملکول SO_3 وتبدیل‌آن به SO_2 فقط یك اتم اکسیژن حاصل می‌شود بنابراین در ازاء اکسیداسیون یك اتم‌کربن دو ملکول SO_3 احیاء می‌گردد .

(۲) $2(SO_3 \longrightarrow SO_2 + O)$

ازجمع دوفرمول ۱و۲ وحذف دواتم O که درواکنش(۲) تولیدشده‌ودرواکنش(۱) به‌مصرف‌رسیده است چنین‌خواهیم‌داشت:

$$2SO_3 + C \longrightarrow 2SO_2 + CO_2$$

اما بطوری که‌می‌دانیم به‌جای SO_3 دراین‌واکنش SO_4H_2 به‌کاررفته است بنابراین باید به‌جای $2SO_3$ $2SO_4H_2$ قرار داد ، در نتیجه چون در طرف اول دو ملکول آب اضافه شده است در طرف دوم نیز $2H_2O$ تولید می‌شود و فرمول نهائی به‌صورت زیردرخواهدآمد :

$$2SO_4H_2 + C \longrightarrow 2SO_2 + CO_2 + 2H_2O$$

مثال ۲ـ در تهیهٔ کلراز بی‌اکسیدمنگنز ، کلورومنگنز (که اکسیدآن MnO است) نیزتولیدمی‌شود واکنش‌رامی‌توان به‌شکل زیرتجزیه‌کرد :

محصول احیاء MnO_2 طبق فرمول :

$$MnO_2 \longrightarrow MnO + O$$

یکی MnO است که مقداری از اسید را طبق فرمول زیرخنثی می‌سازد :

$$MnO + 2HCl \longrightarrow H_2O + MnCl_2$$

دیگری O است‌که بائیدرژن اسید ترکیب می‌شود وکلر آن‌آزاد می‌گردد .

$$O + 2HCl \longrightarrow H_2O + Cl_2$$

ازجمع دوفرمول وحذف O و MnO ازطرفین، فرمول زیر نتیجه می‌شود:

$$4HCl + MnO_2 \longrightarrow MnCl_2 + 2H_2O + Cl_2$$

مثال۳ـ احیاء پرمنگنات بوسیلهٔ گازسولفورو .

دو واکنش اساسی آن‌که قبلا نشان داده شده‌است ازاین قراراست :

(۱) $Mn_2O_7 \longrightarrow 2MnO + 5O$

بطوری که‌ملاحظه می‌شود دراین واکنش پنج اتم‌اکسیژن تولید می‌شود که پنج ملکول انیدریدسولفورو را طبق فرمول زیراکسید می‌سازد .

(۲) $5(SO_2 + O \longrightarrow SO_3)$

ازاین $5SO_3$ یکی‌بوسیلهٔ K_2O ودوتا بوسیلهٔ $2MnO$ خنثی می‌شود ودوتای دیگر باآب محلول، تولیداسیدسولفوریك می‌نماید .

(۳) $SO_3 + K_2O \longrightarrow SO_4K_2$

(۴) $2SO_3 + 2MnO \longrightarrow 2SO_4Mn$

(۵) $2(SO_3 + H_2O \longrightarrow SO_4H_2)$

ازجمع این پنج معادله بایکدیگر و حذف اجسام مساوی (محصولات یك واکنش که درواکنش‌دیگرمصرف شده‌است) چنین نتیجه‌می‌شود :

$$2MnO_4K + 5SO_2 + 2H_2O \longrightarrow 2SO_4K_2 + 2SO_4Mn + 2SO_4H_2$$

۱۲ـ درمثالهای قبلی حالتی که یك واکنش‌اکسیداسیون توأم با یك واکنش احیاء است مورد بحث قرار گرفت اینك حالتهای دیگری‌رادرنظرمی‌گیریم .

مثال۴ـ واکنش اسید سولفوریك غلیظ بامس.

نظر به‌اینکه دراین واکنش سولفات مس و گاز سولفورو تولید می‌شودازاین‌رو قسمتی‌ازاسیدعمل‌اسیدی وقسمت دیگرعمل اکسیدکنندگی‌دارد و بدون درنظر گرفتن مکانیسم واقعی این واکنش می‌توان‌تصور کرد که‌واکنش به‌این صورت انجام‌می‌گیرد:

(عمل اسیدی) $SO_4H_2 + Cu \longrightarrow SO_4Cu + H_2$

(عمل اکسیدکنندگی) $SO_4H_2 + H_2 \longrightarrow SO_2 + 2H_2O$

ازجمع دومعادلهٔ فوق وحذف‌اجسام مساوی‌خواهیم‌داشت:

$$2SO_4H_2 + Cu \longrightarrow SO_4Cu + SO_2 + 2H_2O$$

ونیزمی‌توان واکنش‌را بدین‌شکل تجزیه نمود :

(عمل‌اکسیدکنندگی) $SO_4H_2 + Cu \longrightarrow SO_2 + CuO + H_2O$

بقیه در پائین صفحهٔ ۲۷

راهنمای حل

مسائل مقدماتی هندسه

Rèsolution des Problèmes élémentaires de géométrie

تألیف: E. J. Honnet چاپ هفتم . پاریس: ۱۹۶۳ ــ ترجمهٔ : ع . م.

۱۱

فصل دوم- چگونگی اثبات تساوی دو زاویه

روش پنجم - استفاده از خواص زاویه‌هایی که ضلعهایشان متوازی یا متعامدند

همین خاصیت وقتی بکار می‌آید که خواسته باشیم ثابت کنیم دوزاویه مکمل یکدیگرند . وآنرا چنین تشریح می‌کنیم :

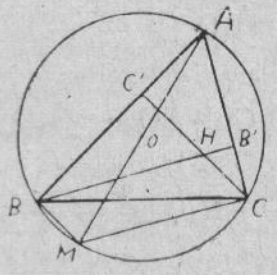
اگر ضلعهای دوزاویه نظیر به‌نظیر باهم موازی (یا برهم عمود) باشندآن دوزاویه درحالتی‌که هردو حاده یاهردومنفرجه باشند برابرند ودرحالتی‌که یکی حاده و دیگری منفرجه باشد مکمل یکدیگرند .

الف ــ ضلعهای دوزاویه متوازیند .

مسئلهٔ ۲۱ــ مثلث ABC محاط در دایرهٔ O مفروض است ؛ قطر MA از دایره وارتفاعهای BB' و CC' از مثلث را رسم می‌کنیم اگر H نقطهٔ تلاقی این ارتفاعات باشد ثابت کنیدکه دوزاویهٔ B'HC' و BMC بایکدیگر برابرند .

فرض { AM قطردایره ، BB' ⊥ AC ، CC' ⊥ AB }

حکم : زBMC = زB'HC'



اثبات- چون AM قطردایره است بنابراین زاویه‌های ABM و ACM قائمه بوده و نتیجه می‌شود که MC با BB' موازی‌است‌زیرا هردوبرAC عمودند و همچنین MB با CC' موازی است . دوزاویهٔ BMC و B'HC' ضلعهایشان نظیربه‌نظیر موازی وهم‌جهت بوده پس باهم برابرند .

تبصره ــ به‌سادگی‌ثابت می‌شودکه اگر A زاویهٔ حاده باشد هردو زاویهٔ BMC و B'HC' منفرجه خواهند بود و اگر A زاویهٔ منفرجه باشد هردوزاویهٔ اخیرحاده خواهندبود.

تمرینات ــ

۷۷ــ مسئلهٔ ۲۱ را (که دربالا گفته شد) درحالتی حل کنید که به‌جای رسم ارتفاعات ، نقطهٔ O مرکز دایره را به اوساط اضلاع AB و AC وصل‌کرده باشیم .

۷۸ــ درذوزنقهٔ ABCD نقاطM وN اوساط‌قاعده‌های AB و CD را به‌نقاط P و Q اوساط قطرهای AC و BD وصل می‌کنیم . ثابت‌کنیدکه زاویه‌های M و N از چهارضلعی MPNQ برابرهستند بازاویه‌ای‌که از تقاطع دوساق BC و AD تشکیل می‌شود .

۷۹ــ برضلع AB ازمثلث ABC نقطهٔ D را انتخاب کرده ازآن به‌موازات دوضلع دیگر مثلث رسم می‌کنیم تاخطی راکه ازC موازی با AB رسم می‌شود در E و F تلاقی کنند . ثابت‌کنید که زاویه‌های دومثلث ABC و DEF نظیر به‌نظیر برابرند .

۸۰ـ برقاعدهٔ BC ازمثلث متساوی‌الساقین ABC یك نقطهٔ P انتخاب کرده وازنقاط M و N اوساط قطعه خطهای PB و PC عمودهایی برقاعده اخراج می‌کنیم که AB و AC را در E و F قطع می‌کنند. ثابت کنید که زاویهٔ EPF با زاویهٔ A برابراست.

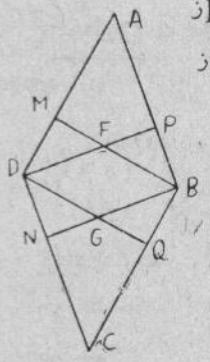
***

ب ـ ضلعهای دوزاویه بریکدیگرعمودند.

مسئلهٔ ۳۲ ـ لوزی ABCD مفروض است: ازرأسهای B و D عمودهای BM و BN و DP و DQ را برضلعهای مقابل رسم می‌کنیم. این عمودها یکدیگررا در F و G قطع میکنند. ثابت کنید که زاویه‌های چهارضلعی BFDG بازاویه‌های لوزی مفروض نظیر به‌نظیر برابرند.

فرض: ABCD لوزی است
$زB_1 = زD_1 = زA = زC$

حکم: $زB = زD$ ، $زF_1 = زG_1$



اثبات ـ ضلعهای لوزی ABCD نه‌تنها همه باهم برابرند بلکه دو به‌دو موازی نیز می‌باشند. خط BM که AD عموداست بر BC نیز عمود می‌باشد وبه همین ترتیب DQ بر BC و AD و نیز BN و DP هریك بردوضلع AB و CD عمود هستند. دوزاویهٔ A و B_1 که هردوحاده بوده وضلعهایشان برهم‌عمودانند بایکدیگر برابرند و به‌همین ترتیب زاویه‌های دیگری که در حکم نام برده شده با یکدیگر برابرمی‌باشند.

تمرینات ـ

۸۱ ـ درمسئلهٔ بالا ثابت کنید که چهار ضلعی DFBG لوزی است.

۸۲ـ ازیك نقطهٔ D واقع برقاعدهٔ AC (یاامتدادآن) ازمثلث متساوی‌الساقین ABC عمود DH را برضلع BC رسم می‌کنیم. ثابت کنید که اندازهٔ زاویهٔ B دوبرابر اندازهٔ زاویهٔ D است.

۸۳ـ درمثلث ABC ارتفاعات AA' و BB' و CC' را رسم کنید. ثابت کنید که دوزاویهٔ A'AC و B'BC برابرند. کلیهٔ گروههایی ازدوزاویهٔ متساوی راکه بوسیلهٔ ارتفاعات پدید می‌آید تعیین کنید.

۸۴ـ دایرهٔ O دردونقطهٔ M و N برضلعهای زاویهٔ A مماس‌است. خطی‌رسم می‌کنیم که دوضلع زاویهٔ A رادر B و C قطع کند ودرنقطهٔ P بردایره مماس باشد، این خطرا درناحیهٔ بین A و O رسم می‌کنیم. ثابت کنید زاویه‌ای که از دوشعاع OM و OP یا ON و OP تشکیل می‌شود با یکی اززاویه‌های مثلث ABC برابراست. مسئله را درحالتی حل کنید که قاطع BC درخارج A و O رسم شود.

۸۵ـ درنقطهٔ A واقع بردایرهٔ O مماسی براین دایره رسم کرده روی‌آن دونقطهٔ B و C اختیارمی‌کنیم که C بین A و B باشد. ازنقاط B و C مماسهای BD و CE رابردایره رسم‌می‌کنیم. ثابت کنید که دوزاویهٔ BOC و DAE برابرند. حالتی‌راکه A بین B و C باشد نیزامتحان کنید.

بقیه از صفحهٔ بعد

پود این شبکه را مکعبهایی تشکیل می دهد که هر یك ازآنها را مکعب اساسی می نامیم. در رأس هر مکعب اساسی یك‌یون قرار گرفته است. بنا بر این هر مکعب اساسی به ۸ یون احتیاج دارد. بررسی و دقت در شبکهٔ مکعبی نشان می دهد که هر یون غیر واقع‌در سطح شبکه به ۸ مکعب اساسی مربوط است. بنا براین در شبکه‌ای که از تعداد بسیار زیادی مکعب های اساسی تشکیل شده است می توان گفت که به تعداد یونها مکعبهای‌اساسی وجود دارد.

فرض می‌کنیم که d فاصله دو یون، d^3 حجم یك مکعب اساسی، v حجم مکعبی که کلرورسدیم به جرم ۵۸/۵g اشغال می‌کند باشد. این مکعب شامل $\frac{v}{d^3}$ مکعب اساسی است. اما می‌دانیم که در این جرم کلرور سدیم N ملکول و بنابراین ۲N یون وجود دارد. پس عدد آووگادرو:

$$N = \frac{۱}{۲} \times \frac{۵۸/۵}{۲/۷۱} \times \frac{۱۰^{۲۴}}{(۲/۸۱۴)^۳} = ۶/۰۶ \times ۱۰^{۲۳}$$

نیروی الکترواستاتیك:

$$f = k\frac{q \cdot q'}{d^۲} = k\frac{e^۲}{d^۲}$$

e بار اساسی یعنی باریك الکترون است:

$e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} c$

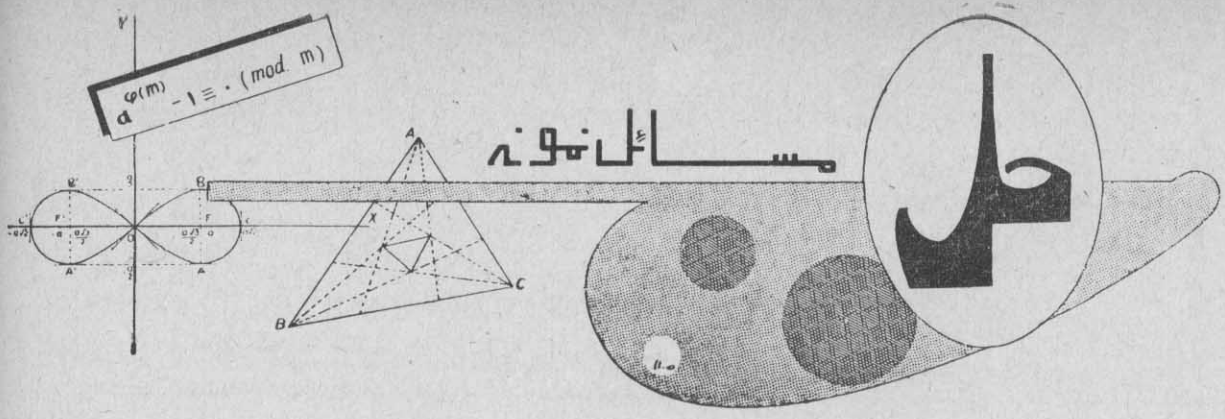
k ضریبی است که در دستگاه M.K.S علمی برابرست با $\frac{۱}{۹ \times ۱۰^۹}$

پس:

$$f = \frac{۱}{۹ \times ۱۰^۹} \times \frac{(۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹})^۲}{(۲/۸۱۴ \times ۱۰^{-۱۰})^۲}$$

$f = ۲/۹۲ \times ۱۰^{-۹}$ نیوتن

این نیرو در مقابل نیروی وزن، که در حدود ۵×۱۰^{-۲۵} نیوتن است، فوق‌العاده بزرك است

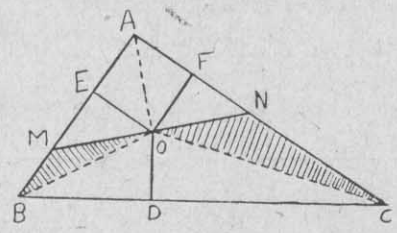


حل مسئلهٔ ۳۸۷۷ ـ مندرج در یکان شمارهٔ ۲۹

طرح و تنظیم از : م. ح. رزاقی خمسی

درمثلث قائم‌الزاویهٔ ABC که در A قائمه است از نقطهٔ O مرکز دایرهٔ محاطی داخلی به سه رأس مثلث وصل می‌کنیم به‌کمك تشابه مثلثات روابط زیررا ثابت‌کنید

$$\overline{OA}^2 = (BC - AC)(BC - AB)$$
$$\overline{OB}^2 = BC(BC - AC)$$
$$\overline{OC}^2 = BC(BC - AB)$$



حل: ۱ـ درنقطهٔ O خطی بر OA عمود می‌کنیم تا اضلاع AB و AC را در M و N قطع کند مثلثهای OBM و OCN هر یك با مثلث OBC متشابهند (یك زاویهٔ منفرجه ۱۳۵° و یك زاویهٔ حاده متساوی دارند) پس در نتیجه دو مثلث OBM و OCN با یکدیگر متشابه می باشند:

$$\frac{OM}{BM} = \frac{CN}{ON}$$

چون داریم $OM = ON = OA$ پس خواهیم داشت:

$$\overline{OA}^2 = BM \times CN$$

حال اگر از نقطهٔ O سه عمود بر اضلاع مثلث رسم‌کنیم پاهای عمودها نقاط تماس دایرهٔ محاطی داخلی با اضلاع مثلث خواهند بود . به فرض اینکه r شعاع دایره باشد می توانیم بنویسیم :

$$BM = AB - 2r = (AB - r) - r = BD - r =$$
$$= BC - DC - r = BC - (DC + r) = BC - AC$$

و با یك طریق مشابه

$$CN = BC - AB$$

با قرار دادن مقادیر BM و CN در رابطهٔ فوق اولین رابطهٔ صورت مسئله ثابت می‌شود .

۲ـ از تشابه دومثلث OBM و OBC نتیجه می‌شود:

$$\frac{BM}{OB} = \frac{OB}{BC}$$

ویا $\overline{OB}^2 = BC \times BM = BC(BC - AC)$

۳ـ از تشابه دو مثلث OCN و OBC نتیجه می‌شود:

$$\frac{CN}{OC} = \frac{OC}{BC}$$

ویا $\overline{OC}^2 = BC \times CN = BC(BC - AB)$

حل مسئلهٔ ۳۸۸۱ . ترجمهٔ : هوشنگ شریفزاده

کلرور سدیم در دستگاه مکعبی متبلور می شود. اندازه‌گیریها نشان داده است که فاصلهٔ بین دویون $2/814\ A^\circ$ است . اگر بدانیم که جرم ملی (مولکول گرم) کلرورسدیم $58/5$ و جرم حجمی (جرم مخصوص) آن $2710\ kg/m^3$ است. عدد آووگادرو را بدست‌آورید . نیروی الکترواستاتیك که بین دویون مجاور اثر می‌کند چقدر است .

حل ـ یك شبکهٔ مکعبی را در نظر مـی‌گیریم . تار و

بقیه در پائین صفحهٔ قبل

PROBLEMS AND SOLUTIONS

(Mathematics Student Journal)

Problem 5 : The product of a 4-digit number abcd, ($a \neq 0$) by 1999 is a number ending with four repeated digits Find all possible numbers abcd. Explain briefly how you obtain your answers.

Solution: By the distributive property, 1999 times abcd = 2000 abcd–abcd. This can be found by doubling abcd, placing 3 zeros at the end, and then Subtracting abcd. If, in this process, 4 repeated digits are found at the end of the difference, abcd can be determined by working backwards. Here is the reconstruction for repeated digit 1.

1)	...-000	2)	...-000
	- ----		- -889
	...1111		...1111
3)	...8000	4)	...8000
	- -889		- ...6889 (=abcd)
	...1111		...1111

By this method we obtain for repeated digits 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, abcd is 6889; 3778; 0667; 7556; 4445; 1334; 8223; 5112; or 2001 Since $a \neq 0$, delete 0667.

***

Problem 6: If the repeated digit in the answer of 204a is t, express a, b, c and d in terms of t.

Solution: (This is a composite of several contributions.) Following the pattern in 204a, we obtain:

$$\begin{array}{r} \ldots 2d\ 0\ 0\ 0 \\ -\ a\ b\ c\ d \\ \hline \ldots t\ t\ t\ t \end{array}$$

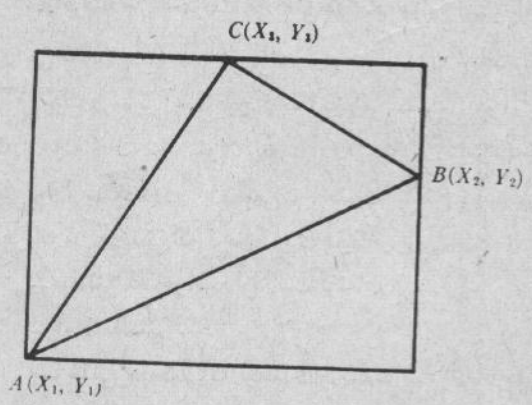
Hence $t+d=10$, $t+c=t+b=9$, and $t+a+1=2d$, or $2d-10$, or $2d+10$.

Therefore $b=9-t$, $c=9-t$, $d=10-t$; and $a=9-3t$ for $t=1, 2, 3$; and $a=19-3t$ for $t=4, 5, 6$; $a=29-3t$ for $t=7, 8, 9$.

Problem 7: Prove that if the vertices of a triangle have coordinates that are integers, the triangle cannot be equilateral.

Solution: If the triangle is equilateral, then its area is $s^2\sqrt{3}/4$, an irrational number because $s^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$ is an integer, since coordinates x_1, x_2, y_1, y_2 are integers. If it can be shown that the area must also be rational, the contradiction would lead to the conclusion that the triangle cannot be equilateral.

Carl Lazarus, Midwood H. S., and Jack Rosenberg, T. Jefferson, H. S. both of Brooklyn, New York, showed that the areas is rational by expressing it as the difference between the area of the circumscribed rectangle and the sum of the areas of the right triangles.



Since the vertices of the rectangle and of the right triangles are integers, their areas are rational. Hence, the area of ΔABC is rational.

نویسندگان : ژ. گامو
م. استرن

ترجمه : از فرانسه

گفتگوی پدر و پسر

۲ـ مسئلهٔ آسها

بعد ازآنکه سامی رولت توضیحات پسرش را راجع به مسئلهٔ «کارتهای درون کلاه» گوش داد برای اینکه خودرا باخته نشان ندهد رو به پسر کرده گفت :

ـ مسئله‌ای که مطرح ساختی یك مسئلهٔ استثنائی بود و گرنه من مطمئنم که در عمل ، برای محاسبهٔ شانسهای ساده، به یك چنین تعریف دقیقی از احتمالات هیچ احتیاجی نیست . وانگهی دربازیهای شانسی هیچ‌کس با این نوع کارتها بازی نمی‌کند .

پسر سامی متقابلا چنین اظهار داشت:

ـ پدر ، اینطور با اطمینان صحبت نکن . اگر مایل باشی این دفعه مسئله‌ای مطرح می‌کنم که به‌کارتهای معمولی بازی مربوط باشد .

پدر قبول کرد و پسر چنین گفت :

ـ فرض کنیم که درحال بازی بریج هستی؛ ۱۳ ورق‌بازی در دست تو است ، یکی ازآنها آس پیك است و ۱۲ عدد دیگر کارتهایی است که تصادفی برخورده‌اند .

ـ اگر این دست شامل آس پیك نباشد آن را پاس خواهم داد .

ـ درست است ، اگر دست توآس پیك نداشته باشدآنرا پاس می‌دهی ومجدد ورقها را بر زده و دست دیگری خواهی داشت . بازی نمی‌کنی مگر اینکه‌آس پیك را در دست خود داشته باشی .

ـ می‌فهمم ، بقیه‌اش را بگو .

ـ اما ممکن است که بین دوازده برگ دیگر ، بازهم یك‌آس ازنوع دیگر وجود داشته باشد . با فرض اینکه داشتن آس پیك اجباری است ، می‌توان گفت برای اینکه دست شامل دو آس یا بیشتر باشد احتمالی وجود دارد و می‌شود آن را تعیین کرد .

ـ درست است ، تا اینجا که هیچ اشکالی ندارم .

ـ اکنون حالت دیگری را درنظر می‌گیریم ؛ فرض کنیم دفعهٔ دوم که ورق می‌گیری دیگر مقید نباشی که حتماً آس پیك داشته باشی، حداقل یك‌آس از هرحال که داشته باشی‌دست را قبول می‌کنی . دراین حالت هم ممکن است که بین دوازده برگ دیگر بازهم یك‌آس یا بیشتر وجود داشته باشد ، وبرای اینکه این دست شامل دو آس یا بیشتر باشد یك احتمال وجود دارد .

«مقصود این‌است که بین این‌احتمال و احتمال مربوط به حالت اول مقایسه‌ای انجام گیرد . در حالت اول ، حتماً یك آس پیك دردست وجود دارد ودر حالت دوم هم حتماً یك‌آس وجود دارد اما نوع خال‌آن‌تصادفی است. آیااحتمال وجوددوآس دردست اول بیشتر است یا احتمال آن در دست دوم ؟

سامی که با شکیبائی تمام توضیحات پسرش راگوش داده بود چنین پاسخ داد :

ـ فرزندم ، خودت می‌دانی که من سالها است با ورق بازی می‌کنم و در اقسام بازیهای مربوط به‌آن تسلط دارم ، بین‌آس پیك و سایرآسها هیچگونه اختلافی نیست ، هرامتیازی راکه با تك خال پیك بتوان بدست‌آورد عیناً از سایرتك‌خالها هم می‌توان بدست‌آورد. وانگهی ، احتمال داشتن دو تك خال در هریك از دودستی که فرض کردی دقیقاً برابر است .

ـ مطمئنی که جواب را درست گفته‌ای ؟

ـ کاملا مطمئنم .

پسرسامی درحالی که لبخندی برلب داشت اظهار داشت:

ـ اشتباه می‌کنی پدر عزیزم ، به دلیلی که الساعه بیان خواهم کرد .

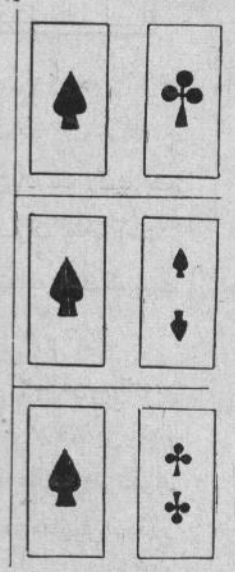
ـ حرفی نیست ، اما مشکل می‌دانم که بتوانی مرا قانع کنی .

پسر سامی چنین توضیح داد :

ـ مسئله را در حالت خیلی ساده طرح می‌کنیم ، زیرا از این راه بهتر می‌توان به نکتهٔ آن پی برد. یك بازی را در نظر بگیریم که فقط چهارکارت داشته باشد :

یك آس پیك ، یك آس گشنیز ، یك ورق دو از پیك و یك ورق دو از گشنیز . این ورقها بین دونفر تقسیم می‌شود ، یعنی هر دست بازی فقط شامل دوکارت است. دوحالتی راکه قبلاتوضیح دادیم نسبت به این بازی هم در نظر می‌گیریم : حالت اول اینکه دست بازی حتماً شامل یك آس پیك و یك کارت دلخواه دیگر باشد . حالت دوم اینکه دست بازی شامل یك آس دلخواه ویك کارت دیگر باشد .

» قبول کن که مقایسهٔ احتمالهای بین این دو دست همان نتیجه‌ای را خواهد داد که اگر احتمالهای مربوط به دو دست کامل بازی بریج را باهم مقایسه کنیم ؟

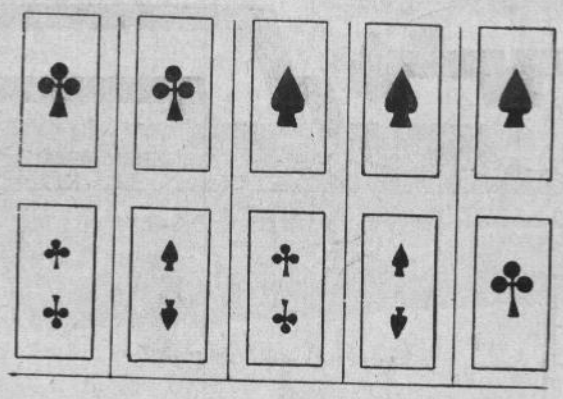


ـ قبول دارم ، تعداد برگها برابر نیست اما احتمال نسبی آنها یکسان است.

ـ بسیار خوب ، درمورد مسئلهٔ ساده، ترکیبات مختلفی که دو ورق یك دست بازی می‌توانند داشته باشند ویکی ازآنها حتماً آس پیك باشد مطابق شکل مقابل است .

ـ باتوجه به‌این ترکیبات به سادگی معلوم می‌شود که احتمال داشتن دستی با دو آس به نسبت یك بر سه است .

ـ کاملا صحیح است ، اکنون به بینیم ترکیبات مختلف یك دست بازی که یکی ازبرگهای آن آس دلخواه باشد از چه قرار است ؛ مطابق شکل زیر می‌باشد :



»ملاحظه می‌کنی که ۵ دست مختلف می‌توانیم داشته باشیم که فقط یکی ازآنها شامل دوآس است وبنابراین دراین حالت، احتمال داشتن یك دست با دو آس برابر است با نسبت یك بر پنج .

ـ درست است ، اما چرا این اختلاف پیش می‌آید ؟

ـ ما احتمال را نسبت حالتهای مطلوب به تمام حالات ممکن تعریف می‌کنیم. بنابراین درمحاسبهٔ دو احتمال که تعداد حالتهای مطلوب آنها برابر است اما تعداد تمام حالتهای ممکن برای هریك متفاوت است مسلماً نسبتهای مختلف بدست خواهیم آورد . در حالت اول مسئله‌ای که طرح کردیم ، چه در حالت سادهٔ آن ، و چه در حالت مربوط به بازی بریج شرط وجود حتمی آس پیك دردست بازی، تعداد حالات ممکن راکم می‌کند ودرنتیجه احتمال بالا می‌رود ؛ صورت کسر ثابت است ومخرج آن کوچك می‌شود درنتیجه مقدار کسر بزرگ می‌شود . اما وقتی که شرط وجود حتمی آس پیك درکار نباشد تعدادحالتهای ممکن بیشتر بوده و درنتیجه احتمال کمتر می‌باشد .

راهنمای حل مسائل شیمی (بقیه ازصفحهٔ ۲۱)

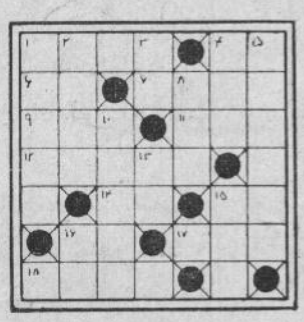
(عمل اسیدی) $SO_4H_2+CuO\longrightarrow SO_4Cu+H_2O$

از جمع دو فرمول همان نتیجه‌ای که دربالا گفته شد گرفته می‌شود .

۱۳ـ به‌روش دیگر نیز می‌توان ضرایب اجسام رادرواکنشها پیدا کرد . دراین روش ضرایب اجسام شرکت کننده درواکنش را به x و y و z و t وغیره نمایش داده وضرایب هرعنصر را دردوطرف واکنش برابر می‌گیرند بدین ترتیب چند معادلهٔ چند مجهولی تنظیم می‌شود. برای حل این معادله ضریب یکی ازعناصر را به‌دلخواه انتخاب نموده وضرایب سایرعناصر را پیدا می‌کنند . بی‌شك از این روش می‌توان برای یافتن ضرایب هرواکنشی استفاده نمود. اما استفاده ازاین روش متضمن هیچگونه اطلاعات شیمیائی نیست تنها کافی است که محصولات یك واکنش را بدانیم تا بتوانیم واکنش را موازنه کنیم . درصورتی که روش تجزیهٔ واکنشها متضمن بینشی است که بتوان قسمتی از اجسام حاصل از واکنش را پیدا کرد .

سرگرمیهای ریاضی

جدول اعداد

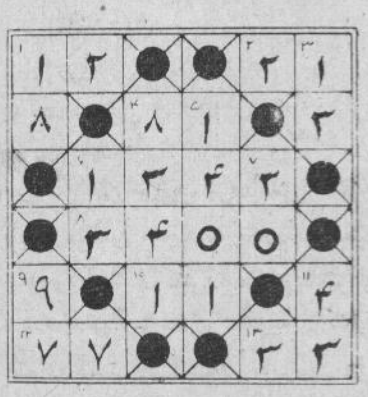


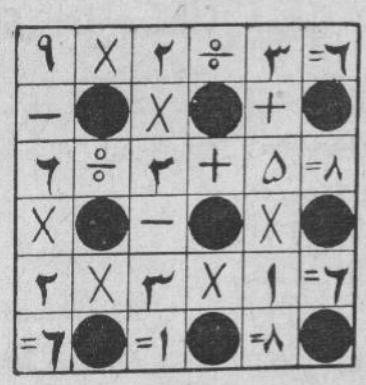
طرح از : شهرام انصاری

افقی : ۱- چون همهٔ اعداد از ۱ تا این عددرا باهم جمع کنیم‌عدد۱۳۵۸۱۶۲ بدست‌آید . ۴- مجذور مجموع ارقامش مقلوب‌آن عدد است. ۶- عددی است‌کامل (تام) . ۷- برعددهای ۱۷ و ۱۳ بخش‌پذیر است. ۹- متمم حسابی‌آن بر ۱۵ و بر۴۱ بخش‌پذیر است. ۱۱- دوبرابرش مضرب عدد ۴افقی است. ۱۲- رقمهای ۴ و ۹ متوالیاً در آن قرارگرفته‌اند وکوچکترین مقدار خودرا دارد . ۱۴- تکراربزرگترین مقسوم علیه عدد ۴ افقی. ۱۵- یك رقمش پنج برابر دیگری است. ۱۶- سه برابر مجموع ارقامش می‌باشد . ۱۷- توان پنجم است . ۱۸- شمارهٔ صدهای متمم حسابیش ۶ برابر عدد دورقمی با رقمهای متشابه است‌که سمت راست این متمم قرار دارد .

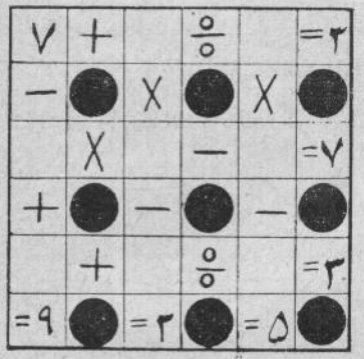
قائم : ۱-کوچکترین‌عددی‌که ازپنج رقم متوالی تشکیل می‌شود. ۲- مربع‌یك‌عدد اول. ۳- باقیماندهٔ تقسیم‌آن برهریك ازعددهای۶ و ۸ و ۹ به ترتیب ۵ و ۷ و۸ می‌باشد. ۴- عددی است اول و نه برابرش همان رقمهایی را داردکه توان سوم ۹ دارد. ۵- تکرار عدد سه‌رقمی اولی‌که همان رقمهای عدد۹ افقی را دارد. ۸-هم خودش وهم مقلوبش مجذور کامل است . ۱۰- مضربی ازعدد ۱ افقی . ۱۳- عدد ۱۴ افقی. ۱۵- نصفش متوالی نصف عدد ۸ افقی است وازآن‌کوچکتر است . ۱۶- عددی است‌اول .

حل جدولهای شمارهٔ پیش





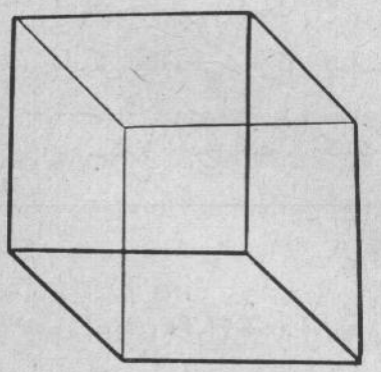
تکمیل جدول



با توجه به اعداد و علامتهای مندرج درجدول آن‌راکامل‌کنید.

اسماعیل غوثی - دبیرستان خرد

مکعب جادوئی



اعداد از۱ تا۱۲ را روی‌یالهای مکعب بالاچنان قراردهید که‌مجموع اعداد اضلاع هر مربع (محیط آن) برابر ۲۶ باشد .

ترجمهٔ : مصطفی‌گودرزی طائمه

کلاس چهارم طبیعی

۳۹۲۰ ـ اولا کسر $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ را به‌ساده‌ترین صورت تبدیل کنید .

ثانیاً ازمعادلهٔ $\frac{x+1}{x-1}=\frac{a}{b}$ مقدار x را حساب کنید

ثالثاً در ازاء مقدار x که بدست‌آورده‌اید علامت عبارت زیر راتعیین کنید .

$$E=x^2+2-2(x+\frac{1}{x})$$

۳۹۲۱ ـ درمربع ABCD به ضلع a بر ضلع CD نقطهٔ M را به‌فاصلهٔ $DM=x<a$ ازD انتخاب کرده وAM رارسم می‌کنیم که قطر BD رادرN تلاقی می‌کند. طول CDN را برحسب x و a حساب کنید.

کلاس چهارم ریاضی

۳۹۲۲ ـ به فرض اینکه داشته‌باشیم

$$a=\frac{1}{2}(\sqrt{x}+\sqrt{x-4})$$

اولا مقدار $a+\frac{1}{a}$ را برحسب x بدست‌آورید و به‌فرض

$$a^2+\frac{1}{a^2}-2(a+\frac{1}{a})+2=0$$

مقدار عددی x وازروی آن مقدار عددی a را حساب کنید .

۳۹۲۳ ـ مطلوبست حل وبحث معادلهٔ زیر

$$\sqrt{x^2-mx}=x+m$$

۳۹۲۴ـ طرح **کاظم حافظی**

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC قائمه در زاویهٔ A ارتفاع AH ونیمسازهای زاویه‌های AHB وAHC را رسم‌می‌کنیم که AB و AC را به ترتیب درN وM قطع می‌کنند. ثابت کنید که $\frac{\overline{MN}^2}{BN\cdot CM}$ برابر مقدار ثابتی‌است واین مقدارثابت را تعیین کنید

۳۹۲۵ ـ ترجمه از مجلهٔ تربیت ریاضی

به فرض‌اینکه a و b و c اندازه‌های‌ضلعهای BC وCA و AB از مثلث ABC وM نقطه‌ای از ضلع AB واقع بین A وB باشدکه $AM=x$ از M خطی موازی با BC رسم می‌کنیم‌که AC را در N قطع می‌کند وخطی موازی با AC رسم می‌کنیم‌که BC را در P تلاقی می‌کند وبالاخره از N به موازات AB رسم می‌کنیم تا نقطهٔ Q برضلع BC بدست‌آید .

۱) طول هریك ازپاره خطهای PC و BQ را حساب کنید ومعلوم‌کنید به ازاء چه‌مقادیری از x چهارضلعی MNQP محدب است

۲) درحالی‌که چهارضلعی MNQP محدب باشدمقدار x را چنان تعیین‌کنیدکه محیط‌آن برابر بامقدار معلوم p باشد وبرحسب مقادیر مختلف p بحث‌کنید

۳۹۲۶ ـ از **علی‌حاجی ابراهیمی** دبیرستان فرخی آبادان

از دستگاه زیرمقادیر x و y رابدست‌آورید

$$\begin{cases} 3^x\times 2^y=576 \\ \log\sqrt{2}(y-x)=2\log_3 9 \end{cases}$$

کلاس پنجم طبیعی

۳۹۲۷ ـ از مصطفی گودرزی طائمه

سه نقطهٔ A (۰ و ۱) و B (۲ و ۱ −) و M (۲ و ۱) مفروض است. اگر N قرینهٔ M نسبت به‌خط گذرندهٔ بر A و B باشد مختصات N را بدست‌آورید،

۳۹۲۸ ـ فرستنده : شهرام انصاری

به فرض اینکه داشته باشیم

$$a = x\cos\alpha + y\sin\alpha$$
$$b = x\sin\alpha - y\cos\alpha$$

ثابت کنید که خواهیم داشت

$$tg\alpha = \frac{bx+ay}{ax-by}$$

کلاس پنجم ریاضی

۳۹۲۹ ـ ترجمهٔ پرویز خواجه خلیلی

خط (L) از مبدأ مختصات می‌گذرد ودو خط (L_1) و (L_2) به معادله‌های $x+y-2=0$ و $x-2y+1=0$ را به ترتیب در نقطه‌های A و B قطع می‌کند. اگر $P(x$ و $y)$ نقطهٔ وسط AB باشد مطلوبست تعیین معادلهٔ مکان هندسی نقطهٔ P (تعیین رابطه‌ای بین x و y) وقتی که (L) حول مبدأمختصات دوران کند.

۳۹۳۰ ـ خط Δ به معادلهٔ $3x-4y+5=0$ ونقطهٔ P به طول متغیر x واقع برنیمساز ربع اول وسوم را درنظر می‌گیریم. فاصلهٔ P ازخط Δ را به صورت تابعی از x بدست آورده نمایش هندسی آنرا رسم کنید

۳۹۳۱ ـ اگر I نقطهٔ تلاقی نیمساز های داخلی مثلث ABC باشد وداشته باشیم

$$\sin A = \sin BIC$$

اولا اندازهٔ زاویهٔ A را حساب کنید

ثانیاً به فرض $\cos B = -\frac{1}{5}$ مقدار $\cos C$ را تعیین کنید.

۳۹۳۲ ـ ترجمه از مجلهٔ ریاضیات مقدماتی

چهار وجهی‌منتظم $ABCD$ به‌طول یال a مفروض‌است. اگر I وسط AB و J وسط CD باشد

اولا طول IJ را برحسب a حساب کنید

ثانیاً یك نقطهٔ M بر IJ انتخاب کرده صفحهٔ P را در نقطهٔ M عمود بر IJ می‌گذرانیم که یالهای AC و AD و BC و BD را به ترتیب درنقاط E و F و G و H قطع‌می‌کند. ثابت کنید که $EFHG$ مستطیل بوده محیط آنرا برحسب a و $IM = x$ حساب کنید

کلاس ششم طبیعی

۳۹۳۳ ـ فرستنده : محمد ابراهیم واجد سمیعی

مطلوبست تعیین معادلهٔ دایره‌ای که در نقطهٔ به‌طول ۲ بر محور xها مماس بوده واز نقطهٔ M (۳ و ۱ −) بگذرد.

۳۹۳۴ ـ اگر $u = \frac{\pi}{4} - x$ باشد هریك از عبارتهای

$$A = \sin x + \cos x \quad \text{و} \quad B = \sin x \cos x$$

را برحسب u نوشته ریشه‌های کلی‌معادلهٔ $A + 2\sqrt{2}B = 0$ را بدست آورید

کلاس‌ششم ریاضی

۳۹۳۵ ـ به فرض اینکه y تابع x باشد وداشته‌باشیم

$$2ax^2y^2 - ax^3y + x^4 - a^2 = 0$$

اولا مقدار a را چنان تعیین کنید که منحنی نمایش‌تابع y با خط به معادلهٔ $x = 4y$ مجانب باشد

ثانیاً به ازاء $a = 8$ نمایش هندسی تابع y را رسم کنید

ثالثاً معادلات نیمسازهای زوایای دوخط $y = 0$ و $x - 4y = 0$ را بدست‌آورده از راه محاسبه ثابت کنید که این نیمسازها محورهای تقارن منحنی می‌باشند

۳۹۳۶ ـ اولا دستگاه زیر را حل و بحث کنید

$$\begin{cases} \cos y(\sin x + \cos x) = a \\ \cot g\, y \cos x = b \end{cases}$$

ثانیاً به ازاء $a = 1$ و $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ مقادیر کلی ریشه های دستگاه را تعیین کنید

۳۹۳۷ ـ از سید جلال آشفته دانشجوی دانشگاه آریامهر

سه رقم متوالی a و b و c را چنان تعیین کنید که در مبنای m داشته باشیم

$$(\overline{abc})_m - (\overline{cba})_m = (\overline{aa})_m + (\overline{bb})_m + (\overline{cc})_m$$

۳۹۳۸ ـ ترجمهٔ قوام نحوی ، اصفهان

به فرض اینکه داشته باشیم

$$(a \text{ و } b) = 1 \quad \text{و} \quad (b \text{ و } x) = 1 \quad \text{و} \quad (a \text{ و } y) = 1$$

ثابت کنید که

$(ab$ و $ax+by)=1$

۳۹۳۹ ـ متوازی‌الاضلاع ABCD مفروض است. اگر G مرکز ثقل مثلث ABD باشد قاطع متغیر Δ که بر G گذشته ضلعهای BD و DA و AB را به ترتیب در α و β و γ قطع می‌کند. خط $C\alpha$ خط AB را در δ' و خط AD را در β' قطع می‌کند

۱) ثابت کنید که دو تقسیم (δ' و δ و B و A) و (β' و β و D و A) توافقی هستند

۲) مکان هندسی نقاط تلاقی دوخط $\beta\delta'$ و $\beta'\delta$ را تعیین کنید

۳۹۴۰ ـ تصویر نقطهٔ b_2 برمحور قائم و۲واحد بالای محور افقی کاغذ واقع است. تصویر نقطهٔ a_5 چهار واحد سمت راست محور قائم و۵ واحد بالای محور افقی واقع است. تصویر افقیهٔ رقوم ۲ ازصفحهٔ P به شیب یك برمحور افقی کاغذ منطبق بوده ترقی رقوم نقاط صفحه ازبالا به‌پائین می‌باشد، برافقیهٔ رقوم ۲ ازصفحهٔ P دو نقطهٔ M و N راچنان تعیین کنید که $MA+MB$ مینیمم و $|NA-NB|$ ماکزیمم باشد.

مسائل متفرقه

۳۹۴۱ ـ ازعلی **بیات‌مختاری** دبیرستان خیام نیشابور

نقطه‌های A و B و C به ترتیب بریك محور $x'x$ قرار دارند ثابت کنید که براین محور دو نقطهٔ M و N می‌توان یافت بقسمی که داشته باشیم

$$\begin{cases} \overline{AM}\cdot\overline{BM}+\overline{BM}\cdot\overline{CM}+\overline{CM}\cdot\overline{AM}=0 \\ \overline{AN}\cdot\overline{BN}+\overline{BN}\cdot\overline{CN}+\overline{CN}\cdot\overline{AN}=0 \end{cases}$$

۳۹۴۲ ـ ترجمهٔ **احمدمیرنژاد** دبیرستان هدف ۴

اگر داشته باشیم $a>b>c$ ثابت کنید که

$$a^2(a-b)(a-c)+b^2(b-c)(b-a)+$$
$$+c^2(c-a)(c-b)>0$$

۳۹۴۳ ـ ترجمهٔ **احمد میر نژاد ـ پرویز خواجه خلیلی**

اگر a و b و c سه عدد مثبت باشند صحت نامساوی زیر را محقق کنید

$$a^2+b^2+c^2>\frac{1}{2}[bc(b+c)+ac(a+c)+$$
$$+ab(a+b)]$$

۳۹۴۴ ـ ترجمهٔ: **پرویز خواجه خلیلی**

ثابت کنید که ریشه های معادلهٔ

$$x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$$

اگر تصاعد حسابی تشکیل دهند داریم

$$p^3-4pq+8r=0$$

واگر تصاعدهندسی بسازند داریم

$$p^2s=r^3$$

۳۹۴۵ ـ ترجمهٔ: **قوام نحوی**، اصفهان

u و v دو عدد جبری هستند که در رابطهٔ $u+v=1$ صدق می‌کنند، در صورتی که داشته‌باشیم

$$u\cdot v=Z \quad و \quad u^n+v^n=s_n$$

اولا رابطهٔ زیررا ثابت کنید

$$S_n=s_{n-1}-Z\cdot s_{n-2}$$

واز روی آنها عبارتهای s_2 و s_3 و s_4 و s_5 را برحسب Z حساب کنید

ثانیاً رابطهٔ زیررا در نظرمی‌گیریم

$$E=as_5+bs_4+cs_3$$

چه‌رابطه‌بین a و b و c برقرار باشدتااینکه E مستقل از Z گردد (هرچه‌باشد u و v)

ثالثاً ثابت کنید B حاصل عبارت زیر برابرمقدار ثابتی‌است واین مقدار ثابت راحساب کنید

$$\frac{\sin^{10}x+\cos^{10}x}{2}-\frac{\sin^8x+\cos^8x}{2}+$$
$$+\frac{\sin^6x+\cos^6x}{3}$$

۳۹۴۶ ـ ترجمهٔ ازفرانسه

x_1 عددی است مخالف ۱ ـ و ۰ و۱، رشته اعداد زیر را در نظر می‌گیریم

$$x_1 \text{ و } x_2=\frac{1+x_1}{1-x_1} \quad و \quad \ldots \quad و$$

$$x_n=\frac{1+x_{n-1}}{1-x_{n-1}}$$

ثابت کنید هرچه باشد $n\geq 1$ داریم:

$$x_{n+2}\times x_n=-1$$

وازآن نتیجه بگیرید که رشته اعداد x_1 و x_2 و x_3 و... و x_n یك رشتهٔ تناوبی است. پنج جملهٔ اول این رشته‌راوقتی که $x_1=\sqrt{2}-1$ است بنویسید

۳۹۴۷ ـ ترجمهٔ ازفرانسه

برخط xy سه‌نقطهٔ A و B و B' به‌همین ترتیب‌مفروض است . نیمدایره‌های (O) و (O') را در طرفین xy به‌قطرهای $AB=2R$ و $AB'=2R'$ رسم می‌کنیم. نقطهٔ‌دلخواه H رابرقطعه خط AB اختیارکرده دراین‌نقطه عمودی بر xy رسم می‌کنیم که (O) و (O') را به ترتیب در M و M' قطع می‌کند .

۱) ثابت‌کنیدکه نسبت $\frac{AM}{AM'}$ برابر مقدار ثابتی است وبه وضع نقطهٔ H روی AB بستگی ندارد.

۲) اگر P نقطهٔ‌تلاقی خطوط BM و $B'M'$ باشدوقتی که H قطعه خط AB را بپیماید مکان P را تعیین‌کنید.

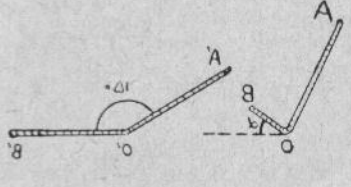
مسائل فیزیك (ترجمه و انتخاب توسط : هوشنگ شریفزاده)

۳۹۴۸ ـ برای کلاسهای چهارم

الف ـ اهرم زانودار AOB از دوشاخهٔ عمودبرهم‌تشکیل شده است:

$AO=80cm$ و $BO=10cm$. این‌اهرم‌حول محوری‌که درنقطهٔ O برصفحهٔ شکل عموداست حرکت‌می‌کند.

شاخهٔ OB در ابتداافقی است ونقطهٔ A بالای O قرار گرفته است . به نقطهٔ B وزنه‌ای به‌وزن ۱۰۰ نیوتن‌آویزان می‌کنیم و بر نقطهٔ A نیرویی برابر F وارد می‌کنیم.این نیرو دائم بر OA عموداست



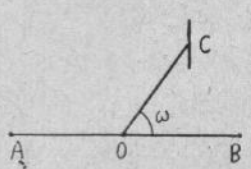
مقدار F را هنگامی که تعادل برقرار است و OB با افق زوایای زیر را می‌سازد تعیین‌کنید :

$\alpha=0^\circ$ و 30° و 45° و 60° و 90°

ب ـ اهرم زانودار دیگر $A'O'B'$ از دوشاخه تشکیل شده است‌که باهم زاویهٔ 150° می‌سازند . این اهرم نیز حول محوری‌که درنقطهٔ O برصفحهٔ‌کاغذ عموداست حرکت می‌کند . شاخهٔ $O'B'$ افقی است و $O'A'=2O'B'$. به A' و B' دو وزنهٔ P_1 و P_2 آویزان می‌کنیم. نسبت این دو وزنه‌چقدر باشدتا اهرم به‌حال تعادل قرارگیرد.

۳۹۴۹ ـ برای کلاسهای پنجم

دومنبع نورانی در نقاط A و B قرار دارند. شدت‌نور این‌دومنبع‌به ترتیب I و I' است . حول نقطهٔ O ، وسط AB، میله‌ای‌به‌طول $OC=OA$ می‌چرخد، به‌نقطهٔ C انتهای این‌میله پردهٔ کوچکی‌چنان‌نصب شده‌که همیشه عمود بر AB است.زاویهٔ $\omega=COB$ را چنان پیداکنید که به‌ازای‌آن دوطرف پرده روشناییهای متساوی‌از دومنبع دریافت‌کند .



داریم : $\frac{I}{I'}=\sqrt{3}$

۳۹۵۰ ـ برای کلاسهای ششم دبیرستان

به انتهای فنری‌که ضریب افزایش طول آن برابر است با K وزنه‌ای به جرم m آویزان می‌کنیم. افزایش طول‌فنر بر اثراین وزنه برابراست با l .

وقتی‌که تعادل برقرار شد بادست وزنهٔ m را می‌گیریم وآن را در امتداد قائم به‌طرف پائین می‌کشیم . براثراین کار طول فنر به اندازهٔ x_0 افزایش پیدا می‌کند . بعد دستگاه را بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم . حرکت نقطهٔ m را بررسی کنید . ازجرم فنرصرف‌نظرکنید.

۳۹۵۱ ـ اگر وزنه ای به‌جرم $50g$ به‌فنری آویزان شود طول فنر $25mm$ افزایش پیدا می‌کند . به‌این فنروزنه‌ای به جرم $100g$ می‌آویزیم . پس‌ازآنکه تعادل برقرار شد وزنه را با دست می‌گیریم ودر امتداد قائم به طرف پائین می‌کشیم‌تا براثراین‌کار $4cm$ برطول فنراضافه شود. بعداً جرم m رارها می‌کنیم . معادلهٔ حرکت m را بنویسید به‌فرض‌آنکه در لحظهٔ $t=0$ این جرم‌که به طرف بالاحرکت می‌کند در ۲سانتیمتری زیر محل تعادلش باشد . داریم: $g=9/8m\cdot s^{-2}$

۳۹۵۲ ـ برای داوطلبان کنکور

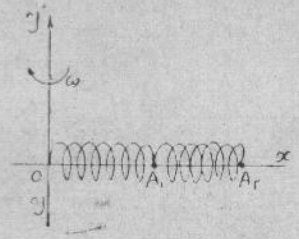
میلهٔ Ox در نقطهٔ O برمیلهٔ قائم $y'y$ عموداست.دستگاه حول $y'y$ می‌چرخد. روی Ox دوفنر OA_1 و A_1A_2 بدون اصطکاك می‌توانند بلغزند . فنر OA_1 درنقطهٔ O به‌میلهٔ $y'y$ و در نقطهٔ A_1 به‌جرم‌نقطه‌ای‌شکل A_1 متصل است . فنر A_1A_2 در نقطهٔ A_1 به جرم A_1ودرنقطهٔ A_2 به جرم نقطه‌ای شکل A_2 متصل است .

دو فنر متشابهند . جرمهای A_1 و A_2 متساویند . طول اولیهٔ هریك از فنرها برابر x_0 است وضریب افزایش طول‌هر فنر برابر K است .

در دستگاه $M.K.S$ علمی : $K=50$ واحد ،

$m=0/05Kg$. و $x_0=0/142m$.

دستگاه با سرعت زاویه‌ای ω رادیان بر ثانیه حول محور $y'y$ می چرخد . طول فنر OA_1 برابر x_1 وطول فنر OA_2 برابر x_2



می‌شود .

x_1 و x_2 را حساب کنید .

ابتدا فرض کنید که $a = \frac{K}{m\omega^2}$ است . مقدار عددی x_1 و x_2 را به فرض آنکه $\omega = 10 rd/s$ است بدست‌آورید .

مسائل شیمی (ترجمه و انتخاب توسط : عطاءالله بزرگ‌نیا)

برای کلاسهای ششم

۳۹۵۳ ـ هر گاه موشکی از نفت واکسیژن مایع‌سوخت‌گیری‌کرده باشد . تعیین‌کنید برای احتراق‌کامل یك لیتر نفت چه مقدار اکسیژن لازم دارد . به فرض اینکه فرمول متوسط نفت $C_{14}H_{30}$ نرمال باشد .

ثانیاً ازاحتراق یك‌لیتر نفت چه مقدار گرما تولید می شود به فرض اینکه از احتراق هر گروه ($-CH_2-$) ۱۵۷ کیلو کالری واز احتراق هر گروه ($-CH_3$) ، ۱۸۶ کیلو کالری گرما تولید شود .

۳۹۵۴ـ نسبت‌درصد کربن وئیدروژن دریك‌ئیدروکربور به قرار زیراست :

کربن: ۸۲/۷٪ ئیدرژن: ۱۷/۳٪

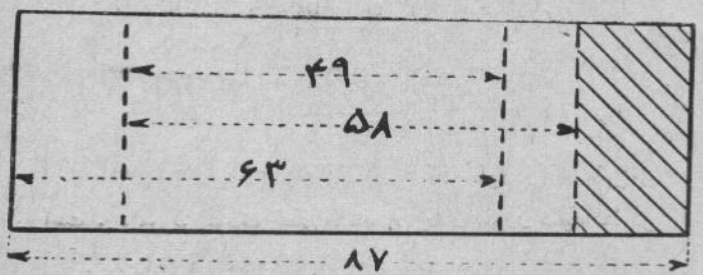
برای تعیین‌جرم‌ملکولی ئیدروکربور، تحت شرایط ۲۲° حرارت و ۷۳۹ میلیمتر جیوه بالونی را ازآن پر کرده ، وزن می‌کنیم . وزن‌آن ۱۹۵/۱۰ گرم می‌شود . بالون را از گاز خالی‌کرده مجدداً وزن آن را تعیین می‌کنیم ۱۹۴/۵۲ گرم می‌شود. باردیگر بالون را ازآب‌پر کرده‌وزن می کنیم ،وزن‌آن ۴۴۴/۵۰ گرم می‌شود. فرمول کلی ئیدروکربور را پیداکنید و گستردهٔ ایزومرهای‌آن را بنویسید .

بی‌آنکه عصبانی شوید این مسئله را حل کنید

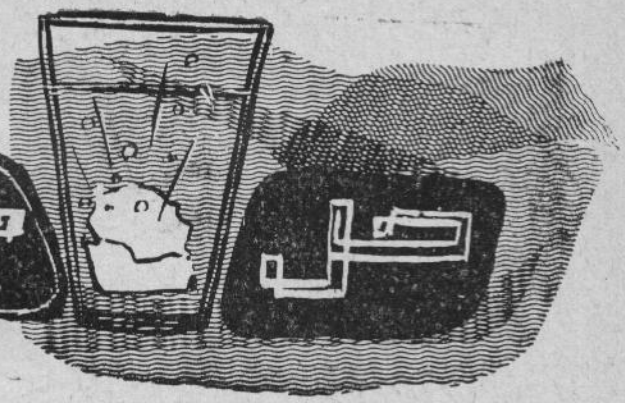
اگر دوکودك بخواهند سیبی رابین خود تقسیم کنندکه هرکدام هم از نتیجهٔ تقسیم راضی باشند روش منطقی زیر را انتخاب می‌کنند : یکی از دوکودك سعی می‌کند وسیب را به دو حصهٔ ظاهراً متساوی تقسیم می‌کند. آنگاه به‌کودك دوم اختیار می‌دهد که هریك از دوحصه راکه خواست انتخاب‌کند.

برای سه نفر بزرگسال‌که در رستورانی نشسته‌اند یك‌بطری‌نوشابه با سه‌گیلاس خالی آورده‌اند. این سه نفرچه روش منطقی رابرای‌پخش محتوی‌بطری بین‌خودانتخاب کنندتاهریك‌ازآنها قبول داشته‌باشدکه سهم وی‌کمتر ازسهم هریك از دو نفر دیگر نیست ؟

پاسخ مسئلهٔ تحت همین عنوان مندرج در یکان شمارهٔ پیش



شکل‌مقابل‌را درنظرمی گیریم؛تعداد افرادی که‌فقط‌دارای چشمهای سیاه هستند برابر است با ۱۴ = ۴۹ − ۶۳ و تعداد افرادی‌که فقط دارای موهای سیاه هستند برابر است با ۹ = ۴۹ − ۵۸ بنابراین تعداد افرادی‌که یا چشمان‌آنها، یا موهایشان ویاهم چشمها وموهایشان سیاه‌است رویهم برابراست‌با ۷۲ = ۹ + ۴۹ + ۱۴ نفر و در نتیجه ۱۵ = ۷۲ − ۸۷ نفر نه چشمهایشان سیاه است ونه موهایشان .



اگر حل مسئله‌ای را فرستاده‌اید اما نام شما ذیل حل آن در این شماره درج نشده است به یکی از علل زیر می‌باشد :
راه حل انتخابی شما درست نبوده یا ناقص بوده است ، روی ورقه‌ای‌که حل مسئله را نوشته‌اید نام وکلاس خود را یادداشت نکرده‌اید ، مسئلهٔ مربوط به‌کلاس پائین‌تر ازکلاس خود را حل‌کرده‌اید . نامهٔ شما دیرتر از مهلت مقرر به دست ما رسیده است .

حل مسائل یکان شمارهٔ ۲۹

کلاس چهارم طبیعی

۳۸۴۶ ـ حاصل عبارت زیررا به ازاء مقدار داده‌شده از x بدست‌آورید :

$$y=\frac{x^2+ax+b}{x^2+bx+c} \qquad x=-\sqrt{\frac{b^2-ac}{a-b}}$$

$$y=\frac{\frac{b^2-ac}{a-b}-a\sqrt{\frac{b^2-ac}{a-b}}+b}{\frac{b^2-ac}{a-b}-b\sqrt{\frac{b^2-ac}{a-b}}+c}$$

$$\frac{b^2-ac}{a-b}+b=\ldots=\frac{a(b-c)}{a-b}$$

$$\frac{b^2-ac}{a-b}=\frac{b(b-c)}{a-b}$$

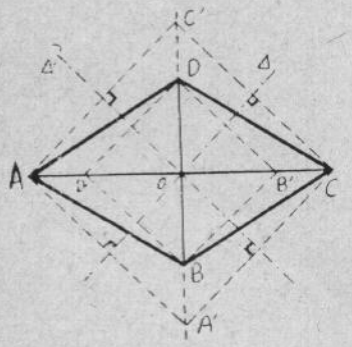
$$y=\frac{a[\frac{b-c}{a-b}-\sqrt{\frac{b^2-ac}{a-b}}]}{b[\frac{b-c}{a-b}-\sqrt{\frac{b^2-ac}{a-b}}]}=\frac{a}{b}$$

۳۸۴۷ ـ لوزی $ABCD$ به قطراطول AC مفروض است . برمرکز لوزی خطی مانند Δ چنان مرور دهیدکه‌اگر $A'B'C'D'$ قرنیهٔ لوزی مفروض نسبت به Δ باشد هریك از چهار ضلعیهای $AA'CC'$ و $BB'DD'$ مربع باشند .

حل ـ درمربع ودرلوزی دوقطر برهم عمودند. بنابراین AA' در امتداد BD و DD' در امتداد AC قراردارد و چون دوقطر مربع مساوی ومنصف یکدیگرند پس

$$OA=OA'=OC=OB'$$
$$OB=OB'=OD=OD'$$

وچون Δ عمودمنصف هریك از خطوط AA' و BB' و CC' و DD' بوده ومثلثهای OAA' و OBB' و OCC' و ODD' متساوی ـ الساقین هستند پس Δ نیمساز زاویهٔ رأس O از هریك ازاین مثلثها می‌باشد یعنی Δ یکی از نیمسازهای‌زاویه‌های دوخط AC و BD می‌باشد. مسئله دو جواب دارد Δ و Δ'



کلاس چهارم ریاضی

۳۸۴۸ ـ به فرض :

$$a=x^5-2x^4-x^2+8 \text{ و } b=x^3+x^2-x-m$$

مقدار m راچنان تعیین کنیدکه داشته باشیم :

$$a\equiv b[\text{mod}.\ (x-2)]$$

(یعنی باقیمانده‌های تقسیمهای a و b بر $x-2$ برابر باشند)

حل ـ مقادیر a و b به ازاء $x=2$ به‌ترتیب برابربا ۴ و $(10-m)$ می‌شود یعنی باقیمانده‌های عبارتهای a و b بر $(x-2)$ به ترتیب برابراست با ۴ و $10-m$ واز تساوی $10-m=4$ نتیجه می‌شود : $m=6$

۳۸۴۹ ـ اگرداشته باشیم:

$$F(x)=\frac{x-1}{x+1}$$

مقدار $F(nx)$ را برحسب $F(x)$ بدست‌آورید .

حل ـ

$$F(x)=\frac{x-1}{x+1}\Rightarrow x=\frac{F(x)+1}{1-F(x)}$$

$$F(nx)=\frac{nx-1}{nx+1}=\frac{\frac{nF(x)+n}{1-F(x)}-1}{\frac{nF(x)+n}{1-F(x)}+1}$$

پس از اختصار داریم:

$$F(nx)=\frac{(n+1)F(x)+n-1}{(n-1)F(x)+n+1}$$

۳۸۵۰ ـ به فرض

$$\log ax^2-\log bx^2-\log cx+\log d=0$$

رابطه‌ای بین a و b و c و d بدست‌آورید .

حل ـ فرض را چنین می‌نویسیم:

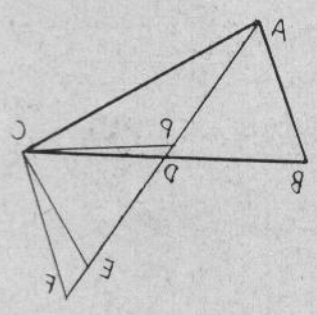
$$\log a+3\log x-\log b-2\log x-\log c-\log x+$$
$$+\log d=0$$

که‌به صورت زیر درمی‌آید:

$$\log\left(\frac{ad}{bc}\right)=0\Rightarrow ad=bc$$

۳۸۵۱ ـ در مثلث ABC زاویه ای‌که میانهٔ AD با ضلع AB می‌سازد دو برابر زاویه‌ای است‌که این میانه باضلع AC می‌سازد . در رأس C عمودی بر CA اخراج شده کـه امتداد میانهٔ AD را در E قطع کرده است ثابت کنید که :

$$AE=2AB$$



حل ـ اگر P وسط AE باشد در مثلث قائم الزاویهٔ ACE داریم:

$$AP=PE=PC$$

زاویهٔ CPE خارجی مثلث APC بـوده و نتیجه می‌شود :

$$EPC\text{ ز}=PCA\text{ ز}+PAC\text{ ز}$$

اما $PAC\text{ ز}=PCA\text{ ز}$ پس زاویهٔ CPE دوبرابر زاویهٔ CAP یعنی برابر بازاویهٔ BAP است.

اگر F نقطه‌ای‌ازAE باشدکه داشته باشیم $AP=PF$ به‌سادگی‌ثابت‌خواهدشدکه $CF=AB$ و $BAD\text{ ز}=CFD\text{ ز}$ بنابراین $CPF\text{ ز}=CFD\text{ ز}$ یعنی مثلث CPF متساوی‌ـ الساقین‌بوده و $CF=CP$ ویا $2CF=2CP$ که نتیجه‌می‌ـ شود $AE=2AB$

پاسخهای درست رسیده مربوط به مسائل کلاسهای چهارم

شهنازمرعشی ـ همایون‌رعدی ـ مسعود حبیب‌الله‌زاده ـ میرزابابا مطهری‌ـقادرافتخاری‌ـحسن سلیمانی مصطفی‌جعفری‌ـ حسین‌منصف خوش‌حساب‌ـمریم شاملی ـ ابوالقاسم‌مهران ـ جوادپورنادری‌ـ غلامعلی فصیحیانی‌ـ کریم معلمی ـ محمدجواد هدایتی‌دبیرستان بحرالعلوم ـ محمود مبارك دبیرستان دکتر کـریم فـاطمی ـ عبدالمجید جمالـی دبیرستان‌حکمت فسا ـ انـاهیداواکمیان ـ خسرو جمشیدی کلانتری ـ غلامحسین عبدالشاهـی ـ منوچهر قبادی‌ـایرج‌شریعت ـ ماشاالله سعید‌ـ محمد رضابلوریان‌دبیرستان خیام نیشابور‌ـاصغرعلیائی ـ مهردادعاملی ـ عبدالعلی‌دهدشتی‌ـ محمدتقی‌معیر‌ـ حسین کتابچی‌دبیرستان‌دارالفنون‌ـ جلیل‌روحانی فرد ـامرالله مقدسی ـ میشل‌ملکیان

کلاس پنجم طبیعی

۳۸۵۲ ـ سه نقطهٔ $A(3و2)$ و $B(-1و-2)$ و $C(8و-3)$ مفروض است مختصات نقطهٔ D وسط BC و نقطهٔ E وسط AC را تعیین کرده ثـابت کنید دو مثلث ADE و ABC متشابه می‌باشند .

حل ـ داریم:

$$x_D=\frac{-2+8}{2}=3\quad و\quad y_D=\frac{-1-3}{2}=-2$$

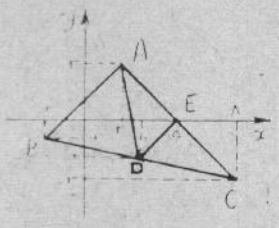
$$x_E=\frac{2+8}{2}=5\quad و\quad y_E=\frac{3-3}{2}=0$$

بامحاسبهٔ طول قطعات نتیجه می شود :

$$AB=4\sqrt{2}\ و\ AC=6\sqrt{2}\ و\ BC=2\sqrt{26}$$
$$DE=2\sqrt{2}\ و\ AE=3\sqrt{2}\ و\ AD=\sqrt{26}$$

دیده می‌شود که:

$$\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{AD}=2$$



پس دو مثلث ABC و EDA در حالت تناسب سه ضلع مشابهند ،

۳۸۵۴ ـ α کمانی است حاده که

$$\sin\alpha=\frac{x-1}{x+1}$$

می باشد مقادیر $\cos\alpha$ و $tg\,\alpha$ و $cotg\alpha$ رابرحسب x حساب کنید و اگر $cotg\alpha=2\sqrt{2}$ باشد مقدار قابل قبول x راتعیین کنید .

حل ـ داریم :

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{2\sqrt{x}}{x+1}$$

$$tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{x-1}{2\sqrt{x}}$$

$$cotg\alpha=\frac{1}{tg\alpha}=\frac{2\sqrt{x}}{x-1}$$

$$cotg\alpha=2\sqrt{2}\Longrightarrow\frac{2\sqrt{x}}{x-1}=2\sqrt{2}\Longrightarrow$$

$$x=2x^2+2-4x$$

ازمعادلهٔ اخیر دو جواب $x_1=2$ و $x_2=\frac{1}{2}$ بدست‌می‌آید که x_2 قابل قبول‌نیست زیر دراین‌صورت $\sin\alpha$ منفی می‌شود در صورتی که α حاده است پس‌تنها $x_1=2$ جواب است که

می‌شود $\sin\alpha=\frac{1}{3}$

کلاس پنجم ریاضی

۳۸۵۴ ـ چهار نقطهٔ A و B و C و D بریک خط راست واقع‌اند درصورتی که $\frac{CA}{CB}:\frac{DA}{DB}=K$

باشد حاصل هریك‌ازعبارتهای زیر را بر حسب K تعیین کنید

$$\frac{BA}{BC}:\frac{DA}{DC}\ و\ \frac{BA}{BD}:\frac{CA}{CD}$$

حل ـ الف ـ داریم:

$$\overline{BA}=\overline{CA}-\overline{CB}\ و\ \overline{DC}=\overline{BC}-\overline{BD}$$

و $\frac{\overline{CA}\cdot\overline{DB}}{\overline{CB}\cdot\overline{DA}}=K$ می نویسیم :

$$\frac{\frac{BA}{BC}}{\frac{DA}{DC}}=\frac{\overline{BA}\cdot\overline{DC}}{\overline{BC}\cdot\overline{DA}}$$

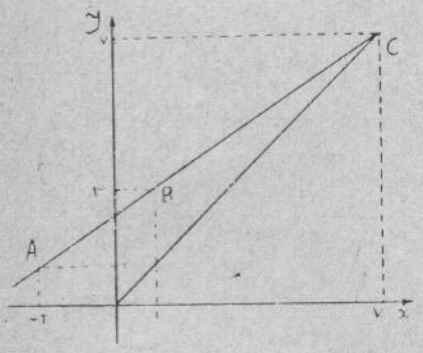
اگر به‌جای $\overline{BA}$ و $\overline{DC}$ مقادیر مساویشان‌را قراردهیم وعبارت را خلاصه‌کنیم به نتیجهٔ زیرخواهیم رسید :

$$\frac{\frac{BA}{BC}}{\frac{DA}{DC}}=\frac{\overline{BC}\cdot\overline{DA}}{\overline{BC}\cdot\overline{DA}}-\frac{\overline{CA}\cdot\overline{DB}}{\overline{CB}\cdot\overline{DA}}$$
$$=1-K$$

ب ـ با روش متشابه آنچه‌که گفته شد خواهیم داشت :

$$\frac{\frac{BA}{BD}}{\frac{CA}{CD}}=1-\frac{1}{K}$$

۳۸۵۵ ـ در نقطهٔ (۱ و ۲ـ) A و (۳و۱) B مفروض است از راه محاسبهٔ طول قطعات ، مختصات نقطهٔ تلاقی خط AB رابا نیمساز زاویهٔ xOy حساب کنید .



حل ـ از روی شکل معلوم‌است که C در خارج قطعه خط AB واقع است پس باید داشته باشیم :

$$AC=AB+BC$$

و یا :

$$\sqrt{(x+2)^2+(x-1)^2}=\sqrt{9+4}+$$
$$+\sqrt{(x-1)^2+(x-3)^2}$$

پس از حذف رادیکالها واختصار خواهیم داشت :

$$x^2-14x+49=0\Longrightarrow x=7\ و\ C\ (7و7)$$

۳۸۵۶ ـ a و b دوعددمثبت هستند که جذرکامل‌ندارند به فرض .

$$\sin x=\frac{\sqrt{a}(\sqrt{b}-1)}{4}\ و\ cotg\,x=2+\sqrt{b}$$

مقادیر a و b ونسبتهای مثلثاتی کمان x رامعلوم کنید.

حل ـ مقادیر $\sin^2 x$ و $\cot g^2 x$ را حساب کرده در رابطهٔ

$$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot g^2 x$$

قرار می‌دهیم پس ازاختصار خواهیم داشت :

$$5a + ab^2 - 2ab + \sqrt{b}(2ab - 6a) = 16$$

باید مقادیر گویا و اصم دو طرف معادله نظیر به نظیر متساوی باشند یعنی :

$$5a + ab^2 - 2ab = 16 \quad و \quad 2ab - 6a = 0$$

که ازآنجا نتیجه می‌شود : $a=2$ و $b=3$ و

$$\sin x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad و \quad \cot g x = 2 + \sqrt{3}$$

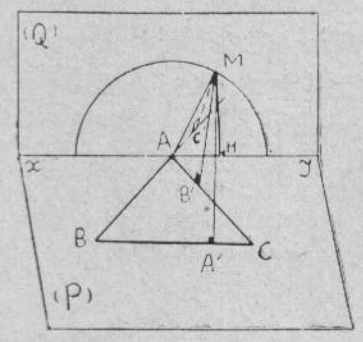
چون مقادیر $\sin x$ و $\cot g x$ هردو مثبت هستند پس انتهای کمان x در ربع اول دایرهٔ مثلثاتی واقع بوده وبعدازمحاسبات لازم خواهیم داشت .

$$\cos x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad و \quad tg x = 2 - \sqrt{3}$$

۳۸۵۷ ـ مثلث‌قائم‌الزاویه ومتساوی‌الساقین ABC که درآن طول وتر $BC = 2a$ واقع در صفحهٔ P مفروض‌است xy نیمساز زاویهٔ خارجی A را رسم‌کرده صفحهٔ Q را درنظر می گیریم‌که بر xy گذشته وبرصفحهٔ P عمود باشد . درصفحهٔ Q به مرکز A وبه شعاع a دایره‌ای رسم‌می کنیم‌ثابت کنید فواصل هرنقطهٔ M این‌دایره‌از سه ضلع مثلث مفروض باندازه های این اضلاع نظیر بـه نظیرمتناسب می باشند .

حل ـ داریم :

$$AB = AC = a\sqrt{2}$$



از نقطهٔ M خط MH را عمود بر xy رسم می‌کنیم پس MH برصفحهٔ P عمودداست عمودهای از M بر AC و AB و BC را MB' و MC' و MA' می‌نامیم داریم $MB' = MC'$ واگر $MH = x$ فرض کنیم می‌توان نوشت :

$$AB' = AC' = x\frac{\sqrt{2}}{2} = HB'$$

$$\overline{MB'}^2 = \overline{MA}^2 - \overline{AB'}^2 = a - \frac{x^2}{2} \Longrightarrow$$

$$x^2 = 2a^2 - 2\overline{MB'}^2$$

$$\overline{MA'}^2 = \overline{MH}^2 + \overline{HA'}^2 = a^2 - x^2 + a^2$$

$$= 2a^2 - x^2$$

$$\overline{MA'}^2 = 2a^2 - (2a^2 - 2\overline{MB'}^2) = 2\overline{MB'}^2$$

نتیجه می‌شود :

$$MA' = MB'\sqrt{2} = MC'\sqrt{2}$$

یعنی :

$$\frac{MA'}{2a} = \frac{MB'}{a\sqrt{2}} = \frac{MC'}{a\sqrt{2}}$$

پاسخهای درست رسیده مربوط به مسائل کلاسهای پنجم

عباس طلائی‌زاده دبیرستان‌قطب دزفول ـ شهناز سهیلی ـ محمدتقی معیر دبیرستان ادیب ـ محمدحسین بیطارزاده‌دبیرستان شاهپوراهواز ـ مهرداد معتمدگرجی ـ امین‌الهی ـ محسن‌تقوی حسن‌فیضی‌آذر ـ زوارزاده‌دبیرستان‌هدف‌شماره۱ـ اعظم‌صمدنوری ابراهیم سینائی ـ علی داراب ـ امان‌الله امین نیا ـ سلیمان نصرت‌آبادی ـ مریم شاملی ـ محمدتقی هاشمیان دبیرستان‌شمارهٔ ۱هدف‌ـ محمد بلوریان ـ حسین‌قاضی‌زاده ـ سیدرضامیرزنده‌دل دبیرستان نور بخش رشت ـ جـواد پور نـادری ـ علی‌اکبر مبلغ‌السلام ـ عیسی‌خندانی . هادی‌جرگه ـ ابراهیم شیرازی ـ رحمن طـوسی ـ علی اصغربخت آزما ـ پـرویز مرادحقگو ـ اکبر دوستدار صنایع ـ محمد مهدی عـابـدی نـژاد ـ فیروز قاصیان ـ محمود عبادی ـ فریور سجادی ـ جلال اشجعی ـ حسین‌اسدی‌پور دبیرستان‌دارالفنون ـ علی اصغراسکندربیاتی احمد حسین زاده داداش ـ مهرداد عاملی ـ اکبر مهر آذر دبیرستان رازی ـ احمـد زمـانی دبیرستان نشاط اصفهان ـ منوچهررسولی‌ـمحموداابراهیم‌پور ـ حسن جعفری دبیرستان قناد بابل ـ محسن هاشمی نژاد دبیرستان ابن سنبا ـ محمد مهدی سنائـی دبیرستان پهلـوی بهبهان‌ـ مسعود حبیب‌الله‌زاده ـ احمد محقق‌ـچنیگزارومیه‌ـشهردخت‌محب‌زاده‌ـسدیک‌آواکمیان‌دبیرستان انوشیروان‌دادگر ـ محمد رضا مرعشی دبیرستان بندر خرمشهر ابـوالقاسم مهران ـ محمد حسین مفتاح دبیرستان مـجد رمضان اصغر پور ـ محمد مقدسی ـ حسن مکارمی دبیرستان سخن ـ محمد ابکاء دبیرستان تقوی ـ حسین خبازیان دبیرستان نمونه اصفهان ـ فـریور سجادی ـ حسین علوی ـ ـ محمود نمازی ـ محمد جرجـانی دبیرستان تقوی ـ حسین رئیس‌زاده آملی ـ محمدقبادی ـ نصیرزادی‌مقدم ـ عبدالرحیم‌کافعی ـ محمد صادق نهاوندی‌ـ عبدلراحیم سعادت ـ سید ذکریامیربرگ‌کار دبیرستان شاهپور رشت ـ عطاءالله بدیعی دبیرستان خوارزمی ـ یوسف زینعلی دبیرستان خرد ـ منوچهرحاج‌آقازاده .

کلاس ششم طبیعی

۳۸۵۸ ـ ثابت‌کنید که خط واصل بین نقاط نظیر ماکزیمم ومینیمم تابع $y=x^3-3x+q$ دارای امتدادثابتی است . به‌ازاء چه مقدار از q این خط نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم را درنقطهٔ به طول ۱ − قطع خواهدکرد.

حل ـ

$$y'=3x^2-3 \quad و \quad y'=0 \Longrightarrow x=\pm 1$$

نقاط ماکزیمم ومینیمم دارای مختصات(۲+q و ۱ −) و (۲ − q و۱+) هستند وضریب‌زاویهٔ خط واصل $m=-2$ حساب می شود پس امتدادش ثابت است و معادلهٔ آن به صورت $y=-2x+q$ بدست می‌آید.

ثانیاً باید q را طوری تعیین کردکه مختصات(۱و۱ −) در معادلهٔ خط صدق کند. نتیجه می‌گیریم $q=-1$

۳۸۵۹ ـ بدون استفاده ازمشتق مقادیرماکزیمم ومینیمم تابع زیررا تعیین کنید وبعدبااستفاده از مشتق نتیجه رابررسی کنید .

$$y=\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos^2 x+a^2$$

حل ـ داریم:

$$y=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1+\cos 2x}{2}+a^2$$

$$y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x\right)+a^2-\frac{1}{2}$$

$$y=\left(\sin\frac{\pi}{3}\sin 2x-\cos\frac{\pi}{3}\cos 2x\right)+a^2-\frac{1}{2}$$

$$y=-\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+a^2-\frac{1}{2}$$

عبارت اخیر موقعی ماکزیمم است که:

$$\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-1$$

باشد یعنی $x_1=K\pi-\frac{2\pi}{3}$

و y هنگامی مینیمم است که $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$

باشد یعنی $x_2=K'\pi-\frac{\pi}{6}$

ثانیاً داریم.

$$y'=\sqrt{3}(\cos^2 x-\sin^2 x)+2\sin x\cos x$$

$$y'=\sqrt{3}\cos 2x+\sin 2x$$

$$y'=0\Longrightarrow tg2x=-\sqrt{3}$$

$$2x=K_1\pi-\frac{\pi}{3} \quad و \quad x_2=\frac{K_1\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$$

مقادیری‌که به ازاء مقادیر مختلف k_1 برای x_2 بدست می‌آیندبرابر با مقادیری‌است‌که برای x_1یاx_2 حاصل می‌شود.

کلاس‌ششم ریاضی

۳۸۶۰ ـ ازکانون F' (باطول منفی) بیضی به‌معادلهٔ :

$$20x^2+45y^2=900$$

شعاعی‌نورانی‌خارج می‌شودکه‌بامحور Oxزاویه‌ای‌برابر با $Arctg(-2)$ می‌سازد . این شعاع‌نورانی پس از برخورد با بیضی منعکس می‌شود . معادلهٔ خط محمل شعاع منعکس را تعیین کنید .

حل ـ دو شعاع حامل هر نقطه ازبیضی نسبت به‌قائم‌بیضی در این نقطه قرینهٔ یکدیگرند بنابراین اگر MF' شعاع‌تابش باشد، MFشعاع باز تاب‌خواهدبود وکافی است‌که‌معادلهٔ MF' را بدست‌آوریم :

$$\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{20}=1\Longrightarrow F'(-5 \text{ و } 0)$$

معادلهٔ شعاع تابش به صورت

$$y=-2x-10$$

ومحل برخورد آن با بیضی نقاط $M(-6 \text{ و } 2)$ و $M'(-3\text{و}-4)$ است وچون شعاع نورانی دربالای محور xهاقراردارد پس Mرا انتخاب می‌کنیم ومعادلهٔ شعاع بازتاب یعنی MF به صورت $2x+11y-10=0$ بدست خواهد آمد .

۳۸۶۱ ـ ثابت‌کنیدکه دوبیضی به‌معادله‌های

$$m^2x^2+n^2y^2-m^2n^2=0$$

$$n^2x^2+m^2y^2-m^2n^2=0$$

$(m\neq n)$ یکدیگر را درچهار نقطه واقع بریك دایره قطع می‌کنند . مرکز واندازهٔ شعاع این دایره رامشخص‌کنید.

حل ـ ازکم‌کردن طرفین دومعادله نتیجه می‌گیریم :

$$(m^2-n^2)(x^2-y^2)=0\Longrightarrow x^2=y^2=\frac{m^2n^2}{m^2+n^2}$$

اگر فرض کنیم $a=\frac{+mn}{\sqrt{m^2+n^2}}$ باشد مختصات نقاط تقاطع به صورت زیر است:

$A(a,a)$ و $B(a,-a)$ و $C(-a,a)$ و $D(-a,-a)$

فاصلهٔ هر چهار نقطه از مبدأ برابر با $R=\frac{mn\sqrt{2}}{\sqrt{m^2+n^2}}$

است یعنی هر چهار نقطه بر روی دایره ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع R قرار دارند.

۳۸۶۲ـ مطلوبست حل معادلهٔ مثلثاتی زیر:

$$\frac{1+\sqrt{1-\sin 8x}}{1+\sqrt{1+\sin 8x}}=\operatorname{tg} x$$

حل ـ با فرض $\sin 8x=A$ داریم:

$$\sqrt{1+A}\operatorname{tg} x-\sqrt{1-A}=1-\operatorname{tg} x$$

طرفین رابطه را به توان رسانده به صورت رابطه‌ای منطق از A در می‌آوریم و بعداز اختصار خواهیم داشت:

$$A\operatorname{tg}^4 x+A+2A\operatorname{tg}^2 x-4\operatorname{tg} x+4\operatorname{tg}^2 x=0$$

ویا:

$$A=2\times\frac{2\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}^2 x}\times\frac{1-\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x}=$$

$$=2\sin 2x\cos 2x=\sin 4x$$

یعنی

$$\sin 8x=\sin 4x$$

$$x=\frac{k\pi}{2}\text{ و }x=\frac{k\pi}{6}+\frac{\pi}{12}$$

جواب $x=\frac{k\pi}{2}$ جواب خارجی‌است با جواب

$x=\frac{k\pi}{6}+\frac{\pi}{12}$ قابل قبول است.

۳۸۶۳ـ در ضرب دو عدد صحیح به عامل اول یك واحد و به عامل دوم دو واحد اضافه می‌کنیم در این صورت حاصل ضرب دوبرابر می‌شود، هریك ازدوعامل را تعیین کنید.

حل ـ اگر دوعدد مزبور را x و y بنامیم داریم:

$$(x+1)(y+2)=2xy\Rightarrow xy+2x+y-2=0$$

$$(x-1)(y-2)=4=4\times 1=1\times 4=2\times 2$$

پس:

$$\begin{cases}x-1=4\\y-2=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\\y=3\end{cases}$$

$$\begin{cases}x-1=1\\y-2=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=6\end{cases}$$

$$\begin{cases}x-1=2\\y-2=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$$

۳۸۶۴ـ باقیماندهٔ تقسیم عدد 7077^{377} را بر ۱۱ بدست آورید.

حل ـ نسبت به مدول ۱۱ داریم:

$$7077\equiv 4\text{ و }7077^2\equiv 16\equiv 5$$

$$7077^3\equiv 4\times 5\equiv 9\text{ و }7077^4\equiv 4\times 9\equiv 3$$

$$7077^5\equiv 4\times 3\equiv 1$$

و از این توان به بعد باقیمانده ها به ترتیب تکرار می شوند بنابراین داریم:

$$7077^{5k}\equiv 1\text{ و }7077^{5k+1}\equiv 4\text{ و }7077^{5k+2}\equiv 5$$

$$7077^{5k+3}\equiv 9\text{ و }7077^{5k+4}\equiv 3$$

با توجه به اینکه $377=5\times 75+2$ خواهیم داشت:

$$7077^{377}=7077^{5\times 75}\times 7077^2$$

و نتیجه خواهیم گرفت:

$$7077^{377}\equiv 7077^2\equiv 5\pmod{11}$$

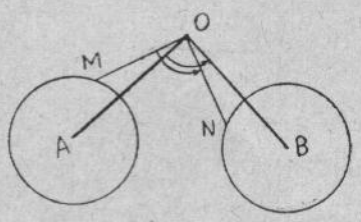
باقیمانده برابر است با ۵.

۳۸۶۵ـ نقطهٔ M دایرهٔ ثابت به مرکز A و به شعاع R را می پیماید O نقطهٔ ثابتی از صفحهٔ دایره می باشد نظیر هر نقطهٔ M نقطهٔ N با شرایط:

$$OM=ON\text{ و }(\overrightarrow{OM}\text{ و }\overrightarrow{ON})=\frac{\pi}{2}+2k\pi$$

تعیین می‌کنیم مکان نقطهٔ N را تعیین کنید

مسئله را نیز در حالتی حل‌کنیدکه M به جای دایره یك خط‌مستقیم ثابت را می‌پیماید.



حل ـ نقطهٔ Nمبدل نقطهٔ M در دوران $(O,\frac{\pi}{2})$ است بنابراین مکان N درحالت اول دایرهٔ B مبدل دایرهٔ A و در حالت‌دوم خطی مستقیم مبدل‌خط مکان M خواهدبود.

پاسخهای درست رسیده مربوط به مسائل کلاسهای ششم

مسعود فتاحی دبیرستان حکیم سنائی اصفهان ـ فریدون امین زاده دبیرستان فردوسی رضائیه ـ حسن دوامی ـ حسین خدابخشی دبیرستان دریانی خوانسار ـ نصرالله حقیقت ـ حسن نوریان ـ آفری تاج‌الدینی ـ مریم شاملی ـ عبدالکریم لیثی اصل ـ محمد رضا ستایشی ـ غلامرضا رحیمی درآبادی ـ روح‌الله صادقلو دبیرستان کسری اردبیل محمد رضا یزدان ـ محمدمقدسی

مسعود درخشان نو ـ ابراهیم حصاری ـ محمد میامئی دبیرستان هدف شمارهٔ ۱ ـ جواد صادقی ـ صمد حیاتی ـ علی کاظمیان محمد رضا مفخم ـ امین الهی ـ چنگیز آزادی ـ صمد فرهنج دبیرستان خوارزمی ـ غلامحسین باغانی ـ حمید وکیل زاده ـ حسن پور احمدی آذری ـ عطاءالله بدیعی ـ سیروس مریوانی جلیل پور رضائی ـ جواد جمشیدی دبیرستان مروی ـ ابوالفضل حسینی ـ محمد مهدی عابدی‌نژاد ـ احمددرفش دار دبیرستان بحرالعلوم بروجرد ـ علی اکبر صنعتی دبیرستان پهلوی رشت ـ فؤاد حسینی مهرابدی دبیرستان آذرنوش ـ مسعود رحمتیان ـ محمدعلی دباغ ـ احمدبهبهانی ـ مقصود صلاحی ـ سید مرتضی حسینی خرمی ـ داود سینائی ـ محمد ابکاء ـ جواد صالحی دبیرستان خیام نیشابور ـ حبیب‌الله گلستان زاده ـ حسین خلیقی ـ غلامحسین اسداللهی ـ پرویز دیده‌وری ـ احمد کلاهی‌شبستری دبیرستان گلشنزار ـ یوسف زینعلی ـ ضرغام محمودی ـ محمدحسین صیاد دبیرستان دارالفنون ـ احمد میرنژاد جویباری ـ سعید فرشاد ابوالحسن رده دبیرستان امیر کبیر ـ شهرام ذکاوتی دبیرستان هدف شمارهٔ ۳ ـ حسن یزدانی ـ غلامرضا نخعی ـ محمدعلی دباغ.

مسائل متفرقه

۳۸۶۶ـ مجموع زیر را حساب کنید :

$$S_n = ۶ + ۳۶ + ۳۳۶ + \cdots + \underbrace{۳۳\cdots۳}_{n-۱\text{ مرتبه}}۶$$

حل ـ S_n را به صورت زیر می نویسیم :

$$S_n = (۳+۳) + (۳۳+۳) + (۳۳۳+۳) + \cdots + (\underbrace{۳۳۳\cdots۳}_{n\text{ مرتبه}} + ۳)$$

$$۳S_n = ۹ + ۹۹ + \cdots + \underbrace{۹۹\cdots۹}_{n\text{ مرتبه}} + ۹n$$

$$۳S_n = ۱۰ + ۱۰۰ + \cdots + ۱۰^n + ۸n$$

ودر نتیجه: $۳S_n = \dfrac{۱۰^{n+۱} - ۱۰}{۹} + ۸n \Rightarrow$

$$S = \frac{۱۰^{n+۱} - ۱۰ + ۷۲n}{۲۸}$$

۳۸۶۷ـ اگر داشته باشیم :

(۱) $a^۲ + b^۲c^۲ = ab + bc + ca$

و $a \neq b \neq c$ تساوی زیر را ثابت کنید

$$(a-b)^۶ + (b-c)^۶ + (c-a)^۶ =$$

$$\frac{۱}{۳}[(a-b)^۳ + (b-c)^۳ + (c-a)^۳]^۲$$

حل ـ به سادگی محقق می شود که رابطهٔ (۱) معادل است با رابطهٔ :

(۲) $(a-b)^۲ + (b-c)^۲ + (c-a)^۲ = ۰$

اگر a و b و c مقادیر حقیقی باشند این رابطه برقرار نخواهد بود مگر آنکه $a=b=c=۰$ باشد که خلاف فرض است . اگر شرط حقیقی بودن مقادیر a و b و c موجود نباشد رابطهٔ (۲) را به صورت

$$(a-b)^۲ + (b-c)^۲ = -(c-a)^۲$$

نوشته طرفین را به توان ۳ می رسانیم . بعداز اختصار و با توجه به رابطهٔ (۱) رابطهٔ مطلوب بدست می آید .

۳۸۶۸ـ اگر a و b و c و d اعداد صحیح مثبت متمایز باشند ثابت کنید که دستگاه زیر جواب ندارد .

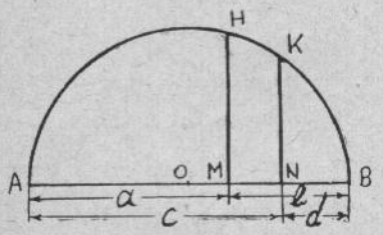
$$\begin{cases} a^۳ + b^۳ = c^۳ + d^۳ \\ a + b = c + d \end{cases}$$

حل ـ طرفین رابطهٔ دوم را به توان ۳ می رسانیم و طرفین رابطهٔ اول را از رابطهٔ جدید کم می کنیم ؛ حاصل می شود :

$$۳ab(a+b) = ۳cd(c+d)$$

و چون $a+b=c+d$ پس باید $ab=cd$ نیز باشد.

با فرض اینکه رابطهٔ $a+b=c+d$ برقرار است شکل هندسی زیر را رسم می کنیم :



دایره ای به قطر $AB = a+b = c+d$ رسم کرده و طولهای AM و AN را مساوی با a و c روی قطر AB جدا می کنیم دیده می شود که MH و NK که عمود بر AB هستند به ترتیب واسطهٔ هندسی (a و b) و (c و d) می باشند و این دو طول مساوی نمی شوند مگر آنکه $a=c$ و $b=d$ باشد که بر خلاف فرض است .

۳۸۶۹ـ اگر اختلاف هر دو کمان α و β و γ برابر π نباشد و داشته باشیم :

$$\frac{\cos(\alpha+\theta)}{\sin^۲\alpha} = \frac{\cos(\beta+\theta)}{\sin^۲\beta} = \frac{\cos(\gamma+\theta)}{\sin^۲\gamma}$$

ثابت کنید که اولا: $\alpha+\beta+\gamma=k\pi$ و ثانیاً:

$$tg\theta=cotg\alpha+cotg\beta+cotg\gamma$$

حل- فرض می‌کنیم (۱) $\frac{cos(x+\theta)}{sin^{۳}x}=K$

که α و β و γ ریشه های این معادله می باشند.

می توان نوشت:

$$\frac{cos(x+\theta)}{sin^{۳}x}=\frac{cosx\,cos\theta-sinx\,sin\theta}{sin^{۳}x}=K$$

و یا

$$\frac{cotgx\,cos\theta-sin\theta}{sin^{۲}x}=(۱+cotg^{۲}x)(cotgx\,cos\theta-$$

$$-sin\theta)=K$$

و بالاخره: $cos\theta cotg^{۳}x-sin\theta cotg^{۲}x$

$$+cos\theta cotgx-(k+sin\theta)=۰$$

چون α و x و γ ریشه های معادلهٔ فوق می‌باشندپس:

$$cotg\alpha+cotg\beta+cotg\gamma=\frac{sin\theta}{cos\theta}=tg\theta$$

و به همین ترتیب به روابط زیر می‌رسیم:

$$cotg\alpha cotg\beta+cotg\beta cotg\gamma+cotg\gamma cotg\alpha=۱$$

$$tg\alpha+tg\beta+tg\gamma=tg\alpha\cdot tg\beta\cdot tg\gamma$$

از طرفی می دانیم:

$$tg(\alpha+\beta+\gamma)=\frac{tg\alpha+tg\beta+tg\gamma-tg\alpha tg\beta tg\gamma}{۱-tg\alpha tg\beta-tg\alpha tg\gamma-tg\beta tg\gamma}$$

با توجه به روابط قبلی می توان نوشت:

$$tg(\alpha+\beta+\gamma)=۰\Longrightarrow\alpha+\beta+\gamma=k\pi$$

۳۸۷۰- اگر داشته باشیم:

$$\frac{a_{۲}+a_{۳}+\cdots+a_{n}}{log_{x}a_{۱}}=\frac{a_{۱}+a_{۳}+\cdots a_{n}}{log_{x}a_{۲}}=$$

$$=\cdots=\frac{a_{۱}+a_{۲}+\cdots+a_{n-۱}}{log_{x}a_{n}}$$

ثابت کنید که خواهیم داشت:

$$a_{۱}^{a_{n}-a_{۲}}\times a_{۲}^{a_{۱}-a_{۳}}\times$$

$$\times\cdots\times a_{n}^{a_{n-۱}-a_{۱}}=۱$$

حل- از روابط داده شده نتیجه می‌شود:

$$a_{۱}^{a_{۱}+a_{۳}+\cdots+a_{n}}=a_{۲}^{a_{۲}+a_{۳}+\cdots+a_{n}}$$

$$a_{۲}^{a_{۱}+a_{۲}+a_{٤}+\cdots+a_{n}}=a_{۳}^{a_{۱}+a_{۲}+\cdots+a_{n}}$$

.....

.....

$$a_{n}^{a_{۲}+a_{۳}+\cdots+a_{n}}=a_{۱}^{a_{۱}+a_{۲}+\cdots+a_{n-۱}}$$

طرفین روابط بالا را در هم ضرب می‌کنیم و پس از اختصار به همان رابطهٔ مطلوب می‌رسیم.

۳۸۷۱- اگر داشته باشیم:

$$x+x^{۲}+\cdots+x^{n}=m$$

درستی تساوی زیر را محقق کنید:

$$x^{n}(۱+m-x^{n})(۲+m-x^{n})\times\cdots$$

$$\times(k+m-x^{n})=$$

$$=m(m+x)(m+۲x)\times\cdots+[m+(k-۱)x]$$

حل- از تساوی داده شده نتیجه می شود:

$$\frac{x(x^{n}-۱)}{x-۱}=m$$

و یا $x^{n}=m+۱-\frac{m}{x}$ با استفاده از تساوی اخیر می نویسیم:

$$۱+m-x^{n}=\frac{m}{x}$$

$$۲+m-x^{n}=\frac{m+x}{x}$$

$$۳+m-x^{n}=\frac{m+۲x}{x}$$

.....

.....

$$k+m-x^{n}=\frac{m+(k-۱)x}{x}$$

طرفین روابط بالا را در هم ضرب می کنیم نا رابطهٔ مطلوب بدست آید.

۳۸۷۲- مقدار x را چنان انتخاب کنید که مجموع‌زیر مینیمم باشد و مقدار این مینیمم را حساب کنید

$$۱\times x^{۲}+۲(x-a)^{۲}+۳(x-۲a)^{۲}+\cdots$$

$$+n[x-(n-۱)a]^{۲}$$

حل- عبارت رابسط داده و بر حسب x مرتب می‌کنیم:

$$x^{۲}(۱+۲+\cdots+n)-۲ax[۲\times۱+۳\times۲\quad(۱)$$

$$+۴\times۳+\cdots+n(n-۱)]+a^{۲}[۱+۳\times۲^{۲}+$$

$$+۴\times۳^{۲}+\cdots+n(n+۱)^{۲}]$$

عبارات داخل کروشه‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$۲\times۱+۳\times۲+\cdots+n(n-۱)=$$

$$۱+۱+(۱+۲)۲+(۱+۳)۳+\cdots$$

$$+(۱+n-۱)(n-۱)=۱+۲+\cdots+(n-۱)$$

$$+۱^{۲}+۲^{۲}+\cdots+(n-۱)^{۲}$$

همچنین داریم :

$$۲+۳\times۲^۲+۴\times۳^۳+\cdots+n(n-۱)^۳=$$
$$=۱^۲+۲^۲+\cdots+(n-۱)^۲+۱^۳+۲^۳+$$
$$+\cdots+(n-۱)^۳$$

اما می دانیم که :

$$۱+۲+\cdots+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$$

$$۱^۲+۲^۲+\cdots+n^۲=\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$$

$$۱^۳+۲^۳+\cdots\cdots+n^۳=[\frac{n(n+۱)}{۲}]^۲$$

بنا بر این رابطهٔ (۱) به‌صورت زیر در می آید:

$$\frac{n(n+۱)}{۲}x^۲-\frac{۲n(n^۲-۱)a}{۳}x+$$
$$+\frac{n(۳n-۲)(n^۲-۱)a^۲}{۱۲}$$

عبارت بالا به فرم $Ax^۲+Bx+C$ می باشد و چون $A=\frac{n(n+۱)}{۲}$ همیشه مثبت است این عبارت به ازاء

$$x=\frac{-B}{۲A}=\frac{۲}{۳}(n-۱)a$$

مینیمم است و مقدار مینیمم . برابر است با

$$\frac{۴AC-B^۲}{۴A}=\frac{n(n+۲)(n^۲-۱)a^۲}{۳۶}$$

۳۸۷۳ـ معادلهٔ زیر را حل‌کنید :

$$\sum_{a=۰}^{n}۳^{x+a}-\sum_{a=۰}^{n}۵^{x-a}$$

حل‌ـ معادله را به صورت زیر می‌نویسیم :

$$۳^x\sum_{a=۰}^{n}۳^a=۵^x\sum_{a=۰}^{n}۵^{-a}$$

و چون :

$$\sum_{a=۰}^{n}۳^a=\frac{۳^{n+۱}-۱}{۲}\quad\text{و}\quad\sum_{a=۰}^{n}۵^{-a}=\frac{۵-(\frac{۱}{۵})^n}{۴}$$

پس معادله به‌صورت زیر در می آید :

$$(\frac{۳}{۵})^x=\frac{۵-(\frac{۱}{۵})^n}{۲(۳^{n+۱}-۱)}$$

$$x=log\,[\frac{۵-(\frac{۱}{۵})^n}{۲(۳^{n+۱}-۱)}]+log۵+colog۳$$

۳۸۷۴ـ مجموع زیر را حساب کنید .

$$S_n=۱۱^۲\times۱۰^{n-۱}+۱۰۱^۲\times۱۰^{n-۲}+۱۰۰۱^۲\times$$
$$\times۱۰^{n-۳}+\cdots\cdots+(\underbrace{۱۰۰\ldots۰}_{n-۱\text{ مرتبه}}۱)$$

حل‌ـ طرفین را بر ۱۰^n تقسیم می‌کنیم :

$$\frac{S_n}{۱۰^n}=\frac{۱۱^۲}{۱۰}+\frac{۱۰۱^۲}{۱۰^۲}+\cdots\cdots+\frac{(\overbrace{۱۰۰\ldots۰}^{n-۱\text{ مرتبه}}۱)^۲}{۱۰^n}$$

$$\frac{S_n}{۱۰^n}=(\sqrt{۱۰}+\frac{۱}{\sqrt{۱۰}})^۲+(\sqrt{۱۰۰}+$$
$$+\frac{۱}{\sqrt{۱۰۰}})^۲+\cdots\cdots+(\sqrt{۱۰^n}+\frac{۱}{\sqrt{۱۰^n}})^۲$$

اگر پرانتز ها را بسط دهیم هر پرانتز به سه جمله تبدیل می‌شود، مجموع جملات اول را A و دوم را B و سوم را C می‌نامیم پس داریم :

$$\frac{S_n}{۱۰^n}=A+B+C\,.$$

$$A=۱۰+۱۰^۲+\cdots+۱۰^n=\frac{۱۰^{n+۱}-۱۰}{۹}$$

$$B=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰^۲}+\cdots+\frac{۱}{۱۰^n}=\frac{۱۰^n-۱}{۹\times۱۰^n}$$

$$C=۲+۲+\cdots+۲=۲n$$

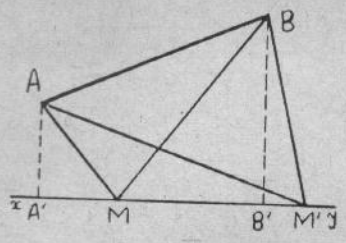
$$S_n=\frac{۱۰^{۲n+۱}-۹\times۱۰^n-۱}{۹}+۲n\times۱۰^n$$

۳۸۷۵ـ هر گاه $p+۱$ و $۲p+۱$ دو عدد اول بوده و با عدد فرد n متباین باشند ثابت کنید که عدد $n^{۲p}-۱$ بر عدد $(۲p+۱)(p+۱)۸$ بخش پذیر است .

حل‌ـ چون n فرد است پس: $n^{۲p}-۱$ یا $(n^p-۱)(n^p-۱)$ بر ۸ بخش‌پذیر خواهد بود و نیز طبق قضیهٔ فرما $N^{p-۱}-۱=M(p)$ عبارت $n^{۲p}-۱$ بر $۲p+۱$ و $n^p-۱$ بر $p+۱$ بخش‌پذیر است بنا براین $n^{۲p}-۱$ بر $۸(p+۱)(۲p+۱)$ بخش پذیر خواهد بود.

۳۸۷۶ـ خط xy و نقاط A و B واقع در یك طرف آن مفروضند. بر xy نقطهٔ M را چنان تعیین کنید که مساحت مثلث MAB برابر مقدار معلوم $k^۲$ شود (بحث)

حلـ فرض می‌کنیم $AA'=a$ و $BB'=b$ و $A'B'=c$ نقطهٔ M ممکن است بین A' و B' و یا خارج آنها باشد.



اگر M را مابین A' و B' در نظر بگیریم داریم :

$$S_{AMB} = S_{ABB'A'} - S_{AA'M} - S_{BB'M}$$

$$S_{AMB} = A'B' \cdot \frac{AA'+BB'}{2} - \frac{AA' \cdot A'M}{2} - \frac{BB' \cdot MB'}{2}$$

پس از اختصار به رابطهٔ زیر می‌رسیم :

$$K^2 = \frac{a \cdot MB' + b \cdot MA'}{2}$$

با فرض $A'M=x$ و $B'M=y$ باید x و y در روابط زیر صدق کنند :

$$\begin{cases} ay+bx=2k^2 \\ x+y=c \end{cases}$$

اگر M' خارج A' و B' باشد (سمت راست B') با محاسباتی مشابه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} bx-ay=2k^2 \\ x-y=c \end{cases}$$

چنانکه دیده می شود دردستگاه دوم y به $-y$ تبدیل شده است پس نتیجه می‌شود که اگر "M سمت چپ نقطهٔ A' باشد x به $-x$ تبدیل می شود در هر صورت جای نقطهٔ M مربوط می شود به حل و بحث دستگاه زیر :

$$\begin{cases} bx+ay=2k^2 \\ x+y=c \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=\dfrac{2k^2-ac}{b-a} \\ y=\dfrac{bc-2k^2}{b-a} \end{cases} \qquad b-a\neq 0$$

بحثـ فرض می کنیم $b>a$ دراین‌صورت $bc>ac$

۱ـ اگر $ac>2k^2$ باشد یعنی مساحت داده شده از مساحت مثلث $AA'B'$ کمتر باشد خواهیم داشت : $x<0$ و $y>0$ یعنی نقطهٔ M سمت چپ A' است .

۲ـ اگر $ac<2k^2<bc$ یعنی مساحت داده شده بیشتر از مساحت مثلث $A'BB'$ و کمتر از مساحت مثلث $AA'B'$ باشد خواهیم داشت : $x>0$ و $y>0$ یعنی نقطهٔ M مابین A' و B' است

۳ـ اگر $2k^2>bc$ باشد یعنی مساحت داده شده از مساحت مثلث $A'BB'$ بیشتر باشد خواهیم داشت : $x>0$ و $y<0$ یعنی نقطهٔ M سمت راست B' خواهد بود .

حالت خاص ـ اگر $2k^2=bc$ باشد خواهیم داشت : $x=0$ و $y=0$ یعنی نقطهٔ M منطبق بر A' و یا منطبق بر B' خواهد بود .

به فرض آنکه $a=b$ باشد یعنی $AB \parallel xy$ باشد خواهیم داشت : $0\times x=2k^2-ac$ در این حالت اگر $2k^2-bc\neq 0$ باشد مسئله غیر ممکن است .

اگر $2k^2-ac=0$ باشد مسئله مبهم است.

۳۸۷۷ـ حل این مسئله زیر عنوان حل مسائل نمونه در همین شماره چاپ شده است .

پاسخهای درست رسیده مربوط به مسائل متفرقه

علی اکبر صنعتی ـ مسعودحبیب‌اللهزاده ـ ابراهیم‌حصاری ـ ابوالحسن رده دبیرستان امیرکبیر زنجان ـ محمد صادق ابریشمیان ـ بهمن شریعت پناهی ـ چنگیزارومیه ـ حسن‌فیضی آذر دبیرستان فردوسی رضائیه ـ آفری تاج‌الدینی ـ علی‌اصغر شاملی ـ خیرالله خندانی ـ ابوالقاسم مهران ـ صمد حیاتی ـ عیسی خندانی دبیرستان‌پهلوی بهبهان ـ محمد صادق نهاوندی ـ محمد مهدی عابدی نژاد ـ محمود عبادی ـ حسن نوریان ـ جلال اشجعی ـ حسین علوی دبیرستان پهلوی ساری ـ محمود نمازی ـ غلامرضا رحیمی در آبادی ـ محمد رضا یزدان ـ محمد مقدسی ـ حسین رئیس زاده آملی ـ محمد حسن صیاد ـ احمد میر نژاد جویباری ـ حسن جعفری ـ محمد مهدی سقائی ـ عباس طلائی زاده ـ فریدون امین زاده ـ حسن مکارمی ـ محمد رضا مفخم ـ امین الهی ـ محسن تقوی ـ محمد تقی هاشمیان ـ محمد بلوریان ـ رمضان اصغر پور ـ محمد رضا بلوریان ـ فیروز قاضیان ـ غلامحسین باغانی ـ ضرغام محمودی ـ احمد درفش دار ـ محمد جرجانی ـ احمد حسین زاده داداش ـ محسن هاشمی نژاد ـ علی کاظمیان ـ شهاب اجلی ـ پرویز بربری دبیرستان دارالفنون ـ چنگیز آزادی ـ حسین خبازیان ـ سیروس مریوانی دبیرستان شماره ۱ آذر ـ صمد فرهنج ـ محمدابکاء ـ قدرت‌الله نوبخت ـ حسن‌یزدانی دبیرستان ادیب ـ اکبردوستدار صنایع ـ روح‌الله صادقلو ـ جواد جمشیدی

مقصود صلاحی ـ قربانعلی شاهی ـ معصومه سندسی ـ جلیل روحانی‌فرد ـ منوچهر رسولی ـ سعید فرشاد ـ شهرام ذکاوتی نصرالله حقیقت ـ غلامحسین اسدالهی ـ عبدالکریم لیثی‌اصل پرویز مرادی‌حقگو ـ حمیدو کیل‌زاده دبیرستان‌فردوسی‌رضائیه مسعود درخشان‌نو

۳۸۷۸ ـ افزایش طول یك فنر به ازاء وزنه‌ای به وزن ۱۰gf برابر است با ۱cm . سه وزنه را که وزن آنها به ترتیب x ، y ، z است دوبه دو به فنر می‌آویزیم . افزایش طول‌فنر برای حالات ممکنه برابر ۱۲ ، ۱۶ ، ۲۰ سانتیمتر می‌شود . مقادیر x ، y و z راتعیین کنید. نشان دهید که بااین آزمایشها، بدون دانستن‌وزن وزنه‌ها ، می‌توان افزایش طول فنر راهنگامی که سه وزنه با هم‌آویزان شوند حساب کرد .

حل ـ اگر به ازاء وزنهٔ f افزایش طول فنر برابر l باشد : $f=kl$. k ضریب افزایش‌طول فنراست که بستگی به نوع فنردارد . دراین‌فنر

$$k=\frac{f}{l}=\frac{10}{1}=10gf/cm$$

اگروزنهٔ x و y را به فنرآویزان کنیم افزایش طول‌فنر برابر a است :

$$x+y=k\cdot a$$

$$(1)\quad x+y=10\times 12=120$$

اگر وزنهٔ y و z رابه فنرآویزان کنیم افزایش طول‌فنر برابر b است:

$$y+z=k\cdot b$$

$$(2)\quad y+z=10\times 16=160$$

اگر وزنهٔ z و x را به فنرآویزان کنیم‌افزایش طول‌فنر برابر c است :

$$z+x=k\cdot c$$

$$(3)\quad z+x=10\times 20=200$$

از حل سه معادلهٔ سه مجهولی (۱) و (۲) و (۳) نتیجه می‌گیریم

$$x=80gf$$
$$y=40gf$$
$$z=120gf$$

فرض می‌کنیم که وزن x و y و z را نمی‌دانیم و این سه وزنه را با سیم‌به فنرمی‌آویزیم در این صورت افزایش طول‌فنر برابر است با d که می‌خواهیم آن راتعیین کنیم:

$$x+y+z=k\cdot d=10d$$

از جمع روابط (۱) و (۲) و (۳) می‌توان نوشت:

$$2z+2y+2z=k(a+b+c)=10\times 48$$

یا

$$z+y+z=10\times 24$$

بنابراین $d=24cm$ یعنی‌اگرسه وزنه راباسیم‌آویزان کنیم افزایش طول فنر ۲۴cm می‌شود.

۳۸۷۹ ـ فرض می‌کنیم که مراکز خورشید، ماه و زمین بریك خط مستقیم قرارگیرند. بافرض

قطرخورشید . $s=109D$

قطر زمین $D=12800km$

قطرماه $l=0/27D$

فاصلهٔ زمین تاخورشید : $11700D$

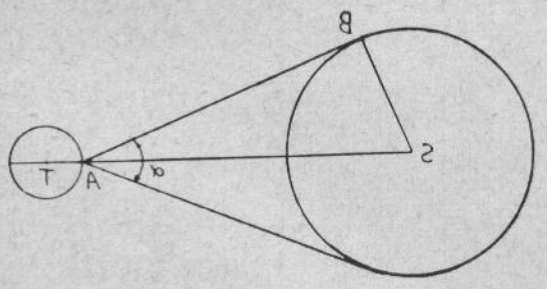
وقطر ظاهری ماه اززمین برابر ۳۳' باشد مطلوبست

۱ـ قطر ظاهری خورشیدکه از زمین دیده می‌شود

۲ـ فاصلهٔ زمین تا ماه

۳ـ ارتفاع مخروط سایهٔ ماه به هنگام کسوف‌کامل

۴ـ قطرناحیه‌ای از زمین که درآنجا می‌توان کسوف را مشاهده‌کرد .



حل ـ ۱ـ قطرظاهری‌خورشید α است.

داریم :

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{BS}{AS}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{BS}{TS-AT}=\frac{\frac{s}{2}}{TS-\frac{D}{2}}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\frac{109}{2}D}{11700D-\frac{D}{2}}=\frac{109}{2\times 11700}$$

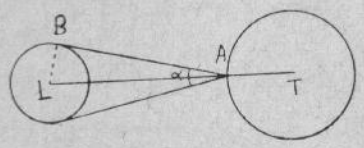
$$\frac{\alpha}{2}=\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{109}{2\times 11700}\Longrightarrow$$

رادیان $\alpha=\frac{109}{11700}=93/2\times 10^{-4}$

$$\alpha = ۹۳/۲ \times ۱۰^{-۴} \times \frac{۳۶۰}{۲\pi} \times ۶۰ \quad \text{دقیقه}$$

$$\alpha = ۳۲'$$

۲- با توجه به شکل.



$$\sin\alpha = \alpha = ۲\frac{BL}{AL}$$

$$\Rightarrow AL = \frac{۲BL}{\alpha}$$

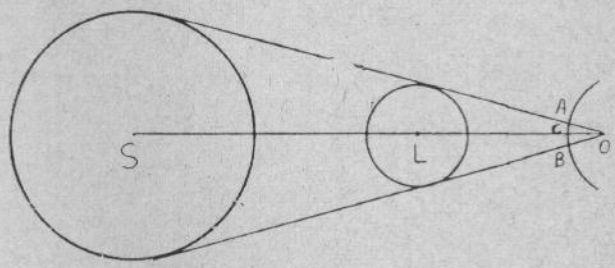
$$TL = AL + AT$$

$$= \frac{l}{\alpha} + \frac{D}{۲}$$

$$TL = \frac{۰/۲۷D}{۳۳ \times \frac{۲\pi}{۳۶۰ \times ۶۰}} + \frac{D}{۲}$$

$$TL = ۲۹D$$ فاصلهٔ ماه تا زمین :

۳- ارتفاع مخروط سایهٔ ماه برابراست با OL



$$\frac{OL}{OS} = \frac{l}{s} \Rightarrow \frac{OL}{SL+OL} = \frac{l}{s}$$

$$\frac{OL}{SL+OL-OL} = \frac{l}{s-l}$$

$$\frac{OL}{SL} = \frac{l}{s-l}$$

$$SL = ST - TL$$ اما

$$OL = (ST - TL)\ \frac{l}{s-l}$$ پس :

$$OL = (۱۱۷۰۰D - ۲۹D)\ \frac{۰/۲۷D}{۱۰۹D - ۰/۲۷D}$$

$$OL \neq \frac{۱۱۷۰۰ \times ۰/۲۷D}{۱۰۹} = ۲۹D$$ ارتفاع سایه مخروط

پس نقطهٔ O نوك مخروط سایه تقریباً برمرکز زمین (به

هنگام کسوف کامل) منطبق است .

۴- AB قطر ناحیه‌ای اززمین‌است که‌در آنجا کسوف کامل مشاهده می‌شود:

$$\frac{AB}{l} = \frac{OL}{OC} \Rightarrow \frac{AB}{۰/۲۷D} = \frac{۲۹D}{\frac{D}{۲}}$$

$$AB = ۵۸ \times ۰/۲۷D = ۱۵/۷D$$

$$AB \neq ۲۰۰۰۰۰km$$

۳۸۸۰ - از نقطهٔ A واقع برخط قائم‌مکان AB گلوله‌ای را بدون سرعت اولیه رها می کنیم تا به نقطهٔ B برسد ($AB = ۲۰۰cm$) مدت‌زمان‌سقوط گلوله‌را اندازه‌می گیریم‌می‌شود $t = ۰/۷۰^s$. آیا ازاین آزمایش مقدار قابل‌قبولی‌برای شتاب ثقل بدست می‌آید ؟ بحث کنید

تصور می کنیم که‌گلوله در واقع x ثانیه پس از آنکه ما شروع به‌اندازه‌گیری زمان می‌کنیم رها می‌شود ، یعنی‌ما نمی‌توانیم‌کرونومتر را دقیقاً در لحظه ای بکار اندازیم‌که‌گلوله در همان لحظه رها می شود ، آزمایش را در همان شرایط تکرار می‌کنیم . این بار گلوله را از نقطهٔ C واقع بر خط قائم مکان AB ($CB = ۱۰۰cm$) رها می‌کنیم ومدت زمان رسیدن گلوله به نقطهٔ B (برطبق نتیجهٔ آزمایش) با $t = ۰/۵۱۳^s$

الف) مقدار x چقدر است؟

ب) از این آزمایش چه مقداری برای g بدست‌می‌آید؟

حل - حرکت سقوطی متشابه التغییر تند شونده است ، شتاب حرکت برابر است با g :

$$AB = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow g = \frac{۲AB}{t^۲} = \frac{۲ \times ۲۰۰}{۰/۷ \times ۰/۷}$$

$$g \parallel ۸۱۶/۳۲cm/s^۲$$

شتاب‌سقوطی‌اجسام برسطح‌زمین درحدود $۹۸۰cm/s^۲$ است . مقدار $۸۱۶/۳۲cm/s^۲$ نشان می‌دهد که درآزمایش‌یا تفسیر آن اشتباهی رخ داده‌است . ممکن است این خطا به علت آن باشد که مقاومت هوا را درنظر نگرفته‌ایم . ممکن است به علت دقیق نبودن وسیلهٔ اندازه گیری زمان یا وسیلهٔ اندازه گیری فاصله باشد . ممکن است به علت آن باشد که لحظهٔ رها شدن گلوله‌درست منطبق‌با مبدأ زمان نباشد . شاید هم عوامل‌دیگری درآزمایش واندازه گیریها دخالت داشته‌اند . در هرصورت‌این عوامل موجب می‌شوند که اندازه گیری شتاب جاذبه بطور دقیق صورت نگیرد.

۲- اگر تنها عاملی که درآزمایش فوق دخالت کرده‌است عدم‌انطباق لحظهٔ رها شدن با مبدأ زمان باشد می‌توان اثر آن

را به مقیاس وسیعی کوچك کرد.

فرض می کنیم که فاصلهٔ زمانی بین لحظهٔ رها شدن گلوله وشروع اندازه گیری زمان برابر x باشد . این خطایی است که به حواس شخص آزمایش کننده بستگی دارد وغیرقابل احتراز است . (بطوری که می‌دانید اگر حادثه‌ای دریك لحظه اتفاق بیفتد اثر آن تا ۰/۱ ثانیه در چشم باقی می‌ماند بین لحظه‌ای که چشم ناظر یك حادثه را مشاهده می کند ولحظه‌ای که ناظر تصمیم می‌گیرد ونیز لحظه‌ای که ناظر عکس العمل نشان می‌دهد اختلاف زمانی لااقل در همین حدود ۰/۱ ثانیه وجود دارد.):

زمان واقعی سقوط در آزمایش اول $0/7+x$ است که بطور کلی آن را $t+x$ می‌نویسیم . پس :

$$(1)\quad AB=\frac{1}{2}g(t+x)^2$$

$$(2)\quad CB=\frac{1}{2}g(t'+x)^2$$

با بکاربردن مقادیر عددی:

$$(3)\quad 200=\frac{1}{2}g(0/7+x)^2$$

$$(4)\quad 100=\frac{1}{2}g(0/513+x)^2$$

از تقسیم این دو رابطه به یکدیگر

$$2=\left(\frac{0/7+x}{0/513+x}\right)^2 \Longrightarrow \frac{0/7+x}{0/513+x}=\pm\sqrt{2}$$

برای x دوجواب بدست می آید: ثانیه $x_1=-0/062$ و ثانیه $x_2=-0/591$ که جواب اخیر قابل قبول نیست . تنها جواب قابل قبول $x=-0/062$ ثانیه است ، علامت منها نشان می‌دهد که کرونومتر (وسیلهٔ اندازه گیری زمان) قبل از رها شدن گلوله بکارافتاده است .

از یکی ازروابط (۳) یا (۴) می‌توان g را بدست آورد:

$$g=\frac{2\times 200}{(0/7-0/062)^2}=\frac{400}{4/07}=982/8\,cm/s^2$$

۳۸۸۱ ـ درصفحهٔ حل مسائل نمونهٔ همین شماره چاپ شده است .

۳۸۸۲ ـ درظرفی $20\,cc$ اسید سولفوریك نرمال و $10\,cc$ اسید کلریدریك دسی نرمال و $20\,cc$ پتاس $\frac{1}{2}$ نرمال واردمی کنیم.

اولا فاکتوراسیدی محلول را بدست آورید .

ثانیا تعیین کنید برای خنثی کردن کامل محلول چه‌حجمی از سود نرمال لازم است.

ثالثا هرگاه تقریب حجم ۰/۲ باشد حجم سود باچه تقریبی بکار می‌رود؟

حل ـ اولا فاکتوراسیدی محلول خواهد شد:

$$FV=F_1V_1+F_2V_2$$

حجم V مجموع حجمهای V_1 و V_2 است

$$V=V_1+V_2=100+20=120$$

$$F\times 120=20\times 1+100\times\frac{1}{10}$$

$$F=\frac{30}{120}=\frac{1}{4}$$

ثانیا هرگاه فاکتور وحجم اسید را به ترتیب با F_A و V_A وفاکتور وحجم باز را به F_B و V_B نمایش دهیم از برابری حجمهای نرمال چنین نتیجه می‌شود

$$F_A\cdot V_A=F_B\cdot V_B$$

$$20\times 1=100\times\frac{1}{10}=20\times\frac{1}{2}+V_{NaOH}\times 1$$

$$V_{NaOH}=20\,cc$$

ثالثاً هر گاه تقریب حجم را اضافی بگیریم خواهیم داشت

$$20/2\times 1+100/2\times\frac{1}{10}=20/2\times\frac{1}{2}+$$

$$+V_{NaOH}\times 1$$

$$V_{NaOH}=20/12\,cc$$

وچون $0/12\,cc$ تقریب اضافی را برای حجم سود درنظر بگیریم حجم سود $20/32\,cc$ می‌شود که حجم آن بدون درنظر گرفتن تقریب $20\,cc$ بود تقریب اضافی $+0/32\,cc$ ونقصانی $-0/32\,cc$ می‌شود . به عبارت دیگر در صورتی که تقریب اضافی باشد حجم سود $20/32\,cc$ واگر نقصانی باشد $19/68\,cc$ خواهد شد .

۳۸۸۳ ـ برای خنثی کردن $10\,cc$ ازیك محلول منو اسید $12/5\,cc$ سود $0/88$ نرمال لازم است . نرمالیتهٔ اسید را پیدا کنید . محلول حاصل را تبخیر می کنیم باقیماندهٔ عمل $0/902$ گرم جرم دارد . جرم ملکولی اسید را محاسبه کنید.

حل ـ نرمالیتهٔ اسید برابراست با

$$F_A\times V_A=F_B\times V_B \quad \text{یا}$$

$$F_A\times 10=12/5\times 0/88$$

$$F_A=1/1$$

چون در یك لیتر محلول $1/1$ اکی والان گرم اسید یافته می شود بنابراین در $10\,cc$ آن $\frac{11}{1000}$ $\frac{1/1\times 10}{1000}=\frac{11}{1000}$ اکی‌والان گرم موجود است که تولید $0/902$ گرم نمك نموده

است . اکی‌والان گرم نمک خواهد شد $۸۲ = \frac{۰/۹۰۲ \times ۱۰۰۰}{۱۱}$

وچون نمک سدیم اسیدیك ظرفیتی است جرم ملکولی اسید برابر می‌شود با

$$M - ۱ + ۲۳ = ۸۲ \Longrightarrow M = ۶۰$$

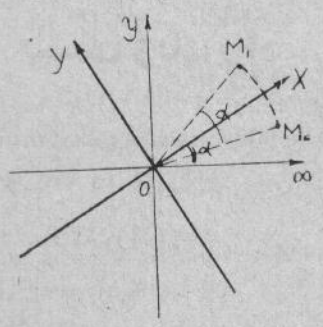
پاسخهای درست رسیده مربوط به‌مسائل فیزیك و شیمی

آفری تاج‌الدین ـ سیدرضا میرزنده دل ـ ماشاءالله سعید حسن دوامی ـ حسین خلیقی ـ صمد فرهنج ـ امان الله امین‌نیا سیروس مریوانی ـ شهرام ذکاوتی ـ غلامحسین عبدالشاهی ـ عیسی هندی نژاد اصفهانی ـ عطاالله بدیعی ـ مقصود صلاحی ـ حسن سلیمانی ـ قدرت‌الله نوبخت ـ علی‌اکبر صنعتی ـ سید محمد رضا مرعشی ـ مسعود حبیب‌الله‌زاده ـ فوآد حسینی مهر ابدی ـ سعید فرشاد ـ محمدقلی‌قلیان ـ میرزا بابا مطهری‌نژاد ـ احمد بهبهانی جوادپورنادری ـ اکبر دوستدارصنایع ـ احمد کلاهی ـ غلامحسین باغانی ـ حمید وکیل‌زاده ـ جلال اشجعی ـ محمدنمازی ـ غلامرضا رحیمی درآبادی ـ احمدحسین زاده ـ احمد درفش‌دار ـ مسعود درخشان‌نو ـ اکبرمهرآذر ـ حسین رئیس‌زاده ـ حسین‌خبازیان محمدحسین صیاد .

ماتریس

(بقیه از صفحهٔ ۳)

xoy در نظر می‌گیریم اگر شعاع $oM_۰$ را حول نقطهٔ o به اندازهٔ α درجه درجهت مثبت دوران دهیم تا به وضع $oM_۱$ در آید گویند نقطهٔ $M_۰$ طبق قانون دوران α درجه به نقطهٔ $M_۱$ تبدیل شده است ،



حال اگر دستگاه xoy راحول نقطهٔ o درجهت مثبت دوران دهیم به‌همان اندازهٔ α وضع نقطهٔ $M_۱$ نسبت به دستگاه جدید xoy همان وضع $M_۰$ است‌نسبت به دستگاه قبلی xoy اگر مختصات $M_۱$ را $x_۱$ و $y_۱$ بنامیم بین مختصات $M_۰$ و مختصات $M_۱$ روابط زیر برقراراست .

$$D \begin{cases} x_۱ = x_۰ \cos\alpha - y_۰ \sin\alpha \\ y_۱ = x_۰ \sin\alpha + y_۰ \cos\alpha \end{cases}$$

حالت خاص : وقتی که $\alpha = ۴۵^\circ$ است خواهیم‌داشت :

$$E \begin{cases} x_۱ = \sqrt{\frac{۲}{۲}} x_۰ - \sqrt{\frac{۲}{۲}} y_۰ \\ y_۱ = \sqrt{\frac{۲}{۲}} x_۰ + \sqrt{\frac{۲}{۲}} y_۰ \end{cases}$$

۳ـ تجانس : مجانس نقطهٔ $M_۰$ نسبت به‌نقطهٔ o نقطه‌ای است مانند $M_۱$ بطوری که سه نقطهٔ $M_۰$ و O و $M_۱$ بر یك‌امتداد بوده و $\frac{\overline{OM_۱}}{\overline{OM_۰}} = K$ باشد . O را مرکز تجانس و K را نسبت تجانس می‌نامند . K عددی است جبری اگر مثبت باشد تجانس مستقیم واگر منفی باشد تجانس‌معکوس است حال‌اگر نقطهٔ $M_۰$ طبق قانون فوق به‌نقطهٔ $M_۱$ تبدیل شود خواهیم داشت :

$\overline{OM_۱} = K\overline{OM_۰}$ که تعبیر جبری این رابطه به صورت زیراست :

$$F \begin{cases} x_۱ = kx_۰ \\ y_۱ = +ky_۰ \end{cases}$$

حالت خاص : اگر $K = -۱$ باشد معادلات به‌صورت زیر در می‌آیند که‌همان‌صورت C حالت سوم تقارن است .

$$C \begin{cases} x_۱ = -x_۰ \\ y_۱ = -y_۰ \end{cases}$$

۴ـ همسانی Similitude : اگر نقطهٔ $M_۰$ راطبق‌دو قانون دوران وتجانس به‌نقطهٔ $M_۱$ تبدیل کنیم یعنی‌اول دورانی به‌مرکز O و زاویهٔ α به‌آن داده سپس با نسبت تجانس K نسبت به نقطهٔ O وضع دوم $M_۰$ را به $M_۱$ تبدیل کنیم این‌نوع تبدیل را تبدیل همسانی گویند و با ترکیب دوتبدیل E و F خواهیم داشت .

$$G \begin{cases} x_۱ = kx_۰ \cos\alpha - ky_۰ \sin\alpha \\ y_۱ = kx_۰ \sin\alpha + ky_۰ \cos\alpha \end{cases}$$

دنباله دارد

است و وسایلی فراهم آورد تا این قسمت از دروس را قبلاخوب بفهمد ، مسلماً در حل مسائل هم راه خواهد افتاد .

باتمام آنچه که گفته شد بنده باکتابهای حل‌المسائلی که بنابراسلوب صحیح نوشته شده باشد مخالف نیستم ؛ اگر سعی شودکه درکتاب حل‌المسئله، محصل درحل مسئله فقط راهنمائی شود دراین صورت نه تنها از ندانستن حل مسائل، که یك نوع تنفر ازدرس بوجودمی‌آورد، مصون می‌ماند بلکه‌همین‌راهنمائیها وی را بـه تفکر در پیـدا کـردن بقیهٔ راه حل مسئله را غب می‌سازد .

آنچه که فعلاجای نهایت تأسف است این است که برخلاف هدفی که از حل مسئله منظورنظر می‌باشد در اثر وجودکتابهای متعدد حـل‌المسائل ، عـده‌ای از محصلین حفظ حل چند مسئلهٔ مشهور و عرضه‌کردن آن را در هرجا و در هرمقام هنری‌تصور کرده و این امر را امتیازی برای خود بحساب می‌آورند . و درصورتی‌که اگر درست فکرکنند متوجه خواهند شدکـه هنر ایشان درست عمل نوار ضبطصوت است .

عده‌ای از این افراد تشخص بخرج می‌دهندکه‌فلان مسئله را از n راه حل می‌کنند ، در حالی‌کـه همهٔ این n راه حل را حفظ‌کرده‌اند و اگر یك مسئلهٔ ساده بـه‌آنها عرضه شود از حل آن در می‌مانند .

جا دارد که در موضوع کتابهای حل‌المسائل بیشتربحث شود تاشاید ازاین رهگذر، دانش‌آموزان ما ازاین «حل‌المسائل زدگی» !که فعلا گریبانگیرآنهاست رهائی یابند .

میانه ، فیروز کبیری

سری فری (بقیه ازصفحهٔ ۹)

حل- ابتدا مقادیر تقریبی نقصانی و اضافـی $\sin 22^\circ$ را روی جدول پیدا می‌کنیم (در جدولهای موجود این مقادیر تـا آنجا که در این مسأله مورد حاجت است وجود دارد) وداریم

$$0/3764 < \sin 22^\circ < 0/3765$$

بـرای قسمت ۱- چون $n = \sqrt{33} < 6$ است پس کافیست سری فری را به‌ازاء $n = 5$ تشکیل دهیم و می‌بینیم داریم :

$$\frac{1}{3} < \sin 22^\circ < \frac{2}{5}$$

و از آنجا به ترتیب خواهیم داشت :

$$\frac{3}{8} < \sin 22^\circ < \frac{2}{5} \quad \text{وبعد} \quad |\sin 22^\circ - \frac{2}{5}| < \frac{1}{8\times 5}$$

و یا $$|5\sin 22^\circ - 2| < \frac{1}{8}$$

و در نتیجه $$|5\sin 22^\circ - 2| < \frac{1}{\sqrt{33}}$$

برای‌قسمت دوم- حل‌مسأله را ازنامساوی $\frac{2}{5} < \sin 22^\circ < \frac{3}{8}$

شروع می‌کنیم وداریم $$|8\sin 22^\circ - 3| < \frac{1}{12}$$

پس: $x_1 = 2$ و $y_1 = 5$ و $x_2 = 3$ و $y_2 = 8$

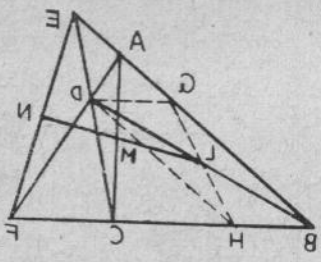
تبصرهٔ ۱- چنانکه دیده می‌شود x_1 و y_1 که بـه ازاء $n_1 = \sqrt{33}$ بدست آمده اند به ازاء $n_2 = 12$ قـابل قبول نیستند . این تبصره باید برای مطالب بعدی مورد توجـه قرار گیرد .

تبصرهٔ ۲- قضیهٔ ۲ را می توان بـه کمك کسر هـای مسلسل اثبات کرد .

بیست ویك راه .. (بقیه ازصفحهٔ ۱۸)

اکنون به راه حل‌نهم قضیه می پردازیم

متـوازی‌الاضلاع DGBH را رسم مـی‌کنیم کـه $G \subset AB$ و $H \subset BC$و فرض می‌کنیم $GH \cap BD = A$



ازتشابه‌دومثلث AGD و DFH داریم :

$$GA : HD = GD : HF$$

و نتیجه می‌شود :

$$GA \cdot HF = GD \cdot HD \quad (8)$$

همچنین از تشابه دو مثلث EGD و DHC نتیجـه خواهد شد :

$$GE \cdot HC = GD \cdot HD \quad (9)$$

ازدو رابطهٔ (۸) و (۹) خواهیم داشت

$$GA : HC = GE : HF \quad \text{یا} \quad GA \cdot HF = GE \cdot HC$$

ملاحظه می‌کنیم که G و H دو نقطهٔ ثابت و GE و HF نیز دو خط ثـابت بوده و نسبتهـای GA:HC و GE:HF نیز برابر مقادیر ثابت هستند پس نقاط M و N اوساط AC و EF برخط ثابت (مکان هندسی به نام نیوتن) واقع بوده‌که این خط ازL می گذرد .

کلیات

اصول ریاضی نظریهٔ نسبی

آلبرت

اینشتین

تألیف :

غلامرضا عسجدی

نسخه‌هایی از این کتاب در
ادارهٔ مجلهٔ یکان موجود است
طالبین می‌توانند مراجعه وخریداری
فرمایند

بها : ۵۰ ریال

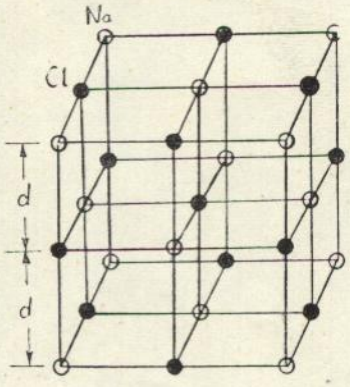
تقاضا از خوانندگان

۱ـ اگر صورت مسائل کنکور مربوط به سال تحصیلی جاری دانشکده‌های ایران (مخصوصاً دانشکده‌های شهرستانها) یا کشورهای خارج را دراختیار دارید برای چاپ در شمارهٔ مخصوص یکان سال به ادارهٔ مجله ارسال فرمائید .

۲ـ همانطورکه قبلا و به‌کرات یادآوری شده است اگر مطالب یـا مسائلی را بـرای درج در مجله ارسال می‌فـرمائید مخصوصاً مشخص کنیدکه اثر خود شما است یااینکه ترجمه است واگرترجمه است مأخذ رابه‌وضوح معرفی فرمائید .

دربارهٔ مسائل‌برای حل ، حل‌آنهارا نیزمرقوم فرمائید.

۳ـ ضمن هرمطلب‌که به ادارهٔ مجله می‌فرستیدنام‌ونشانی وشغل‌خودراذکرفرمائید.



شکل مربوط به
مسئلهٔ ۳۸۸۱
مندرج درصفحهٔ ۲۳

انتشارات یکان :

مجموعهٔ علمی یکان‌سال

۶۰ ریال

یکان سال مخصوص

امتحانات نهایی ۱۳۴۳

۴۰ ریال

راهنمای ریاضیات متوسطه

۱۵ ریال

معماهای ریاضی

۴۰ ریال

مسائلی ازحساب استدلالی

جلد اول : ۱۵ ریال
جلد دوم : ۲۰ ریال

یکان سال ۱۳۴۴

۵۰ ریال (نایاب)

تمرینهای ریاضیات مقدماتی

۱۲۰ ، ۱۵۰ ریال

نشریهٔ ممتاز یکان :

تمرینهای ریاضیات مقدّماتی

هندسهٔ دوایر

تألیف

دکتر محسن هشترودی

تهران در ادارهٔ مجلهٔ یکان و در کتابفروشیها

شهرستانها نزد نمایندگان فروش یکان

برای فروش موجود است

بها : باجلد زرکوب ۱۵۰ ریال ـ باجلد معمولی : ۱۲۰ ریال

از انتشارات یکان :

چاپ دوم

راهنمای ریاضیّات متوسّطه

تألیف : عبدالحسین مصحفی

منتشر شد .

بها : ۱۵ ریال