

# کان

۳۰

# حل ریاضیات

موسی پاسات

شماره های

سیزدهم - سال دهم

پوریدن ساری بهشت ۱۴۴۲

پیا: ۲۰ روپا

برای شماره:

۱۰	ترجمه جوائز شصت اوری
۱۱	مهندس ایرزاد
۱۲	دکتر محمد علی قمشی
۱۳	علام رضا عسحدی
۱۴	محمد حسن دراثت خمس
۱۵	ایزو زن شهرداری
۱۶	علام رضا عسحدی
۱۷	-
۱۸	-
۱۹	-
۲۰	-
۲۱	-
۲۲	-
۲۳	-
۲۴	-
۲۵	-
۲۶	دکتر فضاه
۲۷	دکتر حسن مشروطی
۲۸	دستورالاجماع انسان
۲۹	حسین اوزم
۳۰	حیث الله جدالله
۳۱	-

## خواننده گرامی

بعلت تعطیلات نوروزی و ، بعداز آن ، گرفتاری چاپخانه مربوطه در تسویض حروف از کهنه به نو ، چاپ شماره سوم مجله او اخر فروردین ماه آغاز شد و بالین ترتیب شماره سوم در اردیبهشت ماه منتشر میشد. اما برای اینکه در انتشار شماره های مرتب مجله ، وقعه ای حاصل نشده باشد شماره های سوم و چهارم با هم در یک مجله تهیه و اینک تقدیم آن خواننده گرامی میشود. برای اینکه مجله قبل از شروع امتحانات پایان سال تحصیلی بدست دانش آموزان بررسد از چاپ بعضی مقاله های موجود بالاجبار خودداری شد.

بمناسبت فصل امتحانات ، قسمت عمده مندرجات این مجلد مربوط به حل مسائل شماره های اول و دوم و حل مسائل امتحانات نهائی میباشد. حل مسائل منفرد شماره های گذشته و هم چنین حل مسائل مسابقه در شماره خرداد ماه درج خواهد شد.

راجع به حل مسائل استاد دکتر هشتگردی ، با علاقه کاملی که ایشان نسبت به پیشرفت امر مجله ایران میدارند (دلیل بارز آن واگذاری مسائل برای چاپ در مجله میباشد) موافقت فرمودند که حل مسائل را تبر دراختیار بگذارند و با وجود کسالت عارضه قلی که تقریبا تمام فروردین ماه ایشان را بستره ساخت معاهمدانه مسائل دیگری نیز تنظیم نموده برای چاپ واگذار نموده اند که آن قسمت که مربوط بر ریاضیات متوسطه است مجرمعاً حدود بیست مساله میباشد. این صد و بیست مساله با حل آنها بروزی بصورت یک کتاب تقدیم علاقمندان خواهد شد.

هر چند تهیه مجله فعلی با هزینه دو برابر شماره های معمولی انجام گرفته است اما بهای تک فروشی آن فقط معادل با هزینه تمام شده تعیین گردید و برای مشترکین بجای دو شماره فقط یک شماره منقول خواهد شد.

# یکان مجله ریاضیات

شماره سوم و چهارم - سال اول  
فروردین - اردیبهشت ماه ۱۳۴۳  
هرماه پنج بار منتشر میشود

صاحب امتیاز مدیر و سردبیر

## مجله ریاضیات

جای اداره مؤقت - تهران خیابان سریار شماره ۲۵۳  
نشانی پستی - صندوق پستی ۲۶۶  
تلفن ۷۵۸۵۷۰  
اشتراك سالانه ۱۲ شماره ۱۰۰ ریال  
حساب یانکی - حساب جاری شماره ۱۹۶۳ شعبه فردوسی یانک سادرات  
مقالات های واردہ متعدد نمیشود  
طبع و نشر مندرجات و مقالات اختصاصی این مجله  
در اجازه منعو است  
چاپخانه محمد علی علی

# گروه فرهنگی هدف

کلاس های جدید کنکور فنی ، پیزشکی ،  
داروسازی و دندانپیزشکی

از ساعت ۵ بعد از ظهر روز ۱۷ اردیبهشت هاه جاری دایر است

نشانی : خیابان یهلوی جنب کلانتری یک تلفن ۶۶۸۲۲ نام نویسی ۵ نا، بعد از ظهر

گزارش به کنگره بین‌المللی ریاضی دانان\*

Kemeny

بیوہ میلہ آفای جون - جی - کمینی

خلاصه گز ارشهای نمایند گان یست و یک کشود در باره مساعی آنان جهت

تجدید نظر و نو کردن برنامه ریاضیات «متوجهه»

## ترجمہ: جہاں تکیر شمس آوری

حالات چه بعنوان سخنران یا  
مستمع کاملاً اختیاری بود و مجبو  
اجمار نداده است. تمام این  
محاجه‌های مردم انجام باعوقبت قرین  
گشته و وزارت فرهنگ کشوه‌فرانسه  
را فناخوار از عطای توجه به  
ظرجهای غرب‌بوم به توکل‌ون  
بر تامة مدارس متوسطه کرده است  
همچنین کزارش دیگری از  
کشور فرانسه رسیده است مبنی  
بر اینکه موضوعیای اساس‌هندسه  
و دستگاه اعداد و مجموعه‌های را با  
ظرر نوین ریاضیات جدید به  
دانش آموزان کمپسال نیز تعلیم  
کرده‌اند.

تحدید نظر کردن در بر نامه  
های کلیه مدارس آلمان به دو  
ملت ما اشکال زوین وست . اول  
آنکه از نظر مستکا که حکومت تصمیم  
گرفتن در باره مایل فر هنگ کردن  
دست حکومت منع کری فرست و مهده  
مقامات مشمول نواحی است .  
نماز این اقدام به تجدید نظر کردن  
در برنامه های فر هنک در سراسر  
کشور با خواری افغان هی بین رود  
جلسه ای دائمی امور راهی فر هنک  
تشکیل یافته است که ماده حدمندو  
به علاوه این کردن بن نامه های  
فر هنگ کی نواحی مختلف اقدام کردد  
مشکل دو موجود سه نوع دیرستان  
در آلمان است که هر کدام از نظر  
تدریس ریاضیات وضع ویژه ای  
دارند . یکی بر تامة سهل تری دارد  
و دیگری دشوارتر و سوئی از آنها  
دشوارتر . البته اکان تجدید نظر  
اساسی در بر نامه مدرسه ای که از نظر  
تدریس ریاضیات و در سطح بالاتری  
قرارداد موجود بوده است و  
کزارش کشور آلمان به متکلی

برنامه ریاضیات محوسطه وارد و آنرا بینجو مطلوب و قابل فهم تدریس کن.

در باره چند کشور که در آن  
خصوص افاده امدادی می توانی انجام  
داده اند پتفصل پیشتری بخواهد از آن  
کشور فرانسه را در از مایر  
عیال لک با این اقدام دست زده است زیرا  
از طرفی بر نامه هدایت مخصوص  
این کشور بر طبق سنت دین من طور  
غیر طبیعی قوی است و از طرف دیگر  
علمی ممکن مدارس مخصوص آن

از نظر تحصیل ریاضیات صاحب  
وازوش نزین گواهی نامعنه انتگاهی  
است. این عرد و باعث شده است  
که کثور فراسه برای آغاز کردن  
وضع عناصری داشته باشد و بتوان  
با سروت بیشتر، افکار نو را در  
آنچا عرض کرد. کار یوں معلمان  
ضمن تدریس موضوعات مختلف  
از ریاضیات مقدمه دارای ملامای  
آنچه می‌دانند.

مدارس اعماق سده را هفت بند و  
گز ارشیوی متعددی که مورد بحث  
فر او آن قرار گرفته بر شریعت تحریر  
در آمده است. بالآخر مسمیه از های  
محاذفی تشکیل گشته و بدین است که در  
آنها معلمان مدارس متوجهه با  
استادان دانشگاه متفقاً به بحث در  
باره توکردن بر نامه از نظر اشکالات  
تو بقی وردا خطا اند کهور فرانس  
از نظر «یادی دانیهای مشهور و  
معتقد به تجدیده نظر کردن در  
بر نامه تحصیلات دیرستافی به  
اندازه کافی غنی است و آنان در  
باره موضوعهای ریاضیات مقدم  
بر ای معلمان مدارس متوسطه  
سخن اینهای جالبی ایجاد کرد  
وهي گشته نکته شایان توجه اینست  
که اندام به نیکار و شرکت‌گردان

گن ارسن ارسال داشته اندو گز اوش-  
هایشان اساس تدوین این خطاب به  
جهد است عذر فتنه از

- آرژانتین - استرالیا -  
انگلستان - فنلاند - دانمارک -  
فرانسه - آلمان - یونان -  
محارستان - چندوستان -  
اسرائیل - ایتالیا - اوکراین -  
هلند - لهستان - پرتغال -  
سیرالئون - سوئد - سوئیس -  
امريكا - نروژ

اقداماتی که در زمینه تجدید نظر در برنامه انجام گرفته است

تعداد قلیالی از کشورها در گذشته خود نوشته اند که مساحت آنها در باره‌های فهمی فیزیاسیتات جدید تاکنون بسیار کم راه را گز نبوده است. البته درست نبود که گزارش خود را شامل این عدد محدود نبینیم کنم. چه یقیناً حمالک دیگری نیز هستند که در آنها همچنانه گوشش برای توکردن آموزنری از انجام نکرده‌اند؛ از

ریاضیات، اینکه از این مفاهی برای حل مسئله‌های مختلف استفاده شود. این مسئله‌ها را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم کرد: مسئله‌هایی که در آن مفاهی ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند و مسئله‌هایی که در آن مفاهی ریاضی مورد استفاده نمی‌گیرند. مسئله‌هایی که در آن مفاهی ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند، معمولاً مسئله‌هایی هستند که در آن مفاهی ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مسئله‌هایی که در آن مفاهی ریاضی مورد استفاده نمی‌گیرند، معمولاً مسئله‌هایی هستند که در آن مفاهی ریاضی مورد استفاده نمی‌گیرند.

مکالمہ

«کمیسونین المللی آموزش ریاضیات» نے مسئلہ مسوپوٹ بہ آموزش ریاضیات را برائی بھت دلکش رکھ لیا ہے اس کے نتائج کو دیکھنے کے لئے ایک ایسا سے متعلق اور ایسا مودودی ایسے کام کیا جو مخصوصی اور ریاضیات پر کام کرے۔ (جیہے موجودہ استعمالی حکومتی ایڈیشن) وچ معمولی لستہ مدارس اور آراؤ می تو ان درجہ تھاںہ مدارس میں موسویہ کھاند ۵

دریه سال گذشته اینجا به  
پایه کمیونیتی ملی «آئی.سی.  
ام آئی» نام اختصاری کمیون  
بنانه ام آموزش ریاضیات است  
متوجه مکان داشتم و در آنها  
حواله هایم که خلاصه نظرات خود  
و اتفاقات را که اینجا داده اند  
پیوسته ویرایی من ارسال کنند.  
بیار خردمند که باطلایع پرسیدم  
که از بیت و بیک تکنور گز ارشاد  
جهات داشتم برای تنظیم  
محیط ارضی جایی ایندا از مجموع  
آن گزارشها مسوده این گز ارشاد  
والشناخت کردم و بعد آنرا بنخواهد  
بررسی مجدد و اتفاقاً و اظهارنظر  
به بیت و بیک کشود هز بوره با  
فریضات این روش را از این  
هر اینجا کن دم که تا ماهیت های  
احاطی کار معاشرات شده باشد  
و گز این نهضتی که به گذشته  
و ضمیر دارم در واقعیت میان حقیقت  
نمای اتفاقاتی باشد که در باره تهدید  
نهنگردن بر نامه ریاضیات د  
برادر دنیا آنچه که فهمه است  
بیت و بیک تکنوری که

۵ آین خلا در بست و جدا  
من از مادر ۱۳۴۱ در استکهلم باخت  
لریزی که در تکریه بین المللی دریان  
پلکان ایجاد شده است.

- که مبتلا به کشورهای دیگر نیز  
بوده اشاره شده است و آن اینکه  
چون ساخته و بزرگ ریاضیات در  
برنامه مدارس فوق‌العاده محدود  
است نمی‌توان بعضی از موضوعاتی  
در اضافات مدن در ضمن برنامه  
موجود پهلوایانی اندیشی کرد  
مکن آنکه بازهای از مواد برنامه  
معمولی موجود را که تدریس آن  
از نظر ریاضیات معدن لزومی ندارد  
ولو آن مواد فیضه از قردادش  
باشد حذف کرد و به جای آن  
موضوعاتی برگزینشده از ریاضیات  
مدن را تغییر کنند. مکن آن  
در این موضوع فوق‌العاده مال است  
این کشورها دست به تشکیل  
آشکارگشت که برای انجام کارهای  
اصلاحی در راهنمایی ریاضیات  
مدارس موسسه امنیکا باید حد  
اقل دو کار انجام پذیرد. بنکی آنکه  
مواد درس هنر و ادبیات آزمایش  
جیت موضوعات انتخاب شده  
نهایی شود و دیگر آنکه به تعلیم دھان  
هزار دیگر که هنر کار تکنون با  
رضاهمدیندو و زندگانی از  
نژاد - سولت و دانمارک تراوی  
فرآموخته شود. در اینجا موسسه  
ملی علوم به کمک ریاضی دانان  
برخاسته می‌لیو و هدایت از اجرای  
دوام فرق تأمین کرد.
- قبل از هر چیز موارد  
مخصوص جویت تعلیم دیران برای  
گشته است. درس تابستان برای  
هزاران معلم امکان تحسیل  
موضوعاتی جدید فرام است.  
علمایانی که در این کلاس‌های تابستانی  
شرکت‌هنر تند کلیه هنرهای خود  
را از مؤسسه دریافت می‌دارند.  
از این گذشته اخیراً برآور مسامی  
کارکنان مؤسسه امکان بر ارجعت  
علمایان بدانشگاه بیندیشکار  
فرآمده کرده است.  
تگذشت تحریکی مواد درسی  
بوسیله دستجوی دانشگاهی، از  
جمله دانشگاه ایلانوی، آغاز  
کردیده است. اخیراً به اینکار  
جهة ملی علوم، گروهی بنام  
که نزدیک درس ریاضیات زیر نظر  
برفسور ای. جی. بگل Begle  
اسعاد ساقی دانشگاه یال و استاد  
علمی دانشگاه استنفورد تشکیل  
شده است.  
از هدفی ترددیک و ۵ سال  
پیش از صد ریاضی دان و معلم  
ریاضی فوشن پاکدوده موادرس  
تجربی هنری کرده‌اند. مطالعه  
که بوسیله این گروه تهیه شده است  
در مناسن کشور امریکا مورد  
تفصیل برنامه‌های ریاضی مدارس  
متوجه مشهود افتاد. از اواسط  
سال ۱۹۴۵ کمیته ریاضی ای تخت  
برای ارشاد آلمان اشاره  
استاد دانشگاه پرینستون تشکیل  
شده است. کرچه این کمیته همچو  
گونه سمت رسمی کشوری تهائی  
اما اکثر آن بوسیله اکثریت  
باتفاق فرهنگ‌کاران قرائت شده و  
موردو قول واقع گشت است.  
پس از انتشار این کتاب  
آشکارگشت که برای انجام کارهای  
اصلاحی در راهنمایی ریاضیات  
مدارس موسسه امنیکا باید حد  
اقل دو کار انجام پذیرد. بنکی آنکه  
مواد درس هنر و ادبیات آزمایش  
جیت موضوعات انتخاب شده  
نهایی شود و دیگر آنکه به تعلیم دھان  
هزار دیگر که هنر کار تکنون با  
رضاهمدیندو و زندگانی از  
نژاد - سولت و دانمارک تراوی  
فرآموخته شود که امکان این همکاری  
از «رسو» وجود بوده است. بنکی  
آنکه ممالک هوق از نظر جغرافیائی  
بیمه تزدیکند و دیگر آنکه دستگاه  
فرهنگی آنها جوین آدانور سومنان  
شباهت نامی دیگر دارد.  
در سال ۱۹۶۰ این کمیته  
برای کل خود بنامه ای شامل ۵  
ماهه زیر انتخاب کرد.  
(۱) مطالعه دریاره نیازمندی  
آموزش ریاضیات از نظر بکاررفتن  
در صنعت و تحقیقات دانشگاهی.  
از این گذشته اخیراً برآور مسامی  
کارکنان مؤسسه امکان بر ارجعت  
علمایان بدانشگاه بیندیشکار  
فرآمده کرده است.  
تگذشت تحریکی مواد درسی  
بوسیله دستجوی دانشگاهی، از  
جمله دانشگاه ایلانوی، آغاز  
کردیده است. اخیراً به اینکار  
جهة ملی علوم، گروهی بنام  
که نزدیک درس ریاضیات زیر نظر  
برفسور ای. جی. بگل Begle  
اسعاد ساقی دانشگاه یال و استاد  
علمی دانشگاه استنفورد تشکیل  
شده است.  
از هدفی ترددیک و ۵ سال  
پیش از صد ریاضی دان و معلم  
ریاضی فوشن پاکدوده موادرس  
تجربی هنری کرده‌اند. مطالعه  
که بوسیله این گروه تهیه شده است  
در مناسن کشور امریکا مورد  
تفصیل برنامه‌های ریاضی مدارس  
متوجه مشهود افتاد. از اواسط  
سال ۱۹۴۵ کمیته ریاضی ای تخت  
برای ارشاد آلمان اشاره  
استاد دانشگاه پرینستون تشکیل  
شده است. کرچه این کمیته همچو  
گونه سمت رسمی کشوری تهائی  
اما اکثر آن بوسیله اکثریت  
باتفاق فرهنگ‌کاران قرائت شده و  
موردو قول واقع گشت است.  
پس از انتشار این کتاب  
آشکارگشت که برای انجام کارهای  
اصلاحی در راهنمایی ریاضیات  
مدارس موسسه امنیکا باید حد  
اقل دو کار انجام پذیرد. بنکی آنکه  
مواد درس هنر و ادبیات آزمایش  
جیت موضوعات انتخاب شده  
نهایی شود و دیگر آنکه به تعلیم دھان  
هزار دیگر که هنر کار تکنون با  
رضاهمدیندو و زندگانی از  
نژاد - سولت و دانمارک تراوی  
فرآموخته شود که امکان این همکاری  
از «رسو» وجود بوده است. بنکی  
آنکه ممالک هوق از نظر جغرافیائی  
بیمه تزدیکند و دیگر آنکه دستگاه  
فرهنگی آنها جوین آدانور سومنان  
شباهت نامی دیگر دارد.  
در این موضوع فوق‌العاده مال است  
این کمیته ای تخت که برای مدارس  
متوجه مشهود افتاد. از قردادش  
باشد حذف کرد و به جای آن  
موضوعاتی برگزینشده از ریاضیات  
مدن را تغییر کنند. اینکه  
آلمان این غرست برای داشت -  
آموزش ریاضیات با استعداد «فیت» و جود  
دانشگاهی از نظر مالی و جهان  
تهران عین تو مواد درسی می‌روند  
شکنند کنند و ظاهراً این نوع از  
درس‌های غیر رسمی نفیت مهمی دارد  
آموزش ریاضیات داد آلمان بازی  
می‌کند. کشور آلمان نه تنها این  
ریاضی جدیدی برای مدارس  
متوجه پیشنهاد کرده بلکه از  
گزارش ویدیو است که در بازه‌های  
از مواد درس فرمایش شده مرسی  
و مطالعه دقیق و عمیق انجام داده  
است مضامین ای اینکه مقابله  
متعدد بی اندازه مغیده این زیسته  
بر شرکت تحریر درآمد و خطابهای  
هژار ایراد کرده است.  
وضع اینجاها بوضوح بیشتر از  
کشورها شبیه است. دو کمیسیون  
رسمی موضوع توکردن بر نامه  
مدارس موسسه را برداش کرده و  
نتایج بست آمدند اگر از این داده‌اند  
و فرهنگ اکتوبر این دو مقابله عمل در  
آوردن پیشنهادهای گزارش مزبور  
می‌باشد.  
در اسرائیل وزارت فرهنگ  
بنوان آزمایش، بودجه متسابی  
برای نوشتن کتابهای ریاضی نهاده  
بوسیله دسته‌ای از ریاضی دانان  
دانشگاه هبرو و تامین کرده است  
در کشور لهستان کرچه در  
این زیسته فعالیت عملی نسبتاً کم  
در کلاس‌های درس انجام گرفته‌اند  
ظاهراً مباحثات مغیده‌سازی بین  
علمایان ریاضیات وجود داشته است  
از گزارش کشور لهستان و سعی



هندسه‌ها را بر اساس تبدیلاتی که بعضی حواس هندسی را تغییر نمی‌دهد طبقه بندی کرده است و این بمنزله اهمیت تدریس تبدیلات هندسی حتی در بر نامه هندسه متوسطه می‌باشد. در بعضی از کشورها حتی مقدمه ای از هندسه تحلیلی ریاضی برای آشنایی با جزو اولین برنامه هندسه قراردادهادند. از مقدمه‌ای بر بردارها بطور عموم جایگذاری شده است. در آلمان مبحث بردارها در زمینه هندسه هریک تدریس میگردد علت این موضوع این پست که مبحث بردارها باعده ریاضیات تحلیلی بستگی ناگفته‌ای دارد بلکه آنست که دستگاه مختصات در شروع هندسه تحلیلی باروش برداری معرفی شده است. این میگردد علت این موضوع این پست که مبحث بردارها باعده ریاضیات و آنچه میگذرد میگردد علت این موضوع این پست که مبحث بردارها باعده ریاضیات و آنچه میگذرد بلکه آنست که دستگاه مختصات در شروع هندسه تحلیلی باروش برداری معرفی شده است. این میگردد علت این موضوع این پست که مبحث بردارها باعده ریاضیات و آنچه میگذرد و چند بعدی مفید است.

در کنفرانسی که در سال ۱۹۶۰ در آرهوس Arhos از شهرهای کثیر دائمارک زیر نظر کمیسیون بین‌الملل آموزش ریاضیات منعقد گشته بود از توسعه هندسه‌ای که منحصر با روش برداری تدریس شود. گرچه درک بردار منفذ از دستگاه‌های مختصات برای اندازه‌ای متکل جلوه مبتنی تا اندازه‌ای مخصوص هندسه می‌گردد اما فهم بسیاری از استدلالات هندسی ماروتش برداری می‌گردد. بطور مثال با این روش پیشه‌ولت فراوان می‌توان تاپت کرد که میانهای متصل درین نقطه مقاطعه‌ندوانی نقطه هریک از میانهای را به سمت ۱ بر ۲ تقسیم می‌گردند.

گرچه هنوز عده‌ای معتقدند که باید در برایه کلیه مطالعه هندسه اقلیدسی که با تجدید نظرهای آموزان باطرز اثبات قضایا ضمن استفاده از اصول آشنا شوندو در

استدلالی درآمده است بحث کردم اماروزبروز آنکارتری شود که با تدریس این مطالعه دیرستانها یا شاگردان را گول که هندسه‌غیر اقلیدس ضمن مباحثت اولیه هندسه اقلیدسی تدریس گردد. دلیلی که در این هندسه ایراد شده درست شیوه‌دلیلی است که در پاره تدریس دستگاه‌های جبری به منظور ترقی دادن معلومات شاگردان راجع به دستگاه‌های مختلف اعداد بیان گردیده است. به این معنی که چنانچه شاگرد ناچار باشد در چهار چوب هندسه به استدلالی غیر از آنچه تاکنون عادت داشته است پیرداده متوجه روش استقرائی گشته برای استدلالی که در هندسه اقلیدسی می‌گند اهیت پیشتری قائل گردد. من می‌خواهم در اینجا پیشنهادی بر آنچه گفته شد اضافه کنم و آن اینستکه حقیقت در اجرای بر نامه‌های ریاضی ای که در آنها اشاره ای به تدریس هندسه غیر اقلیدسی نشده است باید شاگردان را لائق از وجود چنین هندسه‌ای آگاه ساخت و یکی دو روز را به بحث درباره آن پرداخت. ب Fletcher من یکی از بزرگترین خطاها فرهنگی از نظر آمورش ریاضی اینستکه پس از ۱۳۰ سال که از وجود آمدن هندسه‌های غیر اقلیدسی می‌گذرد هنوز اغلب از شاگردان (و بسیاری از معلمان) از آن بیخبرند.

به طور قطع میان این حققت که هندسه جهان ما با تقریب اقلیدس است و بر طبق نظر فلسفیت چه در مکانی کوچک و چه در مکانی بزرگ غیر اقلیدسی است برای بسیاری از مردمیان تجرب آور می‌باشد.

در گزارش چهار کشور تدریس خلاصه‌ای از توپولوژی تدریس خلاصه‌ای است. گزارش کشور دیرستانی فوق الماده مشکله و با تحریيات شخصی دستگرد شده است که تنها داشت آنها بر جسته، آنهم در سال آن تدریس بقیه مطالب نکیه بریان حقایق هندسه با روش محسوس و گشف باشد، سه گزارش توصیه کرده‌اند که هندسه‌غیر اقلیدس ضمن مباحثت اولیه هندسه اقلیدسی تدریس گردد. دلیلی که در این هندسه ایراد شده درست شیوه‌دلیلی است که در پاره تدریس دستگاه‌های جبری به منظور ترقی دادن معلومات شاگردان راجع به دستگاه‌های مختلف اعداد بیان گردیده است. به این معنی که چنانچه شاگرد ناچار باشد در چهار چوب هندسه به استدلالی غیر از آنچه تاکنون عادت داشته است پیرداده متوجه روش استقرائی گشته برای استدلالی که در هندسه اقلیدسی می‌گند اهیت پیشتری قائل گردد. من می‌خواهم در اینجا پیشنهادی بر آنچه گفته شد اضافه کنم و آن اینستکه حقیقت در اجرای بر نامه‌های ریاضی ای که در آنها اشاره ای به تدریس هندسه غیر اقلیدسی نشده است باید شاگردان را لائق از وجود چنین هندسه‌ای آگاه ساخت و یکی دو روز را به بحث درباره آن پرداخت. ب Fletcher من یکی از بزرگترین خطاها فرهنگی از نظر آمورش ریاضی اینستکه پس از ۱۳۰ سال که از وجود آمدن هندسه‌های غیر اقلیدسی می‌گذرد هنوز اغلب از شاگردان (و بسیاری از معلمان) از آن بیخبرند.

به طور قطع میان این حققت که هندسه جهان ما با تقریب اقلیدس است و بر طبق نظر فلسفیت چه در مکانی کوچک و چه در مکانی بزرگ غیر اقلیدسی است برای بسیاری از مردمیان تجرب آور می‌باشد.

در گزارش چهار کشور تدریس خلاصه‌ای از توپولوژی تدریس خلاصه‌ای است. گزارش کشور دیرستانی فوق الماده مشکله و با تحریيات شخصی دستگرد شده است که تنها داشت آنها بر جسته، آنهم در سال آن تدریس بقیه مطالب نکیه بریان حقایق هندسه با روش محسوس و گشف باشد، سه گزارش توصیه کرده‌اند که هندسه‌غیر اقلیدس ضمن مباحثت اولیه هندسه اقلیدسی تدریس گردد. دلیلی که در این هندسه ایراد شده درست شیوه‌دلیلی است که در پاره تدریس دستگاه‌های جبری به منظور ترقی دادن معلومات شاگردان راجع به دستگاه‌های مختلف اعداد بیان گردیده است. به این معنی که چنانچه شاگرد ناچار باشد در چهار چوب هندسه به استدلالی غیر از آنچه تاکنون عادت داشته است پیرداده متوجه روش استقرائی گشته برای استدلالی که در هندسه اقلیدسی می‌گند اهیت پیشتری قائل گردد. من می‌خواهم در اینجا پیشنهادی بر آنچه گفته شد اضافه کنم و آن اینستکه حقیقت در اجرای بر نامه‌های ریاضی ای که در آنها اشاره ای به تدریس هندسه غیر اقلیدسی نشده است باید شاگردان را لائق از وجود چنین هندسه‌ای آگاه ساخت و یکی دو روز را به بحث درباره آن پرداخت. ب Fletcher من یکی از بزرگترین خطاها فرهنگی از نظر آمورش ریاضی اینستکه پس از ۱۳۰ سال که از وجود آمدن هندسه‌های غیر اقلیدسی می‌گذرد هنوز اغلب از شاگردان (و بسیاری از معلمان) از آن بیخبرند.

به طور قطع میان این حققت که هندسه جهان ما با تقریب اقلیدس است و بر طبق نظر فلسفیت چه در مکانی کوچک و چه در مکانی بزرگ غیر اقلیدسی است برای بسیاری از مردمیان تجرب آور می‌باشد.

استعمال ریاضیات فقط جنبه محاسبه‌ای داشت ممکن بود که گفته شود الزامی پنداریس! آن در دیرینه میان نیست. در صورتی که تدریس ریاضیات علی خوده و بپیش‌رفت طرق جدید فکر کردن می‌شود و در اغلب حالات با آنچه مربوط بر ریاضیات محض است متفاوت می‌باشد.

### نتیجه

از گزارخوا پیداست که بسیاری از تکویرها بخوبی سندیده‌اند. ای برای تو مازی برم آن ریاضیات متوسطه آغاز یک‌باره کرده‌اند. همچنین همیشه این گزارخوا ریشه هنوز یابید کوشش بسیار و کار فراوان کرده.

موافقت والتبه عصومی او نظر مطالب زیر وجود داشته است:

- که باید اصول اساسی مجموعه‌ها و منطق در برآمده گنجانده شود.

- که باید عنده مورد تجدید تئار قرار گیرد و تو شود.

- که باید بعضی از مجموعات جبر تو معقولی گردد.

- که باید حساب احتمالات و آمار در دیرستان تدریس گردد.

- که باید بسیاری از مطالب ریاضیات خارجی و معمولی باید و فکر تو تدریس گردد.

از پیش‌نیاهای فوق عدم تواقیه‌ای پیشنهادهای فوق عدم تواقیه‌ای پیش مورود است.

دو مشکل بر ریگی که سداء پیشرفت شده عبارتست از کمود معلم صلاحیت داد و قدان کتابهای مناسب،

مشکل اول را بعضی از کشودهای با برقراری کلامهایی جهت کارآموزی معلمان بر طرف می‌سازند و مشکل دوم را نیز با نوشتن مواد تحریری نوونه از میان بر معنی دارند.

من می‌خواهم که گزارش بقیه در پائین صفحه بدم

شده است. یکی از آنها موارد استعمال ریاضیات در فیزیک من باشد. تصور می‌کنم که این مطلب از نظر کفوفهای مختلف متفاوت و بستگی به این دارد که در برآمدهای آنها موضوعاتی نظری مکانیک جزو دروس ریاضی قدمداد شده است یا جزو فیزیک. موضوع دویی که دو بار بد

آن اشاره شده آستکه برای بسط و پیشرفت آینده تعلیم ریاضیات امکانات زیادی بهبود یک‌باره داشته باشی مجازیه وجود دارد.

البته این کار در آینه فردیک عملی نیست و باید منتظر مایند تا آنکه ماشینهای محاسبه پیش‌معنی به تعداد کافی در اختیار داشته باشند.

قرار یک‌باره تا پیوایند وقت کافی بر روی آنها صرف کنند.

سوهیں موضوعی که به آن اشاره شده و از جمله موارد استعمال ریاضی است «راهیابی خطی» من باشد. به این موضوع خاص از این نظر توجه شده که پوچه مطلوبی و مجبور خطی هر بیو ط و لذا تدریس این رشته اخیر از ریاضیات جدید و محض را توجیه می‌کند. از جانب دیگر در این مجموعه مسائلی مطرح است که همچنان مادر و مهندسی مهندسان مهارت شاگردان در حل معادلات می‌باشد. از همه اینها گذشته می‌باشد. از همه اینها گذشته می‌باشد که این موضوع تها ممکن است که شاگرد در آن مثالی باشد که شاگرد در آن مورد استعمال حقیقی ریاضیات را در علوم اجتماعی ببیند.

هدف تدریس ریاضیات عملی در گزارش کشور هلتند طرز خوبی شرح داده شده است.

«مسئله ضروری که باید فوراً مورد توجه قرار گیرد اینستکه آیا تعلیم ریاضیات در دیرستان باید محدود بر ریاضیات محض باشد یا نه؟ موارد استعمال ریاضیات به سه موضوع از متفاوت می‌گردد. اگر موارد

تولی من توان به این ترتیب توضیح داد که باید مجموعه معادلات را بواسطه دستگاه دیگری از معادلات که دارای همان «مجموعه جواب» و به شکل ساده و شناخته شده ای که راه حلش معلوم است جانشین کرد. از این گذشته این ظریز برخورد دارای این مزیت است که می‌توان با معادلات و فرم‌آلات که می‌توان به یک نحو رفتار نمود. با این ترتیب معادلات و فرم‌آلات که مجموعه آن مباحث باید بیشتر از جنبه‌های توین عملی گردد.

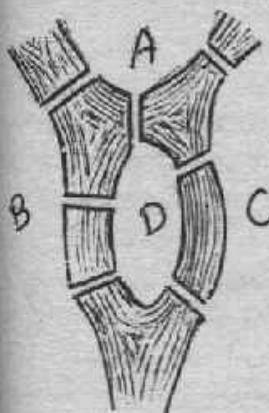
با عنوان مثالی می‌توانم همواری را که در گزارش کهند امریکا آمد است ذکر کنم و آن بحث در معادلات و دستگاه معادلات توأم است. یک معادله با معادله را باید مانند یک جمله فرمی درظر گرفت. به این معنی که آنرا یک بیان ریاضی دانست که خود بخود به صحیح انت و نه غلط و هنگامی صحیح باشند و آن معلوم می‌شود که پیش از تغییرها یعنی اعداد یا مفاهیم تقطیع (ایجادیه) مجرد ریز در موضوعات عالی) قرار دادن ماده درس آمار در اغلب این ماده را باید حل یک معادله از این که بگذیریم فقط پیشنهادهای از این که پیشنهادهایی می‌باشد.

از این که پیشنهادهایی می‌باشد که باز این مجموعه ای است که باز این مجموعه بود که در این مجموعه بودن جوابهایی که مادله این حسن را دارد که ناگزیر از اغلب احتمال متوسطه می‌باشد. این مجموعه دیگری که شامل یک مادله می‌باشد یا غیری نداشته باشد (بعضی مجموعه خالی باشد) می‌باشد. جواب دستگاه معادلات را این توان مجموعه ای شامل ناگزیر از چند مجموعه متفاوت داشت (بعضی مجموعه‌هایی که از ناگزیر آن چند مجموعه متفاوت داشتند آنند).

با این طرز فکر راه حل معادلات را به نحو ماده

# تاریخچه مختصری از نظریه نمودارها

و از هر پل فقط یک مرتبه گذشت و به نقطه اول باز گفت؟ (درستک) چهار ناحیه بحروف  $D$ ,  $C$ ,  $B$  و  $A$  نموده شده‌اند)



اویلر حالت بسیار کلی

تری را در متناله خود مورد بحث قرار میدهد. و از روی آن به سوال فوق جواب متفق میدهد.

کار اویلر برای تقریباً

صد سال دنبال شد. مجدداً در اواسط قرن گذشته در انگلستان توجه داشمندان به نظریه نمودارها جلب گردید. ده سال پیش این علم از مرکز طرف شروع بخواهند

نمود و از آن حتی در زیست شناسی و علوم فضایی نیز استفاده گردید. درباره تقریب نمودارها تا پحال چند کتابی پیش منتشر نشده است. عجیب اینکه تا سال ۱۹۶۲ بربان انگلیسی در این پاده هیچ کتابی وجود نداشت! اویلر کتاب *O.ORE* در آمریکا بچاپ رسید.

تاریخ نمودارها در ریاضیات بخشی از توبولوژی به عنوان *MATRIX* می‌آید اما رابطه تزیینی با جبر و تقریب های ریاضیها نیز دارد ولذا میتوان آنرا *توپوچه جبرا* نامید.

مهندی پیرزاد

دانشجویی دکتری ریاضیات دانشگاه میکان

در سیاری از موارد ما از یک عدد نقطه که توسط خطوط و یا پیکانهایی بهم مربوط میگردند استفاده میکنیم تا موقعیت موردنظر را نمایش دهیم. این نقاط مسکن است نایابند افراد مردم، شهرها و یا آنها؛ این خطوط (پیکانها) ممکن است نایابند روابط خوشابندی راهها و باخطوط اتصال شبیه‌اند. چنین اشکالی در موضوعات مختلف به نامهای متفاوت نامیده می‌شوند مثلاً در رولشناسی *Sociogram*، در توبولوژی *Simplex* در فیزیک و مهندسی نمودار مدار و ...

**D. KONIG GRAPH** اولین کسی بود که پیشنهاد نمود کلمه نمودار. برای تمام آنها بکار بوده شود و خواص آنها پلورمجرد مطالعه گردد. البته این نمودار پانموداری که در هندسه تحلیلی و انتزاعی توسعه با آن آنها داریم کاملاً متفاوت است. نظریه نمودارها یکی از جند رشته ریاضیات است که تاریخ پیدایش آن قلياً معلوم است. اولین مقاله در این پاده توسط اویلر (۱۷۸۳-۱۷۸۴) در اسپانیا در سال ۱۷۳۶ در شهر لینین گراند منتشر شد. اویلر مقاله خود را با بحث درباره مسئله معروف پل *Königsberg* شروع میکند. شهر *Pregel* که فنا می‌باشد در آن زمان قسمهای مختلف شهر بوسیله هفت پل بهم مربوط بودند همانطور که امن و زخم در آلمان مرسوم است مردم بگفته‌ها برای تفریح پقدم زدن باطراف شهر من پرداختند. مسئله پل برش زیر مطرح شد:

آیا ممکن است از یک نقطه شهر حرکت و پیاده از همه پلها

## از جمله مسائل رسیده

مسئله ارسالی آقای علی اسفر شیخی بیکی

فرض دایره شکل پر کر  $O$  مفروض است. شعاع  $OA$  از آن رسم میکنیم و در نقطه  $A$  میاسیم  $AA'$  را با طول مساوی با علوی محیط فرض دس مینماییم. نقطه  $B$  را بر شعاع  $OA$  انتخاب نموده مربع مستطیل  $AA'B'B$  را میسازیم. جنابنجه فرض در صفحه خود و ممکنی پر  $A$  بغلند بطوریکه نقطه  $A$  یک دور کامل علی کرده پر نقطه  $A'$  واقع شود نقطه  $B$  پر  $B'$  واقع خواهد شد. با توجه باینکه دایره پر کر  $O$  و بشاعر  $OB$  همواره پر  $B'$  تکه دارد آیا طول  $BB'$  با طول محیط دایره بشاعر  $OB$  مساویست و در این صورت آیا دو دائرة با شعاعهای نامساوی دارای محیط‌های مساویند؟

\*\*\*

پرسش آقای سید جعفر وفا یخشن  
اصل بقای اثری مسلم است. حال اگر فرقی را که در اسید حل شود جمع نمائیم (که اکنون دارای اثری است) و با پلاتنین بیندیم آنگاه آنرا در اسید بیندازیم تا حل شود، اثری آن چه می‌شود؟

مقالات در دسترس را با توضیع آنکه چگونه می‌توان آنها را بدست آورد برای کمپیویون ارسال دارند. و مجموع این سورتها در کمپیویون بین المللی مطابق با اخیرین اطلاعات تهیه و برای تمام کمپیویونهای کشورها ارسال گردد. این امر موجب تحریم در پیشرفت کار و مانع کارهای تکراری نالازم می‌گردد.

متوجه پیشنهاد شده است ولی کمپیویون بین المللی آموزش دیاختیات بمتاثر از کفر تصفیه‌ای پس از مطالب تحریی تهیه شده به آن باید پاسخ داده شود. پیشنهاد دوم

نو ساخت در گذشته مطالعه در خود را با ازایه دو پیشنهاد به کمپیویون بین المللی آموزش پیشنهاد شده بود. ۲) ریاضیات متوجه تاجه حد باید منطقی و اصولی گردد؛ کمپیویون بین المللی آموزش در این پاده عدم توافقهای قابل ملاحظه‌ای وجود دارد. ۳) چگونه و تاچمداد حساب در باره موضع زیر را فراهم احتمالات تبدیل شود؟ گرچه این تباید. ۱) چگونه می‌توان تدریس موضوعی است که اغلب برای ریاضیات عملی رادر مدارس متوسطه جایگزینی در برگامه ریاضیات

# ریاضیات جدید بزبان ساده

## شکل‌های خطی

کوشش‌های مداومی که بشر همواره در کشف طبیعت و یافتن رابطه بین عوامل و توجه پدیده‌ها نموده و می‌ماید بخش‌هایی از آن به بیان ریاضی این پدیده‌ها تعلق دارد - غایت توجه مصروف این می‌شود که نودهای مختلف جهان که همان اجزاء جهان است در قالب ریاضی و با مدل‌ها و شکل‌های ریاضی تطبیق گردد. این توجه در رشته‌های مختلف علمی بر حسب تفاوت میزان قطعیتی که این علوم دارند در یک زمان صورت نگرفته است دو بعضی رشته‌ها از قبیل مکانیک و فیزیک بسیار قدمی و در رشته‌هایی که عوامل مورد مطالعه تنوع و تعداد زیادتری دارند و بورسی آنها مشکل‌تر و چیزی دیگر نیست این توجه نوتروتازه‌تر است و شکل جلب تیری دارد - در اقتصاد و جامعه‌شناسی که بورسی‌ها بصورت آماری و بر اساس مشاهده و تحلیل آن است مقایسه که حاصل می‌شود در قالب فواصل اطمینان و مقرن باشد احتمال خاص است - برای شرح ریاضی یک جزء جهان باید دو چند منغص را مورد مطالعه قرارداد و مدل ریاضی ترتیب داد که اجزاء آن این منغص‌ها و احیاناً عوامل شناخته شده دیگر که دل ثابت دارند باشد مثلاً فاصله زمین تا خورشید بر حسب زمان، یا نقطه جوشش یک مایع در حرارت و فشارهای مختلف - و این مدل‌ها ممکن است فقط متغیرها دخالت کنند (تابع و منغص) یا مدل از منغص‌ها و مشتق‌یک یا چند تای آنها ساخته شده باشد (معادلات دیفرانسیل) یا مقادیر متغیر در فواصل انفصالی از زمان (معادلات تفاضلی محدود) یا بشکل‌های دیگری از قبیل انتگرال و دیفرانسیل (معادلات انتگرال دیفرانسیل) ممکن است اصولاً نتوانیم متغیرهای را باشد مدل قطعی بهم ربط سازیم و باید سنجش متغیرهای تصادفی و احتمال مورد توجه قرار گیرند مثلاً در زیرست سنجی روشن است که طول قد افراد انسان بعواملی از قبیل سن - محیط - وزن - تغذیه و عوامل ناشناخته دیگر مستنگی دارد . با توجه بزیادی متغیرها و عدم امکان بورسی یک یا چند مدل ریاضی آنطور که بین دو متغیر فیزیکی مثل حجم و فشار و درجه حرارت یک گزارنده است برای طول قدوسن یا مشخص دیگر ممکن نیست . تأثیری که روش‌های مختلف تربیت در بهبود فرهنگ کشور دارد باسانی فشار پذیری دو فاز قابل مقایسه نیست - در اینجا مدل ریاضی بر اساس مشاهدها و دعاویت سنجش خطاها ای تصادفی وبالاخره برآش بترین شکل ریاضی که معرف ربط بین عوامل گوناگون فرهنگی و روش آموزش و بروز است بسته می‌آید .

شاید بخطا نگفته باشیم اگر یک گوئیم هیچ مدلی تصویر کامل دنیا واقعی نیست و عدم مدل‌ها کم و بیش دستخوش تحریب و نرمشی است که ناگزیر برای یافتن آنها یکاروشه است همه جا برای بیان ریاضی یک پدیده طبیعی کم و بیش اغافل‌هایی شده و اگرچه نبود دسترسی باین فرمول‌ها که راه را برای کوشش‌های بعدی باز نموده واغلب تئوری را از مشاهده و تجربه فرسنگها بخلو رانده و موجب پیشرفت حیرت انگیز اندیشه به موازات افشاء غواصی طبیعت شده است عملی نبود . برای مثال مخزن استوانه شکلی بشعاع  $a$  و ارتفاع  $b$  که کف آن همسطح باسطح آزاد آب در رودخانه است در نظر گیریم کار لازم برای پر کردن این مخزن از آب رودخانه عبارت است از  $\int_{-K}^K \pi a^2 x dx$  که  $K$  بسنگی بدستگاه واحد انتخابی دارد . اما اینکه این مدل معرف مقدار واقعی کار انجام شده است یا نه باید بگوئیم نه ، اولاً مخزن نمیتواند استوانه‌ای با آن کیفیت که در هندسه تعریف شده باشد - آب در این فرمول هایع کامل فرض شده و از

فشار پذیری آن صرف نظر شده است عواملی از نوع لزجیت و توربیون آب بحساب نیامده و امثال آن - بیان این مختصر از آنچه است که اگر برای مدل رواضی بعضی پدیده ها فرم های خطی بکار رفته تقریب و اشتباہی که این فرم ها دارد کم و بیش اجتناب ناپذیر بوده است .

**فرم های خطی** - از مدل های کمتر رشته های مختلف علوم زیاد کار رفته مدل یافرم خطی است . دستگاه معادلات خطی - معادلات دیفرانسیل خطی - وایازی خطی ( Regression ) این فرم ها دارای دو خاصیت مشترک جمع پذیری و توانس هستند . مراد از جمع پذیری این است اگر متغیر  $x_1 + x_2$  در یک پذیره اثر داشته باشد متغیر  $x_1 + x_2 + x_3$  دارد و مراد از توانس یا عهمگی این است که  $x_1, x_2, x_3$  اثر پذیر خواهد داشت و از این و تغییر  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  تأثیر پذیر خواهد بخشید . اشکالاتی که فرم های غیر خطی از نظر محاسبه و حل معادلات دارند موجب شده است که بیشتر فرم های خطی مدل ریاضی پدیده ها مخصوصاً در فیزیک و علوم اجتماعی قرار گیرد و حتی وقni مدل رواضی غیر خطی است فرم های خطی را یعنوان اولین تقریب مدل ریاضی بکار برد و از این رو بهتر است درباره این شکل ها شرح بیشتری داده شود .

**جهر خطی** - قسمی از جبر است که به بیان خواص شکل خطی اختصاص دارد - مدل های ریاضی خطی اغلب منجر می شوند بدستگاه معادلات یا نامعادلات خطی اعم از اینکه این مدل یا که دستگاه معادلات دیفرانسیل یا معادلات تفاضلی باشد . دستگاه معادلات خطی که در جبر مقدماتی دیده شده بصورت

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = r_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = r_2$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mm}x_m = r_m$$

که آنرا بصورت  $AX=R$  می نویسیم . A ماتریس ضرائب طرف اول این دستگاه است و X یک بردار ستونی است که مؤلفه های آن  $x_1, x_2, \dots, x_m$  است و R بردار سطرنی است به مؤلفه های  $r_1, r_2, \dots, r_m$  . قبل از اینکه بنفصیل بردارهای سطرنی و ماتریس پرداخته شود برای نمایاندن دو خاصیت فرم های خطی که اشاره شده گوئیم مؤلفه یا اجزاء بردار R عبارتند از مجموعه اثر هایی که متغیر های  $x_1, x_2, \dots, x_m$  یعنی بردار X با ترکیب های مختلف دارند .

$$a_{ij}x_j - a_{ik}x_k$$

$\lambda$  ممتغیر  $j$  در تأثیر  $i$  است و  $a_{ij}x_j - a_{ik}x_k = \lambda a_{ij}x_i$  و اگر  $j \neq k$  بگیریم  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = \lambda a_{ij}r_i$

خواهد بود و بالعکس هر فرم که واجد این دو شرط باشد متغیرها دارای نمای صفر یا یک هستند و فرم خطی است .

بردار - در فیزیک و مکانیک بردار یکمینی گفته می شود که گنسته از اندازه دارای جهه باشد . قانون ترکیب اینگونه کمیت ها از خواص فیزیکی و مکانیکی آنها نتیجه شده است اگر دستگاه مختصاتی در نظر گیریم هر بردار a را میتوان به مؤلفه های الجراء آن روی محورها نشان داد ( $a_1, a_2, \dots, a_n$ ) = a یعنی هر بردار را با سه عدد و هر مجموعه سه عددی را یا یک بردار نمایش داد . بعبارت دیگر بین فضای برداری E که عناصر آن بردارهایی در فضای سه بعدی هستند و مجموعه R که عناصر آن از سه عدد تشکیل شده تناظر یک بیک موجود است این مفهوم بردار را فضای سه بعدی است

# دانش آموز رتبه اول کلاس های ششم ریاضی

در امتحانات نهایی خرداد ۱۳۴۲



(اللی چهرن همایونی هنگام اعطای مدل فرهنگ شادمان در حسن‌پورستان ۱۳۴۲)

گفته میشود که جوانان سرمایه اجتماع مستند و این گفته کراف نیست . بار سنگین آینده هر جامعه بر دوش جوانان آن است و این سبقه فردای جامعه وابی دیزی میکنند و برای آنکه فردا از امروز بهتر باشد باید پی دیری بر اساس علمی و فنی باشد . جوانی که فردا مستولیت یکی از کارهای اجتماع را عهد دارد خواهد شد باید از هم اکنون خود را برای قبول این مستولیت آماده سازد . هرچه جوان در این کار کوشاند پاشد ارزش پشتی دیدا میکند . یکی از این جوانان با ارزش آقای فرهنگ شادمان بودی است که طرز رفتار و تحصیلش موجب سرفرازی سانواده و بدبخت او است و امید میرود که از خدمه نگران نماید و مؤثر آینده حاسمه ایرانی باشد .

فرهنگ شادمان بیزدی روزی بال ۱۲۲۴ در بیزد چشم پیچان گشود تحصیلات ابتدایی و سمساله اول متوسطه را در دیستان ادب و دیرستان رکنیه بیزد گذرانید و از سال چهارم بدینه دیستان شماره یک هدف وارد شد . در تمام مدتی کمتر دیستان هدف تحصیل میکرد اولیای دیرستان گواه حسن اجلاق و مراقت در کار و استعداد شایان توجه او بودند . در خردادماه ۱۳۴۲ در میان جوانانی که سال ششم ریاضی را امتحان بینندیقام اولدا بست آورد و اکنون در دانشکده نفت آبادان در رشته مهندسی نفت تحصیل میکند . توفيق اورا از خدا میخواهیم .

که صور فیزیکی آن بسیار ساده و روشن است و این تعریف میتواند پایه آموزی کلی بردار قرار گیرد - مجموعه

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad \text{و یا}$$

که اجزاء آن در یک سطر یا یک ستون مرتب شده اند بردار نامیده میشود  $X$  بردار سطحی و  $Y$  بردار ستونی است  $\mathbb{R}^n$  را اجزاء یا مولفه های بردار گوئیم و همانطور که گفته شد بهر بردار  $X$  میتوان یک نقطه در فضای  $n$  بعدی افکری نسبت داده یا بهر نقطه در فضای  $R^m$  یک بردا رمذوب داشت . اما ارزش شایانی که این اصطلاح در اعلام دارد نهایاند مجموعه ای از اعداد و مشخص ها بصورت یک عامل است که سهولت قابل توجهی را در محاسبات موجب گشته است .  
ناتمام

# ریاضیات نظری و عملی

پیشرفت دانش ریاضی مانند هر داشت دیگر دارای قوهای صعودی و نزولی و پستی و بلندیها است کوشش مداوم ریاضی دانان و محبت بی ریب و ریائی آنان نسبت بحرف خویش مانند سایر متخصصین است تاریکیهای خسته کننده را کورد همچنین روشنی‌های هست بخش دقایق توفیق و امید تاریخ دراز این علم را فرنگ آمیزی می‌کند. تفاوت عمده‌ای که این رشته با حرودهای دیگر دارد اینست که بیشتر گوشه‌های دورافتاده ویرت‌های مسائل را که انسان در بادی نظر با آن توجه ندارد مورد بحث قرار نمیدهد. ریاضیات مانند موسیقی و شعر است که با اندیشه بشری بوجود آمده و با اندیشه وسعت پیدا می‌کند. پسون برای فکر و روح آدمیزاد نمیتوان حد و حصری قائل شد پس دانش ریاضی پایان ندارد و ریاضی دان با کشتن علامتها و قراردادهای موضوع خود در اقیاوس بی کران اندیشه پیشروی خود را ادامه میدهد. ریاضیات مانند یلی است که بین جهان احساسات و عواطف و عالم حقائق زده می‌شود یعنی بوسیله آن حس و عقل بهم راه پیدامیکند تزدیک تراز خود انسان بخود او چیزی وجود ندارد و همین انسان برای اینکه عالم طبیعت را بفهمد و یابا آن مقابله کند جز از ریاضیات بدستاویز دیگری دسترسی ندارد درزندگی عادی و طبیعی خود همه چیز را می‌بیند و حس می‌کند تجربه و تجزیه می‌کند وقتی که می‌خواهد بحساب آنها بر سر بازدیده ریاضی خود که آنرا فقط از باطن شخص خود می‌گیرد متول می‌شود پس میتوان گفت مجموعه علوم ریاضی در واقع تاریخ هماره و مقابله نوع بشر با العالم طبیعت است. ریاضیات دست خداوند است که بانسان اعطاء شده که بوسیله آن اطلاع و احاطه توسلط خود را به هم‌جا و همه چیز وسعت دهد. ریاضیات ره عنایتی است که از جانب هنرمندان بانسان بخشیده شده که بوسیله آن عالم فیزیک چیره شود.

شبیاز بلندپر واز اندیشه ریاضی در سیر و سیاحت خود در اعمق تصورات و اقطاب تصورات بزرگی معقولی و عادی نیز سری میزند و احتیاجات روزمره انسان را برآورده می‌کند و شعبه مخصوصی بوجود می‌آورد که آنرا ریاضیات عملی می‌نامند که در مقابل ریاضیات نظری قرار می‌گیرد.

ریاضیات نظری و باحالص (Pure) مبحث مجردات کلی است که رنگ تعلق ندارد ریاضیات عملی و یا تطبیق شده (Appliqué) عبارت است از مبحث فرمولهای که قوانین فیزیکی بوسیله آنها خلاصه شده مفهوم پیدامیکند. حدفاصل این دو قسم ریاضیات کاملاً روش و قطعی نیست مثلاً هیدرودینامیک که هر بوط بمقایسه عایعات و جریان آنها است آنقدر دارای حال تجرد است که بعضی از مهندسین آنرا جزو ریاضیات نظری و باحالص میدانند از طرف دیگر باحالص ترین شب ریاضیات هندسه است لیکن تاریخچه این علم نشان میدهد که مصریهای قدیم آنرا از مسائل بسیار ساده اندازه گیری روی زمین (Geo – Metrie) بوجود آورده‌اند. علمی که سابقاً اندازه گیری فرش یا هرزوعه و یا تعیین حدود اراضی داشته امروزه بصورت هندسه اقلیدسی. عرصه اندام می‌کند و دیگر با چنان مسائل پیش و پیش افتاده سروکار زیادی ندارند بلکه روی مجردات بنام نقطه و خط و سطح و شکل وسعت قابل ملاحظه‌ای پیدا کرده است. بر عکس دانشمندی معروف بنام آلمبرت اینشتین با بکار بردن یکی از اقسام هندسه نظری بادر نظر گرفتن تعمیم مختصات گوئس توانسته است حدود دور دست قدر مقرستار گان از عالم طبیعی را در محل و میزان قابل عالجه و مراجعه قرار دهد که نتایج حاصل از این مطالعات با اندازه گیری دقیق تجربی مطابقت می‌کند بنابراین ملاحظه می‌شود در حالت اول از اندازه گیریهای عملی یا که هندسه نظری و باحالص و رد فعله دوم از یک هندسه نظری صحت نتایج تجربی و عملی تأمین شده است. نتیجه‌ای که از این بیان گرفته می‌شود اینست که تقسیم بندی ریاضیات بدور شن نظری و عملی و باحالص و ناخالص با یا مستحکمی ندارد و بالا اقل

هرز این تقسیم بندی دقیق و صریح نیست و اگر در حال حاضر از دو قسمت مزبور نام برده می‌شود اصطلاحی و اعتباری و مطابق‌حواله روز است، هیچ‌کدام از دورشته نظری و عملی ریاضیات بر دیگری ترجیح نداشته و دارای واقعیت بیشتری نیست چه بسا از مسائل که امروزه بصورت نظری تلقی نمی‌شود ممکن است در آتیه جنبه عملی پیدا کنند و با توجه به‌های عملی ممکن است پایه مطالعات نظری در ریاضیات آتیه باشد.

در حال حاضر ریاضی‌دان نظری خطوط تفکرات خود را ترسیم و بدنال آن روشهای فنی خود را با رعایت توازن مخصوصی که زائیده هنر است ابداع می‌کند و باد درین این مخصوصی است که این روشها چگونه با عالم فیزیک تطبیق می‌کنند مثل اینکه یانوسیقی‌دان دور از تحسین و باتکنیزی دیگران نت مورد نظر خود را ایجاد می‌کند. با وجود این خلی اتفاق می‌افتد که فرمولهای ریاضی بعضی از حوادث نادر الواقع طبیعت را تعبیر و باریش می‌کند و یا با حداده فیزیکی رخ میدهد که بعداً معلوم می‌شود که این اتفاق در گفتش فرمولهای ریاضی مستمر بوده است. وظیفه ریاضی‌دان عملی اینست که از نظریات کلی و فرمولهای ریاضیات خالص بعنوان ابزار کار استفاده کرده و آنها را بنحو شاسته‌ای بکار برد. داشتمد معروف داد و بین چنین گفته است (هر دفعه کمیک حیوان تازه‌ای برای مطالعه و کنشافات در نظر گرفته شود بکار بردن روش ریاضی لازمه‌باید) یعنی هر اتفاق مترقب و بای غیر مترقب از آن حیوان را ثبت کرده در لابراتوار تجزیه و تحلیل و نتایج را بعد تبدیل و سیس نسبت یان اطهار عقیده می‌کنم این چنین هر اتفاق تازه‌ای که در اطراف مارخ میدهد بمناسبه یک حیوان وحشی است که از قدر ریاضی و بینایت طبیعت گرفته و بیرون جسته و در معرض مطالعه ماقرداد گرفته است. هر کس آشناهی اجمالی با مطبوعات علمی داشته باشد ممکن ریاضیات نظریه برخورده است. تئوری (Theorie) توابع و تئوری اعداد و ریاضیات معادلات دیفرانسیل ریاضیات نظری و همچنین تئوری انساط عالم و تئوری ساختمان آنها در فیزیک پیش‌همه کس که با این علوم آشناست مختصر داشته باشد معروف است. مفهوم تئوری در ریاضیات نظری و سایر علوم باهم تفاوت دارد. دلالت تئوری ریاضی پیش

نام ریاضی دانها یکسان و میدان عمل آن شامل اصول موضوعه و مسلم و قضایای کلی است.

دور ریاضی‌دان در اساس تئوریها باهم اتفاق نظر دارند و اگر اختلافی موجود باشد من بروط است برآه و با روش منطقی که هر کدام برای خود انتخاب می‌نماید لیکن در تئوری فیزیکی تعریف یک فیزیک دان بادیگری فرق می‌کند ممکن است عقیده یکی را اغردویی با تردید تلقی کرده و اصلاً نفرمومی بشدت رد و انکار کند. تئوری فیزیکی. عناصر طبیعی را مطالعه و نسبت بیانها بقدر امکان توضیح میدهد که خواص و مشخصات آنها چگونه است و چگونه ادامه پیدا می‌کند لیکن داجع باینکه چرا اینطور است دخالتی نمی‌کند و جواب این قبیل چراها را بعلوم فلسفه و متافیزیک و اگذار نمینماید.

تئوری فیزیکی دائمًا تغییر شکل میدهد لیکن اساس آن با تاریخ بشر شروع می‌شود و از قدیمترین ادوار زندگی خرافتی او تا کنون همواره وجود داشته است بعضی از تئوریهای که نه فیزیکی مضمحل و تعجب آور است مثلاً تئوری اولیه بشر نسبت بکسوف آفتاب این بود که یک ازدهای آسمانی موقع کسوفی خواهد خورشید را بلعیده و هلاک نماید و کوشش های خرافتی او این بود که ازدهای نامبرده مغلوب و یا کنار بروند و خورشید آزاد گردد هنوز پیش بعضی از افوان نیمه وحشی رسومی وجود دارد که از این تئوری کهنه و بدبوی حکایت می‌کند.

اکنون می‌خواهیم مختصراً از تأثیر ریاضیات مخصوصاً ریاضیات عملی را در علوم تجربی نشان دهیم میتوان گفت که ریاضیات عملی خود جرئی از علوم تجربی و فیزیک است اکنشاف هر جزئی از عالم فیزیکی قبل از هر چیز بتجربه نیازمند است وظیفه تجربه کننده اینست که کار خود را در لابراتوار دقیقاً تحت کنترول قرار داده و آنرا هر اندازه که ممکن است از تأثیرات عوامل خارجی مصنون نگه داشته و با تکرار عمل نتایج عددی تجربیات را بطور مطمئن روی کاغذ بیاورد آنگاه کار ریاضی شروع می‌شود که آن اعداد را در فرمولهای لازم دخالت داده و مقادیر عناصر دیگر منتظر نظر خود را پیدا کند.

بدون این کار هر تجربه که بعمل میآید بطور مجری و منفرد از نظائر خود تلقی شده و قوانین فیزیکی بهم ارتباط و بستگی پیدا نمی‌کند و علوم تجربی و فیزیک شامل انواع مفردات در با تلاق رکود و جمود فرورفته معذوم میشود ویرای آن پیشرفتی حاصل نمیگردد.

علاوه بر این کار از دستورهای آمپیریک ریاضی (Empirique) در علوم تجربی استفاده میشود فرمولهایی که بدون استدلال پیدا شده و ظاهر امنی بر هیچ اصول نظری نیستند. صدها از این قبیل دستورهای ریاضی در فیزیک و شیمی و مهندسی و دیگر علوم موارد استعمال فراوان دارد شایدی کی از همترین آنها قانون بد (Bode) در هیئت و نجوم است که یک نفر مهندس آلمانی درهورد فواصل سیارات از خورشید پیدا کرده است باین ترتیب که رشته اعداد زیر را که تشکیل تصاعد عددی میدهد در یک سطر مینویسیم

۳۸۴ و ۱۹۲ و ۹۶ و ۴۸ و ۲۴ و ۱۲ و ۶ و ۳ و .

سبس بھریک از جمل آن چهار واحد اضافه میکنیم تارشته اعداد زیر بدمست آید :

۳۸۸ و ۱۹۶ و ۱۰۰ و ۵۲ و ۲۸ و ۱۶ و ۱۰ و ۷ و ۴ و .

هر یک از جمل آنرا بر ده تقسیم میکنیم رشته اعداد زیر که هر یک از جمل آن فاصله متوسط سیارات از خورشید است پیدا میشود

نقطون	اورانس	زحل	۱۰	۱۹۶	۳۸۸	تسلوپی	سیارات	مریخ	زمین	زهره	عطارد
۰	۰	۵	۲	۲۸	۱۹۶	۱	۰۷	۰۷	۰۷	۰۷	۰۷

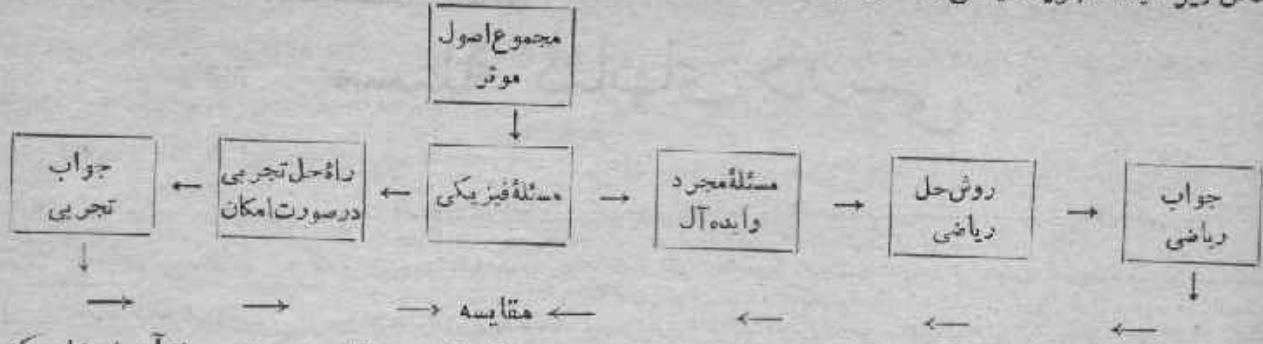
دستور بد در مورد سیارة نقطون صحت ندارد و درستی تقریبی آن در مورد باقی سیارات نیز دلیل نظری ندارد و کسی نمیداند که آیا قانون بد یک اتفاق خالی ازوجه است و یا اینکه دارای ریشه عمیق است که هنوز کشف نشده است. موضوع قابل ذکر در دستورهای آمپیریک اینست که چون این قوانین باید با اعداد ریاضی مطلق و بدون بعد تلفیق پیدا کند پس باید تابع آحاد فیزیکی مستعمل باشند و گزنه صحیح نخواهند بود.

مورد استفاده علوم تجربی از ریاضیات عملی یکی دیگر تجربید ریاضی مسائل فیزیکی است باین معنی که با حذف بعضی ملحقات کم اثر یا شمشئله جدی فیزیکی آنرا بصورت یک مسئله محض داده آن ریاضی در آورده و باروش ریاضی حل کرده تبیجه و راجواب را با تجربه عملی میسنجند اگر اختلاف فاحش نباشد میگویند مسئله فیزیکی بروش تجربید ریاضی حل شده و یا بعبارت دیگر تصوری ریاضی در مسئله فیزیکی مصدق پیدا کرده است. مثلاً اگر بخواهند در الیستیکه حل اصابت گلوله توپ را پس از تیر اندازی روی زمین معلوم کنند حرکت گلوله توپ در فضای لحاظ فیزیکی تحت تأثیر عواملی از قبیل قوه جازیه، سرعت اولیه، لوع باروت، مولفهای باد و مقاومت هوا، درجه حرارت و رطوبت آن، جرم و ضرب غلظات آتشفر وغیره است حال اگر این عوامل را کنار گذاشته و فقط فرض شود گلوله توپ با وزن و سرعت اولیه معین در حوزه جاذبه زمین (بدون دخالت هوا) حرکت کرده و یک مسیر بهمی پیموده است تجربید ریاضی بعمل آمد است بدینی است حواهی که برای محل اصابت گلوله روی زمین از فرمول ریاضی پیدا شود با محل اصابت حمیقی آن معمولاً فرق دارد محل اصابت گلوله با احتمال قوی در داخل یک مریخ مستطیل است که افسران تویخانه ابعاد آنرا معین میکنند: زنرال شاپل (Chapel) یکی از افسران فرانسوی در مقام تمجید توپ اشعاری سروده که یک قسمتش اینست:

..... et le brave boulet

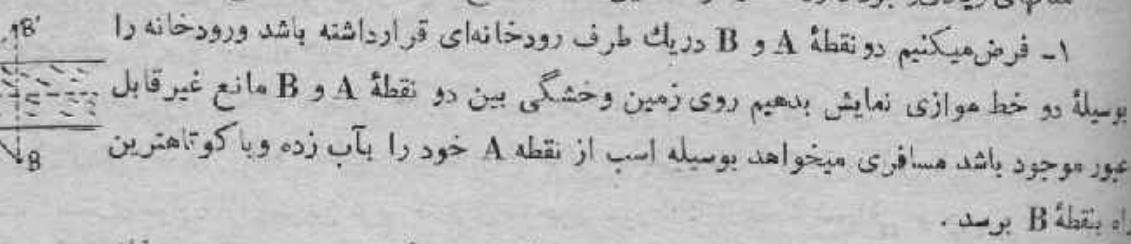
prenait sans hésiter le chemin qu'il fallait!

تجربید ریاضی در واقع بمنزله کلیدی برای رفع اشکال و حل مسائل فیزیکی است که در ذات خود پیچیده هستند



روش تجزیه ریاضی حتی در مسائل پسیار ساده نیز متداول است و چه بسا اشخاص روزانه بدون توجه از آن استفاده کرده و خواه ناخواه ریاضیات را در تجربین و ارزیابی مسائل زندگی دخالت میدهند مثلاً فرض هیکنیم که می‌خواهیم از تهران تا اصفهان بوسیله یک اتومبیل سواری مستعمل مسافت کنیم می‌خواهیم بدانیم این مسافت چند ساعت طول خواهد کشید فاصله بین تهران تا اصفهان ۴۲۰ کیلومتر است نگاه با اتومبیل خوده بکنیم با وجود فرسودگی میتواند لاقل ۶ کیلومتر در ساعت طی مسافت نماید و در ۷ ساعت راه بده توقف نیمساعتی از لحاظ استراحت و سردشدن ماشین احتیاج دارد هم روش ریاضی نشان میدهد که مسافت بین تهران و اصفهان را باید در مدت  $\frac{1}{6} \times 420 + 7 = 8$  ساعت بهبیایم اگر مسافت را بجام دهیم معلوم خواهد شد که این تجزیه در ریاضی تاچه‌انداز مصحیح و جواب آن تاچه اندازه با جواب تجربی موافق بوده است روش دیگر و مهم که ریاضیات در مطالعه و اکتشافات طبیعت و حل مسائل فیزیکی بکارهی برده تکنیک و یا صفت ریاضی نام دارد دامنه آن پسیار و سیع و نامحدود است هر ریاضی دان برای اثبات مطلبی و بارسیدن بمقصودی میتواند آنچه را که هست نیست فرض کند و آنچه را که نیست هست فرض انگارد و با فرض غلطراه مصحیحی را کاوش کند و بنیجه مطلوب برسد جانچه در اصطلاح گفته می‌شود فرض محاله حال نیست.

مثال‌های زیادی وجود دارد که از حوصله این مختصر خارج است برای مزید اطلاع فقط دو مثال کوچک ذکرمیکنیم:

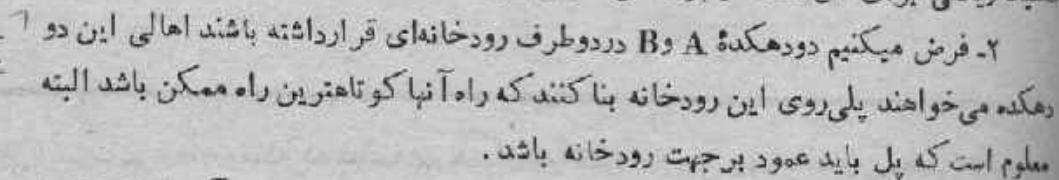


۱- فرض میکنیم دو نقطه A و B در یک طرف رودخانه‌ای قرار داشته باشد و رودخانه را

بوسیله دو خط موازی نمایش بدهیم روی زمین و خشکی بین دو نقطه A و B مانع غیرقابل عبور موجود باشد مسافری می‌خواهد بوسیله اسب از نقطه A خود را بآب زده و با کوتاهترین راه ب نقطه B برسد.

راه حل - کافیست مسافر از نقطه A بسوی نقطه B قریبیه B نسبت بمحور رودخانه

حرکت نکند و چون بوسط رودخانه رسید راه خود را کج کرده بسمت B برگرد در اینجا نقطه B مجازی است که نکنیک ریاضی برای حل مسئله وجود آنرا فرض کرده است.



۲- فرض میکنیم دو هکده A و B در دو طرف رودخانه‌ای قرار داشته باشند اهالی این دو

رهکده می‌خواهند پلی روی این رودخانه بنا کنند که راه آنها کوتاهترین راه ممکن باشد البته معلوم است که پل باید عمود بر جهت رودخانه باشد.

راه حل - کافیست در نقطه A از روی عمود بر جهت رودخانه و بسمت آن طول AAA را

ماوی عرض رودخانه جدا کنیم و از نقطه A ب نقطه B وصل کنیم خط BA دیوارهای رودخانه راقطع خواهد کرد از نقطه تزدیک به B پل را بنا کنیم در اینجا باز نقطه A مجازی و برای حل مسئله وجود آن فرض شده است اثبات این دو مسئله در حدود دو زانه اول دیگرستان است. در خاتمه امیدوارم تا اندازه‌ای توانسته باشم مفهوم ریاضیات نظری و عملی و اهمیت آنها را

# مسئله کتابهای درسی

۳ درباره کتابهای درسی گفتشی ذیاد است و مکلامی که از این بابت در «الاهای اخیر» و «الاخص در سال تحصیل» گذشتند، بجزی اینها می‌تواند معرفت داشته باشد که «جایی برای جامعه فرهنگ وجود داشته است بیش از همه دانشگران محصلین و مامدوین و شهادی علم و پژوهیه ریاضی» بوده است. بعضی از اینها می‌گویند که «جایی که بگذرانند که کتابهای آنهاست و در مقابل، بعضی دیگر معتقدند که» نوع کتابها سود فرهنگ کشور است. داشتنده نکنند، سنج آنکه روزانه خسوس که از جمله «دیران با ایجاد علوم» و «پس بود» و «آیات و معالمی» اینسان معرف تخصص و اعتماد ایشان بدل خوش می‌باشد خن مقاله‌ای غیربهای «خود را این‌جا داشته‌اند که در زیرینظر خوانندگان محترم می‌رسد، مثلاً با اینکه ایشان با وجودیکه خود دارای آیات» می‌باشند همواره آن نامها و مستوفی‌های مربوط به انتخاب کتاب درسی را مخصوص شمرده و بکار پسته‌اند.

هر وقت حل مشکلی از مشکلات اجتماعی ما بعلت تضاد هنافع بطور صحیح انجام نمی‌گیرد و بالمال کار از محور اصلی خود خارج شده و به تابسامانی می‌گراید، رفته رفته از آن مشکل در اصطلاح مطبوعاتی و در ادھان و افکار عمومی پعنوان «مسئله» یاد می‌شود. مسئله گفته می‌شود برای اینکه بالاخره روزی باید راه حل قطعی صحیح و عاقلانه آن پیدا گردد.

صورت مسئله‌ای که بنام «مسئله کتابهای درسی» معروف شده است در مقام تجزیه و تحلیل از دو قسمت مجرای زیر تشکیل می‌شود.

۱ - چگونه باید ترتیبی اتخاذ کنیم که کتاب درسی ناباب، ناقص و غلط بدست دانش آموز نیفتند تا به اطلاعات و معلومات و به پیشرفت کار او لطمه‌ای وارد نشود.

۲ - بجه نحو عمل نمائیم که دانش آموز کتاب حائز شرایط مطلوب را گران نخرد تا از این راه من غیر حق ناشر می‌لیوئنها تروت ببرهم نزند.

ملاحظه فرمودید که صورت مسئله بسیار سریع و روشن است و هیچ‌گونه ابهامی در آن دیده نمی‌شود پس باید اکنون بررسی نمائیم که چرا وزارت فرهنگ در حل این مسئله توفیق نیافت و در کجا حل این مسئله «چار اشتباه شد که تایین حد بی‌نظمی و بی‌ترتیبی بوجود آمد!

درست است که دانش آموز در سال تحصیلی جاری کتاب درسی خود را چند ریال ارزان تر خرید ولی این ارزانی برای اول انجام گران تمام شد زیرا اولاً کتاب درسی در وسط سال تحصیلی بدست اورسید و از این بابت خیلی زیان دید ثانیاً این کتاب در بسیاری موارد از بهترین نوع کتابهای موجود نبود ثالثاً از لحاظ صحافی و چاپ و کاغذ بسیار نامرغوب و غالباً اغلاط چاپی کتاب بقدرتی فراوان بود که دانش آموز سخت بزحمت می‌افتد - اشتباه اصلی و اساسی اینجاست که برخلاف مصالح فرهنگی کشور چاپ کتابهای درسی مطلقاً در انحصار وزارت فرهنگ قرار گرفت و زیر فرهنگ وقت در یک جلسه مصاحبه مطبوعاتی که از رادیو پخش می‌شد درباره انحصار چاپ کتابهای درسی چنین استدلال می‌کرد:

بعرض خوانندگان عزیز برسانم، آرزومندم که تعلیمات ریاضیات در کشور مارونیق یابد. مدارس صنعتی توسعه پیدا کند. کارخانه‌های ذوب آهن دایر شود تا جوانانها بدانند اهمیت ریاضیات تنها برای این نیست که شخص درخانه بنشیند و مسئله حل کند بلکه این دانش گرامی گذشته از ایجاد معرفت روحانی برای بهترزیست کردن در دنیای کنونی و سبله قطعی و ضروری وغیر قابل جانشین است و نیز بدانند که تاریخ ریاضیات نشان میدهد که دو رشته جبر و مثلثات از کشورها برخاسته است.

اگر دانش آموزی در وسط سال تحصیلی از يك دبیرستان به دبیرستان دیگر منتقل شود مجبور است تمام کتابهای خود را تغییض نماید زیرا آنجا کتابهای بخصوصی را تدریس میکند اگر در همه جا کتب های واحدی تدریس شود این نقص بر طرف میگردد بطوریکه ملاحظه میفرماید این استدلالی است بسیار ضعیف زیرا تنوع کتابهای درسی لازمه يك فرهنگ متفرقی است اگر وزارت فرهنگ چاپ کتاب درسی را در انحصار خود قرار دهد لطفه بزرگی به پیشرفت و ترقی علمی کشور وارد میشود زیرا با انتشار چاپ کتاب رقابت های معنید علمی؛ بن عوّاقان مستعد و مستکر مدعوم شده و هر نوع اینکار جدیدی از بین میروند.

وظيفة وزارت فرهنگ نظارات و کنترل دقیق کارها ، تشویق و هدایت و راهنمائی استعدادهای استعدادهای همباشت و انحصار طلبی که زیان بخش بوده و عدوی از وظيفة اصلی و اساسی است .

باين نکته نیز توجه کنیم که در داخل وزارت فرهنگ کسانی که از مقاصد و مضرات انحصار آگاه بودند و از گذشته تجاری داشتند با این تصمیم مخالفت میورزیدند ام در درجه اول از حمله مخالفین، شخص معاون وزیر بود که بر سر همین مطلب از مقام خود استعفا نمود ایشان ضمن يك نامه مشروح و مستند که همان موقع در روزنامه چاپ شد صریحاً نوشت که چون بالانحصار چاپ کتاب از طرف وزارت فرهنگ جداً مخالف میباشد لذا از مقام خود استعفا میدهد .

در زبان عربی ضرب المثل مشهوری است که میگوید (هر کس آزموده شده را دوباره بیازاید جز نداشت و پیشمانی سودی نخواهد برد) ما یک بار طعم و مزه انحصار چاپ کتابهای درسی را چشیده و تجربه کرده‌ایم و از این تجربه نتایج تلخی نصیب ما شده است دیگر قباید دنبال اینکار برویم - تقریباً سی سال پیش وزارت فرهنگ چاپ کتابهای درسی را در انحصار خود قرار داد و نتایجی که این انحصار بیار آورد بسیار ناگوار بود زبان و ادبیات ، دانش و فرهنگ ما ملعنة انخماش شد . در کتابهای علمی کلمات عجیب و غریب و غیر مأتوس بنام لغات جدید زبان فارسی جانشین کلمات مأتوس سابق شد و با آن کلمات کذائی عباراتی ساختند که بکلی مخالف دوست سلیم و فاقد هرگونه جنبه ادبی بودا کنون در خاتمه مقاله يك نمونه کوچکی از آن نوشتمعا را در اینجا نقل میکنم تا بخوانید و ببینید که دوران انحصار چه محصولی بیار آورده بود کتابی که هم اکنون در دسترس است کتاب هندسه سال چهارم است که در تمام دبیرستانهای کشور مجبور بتدريس آن بودند آرم (تواننا بود هر که دانا بود) در سر لوحه کتاب پچشم میخورد اینک مطلی از صفحه ۱۲۲ که بطور نمونه برای معرفی طرز انشای عجیب و غریب کتاب عیناً نقل میشود .

\*\*\*

۴۸۹ - تعریف - اگر پیکر F را که آسه چرخه از آن شمرده میشود جا بجا کنیم چنانکه همه نقطه های آسه چرخه پا به رجا بمانند و 'F' جای توین F باشد یا بگفته دیگرا اگر در دوپیکر برابر نقطه آسه چرخه برهم پاسخ خود جادشنه باشد گوئیم 'F' از چرخیدن F گرد آسه چرخه پدید آمده است و این جنبش را چرخه گویند داریم  $F = F'$

\*\*\*

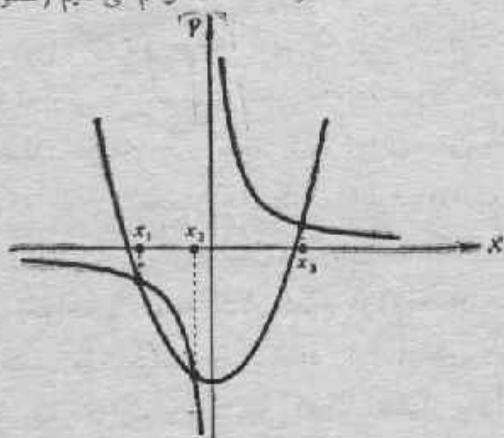
۴۹۰ - قضیه - اگر F گرد آسه چرخه چرخیده باشد هر نقطه از F روی دایره ای که هامن آن بر آسه چرخه متنوی بوده و مرکز آن نقطه برخورد این هامن و آسه چرخه است جابجا میشود و اگر يك بینده ای روی آسه چرخه چنان بخواهد که سوی پاپرش همان سوی آسه چرخه باشد (بینده آسه چرخه) می بیند همه نقطه های F کمانهای بداری می بینایند که گوشه های مرکزی سودار روی آنها باهم برابر اند ...

و ارون - استوار کردن آسان و بگردن دانش آموزان است ،

# محاسبه تقریبی ریشه‌های معادلات

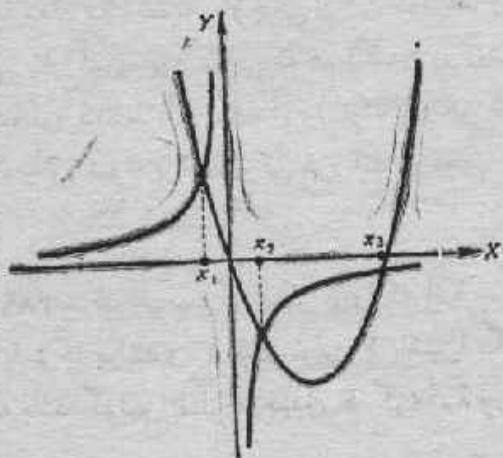
با کمک منحنی نمایش تغیرات نوعی میتوان اکثر معادلات جبری داخل و ریشه‌های تقریبی آنها را بدست آورد. میدانیم که برای حل معادله  $(x) = f$  جیوان منحنی نمایش  $y = f(x)$  را رسم کنیم طولهای نقاط تلاقی این منحنی با محور  $x$  ریشه‌های معادله خواهد بود ولی در اغلب موارد میتوان راهی‌های ساده‌تری برای ترسیم پیدا کرد که کار ترسیم و اذایده گری را ساده‌تر کند. در زیر چند نمونه از اینکوئه معادلات ذکر شده است.

را روی یکدستگاه محصور مختصات رسم می‌کنیم (تصویر ۱).



تصویر ۱

$x_1, x_2, x_3$  ریشه‌های معادله خواهد بود.



تصویر ۲

راه چهارم - در معادله درجه سوم:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^3 = -ax^2 - bx - c$$

$$\begin{cases} y = x^3 \\ y = -ax^2 - bx - c \end{cases}$$

اگر نمایش تغیرات این دو تابع را رسم کنیم، طولهای نقاط تلاقی سهی و مذکوری ریشه‌های معادله خواهد بود.

## I - حل معادلات درجه سوم با کمک رسم منحنی

راه اول معادله زیر را در نظر می‌گیریم

$$z^3 + az^2 + bz + c = 0$$

این معادله را میتوان چنین نوشت:

$$[z^3 + 2 \times \frac{a}{3} z^2 + 2 \times \frac{a^2}{9} z + \frac{a^3}{27}] - \frac{a^3}{27} + bz + c = 0$$

$$(z + \frac{a}{3})^3 + (b - \frac{a^2}{9})z + (c - \frac{a^3}{27}) = 0$$

$$z + \frac{a}{3} = x \rightarrow z = x - \frac{a}{3}$$

جوابیم داشت:

$$x^3 + (b - \frac{a^2}{9})x + (\frac{a^3}{9} - \frac{ab}{3} + c - \frac{a^3}{27}) = 0$$

$$m = b - \frac{a^2}{9}, n = \frac{2a^3 + 27c - 9ab}{27}$$

$$x^3 + mx + n = 0$$

اگر نمایش تغیرات این دو تابع را به کمک رسم منحنی بدست می‌آوریم:

$$x^3 = -mx - n$$

$$\begin{cases} y = x^3 \\ y = -mx - n \end{cases}$$

اگر منحنی تغیرات این دو تابع را به کمک رسم کنیم، طولهای نقاط تلاقی جوابیه ریشه‌های معادله خواهد بود.

راه دوم معادله  $x^3 + mx + n = 0$  را میتوان چنین نوشت:

$$x(x^2 + m) + n = 0$$

$$y = x^2 + m$$

$$xy + n = 0$$

نمایش تغیرات دوتابع زیر را رسم می‌کنیم (تصویر ۳).

$$y = x^2 + m, xy + n = 0$$

طولهای نقاط تلاقی سهی و مذکوری ریشه‌های معادله خواهد بود.

راه سوم - معادله کامل درجه سوم:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

$$x(x^2 + ax + b) + c = 0$$

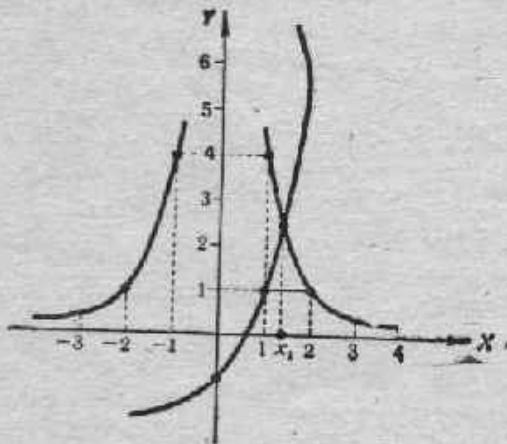
اگر نمایش تغیرات این دو تابع را مساوی  $y$  فرض می‌کنیم و منحنی  $xy + c = 0$  را میتوان چنین نوشت:

$$y = x^2 + ax + b, xy + c = 0$$

x	-2	-1	0	1	2
y	$-\frac{8}{9}$	$-\frac{2}{3}$	-1	1	2

و برای تابع  $y = \frac{4}{x^2}$

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	$-\frac{1}{4}$	-1	$-\frac{4}{3}$	4	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{16}$



تصویر ۰

جواب:  $x \neq 1/25$

### III - حل معادلات لگاریتمی با کمک رسم منحنی

$$x \log_e x + ax + b = 0$$

$$x(\log_e x + a) + b = 0$$

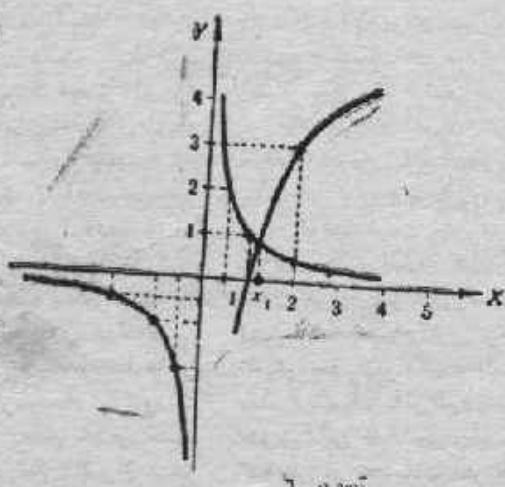
$$\begin{cases} y = a + \log_e x \\ xy + b = 0 \end{cases}$$

منحنی لگاریتمی و هذلولی متر و خ را درس و طولهای نقاط تلاقی را بدست می آوریم.

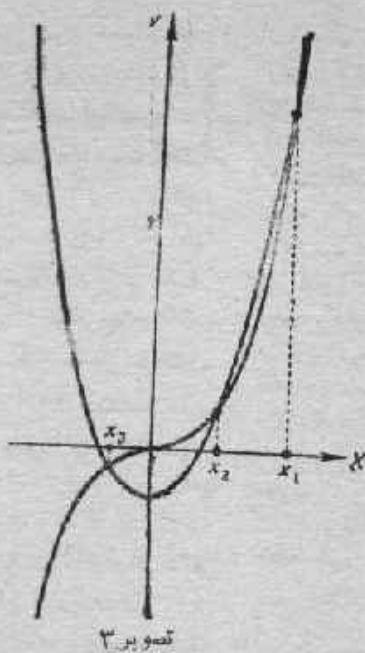
برای  $2e = 2$  و  $a = -1$  و  $b = -1$  دستگاه معادله دارای دو ریشه است.

$$x \neq 1/25$$

جواب:



تصویر ۱



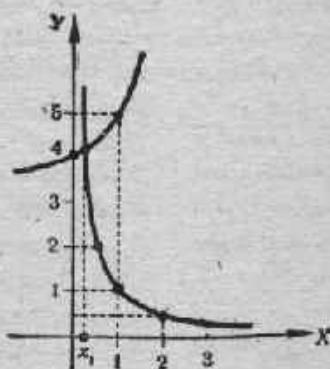
تصویر ۳

### II - حل معادلات مججهول القوه با کمک رسم منحنی

$$x \times 2^x + 3x - 1 = 0 \quad (1)$$

$$x(2^x + 3) - 1 = 0$$

$$\begin{cases} y = 2^x + 3 \\ xy - 1 = 0 \end{cases}$$



تصویر ۴

جواب:  $x \approx -0.25$  (تصویر ۴)

$$x^2 \times 2^x - 2x^2 - 4 = 0 \quad (2)$$

$$x^2(2^x - 2) - 4 = 0$$

$$\begin{cases} y = 2^x - 2 \\ x^2y - 4 = 0 \end{cases}$$

منحنی تغییض تغییرات دو تابع  $y = 2^x$  و  $y = \frac{4}{x^2}$  را

روی یک دستگاه محورهای مختصات بدست می آوریم (تصویر ۵)

برای تابع  $y = 2^x - 2$ :

# چر امعلم ریاضی شدم

۳

نظر معلمین هر ز فرانسوی و  
ایرانی که آن‌ها در شهر تبریز  
تدریس می‌کردند اولین معلم اعمال  
۱۳۱۴ در شعبه ریاضیات داشت.  
سرای عالی تهران نسبت نام کرد  
قبل از انشکه شرح این حاطه  
را قطع کنم لازم هدایت مطلب

دیگری بر آن بیافزایه  
دریاچه سال تحصیل ۱۳۱۴.

۱۳۱۵ بعد از عید نوروز اعصابی  
در دانشگاه تالی پوچوع بیوست  
آن‌ها دانشگاه اعمال در واقع  
هسته هر کزی دانشگاه تهران بود  
که تحت ریاست استاد معظم دکتر  
صدقی اعلم اداره می‌شد. تمام  
شعب دانشگاه های علوم و ادبیات  
خنده دانشگاه اعمال بود می‌باشد  
از اساتید در رفتار ایرانی و خارجی  
در آنچه تدریس می‌کردند. موضوع  
اعصاب کسی حقوق معلم بود  
دانشجویان از دفنی، کلاس درس  
امتحان می‌کردند. معلوم شد  
کارگردان اعصاب مقصدی‌سی  
خاصی را تعیین می‌کردند و حقوق

علمدهایها فرازداده بودند بنظرم  
می‌باید مرحوم ملک الشیراز پهلوی  
در کتاب احزاب سیاسی ایران  
پایه‌ای موضع اشاره کرده است بهرو

حال تبلیغ سوئه که در اذهان از  
شعل معلمی هبتد من از این کار  
دلسرمیکردند بزرگ بود و از  
یک‌مال دانشگاه اعلی را تراکتیبه  
درین شعل دیگر بود در این موقع

نامه‌ای از تبریز می‌رسید و مرحوم  
برادرم که پس از قوه پدر می‌بود  
من محدود شد از جریان پرسیده  
بود و من در جواب بیان ظاهر پیشه  
را که در آنواه بود باز توهم که

این قابل تحمل نیست درست پس  
از یک‌ماله جواب این از جان آمر حرم  
من رسید. وقتی یا کت را باز  
کردم دیدم در کل صفحه کاغذی دوون

تبارفات عمیول فقط این جمله

توشه شده: «عجب بر شما که از این

شعل دانه‌ها با مزد مادی آن

می‌ستجد».

چند روز بعد از جواب مرحوم  
دانشگاه که از مجدهای عالمی‌قما

وانگشت شماره‌خس خود بود و شمه

آسمان و ماهی دریاها و وحش  
و آفوان صحر اها دلسوی می‌  
گند در وطن ما تن پیدا شوند  
و از استعدادهای افراد حمایت  
کنندگان تبریزی انسانی،  
که سرچشیده و ریشه‌تعمیم گروه  
های ملی امت خانی و باطن شود  
در خانه اگر گش است بک‌حرف  
جن است. بیاد دارم هوغیکه  
دانش آموز دیپلماتی بودم در  
اضراف و گردشگاهی‌ای شهر  
قهرمان و حقیقت پیور تبریز به  
کردن و هوای خوری‌ی هی رفته  
اغلب هر آه برادرم بودم هنوز  
صدای دلتنی او که از غزل‌های  
شیرین حافظ شیرازی و از خطای  
ها مولای متقدیان و از اعماقیات  
حریری ترمه می‌کرد در گوش

پنهان انداز است:

بلیل زیان س ویکلیانک بهلوی  
می‌خوانند و شد در مقامات منوی  
معنی بیا که آتش موسی نمود کل  
تا از درخت نکته توحید بثنوی

باين ترتیب محضر این  
برادرم با جان پر ای انسان پیدا  
علیه برای من لدت زائمه الوصف  
داشت خون گردش از مر ای  
شعل معلمی و اعتماد علمی ریاضی

و کمالان نفس ناظمه که از  
ائتکل بآن پر ای انسان پیدا  
می‌شود توضیحات کافی میداد گاهی

اصفهان می‌کرد که اگر من نام  
بزرگان علم ریاضی را از قبل  
خیام و بوش را بدایم و با آنها  
بیان دیشم از درجه بر فتوخ آنان  
الیام خواهم گرف طلوبی که

هر روز بیشتر از روز قبل آش  
دروون من در اثر این صحبتها  
تیر تو رکه صیرم لبریز نمی‌شد  
تا مگر تمحب‌لایی یکنم و باختصار

علمی ریاضیات نائل شوم بدریج

تشویق این فقید سعید سبی شد

که پس از تحصیلات متوجه

فر اگر فتن ریاضیات مقدماتی ذر

خطاطه دوم مو بوطه براز  
خود می‌بایست که در تشکیل  
کنندگان وطن ما تن پیدا شوند  
و از استعدادهای افراد حمایت  
کنندگان تبریزی انسانی،  
که سرچشیده و ریشه‌تعمیم گروه

های ملی امت خانی و باطن شود  
در خانه اگر گش است بک‌حرف  
جن است. بیاد دارم هوغیکه  
دانش آموز دیپلماتی بودم در

اضراف و گردشگاهی‌ای شهر  
قهرمان و حقیقت پیور تبریز به  
کردن و هوای خوری‌ی هی رفته  
اغلب هر آه برادرم بودم هنوز

صدای دلتنی او که از غزل‌های  
شیرین حافظ شیرازی و از خطای  
ها مولای متقدیان و از اعماقیات  
حریری ترمه می‌کرد در گوش

پنهان انداز است:

بلیل زیان س ویکلیانک بهلوی  
می‌خوانند و شد در مقامات منوی  
معنی بیا که آتش موسی نمود کل  
تا از درخت نکته توحید بثنوی

باين ترتیب محضر این  
برادرم با جان پر ای انسان پیدا  
علیه برای من لدت زائمه الوصف  
داشت خون گردش از مر ای  
شعل معلمی و اعتماد علمی ریاضی

و کمالان نفس ناظمه که از  
ائتکل بآن پر ای انسان پیدا  
می‌شود توضیحات کافی میداد گاهی

اصفهان می‌کرد که اگر من نام  
بزرگان علم ریاضی را از قبل  
خیام و بوش را بدایم و با آنها  
بیان دیشم از درجه بر فتوخ آنان  
الیام خواهم گرف طلوبی که

هر روز بیشتر از روز قبل آش  
دروون من در اثر این صحبتها  
تیر تو رکه صیرم لبریز نمی‌شد  
تا مگر تمحب‌لایی یکنم و باختصار

علمی ریاضیات نائل شوم بدریج

تشویق این فقید سعید سبی شد

که پس از تحصیلات متوجه

فر اگر فتن ریاضیات مقدماتی ذر

# حل مسائل شماره اول

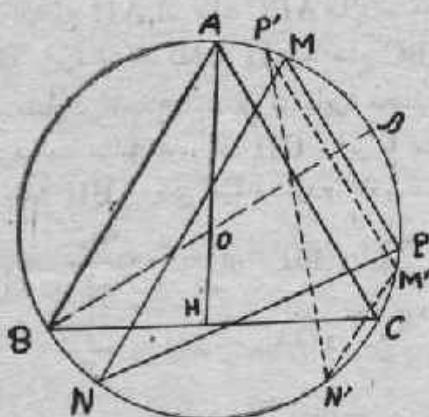
(مسائلی که حل آنها بعده دانش آموzan و اگذار شده بود)

$$=\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{(2-\sqrt{2})^2}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=\frac{4+2-4\sqrt{2}}{4-2}=$$

$$=\frac{8-4\sqrt{2}}{2}=4-2\sqrt{2}.$$

حل مسأله ۳۱. مثلث متساوی الاضلاع ABC محاط

در دایره O مفروض است از نقطه M واقع بر کمان کوچکتر دو وتر MP و MN را پر ترتیب موازی با اضلاع AC و AB رسم می کنیم نقطه M بر کمان AC حرکت می کند:



۱- دو زاویه که اضلاع آن نظیر بنظیر باشند میگردند  
باشد یا مساویند و یا مکمل و یعنی اندازه زاویه  $\Delta$  برابر است با  $60^\circ$  پس اندازه زاویه  $\angle PMN$  برابر خواهد بود با یکی از دو مقدار  $60^\circ$  یا  $120^\circ$  (اگر  $\beta$  وسط کمان AC باشد در حالتیکه M بر کمان  $A\beta$  حرکت کند اندازه زاویه M برابر با  $60^\circ$  است و در حالتیکه M بر کمان  $\beta C$  داقع باشد مثلا' M اندازه زاویه مساوی  $120^\circ$  است و وقتیکه M بر  $\beta$  منتطبق است زاویه تلی بوده حاده آن  $60^\circ$  و مندرجه اش  $120^\circ$  است).

در همه حالات PN وتر کمان  $120^\circ$  بوده و طول آن

برابر با مقدار ثابت میباشد و در نتیجه از مرکز دایره بفاصله ثابت بوده یعنی بر دایره ثابت متعحد المثلک با دایره O مماس میباشد.

## کلاس چهارم طبیعی

حل مسأله ۴. اولاً تحقیق اینکه عبارت:

$$(2x+1)(2x-1)(4x-2)(3x+1)$$

مربع کامل میباشد؛ بنابر اتحاد:

$$a^2 - 4ab + b^2 = (a - b)^2$$

عبارت مفروض مربع کامل بوده و برابر است با :

$$[(3x-4)-(2x+1)]^2 = (3x-4-2x-1)^2 = (x-5)^2$$

و جایگزینید آن عبارت مفروض را بسط داده و ساده نماییم برای

خواهد شد با :

$$(8x^2 - 24x + 16) - 2(6x^2 - 5x - 1) - (4x^2 + 4x + 1)$$

$$= 8x^2 - 12x^2 + 4x^2 - 24x + 10x + 4x + 16 + 8 + 1$$

$$= x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

ناماً محاسبه مقدار عبارت  $x^2 - 10x + 25$  درازه  $x^2 - 10x + 25$  دناره

$\sqrt{x^2 - 10x + 25}$  داریم :

$$(\sqrt{x})^2 = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$$

$$x = 2 + 2 - 2\sqrt{5} = 5 - 2\sqrt{5}$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2 = (5 - 2\sqrt{5} - 5)^2 = (-2\sqrt{5})^2 = 24$$

نالناً محاسبه مقدار عددی کسر  $\frac{x^2 - 10x + 25}{25 - x^2}$  درازه

$$x = \frac{\sqrt{25}}{1}$$

$$x = \frac{\sqrt{25}}{2} - \frac{\sqrt{2} \times 25}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{x^2 - 10x + 25}{25 - x^2} = \frac{(x - 5)^2}{(5 - x)(5 + x)} = \frac{(5 - x)^2}{(5 - x)(5 + x)}$$

$$\frac{5 - x}{5 + x}$$

و مقدار عددی کسر برابر خواهد شد با :

$$\frac{5 - \frac{5\sqrt{2}}{2}}{5 + \frac{5\sqrt{2}}{2}} = \frac{5\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{5\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$$

$$\frac{xyz}{x+xy+yz+xy}$$

و با توجه یابنکه  $xyz = 1$  میباشد عبارت برابر خواهد شد با :

$$\begin{aligned} & \frac{x}{xy+x+1} + \frac{xy}{1+xy+x} + \frac{1}{x+1+xy} = \\ & = \frac{xy+x+1}{xy+x+1} = 1 \end{aligned}$$

پاسخ های صحیح رسیده: محمد رضا قبیلی چهارم ریاضی دیروز  
دارالفنون تهران - ابوالفضل سایبوردی چهارم ریاضی دیروز  
آزادی تهران - احمد دارویی چهارم ریاضی دیروز فریض تهران

**حل مسئله ۱۲** - ثابت کنید که اگر  $(a+b+c) = 0$

باشد داریم :

$$\frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+b^2-c^2} = 0 \quad (2)$$

از رابطه (۱) نتیجه خواهیم گرفت :

$$b^2+c^2-a^2 = -(b+c)^2 \quad a^2 = b^2+c^2-a^2 = -2bc$$

و عبارت طرف اول رابطه (۲) بصورت زیر در خواهد آمد :

$$\begin{aligned} & \frac{-1}{bc} + \frac{-1}{vac} + \frac{-1}{vba} = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ab} \right) \\ & = -\frac{1}{2} \times \frac{a+b+c}{abc} = . \end{aligned}$$

تمصره - فرض میکنیم راجله (۲) برقرار باشد پس از

تحویل بیک مخرج خواهیم داشت :

$$(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)+(a^2+b^2-c^2) \times (b^2+c^2-a^2)+(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2) = .$$

پس از اختصار نتیجه خواهد شد :

$$a^4+b^4+c^4-2(b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2) = .$$

و با

$$a^4-2(b^2+c^2)a^2+(b^2-c^2)^2 = . \quad (3)$$

اگر فرسنگیم  $x = a^2$  خواهیم داشت :

$$x^4-2(b^2+c^2)x+(b^2-c^2)^2 = .$$

که معادله ایست نسبت به  $x$  از درجه دوم و از روی آن  $x = a^2$  بصورت زیر حساب خواهد شد

$$x^2-a^2=b^2+c^2 \pm 2bc = (b \pm c)^2$$

و رابطه (۳) تجربه شده بصورت زیر در می‌آید .

۴- دو وتر  $AC$  و  $MP$  متوازینه و چون  $\beta$  وسط کمان  $AC$  میباشد وسط کمان  $MP$  نیز واقع است و نیزار زاویه  $MNP$  همواره از وسط کمان  $MP$  یعنی از  $\beta$  میگذرد

۵- در مثلث  $MNP$  مقدار زاویه  $M$  که مساوی  $60^\circ$  باشد و اندازه زاویه  $N$  نیز حاده است (از نصف اندازه کمان  $AC$  کوچکتر است) پس فقط زاویه  $P$  ممکن است قائم باشد و این در صورتی است که  $MN$  قطر دایره باشد و در اینحالت اندازه کمان  $AM$  برابر با  $30^\circ$  خواهد بود .

۶- اگر زاویه  $M$  را برابر با  $60^\circ$  در خلی بگیریم وقته که اندازه زاویه  $P$  دو برابر اندازه زاویه  $N$  باشد اندازه این زاویه ها بترتیب برابر  $80^\circ$  و  $40^\circ$  خواهد بود و در نتیجه اندازه کمان  $MP$  برابر با  $80^\circ$  و اندازه کمان  $\widehat{AM}$  برابر با  $20^\circ$  میباشد و جنایجه اندازه زاویه  $M$  را برابر  $120^\circ$  بگیریم زاویه های  $P$  و  $N$  بترتیب برابر با  $40^\circ$  و  $20^\circ$  بوده و از آنجا اندازه کمان  $AM$  برابر با  $80^\circ$  خواهد بود .

۷- ارتفاع  $AH$  از مثلث  $ABC$  از مرکز  $ABC$  میگذرد که از مرکز دایره خواهد گشته و  $H$  وسط خط  $BC$  میباشد . چون مثلث متساوی الاضلاع است مرکز دایره میجیست آن بر نعله تلقی میانه ها متنطبق بوده لذا  $OH$  برابر با نصف  $OA$  است و در مثلث  $ABH$  طبق قضیه فیثاغورس داریم :

$$AH^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad OA = \frac{a}{2}, \quad AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

از طرفی دو وتر  $PN$  و  $BC$  متساویند پس از مرکز بیک فاصله اند و فاصله  $PN$  از مرکز  $PN$  برابر خواهد بود باطلی  $OH$  و برابر خواهد بود با  $\frac{1}{3}AH$  و برابر است با  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

## کلاس چهارم ریاضی

**حل مسئله ۱۳** - ثابت کنید کنید که اگر  $1$

باشد خواهیم داشت .

$$\frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{zx+z+1} = 1$$

صورت و مخرج کسر دوم را در  $x$  و از کسر سوم دادر

خرب مینماییم

$$\frac{x}{xy+x+1} + \frac{xy}{xyz+xy+x} +$$

جگونه انتخاب شود که طول میانس MT می‌بینیم  
 MTO' طول مطلع  
 یا ماکریم باشد . در مثلث قائم الزاویه' MTO' از طول وتر کوچکتر است و طول جمله' TO' از مثلث برابر مقدار ثابت است . طول MT وقیع می‌بینیم خواهد بود که طول MO' می‌بینیم باشد و طول MT وقیع ماکریم است که طول MO' می‌بینیم باشد . و در مثلث MOO' داریم :

$$MO' < OO' + OM = OO' + OA = O'A$$

$$MO' > OO' - OM = OO' - OB = O'B$$

پسندی طول MO' وقیع می‌بینیم است که M برای B واقع باشد و وقیع ماکریم است که نقطه M بر نقطه A منطبق گردد .  
 ۲) درجه وضیعی از M اندازه زاویه TMO' ماکریم پسندی نیم می‌بینیم (دایره O' از نقطه M تحت زاویه ماکریم یا می‌بینیم رؤیت میشود) .

بنابراین انداده این اندازه را به  $\alpha$  نمایش دهیم داریم :

$$\sin \alpha = \frac{OT}{OM}$$

مقدار O'T سوت کسر ثابت است و هرچه مقدار O'M کوچک شود  $\sin \alpha$  و در تبیه مقداره بزرگ خواهد شد و هرچه O'M بزرگ شود مقدار  $\sin \alpha$  و در تبیه اندازه کوچک می‌گردد بنابراین وقیع M برای B واقع باشد مقداره ماکریم و وقیع M برای A واقع باشد مقداره می‌بینیم خواهد بود .

۳) اگر اندازه شاعر دایرة O برابر با  $a$  ، اندازه شاعر دایرة O' برابر با  $a$  و طول خطالرکزین برابر  $a$  باشد شاعر دایرة O'C نصف وتر OB است اندازه زاویه  $\alpha$  برابر با  $30^\circ$  خواهد بود . در مثلث قائم الزاویه ADO' داریم :

$$\sin \alpha = \frac{OD}{OA} = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \sqrt{2}$$

کلاس پنجم طبیعی

حل مسئله ۲۵- چهار نقطه A(۰، ۰)، B(۰، ۲)، C(-۲، ۰) و D(۰، ۲) داده شده است .  
 ۱- تعیین معادله خط AB :

$$[a^x - (b+c)^x][a^x - (b-c)^x] = 0$$

$(a+b+c)(a-b+c)(a-b-c)(a+b-c) = 0$   
 و از این رابطه نتیجه خواهیم گرفت که اگر رابطه (۲)  
 میان سه عامل  $a$  و  $b$  و  $c$  برقراریا شد یا مجموع این سه عامل  
 برایرا مغایر است و یا یکی از این سه عامل برایراست با مجموع  
 دو عامل دیگر .

باخ های صحیح رسیده : محمد رضا قیمی چهارم ریاضی  
 دیرستان دارالفنون - ابوالفضل بابوری چهارم ریاضی دیرستان  
 آزادآبادی - احمد داروئی چهارم ریاضی دیرستان فرشت ایران -  
 حسن چفیزاده چهارم ریاضی دیرستان دهانی خواسار .

حل مسئله ۲۶- بفرض اینکه  $x$  و  $y$  و  $z$  سه جمله متوالی  
 از ایک تصادع هندسی باشد ثابت کنیم که در ازاه مقادیر مختلف

عدد صحیح  $n$  خواهیم داشت :

$$(1) (x^n + y^n + z^n) = x^{n+1} + y^{n+1} + z^{n+1}$$

طرف اول رابطه دا عمل مینماییم . پس از اختصار ابر خواهد شد با :

$$(x^n + y^n + z^n)(x^n - y^n + z^n) = x^{2n} + 2xyz^n - y^{2n} + z^{2n} \quad (2)$$

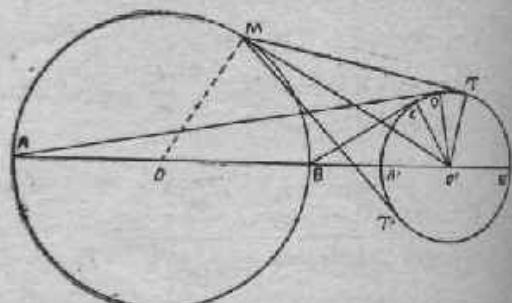
وچون  $x$  و  $y$  و  $z$  تصادع هندسی تشکیل میدهند داریم :  
 $y^n$  با  $z^n$  که چون در رابطه (۲) منتظر نباشیم  
 رابطه (۱) بدست میآید .

تبصیره - فرض کنیم رابطه (۱) برقرار باشد در تصویرت  
 میاد کی نتیجه خواهیم گرفت که  $y^n = x^n z^n$  اکنون دو حالت  
 در قدر میگیریم :

حالات اول - اگر  $n$  فرد باشد نتیجه خواهد شد  $y^n = xz$   
 پس  $x$  و  $z$  تصادع هندسی تشکیل میدهند .

حالات دوم - اگر  $n$  زوج باشد در تصویرت  $y^n = \pm xz$   
 جاییکه  $y^n$  باشد که  $x$  و  $z$  تصادع هندسی تشکیل خواهند  
 داد اما اگر  $y^n = -xz$  باشد در تصویرت  $x$  و  $y$  و  $z$  نسبتاً  
 به حمله متوالی از ایک تصادع هندسی باشند .

باخ های صحیح رسیده : ابوالفضل بابوری چهارم ریاضی  
 دیرستان آزادآبادی - محمد رضا قیمی چهارم ریاضی دیرستان دارالفنون .  
 حل مسئله ۲۷- دو دایره O و O' متقاطع از M و MT' می‌باشد  
 از هر دایره برداری مماسهای MT و MT' را بر دایره O و O' دست میکنیم .



واحد سطح

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 + \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \frac{62}{2}$$

$$\text{حل مسأله ۳۵ - بفرض } tg x = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}$$

و  $y = \sin 2x$  اثبات اینکه  $y \neq 0$  طرفین رابطه مفروض را در موردن تعمیل و در مخرج قرکب نسبت مینمائیم.

$$\frac{tg x + 1}{tg x - 1} = \frac{2\sqrt{1+y}}{2\sqrt{1-y}} = \frac{\sqrt{1+y}}{\sqrt{1-y}}$$

طرفین را پتوان ۱ میبرسانیم:

$$\begin{aligned} tg^2 x + 1 + 2tg x &= 1+y \\ tg^2 x + 1 - 2tg x &= 1-y \end{aligned}$$

طرفین را در موردن تعمیل و در مخرج ترکب نماییم:

$$\frac{tg^2 x}{2+2tg^2 x} = \frac{y}{2} \quad \text{با} \quad y = \frac{2tg x}{1+tg^2 x} = \sin 2x$$

بسخیای صحیح رسیده: فرخ پور حسن پنجم ریاضی دیبرسان  
ادب تهران - سد اشرف امجدی پنجم ریاضی دیبرسان رهنمایی تیران  
قرآن و زهور همراه ریاضی دیبرسان عرف تیران.

$$\text{حل مسأله ۳۶ - بفرض } a^2 - a \cos y = 1 - a \cos x \quad \text{و } (1-a) \neq 0 \quad \text{اثبات رابطه:}$$

$$\frac{tg^2 x}{2} - \frac{1+a}{1-a}$$

رابطه مفروض پس از اختصار بصورت زیر درمیآید:

$$a(1 - \cos x \cos y) = \cos y - \cos x$$

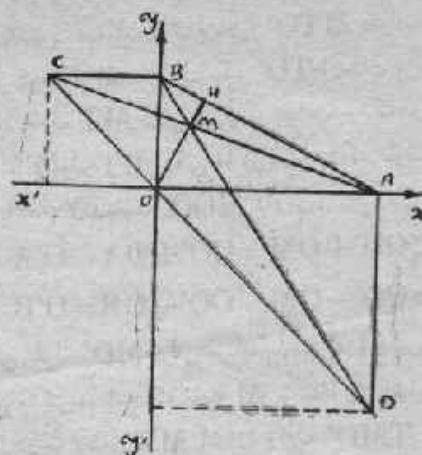
$$a = \frac{\cos y - \cos x}{1 - \cos x \cos y}$$

از تعمیل و قرکب نسبت در طرفین نتیجه حوالده است:

$$\frac{1+a}{1-a} = \frac{1 - \cos y \cos x + \cos y - \cos x}{1 - \cos y \cos x - \cos y + \cos x}$$

$$\frac{1+a}{1-a} = \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos y)}{(1 + \cos x)(1 - \cos y)}$$

$$\frac{1+a}{1-a} \cdot \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} : \frac{1 - \cos y}{1 + \cos y} = \frac{tg^2 x}{tg^2 y}$$



$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 0}{x - (-1)} = \frac{2 - 0}{0 - (-1)} = 2$$

$$(AB) : y = -\frac{1}{2}x + 2$$

(۲) تعیین معادله HO

$$m_{OH} = -\frac{1}{m_{AB}} = -2$$

معادله کلی خالی که بر مبدأه میگذرد بصورت  $y = mx$   
است پس معادله OH عبارت خواهد شد از:  $(OH) : y = 2x$

(۳) تعیین معادلات خطوط AC و BD و تعیین مختصات

M نقطه تلاقی آنها و تحقیق اینکه M بر OH واقع است.

$$(AB) : \frac{y - 0}{x - (-1)} = \frac{2 - 0}{0 - (-1)} \quad \text{با} \quad y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$(BD) : \frac{y - 2}{x - 0} = \frac{-2 - 2}{0 - (-1)} \quad \text{با} \quad y = -2x + 2$$

$$M \left\{ \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = -2x + 2 \end{array} \right. \quad -\frac{1}{2}x + 2 = -2x + 2$$

$$M \left( x = \frac{2}{3}, y = \frac{2}{3} \right)$$

و این مختصات در معادله OH مدقق میشوند یعنی ساخته OII، BD و ABCD متقابله.

(۴) تعیین مساحت چهارضلعی ABCD

$$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{AOB} + S_{BOC}$$

$$= \frac{1}{2} AO \cdot AD + \frac{1}{2} AO \cdot BO + \frac{1}{2} BO \cdot BC$$



**حل مسئله ۳۸** - اثبات اینکه عبارت  $(1 + \sin x)(1 + \cos x)$  معین کامل می‌باشد.

$$2(1 + \sin x)(1 + \cos x)$$

$$= 2 + 2(\sin x + \cos x) + 2\sin x \cos x$$

$$= 1 + 2(\sin x + \cos x) + (1 + 2\sin x \cos x)$$

$$= 1 + 2(\sin x + \cos x) + (\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x)$$

$$= 1 + 2(\sin x + \cos x) + (\sin x + \cos x)^2$$

$$= (1 + \sin x + \cos x)^2$$

### کلاس پنجم ریاضی

(حل مسائل مثلثات ضمن حل مسائل کلاس پنجم طبیعی درج شده است)

**حل مسئله ۳۹** - تعیین انشکه  $M(a, b)$  درجه ناحیه

از منحنه محورهای مختصات واقع باشد تا تابع

$$y = x + \sqrt{(2a+b)x^2 - 2(a-b)x + b}$$

متادیر  $x$  معین باشد.

تابع وقتی همواره معین است که نامساوی

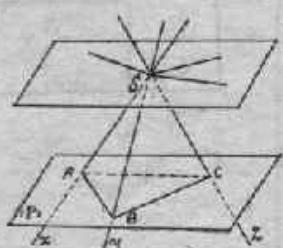
$$(2a+b)x^2 - 2(a-b)x + b > 0$$

درازاه جمیع مقادیر  $a$  و  $b$  برقرار باشد و برای این کار لازم و کافیست که داشته باشیم :

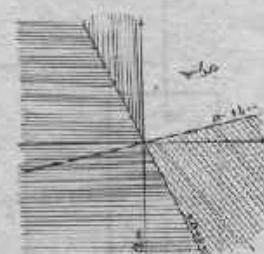
$$\begin{cases} 2a+b > 0 \\ (a-b)^2 - (2a+b)b < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a+b > 0 \\ a^2 - ab - a(b+2) < 0 \end{cases}$$

در منحنه محورهای مختصات  $'aa'$  و  $bb'$  خطوط معادلات  $2a+b=0$  و  $a-b=0$  و  $a=0$  رسم نموده تا نیمه های را که حواب نست هماهنگ می‌زنیم و آن ناحیه که هاشور نخوردده است حواب می‌باشد.



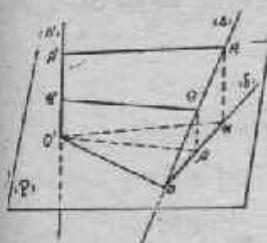
کنج سه وجهی  $Sxyz$  را در هر دو دو طبقه می‌گیریم برای الگاهی  $SC=SB=SA=Sz$  طولهای  $Sy$  و  $Sx$  را بترتیب جدا مینماییم شاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  مانند سطحه  $P$  تشکیل خواهد داد و در هر یک از مثلثهای متساوی الساقین  $SBC$  و  $SAC$  و  $SAB$  نیمساز زاویه خارجی با قاعده موازیست یعنی نیمساز عایز زاویه های خارجی دوبعدی بالاها که بترتیب با خطوط  $AB$  و  $BC$  و  $CA$  و  $z$  از صفحه  $P$  موازی هستند با صفحه  $P$  موازی بوده و در نتیجه خود در یک صفحه (موازی  $P$ ) واقعند.



پایان صحیح رسیده از: فرامرز ویرانی دانش آموز پنجم ریاضی  
دیرسان شرق - تهران

**حل مسئله ۴۱** - در مربع مستطیل  $ABCD$  با بعاد  $a$  و  $b$  از متواری الاشлаг  $KLMN$  را چنان محاط می‌کنیم که اضلاعش

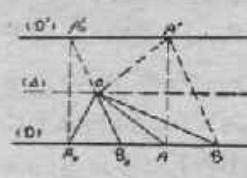
قطعه خط AB بسول ثابت بر ( $\Delta$ ) میلزد اگر  $A'$  و  $B'$  بترتیب تصاویر قائم A و B روی ( $\Delta'$ ) باشد . مقصود تعیین وضعی از



است که درازاه آن AB است  $AA' + BB'$  می تهم باشد .  
فرض کنیم P منتهای باشد که بر  $O'$  عمود مشترک دو خط متانفر ( $\Delta$ ) و ( $\Delta'$ ) گذشته و بر  $(\Delta')$  عمود باشد

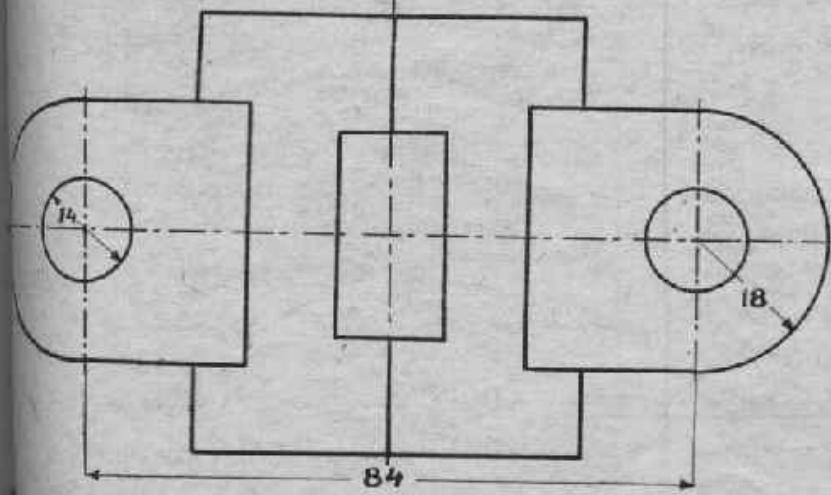
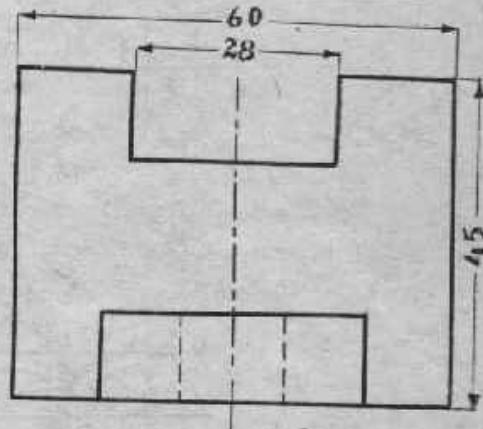
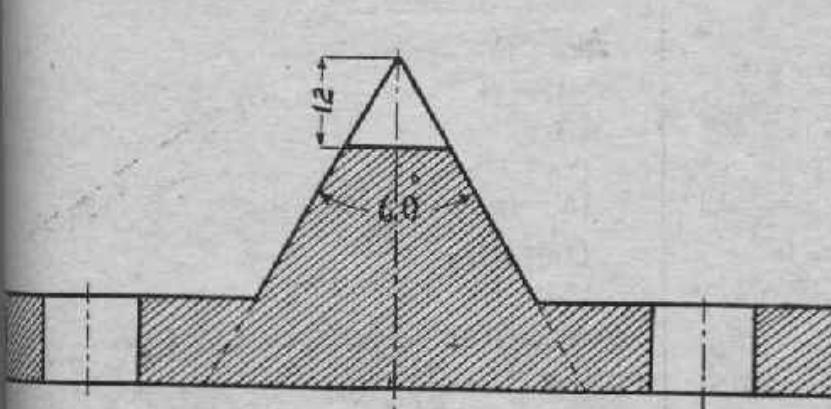
اگر ( $\delta$ ) تصویر ( $\Delta$ ) و  $\alpha$  و  $\beta$  بترتیب تصاویر A و B بر صفحه باشد (تصاویر  $A'$  و  $B'$  بر  $O'$  واقع خواهد شد) چون طول AB ثابت است طول  $\beta$  بر ثابت خواهد بود و چون  $AA' + BB' = O'\beta = O'\alpha = AA'$  وقتی هی نسبت خواهد بود که  $O'\alpha + O'\beta$  می تهم باشد و تابع مسئله ۴ این متدار وقتی می تهم خواهد بود که تصویر  $O'$  بر ( $\delta$ ) که همان نشانه O خواهد بود در وسط  $\alpha\beta$  واقع باشد که در این حالت O وسط AB نیز خواهد بود . نتیجه آنکه  $AA' + BB'$  وقتی می تهم است که پای عمود مشترک بر وسط AB واقع باشد .

**حل مسئله ۴۳ - خط ثابت (D)** نقطه ثابت O واقع در خارج آن مفروض است AB قطعه خطی است باخطول ثابت که بر روی ( $\Delta$ ) میلزد . وضعی از AB را باید تعیین کرد که درازاه آن مجموع طولهای OA+OB می تهم باشد .



فرض کنیم ( $\Delta$ ) خطی باشد که از O بموازات ( $\Delta$ ) رسم شده است و ( $\Delta'$ ) فرنیه ( $\Delta$ ) و  $A'$  فرنیه  $A$  باشد .  
بر  $A'$  واقع است و وقتی که بر AB داریم بلزد  $\Delta'$  بر  $(\Delta')$  حرکت خواهد نمود . در مثلاً  $A'OB$  داریم  $OB + OA' > \Delta'B$  و توجه میشود که می تهم  $OA + OB$  با  $OA' + OB$  وقتی است که  $OA + OB$  در امتداد یکدیگر واقع شوند که در این حالت  $O$  بر B و وضع A و  $A'$  و وضع  $(\Delta')$  مثلاً  $OA' + OB$  متساوی المثلین خواهد بود (یعنی  $\alpha = \beta$ ) . نتیجه آنکه AB که بر ( $\Delta$ ) میلزد وقتی  $OA + OB$  می تهم خواهد بود که عمود منصف AB از نقطه O بگذرد با تصویر O بر  $(\Delta')$  بر وسط AB واقع شود .

**مسئله ۴۴ - دو خط متانفر ( $\Delta$ ) و ( $\Delta'$ ) مفروض است**



دیرستان هدف شماره پنجم	وزن کنندۀ اوزن گزی
طریق:	نمود ریاضی یک

**حل مسئله ۴۵ -** رسم فنی تصویر قائم مخلع (برش) AA ، تصویر افقی و نیم خیچه شکل داده شده (واحد میلیمتر ، مقاس  $\frac{1}{2}$ )

## کلاس ششم طبیعی

حل مسئله ۵۹ - حل معادله

$$\cos 2x = \cos x - \sin^2 x + 1 = .$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 - \sin^2 x + 1 = \cos^2 x$$

پس معادله چنین میشود

$$2\cos^2 x - 1 - \cos x + \cos^2 x = .$$

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = .$$

$$\text{از این معادله ریشه های } \frac{1}{2} = \cos x \text{ بودست میآید}$$

$$\text{اگر } \frac{1 - \sqrt{12}}{2} = \cos \beta \text{ و } \frac{1 + \sqrt{12}}{2} = \cos \alpha$$

اختصار کتب حواهیم داشت

$$x = 2K\pi + \alpha \text{ و } x = 2K\pi + \beta$$

پاسخ صحیح رسیده: فرخ بور حسن پنجم ریاضی دبیرستان

ادب تهران

حل مسئله ۵۰ - حل معادله زیر و تعیین جوابهای بین

مرد و زن از آن

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)} = 2 - \sqrt{2}$$

ظرفین معادله را در مخرج قرکب و در صورت تضليل  
نیت مینمائیم:

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)} = \frac{1 - 2 + \sqrt{2}}{1 + 2 - \sqrt{2}}$$

فریک از عبارتهای سودت و مخرج کسر اول را با حل شرب  
تبیل مینمائیم.

$$\frac{2\cos\frac{\pi}{4}\sin 2x}{2\sin\frac{\pi}{4}\cos 2x} = \frac{\sqrt{2} - 1}{3 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}$$

پس از اختصار ظرفین خواهیم داشت

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$$

$$2x = K\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{K\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$$

حل مسئله ۵۲ - تابع  $y = 4x^3 - 2x^2 - 2x + 1$

مقدار میتوانست:

۱) تحقیق اینکه منحنی (c) نمایش هندسی تابع محصور  $x^3$  را در یک نقطه بطور ۱ و در دو نقطه دیگر قطع نمیکند.  
در ازای  $x = 1$  برای  $y$  مقدار  $0 = y$  بودست میآید. پس  $x = 1$  یک جواب از معادله  $= 1 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$  میباشد  
و برای تعیین جوابهای دیگر معادله عبارت طرف چپ را بر  
۱ -  $x - \frac{1}{x}$  تقسیم مینماییم که نتیجه خواهد شد.

$$4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = (x - 1)(4x^2 + 2x - 1) = .$$

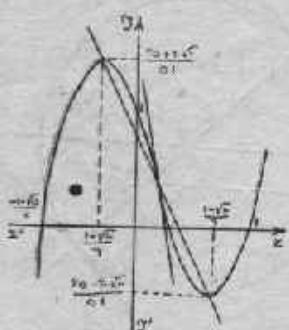
$$\text{برای معادله جوابهای } 1 = x \text{ و } \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4} = x \text{ بودست}$$

وقتیچه میشود که منحنی (c) در سه نقطه بالین طراحتاً محصور  $x^3$  را قطع نمیکند.

۲) رسم جدول و منحنی (c) با واحد ۳ ماتریمتر

$$y' = 12x^2 - 4x - 2 \quad y' = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -\infty & -\frac{1-\sqrt{10}}{6} & \frac{1-\sqrt{10}}{6} & 0 & \frac{1+\sqrt{10}}{6} & \frac{1+\sqrt{10}}{6} & +\infty \\ \hline y' & + & - & 0 & - & 0 & + & + \\ \hline y & -\infty & \nearrow & \searrow & \searrow & \nearrow & \nearrow & +\infty \\ \hline \end{array}$$



۳) دارایم:

$$x_p = \frac{x_m + x_n}{2}$$

$$y_p = \frac{y_m + y_n}{2}$$

و نتیجه خواهد شد.

$$x_p = \frac{1}{4}, \quad y_p = \frac{25}{54}$$

و این مختصات در معادله تابع مدقق میکند پس نقطه P بر منحنی (c) واقع است.

یک راه آنکه چون مماس بر شعاع  $CM$  عمود است پس ضریب زاویه آن عکس قرینه ضریب زاویه  $MC$  میباشد و داشته  $m_{MC} = -1$  پس ضریب زاویه مماس بر ابر  $1$  میباشد راه دیگر استفاده از مشتق است: مشتق تابع فوق عبارت میشود از

$$y' = \frac{-x+4}{y}$$

و چون در رابطه مشتق بخای  $x$  و  $y$  مختصات نقطه  $M$  را فرار دهیم ضریب زاویه مماس بر ابر  $1$  بدست میآید.

## کلاس ششم ریاضی

### حل مسئله ۵۹

اثبات اینکه درازاء عده مقادیر  $m$  خط سعادله  $4x - y = 8m$  بر منحنی تابع  $y = x^2 + 2(2-m)x - 8mx$  مماس است و تبیین معادله مکان هندسی نقطه نماس. تبیین  $m$  برای اینکه نقطه نماس مرکز تقارن منحنی باشد و رسم منحنی و خط در این حالت: (تذکر: معادله تابع بصورتی که در شماره اول چاپ شده است انتها است و ضریب پرانتز جمله درجه دوم باید هشت باشد نه هفتی)

$$\begin{cases} y = x^2 + 2(2-m)x - 8mx \\ y = 8m - 4x \end{cases}$$

$$x^2 + 4x^2 - 2mx^2 - 8mx = 8m - 4x$$

$$x(x^2 + 4x + 4) - 4m(x^2 + x + 4) = 0$$

$$(x+2)^2(x-2m) = 0$$

و چون این معادله درازاء جمیع مقادیر  $m$  دارای دو ریشه متعاقب  $x_1 = -2$  و  $x_2 = 2m$  میباشد پس خط و منحنی درازاء جمیع مقادیر  $m$  در نقطه بطول  $2$  — بر یکدیگر مماسند. مختصات نماس عبارت خواهد شد از:

$$x = -2 \quad y = 8m + 8$$

و مکان هندسی نقطه نماس خط بمعادله  $x = -2$  میباشد.

راه دیگر: مشتق تابع را تبیین نموده بر ابر  $1$  با

ضریب زاویه خط مفروض فرار میدهیم:

$$y' = 2x^2 + 4(2-m)x - 8m = -4$$

$$4x^2 + 4(2-m)x - 8m + 4 = 0$$

که این معادله درازاء جمیع مقادیر  $m$  دارای ریشه ثابت  $x = -2$  میباشد. برای اینکه نقطه نماس مرکز تقارن منحنی باشد کافیست که  $x = -2$  ریشه مشتق دوم تابع باشد (بر اینه که مشتق دوم عطف منحنی قابع درجه سوم مرکز تقارن آن میباشد) کافیست که  $x = -2$  ریشه کوکاوند داشته باشد این را میتوان از

$$-16 + 8 - 4m = 0 \quad m = -1$$

درازاء  $m = -1$  معادله خط و منحنی بصورت

$$x^2 + y^2 - 8x = 0 \quad x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

۴) تبیین معادله مماس بر منحنی (c) در نقطه  $P$ : ضریب زاویه مماس بر منحنی بر ابر است با مقدار مشتق تابع درازاء طول نقطه نماس

$$m = y' \Big|_{x=1} = -\frac{1}{2}$$

$$y - y_1 - m(x - x_1) \quad y - \frac{25}{54} = -\frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{55}{54}$$

حل مسئله ۵۴: دایره (c) بسادله  $x^2 + y^2 - 8x = 0$  و نقطه  $(1, -\frac{25}{54})$  مفروض است

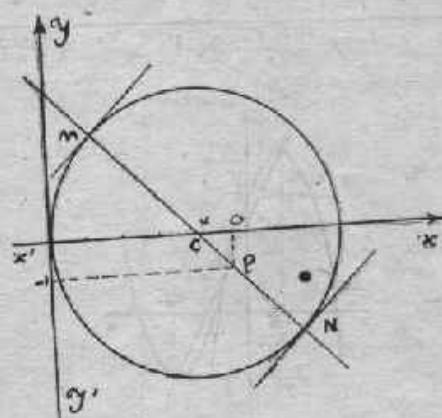
(1) رسم دایره (c)

$$x^2 + y^2 - 8x = 0 \quad x^2 - 8x + 16 - 16 + y^2 = 0$$

$$(x-4)^2 + y^2 = 16$$

مختصات مرکز عبارت است از  $(4, 0)$  و شعاع  $C(x-4)^2 + y^2 = 16$  مساویست با  $R = 4$

(2) تبیین زاویه خط  $PC$  یا  $\Delta$  با محور  $x'$ :



$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{-1 - (-\frac{25}{54})}{0 - 4} = \frac{1}{2}$$

$$m = \tan \alpha = \frac{1}{2} \quad \alpha = 135^\circ$$

(3) تبیین مختصات  $N$  و  $M$  نقاط تلاقی خط  $PC$  با دایره

$$(1): y - y_1 - m(x - x_1) \quad y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$(2): y = -x + 4$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 8x = 0 \\ x^2 + (-x + 4)^2 - 8x = 0 \end{cases}$$

$$2x^2 - 16x + 16 = 0 \quad x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$M(x = 4 + 2\sqrt{2}, y = 2\sqrt{2})$$

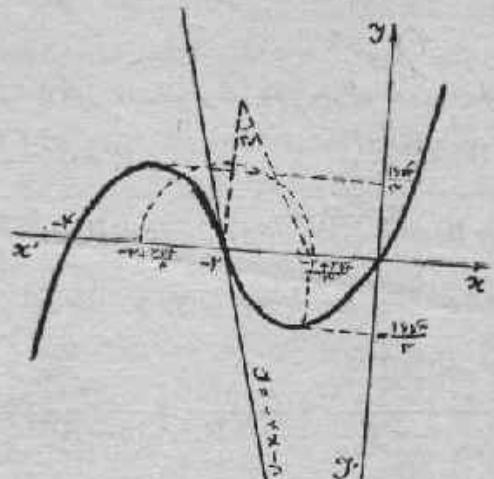
$$N(x = 4 - 2\sqrt{2}, y = -2\sqrt{2})$$

(4) برای تبیین ضریب زاویه مماس بر دایره در نقطه  $M$

و جدول و منحنی بشرح زیر خواهد بود

$$y' = 2x^3 + 12x + 8$$

$x$	$-\infty$	$-4$	$\frac{-4-2\sqrt{17}}{2}$	$-2$	$\frac{-2+2\sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
$y'$	+	.	-	.	+	
$y$	$-\infty$	$\sqrt{\frac{17}{4}}$	0	$\sqrt{\frac{17}{4}}$	$+\infty$	



حل مسأله ۶۰- تابع  $y = x^4 - 6x^2$  مفروض است  
(۱) رسم منحنی (C) تابع هندسی

$$y' = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3)$$

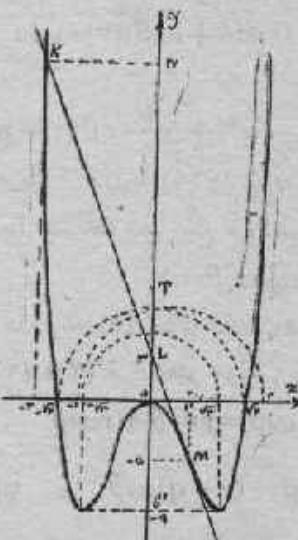
$$y' = 0 \Rightarrow x = 0, \pm\sqrt{3}$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 0, \pm\sqrt{3}$$

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$0$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
-----	-----------	-------------	-------------	-----	------------	------------	-----------

$4x$	-	-	-	+	+	+	+
$x^2 - 3$	+	+	-	-	+	+	+
$y'$	-	-	+	+	-	+	+

$y$	$+\infty$	$\cdot$	$\cdot$	$-9$	$0$	$-9$	$+\infty$
-----	-----------	---------	---------	------	-----	------	-----------



۲) برای تعیین مختصات نقاط عطف، ریشه‌های مشتق ثانی را بدست می‌آوریم :

$$y'' = 12x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

مختصات  $M$  نقطه عطف باطول مشت برابر می‌شود با  $M(x=1, y=-5)$  معادله خط  $(\Delta)$  مماس بر منحنی در  $M$  عبارت می‌شود از:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad \text{یا} \quad y + 5 = -8(x - 1)$$

$$(\Delta) : y = -8x + 3$$

مختصات نقاط تلاقی  $(\Delta)$  و  $(C)$  را بدست می‌آوریم

$$\begin{cases} y = x^4 - 6x^2 \\ y = -8x + 3 \end{cases} \Rightarrow x^4 - 6x^2 + 8x - 3 = 0$$

و چون  $x = 1$  ریشه مکرر مرتبه سوم این معادله است

(حراء) عبارت طرف اول معادله را با تقسیم بر  $(x-1)^2$

تجزیه می‌نماییم :

$$x^4 - 6x^2 + 8x - 3 = (x-1)^2(x+3) = 0$$

ریشه  $x = -3$  طول  $K$  نقطه تلاقی دیگر  $(\Delta)$  با  $(C)$  می‌باشد

(۲) اگر  $S'$  تصویر نقطه  $S$  بازس می‌نماییم منحنی پس محور

و  $K'$  تصویر  $K$  بر این محور  $L$  نقطه تلاقی  $(\Delta)$  با  $S'$  و  $K'$  قریب  $T$  نسبت به  $O$  باشد داریم :

$$S(0, -27), T(0, 9), K'(0, 9), S'(0, 9)$$

رابطه  $OS' = OT = OL \cdot OK$  محقق بوده دیگر

می‌کند که چهار نقطه  $S$  و  $T$  و  $K'$  و  $S'$  توزیع توافقی تشکیل میدهند.

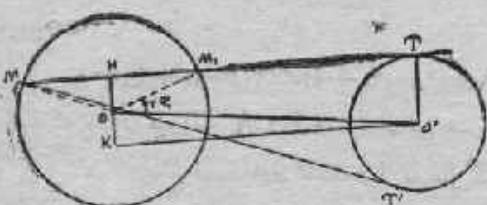
تیخ صحیح رسیده از: جواه استواره شده ریاضیه رسیده  
خرداد فخران

حل مسأله ۶۳- دو دایره متداخل  $(O'R)$  و  $(O'R')$

با ساخت المتر گرین چلول  $a = OO'$  مفروض است نقطه  $M$  بر

محیط دایره  $O'R$  حرکت می‌کند و راوه  $OM$  با  $O'R'$  برایبر است

$$\triangle OOO' = 24^\circ$$



۱) اگر  $M_1$  و  $M_2$  نقطه مقادیر  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  از  $\varphi$  باشد

این اینکه شرط لازم و کافی برای آنکه  $M_1, M_2$  بر دایره  $O'R'$

مماس باشد آنست که :

$$(a - R) \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - (a + R) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + R' = 0 \quad (1)$$

اگر فرض کنیم  $x = y \cos \varphi_1 = y \sin \varphi_1 = R' \sin \varphi_1$  دستگاه زیر را خواهیم داشت :

$$\begin{cases} (a - R) \cos \varphi_1 \cdot x - (a + R) \sin \varphi_1 \cdot y + R' = \\ (a - R) \cos \varphi_1 \cdot x - (a + R) \sin \varphi_1 \cdot y + R' = \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

از دو معادله اول دستگاه برای  $x$  و  $y$  جوابهای زیر بدست می‌آید

$$x = \frac{R' \sin \varphi_1 + \varphi_1}{(a - R) \cos \varphi_1 - \varphi_1} \quad \text{و} \quad y = \frac{R' \sin \varphi_1 + \varphi_1}{(a + R) \cos \varphi_1 - \varphi_1}$$

وچون این مقادیر  $x$  و  $y$  را در معادله سوم دستگاه قرار دهیم :

$$\frac{R' \sin \varphi_1 + \varphi_1}{\cos \varphi_1 - \varphi_1} \left[ \frac{1}{(a + R)^2} + \frac{1}{(a - R)^2} \right] = 1$$

$$\frac{\sin \varphi_1 + \varphi_1}{\cos \varphi_1 - \varphi_1} = \frac{(a^2 - R^2)^2}{2R'^2(a^2 + R^2)}$$

$$\frac{1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)}{1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{(a^2 - R^2)^2}{2R'^2(a^2 + R^2)}$$

چنانچه صورت و مخرج کسر طرف اول را بسط داده و رابطه را مرتب نمائیم خواهیم داشت :

$$[(a^2 - R^2)^2 + 2R'^2(a^2 + R^2)] \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + [(a^2 - R^2)^2 - 2R'^2(a^2 + R^2)] \times \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + (a^2 - R^2)^2 - 2R'^2(a^2 + R^2) = 0$$

**حل مسئله ۶۴** - اثبات اینکه از روابط (۱)

$$\sin \alpha + \cos \alpha = r(\sin \beta + \cos \beta) \quad (۳) \quad \text{و} \quad \cos \alpha = q \cos \beta \quad (۴)$$

نتیجه خواهد شد .

$$(p - r)^2(1 - q^2) + (q - r)^2(1 - p^2) = 0$$

طرفین هر دو از روابط (۱) و (۲) را بتوان ۲ دسانده و تساویهای حاصل را عضو بعضو باهم جمع می‌کنیم نتیجه خواهد شد

$$p \sin^2 \beta + q \cos^2 \beta = 1 \quad (۵)$$

وچنانچه در رابطه (۳) بخای  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  مقادیر شان را از روی روابط (۱) و (۲) قرار دهیم خواهیم داشت :

$$p \sin \beta + q \cos \beta = r \sin \beta + r \cos \beta$$

$$(p - r) \sin \beta = (r - q) \cos \beta \quad \text{یا} \quad \tan \beta = \frac{r - q}{p - r} \quad (۶)$$

رابطه (۶) را مبنوانیم چنین بنویسیم :

از  $OZ$  عود  $OH$  را برداشت  $M_1 M_2 O'$  خطي موادی با  $M_1 M_2$  دسم می‌کنیم که  $OH$  را در  $K$  قطع می‌کند .  $OH$  میباشد در نتیجه :

$$O' OH = \frac{1}{2}(O' OM_2) + O' OM_1 = \frac{1}{2}(2\varphi_1 + 2\varphi_2) = \varphi_1 + \varphi_2$$

برای اینکه  $M_1 M_2$  برداشت  $O'$  معاكس باشد لازم و کافست که زاویه  $O' TM$  قائم باشد (T نقطه برخورد  $KO'TH$  با دایره  $O'$ ) و در این صورت چهارضلعی  $M_1 M_2$  مستطیل بوده و در نتیجه :

$$OK - |OH - KH| = |OH - OT| - |OH - R'|$$

و در مثلث قائم الزاویه  $OHM$  مبنوانیم بنویسیم :

$$OH = OM_2 \cos \frac{\varphi_2}{2} = R \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

و نتیجه میشود :

$$OK = |R \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - R'|$$

و در مثلث قائم الزاویه  $OO'K$  مبنوانیم بنویسیم :

$$OK = \overset{\wedge}{OO'} \cdot \overset{\wedge}{O'OK} = \pm \overset{\wedge}{OO'} \cos(O' OH)$$

علامت + برای وقتی است که K بین O و H باشد  
علامت - برای وقتی که K خارج O و H باشد اما در هر حال خواهیم داشت :

$$R \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - R' = \cos(\varphi_1 + \varphi_2)$$

وچون این رابطه را بسط داده و مرتب نمائیم رابطه (۱) حاصل خواهد شد .

(۲) از نقطه  $M_2$  ماس دیگری  $(M_2 T')$  برداشت  $O'$  رسم میشود . این ماس دایره  $O$  را در  $M_2$  قطع می‌کند اگر  $q_2$  مقدار قطب  $M_2$  باشد باید نسبت کنیم که بین  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  رابطهای بصورت :

$$A \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + B \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + C = 0$$

برقرار است که در آن عوابت A و B عبارتی برحسب  $R$  و  $R'$  میباشد . بنابر قسست اول مسئله وبا درنظر گرفتن رابطه (۱) وقتی که  $M_1 M_2$  برداشت  $O'$  معاكس باشد خواهیم داشت :

$$(a - R) \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - (a + R) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + R' = 0 \quad (۷)$$

و کافست که بین رابطهای (۱) و (۷) زاویه  $\varphi_2$  را حذف نمائیم

**حل مسأله ۷۰.** تبیین کوچکترین عدد درست مثبتی که چون آن خوبین رقم به سمت راست آن به سمت چپ ببرد شود عدد حاصل  $\frac{3}{2}$  عدد اول باشد.

عدد مطلوب را  $x$  و رقم است داشت آنرا  $x$  و شماره دمکان عدد را  $y$  مینامیم داریم  $x = 10y + N$  که  $x$  و  $y$  اعداد درست مثبت بوده  $9 \leq y \leq 9$  میباشد. اگر رقم  $x$  را سمت چپ عدد  $N$  بنویسیم عدد حاصل بصورت  $y + 10^m x + y$  خواهد بود و بنابراین داریم  $(x + y) - (10y + N) = 10^m$  و پس از اختصار خواهیم داشت:

طرف اول رابطه برخی بخش پذیر است و چون عبارت داخل پرانتز را دوست داریم باع متباین است بنابراین  $x$  باید مضربی از ۴ باشد و چون معمود تبیین کوچکترین عدد میباشد  $x$  را حداقل برابر با ۴ انتخاب میشانیم و قبیحه خواهد شد.

طرف دوم باید مضربی از ۷ باشد و کوچکترین عدد قابل قبول برای  $n$  عدد ۵ میباشد و درازه  $5 - n$  خواهیم داشت.

$$N = 285714 \quad \text{و} \quad y = 28571$$

یعنی صحیح تبیین از: سید صیاد الدین عولا: میل ششم ریاضی دیستان امیر کیمیر توپرگان.

**حل مسأله ۷۱.** تبیین عدد سه رقمی که درستگاه بینای تصویر  $abc$  و درستگاه بینای ۹ بصورت  $cba$  نوشته شود.

$$(abc)_9 = (cba)_3 \quad \text{و} \quad b < 2$$

$$49a + 7b + c - 81c + 9b + a$$

$$48a = 80c + 2b$$

$$24a = 40c + b \quad \text{و} \quad b = 24a - 40c$$

چون  $40c$  و  $b$  هردو بر ۸ قابل قسمت هستند پس باید

تفاضل آنها یعنی  $b$  نیز بر ۸ قابل قسمت باشد و چون  $b < 2$  است لذا  $b$  فقط ممتواند برابر با صفر باشد  $b = 0$  و قبیحه میشود

لذا  $a = 40c$  یا  $3a = 5c$  و چون ۵ حاصل ضرب  $3 \times 5$  را میشود و با ۳ اول است پس  $a$  را خواهد شمرد یعنی  $a = 5$  و  $c = 3$

و عدد مطلوب عبارت خواهد شد از:

$$(305)_9 = 248$$

پاسخیای رسیده از: عرفی کاووس ششم ریاضی دیستان دکتر شیشه و اروزان علوفیان ششم ریاضی دیستان کوشش - جواب استوار زاده ششم ریاضی دیستان خرداء.

**حل مسأله ۷۲.** دریک تقسیم اگر خارج قسمت بهریک از جمله های مقسوم و مقسوم علیه افزوده شود خارج قسمت تغییر نکرده مانده با اندازه  $306$  واحد کم می گردد. مطلوب تعیین خارج قسمت است.

$$P^2 \cdot \frac{1}{1+\cotg\beta} + q^2 \cdot \frac{1}{1+\tg\beta} = 1$$

و چون در این رابطه بخای  $\cotg\beta$  و  $\tg\beta$  مقادیر شان را از روی رابطه (۵) فرازدھیم پس از اختصار و اعمال لازم رابطه مطلوب بدست خواهد آمد.

حل از: حد ضایاء الدین هولانا دانش آموز سال شنبه یازدهم دیستان امیر کیمیر توپرگان.

**حل مسأله ۷۳.** اثبات اینکه معادله  $m \sin x \pm \cos x = m$  عواماً دارای سه جواب در فاصله  $(\pi/2, \pi)$  بوده و تعیین مقدار  $m$  برای آنکه سه جواب متناسب متساوی الاخلامی در دایره مثبتی تشکیل دهد.

معادله را بر حسب  $t = \frac{x}{2}$  مینویسیم که پس از اختصار جوابیم داشت:

$$(m \pm 1)t^2 - 2mt + m \mp 1 = 0$$

$$t_1 = \frac{m-1}{m+1}, \quad t_2 = 1, \quad t_3 = \frac{m+1}{m-1}$$

و  $t_4 = \frac{m+1}{m-1}$  و تغییر آن برای معادله مفروض خواهیم داشت:  $m \neq \pm 1$

$$x_1 = 2K\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{و} \quad x_2 = 2K\pi + 2\arctg \frac{m-1}{m+1}$$

$$x_3 = 2K\pi + 2\arctg \frac{m+1}{m-1}$$

و درازه جمیع مقادیر  $m$  جوابها قابل قبول بوده برای آنها به مقدار متمایز در فاصله  $(\pi/2, \pi)$  وجود دارد (باستثناء  $m = 0$  که در این حال  $x_3 = x_4$ ) و برای آنکه سه جواب متناسب متساوی

الاضلاع تشکیل دهند باید  $x_1 = \frac{7\pi}{6}$  و  $x_2 = \frac{11\pi}{6}$  باشد و در این صورت:

$$t_4 = \tg \frac{7\pi}{12} = -\cotg \frac{\pi}{12} \quad \text{و} \quad t_3 = \tg \frac{11\pi}{12} = -\tg \frac{\pi}{12}$$

بوده و خواهیم داشت:

$$\frac{m+1}{m-1} = -(2 - \sqrt{2})$$

$$\frac{m-1}{m+1} = -(2 + \sqrt{2}) = \frac{-1}{2 - \sqrt{2}}$$

و بالاخره برای  $m$  مقدار  $m = -\frac{\sqrt{2}}{3}$  بدست میآید

در تقسیم درازاء هر واحد که به مقسم افزوده شود مانند  
یک واحد زیاد می‌گردد و درازاء هر واحد که به مقسم علیه  
اضافه شود مانند بازدازه سارچ قسمت کم می‌گردد حال وقی که  
خارج قسمت را که آنرا  $q$  می‌نامیم هم به مقسم وهم به مقسم  
علیه افزوده باشیم مانند بازدازه  $q$  واحد زیاد و بازدازه  $q$   
واحد کم شده روی قسمت بازدازه  $-q$  واحد کم می‌گردد بنابراین  
داریم :

$$q' - q = 306$$

$$q(q - 1) = 306$$

و کافیست دو عدد متولی چنین تعیین کنیم که حاصل  $-$   
ضرب آنها  $306$  باشد اما با استفاده از تجزیه  $12 \times 12 = 144$  می‌باشد.

پاسخ رسیده از جواب استوار زاده ششم ریاضی دبیرستان خرد امیریان

**حل مسئله ۷۳** - در یک تقسیم اگر يك صفر بین ارقام

دھگان و سدگان مقسوم فراز دھیم مانند تقسیم ۷۴ واحد کم  
کم شده و يك رقم ۲ بسته راست خارج قسمت اضافه میشود.

چنانچه در تقسیم جدید هم يك صفر بین ارقام دھگان و سدگان

فرار دھیم (مانند تقسیم دوم) بازدازه  $162$  واحد زیاد شده  
و خارج قسمت (خارج قسمت تقسیم دوم) ده برابر میگردد.

مطلوب تعیین خارج قسمت میباشد.

رقم دگان مقسوم را  $u$  رقم دھگان آنرا  $d$  و شماره سدگان  
آنرا  $C$  مقسوم علیه را  $b$  خارج قسمت را  $q$  و باقیمانده تقسیم  
را  $r$  اختیار میکنیم خواهیم داشت.

$$(1) \quad 100C + du = bq + r$$

اگر يك صفر بین رقم های دھگان و سدگان مقسوم فراز دھیم  
مقسوم بصورت  $100C + du$  درآمده و بازدازه  $C = 900$  زیاد  
میشود و در این حال خارج قسمت  $q$  بصورت  $q = 10q + 2$  و  $q = 10q + 2$   
مانند  $2$  بصورت  $74 = 2$  تبدیل میشود. میتوان گفت خارج  
قسمت تقسیم اول بازدازه  $9q + 2$  و مقسوم بازدازه  $900C + 73 = 900C + 73$   
زیاد شده است بنابراین خواهیم داشت.

$$(2) \quad 900C + 74 = (9q + 2)b$$

محضداً يك صفر بین رقم های دھگان و سدگان مقسوم  
فرار میدهیم خواهد شد  $1000C + du$  و از مقسوم تقسیم  
دوم بازدازه  $C = 900$  زیادتر میباشد در این حال خارج قسمت  
 $2 + 10d = 20$  ده برابر ده برابر و چون باقیمانده تقسیم دوم بازدازه  
 $90q + 18$  زیاد میگردد و چون باقیمانده تقسیم دوم بازدازه  
 $162$  واحد زیاد شده است پس خواهیم داشت:

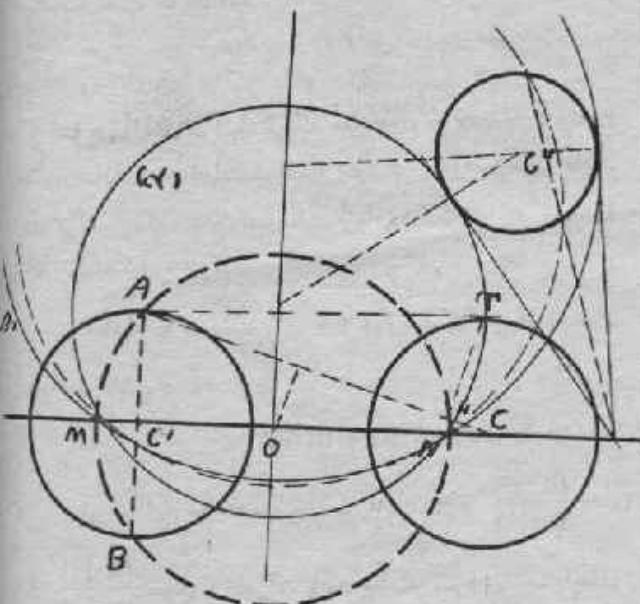
$$(3) \quad 900C - 162 = (9q + 18)h$$

چنانچه طرفین رابطه (۲) را دنبال ایم نموده و از طرفین  
آن طرفین رابطه (۳) را عضو به عضو کم نهایم نتیجه میشود:

$$h = 451 \text{ و } b = 902$$

پاسخ صحیح رسیده از: جواب استوار زاده ششم ریاضی دبیرستان  
خرداد تبریز

**حل مسئله ۷۸** - دایره  $(C)$  و  $(C')$  و  $(C'')$  مفروض  
است دایره های رسم شود که بر دایره  $(C)$  عمود بر دایره  $(C')$   
شده عود و بر دایره  $(C'')$  مماس باشد.



بنابراین مسئله ۷۷ که حل آن در شماره دوم مجله درج گردید  
جمعیت دوایری که بر دایره  $(C)$  عمود و بر دایره  $(C')$  شده عود شده  
خطا مرکزین را در دو نقطه تابعه مانند  $NM$  قطع می‌کنند پس  
اگر دایره های رسم کنیم که بر دایره  $(C)$  عمود و بر دایره  $(C')$  شده  
عمود باشند اثبات آن با خطای مرکزین نقاط  $N$  و  $M$  بدست خواهد  
آمد. برای رسم این دایره های مرکزی از دایره  $(C')$  مانند  $AB$  داریم  
میکنیم ( برای سادگی  $AB$  عمود بر  $ee'$  اختیار شده است )  
میان  $AT$  را بر دایره  $(C)$  ( رسم مینماییم خطی که  $AT$  را  
نصف کرده و بر  $AC'$  عمود باشد مکان هندسی هر اگر دوایری  
است که بر  $A$  گذشته و بر دایره  $(C)$  عمود میباشد و  $O$  نقطه  
تلاقی این خط با  $CC'$  مرکز دایره ایست که بر دایره  $(C)$  عمود  
و بر دایره  $(C')$  شده عمود داشت و این دایره خطای مرکزین  $CC'$   
را در دو نقطه  $NM$  قطع می‌کند. اکنون مسئله منجر شده  
است بانکه دایره های دویم کنیم که بر دو نقطه  $NM$  بگذرد و  
بر دایره  $(C'')$  مماس باشد ( شرح رسم این دایره دو کتابهای  
درس هندسه متدرج میباشد ) روی شکل دایره های  $(\alpha)$  و  $(\beta)$   
حوالهای مسئله اند.

**حل مسئله ۸۱** - ( مطلب اپوری که رسم شده است ).  
۱. پس از تعیین  $82$  خط از  $H$  رسم میکنیم که با محور  
اکسر زاویه  $60^\circ$  بسازد. این خط امتداد  $ak$  خواهد بود.  
را عمود بر امتداد  $ao$  و بطول  $8$  رسم نموده از  $k$  خطی  
رسم میکنیم که با  $ak$  زاویه  $30^\circ$  بسازد که این خط امتداد  $ao$

را قطع کرده نقطه ۰ بست می‌اید.

$$(ao = ak \cdot 45^{\circ} = 8\sqrt{2})$$

۲- اگر پای عمود مرسوم از A بر اثر صفحه P داشتیم  $AH = AH'$  و اختلاف رقوم عای نقاط  $A$  و  $A'$  برابر است با ۳ در تبعه  $4 - ah$  بست می‌اید و تصویر  $AH$  یعنی  $AH'$  بر تصور این صفحه عمود خواهد بود بنابراین اگر از ۵ مسافر بر دایره بزرگ  $a$  و بشعاع  $4$  رسم کنیم تصویر اثر صفحه P خواهد بود و مدتیاں شب صفحه رسم می‌شود.

۳- فواصل نقاط  $B_0A$  از اثر صفحه با فواصل تصاویر این نقاط از اثر تغییر بنظر مناسب می‌باشد و تیجه خواهد شد که فاصله  $b$  از اثر صفحه برای  $b'$  بوده و رقوم  $b$  برای  $b'$  با ۱ می‌باشد.

۴- تطبیق صفحه مثلث قائم الزاویه  $B'OC$  را ساخته آنرا

ترفعیج مینماییم.

۵- جون AB بوسیله افقی رقم ۲ صفحه نصف شده است چنانچه DC موازی AB باشد خطوط  $DA$  و  $DB$  و DC و افقی رقم ۲ یک دستگاه اشعه توازنی خواهد بود.

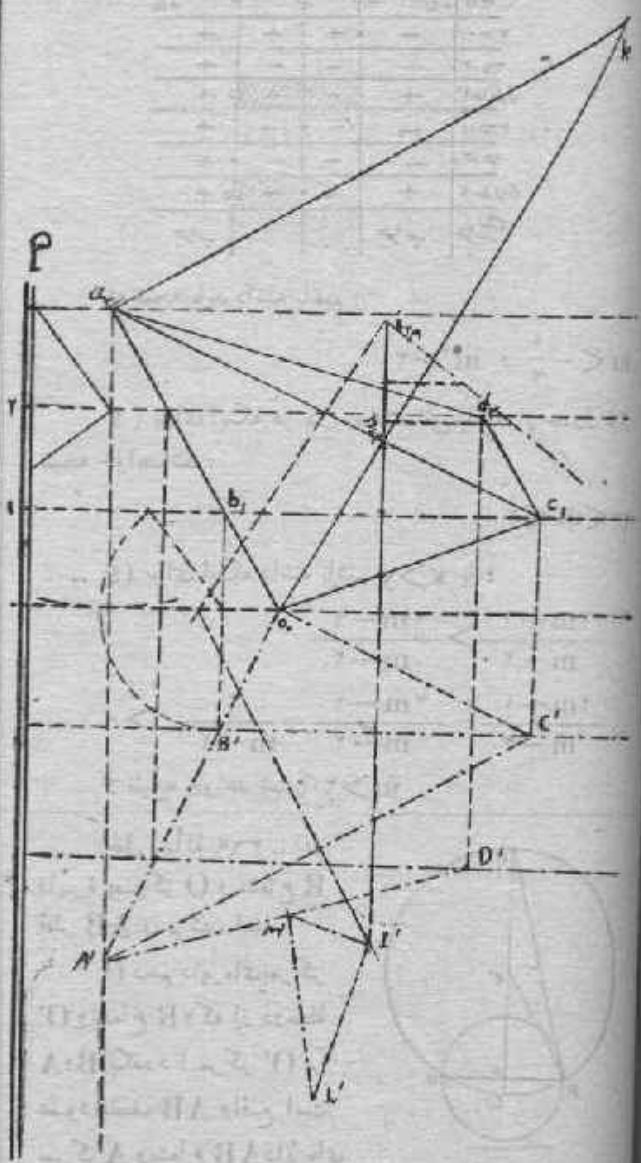
۶- بکمک تطبیق صفحه P نقطه تلاقی عمود منصفهای مثلث ABC یعنی  $i_2$  را بست آورده از این نقطه خطی بر صفحه P عمود اخراج مینماییم که این سطح مکان S خواهد بود و در مثلث قائم الزاویه ASD طول میانه SM از این با تصفی طول وتر AD می‌باشد. مثلث قائم الزاویه ای که در آن طول وتر  $i_2$  این با تصفی AD و بکمک ضلع ابرابر با MI باشد ضلع دیگر برای SI خواهد بود (مثلث MTL) و با کمک تطبیق صفحه مصور خط SI تطبیق نهاده و در قیچه  $i_2$  بست خواهد آمد.

**حل مسئله ۸۲** - (در چاپ حورت این مسئله یک اشتباه رخ داده است باین ترتیب که در دو سطر آخر بجای B بایستی C چاپ شده باشد. اما حل مسئله بهمان صورت که چاپ شده است انجام می‌گیرد).

با استفاده از تغییر صفحه افق و تبدیل خط  $'aba'b'$  به افقیه طول حقیقی  $AB$  پیدا می‌شود و چون مثلث قائم الزاویه ای با اسلاع زاویه قائله ۲ ساخته و مثلث قائم الزاویه ای متشابه با آن و با طول وتر برای AB بازیم طول  $BO$  نصف قطر  $BD$  معن خواهد شد و کافیست با وتر  $ha$  مثلث قائم الزاویه  $abo$  را چنان بازیم که در آن  $bo = BO$  باشد و چون  $hob'o'$  افقیه انتقاله  $oo'$  مرکز لوزی و بکمک آن رأسهای دیگر لوزی بست می‌اید.

**حل مسئله ۸۳** - اگر  $'aa'$  اثر خط قائم و  $'bb'$  اثر خط منتصب باشد صفحه ای که بر خط زمین و نقطه  $'oo'$  وسط خط  $'aba'b'$  گذشته باشد یک جواب و صفحه ای که بر خط زمین گذشته بموازات خط  $'aba'b'$  باشد جواب دیگر خواهد.

**حل مسئله ۸۴** - صفحه  $'PQ'$  یا باید با خط واسل بین آثار دو خط  $'zz'$  و  $'DD'$  موازی باشد و یا آنرا نصف نماید اما جون زاویه صفحه  $'PQ'$  با صفحه افق نیز باید اندازه  $30^{\circ}$  باشد حالت اول امکان ندارد (مگر در یک حالت خاص) و در حالت دوم ابتدا از نقطه وسط قطعه خط واسل بین آثار دو خط مفروض، نیمی رسم می‌کنیم که با صفحه افق زاویه  $30^{\circ}$  بسازد صفحه مواجہ  $'PQ'$  که بر این نیمی رسم شود جواب مسئله می‌باشد.



# حل مسائل شماره دوم

(مسائل مخصوص دانش آموزان)

## کلاس چهارم طبیعی

حل مسئله ۳۶۷ - اثبات تساوی زیر :

$$\sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \times \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} = 1$$

پس از آنکه هر یک از عاملهای صورت و مخرج هن نامعادله را برای باصفرا دردهم جدول زیر تبیه خواهد شد :

$\frac{m+1}{m-2}$	$\frac{m}{m-2}$	$\frac{m-1}{m-2}$	$\frac{m}{m-2}$	$\frac{m-1}{m-2}$	$\frac{m}{m-2}$	$\frac{m+1}{m-2}$
-	-	+	+	+	+	-
-	-	-	-	+	+	-
+	-	-	-	-	+	+
-	-	-	+	+	+	-
-	-	-	-	+	+	-
+	+	+	-	-	+	-
جواب						

در تبیه ماید داشته باشیم :

$$m < -\frac{1}{2} \quad m > 2$$

۲) برای اینکه هر دو جواب منفی باشند از جدول فوق تبیه خواهد شد :

$$\frac{1}{2} < m < 2$$

۳) برای اینکه داشته باشیم  $x > y$  یا :

$$\frac{2m+1}{m-2} > \frac{2m-1}{m-2}$$

$$\frac{2m+1}{m-2} - \frac{2m-1}{m-2} = \frac{2}{m-2} > 0.$$

و تبیه خواهد شد :  $m > 2$

حل مسئله ۳۶۹ - ۵

دایره به مرکز O و شعاع R قطر AB رسم شده است

۱) رسم دایره ای به مرکز

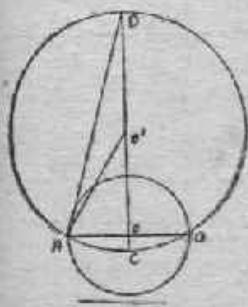
O' و شعاع  $R'$  که از دو نقطه

B و A بگذرد ! مرکز O' بر

عمود منف AB واقع است

بعر کر AB و شعاع

دایره ای



عبارت های داخل دو رادیکال آخر مزدوج یکدیگرند :

$$\begin{aligned} & \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \times \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \\ &= \sqrt{2-(2+\sqrt{2+\sqrt{2}})} = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} \\ & \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \\ & \sqrt{2-(2+\sqrt{2})} = \sqrt{2-\sqrt{2}} \\ & \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{2-2} = 0 \end{aligned}$$

حل مسئله ۳۶۸ - ۱) تبیین جوابهای دستگاه زیر :

$$\begin{cases} (2m-1)x - (2m+1)y = 0 \\ x - y = \frac{2}{m-2} \end{cases}$$

با از طریق حذفی و یا از طریق دیگر عمل نموده خواهیم

داشت :

$$x = \frac{2m+1}{m-2}, y = \frac{2m-1}{m-2}$$

۲) تبیین حدود m برای اینکه هر دو جواب مثبت باشند

$$\begin{cases} \frac{2m+1}{m-2} > 0 \\ \frac{2m-1}{m-2} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 2+2\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^2 \\ & 12+2\cdot\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = 12+2\cdot(\sqrt{2}+1) = \\ & 4+3\cdot\sqrt{2} - 20 + 18 + 2\times 0 \times 2\sqrt{2} = \\ & 2(1+2\sqrt{2}) \\ & (5-2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2}) = 25 - 18 - 2 \end{aligned}$$

توضیح - راه ساده‌تر استفاده از فرمول تحویل را دیگر کمال معرف کنید.

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$$

پاسخهای صحیح رمده: مهرداد عابدی چهارم ریاضی  
دیبرستان البرز - محمد شریف زاده دیبرستان بیهقی - احمد  
دارویی چهارم ریاضی دیبرستان قریب

حل مسأله ۱۷۱ - تعیین حاصلضرب ذیر

$$P = (1+x)(1+x^2)(1+x^4)\dots(1+x^{2^n})$$

عبارت را یکدفعه در  $x$  - ضرب و پنک دفعه بر آن تقسیم می‌نماییم و با توجه باشکه

$$(1-x)(1+x) = 1-x^2$$

$$(1-x^2)(1+x^2) = 1-x^4$$

.....

$$(1-x^{2^n})(1+x^{2^n}) = 1-x^{2 \times 2^n}$$

نتیجه حواهد شد که

$$P = \frac{1-x^{2^n}+1}{1-x}$$

حل مسأله ۳۷۲ - مطلوبست محاسبه

$$y = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$$

$$x = \frac{t}{t+1} \quad \text{در ازای}$$

$$1+x = 1 + \frac{t}{t+1} = \frac{t+1+t}{t+1} = \frac{(t+2)}{t+1}$$

$$1-x = 1 - \frac{t}{t+1} = \frac{(t-1)}{t+1}$$

$$y = \sqrt{\frac{(t+2)}{t+1}} - \sqrt{\frac{(t-1)}{t+1}} = \frac{|t+2|}{\sqrt{t+1}} - \frac{|t-1|}{\sqrt{t+1}}$$

رسم میکنیم عمود منصف AB را در O' قطع خواهد کرد و بد  
بر کر O' O و بشعاع O'A دایره O' رسم میشود.

(۲) محاسبه طول OO' برحسب R: در مثلث قائم الزاویه  
طبق رابطه فیثاغورس داریم  $OO'^2 = O'A^2 - R^2$

$$OO' = R\sqrt{2}$$

(۳) OO' در نقاط C و D دایره O' را قطع کرده است:  
الف - تعیین اندازه زوایه های  $\angle ACD$  و  $\angle ACD$ : در مثلث قائم الزاویه  $OO'A$  که قطع نصف دتر  $O'A$  است اندازه زاویه  $\angle AO'A$  برایر با  $30^\circ$  درجه میباشد و این زاویه  $\angle ACD$  برگزیده در دایره  $O'$  است پس اندازه کمان  $AC$  برایر  $30^\circ$  درجه و اندازه کمان  $AD$  برایر با  $150^\circ$  درجه خواهد بود و در نتیجه اندازه زاویه  $\angle ACD$  (محاطی در دایره  $O'$ ) برایر با  $75^\circ$  و اندازه زاویه  $\angle ADC$  برایر با  $15^\circ$  درجه میباشد  
ب - تعیین سمتی مثلثی زاویه  $\angle ADC$ : این زاویه را به  $\alpha$  نماییم سیدهم دو مثلث  $ADO$  داریم

$$DO = DO' + OO' = R + R\sqrt{2} = R(2 + \sqrt{2})$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{AO}{DO} = \frac{R}{R(2 + \sqrt{2})} = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \\ &= \frac{2 - \sqrt{2}}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} \end{aligned}$$

$$\tan \alpha = 2 - \sqrt{2}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2 - \sqrt{2}}{1 + (2 - \sqrt{2})^2} = \dots = \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \dots = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{4}$$

## کلاس چهارم ریاضی

حل مسأله ۳۷۰ - اثبات تساوی زیر

$$(5-2\sqrt{2})\sqrt{12+2\cdot\sqrt{12+4\sqrt{2}}} =$$

$$(9+4\sqrt{2}) = 8+1+2\times 2\sqrt{2} = (2\sqrt{2}+1)$$

$$+2\times 2\sqrt{2} = (2\sqrt{2}+1)$$

$$2+\sqrt{9+4\sqrt{2}} = 2+(2\sqrt{2}+1) = 3+2\sqrt{2}$$

$$\frac{x+y}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} > 0.$$

پس از قراردادن جوابهای  $x$  و  $y$  پس از آنها و اختصار

$$\frac{2(2m+1)}{m(2m+1)} > 0. \quad \text{خواهیم داشت.}$$

مقادیری از  $m$  که در اوابه آنها کسر تغیر علامت میدهد

$$m = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \dots \quad \text{عبارتند از}$$

و جدول زیر جواب نامعادله را بدست میدهد.

$m$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$\frac{1}{2}$	$\dots$	$+\infty$
$2m+1$	-	-	-	-	-	-
$m$	-	-	+	+	+	+
$2m+1$	-	+	+	+	+	+
$P$	+	+	+	+	+	+

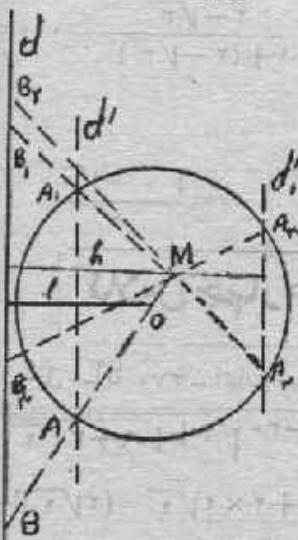
جوابهای نامعادله عبارت است از

$$\frac{1}{2} < m < 0 \quad \text{و} \quad m > \frac{1}{2}$$

پاسخهای صحیح رسیده از : حکمیه حکمی چهارم ریاضی  
دیبرستان پسر وین اعتصامی کرمان - محمد شریف زاده دیبرستان  
پیغمبری .

حل مسأله ۳۷۴. خط  $d$  و دایره  $(o)$  و نقطه  $M$  مفروض  
است از  $M$  خطی رسم شود که دایره  $(o)$  را در  $A$  و خط  $rd$

$$\text{در } B \text{ قطع کند پلوریکد.} \quad \frac{AM}{MB} = K$$



در نجات  $(M, K)$   
محاجن  $d$  یعنی  $d'$  از  
نقشه  $A$  خواهد گذشت  
بنابراین برای تعیین  
نقشه  $A$  کافیست که در  
نجات  $M$  بزرگ و به  
نست  $K$  نجات خط  
 $d$  را بدست آورده و بجهون  
تجانس را هم مینتوان  
مستقیم و هم میتوان  
میکوش احتیاط کرد و  
یک خطابیت پیکدازه  
سدوضه دارد مثلاً هم  
اکثر ممکن استدارای  
چهار جواب باشد و ممکن است اصلاً جواب نداشته باشد

برای ذیر :

نه حالت در نظر میگیریم :

$$1) t > 2 : |t+2| - t + 2 \text{ و } |t-2| = t - 2$$

$$y = \frac{t+2}{\sqrt{t^2+4}} - \frac{t-2}{\sqrt{t^2+4}} - \frac{\epsilon}{\sqrt{t^2+4}} = \\ = \frac{\epsilon \sqrt{t^2+4}}{t^2+4}$$

$$2) t < -2 : |t+2| = -t - 2 \text{ و } |t-2| = -t + 2$$

$$y = \frac{-t-2}{\sqrt{t^2+4}} - \frac{t-2}{\sqrt{t^2+4}} - \frac{-\epsilon}{\sqrt{t^2+4}} = \\ = \frac{-\epsilon \sqrt{t^2+4}}{t^2+4}$$

$$3) -2 < t < 2 : |t+2| = t + 2 \text{ و } |t-2| = -t + 2$$

$$y = \frac{t+2}{\sqrt{t^2+4}} - \frac{-t+2}{\sqrt{t^2+4}} = \frac{2t}{\sqrt{t^2+4}} = \\ = \frac{2t \sqrt{t^2+4}}{t^2+4}$$

پاسخهای رسیده ( وهمه آنها نادرست ) : حکمیه حکمی  
چهارم ریاضی دیبرستان پسر وین اعتصامی کرمان - محمد شریف زاده  
دیبرستان پیغمبری - احمد دارویی چهارم ریاضی دیبرستان قریب

حل مسأله ۳۷۳. اولاً حل وبحث دستگاه ذیر

$$\begin{cases} (m+1)x - 2my = 2m+4 \\ (m-1)x - 4my = 2m+2 \end{cases}$$

$$a = m+1 \quad b = -2m \quad c = 2m+4$$

$$a' = m-1 \quad b' = -4m \quad c' = 2m+2$$

$$1) \frac{m+1}{m-1} = \frac{-2m}{-4m}$$

است زیرا اگر  $m \neq 1$  باشد دستگاه بصورت

غیرممکن در میآید بنابراین

$$\frac{m+1}{m-1} = \frac{1}{2} \quad m = -3$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{1}{2}$$

و دستگاه مبهم میباشد.

$$2) m \neq -1 : \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$

دستگاه ممکن بوده دارای جوابهای زیر میباشد.

$$x = 2 \quad y = -\frac{1}{m}$$

ناناً تعیین حدود  $m$  برای اینکنامهای ذیر برقرار باشد

که دو زاویه  $COD$  و  $AOB$  با یکدیگر مساویند و نصف اولی یعنی  $HOA$  با نصف دومی یعنی  $COK$  برابر بوده و چون از این دو مقدار متساوی، دو زاویه متساوی  $AOD$  و  $BOC$  و  $KOB$  با یکدیگر متساوی ناقصاندها یعنی دو زاویه  $DOH$  و  $KOB$  با یکدیگر متساوی میباشند.

۲) اثبات اینکه هر یک از دو مثلث  $AOB$ ،  $DOC$ ،  $ODA$  و  $OCB$  متساوی الاشلاع هستند؛ داریم.

$$\triangle ODC \cong \triangle OCD, \quad \triangle ODA \cong \triangle OCB$$

رجوع طرفین این دو رابطه حاصل میشود.

$$90^\circ = 20^\circ + \angle BCD$$

و در نتیجه زاویه  $BCO$  برابر با  $30^\circ$  بوده تمام زاویه  $OCD$  برابر با  $60^\circ$  و مثلث  $OCD$  که متساوی الساقین بوده یک زاویه اش برابر  $60^\circ$  است متساوی الاشلاع میباشد.  
۳) بفرم  $CD=2b$  و  $AB=2a$  محاسبه مساحت چهارضلعی:

مساحت چهارضلع  $ABCD$  برابر است با فاصله مساحت های دو مثلث  $OCD$  و  $OAB$  (جراحت)

$$S_{OCD} = b\sqrt{2}, \quad S_{OAB} = a\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = (b^2 - a^2)\sqrt{2}$$

حل از: محمد نعمت‌اللهی دانشجوی دانشکده علوم

حل مسأله ۳۷۶ - حل معادله ذیر (که تعداد جمله‌های آن نامحدود است) .

$$\log_a x + (\log_a x)^2 + (\log_a x)^3 + \dots = \frac{1}{2}$$

اگر قرض کنیم  $\log_a x = a$  داریم

$$a + a^2 + a^3 + \dots = \frac{1}{2}$$

عبارت ضرف اول عبارتست از یک تناعده هندسی با جمله اول  $a$  و با قدر نسبت  $a$  که عده جمله‌های آن نامحدود میباشد و چون مجموع جمله‌ها دارای حد  $\frac{1}{2}$  است پس تناعده تزویی بوده و داریم.

$$S = \frac{a}{1-a} = \frac{a}{1-a} = \frac{1}{2}$$

$$\text{و در نتیجه } \frac{1}{a-1} = a \text{ میباشد}$$

بحث - شاع دایره را به  $R$  فاصله خط  $d$  را تا  $0$  مرکز دایره به  $l$  و فاصله  $M$  را تا خط  $d$  به  $h$  نمایش میدهیم . باید  $M$  اهل  $d$  را از نقطه  $0$  بدمت آوریم در تجاویس مستقیم فاصله  $M$  بجهت  $d$  برابر خواهد شد ،  $l-h = M$  (میکن است  $K$  بزرگتر یا کوچکتر از  $l$  باشد) و در تجاویس معکوس فاصله  $M$  تا  $d$  برابر خواهد بود با  $l+h$  (لذا برای امکان مسئله لازم است که :

$$R > l \pm h, K \pm l$$

و از آنجا نتیجه میشود :

$$K > \frac{l+h-R}{h}, \quad K < \frac{R+l-h}{h}, \quad K < \frac{R+h-l}{h}$$

پاسخیای دسیده از : حکیمه حکمی دیوبستان پژوهین شما کرمان - محمد شریعت‌زاده دیوبستان بهبهانی .

حل مسأله ۳۷۵ - اولا رسم چهارضلعی  $ABCD$  با

اطولان  $AD=BC$  و  $C=90^\circ$  و  $D=60^\circ$  معلوم بودن خواهد بود .  $CD$  و  $AB$

اگر  $ABCD$

چهارضلعی مطلوب باشد

آن از  $B$  قطمه خط

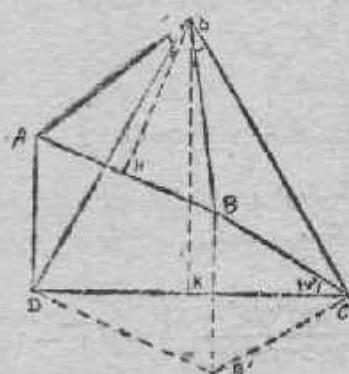
$BB'$  موازی و متساوی

$AD$  رسم کنیم مثلث

$BCB'$  که بذسته باید

زاویه الاشلاع است

$DB = DB'$  و  $AB = AB'$  میباشد .



مثلث  $DB'C$  با معلومات دو ضلع  $CD$  و  $DB' = AB$  و زاویه  $\angle DB'C = 30^\circ$  ساخته میشود. طریقه ترسیم

بعد مریوط در کتابهای درسی بیان شده است .  $B'$  قرینه  $B$

خواهد بود نسبت به  $CD$  و پس از تعیین  $B$  مطلع  $AB$  موازی

رسم خواهد شد .

نانیا - عمود منصفهای اضلاع  $AB$  و  $CD$  یکدیگر را در

قطع میکنند و اوساط اضلاع  $AB$  و  $CD$  بترتیب  $H$  و  $H'$  میباشد .

ایران ایشکه دو زاویه  $DOH$  و  $KOB$  با یکدیگر برابرند .

زاویه دو مثلث  $BOC$  و  $AOD$  (در حالت تساوی سمعکل)

تجه خواهد شد که دو زاویه  $AOD$  و  $BOC$  با هم برابرند

لذا هر یک از این دو زاویه  $DOB$  را اساقه کنیم نتیجه میشود

لذا هر یک از این دو زاویه  $DOB$  را اساقه کنیم نتیجه میشود

لذا هر یک از این دو زاویه  $DOB$  را اساقه کنیم نتیجه میشود

لذا هر یک از این دو زاویه  $DOB$  را اساقه کنیم نتیجه میشود

$$\begin{cases} \frac{y-1}{x-z} = \frac{x-1}{z-2} \\ \frac{y-2}{x} = \frac{2(z-2)}{2x} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} y - zx = -2 \\ z = 2x \\ y = z \end{cases}$$

$$\text{و نتیجه میشود: } \begin{cases} y = 6 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} y = 6 \\ x = 3 \end{cases}$$

طرح و حل از: علی ملاحسن

پاسخهای صحیح رسیده از: عبدالرحمن فرامند دیرستان  
شاهپورشیراز - حکمیه حکمی دیرستان پروین اعتمامی کرمان  
محمد شریفزاده دیرستان بهبهانی - سادق شوکتی دیرستان  
شم یهمن خوی - هیرداد غابدی دیرستان البرز.

## کلاس پنجم طبیعی

حل مسئله ۳۷۹ - اثبات تساوی زیر.

$$\frac{\sin 67^\circ / 5^\circ + (\sqrt{2}-1) \cos 67^\circ / 5^\circ}{\cos 67^\circ / 5^\circ + (\sqrt{2}+1) \sin 67^\circ / 5^\circ} = \sqrt{2}-1$$

صورت و مخرج کسر را بر  $5^\circ$  تقسیم مینمایم

$$\frac{\frac{\sin 67^\circ / 5^\circ + \sqrt{2}-1}{1+(\sqrt{2}+1) \cos 67^\circ / 5^\circ}}{1+(\sqrt{2}+1) \cos 67^\circ / 5^\circ}$$

و درستوت از ۱ -  $\sqrt{2}$  فاکتور میگیریم

$$\frac{(\sqrt{2}-1)(\frac{1}{1+(\sqrt{2}+1) \cos 67^\circ / 5^\circ} + 1)}{1+(\sqrt{2}+1) \cos 67^\circ / 5^\circ} =$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-1)[(\sqrt{2}+1) \cos 67^\circ / 5^\circ + 1]}{1+(\sqrt{2}+1) \cos 67^\circ / 5^\circ} = \sqrt{2}-1$$

طرح از علی تاهیاز صالحی پنجم ریاضی دیرستان حدفا

حل خیلی خوب از حسین ارشام پنجم ریاضی دیرستان ابریز  
مشهد - پاسخ صحیح رسیده از غلامعلی جانگذار پنجم دیرستان  
امیرکبیر مشهد

حل مسئله ۳۸۰ - اولاً تعیین معادله خطی که عرض آن  
معادله آن برابر با ۴ بوده بر خط معادله  $x+2y=1$   
عمود باشد.

معادله کلی یک خط مستقیم عبارت است از  $y = ax + b$   
در آن  $a$  ضریب زاویه و  $b$  عرض از مبدأ میباشد. ضریب زاویه

خط ۱ -  $x+2y=1$  برابر است با  $\frac{1}{2}$  - بنا بر این  $a = \frac{1}{2}$

بنا برفرض  $a = \frac{1}{2}$  پس معادله خط مطلوب برای سه واحد عرض!

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$\log_{\sqrt{2}} x = \frac{1}{3} \quad \text{یا} \quad x^{\frac{1}{3}} = 2$$

طرح و حل از: محمد رضا قیمی

پاسخهای صحیح رسیده از: عبدالرحمن فرامند دیرستان  
شاهپورشیراز - حکمیه حکمی دیرستان پروین اعتمامی کرمان  
محمد شریفزاده دیرستان بهبهانی.

حل مسئله ۳۷۷ - حل دستگاه زیر.

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \log(x+2) + \alpha \log \sqrt{y-2} = 0/30103 \\ x-y = \log 64 \end{cases}$$

با توجه باینکه  $\log 2 = 0/30103$  و خواهیم داشت.

$$\begin{cases} \log \sqrt{x+2} - \log \sqrt{y-2} = \log 2 \\ x-y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{y-2}} = \log 2 \\ x-y = 6 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} \sqrt{x+2} = 2 \\ \sqrt{y-2} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+2}{y-2} = 4 \\ x-y = 6 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} x-4y = -10 \\ x-y = 6 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 12 \\ y = 7 \end{matrix}$$

پاسخهای صحیح رسیده از: حکمیه حکمی دیرستان  
پروین اعتمامی کرمان - محمد شریفزاده دیرستان بهبهانی.

حل مسئله ۳۷۸ - حل دستگاه معادله سه مجهولی.

$$\begin{cases} 2y-1 = 12x-1 \\ \frac{1}{2x} = \frac{1}{z} \\ \sqrt{\frac{y-2}{2}} = \sqrt{\frac{z-2}{8}} \end{cases}$$

داریم:

$$\begin{cases} 2y-1 = 4(x-1) \\ \frac{1}{2x} = \frac{1}{2} \\ \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{8} \end{cases}$$

$$+ \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

که پس از تحویل بیک محصول برابر با صفر خواهد بود.  
پاسخ های صحیح رسیده از : فرادرز رهبر پنجم ریاضی  
دیبرستان شرف - رضا منصوری پنجم ریاضی دیبرستان رهنما

حل مسأله ۳۸۲ - اثبات اینکه بین  $y$  مختصات اول و  $y'$

مختصات دوم تابع

$$y = \frac{\sin x + \sin nx + \sin(2n-1)x}{\cos x + \cos nx + \cos(2n-1)x}$$

راجله  $-2nyy' = y^2$  برقرار است. خواهیم داشت :

$$y = \frac{2\sin nx \cos((n-1)x) + \sin nx}{2\cos nx \cos((n-1)x) + \cos nx} = \dots = \tan nx$$

$$y' = n(1 + \tan^2 nx) = (1 + y^2) = n + y^2$$

$$y'' = 2nyy' = y^2 - 2nyy' = 0.$$

حل از : محمد محروم علوی دانشجوی فنی

پاسخ های صحیح رسیده از : فرخ پور حسن دیبرستان  
ادب - رضا منصوری دیبرستان رهنما - فرادرز رهبر دیبرستان  
شرف .

حل مسأله ۳۸۳ - اولاً تعیین تابع درجه دومی که مختصی

(C) نمایش هندسی تابع  $x^2 + y = 0$  را در نظر بگیریم -  
قطع کرده در مبدأ مختصات با آن زاویه فائمه بیاره .

در ازاء  $-1 = x$  داریم  $0 = y$  و ضریب زاویه مماس

بر مختصی (C) در مبدأ برابر است با  $[1, 2x+1] = y'$  دیگر  $y$  با

$m = 1$  بنابراین ضریب زاویه مماس بر مختصی تابع مطلوب در

مبدأ مختصات برابر خواهد بود با  $m' = -1$  و مختصی از

نقطه  $(1, 0)$  و  $(0, 0)$  تیز خواهد گشت . چنانکه

تابع را بسورد  $y = ax^2 + bx + c$  اختیار کنیم خواهیم

$$\Rightarrow y' = 2ax + b$$

$$\begin{cases} c = 0 \\ a - b + c = 0 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$a = -1 \quad , \quad b = -1 \quad , \quad c = 0$$

و تابع مطلوب عبارت خواهد بود از :

$$y = -x^2 - x$$

تا آنرا رسیم جدول و مختصی های (C) و (C') بشرح

زیر است :

ثانیاً - تعیین معادله مماس بر مختصی تابع

$$\frac{1}{4}x^2 + 2x + 1 = y \text{ در نقطه برخورده آن با مختصی } y' :$$

طول نقطه برخورده مختصی با مختصی عرضها ضریب زاویه مماس بر مختصی  $y$  بددست می‌آید . ضریب زاویه

مماس بر مختصی برابر است با مقدار متنق تابع در ازاء طول نقطه تابع

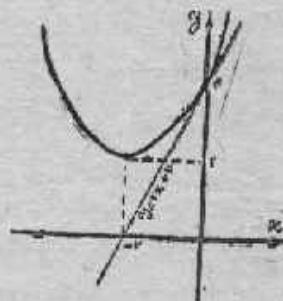
$$y' = x + 2m = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y = 2(x - 0) + 1 \Rightarrow y = 2x + 1$$

$$y = 2x + 1$$

ثالثاً - رسیم جدول و مختصی های تابع و خط بشرح زیر است .

$x$	$-\infty$	$-2$	$\cdot$	$+\infty$
$y'$	-	.	+	
$y$	$+\infty$	۱	۲	$+\infty$



پاسخ های صحیح رسیده از : حسین ارشام دیبرستان این راهنمایی دیده . فرادرز رهبر دیبرستان شرف .

## کلاس پنجم ریاضی

حل مسأله ۳۸۴ - بفرمایش اینکه  $a$  و  $b$  و  $c$  دیشدهای معادله درجه سوم  $f(x) = 0$  باشد اثبات واجله

$$\frac{a}{f'(a)} + \frac{b}{f'(b)} + \frac{c}{f'(c)} = 0.$$

جون  $a$  و  $b$  و  $c$  دیشدهای معادله درجه سوم  $f(x) = 0$  است پس :

$$f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$$

$$f'(x) = (x-b)(x-c) + (x-a)(x-c) + (x-a)(x-b)$$

$$f'(a) = (a-b)(a-c)$$

$$f'(b) = (b-a)(b-c) \quad , \quad f'(c) = (c-a)(c-b)$$

$$\frac{a}{f'(a)} + \frac{b}{f'(b)} + \frac{c}{f'(c)} = \frac{a}{(a-b)(a-c)} +$$

نقطه بطول  $\frac{1}{2}$  محور  $ox$  را قطع میکند لذا  $(+ \cdot +)$

پاسخ صحیح رسیده از رضا منصوری پنجم ریاضی دبیرستان رهنمایی

حل مسأله ۳۸۴ - خلاصه کردن عبارت زیر :

$$\frac{x^r}{\sqrt{\sin^2\left(\frac{1}{2}\operatorname{Arctg}\frac{x}{y}\right)}} + \\ + \frac{y^r}{\sqrt{\cos^2\left(\frac{1}{2}\operatorname{Arctg}\frac{y}{x}\right)}}$$

فرض مبکتیم :

$$\frac{1}{2}\operatorname{Arctg}\frac{x}{y} = \alpha \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{y}$$

$$\frac{1}{2}\operatorname{Arctg}\frac{y}{x} = \beta \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{y}{x}$$

$$\sqrt{\sin^2\alpha} = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\sqrt{\sin^2\alpha} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{y^2}}} = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - y}{x^2 + y^2}}$$

و بهمین ترتیب نتیجه خواهد شد .

$$\sqrt{\cos^2\beta} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + x}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

و عبارت مفروض بصورت زیر در خواهد آمد .

$$\frac{x^r\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2} - y} + \frac{y^r\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2} + x}$$

پس از گویا کردن مخرج هر کسر و اختصار مقدار عبارت بر این با  $(x+y)(x+y)$  بدست خواهد آمد .

پاسخ رسیده از : رضا منصوری دبیرستان رهنمایی

حل مسأله ۳۸۵ - اثبات رابطه زیر :

$$\cos\frac{\pi}{10}\cos\frac{2\pi}{10}\cos\frac{3\pi}{10}\dots\cos\frac{7\pi}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

اگر عبارت طرف اول را دار  $\cos\frac{\pi}{10}\cos\frac{2\pi}{10}\cos\frac{3\pi}{10}\dots\cos\frac{7\pi}{10}$  ضرب و بر آن

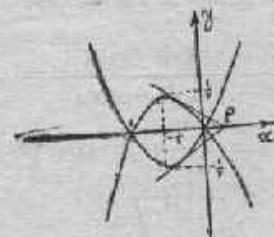
تقسیم نموده و با استفاده از رابطه  $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$  دو برابر جملهها را تبدیل نمائیم طرف دوم حاصل خواهد شد .

پاسخهای صحیح رسیده از : رضا منصوری - فرامرز زعفرانی

حل مسأله ۳۸۶ - مکعب ABCDA'B'C'D' ک

$y = x + 1$	$x$	-∞	-1	$-\frac{1}{2}$	+	∞
$y'$		-	+			
$y$		+∞	0	$-\frac{1}{2}$	0	+

$y = -y - x$	$x$	-∞	-1	$-\frac{1}{2}$	+	∞
$y'$		+	.	-		
$y$		-∞	0	$\frac{1}{2}$	0	-∞



ثالثاً - تعیین نقطه P بر نیم محور ox که اگر از آن مسas با ضریب زاویه کوچکتر از بر منحنی (c) و مسas با ضریب زاویه بزرگتر از بر منحنی (e) دش شود تاثیرات زاویه‌یین دو مسas بر این با  $\frac{3}{4}$  باشد .

منحنی‌های (c) و (e) نسبت به محور  $x'$  قرینه‌اند بنابراین محور  $ox$  بین مسas زاویه‌یین دو مسas منسوم از P بردو منحنی میباشد و اگر زاویه یکی از معاملها را (زاویه‌ی حاده بدون جهت) با محور  $x'$  به  $\frac{\pi}{2}$  نمایش دهیم داریم :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$3\operatorname{tg}^2\alpha + 8\operatorname{tg}\alpha - 3 = 0$$

چواب قابل قبول  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3}$  میباشد و اگر بر منحنی

(c) نقطه‌ای جناب می‌یابیم که ضریب زاویه مسas در آن نقطه بر این  $\frac{1}{3}$  باشد (یا بر منحنی (e) نقطه‌ای که ضریب زاویه مسas بر این  $\frac{1}{3}$  باشد )

$$m = y' \quad 2x + 1 = \frac{1}{3} \quad x = -\frac{1}{2}y - \frac{2}{3}$$

$$\text{معادله مسas عبارت خواهد شد از } \frac{1}{3}x - y = \frac{1}{3} \text{ که در}$$

مساحت مثلث  $A'MK$  برابر است با  $\frac{a^2}{8}$  و سطح کل هرم مساوی خواهد شد با :

$$\frac{2a^2}{8} + \frac{a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{a^2}{8}(2 + \sqrt{3})$$

در مثلث قائم الزاویه داریم :  $CB'K$

$$CK' = CB'^2 + B'K'^2 = 2a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{9a^2}{4}$$

$$CK = \frac{3a}{2}$$

اگر  $L$  وسط  $MK$  باشد

$$CL' = CK' - LK' \text{ و } CL = \frac{a\sqrt{24}}{4}$$

و مساحت مثلث  $CMK$  برابر خواهد شد با  $\frac{a^2\sqrt{27}}{8}$  و از آنجا سطح کل هرم  $C \cdot MKF$  مساوی میشود با :

$$\frac{2a^2\sqrt{27}}{8} + \frac{a^2\sqrt{2}}{8} = \frac{a^2}{8}(2\sqrt{17} + \sqrt{2})$$

طرح مسئله از: محمد ولی شاملو

پاسخهای رسیده از: رشامنوری دبیرستان رعنای، مسعود حکمی دبیرستان ادب، محمد گرگابی دبیرستان جم قلهک.

حل مسئله ۳۸۷ - رسم مکعبی که از آن طول قطر برابر مقدار علومن [ میباشد.

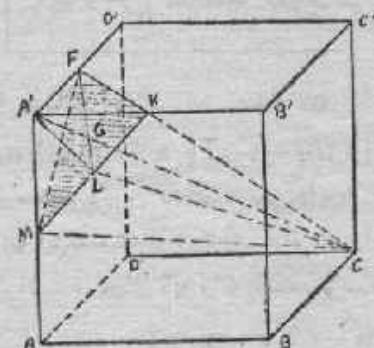
مثلث قائم الزاویه  $ABC$  که در آن  $AB = BC = 1$  باشد طول وتر  $\sqrt{2}$  است و مثلث قائم الزاویه  $ACD$  که در آن  $AC = \sqrt{2}$  و  $CD = \sqrt{2}$  باشد طول وتر  $\sqrt{2}$  است. مثلث  $AC'D'$  را متشابه با مثلث  $ACD$  چنان میسازیم که  $AD' = 1$  باشد در این صورت  $C'D'$  با اندازه  $1$  باشد مکعب  $AC'D'B'C'A$  با اندازه قطر مربع وجه مکعب خواهد بود.

شکل مسئله ۳۸۶ را در نظر میگیریم، مثلث  $A'B'C$  ساخته شده است در صفحه ای که در نقطه  $B'$  عمود بر  $B'C$  باشد بقطر  $B'C$  مربع  $BB'C'C$  ساخته میشود و چون از نقاط  $C$  و  $B$  و  $C$  خطوطی موازی و مساوی با  $A'B'$  رسم شود مکعب کامل میگردد.

طرح مسئله از: محمد ولی شاملو  
پاسخ رسیده از: رشامنوری دبیرستان رعنای

طول بال آن برابر  $2$  میباشد مفروض است اوساط بالهای  $A'D' \cdot A'B' \cdot AA'$  را بترتیب  $F \cdot K \cdot M$  مینامیم.  
(۱) اثبات اینکه قصر  $A'C$  بر صفحه  $MKF$  عمود است  
داریم  $A'M = A'K = A'F$  و اتساویهای مثلثهای  $CAM$  و  $CDT$ ،  $CB'K$  و  $CDT$  نتیجه میشود:

$$CM = CK = CF$$



پس دو نقطه  $A'$  و  $C$  بر دو از سه نقطه  $F$  و  $K$  و  $M$  بیک فاصله اند لذا خطی که بر دو نقطه  $A'$  و  $C$  گذشته است یعنی  $A'C$  بر صفحه  $MKF$  عمود میباشد (نقاطه تلاقی  $A'C$  با صفحه  $MKF$  مرکز دایره محیطی مثلث خواهد بود).

ثابت - محاسبه حجم و سطح کل هر های  $A'MKF$  بر حسب  $a$ .

اگر تصویر  $B'$  را بر قلل  $A'C$  (نقاطه تلاقی  $A'C$  با صفحه  $A'B'C$ ) بنامیم در مثلث قائم الزاویه  $A'B'C$  داریم  $A'B'C = AB \cdot AC \cdot BC$  با  $a^2 = AB \cdot AC$  و طول  $BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$  با مساوی بالاتر قطر مکعب بدست میآید

و چون دو مثلث  $ABD'$  و  $MKF$  به نسبت  $\frac{1}{2}$  متشابهند لذا صفحه  $A'H$  و برابر با  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$  است. خلع از  $MK$  از مثلث متساوی الاضلاع  $MKF$  برابر با صفحه قلل  $B'$  و برابر با  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$  بوده مساحت این مثلث متساوی با  $\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$  میباشد

$$V_{A' \cdot MKF} = \frac{1}{2} A'C \cdot S_{MKF} = \frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{2}}{2} \times \frac{a\sqrt{2}}{8} = \frac{a^2}{48}$$

$$V_{C \cdot MKF} = \frac{1}{2} CG \cdot S_{MKF} = \frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{2}}{6} \times \frac{a\sqrt{2}}{8} = \frac{a^2}{48}$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{2} AB \cdot CD \cdot MN$$

طرح و حل از: محمدعلی شیخان دیردیبرستان دادا لفون  
پاسخ رسیده از: رضامنصوری

### کلاس ششم طبیعی

**حل مسئله ۳۹۰.** تعیین متدار  $m$  برای اینکه معادله  $(m-1)x^2 + (2m-3)y^2 - x + 2my + m = 0$  معادله دایره باشد و تعیین مشخصات این دایره.

برای اینکه معادله فرق معادله یک دایره باشد لازم است که ضرایب جمله های  $x^2$  و  $y^2$  بایکدیگر مساوی باشد یعنی:  $m-1=2m-3$  و  $m=2$

و خواهیم داشت:

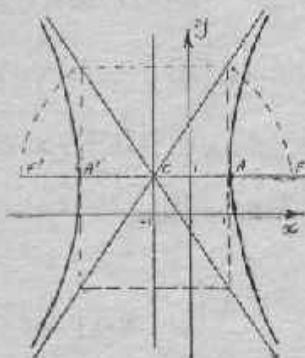
$$x^2 + y^2 - x + 4y + 2 = 0$$

معادله فرق پسورد زیر نوشته خواهد شد:

$$(x - \frac{1}{2})^2 + (y + 2)^2 = \frac{9}{4}$$

که عبارتست از معادله دایره مرکز  $(-\frac{1}{2}, -2)$  و شعاع  $R = \frac{\sqrt{9}}{2} = \frac{3}{2}$

**حل مسئله ۳۹۱.** اولاتینین معادله هذلولی که مجانب، حایش بکدیگر را روی نیمساز ربع دوم علاقی نموده یک دائمه  $A$  و صریب داوه مجانب های آن  $\frac{\alpha}{2}$  باشد.

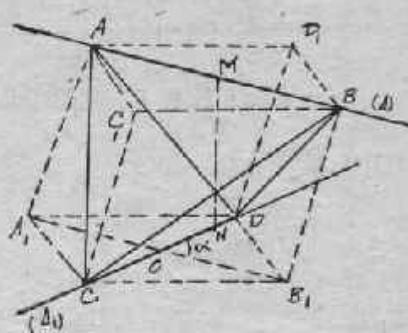


اگر  $(\beta, \alpha)$  مرکز هذلولی باشد جون قطعه تابق مجانب ها همان مرکز هذلولی است پس  $C$  بر نیمساز ربع دوم واقع میباشد در نتیجه  $\alpha = \beta$  و از طرف دیگر خط محور هذلولی بوده و معادل خط محور  $X'$  میباشد در نتیجه  $\alpha = \beta$  و از آنجا  $\alpha = \beta$  و

$$a = CA = x_A - x_C = 1 + 1 = 2$$

### حل مسئله ۳۸۸.

قطعه خط بطوریای ثابت  $CD = 1$  و  $AB = 1$  میگذرد باشد



ثابت کرد حجم چهاروجهی های ABCD ثابت میباشد. متوازی السطوحی که اقطار قاعده هایش AB و CD باشد بنامیکنیم (مطابق شکل) در صورتیکه MN عمود مشترک دو خط متناصر و  $\alpha$  زاویه بین آنها باشد داریم:

$$S_{A,C,B,D} : MN = \text{حجم متوازی السطوح}$$

اما

$$S_{A,C,B,D} = \frac{1}{2} A, B, CD \cdot \sin \alpha =$$

$$\frac{1}{2} AB \cdot CD \cdot \sin \alpha$$

بنابراین حجم متوازی السطوح برای بر متدار ثابت

$$\frac{1}{2} AB \cdot CD \cdot MN \cdot \sin \alpha$$

میباشد. حجم چهاروجهی ABCD برابر است با حجم متوازی السطوح منها حجم چهار وجهی های  $(BC, DB)$  و  $(DABD)$  و  $(CAC, B)$  و  $(AA, CD)$  وجوهی ها که دارای قاعده های برای وارتفاعات متساوی میباشند. معادله پس مجموع حجم های آنها مساویست با:

$$\frac{4}{3} S_{CDB} \cdot MN$$

با بر اساس با:

$$\frac{1}{3} AB \cdot CD \cdot MN \cdot \sin \alpha$$

و در نتیجه:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot CD \cdot MN \cdot \sin \alpha = \text{مقدار ثابت}$$

حالات خاص - دو خط متناصر بر هم عمود باشند پس:

$$\alpha = 90^\circ$$

و ضریب زاویه مجانب‌های هذلولی در حالتی که محو و کاتونی آن

بوازات محور طولها است عبارت است از  $\frac{b}{a} \pm i$  پس

و چون  $a=2$  بدهت آمد پس  $b=2$  و  $\frac{b}{a}= \pm \frac{1}{2}$

معادله هذلولی عبارت خواهد شد از

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$$

و پس از ساده کردن :

$$9x^2 - 4y^2 + 18x + 8y - 31 = 0$$

ثانیاً رسم هذلولی بمعادله داده شده، همان هذلولی قسمت اول میباشد که معادله‌های مجانب‌های عبارت خواهد شد از

$$\frac{x+1}{2} \pm \frac{y-1}{2} = 0 \quad \text{یا} \quad y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

مختصات کاتونی‌ای آن عبارت خواهد شد از

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{12} \quad \text{و} \quad F \Big|_{\beta=1}^{a+c} = -1 + \sqrt{12}$$

$$F' \Big|_{\beta=1}^{a-c} = -1 - \sqrt{12}$$

حل مسئله ۳۹۳ - اولاً تبیین ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  و تابع

$$y = a \sin \frac{\pi}{4} x + b \cos \frac{\pi}{4} x \quad \text{تابع دارای}$$

ماکریزیم یا می‌بینیم برابر  $\sqrt{2}$  بوده منحنی نمایش آن محور عرضها را در نقطه بعرض ۱ قطع کند.

$$\text{در ازاء } \frac{1}{4} x \text{ حواهیم داشت } y = \sqrt{2} \text{ و در ازاء}$$

$$x = 1 \text{ داریم } y = \text{مشتق تابع در ازاء } \frac{1}{4} x \text{ برابر با سفر}$$

خواهد بود :

$$y' = a \pi \cos \frac{\pi}{4} x - b \pi \sin \frac{\pi}{4} x$$

$$\sqrt{2} = a \sin \frac{\pi}{4} + b \cos \frac{\pi}{4} + c$$

$$1 = b + c$$

$$- = a \pi \cos \frac{\pi}{4} - b \pi \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{a\sqrt{2}}{2} + \frac{b\sqrt{2}}{2} + c = \sqrt{2}$$

$$b + c = 1 \quad \text{با} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$a - b = 0 \quad \text{با} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$a = 1 \quad \text{با} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$$

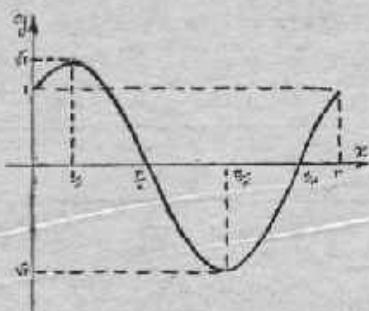
$$b = 0 \quad \text{با} \quad \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$c = 0 \quad \text{با} \quad \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

ثانیاً رسم حدول و منحنی نمایش تابع در يك دوره تناوب که برابر است با ۲ بشرح ذیر است .

$$y' = \pi \cos \frac{\pi}{4} x - \pi \sin \frac{\pi}{4} x \quad \text{و} \quad y' = 0 \quad \text{و} \quad x = \frac{5}{4}$$

$x$	-	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{4}$	2
$y'$	+	.	-	.	+	
$y$	۱	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	- $\sqrt{2}$	- $\sqrt{2}$	۱



## کلاس ششم ریاضی

حل مسئله ۳۹۳ - تابع  $y = \frac{x^2 - ax}{x + a}$  که در آن

$a$  نمایش پارامتری است مفروض میباشد .  
اولاً - بدون استفاده از مشتق ثابت کنید که تابع همواره

دارای یک ماگزیم و یک مینیموم است .

ثانیاً - اگر  $M'$  و  $M''$  نقاط ماگزیم و مینیموم منحنی  
تابع باشند تحقیق نماید که قطعه خط  $M'M''$  همواره از مبدأ  
منحنی مختصات بزاویه قائم دیده میشود .

ثالثاً - مقدار  $a$  را بطریقی تعیین کنید که مرکز تقارن  
منحنی قطب آن بر خط  $x = 2$  واقع شود .

رابعاً - منحنی (e) نمایش تغییرات تابع  $y = \frac{x^2 - x}{x + 1}$

را رسم نماید .

خامساً - مکان هندسی نقاطی از صفحه محورهای مختصات  
را تبیین کنید که از آنها بتوان دو عباس همتا مبر منحنی (c)  
رسم کرد .

ولاً - چون مخرج تابع را حرف کنیم معادله دوچه دوم  
 $\Delta - (a+y)x - ay = 0$  بدهت می‌آید . از معادله  $\Delta$  معادله درجه دوم  $+2ax - a^2 = 0$  حاصل می‌شود که  
از حل آن ماگزیم و مینیموم تابع تعیین میشود چون می‌بینیم  
این معادله  $+2ax - a^2 = 0$  همواره مثبت است پس تابع همه دارای یک  
ماگزیم و یک مینیموم است .

ثانیاً - اگر  $(y', y)$  و  $(x', y')$  نقاط ماگزیم

و مینیموم باشند  $x'$  و  $x$  از معادله صورت مشتق یعنی  
 $+2x + 2ax - a^2 = 0$  و  $y'$  و  $y$  از معادله (1) بدهت می‌باشد .  
برای اینکه  $O'OM$  برابر عمود باشد باید حاصل ضرب  
ضریب زاویه این دو خط برابر ۱ باشد اما ضریب زاویه

که نقطه  $(-a^2 - 3a)$  میشود چون این نقطه بر روی خط  $x = -a$  قرار دارد.

دایا - جدول تغییرات و منحنی تابع  $y = \frac{x^2 - x}{x + 1}$  برآورد زیر است.

$x$	$-\infty$	$-1 - \sqrt{2}$	$-1$	$-1 + \sqrt{2}$	$1$	$+\infty$
$y'$	+	.	-	.	+	
$y$	$-\infty$	$-3 - 2\sqrt{2}$	$-\infty$	$2\sqrt{2} - 3$	$+\infty$	

$$y(\sqrt{2} - x + \sqrt{x+5})^m + (x+1) = 0$$

- ۱) درازاء  $x = -1$  خواهیم داشت.  $y$  پس بیکننده ثابت منحنی  $(-1, 0)$  میباشد.  
۲) برای اینکه عبارت پستکی به  $m$  نداشته باشد لازم است که پایه توان  $m$  برآبر ۱ باشد و در نتیجه:

$$\begin{cases} \sqrt{2} - x + \sqrt{x+5} = 1 \\ y + x + 1 = 0 \end{cases}$$

از حل معادله اول برای  $x$  دو مقدار  $2$  و  $-6$  بدست میآید و درازاء آن برای  $y$  مقادیر  $4$  و  $-5$  بدست آمده و منحنی تابع در ازاء همه مقادیر  $m$  از سه نقطه ثابت  $(-4, 3)$  و  $(2, -6)$  و  $(0, -1)$  سوادگشت.

نایابا - اثبات اینکه خط  $AB$  بازاء جمعیت مقادیر  $m$  منحنی های (c) نمایش هندسی تابع  $y = n^2 x^2 + (2n-1)x$  میباشد و تینی  $n$  برای اینکه  $\alpha$  و  $\beta$  مختصات نقطه ثابع و تصاعد حسابی تشکیل دهد.

معادله خط  $AB$  عبارت خواهد شد  $\alpha - x - \beta = 0$  از حل دستگاه.

$$\begin{cases} y = n^2 x^2 + (2n-1)x \\ y = -x - \beta \end{cases}$$

معادله  $0 = n^2 x^2 + 2nx + 1 = (nx + 1)^2$  بدست میآید که مجنور کامل بوده دارای ریشه متعاقب  $\frac{1}{n} = -x$  میباشد.

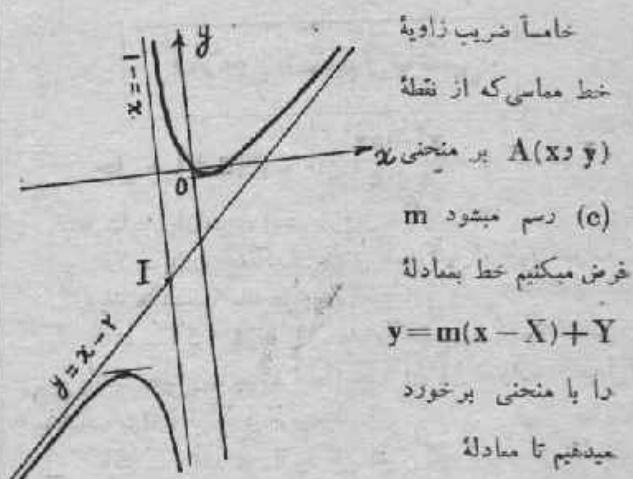
بنابراین  $AB$  و منحنی (c) همواره در نقطه  $T(\alpha = -\frac{1}{n}, \beta = \frac{1-n}{n})$  بر یکدیگر مماس است. برای اینکه  $\alpha$  و  $\beta$  دو تصاعد حسابی بسانند باید  $\alpha + 2\beta = 0$  باشد یعنی

$$\frac{2(1-n)}{n} = 2 - \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{3}{4}$$

طرح از علی تاهاز صالحی ینجم ریاضی دبیرستان هدف ۱ - حل از رضا منصوری ینجم دبیرستان رهنما

این دو خط برآبر  $\frac{y''}{x''} = \frac{a^2}{-a}$  و  $\frac{y'}{x'} = \frac{y'}{x}$  و  $a^2 = -a$  و  $a = 0$  میباشد.

است که برآبر ۱ - میباشد پس همواره "M'OM" قائم است. تالثا - مرکز تقارن منحنی این تابع محل تلاقی مجانبهای آن یعنی نقطه برخورد خطوط  $a = x - 2\sqrt{2} - 3$  میباشد.



حاماً ضرب زاویه

خط مماسی که از نقطه

A(x) بر منحنی  $y$  رسم میشود

فرض میکنیم خط معادله

$y = m(x - X) + Y$

را با منحنی برخورد

میدهیم تا معادله

$$(1-m)x^2 - (Y - mX + m + 1)x + mX - Y = 0$$

بدست آید اکنون برای این معادله  $\Delta = m^2 + 2m + 1 - 4(Y - mX + m + 1)x + mX - Y = 0$  میگیریم داریم:

$$(X^2 + 2X + 1)m^2 - 2(XY + 2X + Y - 1)m + Y^2 + 2Y + 1 = 0$$

این معادله ضربهای دو معاملی را تبعیین میکند که از

منحنی (c) دس میشوند اگر وشهای این معادله دا  $m'$  و  $m''$  باشند داریم:

بگیریم شرط عمود بودن آنها نشاند  $m'm'' = -1$  باشند داریم:

$$m'm'' = \frac{Y^2 + 2Y + 1}{X^2 + 2X + 1} = -1$$

و یا  $X^2 + 2X + 1 = Y^2 + 2Y + 1$  یعنی مکان هندسی مغلوب یکدایه است.

طرح و حل از:  $m = 1$ . گیمی زاده «دبیرفرهنگ سعدیستان پاسخهای صحیح رسیده از: رضانی صوری پنجم ریاضی دبیرستان رهنما - پروفسور امیر حوزابی ششم ریاضی دبیرستان فردوسی تبریز».

حل مسئله ۳۹۶ - اولاً تحقیق اینکه در ازاء جمعیت مقادیر  $m$  منحنی (c) نمایش هندسی تابع

$$y = \frac{-x - 1}{(\sqrt{2} - x + \sqrt{x+5})^m}$$

از چند نقطه ثابت میگذرد. چنانچه تابع را نسبت به  $m$  منب تابیم:

### حل مسأله ۳۹۵ - حل دستگاه دویز

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{cotg} y} + \frac{\operatorname{tg} y}{\operatorname{cotg} x} + \sqrt{\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{cotg} y}} + \sqrt{\frac{\operatorname{tg} y}{\operatorname{cotg} x}} = z \\ \sin x + \sin y = \sqrt{z} \end{array} \right.$$

$$tx\operatorname{tg} y + \sqrt{tx\operatorname{tg} y} = z \quad \text{بصورت اول}$$

در خواهد آمد که با انتخاب مجھول معین  
 $\sqrt{tx\operatorname{tg} y} = n > 0$  و حل معادله شرطی  
 $z^2 + z - 2 = 0 \Rightarrow z = 1$  نتیجه خواهد شد .

$$\left| \begin{array}{l} \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 1 \\ \sin x + \sin y = \sqrt{z} \end{array} \right.$$

ذاین دستگاه بستگاه کلاسیک

$$\left| \begin{array}{l} x + y = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x + \sin y = \sqrt{z} \end{array} \right.$$

تبیین شده ریشه های قابل قبول عبارت خواهد بود از :

$$\left| \begin{array}{l} x = 2k_1\pi + \frac{\pi}{4} \quad y = 2k_2\pi + \frac{3\pi}{4} \\ y = 2k_1\pi + \frac{\pi}{4} \quad y = 2k_2\pi + \frac{3\pi}{4} \end{array} \right.$$

طرح از سید جعفر و فاپخش ششم ریاضی دبیرستان علمیه  
 حل خیای خوب از رضا منصوری پنجم ریاضی دبیرستان رهنما  
 پاسخهای رسیده از : عبدالرؤف ابوالاحرار ششم ریاضی  
 دبیرستان شاههمور شیراز - علی رضا پژوهش

### حل مسأله ۳۹۶ - اثبات صحت رابطه زیر

$$P = \sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14} \sin \frac{5\pi}{14} = \frac{1}{8}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{7} \right) = \cos \frac{2\pi}{7} \quad \text{اولاً داریم :}$$

$$\sin \frac{5\pi}{14} = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} \right) = \cos \frac{\pi}{7}$$

عبارت را در  $\cos \frac{\pi}{14}$  ضرب و تقسیم مبنایم و چون .

$$\sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{7}$$

$$\frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{7} = \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{7}$$

و

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} &= \frac{1}{4} \sin \frac{4\pi}{7} = \frac{1}{4} \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{14} \right) = \\ &= \frac{1}{4} \cos \frac{\pi}{14} \end{aligned}$$

$$P = \frac{1}{8}$$

پاسخهای صحیح رسیده از : رضا منصوری پنجم ریاضی  
 دبیرستان رهنما - رشید حضرتی ششم ریاضی دبیرستان مرآت .  
 پرویز امیر حوزایی ششم ریاضی دبیرستان فردوسی تبریز - علی  
 رضا پژوهش .

**حل مسأله ۳۷۹** - در قسمتی از خیابان طول ۱۰۰ متر  
 تعدادی اتومبیل حیب و کامیون پارک کرده اند اگر فاصله دو اتومبیل  
 ۰/۵ متر و طول هر حیب ۲ متر و طول هر کامیون ۳ متر فرض شود  
 مقدار حیب ها و کامیون ها چه اعدادی میتواند باشد .  
 اگر تعداد حیب هارا  $x$  و تعداد کامیون ها را  $y$  فرض کنیم

خواهیم داشت :

$$2a + 2b + \frac{a+b-1}{2} = 100 \quad \text{یا} \quad 5a + 7b = 161$$

از تساوی  $1 = 22x + 5y + 1 = 22 \times 5 + 1 = 111$  نتیجه میشود که  $a < 32$  و از

$$b = 23 - \frac{5a}{7} \quad \text{رابطه بالا خواهیم داشت}$$

برای اینکه  $b$  عدد صحیح باشد باید  $a$  مضرب ۷ باشد و  
 $a = 0, 7, 14, 21, 28$  در نتیجه

$$b = 23 - 13, 16, 19, 22, 25$$

طرح و حل از علی ملاحتی دبیرستانهای خود  
 پاسخ صحیح رسیده از : رشید حضرتی ششم ریاضی  
 دبیرستان مرآت .

**حل مسأله ۳۹۸** - عددی سه رقمی در مبنای ده بصورت

$$\overline{aaa} \text{ چنان تهیین شود که ارقامش در مبنای } 10^2 = 100 \text{ عدد صحیح}$$

$$\text{متولی باشد} \quad (aaa)_10 = 100a + 10a + a = 111a$$

$$[(b+2)(b+1)b]_7 - [b+(b+1)2 + (b+2)2^2]_7 = 57b + 105 \quad 57b + 105 = 111a$$

$$\text{چون } b \text{ در مبنای 7 است پس } 57b + 105 \leq 56 \quad \text{با } b + 2 \leq 5$$

$$\text{در ازاء } 4 = \text{داریم } b = 2 \text{ و در نتیجه عدد مطلوب در پایه ده}$$

برابر با ۳۳۳ است که در مبنای ۷ بصورت ۶۵۴ نوشته میشود

و باز از  $b < 5$  جواب قابل قبول بدست نمایید .

تبریز - چون عددی که از مبنای ده به مبنای ۷ نوشتند میشود

بصورت ظاهر بزرگتر می شود لذا عدد مفروض در مبنای ۷



سهمی باشد  $IF$  بر  $\Delta$  عمود خواهد بود (جزء ۱). نسبت به محورهای مختصاتی که  $F$  مبدأ و محور طول  $X$  بودجهت مثلث آن همان جهت  $X$  باشد مختصات  $J$  را  $x$  و  $y$  مینامیم. از تشابه  $FHIJKF$  دو مثلث خواهد شد:

$$y = px \quad \text{و} \quad \frac{x}{|y|} = \frac{KJ}{FH} = \frac{KF}{III}$$

پس مکان  $J$  یک سهمی است بارأس  $F$  و بیازمتر  $\frac{p}{2}$

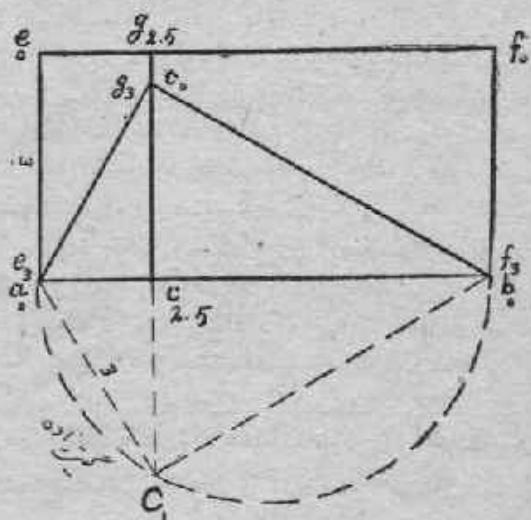
**حل مسئله ۴۰۳** - خط  $a.b$  را که  $ab = 6$  میباشد در ظرف مکثیریم.

اولاً مثلث  $abc$  واقع در دیگر صفحه قائم را بافرض زاویه

$\angle C = 90^\circ$  و صلع  $aC = 3$  درسم و در قوم رأس  $C$  را  $A$  تقریب تعیین نمایید.

ثانیاً مثلث  $abc$  پور قاعده منشور قائمی است که طول بال جانبی آن  $3$  میباشد منحص منشور را رسم کنید.

ثالثاً صفحه قائم فوق الذکر را حول خط  $ab$  باندازه  $90^\circ$  درجه دریک جهت دوران میدهیم و صلع جدید مثلث و منشور را منحص نمایید.



اولاً صفحه قائم  $b$  را بر روی صفحه مقایسه تسطیح کرد. مثلث  $abc$  را در تسطیح از روی مفروضات مسئله رسم میکنیم

و آنرا در  $a.b.c$  ترقیع میکنیم. ثانیاً بالهای جایی منشور چون بر صفحه قائم عمودند افقیهای  $a.e$  و  $b.f$  و  $c.g$  میباشند که طول هر کدام  $3$  است. ثالثاً درایین دوران صفحه مثلث بر صفحه مقایسه منطبق میشود با مفروضات قبلی مثلث  $a.b.c$  واقع در صفحه مقایسه رسم میشود بالهای منشور خطوط قائم  $a.e$  و  $b.f$  و  $c.g$  را خواهد شد.

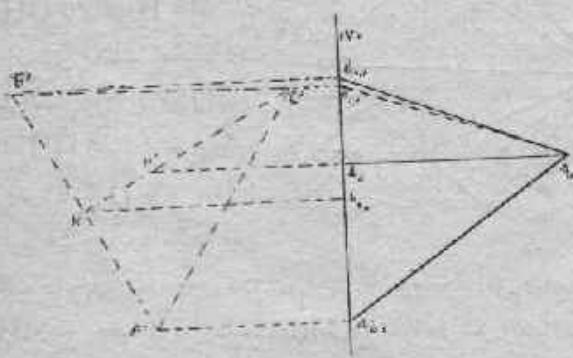
طرح و حل از:  $m = 1$ . تجیی زاده

**حل مسئله ۴۰۴** - نکته  $p$  را در فاصله  $\sqrt{2}$  سانتیمتری صفحه قائم ( $V$ ) انتخاب کنید تصویر رقومی چهارچوبی منتظم ( $V$ )  $S.ABC$  را طوری رسم کنید که مثلث  $ABC$  در صفحه

قراوگیرد و شبب  $AB$  برابر  $\frac{1}{2}$  باشد.

از  $p$  که بر  $\sqrt{2}$  عدد نمائیم پای عمود  $h$  مرکزهایی منتظم  $ABC$  خواهد بود و در چهارچوبی منتظم اگر طول بال  $a$  باشد طول ارتفاع  $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  و شاع دایره محیطی مثلث  $ABC$  برابر با  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$  و وقتی که طول ارتفاع  $SH = 6$  باشد طول  $CH = 3\sqrt{2}$  خواهد بود.

از طرف دیگر چون شبب  $AB$  برابر  $\frac{1}{2}$  است پس شبب که بر  $AB$  عمود بوده و با آن دریک صفحه مصروف واقع است برابر با  $2$  و فرات آن برابر  $\frac{1}{2}$  خواهد بود لذا  $\frac{1}{2}$  بوده و در قوم  $C$  تا  $1/4$ . تقریب برابر  $1/4$  بدست میآید. بکم تسطیح صفحه  $V$  بر صفحه مقایسه مثلث مناظر الاخلاق  $'A'B'C'$  بمرکز  $'H'$  و بشاعر  $'C'P'$  ساخته شده آنرا ترقیع مینماییم ملخص هر معبارت خواهد بود از  $\frac{1}{2}c$ ،  $\frac{1}{2}b$ ،  $\frac{1}{2}a$  (برای رأس  $C$  دو رقوم بدست میآید که رقوم کمتر انتخاب شده است).



**حل مسئله ۴۰۵** - مقایس شبب صفحه  $P$  که با صفحه

دانشجویی دکترای ریاضیات، اندیشه میثیگان

## «مسئله چهار رنگ»

یکی از معروف‌ترین مسائل حل نشده ریاضیات مسئله چهار رنگ است که میتوان بدآسانی آنرا در چند دقیقه حلی به یک فرد عامی نیز قیام نماید.

مسئله مملکتی را در نظر بگیرید و آنرا به  $m$  اختیاری است) استان تقسیم کنید. حداقل با چند رنگ میتوان نشانه را جناب رنگ آمیزی نمود که استانهای مجاور دارای رنگهای متفاوت باشند؟

فریڈریک دان اسکالنی (FREDERICK GUTHRIE) تاریخ پیدایش این مسئله را در سال ۱۸۵۰ میاند. وی احتمال میکند که این مسئله در این مال در بین دانشجویان رشته ریاضی در لندن مورد بحث بوده و حتی برادرش آنرا از DEMORGAN سوال کرده است:

نایاب شده است که با یافتن رنگ مختص میتوان نشانه را بهتر تریق فوق رنگ آمیزی نمود. حسن زده است که چهار رنگ نیز میتواند حواب مسئله فوق باشد ولی تاکنون کسی موفق نشده است این ادعا را اثبات و یا رد نماید.  
(جنس فوق برای  $m=3, 4, 5$  مساوی هست)  
از مال  $m=5$  تاکنون بسیاری از ریاضی دانان بزرگ برای حل این مسئله به مطالعات دامنه‌داری است (زده و من غریب‌ست) مطالعه بسیار ارزشمندی به دنباله ریاضیات نیاز آفروده است ولی متأسفانه بهدف نرسیده‌اند.

## حداقل و حد اکثر تعداد روزهای شوم سال!

مسئله: حد اکثر و حداقل تعداد جمیع های اذبال را که با سیزدهم ماه مصادف باشند پیدا کنید.  
حل: ماههای سال را پر تریق زیر طبقه بنده میکنم:  
ماه A و ماه B را جزو یک طبقه محسوب می‌نماشم اگر قضا و فقط اولین روز ماه A و اولین روز ماه B عروی روز میان از همه (متلاشته) باشد. با این طبقه بندی ماههای هر سال (کبیه و یا نیز کبیه) پکروه زیر دسته بنده میشوند.

[فرو روزین و اسفند]، [اردیبهشت و دی]، [خرداد و آبان]، [تیر]، [مرداد و بهمن]، [شهریور و آذر]، [مهر] یا میانی ملاحظه میشود که جدا اکثر و حداقل تعداد جمیع های اذبال که با سیزدهم ماه مصادف هستند پر تریق دو و یک میباشد.

نهنین بفاصله داده شده باشد آنکه در  $H$  عمودی بر  $OH$  اخراج مینمائیم خط زمین را دره قطع خواهد کرد. نقطه تلاقی عمود مرقوم از  $H$  بر خط زمین با  $D$  نقطه  $h$  میباشد با معلوم بودن فاصله  $hh'$  تا خط زمین و با معلوم شدن بعد آن ارتفاع آن نیز معلوم شده  $h'$  بدست سایید و ملخص کامل میگردد.

مقایسه زاویه  $\alpha$  میسازد سمت پریو گنار کاغذ رسی میتواند که افقیه را محور صفر آن بر محور افق منطبق باشد. نقطه  $g$  روی محور افقی بعرض  $\beta$  انتخاب میشود. مطلوب رسی تصویر رقومی حرم منتظم ABC است که در آن  $g$  کنح قاعده داشته و شب ABC

برای  $\beta$  بوده مثلث ABC در صفحه P واقع باشد.

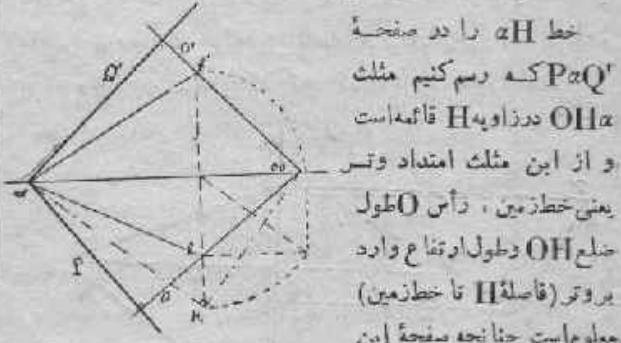
عمود SH که بر صفحه P رسی شود H پای عمود مرکز مثلث منتظم ABC خواهد بود. در صفحه P امتداد A را باشیب

$\frac{1}{3}$  رسی نموده بکمل تسطیح صفحه CH امتداد ارتفاع تبلیغ

درای C از مثلث ABC بدست خواهد آمد. اگر K پای ارتفاع ظهر رأس C بر خلع AB باشد چون کنح S مدقنه است مثلث SCK در زاویه S قائم بوده و قرآن CK از این مثلث بوسیله نقطه H به ترتیب ۲۶ تقسیم شده است. بکمل تسطیح صفحه مصوب طول SH بدست بیاید و بکمل تسطیح صفحه P مثلث قائم H الزاویه ای بنا میشود که امتداد CH امتداد و قرآن، نقطه H پای ارتفاع وارد بروتر و طول این ارتفاع بر ابربا طول SH باشد و H و قرآن است ۲۶ تقسیم کندر اس C از مثلث ABC میعنی خواهد شد و بکمل دایره محاطی مثلث دو سایر B و A بدست خواهد آمد.

**حل مسئله ۴۰۶** (مقایسه به درچاپ این صورت مسئله پلیجمله از قلم اقتاده است و در تیجه مسئله مبهم شده است. اینکه صورت صحیح مسئله و حل آن بیان نمیگردد).

ملخص خط  $DD'$  و صفحه  $PQ'Q$  را با معلومات زیر دس کمید: خط  $DD'$  در نقطه میان  $OO'$  با خط ذهن متقاطع است. تصویر افقی خط D معلوم است. خط  $DD'$  در نقطه ای مانند H بر صفحه  $PQ'Q$  عمود بوده فاصله  $OO'$  تا صفحه  $PQ'Q$  و فاصله H تا خط ذهن معلوم است.



مثلث را حول خط زمین دوران دهیم تا بر صفحه افق واقع شود  $H$  وضع حديد  $H$  برایها  $hh'$  واقع خواهد شد. برای رسی مثلث پر کرده  $O$  و بشعاعی مساوی با طول معلوم  $OH$  دایره ای رسم میکنیم و بر دایره نقطه  $H$  را جناب تیزین میکنیم که از خط

# مسابقات ریاضی برای حل

برای دانش آموزان دوره دوم دبیرستانها

## کلاس چهارم ریاضی

**۵۱۸** - تحقیق کنید که اگر معادله  $px^2 + 2mx + q = 0$  دارای ریشه‌های موقوفی باشد، معادله  $p^2x^2 + 2mpx - pq + 2m^2 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی است.

حسن مولانی - دبیر دبیرستان راهنمایی

**۵۱۹** در معادله های  $(1) ax^2 + (a+b)x - 2a = 0$  و  $(2) x^2 + 2bx + a = 0$  مقادیر  $a$  و  $b$  را جنان تعیین کنید که چون بهر یک از ریشه های معادله  $(1)$  یک واحد افزوده شود ریشه های معادله  $(2)$  حاصل شود.

حسن مولانی

**۵۲۰** - معادله  $mx^2 - (m^2 - 1)x - m = 0$  مفروض است.

(۱) مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که  $x_1' - x_2' = 3$  باشد (  $x_1'$  و  $x_2'$  ریشه های معادله است).

(۲) مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که داشته باشیم.

$x_1'' + x_2'' = 2$

(۳) معادله را حل کرده ریشه های آنرا بر حسب  $m$  بدست آورید.

سید جعفر وفا بخش - ششم ریاضی دبیرستان علیه

**۵۲۱** - مطلوبست حل معادله زیر.

$$(x-1)^2 + (x^2 - 2x + 2)^2 = 17$$

فرستنده - احمد سالک زمانخانی

( سال ششم دبیرستان نظام تهران )

**۵۲۲** - دستگاه زیر را حل کنید

$$\begin{cases} 3^{\log x} \times 2^{\log y} = 12 \\ 2^{\log x} \times 3^{\log y} = 18 \end{cases}$$

فرستنده : محمد رضا قیمی  
( سال چهارم ریاضی دبیرستان دارالفنون )

**۵۲۳** - مطلوبست محاسبه مجموع رشته اعداد زیر

$$1 + n - 2^{n-1} + n - 2^{n-2} + \dots + 14 + 8 + 4 + 1$$

اسغر بنائی - ( پنجم ریاضی دبیرستان حصامی ارجمند )

## کلاس چهارم طبیعتی

**۵۱۵** - اول اعبارت  $(ax - \epsilon b)^2 - (bx - 2a)^2$  را بحاصل زیر بجهاد عامل درجه اول ( بعضی نسبت به  $x$  و بعضی نسبت به  $ba$ ) تجزیه کنید.

ثابتاً - اگر  $ba$  دارای قدر مطلقی مختلف باشد و ریشه های  $x$  از معادله  $P = 0$  را حساب کنید.

ثالثاً - در صورتیکه  $|a| = |b|$  باشد عبارت  $P$  نسبت به  $x$  و بعضی را خواهد داشت.

**۵۱۶** - معادله زیر مفروض است.

$5(m-1)x^2 - (2m-7)x - 2(m-2) = 0$

(۱) میین معادله را تشکیل داده معلوم کنید که مربع کامل میباشد.

(۲) بازاء چه مقدار  $m$  یک حواب معادله  $x = -1$  میباشد. آیا ممکن است که  $x = 1$  حواب معادله باشد؟

(۳) بازاء  $\frac{3}{2}m$  معادله را حل نمائید.

**۵۱۷** - دایره پهن کر  $O$  مفروض است. از نقطه  $A$  واقع در حارج دایره میاس  $AT$  را بر دایره رسم نموده و خط  $\Delta O$  را نیز رسم میکنیم که دایره را در نقاط  $B$  و  $C$  قطع میکند (  $A$  و  $O$  بین  $B$  و  $C$  )

و از  $T$  عمود  $TH$  را بر  $BC$  رسم کرده امتداد میدهیم تا ده نقطه  $T$  دایره را قطع مینماید.

(۱) ثابت کنید خطوط  $TC$  و  $TB$  بسازهای  $\Delta ATH$  متساهمند.

(۲) ثابت کنید که دو مثلث  $TBT'$  و  $COT'$  با پکدیگر متساهمند.

(۳) اگر  $OA = a$  و شعاع دایره مساوی  $R$  باشد طولهای  $AT$  و  $TT'$  را بر حسب  $R$  حساب کنید.

و شعاع دایره مساوی  $R$  باشد طولهای  $AT$  و  $TT'$  را بر حسب  $R$  حساب کنید.

صفحه ۴۹

یکان

مربعی است که طول پلکان آن برابر  $\sqrt{10}$  میباشد. مختصات رؤس دیگر این مربع را تعیین کنید.

محمد علی شیخان - دیر دیستان دارالفنون

$$531 - \text{خط } (D) \text{ معادله } 2y+x+1=0 \text{ مفروض است.}$$

(۱) تابی بصورت  $y = \frac{ax+b}{ax+b}$  جنان معلوم کنید که منحنی نمایش هندسی آن خط (D) را در دو نقطه پلکانهای صفر و ۵ - تقاطع کرده و در نقطه پلکان صفر نسبت به آن قائم باشد (مسار بر منحنی بر خط D عمود باشد).

(۲) منحنی (C) نمایش هندسی تابع  $y = \frac{x-1}{2x+1}$  و خط (D) را در یک دستگاه مختصات رسم کرده مختصات نقاط تقاطع و ضریب زاویه مسار بر منحنی را در نقاط تقاطع حساب کنید.

(۳) تابع درجه دومی بصورت  $y = ax^2 + bx + c$  جنان معلوم کنید که منحنی نمایش آن از نقاط تقاطع منحنی (C) با محورهای مختصات گذشته و مجانب قائم منحنی (C) محور تقارن آن باشد.

(۴) منحنی (C') نمایش هندسی تغییرات تابع  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 1$  را در همان شکل منحنی (C) رسم کرده تحقیق کنید که دو منحنی یکدیگر را در مه نقطه تقاطع مینمایند. تازیافت زاویه بین دو منحنی (C) و (C') را در نقطه ای از نقاط تقاطع آنها که با طول منفی است حساب کنید.

(۵) معادله مکان هندسی نقاطی را تعیین کنید که از آن نقاط میتوان دو مسار عمود بر هم بر منحنی (C') رسم نمود.

(۶) - معادله خط ( $\Delta$ ) را بنویسید که بر خط (D) عمود بوده و عرض آن مبدأ آن  $h$  باشد. معلوم کنید بازه جمعتاً در از خط ( $\Delta$ ) منحنی (C) را در دو نقطه M و N قطع میشود.

در حالتی که دو نقطه M و N وجود دارد معادله مکان هندسی نقطه P وسط قطع خط NM را تعیین کرده و معلوم کنید بازه چه مقادیر از  $x$  معادله حامل مربوط به مکان P میباشد. این مکان را که عبارت از دونیم خط خواهد بود در همان شکل منحنی ها رسم نمائید.

532 - اگر  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$  باشد ثابت کنید که :

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = - 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$$

مهندس عباس سعیدی

533 - معلوم کنید بازه چه مقادیر از P معادله زیر

دارای ریشه های حقیقی است

$$(x-1)^2 \log P + 2x$$

جن مولانی - دیر دیستان رهمنا تهران

534 - در متوازی الاضلاع ABCD نقاط E و F را

بنریب اوساط اضلاع CD و AB مینامیم و DE و BF را قطع کنند.

و سه بینکنیم آنرا قطر AC را در دو قطع CE و BD را نیز رسم میکنیم تا قطع S را در Q و R تلاقی نمایند.

ثابت کنید چهارضلی PQRS متوازی الاضلاع بوده و مساحت آن

برابر  $\frac{1}{2}$  مساحت متوازی الاضلاع ABCD میباشد.

جنان زاده - دیر ریاضی دیستانیای اکثریون

535 - در مثلث قائم الزاویه ABC از رأس A

قائمه نیم خطمنتبی  $\Lambda x$  را رسم میکنیم اگر  $B'C'$  تصور BC و  $A'x$  و میتوان  $B'C'$  باشدمکان نقطه M را تعیین کنید. علی ملاحی - دیر دیستانیای خوب

### کلاس پنجم طبیعی

536 - منحنی (C) نمایش هندسی تابع  $y = (x-2)^2 - 6$  و خط (D) معادله  $y = 2x - 6$  را در یک دستگاه

محورهای مختصات رسم کنید و تحقیق کنید که منحنی (C) و خط (D) در یک نقطه M که مختصات آنرا پیدا خواهید کرد

بر یکدیگر معاشتند. اگر A نقطه تقاطع همین منحنی (C) با محور y باشد معادله خطا  $AM$  و همچنین معادله خطی را که از

میدآ مختصات عدو در AM رسم میشود بدست آورید.

537 - اگر  $\alpha + \beta = 2\pi$  باشد

مقدار  $\cos 2\alpha + \cos 2\beta$  را بدست آوردید.

سید ابوالقاسم عیراعصیانی - دانشجوی سال اول فریاد دانشکده علوم

538 - سمت اتحاد زیر را ثابت نمایید

$$\frac{\cos 3x + \cos 2x}{\cos 3x - \cos 2x} = \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}) \cot \frac{\pi}{2}$$

غلامرضا پورانی - اداره تبلیغات ارشاد

### کلاس پنجم ریاضی

539 - دو نقطه  $A(1-m, 1+m)$  و  $B(2m, m)$  دو سر قطع

۵۳۳- اگر  $C_1B_1A$  و  $C_2B_2A$  زاویه‌های مثلثی باشند تا ب کنید :

$$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C = 1$$

حسن مولائی دیر دیروسان رهمنا

۵۳۴- عبارت زیر را قابل محاسبه با  $\sin 2x$  بنمایید

$$2\sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x - 1$$

فرستنده - فردیون اخباری - نیچه ریاضی دیروسان دارالفنون

۵۳۵- مطلوب است حل معادله زیر و تعیین جوابهای واقع

بین صفر و  $\pi/2$  از آن

$$1 + 2 \sin^3 x \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

فرستنده - فردیون اخباری

۵۳۶- عبارت زیر را بحال ضرب بسیل کنید .

$$\begin{aligned} & t_g \frac{1}{(a-b)(a-c)} + t_g \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \\ & t_g \frac{1}{(c-b)(c-a)} \end{aligned}$$

یعنی خناری - دانجوي سال اول رشته ریاضی

۵۳۷- مرکب‌دانی تشکیل شده از یک استوانه و یک مجرای



محرومی شکل بطوریکه رأس محروم  
بر سطح مرکب می‌ماس است ( مطابق  
شکل ) پسدا کنید نسبت از تقاضه محروم  
با تقاضه مرکب‌دان چقدر باشد تا  
هرگاه مرکب‌دان واژگون شود مرکب  
آن فرمود .

فرستنده - ناهید رزاقی خسی - ششم ریاضی دیروسان آزمون هفتم

۵۳۸- منشور قائمی است که قاعده آن مثلث قائم -

$\triangle ABC$  ( $B=90^\circ$ ) می‌باشد . اضلاع  $a$  و  $b$

$BC=2$  متر و طول بالهای جانبی  $h_1$  و  $h_2$  هستند . روی بال  $BE$  نقطه  $M$  و روی بال  $CF$  نقطه  $N$  است .

را طوری اختیار می‌کنیم که  $x = BM = FN$  باشد .

۱)  $x$  را چنان تعیین کنید که مثلث  $AMN$  متساوی -

الافق شود ( همه حالات ممکن را بررسی کنید ) .

۲) ثابت کنید وقتی  $x$  تغییر می‌کند سطح  $AMN$  همواره از خط ثابتی می‌گذارد .

۳) اگر اندازه مشترک بالهای  $a$  فرض شود ( $AD=a$ )

و بین همواره  $BM=FN$  و مثلث  $AMN$  متساوی الافقین

باشیم و را طوری تعیین کنید که  $MN$  موازی  $BC$  شود .

در این حالت اندازه زاویه  $MAN$  چقدر است ؟

۴) بنا فرض  $a=MN$  و  $AD=a$  بترتیب اوساط

خود مخابره مینماید تضادی مقدار معنی پول میکند. پس در تلگراف خود چنین متن میشود:

SEND +  
MORE  
\_\_\_\_\_  
MONEY

پس از روی همن تلگراف رعن، مقدار پول را که پس استیج داشته است تعیین کرده برایش میفرستد. معلوم کنید مقدار پولی را که پس برای پسر فرستاده است.

دو صورتی که میدانیم هر یک از حرفها نایاب یک رقم است و هر کلمه عددی را منتهی میکند که مجموع دو عدد اول مساویست با عدد سوم او در زبان انگلیسی معادل صفر بین میباشد.

مهندس عباس سعیدی

**۵۴۷** (هندسه) دو دایره (c) و (c') به مرکزهای o و o' مفروضند. دایره هایی (z) به مرکز o در I بر دایره (c) مماس بوده و بر دایره (c') در نقاط K و H عمود میباشد. Io دایره (z) را در M تلاقی مینماید. مکان هندسی نقطه M چیست؟ و از روی آن نتیجه پنکرید که دایره (z) بر دایره ثابت دیگری مماس است و خط M از نقطه ثابتی میگذرد.

مهندس عباس سعیدی

**۵۴۸** (بخار و طات) در یک سهمنی با دامن S خطی از کانون F گذشته و سهمنی را در دو نقطه A و B قطع میکند. رابطه

$$\frac{1}{FA} + \frac{1}{FB} = \frac{1}{FS}$$

را به طریق هندسی و به طریق جبری (هندسه تحلیلی) ثابت کنید.

مهندس عباس سعیدی

**۵۴۹** (ریاضی) اولاً لحنه خط a<sub>1</sub>b<sub>1</sub>a را جلوی e = ساقیمتار رسم کنید.

ثانياً مثلث aBC را که دو ضلع aB و aC نسبت بمنتهی مقایسه متقارن میباشد رسم نمایید.

ثالثاً مثلث مزبور را که متساوی الاعلاع میباشد قاعده چهار وجهی منتظم S<sub>1</sub>BC است. این چهار وجهی را نمایش دهد.

۱. آنچه زاده - ۲. دیر دیرستانیایی مسجد سليمان

**۵۵۰** (ریاضی) از لوزی ABCD تصور های قطر AC یعنی aca'c' معلوم است بنابر آن که قطر BD افقی بوده و طول آن  $\frac{3}{4}$  طول قطر AC باشد ملخص لوزی را رسم کنید.

دانشگاه

## کلاسی، فنی، ریاضی

**۵۴۲** - (جبر) اولاً حد تابع

$$y = \frac{tgx - 1}{\sqrt{tg^2 x - 2tgx - 3}}$$

را وقتی که x میل کند بهمت  $\frac{\pi}{3} + K\pi$  در دو حالت که K

زوج یا فرد باشد بدمت آورید.

$$tany = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

معلوم است.

(۱) منحنی (e) نمایش هندسی آنرا رسم کنید.

(۲) از نقطه (۰۰۰) A خطی با ضریب زاویه m میگذرد.

الف) بازاء جه مقادیر از m خط منحنی (c) را قطع میکند.

ب) در حالتیکه خط منحنی را در دو نقطه N و M قطع میگذرد مقدار m را چنان معلوم کنید که دایره بقطار MN بر منحنی (c) مماس باشد.

(۳) ماحت سطح محصور بین منحنی (c) و خط x=a و خط x=a> میگیرد. این سطح را وقتی  $x=a$  بدمت آورید.

**۵۴۳** (مثلثات) معادله زیر را حل کنید.

$$tg(5x - \frac{\pi}{4}) - tg(2x + \frac{\pi}{4}) = \frac{2\pi}{7}$$

صادف گیش - دیر دیرستانیایی تهران

**۵۴۴** (مثلثات) دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را حل کنید. (x, y, z زاویه های حاده هستند)

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y+z = \frac{3\pi}{4} \\ \sin x = \sqrt{\frac{1}{2}\sin y} = \sqrt{\frac{1}{2}\sin z} \end{array} \right.$$

صادف گیش

**۵۴۵** - (حساب استدلالی) مطلوب است تبیین عدد چهار

رقمی abcd بطوری که داشته باشیم :

$$\overline{abcd} = \overline{ab} \times \overline{cd} + 10 \cdot \overline{ab}$$

بیروز برهانی - سال ششم ریاضی دیرستان البرز

**۵۴۶** - (حساب استدلالی) پسی دو تلگرافی که پس از

# مسائل متفرقه

(برای داوطلبان امتحانات ورودی دانشگاه - قابل استفاده دانش آموزان)

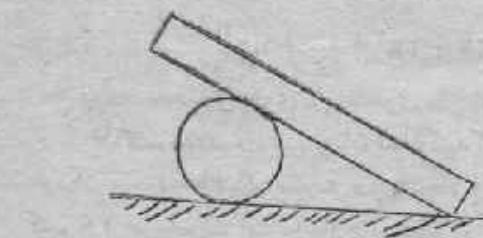
$$\begin{aligned} \log \frac{\sin x}{\tan x} + \log \frac{\cot x}{\sin x} + \log \frac{\cos x}{\cot x} + \\ \log 3 = . \\ \sin x \end{aligned}$$

محضوه بهدی بوز - پنجم ریاضی ۵ بیرون هدف ۳

**۵۰۹.** ایوانی دسته دار را که  
مقطع آن دایره بقطر ۵ سانتیمتر و  
ارتفاعش ۱۵ سانتیمتر است تا ارتفاع  
۱۲ سانتیمتری از آب پر میکنم.  
مطلوب است قیمت بزرگترین زاویه ای  
که میتوان ایوان را از حالت قائم  
خارج کرد تا آب بریزد.

ناهید رزاقی - ششم ریاضی ۵ بیرون هدف (ترجمه از انگلیسی)

**۵۱۰.** قطعه چوبی بشکل مکعب مستطیل بضخامت ۶  
سانتیمتر و پهنای ۳۰ سانتیمتر دوی یک استوانه تکه نموده و از



یکطرف بر زمین قرارداده (مطابق شکل) مطلوب است قیمت ارتفاع  
بلندترین نقطه جوب از سطح زمین در صورتیکه قطر استوانه ۱۰  
سانتیمتر و طول آن قسمت از چوب که بین نقطه تساں آن با استوانه  
و نقطه تماشی با سطح زمین واقع است برابر با ۱۲ سانتیمتر  
میباشد.

ناهید رزاقی خمسی (ترجمه از کتب انگلیسی)

**۵۱۱.** مطلوب است حل دستگاه دو مادله دومجهولی زیر

$$\left\{ \begin{array}{l} 2^x \times 4^y = 3981312 \\ 2^y \times 5^x = 40000 \end{array} \right.$$

مصطفی گودرزی - دانشجوی رشته ریاضی دانشکده علوم

**۵۱۲.** مطلوب است حل دستگاه دو مادله دومجهولی زیر

**۵۰۱.** مطلوب است تعیین  $x$  در صورتیکه :

$$\log_x \log_2 \log_x x = .$$

محمد رضا قسمی - چهارم ریاضی ۵ بیرون هدفون

**۵۰۲.** از مثلثهای قائم الزاویه با مساحت ثابت  $p^2$  آنرا  
مطلوب کنید که دارای کوچکترین وتر باشد ( بدون استفاده  
از مشتق ).

محمد روزبه - پنجم ریاضی ۵ بیرون هدفون

**۵۰۳.** یک تمازغ هندسی را معین کنید که در آن جمله  
 $\frac{1}{a}$  و حاصل ضرب دو جمله متساوی البین از طرفین برابر  
و حاصل ضرب تمام جمله ها برابر  $a^{25}$  باشد (  $a$  مقدار  
مطلوب است ).

س. سامی - چهارم ریاضی - بزرگ

**۵۰۴.** مطلوب است تعیین  $x$  از رابطه زیر.

$$(\sqrt[3]{3 + \sqrt{8}})^x + (\sqrt[3]{3 - \sqrt{8}})^x = 1$$

هرمن روگری - چهارم ریاضی ۵ بیرون هدفون محمد طبری - آمل  
ظیر این مسئله توسط فریدریز امیری پنجم ریاضی  
دیرونستان دکتر نصیری ارسال شده است.

**۵۰۵.** بخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2}}$$

محمود مرزاچی - دیپلم ریاضی

**۵۰۶.** مطلوب است تعیین  $x$  از رابطه زیر:

$$\log_{\frac{x}{2}} \cdot \log_{\frac{x}{2}} \cdot \log_{\frac{x}{2}} \cdot \log_{\frac{x}{2}} x = 2$$

علی تاہباز صالحی - پنجم ریاضی ۵ بیرون هدفون  
**۵۰۷.** اگر  $x$  عدد مثبت و صحیح باشد اولاً تایت کنید  
که عبارت  $x^2 + 5x + 10x^2 + 4x + 1$  و  $8x^2 + 7x + 1$   
 $+ 6x^2 + 7x + 1$  مینواتند اسلاع مثلثی باشند. تابیا مساحت این  
مثلث را بر حسب  $x$  بدست آورید.

علی تاہباز صالحی

**۵۰۸.** مطلوب است تعیین  $x$  از رابطه زیر

ثابت کنید :

$$1) \frac{A_{n+1} + A_{n+0}}{A_n + A_{n+1}} - \frac{A_n + A_{n+1}}{A_{n-1} + A_{n+0}}$$

$$2) \frac{A_{n+2}}{A_{n+1}} = \frac{A_{n+1} + A_{n+2} + A_{n+3}}{A_n + A_{n+1} + A_{n+2}}$$

چنانچه در رابطه مفروض  $\cos \theta$  را بجای  $\sin \theta$  قرار دهیم باز  
هم تاویهای فوق را ثابت کنید و نه تنایت کنید که مقدار

$$\frac{A_0 + A_1 + \dots + A_n}{A_n}$$

برای هر دو حالت یکی است.

سیروس فخر یاسری

( در صورت مسئله فوق که ارسال شده است چندین رابطه  
دیگر نیز ذکر شده است).

$$570. \text{ اگر } f(xy) = \frac{\cos x + \cos y}{1 + \cos x \cos y} \text{ باشد و مقدار}$$

$f(x,y)$  از رابطه

$$f(x,y) = \sqrt{\frac{1 - f(x,y)}{1 + f(x,y)}}$$

بدهست آید و  $x$  و  $y$  و  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  زاویه های یک مثلث باشد ثابت کنید :

$$1) \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$2) \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma = \cos(\alpha + \beta + \gamma)$$

سیروس فخر یاسری

\*\*\*

دو مسئله هندسه از آقای علی ملاحنسی دیر  
دیرستانیانای خوی

571. چهار خط  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  در دست است چهار مثلث  $ABCD$  را چنان رسم کنید که چهار خط مفروض بترتیب عبور  
نصفهای اضلاع آن باشند.

572. مثلث غیر مشخص  $ABC$  را در ظرف میگیریم.  
روی قاعده  $BC$  نقطه ای چنان تعیین کنید که اگر از آن نقطه بر  
عمودی اخراج شود نا اضلاع  $AB$  و  $AC$  را بترتیب در  
نقاط  $C'$  و  $B'$  قطع کند داشته باشیم :

$$B'C' = (BC' - CB')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{y}} = 2 \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \sqrt{xy} = 2 \end{array} \right.$$

داوه حسینی - ششم ریاضی دبیرستان هدف

573. مطلوب است تعیین  $x$  از مادله زیر

$$26 \sin^2 x + 1200 \sin 2x + 5 \sin 4x = 13$$

سید ابوالقاسم میرزا اسماعیلی - دانشجوی سال اول رشته فیزیک  
دانشکده علوم

$$574. \text{ اگر } f(x) = x^2 + x - 1 \text{ و } A + B + C = \pi \text{ باشد ثابت کنید}$$

$$x = \frac{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C}{\sin A \sin B \sin C}$$

باشد ثابت کنید ۱)  $f[f(x)] = 1$  و از آنجا تتجه و بگیرید که

$$f(f(f \dots f(x))) = 1$$

ابوالقاسم محمدی - پنجم ریاضی دبیرستان خوارزمی

$$575. \text{ اگر } \cos 2\beta = 2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) \text{ باشد ثابت کنید}$$

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2} > \sin \beta$$

ابوالقاسم محمدی

576. مجموع زیر را حساب کنید

$$S_n = 1 + 2x + 2x^2 + \dots + nx^{n-1}$$

محمد محروم علوی - دانشجوی سال اول دانشکده فنی

577. عددی دورقی چنان تعیین کنید که اگر یک دفعه  
خود آن عدد و دفعه دیگر متلویش را برمجموع ارقام آن تقسیم  
کنیم اولاً حاصلضرب این دو خارج قسمت بر این عدد دورقی  
متلوی گردد . ثانیاً تفاضل دو خارج قسمت بر این تفاضل ارقام  
عدد مطلوب گردد.

مهدي صرافزاده - ششم ریاضی دبیرستان دارالفنون

578.  $\alpha + \beta + \gamma + \delta = K\pi$  و چهار سردار متمایز از  $x$  میباشد  
که در رابطه

$$\cos^4 x = A \cos^4 x + B \cos^2 x + C$$

صدق نیکنند ثابت کنید

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = K\pi$$

سیروس فخر یاسری - ششم ریاضی دبیرستان خوارزمی

579. در مثلث میگیریم که

$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{A_0} &= \frac{\sin(x+h)}{A_1} = \frac{\sin(x+2h)}{A_2} = \dots \\ &= \frac{\sin(x+nh)}{A_n} \end{aligned}$$

مطابق است تعبیر می شود  $|ax - by|$  (بعد از استفاده از مستقیم) در صورتی که  $a$  و  $b$  مقادیر ثابت و مثبت هستند.

\*\*\*

### سه مسئله نقل از:

The American Maht. Monthly

۵۷۸ - اگر  $n > k$  اعداد درست مثبت باشد و  $1 < k < n$

ثابت کنید  $\sum_{n=1}^k n^k$  عدد صحیح فرد متولی است.

۵۷۹ - ثابت کنید دو هر مثلث

$$\sin A + \sin B + \sin C \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

تساوی فقط برای مثلث متساوی الاضلاع است.

۵۷۰ - درجهاروجی SABC که کنح آن سه قائم است اگر طول بالاها اعداد درست باشد ثابت کنید حاصلضرب این طولها مضربی از  $(5702400)$  میباشد.



### رسم فنی

تألیف آقایان:

مهندس امیر منصور امیرصادی - مهندس جواد افخخاری شامل ۱۰۳ شکل نقشه های پریستیوی ، تصاویر ایزو و متریک ، مقاطع و نقشه شماتیک از انتشارات شرکت سهامی ایران - وبستر

۷۸ صفحه قلع ۲۷ × ۲۱ بیان ۶۰ ریال

### حل المسائل ریاضیات

باقمده اردکتر محسن هشتروodi  
تألیف آقای محمد علی واعظیان

شامل مسائل امتحانات نهائی و کنکور دانشکده های فرانسه و سایر کشورهای خارجی از انتشارات:

### گتابفر و شی محمد حسن علی

۳۱۲ صفحه قلع وزیری - بیان ۸۰ ریال

### حل المسائل هنرمند حساب

برای سال چهارم دبیرستانها و داوطلبان متفرقه

تألیف آقایان:

محمد حسین پرتوی - حسن مولانی - محمد شهبازی

از انتشارات:

### گتابخانه صنایع

۱۴۸ صفحه قلع وزیری - بیان ۴۰ ریال

### پنج مسئله از آقای حسن مولانی دبیرستان رهنما

۵۷۳ - اگر  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$  باشد ثابت کنید:

$$\log(x-y) = \frac{1}{2} [\log(x+y) + \log(x+y-z)]$$

۵۷۴ - حد مجموع زیر را حساب کنید وقتی که  $n \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{3}{27} + \dots + \frac{n}{3^n}$$

۵۷۵ - حد مجموع زیر را بدست آورد.

$$\frac{4}{7} - \frac{5}{49} + \frac{6}{343} - \frac{7}{2401} + \dots$$

۵۷۶ - در قایع  $y = \frac{x-\lambda}{x^2-4x+3}$  مقادیر  $\lambda$  را

طوری تعیین کنید که  $y$  بازه های جمیع مقادیر حقیقی  $x$  دارای مقدار حقیقی باشد.

۵۷۷ - تفاصل مرتبات دو متغیر  $x$  و  $y$  متداولی ثابت است

### معرفی کتابهای رسیده

مؤلفین و ناشرین محترم برای معرفی کتاب مورد نظر نسخه های از آن را باداره مجله ارسال دارند.

### حل المسائل حساب استدلالی

برای سال ششم ریاضی و داوطلبان متفرقه و کنکور دانشکده ها

تألیف آقایان:

محمد حسین پرتوی - حسن مولانی

از انتشارات:

### گتابخانه صنایع

۲۱۲ صفحه قلع وزیری - بیان ۴۰ ریال

### حل المسائل جبر

برای دانش آموزان سالهای پنجم طبیعی و ریاضی و داوطلبان متفرقه .

تألیف آقایان:

محمد حسین پرتوی - حسن مولانی - فریدون فردادی

از انتشارات:

### گتابفر و شی صندلی

۲۶۶ صفحه قلع وزیری - بیان ۸۰ ریال

### حل المسائل جبر

برای دانش آموزان سالهای چهارم طبیعی و ریاضی و متفرقه

تألیف آقایان:

محمد حسین پرتوی - حسن مولانی

از انتشارات:

### گتابفر و شی صندلی

۲۹۶ صفحه قلع وزیری - بیان ۸۰ ریال

# مسائل مکانیک - فیزیک و شیمی

( برای داشت آموزان دبیرستانها و داوطلبان امتحانات درودی دانشگاه )

## I - مسئله نمونه حل شده

توسط : دکتر ابوالقاسم قلمیان

$$R = \sqrt{4} \times 10^7 \text{ m} \cdot g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ MKS}$$

$$h = 1/6 \times 10^7 \text{ m}$$

$$V = \frac{10 \times (\sqrt{4})^2 \times 10^{12}}{8 \times 10^7} = 5/12 \times 10^7$$

$$V = 7150 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \boxed{7150 \frac{\text{Km}}{\text{s}}}$$

- زمان لازم برای اینکه ماه پکدور کامل بزند برابر است با خارج قسمت طول محیط دایره سرعت  $V$  یعنی :

$$t = \frac{2\pi(R+h)}{V}$$

$$\text{چون } \frac{2\pi}{V} (R+h) = 2\pi \times 8000 \text{ Km.}$$

$$V = 7150 \text{ Km/s} \quad \text{پس :}$$

$$t = \frac{2\pi \times 8000}{7150} \text{ دقیقه ۵۷ و ساعت ۱۰ ثانی} = 7030$$

ثالثاً - انرژی جنبشی ماه مصنوعی برابر است با :

$$E_c = \frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 5/12 \times 10^7 \text{ Joule}$$

$$\text{کیلوژول} = 2/56 \times 10^{10} = 2/56 \times 10^{10} \text{ Joule}$$

اگر این انرژی پتانسیل ماه مصنوعی وقتیکه از ارتفاع

$$\text{سفر بار ارتفاع } h = 1600 \text{ Km} \quad \text{میسر برابر خواهد بود با :}$$

$$E_p = Mg_m h = 1000 \times 8 + 1600 \times 10^7 \text{ Joule}$$

$$E_p = 1/28 \times 10^7 \text{ kg} \quad \text{یا}$$

$(g_m)$  شتاب متوسط تقلیل است که طبق صورت مسئله برابر

$$\frac{m}{8} \text{ انتخاب شده است}$$

و انرژی کل مکانیکی ماه مصنوعی عبارتست از :

$$E = E_c + E_p = 2/84 \times 10^7 \text{ kg}$$

۴- چون هر کیلوکالری حرارت معادل  $1/18$  کیلوژول

یکان

۵۸۱- میتواند یک ماه مصنوعی را در ارتفاع  $1600$  کیلومتری بدور زمین با سرعت پجر کت در آوردن که نیروی گرین از مرکز حاصل از حرکت دورانی یکنواخت، کافی باشد. ما اثر وزن ماه مصنوعی را در این ارتفاع ختنی کنند.

بنابراین وزن ماه مصنوعی و ارتفاع  $h$  رابطه زیربرقرار است:

$$P = mg = mg_0 \left( \frac{R}{R+h} \right)^2$$

که در آن  $R$  نمایش شاعر کرده نعم برابر  $4000$  کیلو

متر و  $g_0$  شتاب نقل زمین درسطح دوبیا معادل  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  جرم ماه مصنوعی مساوی یک تن است.

چنانچه میسر ساخت ماه مصنوعی دایرماهی کامل فرض شود که مرکز آن زمین باشد مطلوبست :

۱- سرعت خطي ماه مصنوعی برابر  $1600$  مدار حرکت خود.

۲- زمانیکه لازمت است تا پکدور کامل بدور زمین پجرد.

۳- انرژی جنبشی ماه مصنوعی، واگر شتاب متوسط تقلیل

بنابراین ارتفاع صفر و  $1600$  کیلو متر  $\frac{m}{8} = 8 \frac{\text{Km}}{\text{s}}$  فرض شود

افزایش انرژی پتانسیل ماه مصنوعی چه اندازه است.

۴- اگر توان گرمائی سوختیکه برای بالا بردن ماه مصنوعی

صرف میشود  $10000$  کیلوکالری برای هر کیلو گرم باشد چه

مقدار سوخت لازمت تا انرژی مکانیکی کلی را بآن بددهد در صورتیکه

فقط  $10$  درصد از انرژی حرارتی تبدیل بازیزی مکانیکی میشود.

در این محاسبه از اثر مقاومت هوا هنگام عبور از آتمسفر صرف نمیشود.

حل- برای اینکه حرکت ماه مصنوعی در روزی  $24$  ساعت

خود که شاعر  $R+h$  است یکنواخت باشد باید نیروی گرین

از مرکز برابر وزن ماه شود. اگر  $V$  سرعت خطي ماه در روزی

سریع فرض شود داریم :

$$m \frac{V}{R+h} = mg_0 \frac{R}{(R+h)^2}$$

$$V = \frac{g \cdot R}{R+h} \quad \text{ویا}$$

است پس از زیگل مکانیکی قدر معنون معادل است با مقدار حرارتی برابر با :

$$Q = \frac{2/84 \times 10^4}{4/18} = 9/19 \times 10^4$$

از طرف دیگر هر کیلو گرم سوخت موقبکه بسوزد ۱۰۰۰ کیلو کالری حرارت میدهد که فقط  $\frac{1}{10}$  آن یعنی ۱۰۰ کیلو کالری تبدیل یا نزدیک مکانیکی میشود . سیر سوخت لازم برای اینکه به قدر مصالح افزایی کل مکانیکی لازم را بدهد برآ برآست با:

$$m = \frac{9/19 \times 10^4}{1000} = 9190 \text{ g}$$

## دو سواله ارسالی : علی اصغر شیعه بیگی دانشجوی فنی

### ۵۸۷ - $\frac{N}{100}$ ec محلول اسید اگرالیک را اگر قته

و بدان جند قطره امید سولفوریک افزوده و آنرا حرارت میدهیم سپس بوسیله بورت مدرج از محلول  $\frac{N}{100}$  پر منکرات بتاسیم قطره بورت بدان می افزاییم تا رنگ پر منکرات باقی بماند . معین کنید .  
اولاً تعداد سانتیمتر مکعب پر منکرات مصرف شده را .  
ثابتاً حجم گاز متعادل شده را در  $\frac{136}{5}$  درجه سانتیگراد و  $\frac{5}{4}$  انسفر فشار .

ثالثاً هر گاه . بچای اسید اگرالیک بخواهیم  $ec_8$  محلول  $SO_2$  را با پر منکرات  $\frac{N}{100}$  بخش نماییم فاکتور  $m$  محلول  $SO_2$  را معین کنید .

۵۸۸ - گرد مخلوطی است کاملاً هم جنس از سه ملح کلرور بر مور و بور یا کلر قلایی .

(۱) یک گرم از گرد P را در آب حل کرده و آنرا با یک گرم محلول نیترات نقره بمقدار کافی رسوب می دهیم و خشک کرده و میکشم وزنش  $1722$  گرم است .

(۲) یک گرم دیگر از گرد P را در آب حل کرده و بآن اسید سولفوریک و فلزیت پتانسیم (No<sup>K</sup>) افزوده و می خوشانیم . این فعل تولید  $NO$  نموده و ضمناً بیدا از محلول خارج می کند محلولی که باقی میماند دوباره با نترات نقره بمقدار کافی مخلوط شده رسوب را مثل مایق صاف کرده و میکشم وزنش  $1432$  گرم است .

(۳) رسوب قسمت ۲ را با وزن ثابت در یک جریان کلر گرم میکنیم تا برم را کاملاً استخلاف نماید حسی که ماقی میماند وزنش  $1325$  گرم خواهد بود . مطلوب است اولاً وزنهای کلر و برم وید در  $100$  گرم از گرد P موجود . ثابتاً وزن اتفی قلایی که با هالوزن ها فر کیب شده است .

## II - مسائل برای حل

### مسئله از : هندس عباس سعیدی

۵۸۹ - مطلوبست مقاومت الکتریکی یاک هجر و طکامل که جریان در امداد محو را آن عبور میکند . ارتفاع مخدوش I و طریق منقطع قاعده آن d و مقاومت مخصوص آن  $\rho$  میباشد

$$(\text{محاسبه عددی}): d = 10 \text{ cm} \quad l = 1 \text{ cm} \quad \rho = 15 \text{ ohm}$$

۵۹۰ - حلقة نیم دایره ای بشعاع R حول قطر قائم خود با سرعت زاویه ای  $\omega$  دوران میکندو حلقة کوچک P بحرم m دوی این حلقة قرارداده بطوریکه میتواند میاحتی و بدون احتلاک روی حلقة سر کت کنند موضع تقابل P را مشخص نماید .

۵۹۱ - جریانی بشدت I از A وارد حلقة شده واز B اتکای دیگر قطر گردندۀ از A خارج میشود . هادی CD منکی باحلقة مذکور حول مرکز آن میتواند دوران نماید . جریان گذشته از CD را بر حسب I و  $\omega$  پیدا کنید در صورتیکه هادیها سطح منقطع هر ابردارند و از یک جنس میباشند .

\*\*\*

### دو سواله از : حسین فرمان دییر دیسترانهای سمنان

۵۹۲ - دو منحرک A و B بر دو محور متمام  $oxyox$  با حرکت یکنواخت حرکت میکنند سرعت هر یک و موضع هر کدام در مبدأ زمان معلوم است نوع حرکت و سط قطب خط AB را تعیین کنید .

# مسائل برای دانشجویان رشته‌های ریاضی دانشکده‌ها

## ۱- هفدهم مسأله از استاد دکتر «حسن شیرور»

تعریف می‌شود.

(۱) نقاط ثابت تبدیلی که با رابطه  $(\alpha)$  تعیین می‌شود معین کنید و معلوم کنید که این نقاط چه قبیل نقاطی هستند.

(۲) سلسله  $S_n$  را ثابت کنید که همواره متقارب است و  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  (مجموع  $n$  اولین جمله سلسله) را از روی  $u_1 + u_2 + \dots + u_n$  بدست آورید.

(۳) جون سلسله متقارب است  $S_n$  با تابیل  $n$  بست بی‌نهایت حدی دارد که تابعی از  $u_1, u_2, \dots, u_n$  می‌باشد این تابع را برای  $\alpha = 1$  و  $\alpha = 2$  معلوم کنید لیز در صورتیکه  $\alpha > 1$  باشد این تابع را بدست آورید.

(۴) اگر  $\alpha = 1$  باشد در اینصورت سلسله  $S_n$  دقیق متقارب است که  $\alpha < 1$  باشد. در صورتیکه از روی قانون دالامبر چنین نظر میرسید که سلسله همواره متقارب است اگر  $\alpha < 1$  باشد این تابع ظاهری را توضیح کنید.

(۵) اگر  $\alpha = 1 + K$  عددی صحیح و مثبت است ) باشد حد  $S_n$  را بدست آورید.

(۶) به کمک مطلب فوق معادله :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n} = K$$

را که در آن  $K$  عددی صحیح و مثبت است با اعداد صحیح برای  $x_1, x_2, \dots, x_n$  حل کنید. آیا می‌شود به کمک این جواب جواب ای دیگری برای مذکور مذکور مذکور باشد آورید؟

**۵۹۲**- معادله دیفرانسیل  $y''(y'+y)=y'F'-F^2$  که در آن  $F$  تابعی آنالیتیک است مفروض است. جواب عمومی معادله را تعیین کنید و نشان دهید که این جواب فقط با یک کوادراتور تعیین می‌شود. در حالتیکه  $F=x$  باشد این جواب را کاملاً تعیین کنید:

**۵۹۳**- معادله دیفرانسیل دیگران:

$2xy' + H'y^2 + K' = 0$  که در آن  $H$  و  $K$  دو تابع معلوم و آنالیتیک از  $x$  می‌باشد مفروض است. (معلوم بودن  $H$  و  $K$  مستقل از روی  $y$  و دخالت مستقیم در معادله ندارد).

(۱) ثابت کنید که معادله دو جواب اختصاصی بدون کوادراتور دارد و آنها را تعیین کنید.

$$n_n = \frac{1}{2}(u_{n-1} + \frac{A}{u_{n-1}}) \quad \text{۵۸۹- رشته ترجیعی}$$

که در آن  $A$  عددی مثبت است مفروض است.

(۱) آیا جمله متولی رشته مذکور بسوی حدی میل می‌کنند با خبر؟ (جمله  $u$  اختباری است فقط مثبت است)

(۲) آیا رشته معمودی است یا نزدیکی یا رشته‌ای متموج یعنی به تناوب صعود و نزول می‌کند؟

(۳) عبارت  $u_n$  را از روی  $u_n$  رتبه جمله  $n$  حساب کنید و تایج (۱) و (۲) را مستقیماً از روی این عبارت بحث کنید؟

$$n_n = \frac{u_1 u_{n-1} + A}{u_{n-1} + u} \quad \text{۵۹۰- رشته ترجیعی}$$

آن و  $A$  مقادیر مثبت اند مفروض اند:

(۱) اگر فرض کنیم که  $u_n$  با افزایش  $n$  بست حدی میل می‌کند این حد را معین کنید.

(۲) مقدار  $u_n$  را از  $u_1$  و رتبه  $n$  حساب کنید و معلوم

کنید که حدی که در (۱) پفرمن بدست می‌آید حدی است واقعی معلوم کنید که آیا برای جمع مقادیر  $u_n$  (مثبت) این حد همواره از یک نوع است. یعنی حدی است فیفاوی یا تختانی؟

(۳) تحقیق کنید که برای این رشته رابطه  $\frac{u_m u_n + A}{u_{m+n-1} + u_n} = \frac{u_m u_n + A}{u_m + u_n}$  محقق است. در صورتیکه  $m=n$  فرض شود آیا رشته مسنه II با رشته مسنه I چهار تباطنی خواهد داشت؟

$$S_n = \frac{1}{u_1} + \frac{\alpha}{u_2} + \frac{\alpha^2}{u_3} + \dots + \frac{\alpha^{n-1}}{u_n} \quad \text{۵۹۱- سلسله}$$

مفروض است امّتّه که در آن  $\alpha$  عددی مثبت و کوچکتر از واحد است  $1 < \alpha < 1$ . و رشته  $u_n$  از روی رابطه ترجیعی:

$$(1) \quad u_n = u_{n-1} - \alpha u_{n-1} + \alpha$$

۱) بکمل ملاحظات هندسی دو اتگرال نام-  
**Complète** (از این معادله بدست آورید و بنابراین جواب  
 عمومی معادله را بکمل این دو اتگرال نام بدو صورت بدست  
 دهد. آیا چنگنه میتوان انتساب این دو صورت را تحقیق کرد.  
 ۲) سطحی از این دسته سطوح چنان تعیین کنید که اثر  
 آن بر سطح  $xoy$  منحنی معلوم باشد حالات :

(اول منحنی سهمی  $2x = y^2$  دوم منحنی پیشی  $x^2 + 2y^2 = 1$ )  
 است ) بکل حل کنید آیا ممکن است اثر این سطح بر روی سطح  
 $xoy$  دایره‌ای بازد  $O$  باشد آیا ممکن است این دایره همان  
 دائره مکان آثار قائم‌های سطح باشد .

**۵۹۷** سطحه قائم و سطحه رکتیفیان (Rectification)  
 منحنی بر دو کره متعدد المركز و بشعاعهای  $b$  مماس‌اند .  
 ۱) طول قوس منحنی و شعاع اختناه آنرا در یک نقطه  
 دلخواه بدست آورید (از روی مختصات نقطه) .

۲) توجه را توسعی کنید و برای این منحنیات تعریفی بدست دهد .  
 ۳) آیا بین این منحنیات منحنی‌های وجود دارد که سطح  
 بوسان آنها زیر کره‌ای دیگر متعدد المركز با دو کره قبای  
 مسما مباشد ؟ پیچش منحنیات را حساب کرده و نتیجه را  
 توضیح کنید .

**۵۹۸** بر روی استوانه  $b = y^2 + z^2$  منحنی‌های تعیین  
 کنید که مساهای آنها بر کره  $a > b$  ( $x^2 + y^2 + z^2 = a$ )  
 نیز مماس باشد .

طول قوس منحنی را بدست آورید (بداء فوسها را نقطه‌ای  
 از منحنی که بر کره مذکور واقع است انتخاب کنید ) ثابت کنید  
 که شعاع اختناه منحنی در یک نقطه با محذور فاصله آن نقطه از  
 سطح  $xoy$  مناسب است و همچنین قائم اصلی منحنی در هر نقطه  
 بر شعاع حامل این نقطه عمود است .

**۵۹۹** معادله دیفرانسیل خطی دوم -  $y'' + py' + qy = 0$   
 مشروط است معادله دیفرانسیل خطی رتبه سوم :

$z'' + Pz' + Qz = 0$  را چنان تشکیل دهد که  
 محدوده جواب اختصاصی معادله قبل جواب اختصاصی از این معادله باشد .  
 بنابراین شرط لازم و کافی برای این که بین دو جواب اختصاصی

معادله دیفرانسیل رتبه دوم یک رابطه کوادراتیک مانند :  
 $ay_2 + by_1 + cy_0 = 1$  وجود داشته باشد پیدا کنید (و داد  
 e اعداد معلوم و مشخص هستند) ثابت کنید که این رابطه را همواره  
 میتوان بصورت ساده‌ای بیان کرد . جواب عمومی معادله دیفرانسیل  
 رتبه سوم را تعیین کنید . اگر رابطه بین  $p$  و  $q$  برای اینکه شرط  
 مذکور محقق باشد حداقل باشد معادلات دیفرانسیل مذکور حل  
 میشود . طریقه حل را بیان کنید .

۲) جواب عمومی معادله را که فقط با یک کوادراتور  
 میتواند بدست آورید . این جواب را در حالت :  
 $K = H$  کاملا تعیین کنید در صورتیکه  $K = H^n$  باشد تابع  $H$  از روی  
 تابع پیشنهادی بدست می‌آید ولی جواب معادله به کمل این تابع  
 با توابع معمولی بدست می‌آید این جواب را تعیین کنید :

$\frac{n-2}{n}$  بفرض  $K = \frac{1}{H} - a \frac{H}{H^n}$  نیز معادله را حل کنید .  
 حالات  $n=1$  و  $n=-1$  را جداگانه تحقیق کنید .

**۶۰۰** سطحی که سطحه مساوی آن باصفحة  $xoy$  زاویه  
 تابی تشکیل دهد به سطحه متساوی المیل موسوم است :  
 ۱) ثابت کنید که سطوح متساوی المیل همواره متقابل گسترش‌اند  
 و معادله کلی آنها را بدست آورید ( میل ثابت سطح زاویه  $\alpha$   
 است ) .

۲) اگر اثر سطحه متساوی المیل بر روی سطح  $xoy$   
 (منحنی تقاطع سطحه و سطحه منحنی) و تصویر خط الرأس جهش  
 سطح بر روی همان سطحه منحنی  $\Gamma$  باشد چه رابطه‌ای بین  
 $C$  و  $\Gamma$  وجود دارد ؟ ( باطریق هندسی ) .

۳) منحنی  $C$  و زاویه  $\alpha$  ( میل ثابت سطحه متساوی المیل را تعیین کنید .  
 متساوی المیل در دست است سطحه متساوی المیل را تعیین کنید .

برای منحنی  $ae^{k\theta}$  محاسبات مسئله را انجام دهد .  
**۵۹۵** خط سنتیم  $\Delta$  چنان حرکت می‌کند که سه نقطه  
 ثابت  $A$  و  $B$  و  $C$  از آن بر روی سطحه مختصات حرکت  
 می‌کند (  $BC = b$  و  $AB = a$  طولهای ثابت میباشند ) .

۱) ثابت کنید که هر نقطه ثابت خط  $\Delta$  ( نقطه‌ای که نسبت  
 به  $A$  و  $B$  و  $C$  تغیر وضع نماید ) پاهر نقطه‌ای که نسبت به خط  
 $\Delta$  وضع ثابتی دارد بر روی یک سطح پیشنهادی  $Elliipsoide$  حرکت  
 می‌کند . حالاتی که این سطح پیشنهادی دورانی است تحقیق کنید .  
 حالاتی که این سطح پیشنهادی به کره تبدیل میشود برای کدام نقاط  
 خط  $\Delta$  میدارد و تعداد این نقاط .

۲) خطوط  $\Delta$  یک کنکروانس تشکیل می‌دهند ( یعنی دو  
 پارامتر دارند ) ثابت کنید که این کنکروانس یک کنکروانس  
 قائم‌اند یعنی جمیع اوضاع این خطوط بر سطوحی متوازی قائم‌اند  
 و این سطوح را تعیین کنید .

۳) سطوح قابل گسترش که به این کنکروانس تعلق دارد  
 تعیین کنید مختصات این سطوح قابل گسترش نسبت به سطح  
 کنکروانس ؟

**۶۰۶** اثر قائم‌های یک سطح از نقاط مختلف این سطح  
 بر روی سطحه  $xoy$  مختصات دایره بزرگ  $O$  ( میداء مختصات )  
 و شعاع  $r$  است . معادله با مشتقهای جزئی این سطح را تعیین  
 کنید . این معادله از رتبه اول و از درجه دوم نسبت  $p - q$   
 می‌باشد .

وحد مشترک را بدست آورید.

**۶۰۳**- سگی بر نهضه A روی محور oy بناشله  $a = 0 \Delta$

از صاحب خود که در این موقع در مبدأ مختصات قرار دارد ایستاده است. صاحب سگ بر روی محور oy با حرکت متناوب است جهت مثبت oy حرکت میکند. سگ با سرعت  $k > 1$  برای بر سرعت صاحب خود بسته صاحب خود را می‌افتد (یعنی در هر لحظه توجه سگ پس از سرعت آن پس از صاحب خود میباشد) منحنی که سگ میپیماید تعیین کنید شفتمان معلوم کنید که در کدام نقطه محور oy به صاحب خود میرسد این منحنی را رسم کنید (منحنی تحلیلی مراد است) نقطه‌ای که سگ به صاحب خود میرسد چه نوع نقطه‌ای است؟ در صورتیکه k کوچکتر از یک باشد . سگ مجاہیا به صاحب خود میرسد و محور oy مجاہ منحنی سیر خواهد بود . این مطلب را محقق کنید . بحث در نوع منحنی سیر پررسن مقدار k در حالات  $k = +1$  یا  $k = -1$  یا  $k = 0$  نیز سگ همچنان به صاحب خود میرسد آیده را . بروت امکان رسیدن مجاہی و خود دارد منحنی هار . این حالات مستقیماً تحقیق کنید سطح منحنی محمودین قبور آن و دو محور مختصات را در صورتی که  $k > 1$  باشد حساب کنید آیا این سطح قابل تربیع است؟

**۶۰۴**- مبلغ قرضه شخص معادل S است در پایان ماه اول نصف قرضه و در پایان ماه دوم نیز قرضه را میپردازد ویر جسب قرارداد در پایان هر ماه  $\frac{1}{2}$  مجموع دو قسط اخیر را که پرداخته است خواهد پرداخت .

- (۱) قسط هر ماه را از ماموسون بپیده بطور کلی تعیین کنید .
- (۲) اگر پرداخت را مرتقاً ادامه دهد و زمان بسته بینهایت میل کند حد مجموع پرداختها آیا قرضه داسیپوشاند یا کسر و زائدی خواهد داشت؟ این کسر بازیابی را تجییں کنید .
- (۳) آیا قرضه در قسط کدام ماه تقریباً مستحکم میشود؟ علت زیادتی پرداخت مدیون را توضیح کنید .

- (۴) اگر در پایان ماه اول  $\frac{S}{3}$  قرضه و در پایان ماه دوم  $\frac{S}{4}$  قرضه را میپرداخت و بوجب قرارداد در پایان هر ماه  $\frac{1}{2}$  مجموع دو آخرین قسط پرداختی را متنه میشد پردازد آیا استهلاک قرضه جهصورتی پیدا میکرد؟

$$(5) \text{ بطور کلی قسط اول } \frac{S}{h+1} \text{ و قسط دوم } \frac{S}{h+2} \text{ بوده و}$$

در پایان هر ماه  $\frac{1}{h(h+1)}$  مجموع دو آخرین قسط پرداخت را میپردازد معلوم کنید استهلاک قرضه چگونه صورت میگردد؟ قسط پرداختی در ماه nام را از روی  $n$  تعیین کنید و نشان

معادله دیفرانسیل  $y' + 2qy'' - q'y' + 2qy = 0$  را حل کنید

**۶۰۵**- معادله دیفرانسیل

که در آن f تابع آنالیتیک و g(x) دو عدد مشخص اند درست است یک انتگرال اولیه از این معادله بدست آورید در حالتی که  $f(\lambda) = \frac{a}{\lambda^2}$  باشد انتگرال جواب عمومی معادله را کاملاً مشخص کنید .

**۶۰۶**- مؤلفه‌های قوای در صفحه عبارتند از:

$$X = v' F(x, y), \quad \frac{dy}{dx} + \lambda x'$$

$$Y = v' G(x, y), \quad \frac{dy}{dx} + \lambda y'$$

که در آن  $v$  سرعت حرکت و  $\frac{dy}{dx}$  معرف اندادی سرعت و  $x'$  و  $y'$  مؤلفه‌های سرعت میباشند.  $\lambda$  تابع دلخواه است جملات  $\lambda x'$  و  $\lambda y'$  معرف مقاومتی (یا مساعدتی) درجه سرعت میباشند در حرکت این قوه مؤثر است و موجب تندی یا کندی حرکت نسبت به حرکت تابع قوه اول میباشد ثابت کنید که در مسیر حرکت این قوه مساعدت (یا مساعدت) مؤثر نیست یعنی سیر حرکت عصواه منحنی است که توسط قوه اول مشخص میشود و قوه  $(\lambda x' + \lambda y')$  فقط سرعت را تغییر میدهد . نشان دهید که سیر حرکت فقط تابع دوپارامتر است بنابراین معادله دیفرانسیل آن از دو تبع دارد . این معادله را تعیین کنید . در حالت خاصی که F و G تابع  $F = -\frac{dy}{dx}$  نیستند و بعلاوه  $\frac{dH}{dx} = \frac{dH}{dy}$  که در آن H تابع آنالیتی از x و y میباشد سیرها دسته منحنیات متعادل الزوايا میباشند یعنی سیرهای مختلف که از نقطه‌ای مخصوص میگذرند دسته منحنیهای تشکیل میدهند بقسمی که هر منحنی که این دسته منحنیهایرا بازابده ثابت  $\lambda$  مرور کند خود جزء سیرهای حرکت است (برای اینکار باید انتگرال اولیه معادله دیفرانسیل سیر را تعیین کنید) در صورتیکه H تابع عارموئیک باشد این انتگرال اولیه کاملاً حل میشود راه حل آن را بایان کنید .

مثال :

**۶۰۷**- تابع  $\arctg x$  را برای  $x > 1$  بسط دهید و

بنابراین صحت تساوی ذیر را ثابت کنید :

$$\frac{3}{2} - \frac{3^2}{3 \cdot 2^2} + \frac{3^3}{5 \cdot 2^3} - \frac{3^4}{7 \cdot 2^4} + \dots =$$

$$1 - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + \dots$$

## II - پرسش‌های امتحان شفاهی کنکور ورودی مدرسه عالی

پلی تکنیک فرانسه در ۱۹۶۲

نقل از: Revue de Mathématiques spéciales

۶۰۶ - بین توابع  $f(xyz)$  و  $g(xy)$  شرطی  
برقرار سازید که معادلات دیفرانسیل

$$\begin{aligned} f(y'xyz) &= 0 \\ g(xy) &= 0 \end{aligned}$$

دارای جواب مشترک باشد.

۶۰۷ - معادله دیفرانسیل طبقه سومی هائی که بر محدودهای  
مختصات  $0x$  و  $oy$  مساوی باشد بودست آورید.

$$608 - \text{معادله دیفرانسیل } \frac{y''}{x^2} + 2y' - xy = 0 \text{ را با تبدیل}$$

متغیر  $x^2$  و انتخاب مناسب  $\alpha$  حل کنید

$$609 - \text{معادله دیفرانسیل } \frac{d}{dx}[(1-x^2)y'] + ky = (1-x^2) \text{ معرفی کنید.}$$

(۱) بازاء چه مقدار  $K$  معادله دارای یک جواب چند جمله‌است  
(۲) تحقیق کنید بازاء  $K = n(n+1)$  عدد درست برای

$$(606) \text{ چند جمله‌ای } p_n(x) = \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n] \text{ باک}$$

جواب است

(۳) شرطی اینکه بازاء عمر مقدار  $n$  عبارت  $p_n$  جواب باشد  
چیست و در این صورت معادله را حل کنید

۶۱۰ - مختصات نقطه برخورد ارتفاعات مثلثی را تعیین  
کنید که معادله اخلاع آن عبارت است از:

$$x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - p_i = 0 \quad (i=1, 2, 3)$$

ب) فهمایت ا

من شکوه زیخت خویش دارم از دوست نمی‌کنم شکایت  
چون «منحنی» ام من او «مجاذب» حالی عجب است این حکایت  
خواهیم به وصل هم رسیدن اما به کجا، به بی‌نهایت!  
کمال اجتماعی

دهید که بجز  $2 = h$  اسکان استهلاک قرضه وجود ندارد  
۶۰۵ - قرضه  $S$  را به وحیب قرارداد چنین تأثیر خواهد  
کرد که در پایان هر ماه  $\frac{1}{n}$  زیادتر پنج برابر قسط ماه قبل را به  
قسط دوماه قبل خواهد پرداخت یعنی اگر  $u_n$  قسط ماه  $n$  ام

$$u_n = \frac{5u_{n-1} - u_{n-2}}{6}$$

تعریف می‌شوند و میدانیم که در پایان ماه اول  $\frac{10}{17}$  قرضه و در پایان  
ماه دوم  $\frac{11}{17}$  قرضه را پرداخته‌اند

- ۱) قسط  $u_n$  را از روی  $n$  تعیین کنید.

۲) ننان دعید که قرضه پارامان بقسمی کم می‌شود که حد  
نهایی آن صفر است. یعنی اگر پرداختها ادامه باید نمان بی‌نهایت  
برای استهلاک لازم است ولی شناس یاری‌دادتی رفع نخواهد داد.

۳) اگر یاهمان شرائط قسط اولین ماه نصف فرجه و قسط  
دومین ماه یا چهارم قرضه باشد شرائط استهلاک مثل قبل است ولی  
پرداختها در اینصورت نصاعدی است. این امر را تحقیق کنید.

نها زندو و خبرنگار فعال پیگان



حکیمه - حکمی

دانش آموز چهارم ریاضی

دبیرستان پروین اعتصامی

کرهان



فاطمه - آقا کوچک اصفهانی  
دانش آموز ممتاز سال چهارم  
ریاضی دبیرستان حامدی - قلیک



محمد - گرگابی  
اسفهانی دانش آموز  
ممتاز سال پنجم ریاضی  
دبیرستان جم - قلیک

# مسائل برای دانشجویان رشته‌های ریاضی

## III - مسائله های ازدگتر و از گن آوانسیان

و بوریدان (Buridan) از فلسفه Nominaliste قرن سیزدهم میلادی [Liberté d'indifférence] منوب است که برای اثبات عقاید خود درباره آزادی بینند و بار (Liberté d'indifférence) سوال زیر را مطرح نموده است: آیا حواری که در عین حال تنه و گرسنه است و در غواص مساوی از مکتب عجیب آب و مقداری علف قرار گرفته میتواند یکی را بدیگری ترجیح بدهد یا این که از گستگی و تشنگی خواهد بود؟

اگر حمار بوریدان مثلاً آب را بر علف ترجیح داده و بطرف آن حرکت کند ولی درین راه بشیمان شده جهت حرکت را تنبیه پیدهد و بطرف علف برگرد و دوباره درین راه تغییر عقیده داده و بطرف آب حرکت کند، با وجود داشتن موضعی که قدر مطلق آن ثابت است و با وجود این که از هر نقطه مسیر ملاقات محدودی عبور کرده باشد ممکن است حمار بوریدان هیچوقت بمقدار فرسد. در این موضع فرض کنیم حمار آنقدر طولانی باشد که بالآخره آب برسد و در همان لحظه یعنی دستگاه میتوان گفت که حمار حدتی که با مصلحه این نهایت است زندگی کرده است، مهدنا جاودان ندوه زیرا از احتمال مرده است.

مسئل ۱ و ۲ تحت تأثیر مطالب فوق مطرح شده است. بادآوری میشود که این مسائل با مسئله معروف Zénon (که استدلال آن نوعی سفطه است) فرق ندارند. بعلاوه تمام مسائلی که در اینجا ملاحظه میشوند حد اکثر با معلومات ریاضیات عمومی قابل حل هستند.

با  $a$  و  $b$  مجموعه نقاطی را نمایش میدهیم که از نقاط  $a$  و از تمام نقاط بین آنها تشکیل یافته است. در صورتی که  $a$  و  $b$  مجموعه نقاط بین  $a$  و  $b$  باشند باز  $a$  و  $b$  میشوند.

$$L^{\alpha x}, L^{\beta x}, L^{\gamma x} \quad A = B = C = 0 \quad \text{پیهارت دیگر توابع}$$

استقلال خطی دارند.

$$\alpha > 1, \beta > 0, \gamma > 0 \quad \text{و} \quad \alpha \neq \beta \neq \gamma \quad \text{اعداد ثابت}$$

۶۱۶ - ثابت کنید معادله

$$1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} = 0$$

(هر چه باشد عدد صحیح مثبت  $n$ ) حد اکثر دارای یک

رویه حقیقی است  $(n!) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$

۶۱۷ - ثابت کنید سطوح محصور بین منحنیهای

$$y = \frac{1}{(1+x^\alpha)(1+x^\beta)}$$

واقع در طرفین خط  $x=1$  مساوی هستند  $\alpha \neq \beta$  اعداد ثابت مثبت.

۶۱۸ - حدود زیر را تعیین کنید:

$$1) \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{a} \int_1^a \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x dx$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \left( \dots ((x)^x) \dots \right)^x dx$$

n دفعه

۶۱۹ - نقطه متحرک  $M$  روی پاره خط  $[a, b]$  از نقطه  $a$  با سرعتی که قدر مطلق آن ثابت است (ولی جهت بردار سرعت ممکن است درین راه تغییر کند) بسوی نقطه  $b$  در حرکت است. با فرض اینکه متحرک  $M$  از هر نقطه فاصله  $[a, b]$  به دفات محدودی عبور کرده باشد، ثابت کنید که ممکن است حرکت  $M$  طوری باشد که وقتی بنشانی  $M$  از نقطه  $a$  باشد مسافتی داطی کرده باشد که بی های است (فاصله دو نقطه  $a$  و  $b$  مسیر  $|b-a|$  فرض میشود).

۶۲۰ - دو نقطه متحرک  $B$  و  $A$  که فاصله آنها در لحظه  $t_1$  برابر  $(I)$  است بطرف یکدیگر (روی خط مستقیمی که از  $A$  و  $B$  میگذرد) بدون توقف و بدون بازگشت حرکت میکنند. هر گاه عدد ثابت مشتی باشد معلوم کنید  $B$  در لحظات  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n, t_{n+1}, \dots, t_{n+k}, \dots$  چه مسافتی را باید پی کنند تا هیچوقت یکدیگر فرمود (یعنی در زمان محدودی)

۶۲۱ - ثابت کنید معادله  $0 = 20 - \sqrt{x} \cos \theta$  دارای یک ریشه حقیقی است که تعیین خواهد نمود.

۶۲۲ - دوی ازدیادی  $1 = -3y^2 - x^2$  نقاط متواالی  $M_1, M_2, \dots, M_n$  را طوری تعیین کنید که مختصات آنها اعداد صحیح هستند.

۶۲۳ - ثابت کنید که هر گاه تساوی

$$AL^{\alpha x} + BL^{\beta x} + CL^{\gamma x} = 0$$

با زاءه جمیع مقادیر  $x$  برقرار باشد خواهیم داشت.

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} [(x)^{\frac{1}{x}} - x - (\log x)^1] dx = \text{لگاریتم پیرین} = \log$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} [(x+1)^{\frac{1}{x+1}} - x^{\frac{1}{x}}] dx$$

$$5) \lim_{p \rightarrow \infty} \left[ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1^x + 2^x + \dots + n^x)(1^{x^p} + 2^{x^p} + \dots + n^{x^p}) \dots (1^x + 2^x + \dots + n^x)}{p+x+x^p+\dots+x^{x^p}} \right]$$

(0 < x < 1) p عدد صحیح

- استوانه دواری بازید که از دو نقطه A و B بگذرد و بصفحة مفروض در تئمنه داده شدهای مماس باشد (حل هندسی)

### دوساله ممتاز

۶۴۵- بین کثیر الاصلاعیان  $\Sigma a_n$  محااطه در دایره مفروضی کثیر الاصلاعی را در نظر میگیریم که حاصلضرب طولهای اصلاحی اقطار آن ماکریم باشد (قبل انتشار خواهد داد که چنین کثیر الاصلاعی موجود است) هر گاه  $V_n$  ماکریم فوق الذکر باشد ثابت کنید:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [V_n]^{\frac{2}{n(n-1)}}$$

وجود دارد.

تصریف در مسئله فوق میتوان کثیر الاصلاعیان را در قدر کرفت که روی آنها متلو باشد یک مجموعه ای که از بینهای نقاطی صفحه تشکیل یافته است و در متن بسته و محدود میباشد.

۶۴۶- عدد مثبتی را که توان دوم آن برابر 2 میباشد با  $\sqrt{2}$  نشایش میدهیم:

۱- ثابت کنید هر چه باشه عدد اختیاری 0 < m میتوان

دو عدد صحیح مثبت p و q بیندازد. بطوریکه داشته باشیم:

$$0 < p\sqrt{2} - q < \epsilon$$

۲- از آن تبعیج سکرید که هر چه باشد اعداد  $\lambda$  و  $\mu$  > 0 عدد صحیح مثبت  $K(p\sqrt{2} - q)$  که  $K(p\sqrt{2} - q)$  عدد صحیح مثبت موجود است که مشتقه به فاصله  $[\lambda + \epsilon, \lambda - \epsilon]$  میباشد.

۳- وقتی  $\frac{1}{10} < \epsilon$  باشد  $p$  و  $q$  را حساب کنید.

۴- هر گاه  $\theta = \pi/2$  باشد مجموعه E نقاط

$$M_1, M_2, \dots, M_n$$

را در نظر میگیریم که تصاویر اعداد مختلط

$$\operatorname{in}\theta$$

$$e^{i\theta} = (\cos \theta + i \sin \theta) \quad (i = \sqrt{-1})$$

میباشند. ثابت کنید هر اندازه 0 < θ < π کوچک باشد. روی هر قوسی از دایره مثلثاتی بطول 2a لاقل یک نقطه مجموعه E موجود است (میگویند E روی دایره مثلثاتی همه جا متراکم است و با آدرس E دایره مثلثاتی است).

۶۱۹- آیا انتگرال زیر همگرا است؟

$$\int_0^\infty x^p e^{-x} dx$$

۶۲۰- در سری همگرای  $A = \sum a_n$  مفروضند. گویند تقارب سری B سریتر از تقارب A است در معنی که عدد صحیح مثبتی مانند n م وجود باشد بطوریکه برای عریق n داشته باشیم:

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} < \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

ثابت کنید که بهر دنباله شماره پذیری از سریها مانند

$$A_1, A_2, \dots, A_m$$

میتوان یک سری مربوط کرد که تقارب آن از تمام سریهای دنباله مذکور سریع تر باشد.

۶۲۱- دنباله اعداد ... 5, 8, 5, ..., 5 a\_0 = 05, 8, 5, 8, 5, ... داشته باشد:

هر گاه (m+n = 1 و 2 و ... و n) داشته باشد:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} \text{ وجود حواهد داشت.}$$

۶۲۲- جسمی بحجم m از نقطه A واقع روی سطح کره زمین با چه سرعت  $v$  بطرف بالا (پرتاب قائم) پرتاب شود

تا هر گز بزمین باز نگردد (فرض میشود فقط قوه جاذبه زمین است که جسم اثر نمیکند).  $R = 12756Km$   $g = 981(CGS)$

۶۲۳- انتگرال منحنی الخط

$$\int (c) \frac{PdQ - QdP}{P' + Q'}$$

$$P = ax + by$$

$$Q = ax - by \quad (a \neq 0, b \neq 0)$$

و (c) دایره پر کر  $0$  و بشاعر  $R = 2\sqrt{a^2 + b^2}$  میباشد حساب کنید.

۶۲۴- زاویه  $xoy$  مفروض است. پوشصفحاتی مانند

$\wedge$  را که از نقطه 0 میگردد و تصور  $yox$  روی آن زاویه فائمه است پیدا کنید.

## ارائه فرمولها و روابط جدید

﴿آقای هوشک حاجی محمدحسن دبیرستان ریاضی ثابت کردند که در معادله درجه سوم .

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

۱) اگر  $C = \frac{b^3}{3a}$  باشد جواب معادله از فرمول زیر بدست خواهد آمد .

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^3 - 27a^2d}}{3a}$$

۲) اگر  $\frac{b^3}{3a} < C$  باشد جواب معادله عبارت خواهد شد از :

$$x = \frac{-c + \sqrt{c^3 - 27a^2d}}{3a}$$

﴿آقای ولی الله اسکندری فارغ التحصیل سال ۱۳۴۱ رشته ریاضی راه ساده‌تر برای اثبات یعنی از قضیه‌های هندسه و مخروطات ارائه داده‌اند . از جمله اثبات قضیه داندن را توپی که مقطع سه‌می امت میتوان با استفاده از قضیه «سیمین سدیعی» است ... اثبات کرده . اثبات اینکه مقطع صفحه باسطع استوانه‌ای دوار در حالتی که نسبت به وجود آن مایل باشد یعنی است با استفاده از قضیه «تصویر دایره» (یعنی امکان پذیر است .

آقای اسکندری ضمن اثبات قضیه «مجموع وجوه کنج محجب از چهار قائم کوچکتر است» بیان داشته‌اند که اندازه تصور غرذویه بر صفحه‌ای که باصفحة راویه موازی باشد از اندازه خود غرذویه بزرگتر است اما دلیل آنرا بیان نداشته‌اند .

﴿آقای همیاری صرافزاده دانش آموز ششم ریاضی دیبرستان دارالفنون قاعده‌ای برای تعیین محدود اعداد دورقیی ارائه داده‌اند که در واقع همان اتحاد محدود مجموع دو جمله میباشد .

﴿آقای بزرگ اصل حریری دانش آموز کلاس سوم دیبرستان بیلوی در افغانستان عین قاعده آقای صرافزاده داده‌اند . بعلاوه این قاعده‌ای برای تعیین حاصلضرب دو عدد دو رقمی ارائه داده‌اند .

﴿آقای حسین عظیمی که بنابر مرغی آقای حسین سلطانی دیبرستان ریاضی دانش آموز ممتاز کلاس سوم دیبرستان مغربی اصطبهانات میباشد قاعده‌ای برای تعیین مکعب مجموع جمله پیش‌زیر ارائه داده‌اند :

مکعب مجموع جند جمله برای امت با مجموع مکعب‌های آن جمله‌ها بعلاوه سه برابر حاصلضرب مربع هر جمله در هر یک از جمله‌های دیگر بعلاوه نش برایر حاصلضرب هر جمله در حاصلضرب دو جمله سمت دامت آن .

آقای عظیمی برای تعیین حاصلضرب دو عدد دورقیی نیز قاعده‌ای ارائه داده‌اند که عمان قاعده ارائه شده از طرف آقای حریری میباشد .

## حل مسئله حساب استدلای امتحان

### نهائی ششم ریاضی در خرداد ۴۱

﴿در امتحانات نهائی ششم ریاضی

خرداد ۴۱ . دیدارهایی از مسائل حساب

استدلای اختلافیائی بروزگرد و جون

طرح کنندگان در تهران نیوده موجب

تفویض و یا باصطلاح صحیح سوال

در تهران گردید و قرار بود موضوع

صحیح مسئله ، به حوزه‌های امتحانی

خارج از تهران نیز تکرار شود اما

جون صحبت مسئله واضح میشود از

مخابره تکرار خودداری میگردد .

اینک از آقای حسین آزم طرح

کننده سوال تقاضا شده حل مسئله

اصلی را برای جای در مجله ایکان داد

اختیار بگذارد تا اگر احتماناً هنوز

اشتباهی نسبت بآن برای عده‌ای وجود

دارد معرفت گردد . عین مسئله اصلی و

حل آن که توسط طرح کننده انجام شرفته

است در ذیر بمنظور خواندنگان گرامی

پرسیده .﴾

۶۲۷- سه عدد صحیح آنطور تعیین کنید که مجموع مر بعاثان ۲۹۶۴۵ باشد و جون هریک از آنها را برپر گیریں مقسم‌علیه مشترک آنها و  $\frac{A}{D} = a$   $\frac{B}{D} = b$   $\frac{C}{D} = c$  و خارج قسمها را در هم ضرب کنیم حاصل برای ۲۲۸۰ و بعلاوه یکی از خارج قسمها عدد اول باشد .

حل- اگر  $A, B, C$  اعداد مطلوب و  $D$  بزرگترین

مقسم‌علیه مشترک آنها و  $a = \frac{A}{D}$   $b = \frac{B}{D}$   $c = \frac{C}{D}$

فرض شوند موجب فرض مسئله درایه زیر بدست می‌آید :

$$D^3(a^3 + b^3 + c^3) = 29645 \\ abc = 2280$$

$$D^3(a^3 + b^3 + c^3) = 5 \times 7^3 \times 11^2$$

$$abc = 2^3 \times 3 \times 5 \times 19$$

موجب رابطه دوم باید یکی از اعداد  $a, b$  و  $c$  دارای

عامل ۱۹ باشد اگر پفرض  $a = 19k$  باشد داریم :

$$361K^3 = a^3 + b^3 + c^3 > 261$$

بود و جون  $5 \times 7^3 \times 11^2$  کوچکتر از ۳۶۱ هستند ناجار

$$D = 7 \quad D^3 = 7^3 = 343 \quad a^3 + b^3 + c^3 = 5 \times 11^2 = 605$$

از رابطه ۶۰۵ =  $605 = 5 \times 11^2$  داریم :

$$19K^3 < a^3 < 605 \quad K^3 < \frac{605}{19} = 31.8 \quad K = 3$$

و از اینجا  $a = 19$  و  $b = 7$  و  $c = 11$  و با اخیره

$$A = 133 \quad B = 84 \quad C = 244$$

$b^3 + c^3 = 133$  مقدار  $b$  و  $c$  از رابطه ۲۴۴ و

$$bc = 120 \quad b = 12 \quad c = 10$$

$$C = 70 \quad B = 84 \quad A = 133$$

# حل مساله امتحانات نهائی

ششم ریاضی (متفرقه - دیبرستانها) در شهر یورماه ۱۳۴۲

توسط : حبیب‌الله عبداللہی

ب - ترسیمی

۶۳۹ - فصل مشترک صفحه  $P\alpha Q'$  و  $R\beta S'$  را در حالت کلی پیدا کنید.

۶۴۰ - خط  $dd'$  بزرگترین شبیه یا کصفحه نسبت بصفحه افق تصور است آثار این صفحه را رسم کنید.

۶۴۱ - روی خط الارض نظرهای پیدا کنید که فاسمه حقیقی آن از اقبیه مفروضی برای طول معلوم  $I$  باشد درسته بحث کنید.

۶۴۲ - قرینة صفحه مفروض  $P\alpha Q'$  را نسبت بصفحة نیمساز اول پیدا و آثار آن رسم کنید.

بارم : هر یک از شواطیلات دوسره دارد.

\*\*\*

حل - عیسیاس شبیه صفحه  $P$  را با اساس یک رسم می‌کنیم.

۱ - ذوزنقه  $a,b,c,d$  را با مفروضات مأله رسم می‌کنیم.

۲ - اقبیه رقوم  $\angle$  صفحه را حول اثر صفحه تستیلیج می‌کنیم و از نقاط  $cd$  بر تستیلیج اقبیه مذکور دو عمود رسم می‌کنیم تا آن را در نقاط  $CD$  قطع کنند پس از تستیلیج ذوزنقه حول اثر صفحه ذوزنقه  $abCD$  تبیه می‌گردد که می‌توان نوشت :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{bc} = \pm 16 \\ \overline{be} = ad - 2\sqrt{5} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{aD} = ad + \pm 4 \\ \overline{aD} = bC - 6 \end{array} \right.$$

میدانیم در چهار ضلعی های محبطی مجموع اضلاع متسابل برابرند در اینجا

$$\left\{ \begin{array}{l} ab + CD = 8 + 4 = 12 \\ aD + bC = 8 + 6 = 12 \end{array} \right.$$

$ab + cD = aD + bC = 12$  پس : در اینجا ارتفاع ذوزنقه قطر دایره محاطی است پس داریم:

$$4r^2 = 36 - 4 = 32$$

$$r = 2\sqrt{2}$$

و از آنجا

هندسه رقومی و ترسیمی سال ششم ریاضی دیبرستانها (مدت ۵۰ دقیقه)

الف - رقومی

۶۴۸ - محور اطول کاغذ رسم کنید و اندسا تیمتر و مقیاس

۱ است.

۱ - اثر صفحه  $P$  را با صفحه  $a$  از کنار تختانی کاغذ و پیمائی آن رسم کنید اساس این صفحه یک وتر قائم رقومهای مقیاس شب آن از بالای ایوانه است ملخص ذوزنقه متساوی الساقین  $a,b,c,d$  را که بر صفحه  $P$  واقع است باین ترتیب رسم کنید قاعده  $a,b = 8$  بر اثر صفحه مطبق باوری که  $a,b$  در فاصله  $4$  راست محور اطول کاغذ و  $b$  در فاصله  $4$  چپ عمان محور و طول قاعده دیگر  $c = ed$  است چپ محور اطول و  $d$  مدت راست آن واقع است.

۲ - این ذوزنقه را حول اثر  $P$  تستیلیج می‌کنیم ثابت کنید ذوزنقه تستیلیج شده  $abCD$  قابل محیط شدن برای دایره است شاع دایره محاطی آن و طول ساق  $D$  و همچنین طول تصوری  $ad$  را حساب کنید.

۳ - نقطه  $O$  از صفحه  $P$  را که تصور آن بر محور اطول قرار دارد در هر من گیرم ثابت کنید مقدار حبیق زاویه  $\angle a, o, d = 90^\circ$  درجه است.

۴ - ذوزنقه  $a,b,c,d$  قاعده تختانی منشور فائمی است واقع در بالای صفحه  $P$  بقسمی که طول حبیقی بال جانی آن متساوی  $25$  برای قطع دایره محاطی ذوزنقه  $abCD$  است رقومهای چهار رأس فوکاتی این منشور قائم را تعیین و ملخص آنرا رسم کنید.

۵ - صفحه افقی بر قوم  $\angle$  را ایسای جانی منشور فوق را قطع می‌کند ملخص تقاطع تنازع را تعیین و بطور متواالی بهم وصل کنید تا یک چهار ضلعی بدست آید.

۶ - در ملخص نهائی و جداگانه قسمی از منشور فوق را که ماین صفحه  $a,b,c,d$  و صفحه افقی بر قوم چهار قرار دارد نشان داده و چنانچه سطح منشور کدر و صفحه افقی نامبرده حاکی موارد باشد خطوط هر کدام را از مخفی تبیین دهد.

مرکز دایره محاطی محل تلاقی نیمسازهای زوایای ذوزنقه است که اگر O محل تلاقی دونیمساز مرسم در شکل اذین ذوزنقه باشد خواهیم داشت :

$$\angle aOD = 90^\circ$$

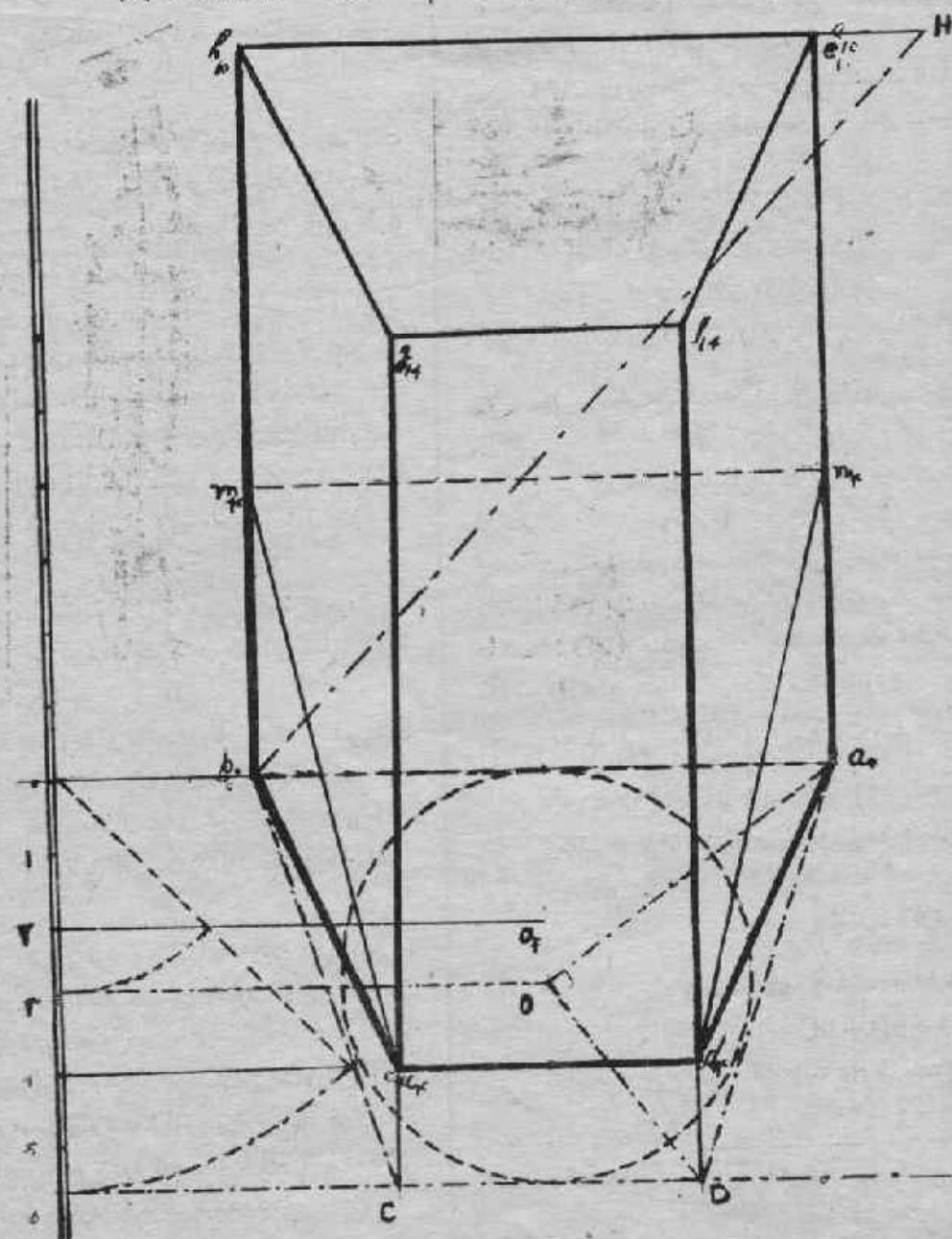
۴- چون منشور قائم است بنابراین امتداد یالها موازی متیاز شب صفحه وترقی رقوم آها درجهت عکس واساس آنها عکس اساس صفحه یعنی یک است و طول حقیقی آن

$25 \times 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$   
پس سال هار بر b را تسطیح و بر آن طول  $10\sqrt{2}$  را جدا می کنیم تا H بدم آید و H را در  $90^\circ$  تربيع می کنیم کلیه

بالهای منشور موازی و مسادی  $bh$  و اختلاف رقوم دوسرا آنها ۱۰۰  
خواهد بود باین ترتیب منشور را کامل می کنیم

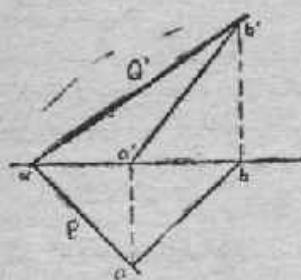
۵- مقطع جسم را بوسیله صفحه افقی بر قوم ۴ تعیین می کنیم  
با این ترتیب که نقاط رقوم ۴ بالهایی که صفحه افقی را قطع می کنند  
یکدیگر وصل می کنیم تا مقطع  $m_4n_4d_4c_4$  بدم آید.

۶- قسمی از منشور فوق که ماین صفحه ذوزنقه  $m_4n_4d_4c_4$  را  
صفحه افقی رقوم ۴ قرار دارد جدا گانه رسم شده است و آن  
قسمت که بین مقطع و قاعده  $a_4b_4c_4d_4$  واقع است کلیه بالهای  
منتهی است فقط دو قسمت از بال  $a_4b_4$  که تعلق چشمین دسم شده است  
نامناسبی است . (شکل صفحه بعد)



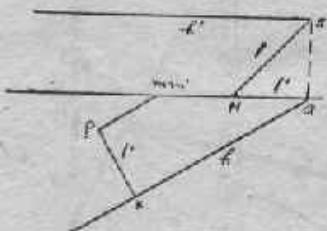
دیگری مانند  $nn'$  بوسیله سفحه افقی ( $H'$ ) بدست می آید  $m'n'm'n'$  فصل مشترک دو سطح است.

### حل مسئله دوم ترسیمی:



خط  $dd'$  را در خل  
کر قوه و نقاط  $aa'$  و  $bb'$   
آثار افقی و قائم آن را  
بیدا میکنیم سپس اثر افقی  
سfläche مطلوب را در نقطه  
 $a$  بر  $d$  تصویر افقی  
سfläche عمود میکنیم و از  
ا محل تلاقی آن با خط الارض  $b'b'$  وصل میکنیم  $PQ$  جواب  
مسئله است.

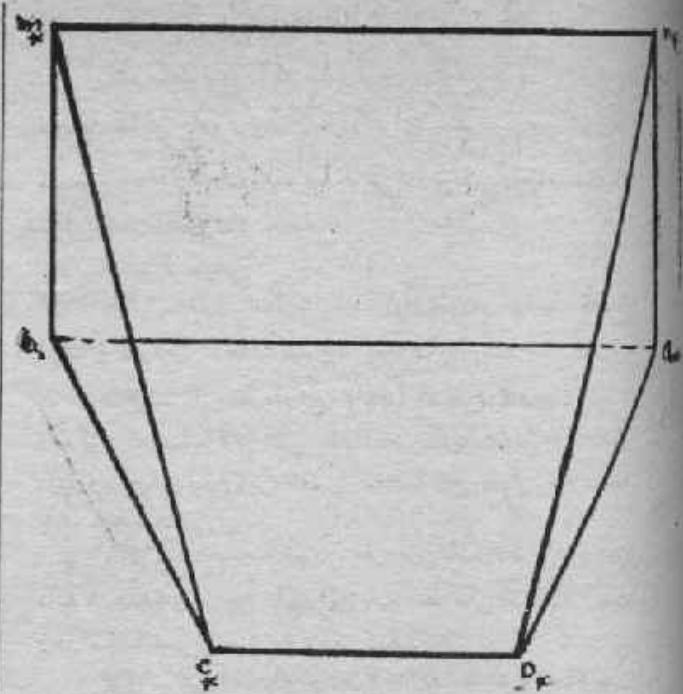
**حل مسئله سوم ترسیمی:** مسئله ا حل شده فرم کرده  
نقطه مطلوب را  $mm'$  من نامیم فاصله این نقطه تا افقی  $H'$   
و قریب مثلث قائم از او بیایست که دو ضلع قائمش بترتیب ارتفاع  
افقی و فاصله  $mm'$  از تصویر افقی افقیه باشد پس  $aa'H$  که  
در آن  $aa'$  مساوی ارتفاع افقی و  $a'H = m'm'$  میباشد رسم کنیم  
فاصله  $am$  تا  $h$  است پس خطی بفاصله  $[am]$  بموازات افقی  $h$  رسم  
کرده تا در نقطه  $m'm'$  خط الارض را قطع کند ماید  $[m'm']$  از ارتفاع  
افقی بیشتر باشد مسئله دارای دو جواب است.



**حل مسئله چهارم ترسیمی:** میدانیم قرینه کلیه نقاط  
سfaces افقی و قائم تصویر نسبت به نیمساز فرجه اول واقع در  
سface قائم و افق تصویر میباشند بنا بر این قرینه  $P$  و  $Q$  و  $R$   
نسبت بصفته نیمساز فرجه اول بترتیب  $S$  و  $R$  و  $P$  خواهد شدند توان  
قرینه دو نقطه واقع در این سface را نسبت به نیمساز فرجه اول  
بدست آورد و بکمک آنها قرینه آن را پیدا کرد.

هنوزه رقومی و ترسیمی متفرقه (مدت ۲/۵ ساعت)  
۹۳۴- الف رقومی - محورهای الطول و اقص کاغذ را  
را رسم کنید محل تلاقی آنها من کر کاشت واحد متریمتر و  
مقیاس  $\frac{1}{1}$  میباشد.

۱- مربع  $a.b.c.d$  بضع ۶ واقع بر سface مقایسه را  
علوی رسم کنید که مرکز آن بر مرکز کاغذ منتبط و اصلاح آن

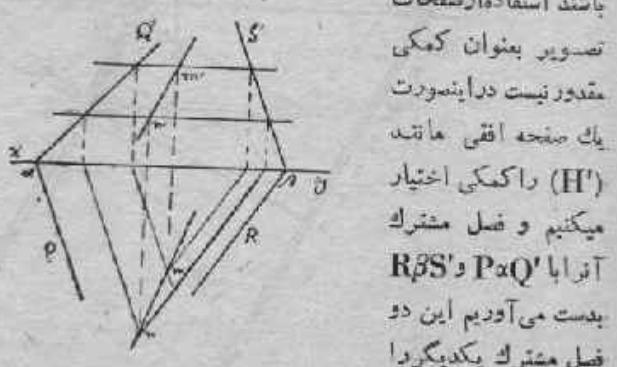


### حل مسئله اول ترسیمی:

I- سface افقی تصویر را بجای دیگر از سfaces کمکی اختیار  
میکنیم این صنعته کمکی  
نقطه  $PQ'$  را در  $PQ$  و سface  
امتداد  $\alpha P$  و سface  
 $\beta R\beta S'$  را در امتداد  $\beta R$  و  $\alpha P$  و  $S'$   
قطع میکنند و  $\alpha P$  و  $S'$  را در  $nn'$  پیکی  
قطع میکنند  $nn'$  پیکی  
از نقاط افضل مشترک است

سface قائم قائم را کمکی اختیار میشود سfaces  
مغروی را در  $Q'D'$  و  $\alpha Q$  و  $\beta S'$  قطع میکنند و این دو خط بکدیگر را در  
 $mm'$  تلاقی میکنند  $m'm'$  فصل مشترک دو سface است.

II- وقیع آثار دو سface در خارج حدود شکل متقاطع



بدست می آوریم این دو  
فصل مشترک بکدیگر را  
در  $mm'$  که یک نقطه افضل مشترک است قطع میکنند و نقطه

ملخص این جهار ضلعی را درم کنید.  
 ۶- مکعب فوق را که سلب فرض میشود پس از این تربيع  
 محدوداً تفاوت داده و قومهای سایر آنرا تا  $\frac{1}{10}$  تقریب تعیین و  
 ملخص جدید آنرا رسم کنید و با فرض کدن بودن سطح آن خطوط  
 مولی را از مخفی تعیین پنهانید.

### ب- ترسیمی

۷۳۴- مثل مشترک خط 'dd' مفروض را با صفحه  
 $PQ'$  مفروض در حالت کلی پیدا کنید.

۷۳۵- از نقطه مفروض (aa') بارتفاع ۳ و بعد خط  
 رسم کنید که تصویر قائم آن با خط الارض زاویه ۴۵ درجه تشکیل  
 داده و زاویه حقيقی این خط با صفحه افق تصویر ۳۰ درجه  
 باشد. بحث.

۷۳۶- در صفحه نیم رخ مفروض پاره خط '(aca'c')'  
 داده شده ملخص مربعي را که این پاره خط یکی از اقطار آنست  
 و در صفحه نیم رخ قرارداده رسم کنید.

۷۳۷- فریض صفحه مذکور منطبق با صفحه نیمساز  
 دوم پیدا و آثار آنرا تعیین کنید.  
 ( بازم - هر یک از مسئوالات ۲ نمره دارد )

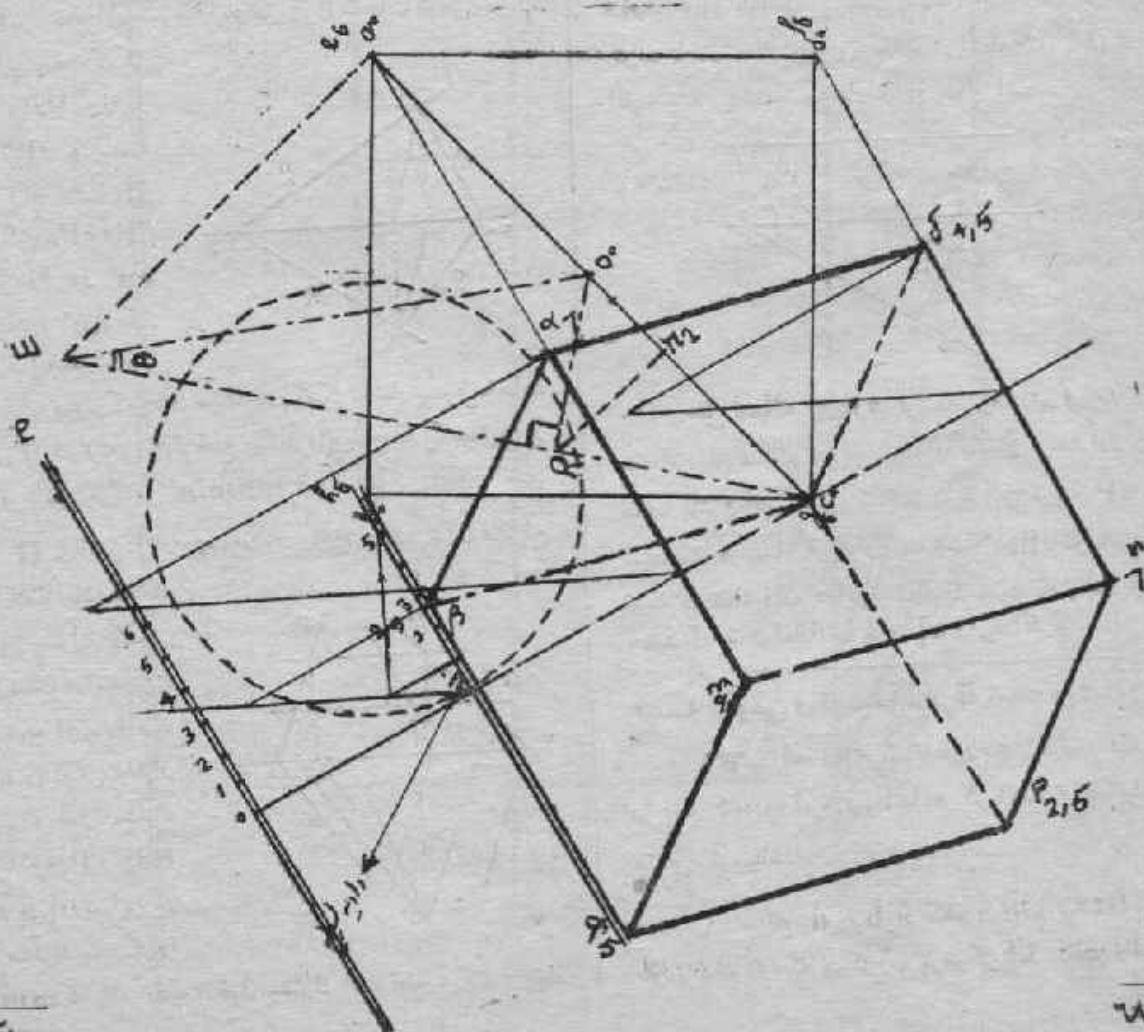
موازی محورهای کاغذ باشد این مربع قاعده تختانی مکبی است  
 که قاعده فوقانی آن مربع دیگر است  $e,f,g,h$  است  $e$  بر  $e$   
 منطبق و در برابر اول محورهای کاغذ بوده و تناوبی بقیه رؤوس  
 دجوه بالا و پائین بترتیب در جهات مثلثاتی و مستقیم دو بدوی  
 همیگر منطبق اند.

۲- رأس  $e$  ازوجه فوقانی این مکب را پیر کر و جه  
 پائین وصل و معمجبین قطر  $e,c$  مکب را درم میکنیم زاویه خادم  
 حقيقی ما بين این دو خط را بوسیله تسطیع پیدا کنید و اگر  
 زاویه را  $\theta$  بنامیم ثابت کنید  $\sin\theta = \frac{1}{3}$  است.

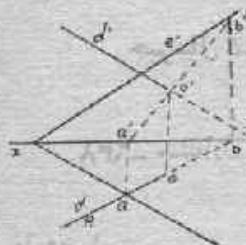
۳- عمود مشترک قطر  $b,d$  و جه پائین و قطر  $e,c$   
 مکب را پیدا کنید.

۴- از رأس  $b$  و جه فوقانی صفحه  $P$  را با شبکه طوری  
 مرور دهید که اثر آن از  $e$  گذشته و محور افق کاغذ را طرف  
 چپ مرکز تلاقی نماید یعنی متعقب اس شبکه از این صفحه  $P$  را باحتیار  
 درم کنید.

۵- فرض میکنیم مربع abcd تسطیع چهار ضلعی رقوم  
 دارد  $\alpha\beta\gamma$  از صفحه  $P$  حول اثر این صفحه باشد و قومهای سه  
 رأس  $\alpha\beta\gamma$  را که مثبت فرض میشوند تا  $\frac{1}{10}$  تقریب تعیین و



صفحه و اساس آنها را عکس اساس سفچه و تریق دهیم آنها را در خلاف جهت ترقی رقوم سفچه انتخاب می کنیم بالی را که از  $70^{\circ}$  میگذرد مدرج می کنیم چون طول حقیقی آن برابر  $\frac{1}{2}$  سانتیمتر و اساس برابر  $2$  است پس همول طول تصور آن پیدا شد و باره خط  $m$  یکی از یالهای مکتب است کافیست بالهای دیگر را مساوی و موازی این یال رسم نموده و مکعب اتمام کنیم و واضح است که اختلاف رقوم دوس کلیه یالها  $\frac{2}{5}$  خواهد بود . برای تعمین خطوط مرئی و مخفی چون رقوم  $m$  بیشتر از  $c$  است پس بالهایی که بخطه  $c$  ختم شوند مخفی و بالهایی که بخطه  $m$  شوند مرئی خواهند بود .



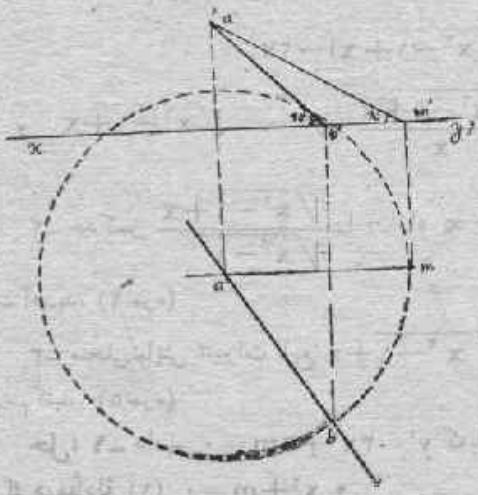
### حل مسئله اول ترسیمی-

فصل متریک 'dd' با صفحه  $PQ'$  بینظریق بسته باشد که یک سفچه قائم 'RS' میگذرد اینم بطوریکه میدانیم اثر افقی صفحه بر  $d$  متصل و اثر قائم آن بر خط زمین عمود است

فصل متریک دو صفحه خط 'ab'a'b' است 'a'b' تصور قائم 'd' را در نقطه 'o' قطع می کند 'oo' فصل متریک 'dd' و صفحه است .

### حل مسئله دوم ترسیمی - از 'a'b' خط

رسم می کنیم که با  $xy$  زاویه  $45^{\circ}$  درجه بیازد و پس از نقطه 'aa' جیبدهای رسم می کنیم که با سفچه افق  $30^{\circ}$  پیازد و سفچه افق را در قطعه  $mm'$  کندریز کر  $a$  و بشعاع  $am$  دایره ای رسم می کنیم شعاعیای این دایره تصاویر افقی کلیه احاطه هستند که محصور بین نقطه 'A' و صفحه افق بوده و با صفحه افق زاویه  $30^{\circ}$  میازند و اند از کلیه آنها 'm' است اکنون از 'b' را بخطی رسم می کنیم دایره را در نقطه 'h' قطع می کند خط 'b' جواب مسئله است مسئله دو جواب دارد .



**حل - ۱ - دو مربع  $e,f,g,h$  و  $a,b,c,d$  را که دو قاعده مکعب میباشدند با منظمهات مساوی رسم می کنیم بدینترتیب که چون جهاد بالی براین دو قاعده عمود هستند بنا براین تساوی و تنس قاعده  $e,f,g,h$  بر رگس قاعده  $a,b,c,d$  مطبق میگردند .**

**- ۲ -** برای تطبیع خطوط  $ee$  و  $cc$  بر صفحه مقایسه

میباشد بست آورده ایم زاویه حقیقی مطلوب  $OEC$  را که با  $\theta$  داده ایم در قطر میگیریم میتوان نوشت .

$$\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\Delta}{2} \quad ECO = \frac{\Delta}{2} \quad OEc = ECO$$

$$\left| \begin{array}{l} t_{y0}Ee = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ t_{y0}ECO = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right.$$

$$cos\theta = cos(\frac{\Delta}{2} ECO)$$

$$sin\theta = \frac{1 - tg^2(ECO)}{1 + tg^2(ECO)} = \frac{1}{3}$$

۳ - عمود مشترک قطر  $b,d$  و قطر  $c,e$  عمود هر سو از  $o$  بر تطبیع  $e,c$  خواهد بود زیرا  $O$  محل تلاقی صفحه مصور خط  $b,d$  با  $e,c$  میباشد جنازه این صفحه مصور را بر صفحه مقایسه تطبیع کنیم عمود مرسم از 'o' بر  $e,E$  یعنی  $R$  خواهد بود که بعد از ترقيق  $a,r$  بسته باشد .

۴ - بر کر  $h$  و بشعاع شش اسان یعنی براین سه سانتیمتر دایره ای رسم می کنیم چون باید اثر این صفحه از 'c' بگذارد . بنابراین از نقطه 'c' بر این دایره معاشر دهنم میکنیم و بشعاع شبیه منجدها براین معاشر عمود کرده و مدرج میگیریم .

۵ - برای ترقيق دو تنس مربع مفروض حول اثر صفحه کافیست زاویه تطبیع را پیدا کنیم امادر اینجا زاویه  $P$  را میگیریم برای ترقيق کلید نقاط صفحه زاویه صفحه است با صفحه مقایسه بنابراین از نقاط  $a,d$  و  $b,d$  عمودهایی بر اثر صفحه فرود میآوریم و از پایه عمودها زاویه های مساوی به زاویه صفحه رسم می کنیم و سپس دو ایز بشعاع فواصل  $a,d$  از لولا و بر کر یاها رسم کرده تا خطوط مرسم را قطع کند بدینظریق مربع مذکور در درجه  $0,0,0,0$  ترقيق میگردد .

۶ - برای نمایش مکعب بالهای را که عمود بر منحصه  $P$  هستند ترسیم می کنیم با این ترتیب که تصور شان را موازی مقایسه شبیه

و ابdest آورد میدایم این ریشه مشترک دو معادله

$$x^2 + 2mx + m(m-1) - x(x^2 + m) = 0$$

لیز صدقی میکند و از آنجا

$$2mx = m(1-m)$$

$$x = \frac{1-m}{2}$$

پس

چنانچه این مقدارها در معادله (۱) قرار دهیم خواهیم داشت:

$$(m+1)^2 = 0$$

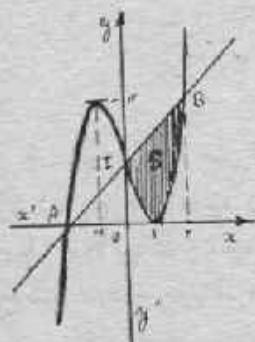
$$m = -1$$

و از آنجا

-۲- مشن تابع  $y = 2x^2 - 2x^2 - 1$  وجدول و منحنی نمایش

تغیرات تابع چنین است:

x	$-\infty$	-۲	-۱	۰	۱	$+\infty$
y'	+	•	-	•	+	
y	$-\infty$	۴	۱۲	۰	۴	$+\infty$



مشتق دوم تابع

$$y'' = 4x$$

و مختصات نقطه عطف

$$\left| \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$$

میباشد و ضریب

زاویه مماس در این نقطه

$$= \text{وازقائم } \frac{1}{3}$$

میباشد

پس معادله مماس و قائم

$$\text{بترتیب } 2 - 2x^2 + 2 - y = \frac{1}{3}x + 2 \text{ و } y = \frac{1}{3}x + 2 - 2x^2 - 1 \text{ میباشد.}$$

-۳- معادله خط  $AI$  بصورت  $x + 2 - y = 0$  است و طولهای

نقاط تقاطع عبارتند از :

$$x_A = -2 \quad x_I = 0 \quad x_B = 2$$

و سطح مطلوب بصورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$f(x) = (x+2) - (x^2 - 2x + 2) = x^2 + 4x$$

$$F(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + c \quad \text{و از آنجا}$$

$$S = \left[ -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 \right]_0^2 = 8 \quad \text{پس}$$

مساله دوم -

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [Vx^2 - 1 + x] = +\infty$$

یکان

حل مسئله سوم ترسیمهی - در صفحه نیم رخ  $P\alpha Q'$  خط  $A'C'$  را در قلل هی گیرید پس از تسطیح صفحه نیم رخ  $A'B'C'D'$  را در می کنی از اقطار مربع مفروض است مربع  $B'D'$  باشد این قلل را ترکیب می کنیم تا  $edc'd'$  ملخص قلل دیگر بددست آید.

حل مسئله چهارم ترسیمهی - میدافم نقاط و خطوط متفاوت نسبت به نیمساز فرجه دوم تصاویر غیرهم نامشان برهم متنطبق میباشند پس صفحه  $R\alpha S'$  که  $R\alpha$  بر  $S'\alpha$  و  $\alpha Q'$  بر  $P\alpha$  متنطبق میباشد قرینه صفحه  $P\alpha Q'$  نسبت به نیمساز فرجه دوم خواهد بود.

### جبر سال ششم ریاضی دبیرستانها

(مدت ۲/۵ ساعت)

۶۳۸- مسئله اول - تابع

$$y = x^2 + 2mx + m(m-1)$$

مفروض است:

۱- پارامتر  $m$  را آنطور تعیین کنید تا تابع و مختصات دارای یک ریشه مشترک باشند (۲ نمره)

۲- منحنی نمایش تغیرات تابع

$$y = (x-1)(x+2)$$

را رسم کنید (۵/۵ نمره) و معادله مماس و قائم بر منحنی را در نقطه عطف آن بنویسید و آنها را رسم کنید. (۲ نمره)

۳- اگر A نقطه عطف منحنی و A محل تقاطع منحنی با محور طول باشد معادله خط  $AI$  را بنویسید (۱ نمره) و آنرا رسم کنید (۵/۵ نمره) و بعد سطح محوریین این خط و منحنی آنست را که در معیار اول واقع است بددست آورید. (۲ نمره)

۶۳۹- مسئله دوم - حد هر یک از عبارات زیر را باز از  $x = +\infty$  حساب کنید (۳ نمره)

$$(Vx^2 - 1 + x) - 2x$$

$$\frac{Vx^2 - 1 + x}{x}, \quad Vx^2 - 1 + x$$

$$x = \pm \infty \quad \text{را درازه } Vx^2 - 1$$

بدست آورید. (۱ نمره)

$$y = Vx^2 - 1 + x \quad \text{را رسم کنید. (۵ نمره)}$$

حل: ۱- داریم  $y = 2x^2 + 2m = 0$  که باید ریشه مشترک دو معادله (۱) و  $x^2 + m = 0$  و  $x^2 + 2mx + m(m-1) = 0$

$$x^2 + 2mx + m(m-1) = 0$$

میکن است مجذوب مایل باشد برای بدست آوردن آن حد  $\frac{y}{x}$

را بازه  $x \rightarrow +\infty$  پیدا کنیم که بعداز محاسبه حواهیم داشت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{y}{x} \right) = 2$$

بنابراین شاخه دوم دارای معجانی است که ضریب زاویه آن ۲ است

است برای یافتن معادله مجذوب موازی با این امتداد باید حد  $y - 2x$  را بدست آورد که بعداز محاسبه

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (y - 2x) = 0$$



پس شاخه دوم دارای مجذوب مایلی است به معادله  $y = 2x$  و منحنی نمایش تغیرات چنین است در نقاط A و B مناسن بر منحنی موازی محصور y هاست.

### جبرسال ششم ریاضی متفرقه

(مدت ۲/۵ ساعت)

$$y = \frac{x}{2x^2 - 1} \quad \text{مثاله اول - تابع}$$

مفروض است:

۱- منحنی (C) نمایش تغیرات تابع فوق را دسم کنید و ثابت کنید که مبدأ محتممات مرکز تقارن منحنی است. (۷ نمره)

۲- ثابت کنید که خط (D) به معادله  $y = m$  منحنی (C) را عموماً در نقطه مشخص قطع میکند (۲ نمره) تحقیق کنید که این دونقطه همواره در علوفین محور عرضها قرار دارد و سنتاً پارامتر  $m$  را آنطور تعیین کنید تا یکی از دونقطه تقاطع درینها یست قرار گیرد. (۲ نمره)

۳- اگر  $M$  و  $M'$  نقاط تلاقی خط (D) با منحنی (C) باشند:

محل تلاقی خط (D) با محور عرضها باشد:

الف - ثابت کنید که حاصلضرب  $PM \cdot PM'$  همواره

مقدار ایست ثابت را بین مقدارها بدست آورید. (۳ نمره)

ب - دوایر بقطر  $MM'$  محور عرض هارا در دونقطه

قطع می نمایند ثابت کنید که چون  $m$  تغییر کند طول پاره خطها ای

$AB$  همیشه مقدار ثابتی دارد مطلوب است تعیین این مقدار (۳ نمره)

۶۴۱- مثاله دوم - تابع اولیه تابع

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2} + \frac{1}{2x - 1}$$

را پیدا کنید (۳ نمره) و بن آنها آنرا انتخاب کنید که منحنی

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{\sqrt{x^2 - 1} + x}{x} \right] = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ (\sqrt{x^2 - 1} + x) - 2x \right] =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} + x) = \infty - \infty$$

$$\sqrt{x^2 - 1} + x = \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \quad \text{مبدأ نیم و از آنجا}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \sqrt{x^2 - 1} - x \right] =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \right] =$$

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1} + x}{\sqrt{x^2 - 1}} \rightarrow + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = -2$$

$$+ \frac{x}{|x| \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} -$$

بنابراین حد کسر فوق درازه  $x \rightarrow +\infty$  برای ۲ و در  $x \rightarrow -\infty$  برای صفر میباشد.

۳- تابع وقته معین است که  $x < 1$  و  $x > 1$  باشد مشتق تابع

$$y' = \frac{\sqrt{x^2 - 1} + x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

که دارای جواب نیست بنابراین علامت آن در هر راک از دو فاصله تابع مینماید که در فاصله  $(-\infty, -1)$  و  $(1, +\infty)$  علامت مشتق (-) و در فاصله  $(-1, 1)$  علامت آن (+) است . در ازاء  $x = +\infty$  مقدار  $y$  برای  $x = -\infty$  در می آید که بد از رفع  $x = -\infty$  تابع بصورت  $x = -\infty$  در می آید جدول تغیرات تابع بصورت زیر است :

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$y'$	-	0	+	
$y$	+	-	+	

از جدول پیدا است که منحنی تغیرات تابع دارای دو شاخه است شاخه اول دارای بینهای دوری است که  $x \rightarrow -\infty$  و  $y \rightarrow \infty$  . است پس دارای مجذوب  $y = 0$  میباشد شاخه دوم دارای نقطه بیاندازه دوری است که  $x \rightarrow \infty$  و  $y \rightarrow 0$  و بینهایت می شوند پس

نقاط عدی در طرفین محور عرضها قرار خواهد گرفت (منتهی می‌توان از تشكیل  $(\cdot)$  این مطلب را توجه کرد) برای اینکه یکی از نقاط تقاطع درینهاست قرار گیرد باید یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم بینهایت باشد. و این وقایی است که ضریب درجه دوم بینهایت  $m = \infty$  باشد.

-۳- الف) در گاه  $M$  و  $M'$  نقاط تلاقی خط (D) بامتنعی  $P$  محل تلاقی خط (D) یا محور عرضها باشندارم.

$$\overline{PM} \cdot \overline{PM'} = (\mathbf{x}_M - \mathbf{x}_P)(\mathbf{x}_{M'} - \mathbf{x}_P) =$$

$$= \mathbf{x}_M \mathbf{x}_{M'} = -\frac{1}{4}$$

$$\sqrt{R} = MM' = \left| \mathbf{x}_M - \mathbf{x}_{M'} \right| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right| \quad \text{و}$$

$$R = \frac{\lambda m^2 + 1}{4m} \quad \text{پس}$$

عبارتی از  $(m)$  و  $(m)$  معادله دایره بصورت

$$(x - \frac{1}{4m})^2 + (y - m)^2 = \frac{\lambda m^2 + 1}{4m^2}$$

هر گاه  $x = 0$  باشد در اینصورت طول‌های نقاط  $A$  و  $B$  بدست

$$y = m + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$AB = \left| y_B - y_A \right| = \sqrt{2}$$

مسئله دوم - داریم:

$$y = \frac{x^2 - 1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2x - 1}} - x^2 - \frac{1}{x} +$$

$$+ (2x - 1) - \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + \sqrt{2x - 1} + C$$

با توجه به فرض مسئله داریم

$$0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \sqrt{2 - 1} + C$$

$$C = \frac{7}{2} \quad \text{پس}$$

مثلثات سال شبه ریاضی دیبرستانها (حدت ۲ سامت)

۷۴۳- مسئله اول در مثلث متساوی الساقین  $ABC$

$(AB = AC)$  زاویه  $B = 2p$  و بحیط مثلث  $2p$  معروف است:

- اخلاع و مساوت مثلث را بحسب  $p$  بدست آورد.

یکان

تلیش محور طول را در نقطه بطلول  $1 = x$  قطع کند. (۱۰۶)

حل: مسئله اول ۱- این تابع بازاء دو مقدار

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

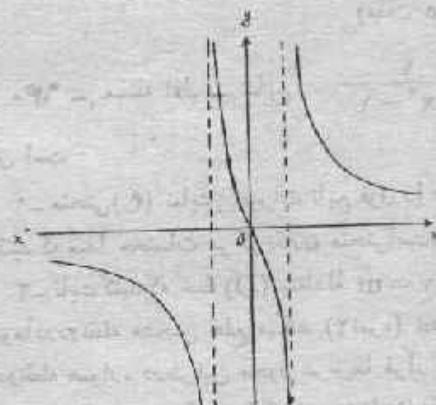
منفصل و بازاء مقادیر دیگر  $x$  متصل می‌باشد متنق آن

$$y' = \frac{-2x^2 - 1}{(2x^2 - 1)^2}$$

است که ریشه ندارد پس علامت آن بازاء عیه مقادیر  $x$  موافق علامت ضریب درجه دوم است یعنی  $(-)$  است و خطوط مجانب

بععادلات  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} = \pm x$  و  $y = \pm \frac{1}{2}$  می‌باشد جدول تغییرات چنین است.

$x$	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	.	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
$y'$	-	-	-	-	-
$y$	$+$	$\infty$	$+\infty$	$\infty$	$+$



هر گاه در تابع  $y = \frac{x}{2x^2 - 1}$  داریم

دا به  $y - y$  بدل کنیم در تابع تبییری حاصل نمی‌شود بنا بر این میدویم

۲- طول‌های نقاط تقاطع خط با متنعی جوابهای معادله

$$m = \frac{x}{2x^2 - 1}$$

می‌باشد که داریم

چون  $\frac{c}{a}$  این معادله برای  $\frac{1}{2}$  یعنی متنعی می‌باشد پس معادله

مذکور هماره دارای «ویریمه حقیقی» است پس در اینصورت معادله دارای دو ریشه مختلف (اللامه خواهد بود که در تبیین نقاط

و نشان دهد که سطح این مثلث برابر است با :

$$S = \frac{p^2 \sin \alpha \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha)^2}$$

۲ - منحنی نمایش تغیرات تابع :

$$y = \frac{\sin x \cos x}{(1 + \cos x)^2} \quad \text{وادران} < x < \pi \quad \text{رسم کنید. (۵ نمره)}$$

۳ - معادله  $(1 + \cos x)^2 = m \sin x \cos x$  را حل و بحث کنید (۴ نمره) و بازاء  $m = 3\sqrt{2}$  مقدار  $x$  را بدست آورید. (۲ نمره)

۷۴۳ - مسئله دوم - دستگاه زیر را حل کنید : (۵ نمره)

$$2x - y = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\sin 2x}{\cos y} = \sqrt{2}$$

حل : مسئله اول در مثلث متساوی الساقین ABC پایی ارتفاع AH و  $\alpha$  زاویه B) میتوان نوشت .

$$BH + AB = p$$

$$AB \cos \alpha + AB = p \quad \text{ویا}$$

$$AC = AB = \frac{p}{1 + \cos \alpha} \quad \text{پس}$$

$$BC = 2BH = 2AB \cos \alpha = \frac{2p \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$S = AB \cos \alpha \times AB \sin \alpha \quad \text{پس} \quad S = BH \times AH$$

$$S = \frac{p^2 \sin \alpha \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha)^2} \quad \text{ویا آنها}$$

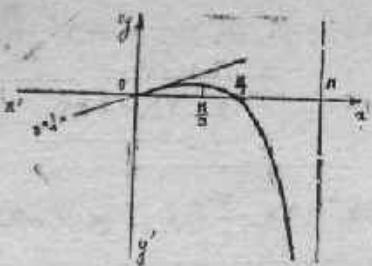
$$y' = \frac{\cos x - 1}{(1 + \cos x)^2} \quad \text{منحنی تابع صورت میباشد تابع}$$

در زاویه  $x = \pi$  صورت ب در هماید که میتوان نوشت .

$$\frac{\cos x \sin x}{(1 + \cos x)^2} \quad \frac{\cos x \sin \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}}$$

اکنون وقتی  $x = \pi$  باشد صورت کسر تابع ۱- و مخرج آن صفر خواهد بود که تابع پنهانیت خواهد داشد جدول منحنی نمایش آن چنین است .

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$y'$	$\frac{1}{4}$	+	-	
$y$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



۳ - معادله  $(1 + \cos x)^2 = m \sin x \cos x$  را میتوان بصورت زیر نوشت .

$$\frac{x}{(1 + \cos \frac{x}{2})^2} = m \frac{\sin \frac{x}{2} \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right)}{(1 + \cos \frac{x}{2})^2}$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} \left(m \tan^2 \frac{x}{2} - m \tan \frac{x}{2} + 2\right) = 0 \quad \text{ویا}$$

و از آنها :

$$x = 2K\pi + \pi \quad \text{و} \quad \frac{x}{2} = K\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{پس} \quad \cos^2 \frac{x}{2} = 0$$

$$z^2 - z + \frac{1}{m} = 0 \quad \text{فرمود شود داریم .}$$

این معادله درجه سومی بصورت زیر میباشد که برای بحث در وجود ریشه ها بصورت زیر عمل میکنیم

$$4p^2 + 27q^2 = \frac{4 \times 27}{m^2} - 4$$

$$m = \pm 3\sqrt{2} \quad \text{و از آنها}$$

$m$	$-\infty$	$-3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$+\infty$
$4p^2 + 27q^2$	+	.	-	+
بحث	یک ریشه یک ریشه ساده یک ریشه مضاعف	سه ریشه یک ریشه مضاعف	یک ریشه مضاعف	

هر گام  $m = 3\sqrt{2}$  فرمود شود معادله دارای یک ریشه متعارض و یک ریشه ساده خواهد بود ریشه متعارض آن

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad z_2 = \sqrt{\frac{q}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \quad \text{ویا}$$

$$\tan \frac{x}{2} = \tan \frac{\pi}{2} \quad \text{که} \quad z_1 = -2\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$x = 2K\pi + \frac{2\pi}{3}$$

حوادث شد و سپس بقیه اجزاء بر حسب  $m$  و  $r$  بدست می‌آید.

### ۳- محاسبه اضلاع

$a+b+c = \gamma p = \epsilon mr$

$$b+c = \gamma mr$$

$$\begin{aligned} a \cdot h_a &= b \cdot c \sin A \\ \epsilon mr^2 &= b \cdot c \sin A \end{aligned}$$

پس  
و از آنجا

$$b \cdot c = \frac{1}{\epsilon mr^2} \cdot \sin A = \frac{1}{\epsilon mr^2} \times \frac{\gamma \tan \frac{A}{2}}{1 + \tan^2 \frac{A}{2}}$$

$$b \cdot c = \frac{1}{\epsilon mr^2} \times \frac{\frac{r}{m}}{1 + \frac{1}{m^2}} = \frac{1}{\epsilon mr^2} \times \frac{\gamma m}{m^2 + 1}$$

$$= \frac{1}{\gamma(m^2 r^2 + r^2)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b+c = \gamma mr \\ b \cdot c = \frac{1}{\gamma(m^2 r^2 + r^2)} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\gamma(m^2 r^2 + r^2) - \gamma mr z + 1 = 0}$$

از حل معادله بالا اضلاع  $b$  و  $c$  را بدست می‌آوریم  
بحث: برای اینکه مسئله ممکن باشد باید داشته باشیم  $\Delta = \gamma m^2 r^2 - \lambda m^2 r^2 - \lambda r^2 > 0$ .

$$\boxed{m > 2\sqrt{2}}$$

و با  $\lambda = \gamma m^2 - \lambda r^2$  و از آنجا باید

مسئله دوم - اولاً داریم

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$x = \frac{1}{2} [\cos(a-b)\cos c + \cos(a+b)\cos c] =$$

$$x = \frac{1}{2} [\cos(a-b-c) + \cos(a-b+c) + \cos(a+b-c) + \cos(a+b+c)]$$

$$x = \frac{1}{2} [\cos(a+b+c) + \cos(b+c-a) + \cos(a+c-b) + \cos(a+b-c)]$$

$$y = \frac{1}{2} [\cos(a-b)\sin c - \cos(a+b)\sin c] =$$

یکان

$$\text{و همچنین } \operatorname{tg} \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{r}}{3}$$

$$\boxed{x = 2K\pi + 29}$$

$$\boxed{2x - \frac{\pi}{4} + y}$$

مسئله دوم - داریم

$$\text{دوم تبیجه می‌شود} \rightarrow \sin y = \cos y \rightarrow \tan y = 1 \text{ پس}$$

$$\frac{K\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \text{ و از آنجا } x = K\pi + \frac{\pi}{4} \text{ حوادث شد.}$$

مثلثات سال ششم متفرقه (مدت ۲ ساعت)

۷۴۴ - مسئله اول - در مثلث  $ABC$  شاعع دایر محاطی

و ارتفاع  $h_a = \epsilon r$  و ضلع  $BC = mr$  مفروض هستند.

۱- مقدار  $p$  نصف محیط مثلث  $\frac{A}{2}$  را بحسب  $\epsilon r$  و  $m$

بدست آوردیم. (۳ نمره)

۲- اضلع  $b$  و  $c$  را بحسب معلومات مسئله پیدا کنید.

بحث. (۳ نمره)

۳- درازاء  $m = \text{دوقطب } b \text{ و } c \text{ و } \sin z$  زایای مثلث را

حساب کنید. (۳ نمره)

۷۴۵ - مسئله دوم - اولاً دو عبارت

$x = \sin a \sin b \cos c$  و  $y = \sin a \sin b \sin c$  را بصورت حاصل جمع بنویسید. (۳ نمره)

و بعد در دو حالت زیر متادیر هر یک را بدست آوردید.

$$a+b+c = \pi \text{ و } a+b+c = \frac{\pi}{2}$$

$$c = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \text{ و } b = \alpha + \frac{\pi}{2} \text{ و } a = \frac{\alpha}{2}$$

فرم شوند متادیر  $\operatorname{tg} a$  و  $\operatorname{tg} b$  و  $\operatorname{tg} c$  را حساب کنید و نشان

دهید که:  $\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c = 3 \operatorname{tg} \alpha$  (۳ نمره)

۷۴۶ - مسئله سوم - معادله زیر را حل کنید (۳ نمره)

$$\sin x - \sin 5x = \sqrt{2} \cos 3x$$

حل: مسئله اول - داریم

$$\left\{ \begin{array}{l} a = mr \\ h_a = \epsilon r \end{array} \right.$$

$$p = \frac{\frac{1}{2} h_a \cdot a}{S} \text{ و } \frac{s}{r} \text{ و } s = pr \text{ و } a = \frac{sr}{r} \text{ و از آنجا } p = 2mr$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{r}{\sqrt{mr-mr}} \text{ و } \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{r}{p-a} \text{ پس}$$

$$\text{و از آنجا زاویه } A \text{ تعیین} \quad \boxed{\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{1}{m}}$$

در تبیجه

- مسئله دوم - دو عدد آن طور باید که : **۶۴۸**  
 $a^2 = b^2 + 144$   
 (۴ نمره)
- مسئله سوم - باقیانده تقسیم  $1952$  را بر  $8$  پیدا کنید . **۶۴۹**
- مسئله چهارم - کسری تعیین کنید که مخرجش یعنی **۶۵۰**.
- باشد و خارج قسم تقریبی آن را  $\frac{1}{100}$  تقریب برای بر **۶۴۲**. با  $4/22$  باشد . (۴ نمره)
- مسئله پنجم - عدد سریعی  $N = \overline{edu}$  را آن طور تعیین کنید که مضرب  $45$  بوده و بعلاوه : **۶۵۱**  
 $|c-d|=5$  (۴ نمره)

حل : مسئله اول - با توجه به فرض مسئله باید داشته باشیم  
 $N^2 = 240 \times K$

$$N^2 = 2^4 \times 3 \times 5 \times K$$

میدایم شرط لازم و کافی برای آنکه عددی مربع کامل باشد آنست که فاکتورهای عوامل آن همگی زوج باشد .

پس باید  $K = 2^\alpha \times 5^\beta \times K'$  دراینجا  $\alpha$  و  $\beta$  باید فرد انتخاب شوند و چون عدد مطلوب باید کوچکترین عدد باشد پس  $K = 16$  و  $\alpha = 1$  و  $\beta = 1$  و  $K' = 1$  خواهد بود و از آنجا خواهد شد .

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 144 \\ (a+b)(a-b) &= 12 \times 12 = 9 \times 16 = 8 \times 18 = \\ 6 \times 24 &= 4 \times 36 = 2 \times 72 = 1 \times 144 \end{aligned}$$

از آنجا جوابهای قابل قبول بصورت ذیر میباشد .

$$\begin{cases} a+b=12 \\ a-b=12 \end{cases} \quad \begin{cases} a=12 \\ b=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=18 \\ a-b=8 \end{cases} \quad \begin{cases} a=13 \\ b=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=24 \\ a-b=12 \end{cases} \quad \begin{cases} a=18 \\ b=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=24 \\ a-b=16 \end{cases} \quad \begin{cases} a=20 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=24 \\ a-b=20 \end{cases} \quad \begin{cases} a=22 \\ b=2 \end{cases}$$

مسئله سوم :

$$\begin{aligned} N = 1952 &= [(19)^2]^{26} - (360+1)^{26} \\ &+ 1 \text{ مضرب } 8 = 1^{26} + 1 \text{ مضرب } 8 = 8^{26} + 1 \text{ مضرب } 8 + \\ &\text{پس باقیانده عدد منطبق بر } 8 \text{ بیک میباشد .} \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{4} [\sin(a-b+c) + \sin(c-a+b) - \sin(a+b+c) + \sin(c-a-b)]$$

$$y = \frac{1}{4} [\sin(b+c-a) + \sin(a+b-c) + \sin(a+b-c) - \sin(a+b+c)]$$

$$a+b+c = \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$a+b-c = \frac{\pi}{4} - 2a \quad (2)$$

$$a+c-b = \frac{\pi}{4} - 2c \quad (2)$$

$$\text{پس بعد از قراردادن مقادیر بالا در روابط فوق خواهیم داشت :}$$

$$x = \frac{1}{4} (\sin 2a + \sin 2b + \sin 2c)$$

$$y = \frac{1}{4} (\cos 2a + \cos 2b + \cos 2c)$$

$$a+b+c = \pi \quad (2)$$

$$a+b-c = \pi - 2c \Rightarrow a+c-b = \pi - 2b \quad (2)$$

$$b+c-a = \pi - 2a \quad (2)$$

$$\text{بعد از قراردادن این مقادیر در روابط x و y خواهیم داشت :}$$

$$x = -\frac{1}{4} (1 + \cos 2a + \cos 2b + \cos 2c)$$

$$y = -\frac{1}{4} (\sin 2a + \sin 2b + \sin 2c)$$

$$\text{ثانیا - هرگاه } \operatorname{tg} a = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{r} = m \text{ فرض کنیم خواهیم داشت :}$$

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha}{r} + \frac{\pi}{r} \right) = \frac{m + \sqrt{r}}{1 - m\sqrt{r}}$$

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha}{r} + \frac{2\pi}{r} \right) = \frac{m - \sqrt{r}}{1 + m\sqrt{r}}$$

$$\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c = \frac{m(1 - rm^2) + m\sqrt{r} + 4m + \sqrt{r} - m\sqrt{r} + 4m - \sqrt{r}}{1 - rm^2}$$

$$= 3 \times \frac{3m - m^2}{1 - rm^2} - 3\operatorname{tg} \alpha$$

حساب استدلائی سال ششم ریاضی دبیرستانها (مدت ۲ ساعت)

- مسئله اول - مطلوبست تعیین کوچکترین عددی که چون در  $240$  ضرب شود حاصلضرب مجدد کامل گردد . (۳ نمره)

مسئله چهارم :

هر گاه  $\frac{b}{b}$  کسر مطلوب باشد در اینصورت میتوان نوشت

$$\begin{cases} 100a = b \times 24 + r \\ 0 \leq r < 24 \end{cases}$$

در نتیجه  $25b < 100a < 24b$  یا توجه باشندکه  $b$  باید

$$20 < b < 24 \quad \text{بین } 20 \text{ و } 24 \text{ باشد پس خواهیم داشت.}$$

$$\frac{20 \times 24}{100} < a < \frac{24 \times 24}{100}$$

پس  $\frac{7}{5} < a < \frac{24}{5}$  که فقط  $a = 8$  قابل قبول میباشد زیرا داریم

$$b < \frac{100}{24} = b < 24 + r \quad 100 \times 6 = b \times 24 + r$$

$$600 = 24 \times 24 + r \quad b = 25 \quad \text{پس } b < 25 \text{ و باز آنها } b = 24$$

که باقیمانده صفر میباشد و یک جواب کسر مطلوب  $\frac{a}{b}$  خواهد بود  
و  $b > 24$  و  $b < 25$  و باز آنها  $b = 24$  و جواب دیگر کسر مطلوب  $\frac{a}{b}$  میباشد.

مسئله پنجم : داریم  $45 = 9 \times 5$  میدانیم عددی برینج  
بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر و یا ۵ باشد و عددی برخ  
پذیر است که مجموع ارقامش بر ۹ بخش پذیر باشد پس میتوان  
نوشت.

$$\begin{cases} c+d=9K \\ u=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c+d=9K \\ c-d=0 \end{cases} \quad \boxed{u=0}$$

$$\begin{cases} c+d+0=9K \\ c-d=0 \end{cases} \quad \boxed{u=0}$$

از حل دستگاه های فوق اعداد ۷۷۰ و ۲۷۰ و ۹۴۵ و ۴۹۵  
که جواب مسئله میباشد بدست میآید.

حساب استدلالی سال ششم ریاضی متصرفه (مدت ۲ ساعت)

مسئله اول - باقیمانده تقسیم  $a$  را بر ۵ درازاء

متادیر مختلف  $a$  پیدا کنید  $\frac{2}{5}$  (نمره) ثابت کنید که دو عدد  $a$

و  $a$  بازاء هر مقدار  $a$  رقم آحاد مشترک کی دارند. (۲ نمره) واز

آن بفرض  $a > b$  توجه بگیرید که اگر دو عدد  $a$  و  $b$  دارای

رقم آحاد مشترک کی باشند  $a-b$  بر ده و  $a-b$  بر بیست بخش

پذیر هستند. (۴ نمره)

مسئله دوم - دورق  $x$  و  $y$  را آنطور تعیین کنید

تا عدد پنج رقمی  $24x5y$  بر ۳۶ بخش پذیر باشد. (۴ نمره)  
۵۴ - مسئله سوم - ثابت کنید که هر گاه مجموع دو کسر  
تحویل ناپذیر برای هر واحد باشد مخرجهای این دو کسر مساوی  
یکدیگرند. (۱/۵ نمره) ثانیا اگر  $\frac{a}{c}$  و  $\frac{b}{d}$  دو کسر تحویل

ناپذیر و  $\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{d}\right)^2$  باشد ثابت کنید که یکی از دو مقدار  
مضرب ۳ و دیگری مضرب ۴ خواهد بود. (۳ نمره)  
۵۵ - مسئله چهارم - کوچکترین مضرب مشترک دو عدد  
۱۳۵ و تضاعف این دو عدد ۱۸ است آن دو عدد را پیدا کنید.  
(۳ نمره)

حل : مسئله ۱ - باقیمانده  $a$  بر ۵ درازاء مقادیر مختلف  
ا بین ۰ و ۴ باید میباشد میدانیم .

$$\begin{cases} a=5K+1 \\ a=5K+2 \end{cases} \quad \boxed{a=5K+1}$$

چون  $(a^2-a)$  میباشد این عدد بر ۲ و بر ۵ بخش  
پذیر است پس رقم یکان عدد حاصل صفر خواهد بود در نتیجه  
 $a^2-a$  دارای رقم آحاد مشترکی میباشد اگون بفرض اینکه  
 $a > b$  باشد میتوان نوشت

$(a^2-a)-(b^2-b)$  مضرب ۱۰

$(a^2-b^2)-(a-b)=10$  مضرب

چون  $a$  و  $b$  رقم آحاد مشترکی دارند پس رابطه فوق وقی  
برقرار است که  $(a-b)(a+b)$  ضرب ده باشد میدانیم  
برقرار است که  $b^2+b-b(b^2+1) = a^2+a=a(a+1)$  هر دو عدد  
زوج میباشد پس مضرب ۲  $b^2+(a+b)=(a+b)$  خواهد  
بود چون  $a^2+b^2$  که دارای رقم آحاد مشترک دارند زوج  
میباشد پس باید  $(a+b)$  زوج گردد و از آنجا  
 $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$  مضرب ۲۰ خواهد بود.

مسئله دوم: میدانیم  $4 \times 5 = 20 = 9 \times 2$  میدانیم عددی بر ۴  
بخش پذیر است که دو برایر رقم دهگان بعلاوه رقم یکان آن  
مضرب ۴ باشد و عددی بر ۹ بخش پذیر است که مجموع ارقام  
آن عدد بر ۹ بخش پذیر باشد پس داریم

$$\begin{cases} 2+x+y=9K \\ 2 \times 5 + y = 4h \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=9K \\ y=4h-10 \end{cases}$$

و از آنجا اعداد ۳۴۴۵۲ و ۳۴۰۵۶ و ۳۴۹۵۶ که جواب  
مسئله اند بدست میآیند.

مسئله سوم - فرض می کنیم  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{a'}{b'}$  دو کسر تحویل

ناپذیری باشند بطوریکه  $(I) \frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} = 1$  گردد طرفین رابطه

$$\begin{cases} a'b' = 10 = 2 \times 5 \\ a' = b' = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 5 \times 6 \\ b = 3 \times 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a' &= 5 \\ b' &= 8 \\ 5 \times 2D &= 135 \\ D &= 9 \end{aligned}$$

هندسه و مخر و طات سال ششم ریاضی دبیرستانها  
(مدت ۲ ساعت)

### الف هندسه :

- ۱ - طولهای دو حامل  $\vec{OA}$  و  $\vec{OB}$  به ترتیب ۱ و ۲ و زاویه حاده بین آنها ۶۰ درجه است. طول مجموع هندسی و تقاضل هندسی آنها را حساب کنید. (۳ نمره)
- ۲ - دایره‌ای رسم کنید که از دو نقطه مفروض گذشته و بر خطوط فرونگ و ماس پاشد در حالتها مختص بحث کنید. (۵/۳ نمره)
- ۳ - ثابت کنید اگر دو دایره بر هم عمود باشند لازم و کافی است یکی از افشار یکی از آنها بوسیله دیگری متوافق قسمت شود. (۳/۵ نمره)

### ب - مخر و طات :

- ۱ - فصل مشترک یک سطح مخر و طی دوار را با یک سطح در حالتیکه مقطع بینی است مورد بحث قرار داده قضیه‌منوط را ثابت کنید. (۵ نمره)
- ۲ - میخواهیم از یک نقطه M واقع در منحصراً یک سهی مماس بر آن دسم کنیم. بحث کنید (۵ نمره)

حل مساله هندسه

تعیین طول مجموع هندسی دو بردار

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OC}$$

$$\begin{aligned} \vec{OC}' &= (\vec{OB} + \vec{BC}) - \vec{OB} + \vec{BC} + 2\vec{OB} \cdot \vec{BC} \\ &= 1' + 2' + 2 \times 1 \times 2 \cos(\vec{OB}, \vec{BC}) \end{aligned}$$

$$= 5 \times 2 \times 2 \cos \frac{\pi}{\tau} = 5 + 2 = 7$$

$$|OC| = \sqrt{7}$$

تعیین طول تقاضل هندسی دو بردار

میتوان نوشت:

$$\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{BA}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$\begin{aligned} \vec{AB}' &= (\vec{OB} - \vec{OA})' = \vec{OB}' + \vec{OA}' - 2\vec{OB} \cdot \vec{OA} \\ &= 1' + 2' - 2 \times 1 \times 2 \cos(\vec{OB}, \vec{OA}) \end{aligned}$$

$$= 5 - 2 \times 2 \cos \frac{\pi}{\tau} = 5 - 2 \times 2 \times \frac{1}{r} = 3$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{3}$$

۱) را در  $b'$  ضرب می‌کنیم خواهیم داشت  
 $\frac{ab'}{b} = b' - a'$  و یا  $\frac{ab'}{b} + a' = b'$  طرف دوم عددیست

صحیح پس باید داشته باشیم  $\frac{b'}{b} = mb$  اکنون طرفین را جمله I را در  $b$  ضرب می‌کنیم خواهیم داشت.

$b = nb'$  باشد تا رابطه پر فراز  $\frac{a'b}{b} = b - a$  گردد و از آنجا خواهیم داشت  $m \cdot n = 1$  یعنی  $b = n(mb)$  و این رابطه وقتی برقرار است که داشته باشیم

$$b = b' \quad \text{در نتیجه باید} \quad n = 1 \quad m = 1 \quad \text{گردد.}$$

$$\text{نایاباً اگر } a = \frac{b'}{c'} + \frac{b'}{d'} \text{ باشد با توجه به اولاً باید}$$

$a^2 + b^2 = c^2 + d^2$  بدمست یا باید هر گام  $a$  و  $b$  بر ۳ بخش پذیر نباشند مربع این دو عدد

را می‌توان بصورت  $1 + 2K + 3K + 2$  نوشت و از آنجا یکی از آن دو عدد مضرب ۲ باشد بطوریکه میداییم می‌توان عدد فردی را بصورت  $(8K + 1)$  نوشت پس هر گاه  $a$  و  $b$  دو عدد فرد باشند در نتیجه خواهیم داشت

$(a^2 + b^2)^2 = (c^2 + d^2)^2$  و این عدد مربع کامل نیست برای اینکه مجنوند یک زوج مضرب ۴ میباشد در نتیجه یکی از عدددهای  $a$  و یا  $b$  باید زوج باشد با توجه با اینکه یکی از عدددهای  $a$  و  $b$  باید زوج باشد در اینصورت فرض می‌کنیم  $a = 2\beta + 1$  و عدد  $b$  نیز فرد باشد برای اینکه در غير اینصورت این زوج خواهد بود در صورتیکه این ممکن نیست ذیرا  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  نسبت بهم اولند

$$b = 2\beta + 1 \quad \text{از آن } b = 2\gamma + 1 \quad \text{در نتیجه} \quad c = 2\gamma + 1 \quad \text{و} \quad a = 2\beta + 1$$

$a^2 = (2\beta + 1)^2 - (2\beta + 1)$   
 $a^2 = (\gamma - \beta)(\gamma + \beta + 1)$   
 $\text{اما } 1 + 2\beta + 1 = 2\gamma + 1 - \beta + \beta + \gamma + 1 = 2\gamma + 1 \quad \text{و این تساوی نشان میدهد که از دو عدد } (\gamma + \beta + 1) \text{ و } (\gamma - \beta) \text{ یکی زوج است و از آنجا } a^2 \text{ زوج بوده و } a \text{ مضرب ۴ خواهد بود.}$

$$\begin{cases} M = a'b'D = 135 \\ a - b = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a'b'D = 135 \\ (a' - b')D = 18 \end{cases}$$

$$\frac{a'b'}{a' - b'} = \frac{135}{18} = \frac{15}{2}$$

چون  $a'$  و  $b'$  نسبت بهم اولند پس کسر  $\frac{a'b'}{a - b}$  تحویل ناپذیر بوده و خواهیم داشت.

مسئله چهارم - داریم

واز آنجا

## مسائل امتحانات مواد ریاضی ثلث دوم

# دوره دوم دبیرستانها

(مسائل پر ترتیب تاریخ وصول به فهرست مجله، درج شده است)

$$\text{نایش تغییرات تابع } \frac{x+1}{x^2(x+2)^2} = y \text{ میباشد.}$$

۳ - جدول و منحنی (C) نایش تغییرات تابع

$$\frac{x+1}{x^2(x+2)^2} = y \text{ را رسم کنید.}$$

$$4 - \text{تابع اولیه تابع } \frac{x+1}{x^2(x+2)^2} = y \text{ را چنان}$$

تبيين کنيد که بازه  $x=1$  برای  $y=0$  شود.

$$5 - \text{اگر } \frac{2x^2+4x-1}{2x^2+4x} \text{ یکی از توابع}$$

اولیه تابع  $\frac{x+1}{x^2(x+2)^2} = y$  باشد مساحت سطح محصور بین منحنی (C) و محور طولها و خط  $x=1$  را (آشست که سمت راست خط  $x=1$  قرار دارد) حساب کنید.

$$66 - \text{معادله } x + (m-1)(x-m) = 0 \text{ مفروض است.}$$

۱ - در وجود علامت و بزرگی نسبی دیشه های معادله مفروض بازه مقادیر مختلف  $m$  بحث کنید.

۲ - در روی شکل نیز بحث بالا را با جزئیات تبعه بگیرید.

### مسائل امتحان هندسه و مخروطات

۶۷ - نقطه M و خط  $\Delta$  و دایره (C) مفروضند بر خطی یگذرا نیز که دایره و خط را پر ترتیب در N و N' قطع کند و N و N' وسط MN باشد.

۶۸ - از يك ي يعني دو مسام و يك نقطه و يك چنان داده شده است. ي يعني را مشخص کنید.

### هندسه ترسیمی و رقومی

۶۹ - خط  $\Delta$  را چنان رسم کنید که تصویرش با عرض کاغذ موازی باشد و رقومش از چپ بر است ترقی کند و فاصله بین تصاویر شاطی  $a_1$  و  $b_1$  که بر آن قرار دارد ۵ باشد طول حقیقی AB را بدست آورید.  $a_1, b_1$  ضلع مثلث متساوی الاضلاع است که ضلع BC آن افقی است و C پائین AB قراردارد، مثلث را بسازید.

بر روی این مثلث و در بالای آن چهار وجهی منتظم بسازید. مرئی و مخفی را مراعات کنید.

- خط D را چنان رسم کنید که با صفحه متایه زاویه  $30^\circ$  درجه بسازد و تصویرش باطول کاغذ موازی باشد و

## کلاس های ششم دبیرستان های چهار گانه گروه فرهنگی هدف

### جبر و مثلثات ششم طبیعی

۶۷ - معادله يك سهمی را بنویسید که کانونش نقطه  $(\omega, F)$  و معادله خط هایش  $x = y$  باشد.

۶۸ - سهمی پادامتر و رأس و کانون و خط هادی آنرا معین نمایید - مختصات کانون و معادله خط هادی را بنویسید.

۶۹ - نقطه A بعرض ۲ بر وی سهمی،  $y = 2y + 4x$  مفروض است - معادله خط راستی را بنویسید که در نقطه A براین سهمی مماس باشد.

۷۰ - تحقیق کنید مکان هندسی نقطه  $M$  و قی که  $\Delta$  تغییر کند کمانی از يك میمی است - معادله سهمی و این کمان را پیدا کنید.

۷۱ - معادله زیر را حل کنید جوابهای کلی و جوابهای مخصوص بین سفر و  $2\pi$  را بدست آورید :

$$- ۷۰۸ 2x - 2\cos x + 1 = 0$$

۷۲ - منحنی نایش تغییرات تابع  $y = \sin x + \cos 2x + 1$  از سفر تا  $2\pi$  تغییر کند رسم کنید.

۷۳ - از تابع ذیر هشق بگیرید و آنرا باده ترین صورت ممکن در آورید و بیز عنصر عددی هشق را باز آورید  $x$  حساب کنید.

$$y = \frac{x \sin x}{\cos x - \sin x}$$

### جبر ششم ریاضی

۷۴ - جدول و منحنی نایش تغییرات تابع ذیر را رسم کنید.

$$(x+y-4)(y-2x)=4$$

$$y = \frac{(m'-m)x^4 + mx + 1}{mx^2(x+2)^2} - \text{تابع ۷۵}$$

مفروض است.

۱ - مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید تا محور طول عایکی از مجانب های منحنی نایش تغییرات تابع مفروض باشد.

۲ - تحقیق کنید نقطه  $A(160, -)$  مرکز تقارن منحنی

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 3 \\ 2x - 1 = 2 - y \\ \frac{2z - 1}{2} = \frac{2y}{2} \end{cases}$$

دیر آقای ته

صائل امتحان هنرمه کلاس‌های چهارم طبیعی  
۶۷۹ - در مثلث ABC خطوط MN و NP بترتیب

بموازات دو ضلع AB و BC رسم شده‌اند ثابت کنید.

$$\frac{BP}{BC} + \frac{BM}{BA} = 1$$

۶۸۰ - در مثلث ABC  $\angle A = 55^\circ$  و  $\angle B = 60^\circ$

میباشد.

اولاً - طول ضلع BC را تعیین کنید.

ثانیاً : اندازه تضادیر دو ضلع BC و AC را روی ضلع  
BD بست آورید.

دیر : آقای حبیب الله عهداللهی

### جبر کلاس‌های چهارم ریاضی

۶۸۱ - معادله درجه دوم بنویسید که بین 'x' و "x"  
روشهای آن روابط ذیر پروردگار باشد :

$$2(1-m)(X' + X'') - XX'' = 2 - 2m$$

$$2m(X' + X'') + X'X'' = 4m$$

۶۸۲ - در معادله درجه دوم

$$x' - (1+m)x + 2m(1-m) = 0$$

اولاً تحقیق کنید در ازاء همه مقادیر m معادله دارای دو

روشهای متمایز حقیقتی است و ریشه‌ها را بر حسب m حساب کنید.

ثانیاً m را طوری تعیین کنید که بین ریشه‌های آن رابطه ذیر  
پروردگار باشد :

$$\frac{x' - 1}{x'' + 1} \times \frac{x'' - 1}{x' + 1} = 1$$

۶۸۳ - اگر 'x' و "x" ریشه‌های معادله

$$x' - \sqrt{2}x + \sqrt{2} = 0$$

باشند حاصل عبارت

$$x'x'' - x'x'' = 0$$

۶۸۴ - جواب مشترک نامعادلات ذیر را تعیین کنید :

$$\begin{cases} (x-2)(5-2x) < 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$$

۶۸۵ - خواب دستگاه سه معادله سه مجهولی ذیر را حل

کنید :

$$\begin{cases} 2xy \\ x+y \\ 2xz \\ 2x-2z \\ 2yz \\ 3y-2z \end{cases} = \begin{cases} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \end{cases}$$

رقوم ناظرش از بالا پیائین قرفی کند. برآن نقطه B را اختیار کنید و نیز نقطه A را با رقوم کمتر از A بمقابله آن از B بر عان خط تعیین فرمائید.

برایین خط صفحه P را مرود دهد که با صفحه مقابله زاویه ۴۵ درجه بسازد و تصویر افقی رقوم آن از B بطرف راست و بالاکنید شود.

در این صفحه مربع ABCD را بسازید پسی که رقوم C از رقوم B بیشتر باشد یک وجه مکعبی است که در قریب صفحه هر برابر قرار دارد، آن را دسم کنید هرگز و مخفی داشتات کنید.

۶۷۱ - خط قائم AA' را به بعد ۲ رسم کنید. بر روی رابطه بمقابله ۴ طرف جب آن متصل 'BB' را به ارتفاع ۳ رسم نمایید. خط 'AA' را چنان رسم کنید که هر دو خط مذکور را قطع کند و صفحه تمیاز فرجه اول را نیز در نقطه 'mm' واقع در ناحیه سوم بمقابله ۴ از خط زعنی بر روی رابطه یک فاصله از رابطهای 'AA' و 'BB' تلاقی نماید.

۶۷۲ - خط مواجه 'AA' را در ناحیه دوم بمقابله ۲ از صفحه قائم و فاصله ۴ از خط زعنی رسم کنید.

۶۷۳ - خط قائم 'VV' را بعد ۳ رسم کنید. آنکه قائم 'AA' را طرف راست آن بمقابله ۲/۵ از 'VV' و ۲ از صفحه تصویر پروردگار نماید.

## دبیرستان هدف شماره ۱

### جبر کلاس‌های چهارم طبیعی

۶۷۴ - معادله درجه دوم

$(1-m)x - 2m(1+m) = 0$  مفروض است :

اولاً m را طوری تعیین کنید که معادله دارای دو ریشه باشد و ریشه‌ها را حساب کنید.

ثانیاً در ازاء  $m = \sqrt{2}$  ریشه‌های معادله را حساب کنید.

۶۷۵ - کدام دو عدد اند که مجموع آنها  $(1-m) + 2m(1+m)$  است.

۶۷۶ - معادله دوچه دومی بنویسید که بین ریشه‌های آن روابط ذیر پروردگار باشد :

$$\begin{cases} 2x' - x'' = 9 \\ 2x' + 2x'' = 17 \end{cases}$$

۶۷۷ - نامعادله ذیر را حل کنید :

$$> (2-x^2)(4-x^2) <$$

۶۷۸ - دستگاه سه معادله سه مجهولی ذیر را حل کنید:

۶۸۶ - معادلات درجه دوم زیر مفروض اند :

$$\begin{cases} x^2 + x + m = 0 \\ x^2 - x + m = 0 \end{cases}$$

پس از آنکه هر دو معادله دارای دو ریشه متمایز باشد ثابت کنید ریشه های معادله دوم يك واحد بیشتر از ریشه های معادله اول میباشد.

دیگر - آقای صفری لتوودی - توجه

مهم حساب کلاس های پنجم طبیعی

۶۸۷ - در يك مانع که تعداد ریشه های مندلی آن فرد است رده وسط ۲۵ مندلی و رده آخر ۴ مندلی دارد پیدا کنید اولاً تعداد مندلی های رده اول را

ثابتاً - اگر این سالن دارای ۱۰۶۵ مندلی باشد تعداد ریشه های آنرا تعیین کنید.

۶۸۸ - حاصل عبارت زیر را بوبله لگاریتم بدست آورده بدون آنکه در صورت و خرج تبری بدهید. (در صورت لزوم نایکملو نم تقریب حساب شود)

$$x = \frac{20/3}{0/029}$$

۶۸۹ - در يك تصاعد هندسی محدود حمله آخر  $\frac{1}{2}$  = ۱ و جمله وسط  $\frac{1}{2}$  =  $a$  مطلوب است اولاً محاسبه حمله اول (a)

ثابتاً - اگر  $\frac{1}{2} = q$  باشد مطلوب است محاسبه تعداد جمل و تشکیل تصاعد.

ثالثاً - اگر تعداد حمل این تصاعد بینهای شود مطلوب است محاسبه حد مجموع ( $\lim S$ )

۶۹۰ - کسر اعشاری زیر را به کسر مقامی تبدیل کنید.

$$0/17522220000$$

۶۹۱ - معادله لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\left\{ \begin{array}{l} \log(x+2) + \log \frac{1}{y-2} = 0/30102 \\ x-y = \log_{10} 64 \end{array} \right.$$

دیگر - آقای محمدولی شاملو

هنرستان کلاس های چهارم ریاضی

۶۹۲ - مستطیلی با ضلع a و b مفروض است مربعی معادل آن بازید (بالایان)

۶۹۳ - دایره O و خط d مفروض است و تری بطول معلوم I در دایره رسم کنید که بر خط d عمود باشد (ایران - بحث)

۶۹۴ - از نقطه P خارج دایره O مماس PM و PN

$\triangle MPN = 100^{\circ} 22'$  را بر دایره رسم کنید اگر زاویه OP = ۱۰۰ درجه باشد طول PM و شعاع دایره را حساب کنید.

۶۹۵ - مثلث ABC که  $AC = a$  و  $B = 45^{\circ}$  است مفروض است طول ادلاع مثلث را بحسب a حساب کنید.

۶۹۶ - مثلث ABC مفروض است ارتقای های BK و CF را در مکمل کرده ایم ثابت کنید :

$$AB \cdot BF + AC \cdot CK = BC$$

دیگر - آقای محمدولی شاملو

جبر کلاس های پنجم طبیعی

۶۹۷ - معادله خیلی را بنویسید که خط  $y + 2x = 3$  را در نقطه ای بطول ۱ و خط  $2y - x = 3$  را در نقطه ای بعرض ۲ قطع کند.

۶۹۸ - خط  $x + 2y = 1$  مفروض است اول امختصات نقاط تلاقی این خط را با محدوده های مختصات در حسب  $x$  معلوم کنید. ثانیاً اگر دو نقطه  $(\frac{1}{2}, 0)$  و  $(0, \frac{1}{2})$  را در محدوده  $x$  معلوم کنید، ثالثاً اگر دو نقطه  $OAB$  متساوی الساقین گردد. (مسئله در اینحالات دو جواب دارد). ثالثاً  $x$  را جوان تعیین کنید که خط مفروض باجهت مثبت محور طولی زاویه  $135^{\circ}$  درجه بازد. از دو تابع زیر مشتق یابید :

$$y = \frac{1-2x}{(2x+1)^2} \quad y = \sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 - x}$$

۶۹۹ - اولاً جدول تغیرات و منحنی تابع  $y = 5x^2 - 6x + 1$  را در یک دستگاه محدود  $-1 \leq x \leq 1$  در محدوده  $0 \leq y \leq 5$  ثابت کنید. ثانیاً در همان دستگاه خط  $x - y = 1$  را در مکمل کرده مختصات نقاط تلاقی خط و منحنی را معلوم کنید.

دیگر - آقای صفری لتوودی

مئلات کلاس های پنجم طبیعی

۷۰۱ - مقدار عددی عبارت زیر را حساب کنید :

$$S = \frac{3\sin 120^\circ - 5\cos 30^\circ}{2\sin 80^\circ + 2\cos 49.5^\circ}$$

۷۰۲ - درستی اتحاد مئلات زیر را ثابت کنید :

$$4\sin(\frac{\pi}{3} + x)\sin(\frac{\pi}{3} - x) = 1 + 2\cos 2x$$

۷۰۳ - جوابهایی معادله مئلات زیر را بین صفر و  $2\pi$  حساب کنید :

$$\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

۷۰۴ - تحقیق کنید عبارت زیر مقدار ثابت است و بستگی به  $x$  ندارد :

$$S = \frac{3\sin^2 x - 4\cos^2 x + 1}{1 + \cos^2 x - 3\cos 2x}$$

۷۱۳ - اولاً ثابت کنید که تساوی

$$\frac{K+2}{\operatorname{tg} 2x} = \frac{2K-1}{\operatorname{cotg} 2x} = K$$

را همواره میتوان بصورت

$\sin^2 x + b \cdot \cos^2 x = C \cdot \sin 4x$  تبدیل کرد. ثانیاً مقادیر  $\operatorname{cosec} 2x$  را بر حسب  $K$  معلوم کنید.

۷۱۴ - جوابهای معادله مثلثاتی زیر را بین حفره  $2\pi$  حساب کنید.

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+x\right)} = 1 - \sin 2x$$

۷۱۵ - اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  زوایای مثلثی باشد درستن این اتحاد را ثابت کنید:

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + \frac{1}{2} \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} : \sin \frac{C}{2}$$

دیگر - آقای صفری لکترووی

### مسئل امتحان هندسه کلاس‌های پنجم ریاضی

۷۱۶ - خطی رسم کنید که دایرة عظیمه‌ای از کره  $O$  را در شاطئ  $A$  و  $B$  خلع کند بطوریکه طول  $AB$  برایر مقدار معلوم  $l$  باشد و با خط مفروض  $d$  موازی باشد. (شرط امکان مسئله - اثبات).

۷۱۷ - صفحه  $p$  که خط  $d$  در آن واقع است مفروض است از نقطه مفروض  $M$  سنجه‌ای رسم کنید که با صفحه  $p$  زاویه  $\alpha$  بسازد و فصل مشترکش با صفحه  $p$  خطی عمود بر خط  $d$  باشد.

۷۱۸ - هرم  $SKLM$  را که طول هر شش یال آن معلوم میباشد بسازید.

۷۱۹ - صفحه  $P$  که دایرہ  $O$  و نقطه  $A$  در آن واقع است مفروض است از نقطه  $A$  میاس  $AN$  را بر دایرہ نرسم کرده و از نقطه  $O$  عمود بر صفحه  $P$  خارج کرده و نقطه  $S$  را روی آن اختیار میکنیم اگر  $SO = 4/5m$  و طول میاس  $AN = 18 m$  و شاع دایرہ  $y$  را باشد مطلوب است تعیین  $y$  برای آنکه حجم هرم  $SAON$  برایر  $81 m^3$  گردد.

ثابت - بفرض آنکه  $m = y$  باشد سطح کل هرم مزبور را بر حسب  $m$  حساب کنید.

ثالثاً - هر کر کره محیطی هرم مزبور را تعیین نموده و قطر کره را بر حسب  $m$  حساب کنید.

دیگر - آقای محمد ولی شاملو

۷۰۵ - در مثلث  $ABC$  اگر  $\operatorname{tg} B = 2$  و  $\operatorname{tg} A = 3$  باشد.

اولاً تحقیق کنید که این مثلث یک زاویه  $45^\circ$  درجه دارد. ثانیاً خطوط مثلثاتی زاویه  $C$  را حساب کنید.

آقای صفری لکترووی

### جبر کلاس‌های پنجم ریاضی

۷۰۶ - مشتق تابع زیر را تعیین کرده آن را ساده نمایید.

$$y = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

۷۰۷ - مشتق تابع زیر را بدست آورید.

$$y = (x - \sin 2x) \sqrt{1 + \cos^2 x}$$

۷۰۸ - معادله خطی را بتوسیله کدام مبدأ مختصات پایا میباشد و بر خط معادله  $6 - 3x + 4y = 0$  عمود باشد.

۷۰۹ - اولامتحنی های نمایش هندسی دو تابع  $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$  را در يك دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

ثابت - دو منحنی فوق یکدیگر را در يك نقطه  $M$  قطع میکنند.

الف - مختصات  $M$  را حساب کنید.

ب - در نقطه  $M$  بر يك از دو منحنی میاس رس میکنیم ضرب زاویه هریک از خطوط میاس و تابعات زاویه حاده پین دو میاس را حساب نمایید.

۷۱۰ - اولاً صراحت  $cosec 2x$  را چنان معلوم کنید که تابع  $y = ax^2 + bx + c$  در ازاء  $1 = x$  ماکریم یا مینیمم یوده منحنی نمایش آن در نقطه بطول  $1 = x$  بر خط معادله  $1 - x - y = 0$  میاس باشد.

ثابت - ثابت کنید که از هر نقطه خط معادله  $2 = y$  میتوان دو میاس عمود بر هم بر منحنی تابع  $(2 - 2x - x^2) / \sqrt{1 - y}$  رسم کرد.

دیگر - محض

### مثلثات کلاس‌های پنجم ریاضی

$$\begin{cases} 2A - B = \frac{\pi}{4} \\ \operatorname{tg}^2 A + \operatorname{tg} B = 2 \end{cases} \quad \text{دو مثلث } ABC : \text{ زوایای مثلث}$$

و بر حسب درجه معلوم کنید و تحقیق کنید که این مثلث یاکه زاویه  $45^\circ$  درجه دارد.

۷۱۳ - اولاً عبارت مثلثاتی  $S = \frac{3 - 4 \sin^2 x}{4 \cos^2 x - 3}$  را قابل محاسبه بلکاریم کنید ثابت - در ازاء  $24^\circ 36' = x$  عبارت

$$S = \frac{4}{3} \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$$

## دیبرستان هدف شماره ۳

### جبر کلاس چهارم ریاضی

- معادله درجه دوم

$$m - ۲ - mx^2 + (m - ۱)x + m = ۰ \quad \text{منفی نیست.}$$

اولاً -  $m$  قدر باشد تا یکی از ریشه‌ها ۱-گردد.

تابنا -  $m$  قدر باشد تا مبنی معادله برابر ۱- شود.

ثالثاً -  $m$  قدر باشد تا معادله ریشه متعاقب باشد.

مقدار عددی ریشه متعاقب را حساب کنید.

$$m = ۷ \quad \text{دستگاه زیر را حل کنید.}$$

$$\frac{9}{x} - \frac{2}{y} - \frac{5}{z} = \frac{3}{x} - \frac{7}{y} + \frac{15}{2z} - 4$$

- کسر زیر را ساده کنید.

$$\frac{\sqrt{2}x^2 + (4 - \sqrt{2})x - 4}{\sqrt{2}x^2 + (\sqrt{2} - 2)x + 2}$$

- معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + 2} < -1$$

- معادله زیر را حل و بحث کنید.

$$x - \frac{2}{m^2} = \frac{1}{m^2(4x + 1)}$$

### جبر کلاس‌های چهارم ریاضی

- معادله درجه دوم

$$m - ۲(m - ۱)x - 2m = ۰ \quad \text{منفی نیست.}$$

-  $m$  قدر باشد تا یکی از ریشه‌های معادله ۳-

شود در اینصورت ریشه دیگر را بدون حل معادله پیدا کنید.

- ثابت کنید بین ' $x$ ' و ' $x'$  رابطه‌ای مستقل از  $m$

وجود دارد.

-  $m$  قدر باشد تا یکی از ریشه‌های معادله ۸ برابر

ریشه دیگر شود.

- بازاء چه مقادیر  $m$  ریشه‌ها مختلف‌المامانند.

- معادله درجه دومی تشکیل دهد که ریشه‌های عکس

مربع ریشه‌های این معادله درجه دوم باشد.

- مقدار عبارت

$$A = \frac{3x''x'' + 2x'x''}{x'' + x'' - x'x''} \left( \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} \right) \quad \text{را برابر}$$

حسب  $m$  حساب کنید.

- معادله اصم زیر را حل کنید.

$$\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-x^2}$$

## دیبرستان هدف شماره ۳

### جبر کلاس‌های پنجم ریاضی

$$y_1 = x^2 + cx + d \quad y_2 = -x^2 + ax + b \quad \text{منفی نیست.}$$

۱ -  $da$  طوری تعیین کنید ( $a, b, c, d$ )  $A$  ماتریس منحنی نمایش تابع  $y_1$  باشد.

۲ - راطوری تعیین کنید که طول نقطه مینیمم منحنی تابع  $y_2$  برابر ۲ بوده و فاصله نقطه می‌نیمم منحنی نمایش تغییرات تابع  $y_2$  از نقطه ماتریس  $A$  نمایش تغییرات تابع  $y_1$  برابر  $\sqrt{5}$  باشد.

۳ - جدول و منحنی ( $c_1, c_2$ ) نمایش تغییرات تابع  $y = -x^2 + 3$  رسم نمائید.

۴ - جدول و منحنی ( $c_1$ ) نمایش تغییرات تابع  $y = -x^2 - 4x + 3$  را در همان دستگاه  $xoy$  رسم کنید.

۵ - مختصات نقاط بررسورد و منحنی  $c_1$  را بدست آورید.

۶ - معادلات ماس بر منحنی  $c_2, c_3, c_4$  از نقاط ( $0, 2$ ) و ( $2, 0$ )  $C$  را پیوسمد و ثابت کنید از تقاطع این ماس‌ها متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  بدست می‌آید.

۷ - تعیین نمایید در ازاء چه مقادیری از  $K$  خط  $y = K$  فقط منحنی  $c_1$  یا فقط منحنی  $c_2$  هر دو منحنی را قطع مینایید و در چه صورت پریکی از منحنی‌های ماس و دیگری را قطع مینایید.

۸ - اگر خط  $d$  منحنی  $c_1$  را در نقاط  $M'$  و  $M''$  و منحنی  $c_2$  را در نقاط  $N'$  و  $N''$  قطع نماید  $K$  را طوری تعیین کنید  $M'M'' = N''N' = M''M$  باشد.

۹ - مشتق عربک از تابع زیر را حساب کنید.

$$y_1 = \frac{\sin^2(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2x+1}}{\sin^2(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2x+1}}$$

$$y_2 = \sqrt{\sin^2 \sqrt{2x+1}}$$

۱۰ - هر گاه  $(a, b)$  نقطه‌ای از سفحه مختصات باشد در ازاء مواضع نقطه  $M$  در وجود و ریشه‌های معادله درجه دوم  $x^2 - 2(a-1)x + a^2 + 2a + b = 0$  بحث کنید.

دیبر - آقای مسعود محمدی

۷۳۹ - بد دو سوال از چهار سوال زیر را انتخاب

نموده حل نمایید .

الف - مجموع عبارت زیر را تعیین کنید .

$$(12+9x^4)+(7+3x^3)+(32+2187x^3) \dots$$

ب - دستگاه دو معادله دومجهولی لگاریتمی زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} \log_{10} x + \log_2 y = 5 \\ \log_{10} x + \log_2 y = 2 \end{cases}$$

ج - معادله زیر را حل نمایید .

$$3x^2 + 1 - 2x^2 + 2 = 107$$

۷۴۰ - جمله هشتم تسانعه عددی "را تعیین کنید که مجموع

جمله مرتبه پنجم و سوم آن برابر با ۳۴ و تناسی جمله دوم از ششم آن برابر با ۲۰ باشد ثابتیاً بین عدد ۲۲ و عدد ۳۶ و اسطه عددی درج کنید و مجموع این تسانعه را محاسبه نمایید .

جیر کلاس پنجم طبیعی

۷۴۱ - اولاً A را چنان تعیین کنید که دو خط معادلات

$ax+y-2=0$  و  $x-2y+2=0$  در نقطهای بطول يك مقاطعه باشند و سپس معادله ای این دوخط را در یک دستگاه معورهای مختصات رسم کنید .

ثانیاً - فاصله نقطه M(۵,۲) را از خط  $y+x-3=0$  ساخته و آنرا

ثالثاً - از نقطه A بطول دو قاعده خط  $-x-2-y=0$

خطی رسم کنید که با این خط زاویه ۴۵ بساند و معادله این خط را بنویسید (دروجواب)

$$742 - \text{مشتقة تابع } y = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}} - 2 \text{ را حساب}$$

کنید و آنرا ساده ترین صورت خود تبدیل کنید .

۷۴۳ - اولاً مطلوب است سه جدول و منحنی تغییرات

$$y = x^2 - 3x + 2$$

ثانیاً - در نقطهای بطول ۳ واقع براین منحنی خطی

بر آن مساوی میکنیم معادله این مساوی را بنویسید .

ثانیاً - نقطه ای از این منحنی را پیدا کنید که مساوی در

آن نقطه برخط  $y = 3x - 7$  عمود باشد .

واباً - مختصات نقطه تقاطع این منحنی را با خط

$$y = x + 2$$

مثلثات کلاس پنجم طبیعی

۷۴۴ - صحت رابطه زیر را ثابت کنید .

$$\sin 200^\circ + \cos 225^\circ + \tan 148^\circ \cot 156^\circ + \sin 45^\circ \cos 110^\circ + \tan 32^\circ \cot 114^\circ = 0$$

۷۴۰ - دو اتومبیل که در فاصله ۸۱ کیلومتری هم قرار دارند اگر هر دو در هر یک دقیقه حرکت کنند پس از ۱/۵ ساعت اگر هر دو بسوی هم حرکت کنند پس از نیمساعت یکدیگر را ملاقات میکنند مطلوب است سرعت حرکت هر اتومبیل .

۷۴۱ - نامعادله زیر را حل و بحث کنید .

$$\frac{x}{m} + \frac{1-2m}{2} > \frac{x+2}{4m}$$

مسائل امتحان هندسه کلاس های چهارم ریاضی

۷۴۲ - اولاً ثابت کنید در مثلث ABC بیمساز زاویه A

با عوده منصف صلع BC بر روی دایره محیطی مثلث مقاطعه دو از اینجا تیجه یکنید بیمساز زاویه A بیمساز زاویه بین ارتفاع آن و شاعر دایره محیطی مرسوم از رأس A میباشد .

ثانیاً - مثلث ABC را با معلوم بودن طول ارتفاع و میانه دیمساز داخلی هر بیوط به رأس A رسم کنید .

۷۴۳ - بیمدادهای بیطری BC مفروض است A وسط بیمداده استیار کرده از B به نقطه D وسط AC و سل میکنیم محل تلاقی BD و AO را M مینامیم ثابت کنید OM مساوی OB است .

۷۴۴ - از نقطه O مرکز دایره محیطی مثلث ABC

خط بیوازات AB رسم میکنیم قادر M صلع AC را قطع کند عمود مرسوم از نقطه A بر AC عمود منصف AB را دارد

N قطع مینماید ثابت کنید اولاً زاویه MON قائم است ثانیاً BC موازی است .

حساب کلاس های چهارم ریاضی

۷۴۵ - مطلوب است تعیین Z بوسیله جدول لگاریتم

$$z = \sqrt[3]{2/562} \times (2/7)^1 / 0.742$$

۷۴۶ - مطلوب است تعیین X در معادله زیر

$$1 - 2x^3 + 4x^2 - 2x^4 = 0$$

۷۴۷ - اولاً جمله پنجم از تسانعه هندسی را تعیین نمایید که خارج قسمت جمله پنجم به جمله دوم آن برابر با ۱۲۵ و

زیادی جمله سوم از جمله دوم برابر با ۳۰۰ باشد .

ثانیاً بین دو عدد ۹۲۷۵ و ۳ سه واسطه هندسی درج فرمایید .

ثانیاً مجموع ۶ جمله از تسانعه  $15:75:375$  را تعیین کنید .

۷۴۸ - مثلث متساوی الاصلاح ABC بقطعه ه مفروض است اوساط اصلاح آنرا بهم وصل نموده و عمل را به همین طبق ادامه میدعیم حد مجموع مساحت اشنه دایره های محیطی مثلث ه را تعیین کنید .

قائم الزاویه میباشد و سفحات DAC و DAB بینهم عمودند.  
یا با  $\angle$  از نقطه BM عمود BM را بر AD فرود می‌آوریم  
و از نقطه M خط MN را موازی AC رسم میکنیم ثابت کنید  
مثلث BMN قائم الزاویه است .  
ثالثاً - از نقطه داخلخواه H واقع بر AB سفحه ای موازی  
دویال AC و BD رسم میکنیم ثابت کنید مقطع این سفحه با  
چهار وجهی مستطیل است .  
رابع - حجم چهار وجهی BDMN را بر حسب حساب  
کنید .

$\triangle ABC$  مثلث که در آن زاویه  $B = 60^\circ$   
 $\triangle ABC$  مثلث  $AB = 2a$  و ضلع  $A = 75^\circ$  میباشد مفروض است هرگاه این  
مثلث حول BC دوران کند سطح و حجم جسم حاصل را حساب  
کنید .

## دیبرستان هدف شماره ۴

جبر چهارم طبیعی  
معادله زیر را حل کنید .

$$\frac{x+a}{x-1} + \frac{x-2a}{x-2} = \frac{x^2-ax}{x^2-2x+2}$$

- عبارت زیر را ساده کنید .

$$\frac{\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2}+2} - \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}-2} = \frac{8\sqrt{2}}{2}$$

- نا معادله زیر را حل کنید .

$$\frac{x-2}{x+3} - \frac{x+3}{x-2} < 0$$

- نا معادله درجه دوم  
او لا  $m$  را پسمنی کنید که معادله دیسه مغایع  
داشته باشد .

ثانیاً  $m$  را طوری پیدا کنید که بکی از جوابهای معادله  
باشد .

ثالثاً باز او  $m = 4$  جوابهای معادله را بدست آورید .

سائل هندسه کلاس چهارم طبیعی  
- متوازی الاضلاع ABCD مفروض است از رأس C  
خط غیره شخصی چنان رسم میکنیم که امتداد خط AD را در  
M و امتداد AB را در N قطع کنید ثابت کنید که این رایله  
برقرار است .

$$MD \cdot BN = DC \cdot BC$$

۷۴۵ - معادله زیر داخل کرده جواب کلی بدست آورید  
د پس جوابهای بین صفر و  $\pi$  را حساب کنید .

$$2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$$

۷۴۶ - اگر  $\frac{12}{5} \sin x = \frac{3}{13} \cos y$  و این دو کمان  
درربع اول باشد مطابقست محاسبه  $\cos(x-y)$  .  
۷۴۷ - صحت اتحاد زیر را ثابت کنید .

$$1 + \operatorname{tg} A \operatorname{tg}^2 A = \frac{1}{\cos^2 A}$$

۷۴۸ - صحت اتحاد زیر را ثابت کنید .

$$\sin(x+y)\cos y - \cos(x+y)\sin y = \sin x$$

۷۴۹ - صحت اتحاد زیر را ثابت کنید .

$$\frac{\sin 2x + \sin 5x}{\sin x + \sin 3x} = 2 \cos 2x$$

جبر پنجم ریاضی

۷۵۰ - نقطه (۱، ۲) و (۴، ۳) را مختصات دو سر قطع  
AB از مریع ACBD میباشد مختصات روؤوس دیگر را  
پیدا کنید .

۷۵۱ - تابعهای از سفحه را پیدا کنید که در نا معادله  
زیر صدق کند .

$$\frac{2x+3y-6}{3x-2y+6} > 1$$

۷۵۲ - از توابع زیر مشتق بگیرید .

$$y = \frac{3x}{2x-\sqrt{x-1}} \quad y = \frac{\sin x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$$

۷۵۳ - تابع  $y = ax + bx^2 + cx^3 + dx^4$  مفروض است :  
او لا  $a$  و  $b$  راچنان تعیین کنید که متنحنی نمایش تغییرات  
آن بر خط  $y = 2x - 1$  مساو باشد و بازاهه  $x = 2$  دارای  
ماکریزم باشد .

ثانیاً جدول و متنحنی نمایش تغییرات تابع  
 $y = -x^2 + 4x - 2$  را دس کنید .

ثالثاً در عدد نقاط تقاطع خط  $y = mx$  با تابع بالا  
بحث کنید .

رابع آنگرخط  $y = mx$  تابع  $y = -x^2 + 4x - 2$  را در دو نقطه A و B قطع کند مکان هندسی نقطه C وسط  
AB را وقتی که m تغیر کند بدست آورید .

سائل امتحان هندسه کلاس های پنجم ریاضی  
۷۵۴ - مثلث قائم الزاویه ABC ( $A = 90^\circ$ ) که در آن

حلع  $BC = 2a$  و زاویه  $C = 30^\circ$  میباشد مفروض است از  
قطعه  $BD = a\sqrt{3}$  معمولیت اخراج مبنایم .  
اولاً - ثابت کنید وجود چهار وجهی ABCD مثلثی

### مسائل امتحانات هندسه چهارم ریاضی

- ۷۷۲- دو مثلث  $AH$  و  $ABC$  ارتفاع دارد برش از  $AD$  و  $AF$  مغلط دایره محیطی مثلث  $ABC$  و  $AD$  نیمساز زاویه  $BAC$  است ثابت کنند زاویه  $FAD = DAH$  است .
- ۷۷۳- دایره بقطر  $AB = 2R$  متر و من است کمانهای  $\widehat{CD} = 90^\circ$  و  $\widehat{BC} = 30^\circ$  اختبار میکنیم مطلوبست محاسبه اسلح و اقطار چهار ضلع  $ABCD$  بر حسب  $R$
- ۷۷۴- در دایره  $O$  دو وتر عرض برح در  $P$  یکدیگر را قطع کرده اند ثابت کنید .
- $$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD} = 4R$$

### حساب چهارم ریاضی

- ۷۷۵- در صورتیکه قدر نسبت از واحد کوچکتر باشد یک تساعد هندسی تشکیل دهد که حد مجموع جمله های آن  $\frac{1}{3}$  واحد مجموع مجنو رجمله های آن  $\frac{1}{3}$  باشد .

-۷۷۶- معادله درجه دوم

$$m - 2x^2 - 2mx + m - 3 = 0 \quad (m - 2)(x^2 - mx + 1) = 0$$

را طوری تعیین کنید که سه جمله  $x^2$  و  $x^1$  و  $x^0$  تشکیل یک تساعد عددی به هند همچنین  $m$  را طوری تعیین کنید که همان سه جمله تشکیل یک تساعد هندسی به هند  $(x^0, x^1, x^2)$  ریشه های معادله بالا است )

$$-۷۷۷- \text{معادله زیر را حل کنید ( در صورتیکه } \log 400 = 2.60206 \text{ باشد )}$$

$$\begin{cases} 2^x - y = 32 \\ 2 \log \sqrt{x - 2y} + \log(2x + 3y) = 0.60206 \end{cases}$$

- ۷۷۸- تساعد هندسی تشکیل دهد که مجموع سه جمله اول آن  $14$  و حاصلضرب آنها  $64$  باشد .

- ۷۷۹- کسر اعشاری زیر را یکر منعادنی تبدیل کنید
- $$\frac{1}{1023212210000} \quad \text{دیر آقای سلطان خاصی}$$

### جبر کلاس پنجم

- ۷۸۰- دستگاه نامساوی زیر را از طریق ترسیم عمل کنید .

$$\begin{cases} x+y-1 < 0 \\ x-y > 0 \end{cases}$$

- ۷۸۱- مشتق عبارت زیر را حساب کنید .

$$y = x + \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

- ۷۸۲- مقدار تابع زیر را بازآورد  $\sqrt{x-1} = x$  حساب کنید .

$$y = \frac{1 - \sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 1}$$

- ۷۶۱- سه مثلث مثلث  $ABC$  بر ترتیب  $C=4$  و  $B=5$  و  $A=6$  میباشند مجاسن مثلث  $ABC$  را با نسبت تعیانس  $K = \frac{1}{2}$  و مرکز تعیانس  $O$  پفاسه  $2$  از نقطه  $A$  بر امتداد  $AH$  ارتفاع مثلث  $ABC$  رارسم کنید و طول اضلاع آنرا محاسبه نمایید . ( واحد سانتیمتر )

- ۷۶۲- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  که  $B=90^\circ$  است  $AB=8$  و  $tg A = \frac{3}{4}$  داده شده دو مثلث دیگر مثلث را محاسبه کنید .

### جبر چهارم ریاضی

$$-۷۶۳- \text{دستگاه زیر داخل کنید } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 16 \\ 2x^2 + 2xy + y^2 = 32 \end{cases}$$

- ۷۶۴- معادله زیر حل کنید
- $$x^2 - \frac{2}{a}x + \frac{1-b^2}{a^2} = 0$$

- ۷۶۵- معادله درجه دوم پارامتری  $x^2 + (2m-1)x - 2 = 0$  باشد  $m$  را طوری انتخاب کنید که معادله دارای دوریست مختلف الالمه باشد تایبا  $m$  را طوری انتخاب کنید که یکی از ریشه های معادله  $(-2)$  باشد .

- ۷۶۶- دستگاه نامساوی زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} \frac{x-4}{1-x^2} < 0 \\ \frac{1+2x}{x^2+2} > 0 \end{cases}$$

- ۷۶۷- دو عدد تعیین کنید که مجموع آنها  $2$  و حاصلضرب آنها  $(-2)$  باشد .

- ۷۶۸- در معادله درجه  $0 = 1 + 2x + x^2$  مطلوبست محاسبه  $A$  از رابطه زیر

$$A = \frac{x''}{x''} + \frac{x'''}{x'}$$

- ۷۶۹- حدود  $\lambda$  را طوری انتخاب کنید که بازآراء جمع مقادیر  $x$  نامساوی زیر برقرار باشد .

$$\lambda x^2 + (1-2\lambda)x + \lambda > 0$$

- ۷۷۰- دستگاه زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} \frac{x+y}{y} = \frac{-10}{3} \\ x-y = -4 \end{cases}$$

- ۷۷۱- معادله اضم زیر را حل کنید
- $$\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = -1$$
- دیر آقای افتخار

۷۸۲- معنی تابع زیر را حساب کنید.

$$y = \frac{\sin 2x + 1}{\cos 2x - 1}$$

۷۸۳- معنی کنید تابع زیر در چه حدودی از  $x$  معنی و درجه حدودی نامعین است.

$$y = x - \sqrt{\frac{1-x^2}{x+2}}$$

۷۸۴- معنی کنید مقدار تابع

$$y = \frac{1-2x-x^2}{2x^2+2x-5} \quad x = \infty$$

۷۸۵- معنی کنید تابع  $y = \frac{1-x^2}{x^2-2x-1}$  بازه‌های مقداری منفصل و بازه‌های جه مقداری منسل است.

۷۸۶- در تابع  $y = x^2 + px + q$  پارامتر  $p$  و  $q$  را طوری تعیین کنید که منحنی در نقطه  $1 = x$  دارای منیم ۲- باشد و سپس جدول و منحنی آنرارسم کنید.

۷۸۷- تابع  $y = x^2 - 2x$  مفروض است نقطه‌ای از منحنی را تعیین کنید که دو مساو در آن نقطه عمود بر بیساز دفع اول باشد و سپس معادله معادل بر منحنی را در آن نقطه بنویسید و منحنی و معادل رارسم کنید.

۷۸۸- تابع  $y = \sqrt{x-1}$  مفروض است مطلوب است مختصات نقطه مینیم یا ماکزیم تابع را.

۷۸۹- در تابع

$y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - \frac{1}{2}(m+1)x^2 + (m+2)x - 2m$  معنی کنید حدود  $m$  را برای اینکه تابع در یک جهت سر کنید (یعنی یا سعدی یا نزولی باشد).

۷۹۰- زاویه بین دو خط

$$\begin{cases} y = (2m+5)x + 1 - m \\ 2(m+2)y - 2(m+2)x + m + 1 = 0 \end{cases}$$

را حساب کنید.

دیر - آقای افتخار

مثلثات ینجم ریاضی

۷۹۱- تحقیق کنید که جارت زیر بستگی به  $x$  ندارد.

$$z \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + z \sin^2 x$$

۷۹۲- درستی اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$\frac{\cos^2 y - \cos^2 x}{\sin x \cos x - \sin y \cos y} = \operatorname{tg}(x+y)$$

۷۹۳- با فرم اینکه  $C = A + B + C$  زوایای یک مثلث باشد درستی برای زیر را تحقیق کنید.

$$\frac{\sin A \sin B \sin C}{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C} = \frac{1}{4}$$

۷۹۴- عادت  $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$  را قابل محاسبه با لکاریتم کرده و بساده ترین صورت درآوردید.

۷۹۵- معادله  $m \cos^2 x - \sin x \cos x = 2m - 1$  مفروض است اولا  $m$  را طوری تعیین کنید که یکی از جوابهای معادله  $x = \frac{3\pi}{4}$  باشد ثانیا بازه  $1 = m$  معادله را حل کرده و جوابهای آنرا بین صفر و  $2\pi$  بدست آورید.  
دیر - آقای عطار ناصری

## دبیرستان خرداد

حساب استدلانی ششم ریاضی

۷۹۶- کسر  $\frac{2a+4}{a-1}$  مفروض است. اولا  $a$  را طوری تعیین کنید که این کسر برابر عدد صحیح باشد.  
ثانیا  $a$  را طوری تعیین کنید که این کسر تحويل ناپذیر شود.

ثالثا  $a$  را طوری تعیین کنید که این کسر تحويل پذیر باشد.  
رابعا - بزرگترین مقسوم علیه مشترک صورت و مخرج این کسر را در ازاه مقدار مختلف  $a$  بدست آورید.

۷۹۷- مطلوب است تعیین دو عدد که مجموع مربايان ۱۴۷۶ و کوچکترین مضرب مشترکشان برای ۱۲۰ باشد.

۷۹۸- مطلوب است تعیین عدد  $g$   $A = 2^a \times 3^b \times 5^c$  صورتیکه اگر این عدد را بر ۲ تقسیم کنیم از تعداد مقسوم علیه های آن ۶ واحد کم شود و اگر این عدد را بر ۳ تقسیم کنیم از تعداد مقسوم علیه آن ۸ واحد کم شود.  
ک. ثابت کنید عدد  $a = g$  مضربی از ۴ می باشد.  
دیر - آقای مسعود سعدی

ترسمی و رقومی ششم ریاضی  
۷۹۹- اولاد روى صفحه  $P$  که شب آن ۲ بیباشد نقطه

خط  $a, c$  را به شب  $\frac{1}{3}$  دسم نمائید.

ثانیا مربعی جنان رم کنید که در روی صفحه  $P$  واقع بوده و قطر آن  $a, c$  باشد.

ثالثا - اگر این مربع قاعده هر مربع متعظمی باشد ملخص

آن را کامل نموده و خطوط مرئی و منحنی آنرا از هم تعیز دهید در صورتیکه زاویه بین دو یال متواالی آن  ${}^{\circ} 40$  باشد.

**۸۰۰** - نقطه‌ای چنان بودست آورید که فاصله آن از صفحه نیمساز دیگر دو برابر باشد. و دو یاری پس بعلاوه ارتفاع آن مساوی ۶ باشد.

**۸۰۱** - از نقطه  $a'$  به بعد ۳ و باارتفاع ۶ خط نیز خی چنان رسم کنید که با صفحه نیمساز دیگر دو برابر و سوم زاویه  ${}^{\circ} 30$  تشکیل دهد.

**۸۰۲** - خطی چنان دوست کنید که از نقطه  $a'$  به بعد ۲ و باارتفاع ۳ گذته و با خط الارض و با خط  $dd'$  متقاطع شود.

دیگر - آفای مسعود محمدی

## دیپرستان آنلاین

جبر چهارم ریاضی

**۸۰۳** - معادله درجه دومن تشکیل دهید که ریشه‌هاش  $\frac{m+1}{m}$  و  $\frac{m-1}{m}$  باشد.

**۸۰۴** - دو معادله درجه سوم،  $m'x^3 - m'^2x^2 + m'x + m = 0$  مقدار  $m$  را چنان پیدا کنید که یکی از ریشه‌های آن مساوی ۲ باشد و سیزدهم دیگر را بدست آورید.

**۸۰۵** - معادله زیر را حل کنید.

$$2ax^2 - (2a^3 + 10a + 2)x^2 + (10a^2 - 6a + 1) + 10x^3 - (2a^3 + 10a + 2)x + 2a = 0$$

**۸۰۶** - جوابهای مشترک فاصله دلخواه زیر را بدست آورید:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x-1}{x+1} < 0 \\ -\frac{x^2+2x-4}{x} > 0 \end{array} \right.$$

**۸۰۷** - اگر  $f(x) = \frac{1}{x}$  باشد  $f(f(f(f(x)))$  را بدست آورید.

**۸۰۸** - دو معادله درجه دوم

$(m-1)x^2 - (m+1)x + m = 0$

اولاً مقدار  $m$  را چنان پیدا کنید که مجموع مجددات دو ریشه مساوی ۵ باشد. ثانیاً  $m$  را چنان پیدا کنید که معادله دو ریشه مثبت داشته باشد.

دیگر - آفای شهریاری

جبر پنجم ریاضی

**۸۰۹** - تقاضا  $(1)(A)$  و  $(\frac{2}{3}-4)(B)$  و  $(2(3)-3)(C)$

مقدار آن را بدست آورید. نامعادلاتی تشکیل دهید که نقاط واقع در داخل

مثلث  $ABC$  جوابهای مشترک آنها باشد.

$$810 - \text{تابع } y = \frac{(m-1)x+2m}{x+2m-2}$$

اولاً ثابت کنید که این تابع بازده جمیع مقادیر  $m$  ازدواج نمایند. ثابت کنید که این دو تابع این دو تابع را بدست آورید. ثانیاً بازده چه مقدار  $m$  این تابع تبدیل یک خط مستقیم می‌شود.

ثالثاً  $m$  را چنان پیدا کنید که مرکز تقاضن منحنی این تابع بر محور تقاضن منحنی تابع

$$y = \frac{1}{2}x^2 - (m+2)x - \frac{17}{2}$$

$$811 - \text{اولاً منحنی تماش تغییرات دو تابع } y = \frac{x}{2}$$

را روی مک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

ثانیاً از نقطه بطول ۱- واقع بر یک از دو منحنی فوق مساحتی بر آنها دوست کرد و معادلات دو مساح و  $tg$  زاویه بین دو مساح را محاسبه کنید.

ثالثاً مختصات نقاط تلاقی دو منحنی را بدست آورید.

دیگر - آفای شهریاری

### مثلثات پنجم ریاضی

**۸۱۲** - اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  زوابهای مثلث باشد ثابت کنید:

$$\frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B} = 2$$

ثابت کنید عبارت زیر به  $x$  بستگی ندارد:

$$\frac{\sin 7x}{\sin x} - 2\cos 2x - 2\cos 4x - 2\cos 6x = 1$$

**۸۱۴** - معادله زیر را حل کنید و جوابهای کلی و جوابهای

بین  $\pi - \omega$  و  $\omega$  را بدست آورید:

$$\cos^5 x + \cos^3 2x + \cos^3 3x + \cos^3 4x = 2$$

**۸۱۵** -  $m$  را طوری انتخاب کنید که عبارت زیر برابر مقدار ثابتی باشد:

$$\sin^3 x + \cos^3 x + m(\sin^3 x + \cos^3 x)$$

**۸۱۶** - ثابت کنید که اگر در مثلث

$$\cot \frac{A}{2} \cot \frac{C}{2} = 3$$

باشد داریم:

**۸۱۷** - اگر  $\omega = 3 \cot \alpha$  باشد  $\sin 4\alpha$  را بدست آورید.

دیگر - آفای شهریاری

## جبر و مثلثات ششم طبیعی

- ۸۱۸ - در تابع  $y = \frac{(m-1)x-1}{x+2m-2}$  مقدار  $m$  را  
چنان پیدا کنید که منحنی نمایش آن با نیمسازدیگر دوم در نقطه‌ای  
بعد از  $x=1$  یکدیگر را قطع کند.

- ۸۱۹ - منحنی نمایش تابع  $y = \frac{1}{x+1}$  را رسم نماید.

منحنی این تابع یک هذلولی است. مختصات رئوس و کانونهای  
این هذلولی را محاسبه کنید و از آنجا معادله جدید هذلولی  
را وقتی محورهای مختصات با اندازه ۵ درجه در جهت مثلثاتی  
دوران کنند پیدا کنید.

- ۸۲۰ - اگر  $(\frac{15}{8} - 0)F$  کانون و  $y = -$

معادله خط هاوی یک سهمی باشد معادله آن را بنویسید تا بآ در  
سهم  $2x^2 - 2x = 4x + 4y$  تمام مختصات را پیدا کنید و آنرا رسم  
نماید. ثالثاً اگر از نقطه  $(\frac{17}{8} - 0)A$  میتوانی بر سهمی  
مزبور  $(2x^2 - 2x + 4x + 4y)$  رسم کرد هایم، معادلات آنها زاویه  
میان دو مسas را پیدا کنید. رابعاً سطح محصور بین منحنی و  
محور  $x$  را بدست آورید.

جدول و منحنی نمایش تغیرات تابع  $y = \frac{1 + \cos x}{2 + \cos x}$   
رسم نماید.

دیگر - آقای شهریاری

## مثلثات ششم ریاضی

- ۸۲۱ - در مثلث ABC داریم  $B = 2C$  و

$\frac{b+2c}{a} = K$ . اولاً زوایای مثلث را بدست آورید و بر حسب

مقادیر مختلف بحث کنید. تابنا با فرم  $K = 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$  اختلاع  
مثلث را بر حسب خلخ محاسبه کنید.

- ۸۲۲ - دستگاه زیر را حل کنید.

$$\sin x - \cos 2y = 0$$

$$\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - 2y\right) = 1$$

- ۸۲۳ - منحنی نمایش تغیرات تابع  $y = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg} x}$

را از  $x = 0$  تا یک دور تناوب رسم کنید و معادله مسas بر آنرا  
در میدان مختصات بنویسید.

- ۸۲۴ - معادله زیر را حل کنید:

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \cos 2x + m(\sin x - \cos x) \quad (\text{بحث})$$

دیگر - آقای شهریاری

## حساب استدلالی ششم ریاضی

- ۸۲۵ - کوچکترین مضرب مشترک بین ۳ عدد  $c_1, c_2, c_3$  برابر با  $360$  می‌باشد. اگر بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین  $c_1, c_2, c_3$  مساوی  $3$  و بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین  $c_1, c_2, c_3$  مساوی  $6$  باشد. سه عدد را پیدا کنید (مسئله چند جواب دارد).

- ۸۲۶ - عددی بصورت  $abcb$  داده شده بطوری که داریم:

$$\int cb - ab = b^2$$

$$ab - c = b^2$$

- ۸۲۷ - عددی در مبنای  $1$  بصورت  $ab$  و در مبنای  $7$  بصورت  $ba$  خوشه شده. عدد را پیدا کنید.

- ۸۲۸ - در مجموع ذیر:

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$$

کوچکترین عددی که به جای  $n$  میتوان قرارداد تا  $S$  بر  $224$  قابل قسم شود پیدا کنید.

- ۸۲۹ - بزرگترین مقسوم علیه مشترک  $2m + 2$  و  $2m + 4$  چه اعدادی میتوانند باشند، در هر حالت شرط  $m$  را پیدا کنید.

دیگر - آقای شهریاری

## دبیرستان خوارزمی

### جبر ششم ریاضی

- ۸۲۰ - شکل منحنی نمایش تغیرات تابع

$$y = \frac{(x+1)^2}{(m-1)x^2 - 2mx + m+1}$$

منحنی لازم نیست).

- ۸۲۱ - منحنی‌های  $(c_1)$  و  $(c_2)$  نمایش تغیرات تابع

$$m = \frac{(x+1)^2}{(m-1)x^2 - 2mx + m+1}$$

بطور جداگانه رسم کنید.

- ۸۲۲ - معادله:

$$(1) \quad (2) \quad (2x+1)(x+2x-1) = 0$$

مغروض است رابطه‌ای مستقل از  $x$  بین ریشه‌های معادله  $(1)$  بدست آورید.

- ۸۲۳ - اگر  $M'$  و  $M''$  نقاط تقاطع خط  $\lambda = y$  با منحنی

$(c_2)$  و  $N'$  و  $N''$  تصاویر این نقاط روی محور  $x$  ها و  $BxA$

تصاویر نقاط اکسترموم  $(c_2)$  روی محور  $x$  ها و موسط  $BxA$

باشد از زوایا جبری ثابت کنید:  $N' \times M'' = N'' \times M'$  مقدار ثابتی است

است و این مقدار ثابت را بدست آورید (تغییر هندسی).

اولاً معادله مماس بر منحنی در نقطه بطول  $b$  را حساب کنید.

ثانیاً منحنی‌های نمایش تغییرات این تابع را بازآفرینی کنید.  $m = 15$

دیر آقای باقر امامی

## جبر و مثلثات ششم طبیعی دبیرستان گوهر

فرستنده: فخرالملوک نقیبی

**۸۴۳**- مشتق تابع ذیل را حساب کرده و بازای  $x$  =

مقدار عددی مشتق را بدست آوردید.

$$y = \frac{(\sin 2x - \cos 2x)^2}{\sin 2x + \cos 2x}$$

**۸۴۴**- منحنی (c) معادله  $y = \frac{ax+1}{cx-3}$  و منحنی (c')

معادله  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  مفروضند.

اولاً ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  از منحنی (c) دارایی تبین

کنید که هر کثر تعداد منحنی  $\frac{3}{2}$  باشد و منحنی نمایش تابع

محور  $x$  را در نقطه‌ای بطول ۱ قطع کند ثانیاً ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  از منحنی (c') را بدست آوردید در صورتیکه منحنی نمایش تابع در نقطه‌ای بطول يك دارایی می‌باشد برابر صفر و در نقطه‌ای بطول  $\frac{1}{3}$  دارای ماگزینم باشد و با محور  $y$  در نقطه‌ای بعرض يك همقطع گردد ثالثاً جدول و منحنی نمایش  $c$  و  $c'$  را پس از تبیین ضرایب در یکدستگاه محورها مختصات دسم کنید.

**۸۴۵**- معادله دایره  $= 0$   $-x^2 + y^2 - 4x + 6y + 0 = 0$

مفترض است اولامختصات مرکز دایره و شعاع دایره را بدست آوریدناین نقاط تلاقي دایره را با محورها مختصات تعیین کنید ثالثاً دایره را در دستگاه محورها مختصات رسکنید رابه معادلات خطوط مماس بر دایره را در نقاط برخورد آن با محور  $x$  و  $y$  بنویسید.

**۸۴۶**- سهی معادله  $x = ay^3 + by^2 + c$  مفترض است

اولاً ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  را طوری تعیین کنید که رأس سومی  $S$  و معادله خط عادی آن  $-x^2 + 3y + 2 = 0$  باشد ناین

سومی  $-x^2 + 6y - 2x - 4 = 0$  را در دستگاه محورها

**۸۴۷**- ریشهای معادله (۱) را بکوچک منحنی (c)

با اعداد  $1 - \frac{5}{3}$  مقایسه کنید. (مقایسه جبری لازم نیست)

دیر - آقای باقر امامی  
حساب استدلالی ششم ریاضی (دبیرستان‌های خوارزمی و مرجان)

**۸۴۸**- ثابت کنید  $408244043180$  مثبت بهم اولند.

**۸۴۹**- عدد  $B = \overline{adecb} \Delta = \overline{abcdd} \Delta$  که ثابت بهم اولند داده شده اگر بداینم مجموع ارقام  $A$  دو واحد بیشتر از مجموع ارقام  $B$  می‌باشد و صراحتاً

$$\begin{cases} 4 \times 10^4 < A < 5 \times 10^4 \\ bcc = cd \end{cases}$$

و  $B$  را بدست آوردید.

**۸۵۰**-  $m$  چه شرطی داشته باشد تا کسر  $\frac{m^3 + 2m + 5}{2m^2 - m}$  غیر منکن التحويل باشد.

**۸۵۱**- عددی در مبنای ۲ بصورت  $120021$  نوشته شده در چه مبنای بصورت  $259$  خواهد بود.

**۸۵۲**- اولاً کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین دو کسر را تعریف کنید. ثانیاً کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین  $\frac{15\pi}{7}$  و

$\frac{12\pi}{5}$  را پیدا کنید.

دیر - آقای پرویز شهریاری

## مثلثات ششم دبیرستان مرjan

**۸۵۳**- در مثلث ABC زاویه  $A$  معلوم و زاویه  $b = c(2 + \sqrt{2})$  برقرار است.

$$\text{اولاً مطلوب است مجامیه } \frac{B-C}{2}$$

ثانیاً با فرم  $\angle A = 60^\circ$  حساب کنید زوایای  $B$  و  $C$  را ثالثاً طول‌های دو حلق  $b$  و  $c$  را بر حسب طول ضلع معلوم  $BC = a$  پیدا کنید.

رابه طول‌های بیمازهای داخلی و خارجی زاویه  $A$  را محاسبه نمایید.

$$\text{تبایع } \frac{(1 - \sin x) \cos x}{1 + \sin x} = y \text{ مفترض است.}$$

مختصات رسم کنید .

$$\sin x + \cos x - \sin x \cos x = m \quad \text{معادله مثلثاتی} \quad \text{۸۵۹}$$

مفروض است .

اولاً  $m$  را حساب کنید در صورتیکه یکی از جوابهای

$$\text{معادله } \frac{\pi}{2} = x \text{ باشد .}$$

$$\sin x + \cos x - \sin x \cos x = 1 = 0 \quad \text{معادله} \quad \text{۸۶۰}$$

حل کنید و جوابهای بین صفر و  $\frac{\pi}{2}$  آنرا بدست آورید .

دیر- $\sqrt{3}$  دستگاه رستگار

## دیبرستان رهنما

جبر کلاس چهارم ریاضی

$$x^2 + a(x-2)^2 = 0 \quad \text{معادله} \quad \text{۸۶۱}$$

است اولاً حدود  $a$  را بقسمی تعیین کنید که معادله دارای ریشه باشد .

ثانیاً - ثابت کنید بین مجموع و حاصل ضرب ریشه های این معادله رابطه مستقلی از  $a$  وجود دارد و این رابطه را معلوم سازید .

۳. مطلوب است تعیین مقدار  $a$  بطوریکه ریشه های معادله  $x^2 - 8x + q = 0$  تابع یکی از شرایط زیر باشد .

$$\text{اولاً } x'' = x' \text{ ثانیاً } 2x = x' \text{ ثالثاً } \frac{1}{x'} = x' \text{ رابه } x'' + x''' = 0 \quad \text{معادله درجه دومی تشکیل دهید که بین ریشه های آن روابط زیر برقرار باشد .}$$

$$\begin{cases} 2x'x'' + a(x' + x'') = 0 \\ 2x'x'' = 2a(x' + x'') \end{cases} \quad \text{۸۶۲}$$

۴.  $a$  را چنان تعیین کنید که بازه هر مقدار از  $x$  داشته باشیم .

$$\frac{x^2 + 2ax + a}{x^2 + 2x + 2} < 1$$

۵. دستگاه زیر را حل کنید .

$$x^2 + y^2 = 126$$

$$x^2 - xy + y^2 = 21$$

دیر - آقای حسن مولانی

حساب کلاس چهارم ریاضی

۶. این دستگاه را حل کنید .

$$\log x + \operatorname{colog} y = 2$$

$$\begin{cases} \log x - \operatorname{colog} y = 100 \\ \log x - 100 = 343y + 127 \end{cases}$$

۷. معادلات زیر را حل کنید .

$$x^2 + 1 - \sqrt{x} = \sqrt{x+1} + 25 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x+1}} \times \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} = 32 \quad \text{ب -}$$

$$\log_{10} x^2 + \log_{10} x^2 + \log_{10} x^2 + \log_{10} x^2 = 2 \quad \text{ج -}$$

۸. حاصل عبارت زیر را بدست آوردید ( $a > 0$ )

$$\log_{10} \sqrt[3]{a^2} + \log_{10} \frac{1}{a^2} + \log_{10} \frac{a}{a^2} + \log_{10} \sqrt[27]{a^2} + \operatorname{colog}_{10} 100 = ?$$

۹. حاصل زیر را با استفاده از لگاریتم حساب کنید .

$$\frac{\sqrt[7]{(369275)^2} \times \sqrt[3]{2629}}{\sqrt[7]{(625896)^2}}$$

دیر - آقای حسن مولانی

جبر کلاس پنجم ریاضی

۱۰. مطلوب است تعیین مقدار  $a$  بقسمی که خطوط اماس

معادلات زیر اولاً موازی ثانیاً برحیم عمود باشند .

$$2ax - (2a+1)y - (5a+4) = 0 \quad \cdot$$

$$ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0 \quad \cdot$$

۱۱. مشتق تابع زیر را بدست آورید .

$$y_1 = \frac{x}{\sqrt{a^2 - z^2}} \quad y_2 = (1-x)(\sqrt{x^2 - 1})$$

۱۲. تابع  $y = 4x + 4 - x^2$  مفروض است بر منحنی

تابع مماس موازی خط  $-2x - 5 - y$  رسم شده مختصات

نقطه اتساع و معادله مماس را بنویسید .

۱۳. تابع  $y = ax^2 + bx + C$  مفروض است

را چنان تعیین کنید که منحنی شایش آن از نقطه  $(-2, -1)$  و  $(M, 0)$  گذشته و بازه  $-3 \leq x \leq -1$  مانگزیمی مساوی ۲ داشته باشد .

۱۴. اولاً منحنی نمایم . تابع

$$y = 2x(x+2) \quad \text{و} \quad y = (x+1)(x+2) = 0 \quad \text{را نسبت}$$

بیکدستگاه رسم کنید ثانیاً مختصات نقاط تلاقی آنها را تعیین کرده . ثالثاً - معادله وتر مشترکشان را بنویسید .

دیر - آقای حسن مولانی

جبر کلاس پنجم ریاضی

۱۵. تابع  $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$  مفروض است اگر

$y'$  مشتق اول و  $y''$  مشتق ثانی این تابع باشد ثابت کنید رابطه زیر برقرار است .

$$(x^2 - 1)y'' + xy' + y = 0$$

مسئله هندسه کلاس‌های ۴ ریاضی و طبیعی  
۸۷۰- مثلث ABC دا در نظر مبکریم و اوساط اضلاع AM و AC و BC و AB مینامیم و M و N و P می‌باشند.  
BE=BC دا بازداره AM=MD دا بازداره  
امتداد میدهیم.

او لا AE و CP دا با هم مقایسه کنید و بکوئید نقطه C بجای مثلث ADE چه نقطه‌ایست.

ثابتاً AC و ED یکدیگر دا در A' علقی می‌کنند  
نخاندهیدن CA'=CN و چهارضلعی BNA'E متوازی‌الاضلاع است و DE=BN.

ثالثاً اضلاع مثلث ADE را با میانه‌های مثلث ABC و اضلاع مثلث ABC را با میانه‌های مثلث ADE مقایسه کنید.

رابعاً: محیط مثلث ABC دا  $P = 2P$  فرض می‌کنیم نشان دهد  $P < AM + BN + ep < 2P$ .

خامساً: مثلث ABC را با این معلومات پازید  $ep = 0cm$ ,  $BN = 7cm$ ,  $AM = 4cm$

۸۷۱- مثلث متساوی الساقین OAB (AB قاعده) مفروض است و سطح AB را H بنامیم نقطه M را روی ضلع Ao و نقطه N دارای ضلع BN در نظر مبکریم بطوریکه داشته باشیم  $AM \times BN = AB^2$ .

ولا- ثابت کنید مثلثهای AMH و BNH متشابهند و زوایای متساوی را مشخص کنید.

ثابتاً ثابت کنید مثلثهای AMH و HMN متشابهند و زوایای متساوی را مشخص کنید.

ثالثاً: ثابت کنید دایرة بعراکر H و میان بر دو ضلع Bo و Ao بر ضلع MN بین مماس است.

دیگر آقای علی ملاحتی

## جبر ۴ طبیعی

۸۷۲- از تابع زیر مشتق گرفته و حتی الامکان ساده کنید:

$$y = \frac{(x^2+1)\sqrt{\frac{1-x}{x}}}{x\sqrt{x}}$$

۸۷۳- بدون مشتق گیری تحقیق کنید دو تابع زیر دارای مشتق‌های متساوی می‌باشند.

$$y_1 = \frac{1}{\sqrt{x-2}}, \quad y_2 = \frac{\sqrt{x}-x+2}{x-2}$$

۸۷۴- دو نقطه A و B دو دایره مجاور یک

۸۶۴- مقدار حقیقی کسر  $\frac{x-2}{x+1-\sqrt{4x+4}}$  را بازه ۳=x حساب کنید.

۸۶۵- ثابت کنید در تابع  $y = mx^2 + (m+1)x + 4$  مقدار مختصات m بدست می‌آید از دونقطه ثابت می‌گذرند مختصات ایندو نقطه را حساب کنید.

۸۶۶- اولاً در تابع  $y = ax^2 + bx + c$  مقدار y تابع می‌باشد که بازه ۲=x تابع می‌نمی‌براید - داشته و بازه ۱=x مقدار تابع متساوی ۱ شود پس از تغییر مختصات و جدول تغییرات تابع را درست کنید.

ثابتاً- اگر A نقطه تقاطع منحنی با محدود yy و B نقطه می‌باشد مطلوب است.

الف- محاسبه ضریب زاویه AB ب- تغییر مختصات نقطه‌ای از منحنی که میان در آن نقطه موازی AB باشد.

۸۶۷- خط  $2=x-y = m$  محور عرضها را در نقطه A

محور طولها را در نقطه B قطع می‌کند اگر نقطه P و سطح AB باشد مطلوب است مکان هندسی نقطه P دقتی m تغییر می‌کند.

دیگر آقای علی ملاحتی

## دبیرستان ایراندخت - خوی

### جبر ۴ طبیعی

۸۶۶- کسر زیر را ساده کنید.

$$\frac{22a^3 - x^2 - 20x - 16}{2x^3 - 2x^2 - 13x - 6}$$

۸۶۷- معادله درجه دوم

$$(3a+2b)x^2 + abx - 2 = 0$$

اولاً معادله را حل کنید. ثابتاً ثابت کنید که بازه جمیع

مقدار hsg معادله دارای برشه است و رابطه بین a b c راجهان

پایید که معادله دارای ریشه مضاعف باشد.

۸۶۸- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x^2 - (y-z)^2 = a^2 \\ y^2 - (z-x)^2 = b^2 \\ z^2 - (x-y)^2 = c^2 \end{cases}$$

۸۶۹- حاصل زیر را ساده کنید:

$$\left[ \frac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt{b^{-1}}}{b^{\frac{1}{2}}\sqrt{a^{-1}}} \div \sqrt{\frac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt{b^{-1}}}{b^{\frac{1}{2}}\sqrt{a^{-1}}}} \right]$$

دیگر آقای علی ملاحتی

### جبر و مثلثات ششم طبیعی

**۸۸۵**- از تابع  $y = \cos(\pi/nx)$  متنق گرفته و بازدرا  $\frac{\pi}{4}$  مقدار آن را محاسبه کنید.

$$\boxed{886} \quad \text{ثابت کنید مکان نقطه } M \left[ \begin{array}{c} 3\sin x \\ 2\cos x \end{array} \right] \text{ وقتی } x \text{ تغیر}$$

میکند یا نیست است پس از تعیین معادله مکان آن را رسم و مختصات کانونهای آن را تعیین کنید.

**۸۸۷**- معادله عدالتی را بنویسید که فاصله کانونی آن  $\sqrt{4x^2 + 2y^2}$  و یکی از محاذهای آن نیاز دبع اول و محاذ دیگر عرضی نیز نیاز دوم و مرکز روی خط  $x=2$  باشد.

**۸۸۸**- دو خط  $0 = -12 - 4x + 3y$  و  $0 = -12 - 4y + 2x$  مترضی و مترضند ثابت کنید نیاز دبع اول مکان مرکز دوازدهست که بر دو خط فوق مnas میباشد پس معادله یکی از این دوازده را که شماش  $y$  میباشد بنویسید.

**۸۸۹**- معادله  $m^2 \sin x + m \cos x = \sqrt{3}$  مترضی است اولا باره جه مقادیری از  $m$  معادله دارای جوابست ثابت بازده  $m = \sqrt{3}$  معادله را حل کرده و جوابهای بین  $(-\pi/2, \pi/2)$  را بدست آورید ثالثا جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = \sqrt{3} \sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{6} \sin(x + \pi/4)$$

(دیبر آقای علی ملاحتن)

### مثلثات کلاسیک پنجم ریاضی

#### دبیرستان دارالفنون - تهران

فرستنده - محمد داده‌خان

**۸۹۰**- معادله زیر را حل نموده پس از تعیین جوابهای کلی، جوابهای بین صفر و  $\pi/2$  را مشخص کنید

$$2 \cotg \frac{\pi}{12} \cos^2 \left( \frac{\pi}{5} + 8x \right) - \cos \left( \frac{\pi}{5} + 8x \right) = 1$$

**۸۹۱**- ثابت کنید که جذر عبارت

$$1 + \sin A + \cos A + \sin A \cos A$$

مقداری مطلق (کروآ) است.

**۸۹۲**- با استفاده از جدول لگاریتم مطلوبست محاسبه  $z$  از داده‌های زیر.

$$z = \frac{\operatorname{tg} 31^\circ 12' 30'' + \operatorname{tg} 10^\circ 11' 30''}{\operatorname{cotg} 58^\circ 47' 30'' - \operatorname{cotg} 74^\circ 48' 30''}$$

**۸۹۳**- اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  زوایای مثلثی باشند سخت اتحاد زیر را اثبات کنید

مربع هشتاد مختصات دو رأس دیگر را بدست آورید.

**۸۷۵**- فاصله نقطه  $M$  را از خط (D) به معادله

$$0 = -y + x + 1 \quad \text{با تقریب نسبتی یک‌صدم بدست آورید.}$$

دیبر - آقای علی ملاحتن

### مثلثات ۵ طبیعی

**۸۷۶**- بفرم آنکه  $\sqrt{15 + 15\beta} = 15\operatorname{tg} \alpha$  و  $\operatorname{tg} \beta$  درایی

حاده باشد مطلوبست محاسبه نسبتی مثلثاتی کمانهای

$$B = \alpha + \beta \quad A = \alpha - \beta$$

**۸۷۷**- سخت اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\operatorname{tg}^2 x \operatorname{cotg}^2 x}$$

**۸۷۸**- معادله مثلثاتی زیر را حل کرده و جوابهای محصور

در فاصله  $2\pi < x < \pi$  را بدست آورید.

$$0 = \operatorname{tg}^2 2x - \operatorname{tg}^2 3x$$

**۸۷۹**- سخت رابطه زیر را تحقیق کنید:

$$\operatorname{tg} 312^\circ \operatorname{cotg} \frac{160}{3} y = -1 + 4 \sin^2 y$$

دیبر - آقای علی ملاحتن

### دبیرستان خسروی - خوی

#### حساب ششم ریاضی

**۸۸۰**- اگر  $n$  عدد صحیح باشد  $n$  را طوری تعیین

کنید که کسر  $\frac{n+1}{n-2}$  بر این عدد صحیح گردد ثابت:  $n$  را بستان

یابید که کسر هزیور تحويل پذیر باشد در اینحالات مقادیر  $n$

را در فاصله  $n < 60 < 40$  را بدست آورید ثالثا:  $n$  را قسمی

تعیین کنید که کسر فوق غیرممکن التحويل گردد در اینحالات مقادیر  $n$

را در فاصله  $20 < n < 10$  بدست آورید.

**۸۸۱**- مطلوبست تعیین عددی که دارای ۱۲ مقسوم‌علیه

بوده و مجموع مقسوم‌علیه‌ها ۱۶۸ باشد.

**۸۸۲**- ارقام  $a b c d e f$  را پنجان یابید که داشته باشیم

$$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{cde}$$

**۸۸۳**- ارقام  $d$   $b$   $c$   $e$   $f$   $a$  طوری یابید که داشته

$$(a^2 - b^2)^{(1)} = (d \cdot b a d)^{(1)} \quad \text{و} \quad (a b c d e)^{(1)}$$

**۸۸۴**- کسر تحويل ناپذیر  $\frac{x}{y}$  که دو جمله آن مربع کامل

میباشد بقسمی تعیین کنید که اعدادی آن ...  $b c c c$  باشد.

دیبر آقای علی ملاحتن

## دبیرستان سخن شماره ۱

### جبر چهارم ریاضی

۸۹۷ - عبارت جبری زیر را بساده ترین صورت بنویسید

$$\frac{\frac{1}{x^2} + x - \frac{1}{2}}{\frac{1}{x^2} - x} \times \frac{x^2 + x - \frac{1}{3}}{x^2 - x} = ?$$

۸۹۸ - معادله اصم زیر را حل کنید

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{2x-1}}{\sqrt{x^2-1-n}} = \frac{\sqrt{x^2-1+x}}{\sqrt{x} - \sqrt{2x-1}}$$

۸۹۹ - نامعادله زیر را حل کنید

$$\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{2x+1} < 1$$

۹۰۰ - سه معادله سه مجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} \frac{x+2y}{2z-1} = 1 \\ \frac{y+2z}{2z-1} = 2 \\ z+2x = 3 \\ 2y-1 \end{cases}$$

۹۰۱ - دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2 \\ x+y = 12 \end{cases}$$

۹۰۲ - دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} \frac{x+y}{y-x} = \frac{12}{7} \\ x+y = 10 \end{cases}$$

دبیر - آقای هیدی مردانه مددکار

### مسائل امتحان هندسه چهارم ریاضی

۹۰۳ - در مثلث ABC ارتفاع AH را دسم کرده از نقطه H عودهای HD و HF را بر ترتیب بر اصلاح AB و AC و

فرود می‌آوریم تا بتوانیم چهارضلعی CFDB محاطی است.

۹۰۴ - از مثلث طول ضلع BC و فواصل داخلی زاویه

A و نسبت  $\frac{AB}{AC}$  معلوم است مثلث را از راه رسم تعیین کنید.

۹۰۵ - هرگاه  $\frac{1}{\operatorname{tg} A}$  باشد  $\sin A$  و  $\cos A$  را حساب کنید.

دبیر - آقای خسروی

$$\left( \frac{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} B - \operatorname{tg} A} - \frac{\operatorname{tg} A}{\operatorname{cotg} B} \right) + \left( \frac{\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C}{\operatorname{tg} C - \operatorname{tg} B} - \frac{\operatorname{tg} B}{\operatorname{cotg} C} \right) = -2$$

- اگر در مثلث

$$\frac{\sin(B-C)}{\sin B - \sin C} = \sin B + \sin C$$

نوع مثلث را معلوم کنید  
دبیر - آقای محمدعلی لاهیجی

## امتحانات هندسه رقومی ثلث دوم

### دبیرستان نوروز مسجد سلیمان

محل برخورد محورهای کاغذ مرکز کاغذ و واحد سایپی است.

۸۹۵ - ۱ - مرکز مربع  $a, b, c, d$  بر مرکز کاغذ و اضلاع آن بر محورهای کاغذ منطبق و طول ضلعش  $2\sqrt{2}$  است و بالای محور اقصر قرارداده و بقیه رؤوس مرتبآ درجهت مثلثی میباشد. نقطه  $s$  تصویر رأس هرم مربع القاعده  $s, a, b, c, d$  نیز بر مرکز کاغذ واقع است ملخص مربع و هرم را دسم کنید.

۲ - بوسیله تسطیح ثابت کنید که هردو یال رویه و پره خودند.

۳ - فصل مشترک دو صفحه  $s, b, c, d$  و  $s, a, b, c, d$  را رسماً و زاویه حقیق این فصل مشترک را بایان  $s, d$  بوسیله تسطیح پیدا کنید.

۴ - عمود مشترک دو خط متناصر  $s, a, b, c, d$  را رسماً  $b, d$  تائین و طول آنرا محاسبه کنید.

۵ - نقاط تلاقی صفحه عمودمنصف ارتفاع هرم را بایانها پیدا کرده حجم هرم ناقص حاصل را محاسبه نمایید.

۶ - صفحه  $s, b, c, d$  را حول لولا  $b, d$  دوران میدهیم تا بر صفحه مقایسه منطبق شود اگر در این دوران وجود دیگر هرم نیز شرکت داشته باشد وضع جدید این هرم را در پایین شکل نمایش دهید ورقه های دوواری  $A$  و  $D$  را در این وضع که مثبت فرض میشوند با  $\frac{1}{10}$  تقویت نقصانی محاسبه کنید.

۸۹۶ - نقطه  $s$  تصویر رأس چهار وچی منظم  $s, a, b, c, d$  بر کاغذ و  $s$  بر محور اطول و بالای محور اقصر قرارداده این چهار وچی را دسم کنید.

طرح - ۱. گیفیزاده دبیر ریاضی

## متمم حساب چهارم ریاضی

۹۰۶- مقدار A را تبیین کنید:

$$A = \sqrt[5]{30/6485}$$

۹۰۷- بدون کمک جدول عبارت لگاریتمی زیر را

بساده ترین صورت بنویسید.

$$\log \frac{2}{\sqrt[4]{8}} + \log \frac{3}{\sqrt[3]{4}} - \log \frac{1}{\sqrt[5]{5}} - \left( \frac{1}{2} \log 2 + \right. \\ \left. \frac{1}{3} \log 3 - \frac{1}{5} \log 1 \right) = ?$$

۹۰۸- معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{2} \log x + \frac{1}{3} \log 3 = \log 4 - \frac{1}{2} \log x$$

۹۰۹- در يك تصاعد حسابي که دهمين جمله آش (+۲) و بیست و یکمین جمله آش ۳۵ می باشد مطلوب است تبیین جمله اول و قدر نسبت آن.

۹۱۰- يك تصاعد حسابي بنویسید که مجموع سی و سه جمله آن صفر و مجموع شانزده جمله آن (۱۴۰۸) می باشد.

۹۱۱- يك تصاعد حسابی دوازده جمله دارد اگر چهارمین وسط آن را جمع کنیم ۷۴ میگردد و اگر جمله اپندا و انتهاش را دد هم ضرب کنیم (۷۰) خواهد شد تصاعد و را بنویسید.

دیر - آقای مهدی مرادمند بدیع

## جبر پنجم ریاضی

۹۱۲- اولاً مشتق عبارت جبری زیر را بدست آورد و ساده کنید.

$$y = (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1})$$

تابیا - تابت کنید بین مشتق وتابع رابطه

$$\frac{y'}{y} = \frac{-2x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

۹۱۳- مطلوب است تبیین مقدار حقیقی تابع زیر بازام

$$x = -3$$

$$y = \frac{8x^4 + 28x^3 + 10x^2 - 7x - 2}{2x^3 + 7x^2 + 2x - 2}$$

۹۱۴- نقطه ای از منحنی تابع  $\frac{3x^3 + 3}{x - 1} - y$  را پیدا

کنید که خط مماس در آن نقطه بر منحنی داده شده بر خط  $2x + 3y = 0$  عمود باشد.

۹۱۵- منحنی (c) معادله  $x^3 - 2x^2 - 4x + 2 = 0$  مفروض است.

اولاً - تبیین کنید تابع بازاء چه مقادیر از x ماقریم و می نیم و مصودی و نزولی میباشد.

ثانیاً - اگر از نقطه A بعرض (۲) واقع بر محور عرضها خط با ضریب راویه m مروز داده تبیین کنید بازاء چه مقدار از m این خط بر منحنی (c) مماس است.

۹۱۶- منحنی (c) معادله  $y = \frac{3x+1}{n-1}$  دو منحنی (c')  
معادله  $y = \frac{(5x^2 + 18x + 2)}{y}$  هستند.

اولاً - مختصات محل تفاطع دو منحنی را  $C_1 B_2 A$  نامید و پیدا کنید.

ثانیاً - ثابت کنید که دو منحنی (c) و (c') در نقطه (۲) برهم عمودند.

ثالثاً - نقطه ای روی منحنی (c) پیدا کنید که از دو نقطه (C) و (B) به يك فاصله باشد.

دیگر - آقای مهدی مرادمند بدیع

## مثلثات پنجم ریاضی

۹۱۷- بین دو رابطه زیر خطوط مثلثاتی x را حذف کرده رابطه ای بر حسب b و a بدست آورید.

$$\begin{cases} \tan x + \cos x = a \\ \tan x - \cos x = b \end{cases}$$

۹۱۸- درستی اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$\frac{\sin 2x - 2 \sin^2 x}{\sin 2x - \cos 2x + 1} = \tan(\frac{\pi}{4} - x)$$

۹۱۹- ثابت کنید مقدار زیر به  $\pi$  بستگی ندارد.

$$\frac{2 \sin(a+45)}{\cos a} + \frac{2 \cos(a+45)}{\sin a} + \sqrt{(\sin a \cos a - 1)}$$

۹۲۰- معادله مثلثاتی زیر را حل کرده جوابهای بین متر و  $360^\circ$  آن را حساب کنید.

$$\sin x \cos x + \sin x = \cos^2 x + \cos x$$

۹۲۱- درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید.

$$2 \operatorname{Arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{Arctg} \frac{7}{4} = \frac{\pi}{4}$$

دیر - آقای نصری

## امتحان هنرنسه گلاس پنجم ریاضی

۹۲۲- در صفحه P خطی پیدا کنید که از دو نقطه A و B خارج صفحه بفاصله  $[1, 1]$  باشد.

۹۲۳- تصویر يك لوزی را که با اقطار a و b می باشد روی صفحه موازی با قطراقصر پیدا کنید در صورتیکه راویه بین آن صفحه و صفحه لوزی  $60^\circ$  درجه باشد.

۹۲۱ - از روی منحنی (c) متابه کنید و نتیجه را در جدولی بنویسید.

$$3x^2 + 2mx + 12 - m^2 = 0$$

$$922 - \text{تابع } y = \frac{(x+1)^3}{x^2} \text{ مفروض است. اولاً -}$$

جدول تغییرات و منحنی (c) نمایش تابع را دست کنید.

ثانیاً - ثابت کنید بازاء مقادیر مثبت  $h$  از نقطه  $p$ .

همواره میتوان دو مماس بر منحنی (c) رسم کرد پس در حالت مخصوص که  $\frac{1}{3} h$  اختیار میشود، مقدلات حلقوط مماس و مختصات نقاط تماس را تعیین کنید.

ثالثاً - بازاء همیشگی مقادیر  $m$  در وجود علامت سولهای

نقاط تلاقی منحنی تا  $y = \frac{m}{x}$  یا منحنی تابع (c) بحث کنید در حالتی که بر عم مماس میتواند مختصات نقطه مماس و نقطه تلاقی آنها را بدست آوردند.

دیگر - آقای ربانی

مثلثات ششم ریاضی  $C$  زوایای مثلثی هستند و میدانیم

$$z = \operatorname{tg} \frac{C}{2}, y = \operatorname{tg} \frac{B}{2}, x = \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

اولاً - رابطه‌ای بین  $x$  و  $y$  و  $z$  بنویسید.

$$\begin{cases} x+y \\ x \cdot y = z^2 \end{cases} \text{ اختیار شود زوایا را حساب کنید.}$$

۹۲۵ - دستگاه دو معادله دو مجهولی ذیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{tg} \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \\ \sin x + \sin y = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

۹۲۶ - ثابت کنید در هر مثلث روابط ذیر برقرار است.

$$\frac{2(a+b)}{c} \cdot \sin \frac{c}{2} = \cos A + \cos B$$

$$F \left( \operatorname{tg} \frac{B}{2} + \operatorname{tg} \frac{C}{2} \right) = a \cdot \cotg \frac{A}{2}$$

۹۲۷ - منحنی نمایش تغییرات تابع

$$y = \frac{\cos^2 x}{\sin x (1 - \cos x)}$$

را بین  $0 \leq x \leq \pi$

دیگر - آقای حسن ربانی

۹۲۸ - مقطع مکعب را بوسیله صفحه عمود منصف یک قطر پیدا کنید.

۹۲۹ - اگر قطر  $A$  وجهی منتظم باشد طول بال آنرا پیدا کنید.

۹۳۰ - بر روی بالهای کنچ سه وجهی سه طول برابر با

$\Delta$   $ASC = SB = SC = a$  زاویه وجه  $\angle$  قائم و دو زاویه دیگر  $60^\circ$  درجه است.

اولاً - اجزاء مثلث  $ABC$  را حساب کنید و معین کنید چگونه مثلثی است.

ثانیاً - ثابت کنید که بالهای  $AC$  و  $SB$  متعامدند (عمودند).

ثالثاً - عسود مشترک آنها را یافته طول آنها پیدا کنید.

رابع - مسطحه فرجه بال  $AC$  را پیدا کنید.

دیگر - آقای مصطفی ناصری

جبر و مثلثات ششم طبیعی

$$927 - \text{اولاً - تابع } y = \frac{ax+b}{3x-2} \text{ مفروض است.}$$

بلوری تعیین کنید که منحنی در نقطه بطلول (۱) برخط معادله  $y = x - 6$  مماس شود.

ثانیاً - منحنی نمایش تغییرات تابع  $y = \frac{2x-2}{2x-3}$  را درسم

کنید.

۹۲۸ - اولاً منحنی تابع  $y = x^2 + 2x^2 + 9x + 5$  را درسم

رسم کنید.

ثانیاً - معادله خط مماس در نقطه بطلول (۲) واقع بر

منحنی را بنویسید.

۹۲۹ - اولاً - معادله مجهی را که  $F = \frac{1}{2} \sin x + 4x + 12$  کانون و خط

معادله  $x = y$  هادی آنست بنویسید.

ثانیاً - مجهی معادله  $-4y + 4x + 12 = 0$  را درسم کنید.

۹۳۰ - معادله زیر را حل کنید  $\sqrt{r} \cos x = \sqrt{r} \sin x$

۹۳۱ - مطلوبست رسم منحنی نمایش تغییرات تابع  $y = \cos 2x - 2 \cos x - 2$  و فنی  $x$  از معرفت  $2\pi$  تغییر کند.

دیگر - آقای مهدی مراد منت بیان

جبر ششم ریاضی

۹۳۲ - تابع  $y = x + a$  را آنطور تعیین کنید تا خط  $x + y = 0$  مفروض است.

اولاً - مقدار  $a$  را آنطور تعیین کنید تا خط  $x + y = 0$  مجاور منحنی باشد.

ثانیاً - جدول تغییرات و منحنی (c) نمایش تابع

$y = x + \sqrt{x^2 + 2}$  را درسم کنید.

ثالثاً - وضع ریشه‌های معادله درجه دوم ذیر را بابت باعداد

یکان

## حساب استدلالی ششم ریاضی

۹۳۸- بزرگترین عدد چهار رقمی را تعیین کنید که باقیمانده تقسیم آن بر اعداد ۹، ۲۴ و ۲۵ برابر ۷، ۱۴۹۱۳ باشد.

۹۳۹- ارقام  $x$  و  $y$  را طوری تعیین کنید تا عدد

$N = x^4 + y^4$  مضرب ۹ باشد و آنرا در سه ضرب کنید و رقم سمت چپ حاصلضرب آن را ۱۶ گردد.

۹۴۰- مطلوبست تعیین دو عدد بطوریکه  $D = 28$  و اگر کوچکترین مضرب مشترک آنها را در مجموعشان ضرب کنیم برابر ۲۴۵۲۰ باشد.

۹۴۱- مطلوبست تعیین  $a$  بطوریکه  $3 - a$  عدد  $2a + 1$  را عاد کند.

۹۴۲- اعدادی مانند  $N$  که دارای ۵ مقسوم علیه هستند آنقدر تعیین کنید که حاصل جمع مردمات منسوم علیه هایش برابر ۳۴۱ باشد.

دیرو - آقای ربانی

## هنر ششم ریاضی کلاس ششم ریاضی

### هنر رقومی :

۹۴۳- مساحت  $p$  بشیب یک مفروض است مقیاس شب آنرا در طرف چپ کاغذ موازی محور اطول باقرقی رقم آن از پائین ببالا رسم کنید بطوریکه انتهی رقم آن از مرکز کاغذ بگذرد و در این صفحه نقطه  $O$  را واقع برمحور اطول اختیار کنید.

۲- ملخص لوزی  $ABCD$  واقع در این صفحه داریم کنید بطوریکه  $O$  مرکز و قطر  $AC$  آن بطول  $a$  و با انتهی های صفحه زاویه  $30^\circ$  میگذرد و  $BC$  محور اقصر را از مرکز کاغذ قطع میکند.

رقوم  $A$  از رقوم  $C$  کمتر و رقوم  $B$  مساوی  $4$  میباشد.

۳- از نقطه  $D$  عمودی بر صفحه  $P$  اخراج نموده و روی آن نقطه  $S$  را طوری تعیین کنید که  $DS$  مساوی  $\sqrt{2}$  بوده و  $S$  پائین صفحه  $P$  باشد.

۴- ملخص قرینه لوزی  $ABCD$  را نسبت به  $S$  تعیین نمائید.

۵- منشوری که قاعده های آن این دو لوزی باشند در ظل گرفته ملخص آنرا رسم و خلوط مرگی و مخفی را مینماید.

۶- حجم منشور را حساب کنید.

### هنر ترسیمی :

۹۴۴- نقطه  $bb'$  ببعد  $4$  و ارتفاع  $1$ - مفروض است قرینه آنرا نسبت به صفحه نیاز فرجه دوم و چهارم بدمت آوریدو اگر این نقطه  $'aa'$  باشد بر خط  $aba'b'$  نقطه ای تعیین کنید که

## دیبرستان پهلوی - ملایر

فرستنده: محمد خاقانی

### جبر ششم ریاضی

۹۴۸- دایره ای بقطار  $AB = 2R$  مفروض است تقسیمی

مانند  $M$  روی آن اختیار کرده ( $MAB = \bar{x}$ ) از نقطه  $A$  خط  $AM$  را موازی  $BM$  و از نقطه  $B$  خط  $BD$  را موازی  $AC$  رسم هیکنیم تا مماس در نقطه  $M$  بر دایره را در  $C$  و  $D$  قطع کند.

اولاً ثابت کنید عبارت زیر مقدار است ثابت.

$$\frac{MB}{MA} \times \frac{MD \times AC}{MC \times BD}$$

ثانیاً مطلوبست اثبات دایله زیر.

$$MB + MD + AC + MA + MC + BD =$$

$$= \frac{R\sqrt{2}}{Sm \times Sm(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2})}$$

ثالیاً - مطلوبست رسم جدول و منحنی نایاب تابع تغیرات

$$y = \frac{AC + BD}{CD} = y \text{ عر گاه } x \text{ از سفر تا } 2 \text{ تغییر کند و مساحت سطح حادث بین منحنی و محور } x \text{ و محور } y \text{ قسمی را}$$

که بالای  $x$  واقع است حساب کنید.

رابیاً ترسیم جدول و منحنی تغیرات تابع

$$y = \frac{MD \cdot MB \cdot BD}{AB} = y \text{ عر گاه } z = \cos x \text{ فرض شود و } z \text{ از }$$

$$z = \frac{MD \cdot MB \cdot BD}{AB} + \text{تغییر کند} \text{ مساحت تابع جبری } y \text{ از منحنی فنگو از آنکه } z = \text{زاویه } \cos \text{ قوس است.}$$

اولاً - مجموع اوتارشان ما کسیم . ثانیاً - حاصل ضرب اوتارشان ما کسیم . ثالثاً - مجموع مریمات اوتار ما کسیم باشد .

۹۵۷ - مطلوب است دسم جدول و منحنی نمایش تابع .

$$y = \sqrt{\sin 2x} + \sqrt{\cos 2x}$$

۹۵۸ - دایره بیس کر  $O$  و بطری  $AB = 2R$  و نقطه غیر

منحنی  $M$  بر محیط آن و  $M'$  قرینه  $M$  نسبت به  $AB$  منفرد و منتهی :

مطلوب است :

اولاً - محیط و سطح مثلث  $AMM'$  نسبت به  $R$  و

$$\wedge_{BAM} = a$$

ثانیاً - تحقیق کنید که شعاع دایره محاطی مثلث  $AMM'$

برابر است با  $(1 - \sin x) R \sin x$  (ما کریم شعاع دایره محاطی مثلث بازاء چه مقدار از  $\pi$  خواهد بود .

ثانیاً اگر  $A$  مرکز دایره محاطی مثلث  $AMM'$  و محیط

مشیت  $AB$  از  $A$  باشد مطلوب است اولاً محاسبه  $y = 0I$

بر حسب  $R$  و  $\theta$  و تغییرات آن و قیکه  $\theta$  از صفر تا  $\frac{\pi}{2}$  تغییر کند

(بدون رسم منحنی) .

دوماً - وقیکه شعاع دایره محاطی برای  $A$  باشد نقطه  $M$

را بسازید (بحث) .

دیگر - آقای عصوور گلستانی

## مسائل امتحان | مثلثات | کلاس های ششم ریاضی | دبیرستان علمیه

فرستنده - سید جعفر وفا پخش

$$2\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x = a \quad ۹۵۹$$

منرون است  $a$  را طوری تعیین کنید که معادله دارای دو ریشه باشد که اختلاف آنها مساوی  $\frac{\pi}{4}$  باشد و بازاء  $a = 1$  معادله را حل کنید .

$$m = \sqrt{2} \quad ۹۶۰$$

مطلوب است حل و بحث دستگاه زیر و بازاء

دستگاه را حل کنید .

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \sin x + \sin y = m \cos 2x \end{cases}$$

$$y = 4\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x \quad ۹۶۱$$

منرون است ما کریم  $\theta$  می نیمیم تابع دایگدون استفاده از مشتق تعیین کنید .

$$y = \frac{\sin x + 1}{1 - \sin x} \quad ۹۶۲$$

نامساوی - خط  $y = 2$  منحنی فوق را قطع میکند مختصات نقاط تفاضل و همچنین سطح محصور بین منحنی و محور  $x$  و خط  $y$  را حساب کنید .

۹۶۳ - محوه های متمام  $x'oy$  و  $y'ox$  و نقطه ثابت  $C$

بعض  $R$  واقع بر  $y'$  مفرد و منتهی در زاویه  $xoy$  دایره ای رسم کنید که مرکزش  $C$  و مماس  $x'$  باشد و از نقطه جلوی  $x$  واقع بر محور  $ox$  مماس دیگری غیر از  $x'$  بر دایره دسم میکنیم فرض میشود  $T$  نقطه تمس و  $P$  محل تلاقی  $x > R$  و دیگری در حالت  $x < R$  و در هر دو حالت ثابت کنید که هر منحنی  $P$  برابر است با  $\frac{Rx'}{x' - R}$  . ثانیاً سطح مثلث  $MOP$  و تغییرات آن اوقی

شله  $M$  بر  $ox$  تغییر کند تعیین فرمائید .

۹۵۴ - مطلوب است تعیین ابعاد مستطیلی سطح ما کریم که در مثلثی بقاعدگی  $a$  و ارتفاع  $b$  محاطا شده باشد .

۹۵۵ - از نقطه  $C$  واقع بر منصف الزاویه  $xoy$  قاطعی چنان رسم کنید که قطعه ای از آن واقع بین دو شل غیر از  $C$  باشد .

۹۵۶ - مطلوب است تعیین کوچکترین هر بین که دو هریع سطح  $a$  محاط باشد .

دیگر - آقای عصوور گلستانی

## مثلثات ششم ریاضی

۹۵۳ - این دستگاه را حل کنید :

$$\begin{cases} x + y + z = \frac{\pi}{4} \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin y = \sqrt{3} \sin z \end{cases}$$

۹۵۴ - در نیم دایره بطری  $AA' = 2$  از نقطه  $A$  روی

(قوس)  $AC$  و  $AB$  دو قطعه ای را بر این  $x$  و  $3x$  جدا میکنیم از نقاط  $B$  و  $C$  دو مماس بر آن رسم نموده تا یکدیگر را در نقطه  $S$  و امتداد قطعه  $AA'$  را در  $B'$  و  $C'$  قطع کند .

(۱) مقدار  $SB' + SC'$  را بر حسب  $x$  حساب کنید .

(۲) جدول تغییرات  $x - tg^2 x - tg x - y = 3tg x$  را وقتی که  $x$

در فاصله  $\frac{\pi}{3}$  و  $\frac{\pi}{6}$  تغییر میکند بدست آوردید .

۹۵۵ - در مثلث  $ABC$  سطح  $a$  ثابت و زاویه  $B$

متدار تا بقی است اولاً تبیین کنید چه رابطه ای باید بین زوایای  $B$  و  $C$  برقرار باشد تا مساحت مثلث ما کسیم باشد . ثانیاً مقدار ما کسیم مساحت را بر حسب  $a$  و خطوط مثلثاتی زاویه  $A$  بدست آورید .

۹۵۶ - فوس  $\pi < 2a$  را بدو قسمت چنان تقسیم کنید که

را رسم کنید.

در مثلث ABC رابطه  $a = \sqrt{2} b$  برقرار است  
دوراوه دیگر رابر حسب A حساب کنید (بحث) و اگر  $\Delta = 60^\circ$   
صلع ۲ = a باشد مثلث را حل کنید.

دیگر آقای عدادت گشتن

## دبیر سقان شاهپور - شیراز

### جیر کلاس‌های ششم ریاضی

فرستنده - مسعود امین زاده

$x^2 + ax$

۹۶۳ - تابع  $y = \frac{x^2 + ax}{x^2 - a}$  مفروض است . اولاً ثابت  
کنید که منحنی های تابع فوق بازه جمیع مقادیر a در بیک نقطه  
ثابت برای خط ثابت می‌باشد .

ثانیاً - ثابت کنید که مکان هندسی نقاط ماکزیمم و مینیمم  
این تابع خط است مستقیم ، معادله این خط را بدست آوردید .

ثالثاً - a را پیدا کنید و قسمی که اگر ایندیا مختصات دو  
خط بر منحنی سایش آن می‌باشد (غیر از مماس در مبدأ) (ثابت انت  
زاویه بین دو خط مماس بر ابی با  $\frac{8\sqrt{3}}{11} - گردید .$

رابیاً بازه ۳ = a منحنی (C) نمایش تغییرات تابع  
 $\frac{x^2 - 2x}{x^2 + 2} = y$  را رسم کنید و از روی منحنی C ریشه‌های  
معادله  $0 = x^2 + 2x + 2m - 1$  (m) را با دو عدد ۳ - ۱۵  
مقایسه کنید و تیجه را در جدولی بنویسید .

خامساً تحقیق کنید که منحنی (C) دارای سه نقطه عطف  
واقع برای خط راست می‌باشد معادله این خط را بدست آورید و  
در همان دستگاه مختصات منحنی (C) رسم کنید .

۹۶۴ - منحنی وجدول تابع اصم زیر را دسم کنید .

$$y = x + \frac{1}{x} + \sqrt{x^2 + x - 2}$$

و اندازه حجم را که ازدواج سطح محصور بین منحنی و محور  
x ها و خطوط ۱ = x و ۲ = x حول محور x ها حاصل می‌شود  
بدست آورید .

دیگر آقای خلیل هست

### جیر کلاس‌های پنجم ریاضی

(فرستنده محمد محب‌ناش)

۹۶۵ - مشتق تابع زیر را حساب کنید :

$$y = \frac{x^2 + \sqrt{2 \cos 2x}}{\sin^2 x} \quad \text{و} \quad y = tg^2(2x\sqrt{x})$$

$$y = \frac{\sqrt{x-1}^m}{\sqrt{x-1}^n} \quad ۹۶۶ - حاصل تابع$$

$x = a$  بدون استفاده از قانون هویتیال بدست آورید .  
۹۶۷ - تابع  $y = a^2 - a^2 - ab + b^2 + 2a(a+b)x$  مفروض است اگر a و b مختصات نقطه M از صفحه مختصات  
باشد .

اولاً مکان نقطه M را پیدا کنید جلوه‌یکه منحنی نمایش  
تابع محور x را در دو نقطه قطع کند و یا بر آن مماس شود  
ثانیاً مکان نقطه M را پیدا کنید جلوه‌یکه بازه جمیع مقادیر x  
مثبت باشد .

$$y = \frac{x+a}{x+1} \quad ۹۶۸ - تابع \quad \text{مفروض است مطلوب است اولاً}$$

محاسبه a بقسمی که اگر از نقطه C دو مماس بر منحنی تابع دس  
کنید تأثیرات بین دو مماس برابر  $\frac{3}{5}$  گردد و ثانیاً منحنی تابع  
 $y = \frac{x}{x+1}$  را رسم کنید .

$$y = \frac{x^2 - x + 2}{4} \quad ۹۶۹ - تابع \quad \text{مفروض است اولاً منحنی}$$

نمایش آنرا رسم کنید ثانیاً ثابت کنید از هر نقطه واقع بر محور  
x ها میتوان دو مماس عمود بر هم بر منحنی تابع رسم کردن نقطه‌ای  
از منحنی را تعیین کنید که خط قائم در آن نقطه موازی نیماز  
ناحیه دوم باشد .

دیگر آقای هست

### مثلثات پنجم ریاضی

(فرستنده سید حسن متکین)

۹۷۰ - مطلوب است حل معادله زیر .

$$\cos^2 x + \cos^2 x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$$

۹۷۱ - عبارت  $\sin x + \cos x + \sin x \cos x$  را  
بحاصل ضرب تبدیل نموده (قابل محاسبه لگاریتم) و سپس آنرا  
 بصورت مربع مجموع دو کسینوس بذو سیده و مقادیری از x محصور  
بین صفر و  $\pi$  را که بازه آن عبارت فرق مانگریم و می‌نیم می‌شود  
پیدا کنید .

۹۷۲ - درستی تساوی زیر را تحقیق کنید .

$$\cot x - tg(\frac{4\pi - x}{4}) = \frac{1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}}{\sin x}$$

۹۷۳ - در صورتی که A و B و C دوایای مثلثی باشد ثابت

کنید که :

$$\sin^2 A \cos(B-C) + \sin^2 B \cos(C-A) + \sin^2 C \cos(A-B) = 2 \sin A \sin B \sin C$$

دیگر - آقای همت

## مسئله امتحان هندسه چهارم طبیعی دبیرستان درخشانی - شبستره

۹۷۶ - مثلث قائم الزاویه  $\angle A = 90^\circ$  مفروض است دایره‌ای بطری از نقاط  $AH$  اضلاع  $AC$  و  $AB$  را بتریب در نقاط  $E$  و  $F$  قطع می‌کند تا بات کنید که :

۱- مساحت مثلث  $E$  و  $F$  برابر است (  $O$  مرکز دایره است ) .

۲- عمودیکه از  $A$  بر  $FE$  رسم می‌شود امتدادش از سطح  $BC$  می‌گذرد .

۳- جهاد اعلی  $BFEC$  محاطی است .

۴- رابطه  $\overline{HC} = CE \cdot AC$  برقرار است .

۵- در صورتیکه زاویه  $C$  مساوی  $30^\circ$  و  $BC = 2a$  باشد مطلوبست محاسبه اضلاع مثلث  $AEF$  بر حسب  $a$  .

دیگر - آقای حافظی

## دبیرستان رازی

مثلثات ششم ریاضی

۹۷۵ - تابع  $y = a \sin x + b \sin^3 x$  مفروض است .

۱- از نقطه  $A$  عمودی بر صفحه مثلث اخراج وروی آن نقطه  $D$  را با صفحه  $AD$  در پائین صفحه  $P$  اختیار کنید .

محلخ هرم  $ABC$  را با مراعات سوتی و مخفی بافر من کنید .

بودن جسم نمایش دهد .

۲- از نقطه  $A$  عمودی بر صفحه  $DBC$  اخراج ونقطه  $K$  پای عمود را معلوم کنید . و با قطعیت صفحه  $DBC$  تابع کنید که این نقطه محل برخود از تقاطعات مثلث  $DBC$  است .

۹۷۶ - ترسیمی .

۱- تصویر افقی  $d$  از خط  $D$  و نقطه  $'aa'$  از آن معلوم اند مطلوبست تبیین تصویر قائم  $'d'$  بشرطی که خط موازی صفحه  $PQ'Q$  با آن از متنطبق بهم باشد .

۹۷۷ - در صفحه غیر مشخص  $PxQ'$  نیم خی دسم کنید که فاصله بین آثارش بر این طول معلوم ۱ باشد .

۹۷۸ - فصل مشترک يك صفحه مواجه را با صفحه گزندند بر  $xy$  و نقطه  $O$  پیدا کنید .

۹۷۹ - فصل مشترک يك صفحه غیر مشخص  $PQ'Q$  و صفحه نیم خی  $RxS'$  را معلوم کنید .

۳- در حالت کلی اگردو متنق اولیه را بصورت :

$$y'' = a'' \sin x + b'' \sin^3 x$$

دیگر مقادیر  $a$  و  $b$  را بر حسب  $a''$  و  $b''$  بدست بیاورید و از اینجا راهی برای بدست آوردن  $y$  با معلوم بودن "  $y$  " علوم کنید ( بودن تابع اولیه گرفتن ) . مثال عددی

$$y'' = -15 \sin x + 18 \sin^3 x$$

۴- از اکثر تعداد منحنی  $x$   $-2 \sin x - 2 \sin^3 x = 2y$  را پیدا کنید .

۵- از این منحنی نمایش تغییرات  $x$   $-2 \sin x - 2 \sin^3 x = 2y$  را دسم کنید .

دیگر - آقای بافر امامی

## توضیحات خوانندگان

بصورت کل مسائلی که حل جبری آنها منجر بحل معادلات درجه سوم و بالاتر شود از راه عنده قابل حل نیستند.

\* آقای سید محمد روحانی دو سوال کرده اند جدول ایندو حساب ایند جیست و چه هوارد استعمالی دارد.  
جدول حساب ایند در شماره اول مجله درج شده است و راجع به تاریخچه آن و هوارد استعمالش نیز در یکی از شماره های آینده بحث خواهد شد.

### مطالب رسیده

از آقای تقی اسفهانی مقاله ای راجع به «تعارف در تعارف».

از آقای ناصر محمدی - نجف آباد - شرحی درباره بعضی از کتابهای درسی.

### مسائل رسیده

از آفایان:

غلامحسن راستگو، دو مسأله از فرماء و چند مسأله کلاسی نصرت الله حسنلو چندین مسأله از معادلات لگاریتمی .  
محمد خطیبی دو مسأله انتخاب از دیدر زدایست .  
فیروز پاپی امی داش آموز مال چهارم ریاضی چندین مسأله از آنالیز و جبر عالی .

علی باقری - عبد الرسول شاملو - حسین مجتبی زاده -  
ضیاء ابین الفوییه - فرامرز رهبر - محمد ساعی - فریدر زعیری  
عنایت الله وفاتی - محمد هاشم پسران - حسین ارشاد - میدی ساجدی - سید جعفر وفا بخش - منوچهر شادابی - رجبعلی لعل خسنه  
پروریز ابرار اصل - ابو القفل پایپوری - مرتضی مهدوی -  
علی شرفی - محمد روزبه - منصور تعلیمی - فریدون سلیمانیها  
محمد دھناني - اسماعیل جلالی - مصطفی گودرزی - محمد رحیم  
مشیری - بدیع الله رستمی - محمد خطیبی - حسین امیدریگانه -  
قاسم اخوان - مرتضی یاکیاری - سید یوسف حیدری - رضا منصوری - فرج پور حسن - محمدعلی محمدی نجفی - علی رود گری - یدالله پرسادی - محمد رضا ولی نژاد - حق نواز -  
حسرو لشکری - محمد افشار - رضا عربزاده - رضا آدرخوش -  
غلامرضا غلامحسینی - احمد داروئی - عبد الرضا ابوالاسرار -  
سیروس فخری اسراei - فرامرز پور قلیزاده - واحد رذاقی خسی -  
رشید حضرتی - محمد شریف زاده - هیرداد عابدی - یعقوب سلامت ابراهیمی - مرتضی مهدوی - جواد استوارزاده .

\* جناب آقای مهندس امیر صدری از فرانسه ضمن ارسال دو مسأله نمونه حل شده از مسائل کنکور کشور فرانسه توضیح داده اند که مسأله ۴۰۶ مندرج در شماره دوم بصورتی که چاپ شده است مبهم میباشد .

همانطور که ضمن چاپ حل این مسأله توضیح داده شده است در چاپ صورت مسأله یک جمله از قلم افتاده است که تصحیح گردید .

\* آقای فردین راهنمای تعلیماتی فرهنگ پیشنهاد نموده اند .  
۱) جنبه های عملی علم ریاضی و استفاده هایی که از آن در امور مختلف پمپ میباشد بنابراین ساده در مجله تشریح بشود .  
۲) احتیاجات دستانها و آموزگاران نیز مورد خطر واقع شود .

۳) قطع و سایر مشخصات مجله وضع ثابت داشته باشد .

\* آقای محمد رحیم بندادی پیشنهاد نموده اند :  
۱) دستورها و قواعد خاصی که در کتابهای درسی یافت نمیشود در مجله مطرح و تشریح گردد .

۲) قسمتهایی از مطالع درسی ریاضی در هر شماره بیان شود تا برای آنها که دسترسی به معلم ندارند مفید فایده باشد .

\* عده ای از خوانندگان پیشنهاد نموده اند در هر شماره علاوه بر مسائل ریاضی مسائل فیزیک و شیمی نیز درج بشود .

\* عده زیادی از خوانندگان خواسته اند که سنجاتی از مجله بدرج مسائل و مطالع مخصوص دانش آموزان سیکل اول اختصاص باید .

### پرسش های خوانندگان

\* آقای هاشم پسران از شیراز حل مسأله زیر را خواسته اند :  
زاویه  $xoy$  مفروض است بمرکز  $O$  و بشماع دلخواه دایره ای درست شده است از نقطه  $M$  درون زاویه خط  $ABC$  را چنان رسم کنید که  $A$  و  $C$  بر اضلاع زاویه  $O$  بردایر واقع بود و  $AB=BC$  باشد .  
حل این مسأله ب حل حالات کل مسأله پاپوس منجر میشود .

\* آقای حق نواز از بابل حل مسأله زیر را خواسته اند .  
در هندسه ترسیم از یک خط تصاویر افقی و قائم ، تصویر افقی اثر افقی و تصویر قائم اثر قائم معلوم است . خط الارض را تعیین کنید .

## خبر فکاران یکان

مجموعه ۲۵۰ ت جبر و حساب  
قابل استفاده داولطلیبان کنکور و دانش آموزان  
دوره دوم دبیرستانها  
تألیف آقایان  
جواد حریرچی - مهندس پرویز جمهدار  
ناشر  
کتابفروشی امید تبریز - کتابفروشی حکمت

ناهید رزاقی خمسی - دبیرستان آذرم تهران  
محمد تقی بهادری - دبیرستان شاهپور کرمانشاه  
سید رضا امامی - دبیرستان امیر کبیر تویسر گان  
خسرو همایونی - دبیرستان علم پروردگار  
اسمه عیل جلالی - دبیرستان پهلوی سمنان

## نمایندگان یکان

امیر ساسان ایزد پناه - شاعر  
حبيب الله گلستانیزاده - کازرون  
اکبر حسنی - تویسر گان  
سید علی سیاسی - تربت حیدریه

## فروشندگان مجله یکان

تقاضا از اشخاصی که برای مجله  
مطلوب یا مسئله می‌پرسند  
۱ - مطالب فقط یا روی صفحه کاغذ نوشته شود.  
۲ - مطالب مختلف در اوراق جدا گانه نوشته شود.  
۳ - باهر مسئله حل آن همراه باشد.  
۴ - برای هر مسئله ذکر شود که طرح فرستنده  
است یا اینکه از جای دیگر اخذ شده است و مأخذ آن  
معروفی گردد.  
۵ - از حل المسائلها و کتابهای درسی چاپ ایران  
مسئله ارسال نشود.  
۶ - مشخصات فرستنده مطلب یا مسئله ذکر شود.  
۷ - اشخاصی که نخواسته باشند نام آنها در مجله  
ذکر شود تذکر دهنده اماده هر حال باید نام و نشانی آنها  
در نامه ذکر شده باشد.

اصفهان - مؤسسه مطبوعاتی امید - چهارراه شاه  
عباس کبیر.

شیراز - کتابفروشی شمشاد - چهارراه زند  
شیراز - کتابفروشی عارف - چهارراه خیرات  
شیراز - مطبوعاتی هاشمی  
کرمان - مؤسسه دین و فرهنگ جوانان  
همدان - کتابفروشی بوعلی

## مربع و فرقی با عبارات جبری

مجموع معنودهات مقادیر واقعه در هر سطر و هر ستون برای است بامقدار  

$$R = a^2 + b^2 + c^2 + 2(a+b+c) + 4$$

$2(ac+a+c-b)$	$2(ab+a+b+c+2)$	$a(a+2)-b(b+2)-c(c+2)$
$2(bc+b+c+a+2)$	$b(b+2)-a(a+2)-c(c+2)$	$2(ab+a+b+c)$
$c(c+2)-b(b+2)-a(a+2)$	$2(bc+b+c-a)$	$2(ac+a+c+b+2)$

طرح کننده و فرستنده حافظانی دبیر دبیرستان درخشنانی شیر

در سراسر دنیا لینکافون آسانترین وسیله آموزش شناخته شده است.



\* اگر گرفتاری‌های روزانه شا فرست رفتن بکلاس درس دایشما تمدّد از لینکافون استفاده کنید زیرا لینکافون معلمی است که هر لحظه بخواهد درس را شروع می‌کند.

\* اگر بنا مغلی نمیتوانید یا نمیخواهید زیاد از خانه پیرون بمانید لینکافن تنها وسیله آموزش زبان است زیرا لینکافن مثل باکسل سرخانه در خانه شما خاص نمیشود.

\* اگر اعصاب شما آموزش در محیط شلوغ و پر جنجال کلاس شارا نمی بینید لینکافون را انتخاب کنید تا آدم ترین محیط آموزش زبان را لینکافون در اختیار شما می گذارد.

\* اگر آموزش یکنواخت کلاسیک برای شاهسته کننده است بالینکافون یعنوان یک مصاحب مطبوع و دامنی آشنا شوید تا بتواند

\* اگر از صرف وقت زیاد برای فراگرفتن زبان بیم دارید باید بدانید که اینگافن فقط در طرف ۱۷۰ ساعت یک زبان خارجی را به شما ماد مدهد.

\* اگر در محلی هستید که بملین ورزیده و صالح برای هر یک از ذیانهای ۳۷ گانه جهان دسترسی ندارید از لینک‌افن کمک بخواهید ذیان لینک‌افن از داشت بر و کمک بن فیدان دانان دننا استفاده مسکنده.

\* لینکافن برای ساکن شهرهای دودرافتاده - شاگردان آموزشگاههای شبانه روزی - افسران و درجمندان مقیم پادگانهای نظامی - دهر کسیکه بیرون از معلم دسترسی ندارد لینکافن پیشین وسیله آموزش زبان است.

برای کسب اطلاعات درباره کودس‌های آموزش لینکافن درمورد هر یک زبان‌های نیز: انگلیسی، فرانسه، آلمانی، اسپانیولی (کاستیلان)، اسپانیول (آمریکای جنوبی)، ایتالیانی، پرتغالی، روسی، لهستانی، چک، ملندی، آفریقانی، سوئدی، فنلاندی، ایسلندی، ایرلند، اسپانیا، عربی جدید، یونانی جدید، عربی (مصری)، عربی (الجزایری)، فارسی، چینی، هندوستانی، دانمارکی، سواهیلی، لوکادنا، تایپنی، ولن، بنگالی، افیک، هاواسا، مالائی، لاتین، یونان باستان، زولو.

سازمان حیاتی، لئکافن

نام و نام فامیل ..... شماره تلفن ..... شهر ..... آدرس ..... میزان معلومات ..... لطفاً اطلاعات لازم درباره فرآگرفتن زبان ..... از طریق روش لینگافن را برای اینجا قب ارسال دارید.

# کتاب برای دانش آموزان

## از انتشارات امیر کبیر

النحو من ادب العرب : تألیف دکتر محمد خزانی ، برای کلاس‌های رشته ادبی و مسابقات دانشگاه و سال اول دانشکده‌ها : شامل تمرینات و پرسش‌های امتحانی ، با حروف معرب بی‌غلط ، چاپ نمونه ، ۲۱۰ ص . (۸۸ ریال)

\* \* \*

تست کامل طبیعی : تألیف تقی ثابتی اشرف ، برای داوطلبان کنکور دانشکده‌ها ، چاپ دوم با تجدیدنظر ، ۳۸۰ ص . (۱۰۰ ریال)

\* \* \*

۷۰۰ مسئله جبر ، مثلثات ، حساب : برای داوطلبان ورود بدانشگاه و دانش آموزان دوره دوم دبیرستان ، ۱۲۶ ص . (۲۰ ریال)

\* \* \*

حل المسائل و کلیات شیمی هدندی . تألیف حبیب‌الله رضوانی و دکتر قاسم سفرچی ، برای دوره دوم دبیرستان و داوطلبان مسابقات ورودی دانشگاه ، شامل مسائل حل شده و تست‌های کنکوری ، ۲۴۴ صفحه متن و ۳۴ جدول بزرگ ضمیمه متضمن خلاصه فلزات و شبیه فلزات (۱۲۵ ریال)

\* \* \*

حل مسائل فیزیک و مکانیک : تألیف علی اتزابی ، اکبر پیروی ، عطاء‌الله تبریزی و حبیب‌الله معلم ، برای سال ششم طبیعی و ریاضی و کنکور ، ۴۵۶ ص (۱۴۰ ریال)

\* \* \*

دوره کامل حل مسائل ریاضی از « مجموعه علوم » تألیف محمد باقر از گمی ، باقر امامی ، غلامرضا بهنیا و پیروز شهریاری ، در ۱۵ جلد ، چاپ جدید ، حل مسائل حساب برای سال سوم - ۲۵ ریال ) ، حل مسائل متم حساب برای سال چهارم - ۴۵ ریال ) حل مسائل هندسه برای سال چهارم - ۵۵ ریال ) حل مسائل جبر برای سال چهارم ۷۰ ریال ) حل مسائل حساب استدلالی برای سال ششم - ۷۰ ریال ) حل مسائل جبر برای سال ششم ریاضی - ۱۵۰ ریال ) تست مثلثات برای دوره دوم و کنکور - ۳۰ ریال )

چاپ جدید دوره کامل بترتیب منتشر می‌شود

دانستان

## دختر رعیت

از  
م. ا. به آذین

## انتشارات نیل را

بخواهید و ذهن خود را از گنجینه دانش امروز غنی مازید

مجموعه شعر

از

۱. بامداد

## هوای تازه

آیدا در آینه

و

باغ آینه



مجموعه دنیای علوم

از

ذری تاموف

نیل، دو، سه

بینهایت

سر گذشت زمین

پیدایش و مرگ خورشید

نیل ناشر معتبرترین کتابهای علمی است

نیل ناشر مناسب‌ترین کتابها برای جوانان است

نیل ناشر جزوء ماهانه انتقاد کتاب است

خبرالدوله - انتشارات نیل - تلفن ۲۰۴۱۲۸