

اردیبهشت ماه ۱۳۴۵

دوره دوم - شماره :

۱۲

شماره مسلسل:

۲۵

در این شماره:

- | | | |
|----|---------------------|---------------------------------|
| ۱ | ترجمه: مهدی ملغم | هندسه در دنیای امروز |
| ۱۱ | ترجمه: ه. شریف زاده | چگونه مسئله‌ای را حل کنیم |
| ۱۵ | ترجمه: ع. ب. | راهنمای حل مسائل هندسه |
| ۱۷ | - | مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها |
| ۴۹ | - | مسائل برای حل |
| ۵۰ | - | حل مسائل شماره گذشته |
| ۶۶ | - | سرگرمی |
| ۶۷ | - | درباره مندرجات یکان |
| ۶۸ | - | نامه‌های رسیده |
| ۶۹ | - | معرفی بعضی از مجلات ریاضی دنیا |

مسائل حل نشده ریاضی

از شماره آینده مجله مبحث به عنوان فوق، به مباحث مجله اضافه می‌شود. در سلسله مقالاتی که زیر این عنوان چاپ می‌شود ابتدا مفهوم «مسئله حل نشده» معنی می‌شود و بعد مسائل حل نشده هر شاخه از ریاضیات با ذکر تاریخچه عنوان می‌شود. دوره جدید مجله که از شماره بعد آغاز می‌شود شامل مطالب تازه دیگری نیز خواهد بود.

توجه

مشترک مجله به کسی عنوان می‌شود که وجه اشتراک یک سال یا شش ماه مجله را قابل پرداخته و رسید وجه را از طرف اداره مجله دریافت کرده باشد. وجه اشتراک مجله برای دوازده شماره ۲۰۵ ریال و برای ۶ شماره ۱۰۰ ریال می‌باشد. یکان ۴۴ برای کلیه کسانی که در استندماه گذشته جزو مشترکان سال (یکساله یا ششماهه) مجله بودند به رایگان ارسال شد، و این مشترکان نباید با بت این شماره هیچگونه وجه اضافی پرداخته باشند.

کسانی که نزد نمایندگان فروش مجله به نحوی مشترک شده‌اند که اداره مجله بی اطلاع است جزو مشترکان مجله محسوب نشده و برای دریافت رایگان یکان سال حقی نخواهند داشت.

آموزشگاه علمی قدیم

وابسته به سازمان فرهنگی
آرتا

کلاس‌های دبیرستانی (تجددی و ققویقی)
کلاس‌های متفرقه، کلاس‌های کنکور
برای دوره اول و دوره دوم
(ریاضی، طبیعتی، ادبی)

تحت نظر آقایان:

دکتر بصیریان، دکتر حاکمی، دکتر قینی، علیم مروستی، ذوالقدر، عباسی، کوششی، غضنفری، فائز

از خردادماه دایر می‌نماید

دفتر آموزشگاه همه روزه از ساعت ۵ بعد از ظهر جهت ثبت نام داوطلبان آماده است

نشانی: سلسیل - چهار راه هر تضوی
تلفن: ۹۵۳۹۳۱

پایان انتظار

کتاب حل مسائل استاد دکتر محسن هشت روی که
قبل از این داده شده بود آماده چاپ است و ظرف یک ماه
آینده تقدیم علاقمندان خواهد شد.

در این کتاب حل مسائلی که در شماره‌های مختلف یکان
چاپ شده بعلاوه مسائل دیگر ارائه شده است. مسائل بنابر
مباحث و رشته‌های مربوط دسته‌بندی شده و فصلی از کتاب به
روش کلی حل مسائل و راهنمایی در چگونگی تعیین روش لازم
برای حل یک مسئله اختصاص داده شده است.

یکان مجله ریاضیات

سال سوم - دوره دوم - شماره دوازده (شماره مسلسل: ۲۵)
اردیبهشت ۱۳۴۵

صاحب امتیاز و مدیر مسؤول:
عبدالحکیم مصطفی

مدیر داخلی: داود مصطفی
زیر نظر شورای نویسندگان هر ماه یک بار منتشر می‌گردد
نشانی اداره: تهران، خیابان لاله‌زار نو، نزدیک شاهراه ضـ شماره ۸۱
نشانی پستی: صندوق پستی ۲۴۶۳
تلفن اداره: ۳۳۱۸۱

وجه اشتراک برای ۱۲ شماره ۲۰۵ ریال
(برای کشورهای خارج بضافه هزینه پست)
حساب بانکی: جاری ۳۰۹۵ شعبه لاله‌زار نوبانک صادرات

YEKAN

Mathematical Magazine

volume II , number 12 , May . 1966

subscription : \$3

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذر تلفن ۶۴۰۲۸

هندسه

در دنیای امروز

ترجمه: مهدی مدغنم

مجله ساینتیفیک آمریکن

نوشته: موریس کلین

برابر یک واحد باشد و تر مثلث باید $\sqrt{2}$ یعنی یک عدد گنگ باشد. آنان اشکال حاصل را با بدوز افکنند چنین اعدادی حل نمودند و هندسه‌ای پدید آوردند که قضایا را بدون مراجعة به اعداد، استدلال می‌نمود. امروز این هندسه به عنوان هندسه محض یا هندسه ترکیبی خوانده می‌شود که عبارت دوم از نظر معنی ناجور است و فقط وجه تسمیه تاریخی دارد.

از آنجا که ریاضیات یونانیان، اختصاص به استنتاج حقایق طبیعت داشت می‌باشد. بر حقایق پایه گذاری شده باشد. خوب‌بختانه حقایقی در دسترس بود که خود بخود واضح و بدیهی می‌نمود که از میان آنها می‌توان احکام زیر را بیان کرد: یک خط راست را می‌توان بطور نامحدود از طرفین امتداد داد؛ کلیه زوایای قائمه متساویند؛ اگر دو مقدار مساوی بهدو مقدار مساوی اضافه گردد نتیجه‌ها برآورند؛ اشکالی را که بتوان بر یکدیگر منطبق نمود متساویند. پاره‌ای از این اصول یک مطالبی درباره فضا است و بقیه مربوط به اشکالی است که در فضای قرار گرفته‌اند.

از این اصول، اقلیدس در کتاب مقدمات تقریباً ۵۰۰ قضیه نتیجه گرفت، در آثار دیگر، وی و اخلافش بخصوص ارشمیدس و آپولونیوس چند صد قضیه دیگر نتیجه گرفتند. از آنجا که یونانیان بطور خالص در هندسه کار می‌کردند بسیاری از قضایا نتایجی می‌دادند که اکنون به عنوان نتایج جبری مورد نظر قرار

تکامل ریاضیات را می‌توان مربوط به پیشرفت‌های دورشته هندسه و حساب دانست، با این حال نمی‌توان گفت که این دو عنصر اساسی ریاضی همدوش با یکدیگر به پیش می‌رفته‌اند، بسیار اتفاق افتاده است که این دو با یکدیگر رقابت داشته و پیشرفت یکی باعث رکود دیگری گشته است، تاریخ روابط خصمانه این دو رشته که عملاً یک هدف و منظور مشترک دارند تضاد آنگهای یک قطعه موسیقی را به خاطر می‌آورد.

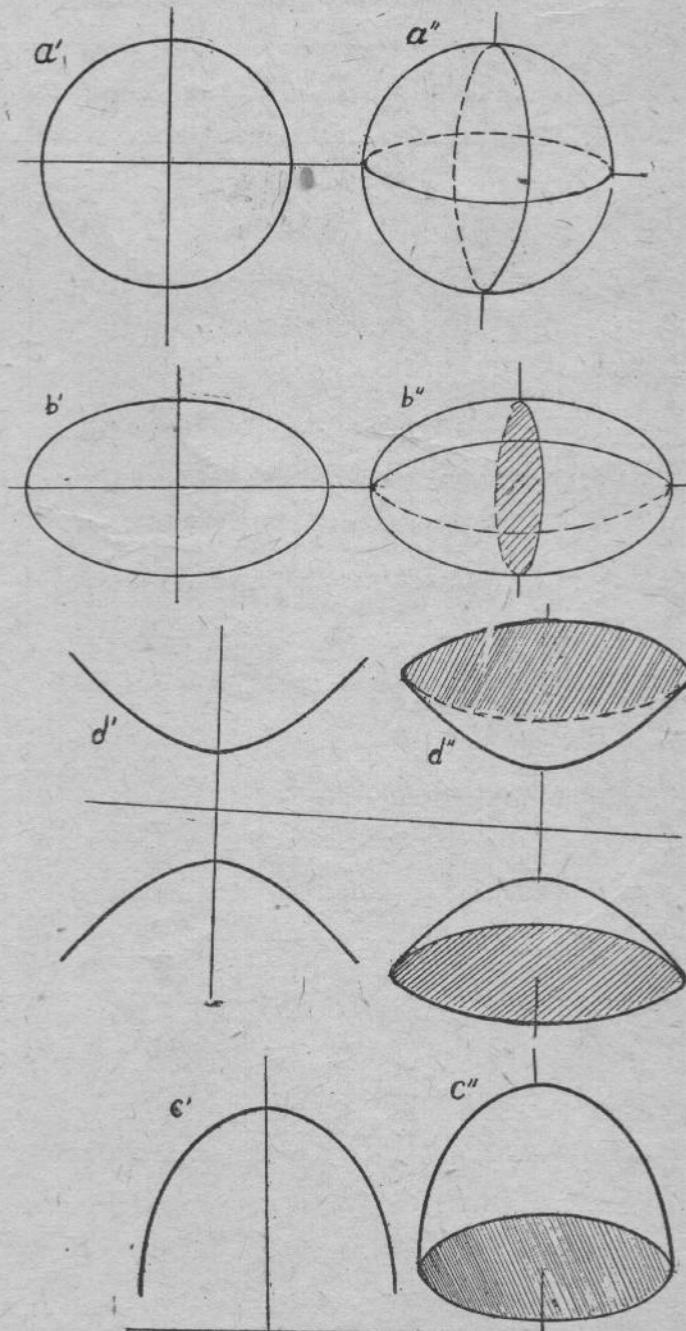
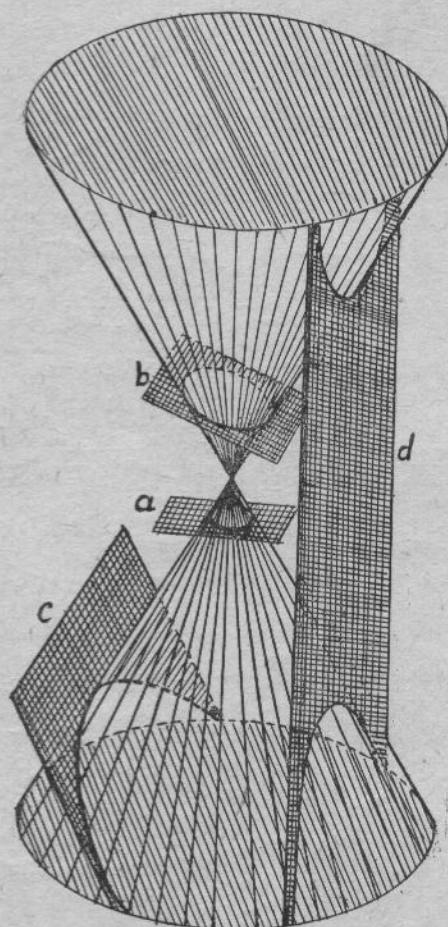
اولین قدم واقعی ریاضی بوسیله هندسه برداشته شد. قسمتی از ریاضیات مقدماتی بوسیله نجاران و ممیزین مصری و با بلی در حدود چهار هزار سال قبل از دوره مسیح خلق گردید. اما فیلسوفهای یونانی بودند که بین سالهای ۶۰۰ و ۳۰۰ قبل از میلاد به ریاضیات، سازمان و رنگ تجرد و استدلال قیاسی دادند و ساختمان عظیم هندسه اقلیدسی را بنیان نهادند و آنرا به جهانیان برای دلک و فهم عالم تقدیم کردند.

از عوامل چندی که یونانیان را به سوی هندسه کشانید شاید مهمتر، اشکال مدرسین یونانی درباره مفهوم اعداد گنگ باشد، عدد گنگ یعنی عددی که نه عدد صحیح است و نه آنرا به صورت نسبت دو عدد صحیح می‌توان نوشت، این اشکال وقتی ظاهر گردید که فیثاغورث قضیه معروف خود را بیان کرد و ثابت کرد که طول و تر مثلث قائم الزاویه برآور است با جذر مجموع مربعهای دو ضلع دیگر. در مثلث قائم الزاویه‌ای که هر ضلع آن

بیضی و هذلولی) قرار داشتند. در طبقه دوم اشکالی مانند مکعب، کره، بیضوی، پارabolئید و هیپربولوئید مورد مطالعه قرار می‌گرفت. پس از آن هندسه دانان یونان به تحقیق مسائل اساسی مربوط به اشکال پرداختند؛ مثلاً شرایط تساوی دو شکل (دو شکلی که دو وضع مختلف از یک شکل در فضا باشند)، تشابه دو شکل (دو شکل نامتساوی و شبیه به یکدیگر) یا معادل بودن (شکلها یی که دارای یک مساحت می‌باشند). بنابراین تساوی و تشابه و تعادل هدفهای عمده هندسه اقلیدسی هستند و اکثر قضایای آن به این گونه سوالها مربوط می‌شود.

می‌گیرد. فی المثل حل معادله درجه دوم یک مجھولی به طریق هندسی آنجام می‌گرفت و جوابی که بوسیله اقلیدس داده می‌شد بجای یک عدد، یک قطعه خط بود. بنابراین هندسه اقلیدسی، جبری را که تا آن زمان شناخته می‌شد در بر می‌گرفت.

مخلط کردن قضایا ممکن است این طور بنماید که یونانیان از موضوعی به موضوع دیگر کشانده می‌شدند. اما این یک استنباط غلط می‌باشد. اشکالی که آنان انتخاب می‌کردند اساسی بود، خطوط و منحنیه‌هارا در یک طبقه وسطوح را در طبقه دیگر قرار می‌دادند. در طبقه اول اشکالی مانند مثلث و مقاطع مخروطی (دایره، سهمی،



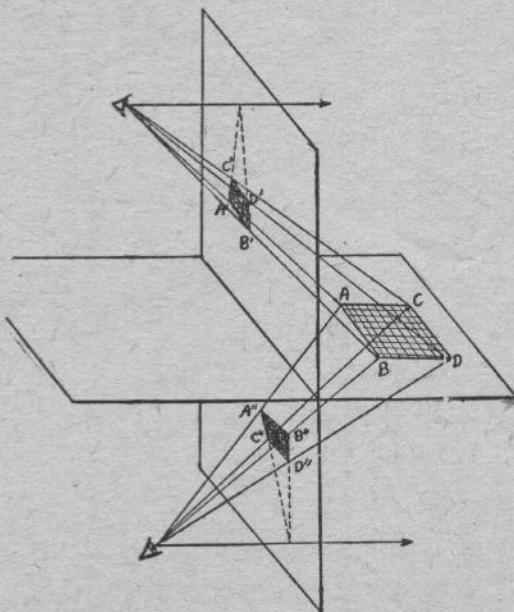
کردند، فرض کنید شخصی با یک چشم از روزنای به منظره‌ای حقیقی نگاه کند. وی منظره را می‌بیند بدین جهت که شعاعهای نور از نقاط مختلف آن به چشمش می‌رسد.

این شعاعهای نور را شعاعهای تصویری می‌نامند. چون

این اشعه از روزنای عبور می‌کنند امکان دارد نقطه‌ای از روزنای را که شعاع نور از آن می‌گذرد مشخص نمود. مجموعه این نقاط را یک تصویر مرکزی می‌نامند. آنچه نقاشان کشف نمودند این است که تصویر مرکزی همان اثر را روی چشم ایجاد می‌کنند که خود منظره دارد. از نظر فیزیکی این موضوع نیز قابل درک می‌باشد. خواه اشعة نورانی از دررات منظرة حقیقی یا از نقاط روزنای سرچشمه بگیرند همان شعاعهای نورانی به چشم می‌رسند. اگرچه در نتیجه گیری از این طرح، شرط استفاده از یک چشم بود و حال آنکه در دیدن مناظر از دو چشم استفاده می‌شود با این حال این اشکال با بکار بردن سایه و کم کردن شدت نور برای نقاط دورتر برطرف گردید.

استعمال شعاعهای تصویری و تصویر مرکزی یک سؤال اساسی هندسی پیش آورد که ابتدا بوسیله نقاشان اعلام، سپس بوسیله ریاضیدانان دنبال شد و آن سؤال این است که شکل اصلی و تصویر مرکزی آن دارای چه خواص مشترک هندسی می‌باشند که چنین اثری را روی چشم می‌گذارند. جواب به این سؤال به مقاهم و قضایای جدیدی کشیده شد که سرانجام شاخه «جدیدی از هندسرا به نام هندسه تصویری Projective Geometry» بوجود آورد. بعضی از قضایا و مقاهم این هندسه به شرح زیر است:

تصویر یک خط راست یک خط راست است و تصویر دو خط



مقاطع مخروطی منحنیهای اصلی را که مورد مطالعه هندسه قرار می‌گیرد ایجاد می‌نمایند. وقتی که در شکل‌های صفحهٔ قبل حروفی مانند a و a' و a'' را دنبال می‌کنید ابتدا صفحه‌ای می‌بینید که مخروطی را قطع نموده و یک منحنی ایجاد کرده است. بعد منحنی حاصل و بالآخر سطح متناظر آن را ملاحظه می‌کنید، بنابراین a دایره و a' بیضی و a'' هذلولی و b بیضوی، c سهمی و c' پارaboloid، d هذلولی و d' هیپربولوئید می‌باشد، تعاریف و خواص مقاطع مخروطی بوسیله دانشمندان و مدرسین یونانی بخصوص آپولونیوس مورد مطالعه قرار گرفت.

* * *

تمدن یونان که موجب رشد هندسه اقلیدسی بود بوسیله اسکندر کبیر ویران گردید و به صورت دیگری در مصر از نو ساخته شد، اسکندر کبیر امپراطوری خویش را از آتن به شهری که به نام خود او اسکندریه نامیده شد انتقال داد و اعلام نمود که هدف وی آمیزش تمدنها یونان و خاورمیانه است، هدف وی به نحو رضایت بخش بوسیله اطمینان اجراء شد تا اینکه رومیان، کلیوپاترا آخرین فرد این دودمان را اغوا نمودند، تحت تأثیر تمدنها خاورمیانه بخصوص ایرانیان و مصریها وشد تمدن یونان به جهت عملی سوق داده شد و ریاضیدانان نیز به خواسته‌های جدید جواب مثبت دادند.

علم عملی و مهندسی بطور عمده باید کمی باشد. چیزی که دانشمندان اسکندریه به هندسه اقلیدس اضافه نمودند حساب و جبر بود تا بدین وسیله نتایج کمی بدست آورند. آنچه باعث بی‌اعتباری این دو موضوع می‌شد آن بود که پایه و اساس منطقی نداشتند.

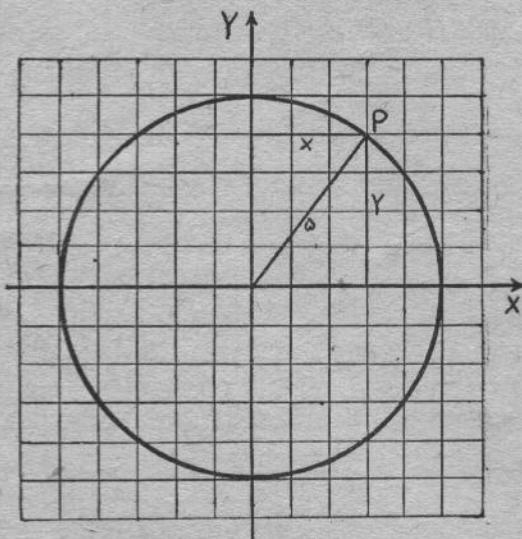
اسکندریه‌ایها صرفاً اطلاعات حسابی را که با بلیها و مصریها با تجربه بدست آورده بودند اقتباس کردند. چون هندسه اقلیدسی بر اساس استدلال استوار بود و قوهای ریاضیات حکومت می‌کرد. تا اواخر قرن نوزدهم هنوز ریاضیدانان مسئله تهیه اساس اصول حساب و جبر را حل ننموده بودند.

* * *

عملاً علم هندسه از چند نوع هندسه تشکیل یافته است اولین شکاف در جهت یک هندسه جدید بوسیله نقاشان دوره رنسانس انجام گرفت که می‌خواستند مسئله نقاشی صحیح آنچه را که چشم می‌بیند حل کنند. از آنجا که مناظر حقیقی سه‌بعدی و جائی که روی آن نقاشی می‌شود مسطح است، غیرممکن به نظر می‌رسد که تابلو نقاشی را بطور حقیقی نمایاند، اما نقاشان با تشخیص یک حقیقت اساسی درباره باصره مسئله خویش را حل

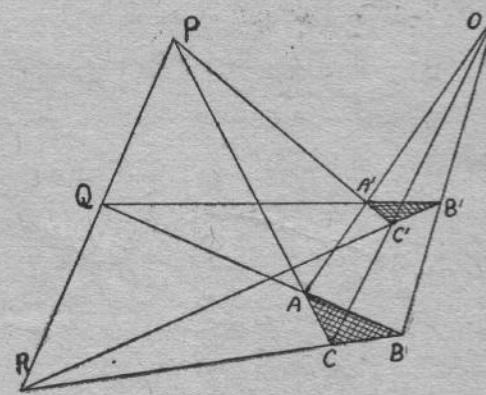
زمین را ثابت فرض می کرد و با نظریه مرکزیت خورشید لازم گردید که در علم حرکت روش جدیدی بوجود آید و بنا بر این مطالعه خواص منحنیه ای که اشیاء در امتداد آنها حرکت می کنند ضروری بود.

چند عامل دیگر نیز وجود داشت که هندسه را به این راه سوق داد. استعمال روزافزون باروت و سلاحهای گرم مسئله مسیر اجسام پرتایی را پیش آورد. کشف دوربین و میکروسکوپ مطالعه بیشتر در عرصه هارا ضروری ساخت. اکتشافات جغرافیائی به نقشه ها و بخصوص ارتباط مسیرهای روی کره زمین و مسیرهای که روی نقشه مسطح رسم می گشت احتیاج داشت. کلیه این مسائل نه تنها احتیاج به دانستن خواص منحنیه ای قبلی را تشید نمود بلکه منحنیه ای جدیدی را به پیش کشید. همانطور که دکارت (Descartes) و فرم (Fermat) تشخیص دادند روش ترکیبی هندسه اقلیدی برای مطالعه این مسائل بسیار محدود بود. دکارت و فرم مکه هر دو در مرتب و منظم ساختن جبر بدل مساعی زیادی می کردند متوجه شدند که در جبر نیروی نهفته است که با آن می توان روشی دیگر برای مطالعه هندسه یافت. هندسه تحلیلی که این دو دانشمند بوجود آوردند بوسیله دستگاه محورهای مختصات، معادلات را جایگزین منحنیها ساخت. چنین دستگاهی نقاط واقع در یک صفحه و یا نقاط واقع در فضای را با اعداد نمایش می دهد. این دستگاه در صفحه، دو عدد به نام طول و عرض بکار می برد. طول، فاصله یک نقطه را از خط قائم ثابتی به نام محور X هاییان می کند و عرض، فاصله آن نقطه را از خط افقی ثابتی به نام محور Y هاییان می نماید. طول نقاطی که در طرف راست محور X ها و عرض نقاطی که بالای محور X ها قرار دارند مثبت و در طرف مقابل منفی است.



متقطع نیز دو خط متقاطع است، اما در حالت کلی زاویه بین دو خط متقاطع با زاویه تصاویر آن دو برابر نیست. نتیجه تصویر یک مثلث در حالت کلی یک مثلث و تصویر یک چهارضلعی، یک چهارضلعی است یک مثال مهم از خواص مشترک شکل و تصویر در قرن

هفدهم بوسیله معمار و مهندس فرانسوی ژرار دزارت (Gérard Desargues) که ریاضی را نزد خود خوانده بود کشف شد. این خاصیت که به نام او به قضیه دزارت گ موسوم است عبارت از این است که در تصویر مرکزی یک مثلث هرزوج از اضلاع متناظر مثلث و تصویر آن در یک نقطه متقاطع هستند بقسمی که این سه نقطه تلاقی بریک استقامت قرار دارند. اهمیت این قضیه و سایر قضایای این هندسه در آنست که تساوی و تشابه و تعادل اشکال را که از مقاهم هندسه اقلیدی بودند مورد مطالعه قرار نمی دهد بلکه در عوض موضوع این هندسه خطوط متقابل و نقاط بریک استقامت است که از تصویر اشکال نتیجه می شود.



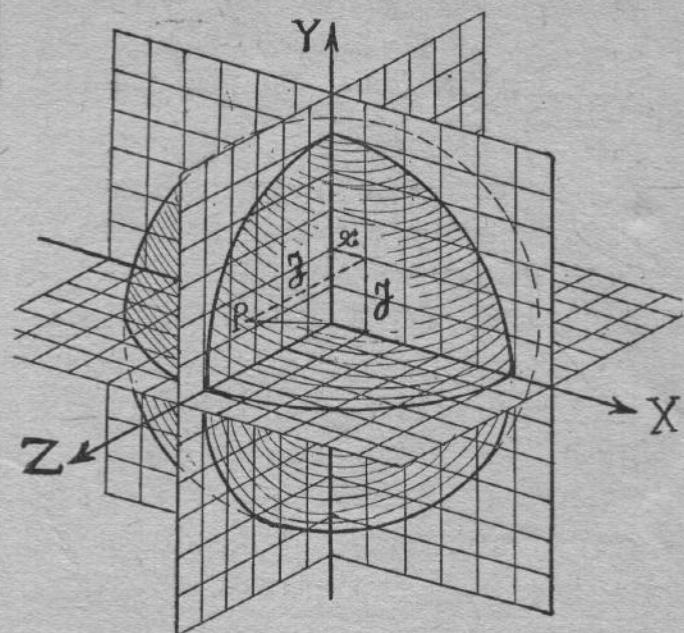
هندسه تصویری پس از اندکی خودنمایی موقتاً بکnar رفت و حریف دیگری در میدان ظاهر شد. این حریف که به هندسه مشی جبری می داد امر و زه هندسه تحلیلی یا هندسه مختصاتی نامیده می شود. در نتیجه یک سلسله وقایع و اکتشافات در قرون شانزدهم و هفدهم، دوره علمی در اروپای غربی به اوج عظمت خود رسید و مسائلی را پیش آورد که احتیاج به خواص منحنیها و سطوح داشت و این خود باعث پیشرفت هندسه تحلیلی گردید.

نظریه حرکت سیارات که خورشید را در مرکز قرار می داد و بوسیله کپر نیک و کپلر ارائه شد آشکار ساخت که برای مطالعه مقاطع مخروطی به روشهای مؤثر تری احتیاج است. زیرا تشخیص داده شد که اجرام سماوی در دستگاه کپرینیک و کپلر مسیری طی می نماید که یکی از مقاطع مخروطی است. علاوه بر این بر اثر باطل شدن مکانیک کلاسیک یونان که

عمل بستگی میان اعداد و هندسه به صورت کامل در آمد و جبری که بوسیله یونانیها در هندسه مدفون شده بود اکنون هندسه را می‌پوشانید . به قول ریاضیدانان ، هندسه ، حسابی شده بود .

دکارت و فرمایه در نظر خود دائره برای نکه فنون جبری ، روش‌های مؤثر و قاطعی برای مطالعه منحنیها ارائه می‌کنند کاملاً محق نبودند . مثلاً بوسیله روش‌های جبری نمی‌توان شب و انحناء را که از خواص اساسی منحنیها است مورد مطالعه قرارداد . شب عبارت است از میزان بالارفتن یا پائین‌آمدن منحنی نسبت به یک واحد افقی است و انحناء عبارت از میزان تغییر جهت منحنی نسبت به یک واحد طول در امتداد آن می‌باشد . شب و انحناء هر دو در امتداد کلیه منحنیها به استثنای خط و دایره از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کنند . برای محاسبه میزان تغییرات انحناء از نقطه‌ای به نقطه دیگر فنون جبری محضی که دکارت و فرمایه ارائه نمودند ، مناسب نبود و بایستی از حساب جامعه و فاضلله ، بخصوص حساب دیفرانسیل‌ها استفاده شود فی الواقع بر جسته‌ترین خاصیت حساب جامعه و فاضلله این است که راهی برای مطالعه این خواص می‌نماید .

با کمک حساب دیفرانسیل‌ها ، مطالعه منحنیها و سطوح به اندازه‌ای پیشرفت کرد که عبارت جدیدی به نام هندسه دیفرانسیل (Differential Geometry) استعمال شد تا این رشته را مشخص سازد . هندسه دیفرانسیل مسائل مختلف و گوناگونی را که از حدود محاسبه شب و انحناء تجاوز می‌نماید حل می‌کند . بخصوص بررسی خطوط ژئودزیک (Geodesic) یا کوتاهترین فاصله بین دو نقطه بر روی یک سطح که از خطوط بسیار متمایز باشد بوسیله این رشته انجام می‌گردد . فرض کنیم سطحی مانند سطح کره زمین و دو نقطه P و Q بر روی آن داشته باشیم می‌خواهیم نقطه P را به نقطه Q بوسیله یک منحنی که بر روی این سطح واقع باشد بپرسیم که این سطح که از حدود محاسبه شب و انحناء تجاوز می‌نماید که اگر سطح بسیار آسان است . خطوط ژئودزیک کره کمانه‌ای از جواب بسیار آسان است . اما اگر دقت بیشتری داشته باشیم و دایره‌ای عظیمه می‌باشد . بنابراین اگر دقت بیشتری داشته باشیم و سطح کره زمین را بیضوی بگیریم ژئودزیکها خطوط بسیار پیچیده‌ای می‌شوند و بجای نقاط P و Q بستگی دارند . مطالب عمده‌ای که در هندسه دیفرانسیل مورد مطالعه قرار می‌گیرد عبارتست از انحناء سطوح ، ساختن نقشه وسطوحی که بوسیله منحنیها فضایی تویید می‌شود و مساحت مینیم دارند می‌باشد .



حال بینیم که با این وسیله چگونه می‌توانیم منحنیها را به صورت جبری بیان کنیم . دایره‌ای به شعاع ۵ واحد در نظر بگیرید . دایره مانند هر منحنی دیگر مجموعه مخصوصی از نقاط است . و اگر دایره را در دستگاه محورهای مختصات قرار دهیم هر نقطه آن دارای یک جفت مختصات می‌شود . از آنجا که دایره مجموعه مخصوصی از نقاط است باید مختصات نقاط آن بطریقی از سایر نقاط متمایز باشند . و این امتیاز و اختصاص با معادله $25 = x^2 + y^2$ نموده می‌شود . این معادله بیان می‌نماید که اگر ما طول یک نقطه از دایره را اندازه گرفته بجای x قرار دهیم و عرض همان نقطه را اندازه گرفته بجای y بگذاریم و مقدار $25 = x^2 + y^2$ را محاسبه کنیم نتیجه ۲۵ می‌شود . اصطلاحاً گفته می‌شود که مختصات جمیع نقاط منحنی در معادله صدق می‌کند . علاوه بر این فقط مختصات نقاطی که روی منحنی واقع شده‌اند در معادله صدق می‌کند . در مورد سطوح ، معادله‌ای با سه مختصات بکار می‌رود . مثلاً کره‌ای به شعاع ۵ واحد با معادله $25 = x^2 + y^2 + z^2$ بیان می‌شود .

بنابراین بنا به طرح دکارت - فرمایه نقطه‌ها به صورت جفت اعداد و منحنیها به صورت مجموعه‌ای از جمله اعداد که مشمول در معادلات هستند در می‌آید . خواص منحنیها از عملیات جبری که روی معادلات انجام می‌شود نتیجه می‌گردد . با این

می کردند تا بدان وسیله بنمایند که با روش‌های هندسی به اندازه روش‌های جبری و تحلیلی و حتی بیش از آن می‌توان مسائل مختلف حل کرد. شکست دکارت و یا به قول کارنو «آزاد ساختن هندسه از قید آنالیز» هدف این عده بود.

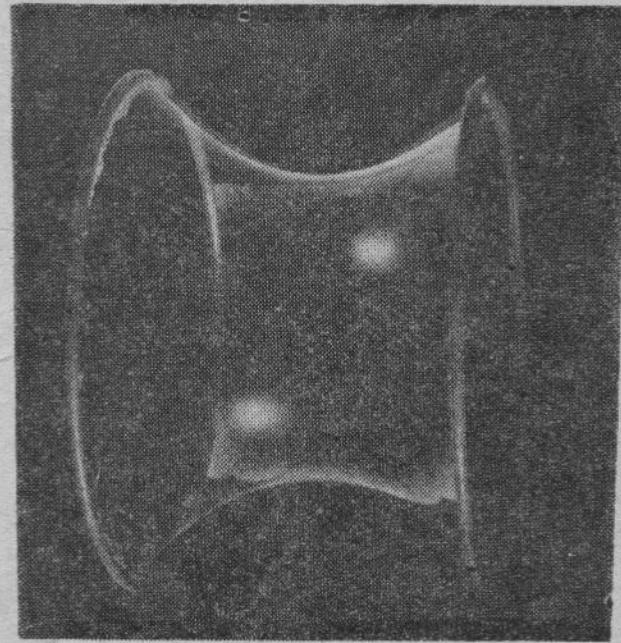
هندسدانان تحت لوای پونسله بمسوی هندسه تصویری که از قرن هفدهم به بعد بی رحمانه به یک سو افکنده شده بود باز گشتنده و مطالعه و تحقیق آنرا از سر گرفتند پونسله که در ارتش ناپلئون انجام وظیفه می‌کرد بوسیله روشها دستگیر شد و از سال ۱۸۱۳ تا ۱۸۱۴ در زندان آنان بسر برد. در آنجابدون کمک کتاب، آنچه را که از مونژ فرا گرفته بود از نو ساخت سپس نتایج جدیدی در زمینه هندسه تصویری بدست آورد. در قرن نوزدهم هندسه تصویری فعالانه تعقیب می‌شد. در نتیجه تجدید مطالعه این هندسه یک روش جبری که دنباله‌ای از روش‌هندسه مختصاتی بود برای اثبات قضایای آن بکار رفت و در نتیجه علاقه طرفداران هندسه محض که تجدید حیات آن را باعث شده بودند به سوی دیگر منحرف گردید. اما برای ظهور عاملی تازه به نام هندسه غیر اقلیدسی که می‌توان آنرا با ظهور ریاضیات در یونان قدیم برابر دانست، هندسه تصویری در بوته فراموشی افتاد.

در تمام دوره فرمانروائی هندسه اقلیدسی، بسیاری از ریاضیدانان از عیوب کوچکی که در مجموعه اصول هندسه اقلیدسی وجود داشت ناراحت بودند. با مراجعه به خطوط متوازی یعنی خطوطی که در یک صفحه واقعند و نقطه مشترک ندارند، اقلیدس اصلی را به قرار زیر پذیرفت:

اگر خط راست n خطوط راست I و m را بطریقی قطع کند که مجموع دو زاویه واقع در یک طرف خط n از ۱۸۵ درجه کمتر باشد خطوط I و m یکدیگر را در طرفی که این دو زاویه قرار دارند قطع می‌کنند. در این اصل نکته‌ای نهفته است و قرائتی در دست است که خود اقلیدس هم از اینکه این اصل را پذیرفته راضی نبوده است. با اینحال نه اقلیدس و نه اخلاف او تا سال ۱۸۵۵ تردیدی درباره درستی این اصل نداشتند و معتقد بودند که این اصل، تصور صحیحی است از خطوط عملی و فیزیکی، منتها چیزی که اقلیدس و دیگران را رنج می‌داد این بود که این اصل مثلاً به اندازه اصل برابر بودن دو زاویه قائم، خود به خود بدیهی بنظر نمی‌رسید.

از زمان شروع هندسه یونان به بعد، ریاضیدانان در صدد بودند که اصل دیگری را جایگزین اصل خطوط متوازی سازند: اصلی که بوسیله آن ونه اصل دیگر اقلیدس بتوان همان قضایا

مطلوب آخر را بوسیله حبابهای صابون بوسیله شکل زیر می‌توان نمایش داد.



از نقطه نظر هندسه محض روش‌های هندسه تحلیلی و هندسه دیفرانسیل بسیار مؤثر بود. اگر چه این موضوعات مطالعه هندسه را آنجام می‌دادند اما منحنیها را بوسیله معادلات نشان می‌دادند و روش اثبات، جبری یا تحلیلی بود (روش شامل بکار بردن آنالیز بود). استدلالهای زیبای هندسی فراموش شد و هندسه در دریائی از فرمول فرو رفته و از نظر پنهان گردید.

در حدود ۱۵۵ سال هندسه دافان محض در تاریکی باقی ماندند. با این حال در قرن نوزدهم، هندسه دافان شهامت و نیروی عرض اندام پیدا کردند. تجدید حیات هندسه بوسیله گاسپار مونژ (Gaspard Monge) که یکی از ریاضیدانان مشهور فرانسه و مشاور ناپلئون بود صورت گرفت. مونژ فکر می‌کرد که طرفداران آنالیز، هندسه را به بیهای اندک فروخته‌اند اولی گفت چون این دسته، آنالیز خود را با هندسه تعبیر نمی‌کنند و تصاویر هندسی را برای کمک به فکر بکار نمی‌برند خود را علیل و ناتوان می‌سازند. موثر چنان معلمی ملهم بود که در اطراف خود شاگردانی بر جسته مانند کارنو- (Carnot) بربیانش (Brianchon) و پونسله (Poncelet) را جمع کرد. این شاگردان که تحت تأثیر افکار مونژ ذوق و حرارت فوق العاده‌ای برای هندسه پیدا کرده بودند از حدود مقصود استاد خود فراتر رفته و راهی راجستجو

هما نظور که ممکن است انتظار داشته باشید بسیاری از قضایای هندسه جدید مخالف قضایای هندسه اقلیدسی است . مجموع زوایای یک مثلث در این هندسه همواره از 180° کمتر است . علاوه بر این مجموع زوایا با اندازه مثلث تغییر می‌یابد ; هرچقدر مساحت مثلث به صفر نزدیکتر شود مجموع زوایای مثلث به 180° درجه تردیک می‌شود .

وجود یک هندسه منطقی غیر از هندسه اقلیدسی حقیقتی تکان دهنده بود . تا این هنگام اساساً هندسه ، هندسه اقلیدسی بود ؛ هندسه تحلیلی و هندسه دیفرانسیل صرفاً روش‌های متفاوتی بودند .

اگرچه هندسه تصویری بامفایم و هدفهای جدید مربوط می‌شد اما این هدفها و مفایم کاملاً با هندسه اقلیدسی موافق داشتند . اما هندسه غیر اقلیدسی هندسه‌ای بود که با هندسه اقلیدسی به مبارزه برخاسته بود .

نتیجه‌دوم گوس یشتر باعث ناراحتی می‌شد . گوس نتیجه گرفت که هندسه غیر اقلیدسی همانند هندسه اقلیدسی می‌تواند فضای فیزیکی را توصیف کند این ادعا در مرتبه اول کاملاً بی معنی بنظر می‌رسد . اگر مجموع زوایای یک مثلث برابر 180° درجه است چگونه مجموع زوای آن نیز کمتر از 180° درجه تواند بود ؟ پاسخ این مطلب که محال بنظر می‌رسد این است که در هندسه غیر اقلیدسی وقتی مثلث به اندازه کافی کوچک شود مجموع زوایا بسیار به 180° درجه نزدیک می‌شود . مثلث‌هایی که ما معمولاً با آن سروکار داریم بسیار کوچکند بنابراین مجموع زوایای آنها به 180° درجه نزدیک است که با درنظر گرفتن خطاهای غیر قابل اجتناب اندازه گیری مجموع زوایا هیچیک از دو امکان را رد نمی‌کند .

مطلوبی که از هندسه غیر اقلیدسی نتیجه می‌شود بسیار مؤثر است . اگر هم هندسه اقلیدسی و هم هندسه غیر اقلیدسی بطور یکسان فضای فیزیکی را بیان می‌کنند حقیقت فضای اشکال واقع در فضای پیچیده و کسی نمی‌تواند بگوید در حقیقت هندسه به این دو محدود نمی‌شود و این موضوع یا س آور بزودی تشخیص داده شد . در حقیقت بتدریج ریاضیدانان مجبور شدند پیدا نمود که هندسه حقیقتی درباره فضای فیزیکی نیست بلکه مطالعه جمیع فضاهای ممکن می‌باشد بعضی از این فضاهای که هر یک با دیگری تفاوت پارز داشتند تا آنجا که تجربه ثابت می‌کرد با فضای فیزیکی مطابقت می‌کردند .

پس در مفهوم هندسه باید تجدید نظر کرد ، اما همین عمل راهم درباره مفهوم خود ریاضیات باید انجام داد . از آنجا که در مدت بیش از دوهزار سال ریاضیات دژ حقیقت بود هندسه

هندسه اقلیدسی را نتیجه گرفت . یکی از این اصول که بوسیله پلی فر (Playfair) پیشنهاد شد و عموماً در مدارس متوسطه تدریس می‌گردد به این ترتیب بیان می‌شود :

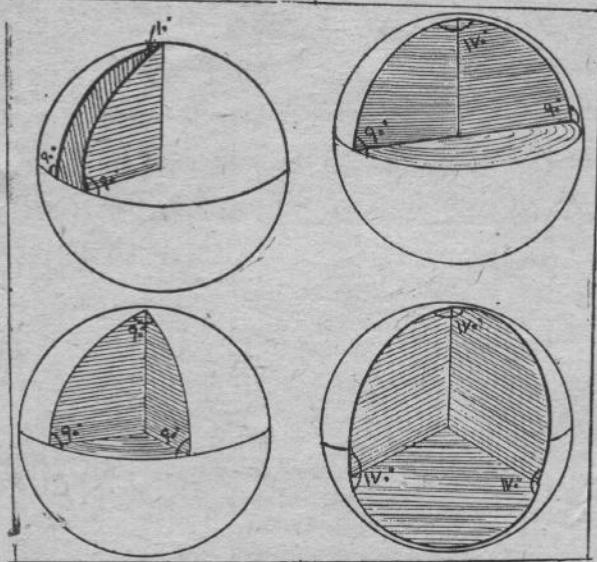
از نقطه P واقع در خارج خط l فقط یک خط مانند m واقع در صفحه P و l می‌توان رسم کرد که l را قطع نکند .

اصل پلی فرن نه تنها معادل اصل اقلیدس است بلکه ساده‌تر و در عین حال قابل قبولتر بنظر می‌رسد یعنی خاصیت بدیهی خطوط فضای فیزیکی را بیان می‌کند . با این حال ، اصل پلی فر و سایر اصول معادل با اصل اقلیدس ، ریاضیدانان بعدی را قانون نساخت . علت این امر آن بود که هر اصل پیشنهادی بطور مستقیم یا غیرمستقیم ادعایی بود درباره آنچه که در قسمتها بینهایت دور فضای اتفاق می‌افتد .

اصلی که مربوط به حوادث بینهایت دور است از این قظر قابل ایجاد است که از حدود تجریح به خارج می‌باشند . فرض این بود که اصول هندسه اقلیدس حقیقی مسلم درباره جهان واقعی است . اما چگونه می‌توان اطمینان داشت که دو خط را در قدر مسافتی که بینهایت ادامه داد بدون آنکه به یکدیگر برخورد کنند ؟

مسئله‌ای که ریاضیدانان با آن مواجه شدند این بود که اصل اقلیدس درباره خطوط متوالی خود بخود بدیهی نیست و هر اصل معادل با آن گرچه بدیهی تر بنظر بررسی در آزمایش‌های دقیق قر مورد تردید واقع می‌شود .

مسئله اصل خطوط متوالی یا به قول ریاضیدان فرانسوی **دالامبر** (d'Alembert) «رسوائی هندسه» از زمان یونانیان تا سال 1800 در هر دوره ریاضیدانان را به خود مشغولی داشت داستان این تحقیقات اگر از جنبه توصیف پشتکار و کنجکاوی ریاضیدانان بگذریم دارای هیچگونه ارزشی نیست . پس بهتر آن است که از داستان سرائی گذشته به بررسی نتایج آن پیردادیم بزرگترین ریاضیدان قرن نوزدهم **کارل فردریک گوس** (Karl Friedrich Gauss) حقیقتی که حقیقت را منهدم می‌ساخت کشف کرد . اولین نکته فنی و اساسی این بود که اصل خطوط متوالی از نه اصل دیگر هندسه اقلیدس مستقل است یعنی امکان دارد که بجای این اصل ، مخالف آن را پذیرفته و با نه اصل دیگر اقلیدس ، قضایای جدیدی را نتیجه گرفت . بنابراین ممکن است فرض کرد که اگر خط l و نقطه P خارج آن مفروض باشد . در صفحه P و l خطوط بیشماری از P می‌توان رسم کرد که l راقطع نکنند . گوس همین اصل را انتخاب کرد و چند قضیه نتیجه گرفت و این هندسه جدید را هندسه غیر اقلیدسی نام نهاد .



چیزی که ریمن در مغز خودمی‌پرورانید ایجاد هندسه‌ای برای تغییر شکل بود. فرض کنید می‌خواهیم هندسه‌ای طرح کنیم که مناسب ناحیه‌ای کوهستانی باشد. بعضی نقاط این ناحیه مسطح و بعضی دارای تپه‌های مخروطی شکل و نواحی دیگری دارای تپه‌هایی به شکل نیمکره می‌باشد. مشخصات این سطح از حائی بجای دیگر تغییر می‌کند و بنابراین فرمول فاصله که هندسه‌ما را مشخص می‌سازد از مکانی به مکان دیگر و حتی از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌یابد. ریمن **فضاهای نامتجلانس** را پیشنهاد کرد؛ فضاهایی که مشخصات آنها از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کنند، به عبارت دیگر فضاهایی با انحنای متغیر.

ریمن در سن ۴۵ سالگی جهان را بدرود گفت و بنابراین فقط توانست طرح وسیع مفهوم فضا را بریزد. توسعه بیشتر هندسه ریمن به عهده دانشمندان دیگر محول گردید و هنوز این کار ادامه دارد. در اوایل این قرن دو ریاضیدان ایتالیائی گریگوری ریچی (Gregorio Ricci) و تولیو لوی (Tullio Levi-Civita) در راه وصول به این هدف کمکهای مؤثری کردند. ریچی **جامعه و فاضله انقباضی** را معرفی کرد که بدین وسیله روابط هندسی را مستقل از دستگاه محورهای مختصات می‌توان بیان کرد، لوی - سیویتا مفهوم توافقی را در هندسه ریمن داخل کرد یعنی راهی برای بیان مفهوم توافقی اقلیدس در فضاهای عمومی تر پیدا کرد.

نظریه عمومی نسبی اینشتین نه تنها کوشش بیشتر

غیر اقلیدسی یک مصیبت برای عقل بود. هندسه جدید این تصور را پیش آورد که ریاضیات با همه سودمندی و سازمان دادن اندیشه و پیش برد کاربرش، حقیقت نیست و داستانی است ساخته انسان، منتهی شکل و شباخت حقیقت را دارد.

ریمن «Riemann» که یکی از شاگردان گوس بود و بدون تردید از استاد خود الهام گرفته و علاقه زیادی به مطالعه جهان فیزیکی پیدا کرده بود روزنه‌ای را که در هندسه بازشده بود فراختر ساخت. مشاهدات اولیه ریمن در زمینه هندسه این بود که ریاضیدان در اعتقداد به اصل خطوط متوافق اقلیدس فریقته شده بودند. شاید آنان در پذیرفتن یک یا چند اصل دیگر اقلیدس دچار اشتباه شده باشند. ریمن فوراً اصل نامحدود بودن خط راست را در نظر گرفت. وی گفت که تجربه مارا مطمئن نمی‌سازد که خط راست فیزیکی نامحدود است. تجربه به فقط نشان می‌دهد که اگر خط راستی را دنبال کنیم به انتهای آن نمی‌رسیم. اما بدیهی است که استوای زمین نیز دارای همین خاصیت است زیرا اگر کسی بروی استوای حرکت کند هر گز به انتهای آن نمی‌رسد. به عبارت دیگر تجربه فقط نشان می‌دهد که خط راست بدون انتهایا یا نامحدود است. اگر اصل مربوطه اقلیدس را مطابق شرح بالا تغییر دهیم و فرض کنیم که خطوط متوافق وجود ندارد مجموعه جدیدی از اصول خواهیم داشت که از آن هندسه غیر اقلیدسی دیگری می‌توان نتیجه گرفت.

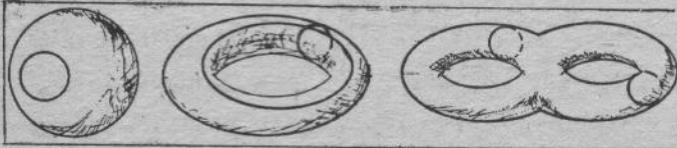
در نظریه‌ای که به سال ۱۸۵۴ منتشر شد ریمن تحقیقات عمیقتری درباره فضاهای ممکن انجام داد و فقط مطمئن ترین حقایق جهان فیزیکی را مورد مطالعه قرار داد. وی شاخه جدیدی از هندسه که اکنون هندسه ریمن خوانده می‌شود بنا کرد و برطبق آن فضاهای بیشمار ریاضی را ممکن ساخت.

برای درک و فهم هندسه ریمن ابتدا باید قبول کرد که با مفهوم فاصله بین دونقطه می‌توان هر هندسه‌ای را مشخص کرد. سه نقطه روی کره زمین در نظر بگیرید. برای تعیین فاصله هر دونقطه ممکن است طول قطعه خطهای راستی را که این سه نقطه را دو به هم وصل می‌کند اختیار کرد. در این صورت مثلثی بدست می‌آوریم که دارای جمیع خواص هندسه اقلیدسی است. اما در عین حال ممکن است برای تعیین فاصله هر دونقطه مسافت را در امتداد سطح زمین یا به عبارت دیگر در امتداد دوایر عظیمه‌ای اندازه گرفت که از این نقاط می‌گذرد. در این حالت سه نقطه مذکور مثلثی را مشخص می‌کنند که آنرا مثلث کروی می‌نامند. و چنین مثلثهای دارای خواص متفاوت می‌باشند از جمله مجموع زوایای داخلی آنها می‌تواند از ۱۸۰ درجه

از اینجا ریمن تبدیلاتی را در نظر گرفت که کشیدن، خم نمودن و منقبض ساختن و حتی پیچش را انجام می‌داد. شکل‌هایی که از چنین تبدیلاتی نتیجه می‌شد از لحاظ توپولوژی معادل خوانده می‌شد. با این حال اگر شکلی را پاره کرده یا به نحوی منقبض کنیم که عده‌ای نقطه به یک نقطه تبدیل شوند شکل‌های حاصل را معادل توپولوژی شکل‌های قبلی نمی‌خوانیم. بنابراین اگر بالا و پائین را دایره را فشار دهیم تا شکلی به صورت ۱۰۰ تشكیل شود این دو شکل از نظر توپولوژی معادل نیستند امکن است شکل‌هایی را که از لحاظ توپولوژی معادل هستند از جنس لاستیک تصور نماییم. از اینرو هر شکل که با کشش، خم کردن یا منقبض ساختن شکل اول بتوانی که لاستیک پاره نشود از لحاظ توپولوژی معادل با شکل اول خوانده می‌شود.

مسئله عمده در توپولوژی شناختن شکل‌های معادل است. شناختن شکل‌های معادل بوسیله نگاه کردن به شکل، بخصوص موقعی که مسئله درباره اشکال سه بعدی و بیشتر باشد بسیار مشکل است. برای این منظور وسایر منظورها باید مشخصاتی را جستجو کرد که بوسیله چند خاصیت معین بتوان اشکال معادل را شناخت هما نظور که در مورد تساوی دو مثلث تساوی دو ضلع و زاویه بین ازیکی، با دو ضلع و زاویه بین آنها از دیگری کافی است. مثلاً اگر منحنی بسته‌ای روی سطح کرده یا بیضوی رسم شود این منحنی ناحیه‌ای از این سطح را در بر می‌گیرد. اما این موضوع درباره **حلقه torus** صحیح نیست بنابراین کره و حلقه از نظر توپولوژی معادل نیستند. پس ممکن است معادل بودن یا نبودن سطوح بسته‌را بوسیله منحنی‌هایی که آن سطوح را محدودی سازند یا نمی‌سازند مشخص کرد اما این وجه تمایز را بخصوص در مورد سطوح پیچیده‌تریا اشکال بیش از سه بعد نمی‌توان بکار برد.

اگر چه بسیاری از مسائل توپولوژی لاينحل باقی مانده است اما ریاضیدانان تا جایی که امکان دارد پیش می‌روند. مثلاً ظرف ۱۵ سال گذشته به شاخه‌ای از توپولوژی به نام توپولوژی دیفرانسیل گراییده‌اند. در این کشمکش ریاضیدانان روش‌های توپولوژی و هندسه دیفرانسیل را به هم آمیخته‌اند به امید آنکه شاید بکار بردن دو اسباب بجای یکی بیشتر مؤثر باشد.

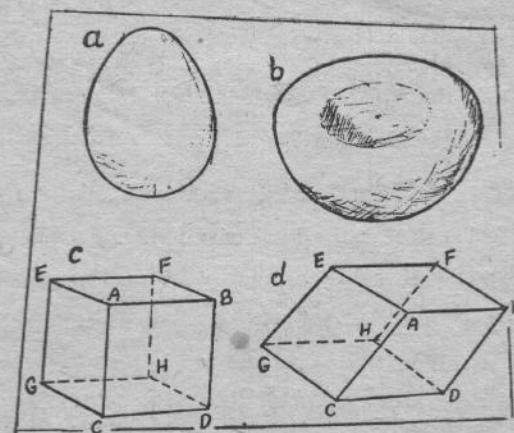


رادر زمینه هندسه‌ریمن بر انگیخت بلکه مسئله یکی ساختن جاذبه و الکترو مغناطیس را در یک قالب ریاضی پیشنهاد کرد هرمان ویل (Hermann Weyl) در سال ۱۹۱۸ فضاهای متصل مرتبه را معرفی کرد و بجای مفهوم فاصله نقطاط یک فضا نسبت به یکدیگر، مفهوم تووازی لوی سیویتا را بکار برد. بیان دیگری از فاصله که از مفهوم ریمن کلی‌تر بود فضاهای را به نام فضاهای فنسلر (Finsler) معرفی کرد.

* * *

ریمن پایه گذار شاخه دیگری از هندسه بدنام توپولوژی است که تحقیقات درباره آن فعالانه ادامه دارد. ظرف سالهای ۱۸۵۰ تا ۱۸۶۰ وی مشغول مطالعه توابعی بود که اکنون توابع متغیر مختصاط نامیده می‌شود. وی دستهای از سطوح به نام سطوح ریمن ارائه نمود که چنین توابعی را مشخص می‌سازد. ثابت شد که خواص این توابع بسیار به خواص هندسی این سطوح مربوط است. برای هر تابع معینی شکل دقیق سطح لازم نبود. بنابراین وی لازم داشت که سطوح را مطابق باعده جدیدی طبقه‌بندی کند.

مثلاً از دو مثلث متشابه مفروض می‌توان مثلث بزرگتر را انبساط یافته یکنواخت مثلث کوچکتر یا مثلث کوچکتر را انتباخت یافته یکنواخت مثلث بزرگتر داشت. تحت عمل شاعهای تصویری و تصویر مرکزی تغییر یک شکل به شکل دیگر عمیق تر است. با وجود این در چنین تبدیلی یک چهارضلعی، یک چهارضلعی باقی ماند. اما امکان دارد که تبدیلات عمیق تری پیدا کرد، مثلاً می‌توان دایره را با خم کردن تبدیل به بیضی و کره را با کشیدن به شکل تخم مرغ در آورد. برای منظور ریمن بیضی را می‌توان جایگزین دایره و تخم مرغ را جایگزین کرده نمود. اما دایره و منحنی به شکل ۸ یا منحنی به شکل برگ پنجه‌ای قابل تبدیل به یکدیگر نیستند همین طور سطوحی مانند کره و سطوحی به شکل بادام هندی و شیرینی‌هایی به شکل ۸ قابل تبدیل به یکدیگر نیستند.



چرا وقتی در باره توابع گفتگو می شود بحث از فضاهای بیان می آید ؟ جواب این است که روش تفکر هندسی روشنی کمک کننده و حتی پیشنهاد کننده قضایائی در باره توابع است. آنچه را که ممکن است وقتی بطور تحلیلی فرموله می شود غامض و تیره بنظر آید با تعبیرهای هندسی واضح می گردد. مطالعه فضاهای محض نیز با کمال تعبیج قسمتی از توپولوژی است زیرا خواص این سازمانها که اهمیت بسیار دارند خواه به عنوان فضاهای عملی و خواه به عنوان مجموعه ای از توابع در اثر تبدیلات توپولوژی نامتفاوت می مانند.

موضوع فضاهای محض، تجرد ریاضیات جدید را بدیهی می سازد. هندسه نه تنها مدل‌های از فضاهای فیزیکی می سازد بلکه برای هر سازمانی که مفاهیم و خواص آن قالب هندسی داشته باشد مدل تهیه می کند.

ثابت می شود که از نظر اساسی دیگری بیش از آن است که مکان برای ماده فراهم سازد. قرن حاضر شاهد بحقیقت پیوستن ادعای دکارت است که می گفت فیزیک را می توان هندسی ساخت. در نظریه فسبیت که یکی از دو پیشرفت عمده علمی قرن حاضر است (دومین آن نظریه، کوآنتوم می باشد) اثربازی ای ماده وزین به صورت هندسی خلاصه شده است: همانطور که در هندسه تأثیه کوهوستانی فرمولی برای تعیین فاصله لازم است که از مکانی به مکان دیگر تغییر یابد تا تغییر شکل زمین را نشان دهد، هندسه این شرایط فرمول فاصله‌متغیری دارد که نماینده جرم‌های مختلف در فضاست. ماده هندسه را مشخص می سازد و هندسه نتیجه پدیده‌های را که قبلاً به عنوان جاذبه بیان می شد در بر می گیرد.

هندسه قسمتی از واقعیت را بلعیده است و ممکن است در آینده تمام آن را فرو برد. امروزه در قسمت مکانیک کوانتوم فیزیکدانان کوشش می کنند تا تناقض میان خواص ذره و موج را در ماده‌های دون اتمی حل کنند و ممکن است در آینده این دو خاصیت را از کوانتوم فضا نتیجه بگیرند. شاید خود ماده هم در فضای محض حل شود.

اگر رقابت میان اعداد و هندسه در نظر گرفته شود باید از نظر روش اثبات پذیرفت که هندسه به جبر و آنالیز تسلیم شده است، عمل هندسی سازمانهای پیچیده و فضاهای چند بعدی بر طبق هندسه اقلیدسی همانطور که دکارت گفته است « تمدن و کار در شرایطی است که تصور را بسیار خسته می سازد ». علاوه بر این نیازهای کمی علم فقط می تواند با توصل نهائی به حساب بر طرف کردد.

با این حال هندسه تعلیق و معنی به فرمولها می دهد. هندسه منشاء عمده ثروت و باروری مکاشفه است که به نوعی خود نیروی آفرینش برای ریاضیات می باشد. بسیاری از ریاضیدانان به صورت طرحهای هندسی فکر می کنند، حتی وقتی سازمان تحلیلی غامضی که ارائه می شود هیچ اثر و نشانه هندسی نداشته باشد. هنوز می توان به این گفته افلاطون اعتقاد داشت که « هندسه روح را به سوی حقیقت می کشاند ».

شاخه دیگری از ریاضیات که امروزه فعالانه ادامه داده می شود هندسه جبری است. دویست سال پیش این موضوع از هندسه مختصاتی متزع گشت و به مطالعه مختصهایی که پیچیده تر از مقاطع مخروطی هستند و معادلات آنها از درجه دوم بیشتر است اختصاص یافت. از اواخر قرن نوزدهم قلمرو صحیح هندسه جبری مطالعه خواص منحنیه اسطوح واشکالی بود که بیش از سه بعددارند و بواسطه معادلات جبری تعریف می شوند و تحت تبدیلات گویا نامتفاوت می مانند چنین تبدیلاتی شکل را بیش از هندسه تصویری و کمتر از تبدیلات توپولوژی متصرف می سازند.

ریاضیدانان در حالی که تسلیم به مشکل طلبی و جبری ساختن شده‌اند مختصات با مقادیر مختلف و حتی مختصات با مقادیر هیأت جبری (مقالات جبر در دنیای امروز و اعداد) رادر معادلات هندسه جبری دخالت داده‌اند. در تئیجه معادله ساده $x^2 + y^2 = z^2$ که به ازاء مقادیر حقیقتی x و y یک دایره است و قبل از مورد بحث قرار گرفت می تواند نماینده یک سطح پیچیده «رین» یا شکلی چنان غامض باشد که بسختی به تصور در آید. هندسه این منحنیها را تحمل می کند اما جبر در این میان زیبائی بیشتری پیدا می کند.

* * *

این بحث که هندسه به عنوان مطالعه خواص فضا واشکال واقع در فضای ممکن است تا اندازه‌ای رشد و تنوع و تجدید حیات هندسه و همبستگی شاخهای آنرا بایکدیگر و با قسمتهای دیگر ریاضیات روشن ساخته باشد. اما ماهیت کامل هندسه جدید را نمی نماید. اغلب گفته می شود که جبریک زبان است می توان گفت هندسه همین طور است.

امروز ریاضیدانان موضوع فضاهای محض را مورد مطالعه قرار داده‌اند و ممکن است از این عبارت استنباط شود که هدف، شامل فضاهای بسیار ایده‌آلی می باشد. این موضوع صحیح است اما مورد استعمال عمده نظریه فضاهای محض و در واقع هدفی که از نظر تاریخی انگیزه این مطالعه شده است تسریع استعمال طبقات توابع در آنالیز است. « نقاط » فضاهای محض، معمولاً توابع هستند و فاصله بین دو نقطه اختلافی است که بین دو تابع وجود دارد. بنابراین ممکن است به مطالعه توابعی چون x^2 و $3x^2$ و $2x^3 - x^5$ علاقمند باشیم و مقادیر این توابع را وقتی x از صفر یک تغییر می کنند بخواهیم. می توان فاصله بین هر دو تابع را بزرگرین اختلاف عددی بین آن دو تابع دانست و وقتی x جمیع مقادیر ممکن بین صفر و یک را اختیار می نماید. چنین فضاهای تابعی بینهایت بعدی است. فضاهای هیلبرت و فضاهای باناخ (Banach) که در باره آن امروزه صحبت می شود فضاهای تابعی هستند. از نقطه نظر ریاضی این توابع در موضوع آنالیز تابعی اهمیت دارند زیرا وسیله اساسی برای مکانیک کوانتوم می باشند.

چگونه مسئله‌ای را حل کنیم؟

ترجمه: ه. شریف‌زاده

تألیف: G. POLYA

بخش سوم

اطلاعات عمومی

در این بخش موضوعات مختلفی را مورد مطالعه قرار خواهیم داد. در هر شماره از مجله‌یکان یک یا چند مطلب مستقل از مطالب قبلی یا بعدی است، ترجمه می‌شود. از خوانندگان محترم انتظار داریم که نظریات و انتقادات خود را درباره لغات و تعاریفی که می‌شود ارسال فرمایند.

تماثل (تمثیل - شباهت) Analogy

۲- اگر در طرز تفکر خود به تمثال گرایش داشته باشیم، به همان اندازه که در بیان حقایق علمی و هنری مؤثر است در مقالات عادی روزانه و استنتاجات معمولی مفید خواهد بود و می‌توان این روش را در مرحل مختلف بکاربرد. اغلب تماثلهایی که بکار برده می‌شود مبهم، غیر صریح، ناقص یا روش ولی ناقص است و می‌توان با زحمت و کوشش زیاد آن را به مرحله دقیق ریاضی رسانید. هر نوع تمثالی می‌تواند در کشف جواب رلی را بازی کند، بنابراین نباید از هیچیک صرف نظر کرد.

۳- وقتی که می‌خواهیم مسئله‌ای را حل کنیم باید به آنچه که ما را به کشف مسئله‌ای تمثال راهنمایی می‌کند توجه کامل داشته باشیم. در یکی از گفتگوهای قبلی مسئله اصلی تعیین قدر یک مکعب مستطیل بود. با توجه به مسئله‌ای تمثال، یعنی تعیین قطریک مستطیل، توانستیم به حل مسئله اصلی نایل شویم. در اینجا نیز مسئله‌ای از همان نوع بررسی می‌کنیم:

هر گز نقل هر می‌همگن را پیدا کنید. اگر هیچ اطلاعی از حساب جامعه (محاسبات منوط به توابع اولیه) نداشته باشیم و فقط مختصری فیزیک بدانیم، حل مسئله چندان ساده نخواهد بود. در عصر ارشمیدس و حتی در زمان لیونارددو اوینچی Léonard de Vinci

تمثال نوعی تشابه است. اشیای مشابه در بیشتر حالات با یکدیگر تطبیق می‌کنند، در حالی که اشیای متماثل در بعضی از نسبتها یی که بین اجزایشان برقرار است تطابق دارند.

۱- مستطیل با مکعب مستطیل متماثل است. در حقیقت روابطی که بین اضلاع مستطیل برقرار است شبیه روابطی است که بین وجهه مکعب مستطیل برقرار است. هر ضلع مستطیل جز با یک ضلع دیگر متوازی نیست؛ و بر بقیه اضلاع عمود است.

هر وجه مکعب مستطیل جز با یک وجه دیگر متوازی نیست؛ و بر وجهه دیگر عمود است.

بدنبیست که هر ضلع مستطیل را یک «جزء حدی» بنامیم و همین نام را هم به هر وجه مکعب مستطیل بدهیم. حالا سعی می‌کنیم که دو جمله بالا را در یک جمله بیان کنیم:

هر «جزء حدی» جز با یک جزء حدی دیگر متوازی نیست؛ و بر سایر اجزاء حدی عمود است.

در بالا ضمن مقایسه دو مجموعه اشیاء روابط مشترکی را آنها را نیز بیان کردیم. این دو مجموعه معین مستطیل و مکعب مستطیل، به علت اشتراک در بعضی از روابط، با یکدیگر متماثلند.

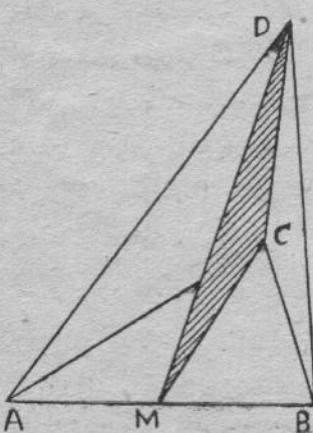
در حل مسئله نمونه فرض کردیم که مثلث ABC از رشته‌هایی به موازات یکی از اضلاعش ، مثلا AB ، تشکیل شده است. اکنون می‌توانیم فرض کنیم که هر مربع ABCD از رشته‌هایی موازی با یال AB تشکیل شده است.

اواسط رشته‌هایی که در صفحه مثلث واقعندروی میانه‌ای است که رأس C را به M وسط AB ، ضلع مقابل C ، وصل می‌کند. اواسط رشته‌هایی که هر مربع را تشکیل می‌دهند روی صفحه‌ای می‌باشند که از M وسط AB و CD یال مقابل آن می‌گذرد (مطابق شکل پائین).

ما این صفحه ، یعنی MCD ، را صفحه میانی هرم می‌نامیم.

در مسئله مثلث سه میانه داشتیم که هر یک می‌بایستی شامل مرکز تقلیل مثلث باشد بنابراین سه میانه می‌بایستی از یک نقطه بگذرند که عیناً مرکز تقلیل مثلث می‌باشد. در مسئله هرم شش صفحه میانی ، نظیر MCD ، داریم که از یک یال و وسط یال مقابل می‌گذرد ، و مرکز تقلیل جسم در هر یک از آنها می‌باشد. پس این شش صفحه باید از یک نقطه بگذرند که عیناً مرکز تقلیل مورد جستجو است.

۶- به این ترتیب مسئله مرکز تقلیل هرم همگن حل شد. منتها برای اینکه حل کاملتر شود. لازم است که به کمک هندسه، و مستقل از تمام اطلاعات مربوط به مکانیک ، تحقیق کرد که عملاً شش صفحه میانی از یک نقطه می‌گذرند . همان طور که پس از حل مسئله مرکز تقلیل مثلث همگن که سه میانه مثلث از یک نقطه می‌گذرند. لازم بود که تحقیق کنیم که سه میانه مثلث از یک نقطه می‌گذرند. برای تکمیل حل مسئله هرم مجدداً به مسئله متماثل آن یعنی مثلث می‌پردازیم (که اکنون فرض می‌کنیم که حل شده است) . عملاً واضح است که سه صفحه میانی از سه یال DA و DC و DB یعنی از رأس D می‌گذرند . هر یک از آنها از وسط یال مقابل نیز می‌گذرد (صفحة میانی که از DC می‌گذرد



از نقطه M نیز می‌گذرد به شکل مراجعت کنید). پس این سه صفحه ، صفحه مثلث ABC را ، روی سه میانه این مثلث قطع می‌کنند . قبلاً دیده‌ایم که این سه میانه یکدیگر را در یک نقطه تلاقی می‌کنند . بنابراین سه صفحه . یعنی فوق الذکر

به این ترتیب اگر بخواهیم این مسئله را ، با کمترین معلومات قبلی ، حل کنیم باید مسئله متماثل و ساده‌ای را جستجو کنیم : مسئله‌ای از هندسه مسطوح که به فکر ما رسید چنین است :

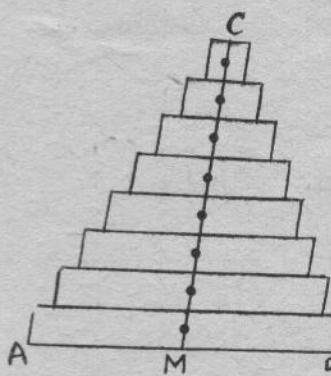
مرکز تقلیل مثلثی همگن را پیدا کنید

اکنون به جای آنکه به یک سوال جواب دهیم باید بدوسوال پاسخ دهیم ، با وجود این ، اگر ثابت کنیم که بین آنها رابطه‌ای وجود دارد ، کار ما ساده‌تر خواهد بود.

۴- برای چند لحظه از مسئله اصلی ، یعنی مسئله هرم ، صرف نظر می‌کنیم و مسئله ساده مثلث را که با آن متماثل است بررسی می‌کنیم . برای حل این مسئله ابتدا باید معلومات مختصری درباره مرکز تقلیل کسب کنیم . اصل موجهی که طبیعتاً به مغز خطور می‌کند چنین است :

اگر یک مجموعه از جرم‌های داشته باشیم که مرکز تقلیل همه آنها روی یک صفحه باشد ، مرکز تقلیل مجموعه S نیز روی همان صفحه است.

قبول این اصل معلوماتی را که در حل مسئله مثلث مورد نیاز مابود به ما می‌دهد می‌توانیم فرض کنیم که مثلث از عده زیادی رشته‌های باریک تشکیل شده است (نوارهای بسیار نازکی می‌بریم که هر یک را متوازی الاضلاع بینهایت باریکی می‌توان تصور نمود) که همه آنها با قاعدة مثلث متوازی هستند (صلع AB در شکل) . مرکز تقلیل هر رشته (یا هر متوازی الاضلاع) مسلماً در وسط آن می‌باشد . و تمام این مراکز برخطی واقعند که رأس C را به M وسط AB ، وصل می‌کنند .



هر صفحه‌ای که از میانه CM مثلث می‌گذرد شامل تمام مراکز تقلیل رشته‌های متوازی است که مثلث را تشکیل داده‌اند. این نتیجه ممکن است فوراً بهما تلقین کند که مرکز تقلیل مثلث در وسط این میانه است . ولی این روش را برای دومین دیگر مثلث نیز بکار می‌بریم و نتیجه می‌گیریم که مرکز تقلیل مثلث نقطه تقاطع

مشترک این سه میانه است.

اکنون باید به کمک هندسه ، و مستقل از مکانیک ، تحقیق کرد که سه میانه مثلث از یک نقطه می‌گذرند .

۵- پس از مثلث نوبت به مسئله هرم می‌رسد که نسبتاً ساده می‌باشد . هم اکنون مسئله متماثل با آن را حل کردیم و بنابراین نمونه‌ای برای کاردادیم .

معمولانه نتیجه‌ای که از استنتاج تمثیلی بدست می‌آید عادی و بدون شک مفید است. این نتیجه را ممکن است به کمک تجربه یا استدلال کاملاً موجز تأیید نمود. شیمیدان داروهای معینی در اروی حیوانات آزمایش می‌کند و به کمک تماثل نتایج آن رادر مورد انسان پیشگویی می‌کند. در اینجا به مناسبت موضوع مطلبی به خاطرم رسید که بدنیست آن را شرح دهم. روزی کودکی را راهنمایی کردم که سگ‌دلیندش را به یک دامپزشک نشان دهد. کودک پرسید:

دامپزشک چه کسی است؟

— دکتر حیوانات.

دکتر حیوانات چه نوع حیوانی است؟

۹- نتیجه‌ای که از مقایسه حالات متعددی بدست می‌آید استخواندار تراز نتیجه‌ای است که از مقایسه حالات کمتری بدست می‌آید. معدن‌کیفیت مهمتر از کمیت است. تماثلات دقیق با ارزشتر از تماثلات مبهم است.

در قسمت ۸ حدسی درباره مرکز ثقل هرم زدیم که مبنی بر تماثل زیر بود: مسئله هرم شبیه است به مسئله مثلث. این حدس را می‌توان به کمک مسئله تماثل دیگری تأیید نمود. و این مسئله درباره یک میله باریک همکن است (یعنی قطعه‌ای راست با چگالی یکنواخت). مسائل منبوط به میله، مثلث، و هرم را از جهات مختلف مقایسه می‌کنیم. میله، مثلث، و هرم بترتیب خط، صفحه، و فضای اشغال کرده‌اند. از نظر شکل ظاهری قطعه خط، که فقط یک بعد دارد، ساده‌تر از مثلث یا هر چند ضلعی دیگر است و مثلث ساده‌تر از هرم یا هر چند وجهی دیگر است.

یک قطعه خط دارای دو جزء حدی صفر است (دوازهای آن) و یک بعدی است.

در مثلث. سه جزء حدی صفر وجود دارد (سرأس آن) و سه جزء حدی یک بعدی وجود دارد (سه ضلع آن) و بطور کلی دو بعدی است.

هرم دارای چهار جزء حدی صفر می‌باشد (چهار رأس آن) و چهار جزء حدی یک بعدی دارد (عیال آن) چهار جزء حدی دو بعدی دارد (۴وجه آن) و بطور کلی سه بعدی است. این اعداد را در جدولی خلاصه می‌کنیم. اعدادی که در هر سطون نوشته می‌شود اجزایی را نشان می‌دهد که بعد آنها بترتیب صفر و یک و دو و سه می‌باشد و اعداد روی یک سطر بترتیب مرتبطند به قطعه خط، مثلث، هرم:

| | |
|---|---|
| ۲ | ۱ |
| ۳ | ۳ |
| ۴ | ۶ |

این اعداد مقطعی از مثلث پاسکال (این مثلث را به مناسبی مثلث پاسکال - خیام نامیده‌اند. م) را به خاطر می‌آورده که به کمک آن می‌توان ضرایب قوای دو جمله‌ای را تعیین کرد:

هم در نقطه D مشترکند و هم در نقطه تلاقی میانه‌های مثلث ABC یعنی این سه صفحه در یک خط مشترکند.

به این ترتیب ثابت شد که سه صفحه از شش صفحه میانی که از رأس D می‌گذرند در یک خط مشترکند. همین موضوع را می‌توان در مورد سه صفحه میانی دیگر که از A با B با C می‌گذرند ثابت نمود. با توجه به اینکه بین این اعمال مختلف روابطی مناسب وجود دارد می‌توان ثابت کرد که این شش صفحه میانی دارای یک نقطه مشترک می‌باشد.

۷- در قسمتها ۵ و ۶، به منظور حل مسئله‌ای راجع به هرم، مسئله‌ای متماثل و ساده را باکار بردم که عبارت بود از مسئله‌ای در باره مثلث. معدنک این دو قسمت از جنبه مهمی باهم اختلاف داشتند. در قسمت ۵ روشی را باکار بردم که برای حل مسئله متماثل و ساده استفاده کرده بودم و بدین منظور آن را قدم به قدم تعقیب نمودیم. در قسمت ۶ نتیجه‌ای که از حل مسئله متماثل و ساده بدست آمده بود مورد توجه واقع شد. در این موردکاری نداشتیم که چگونه این نتیجه بدست آمده است. اغلب می‌توان هم روش وهم نتیجه‌ای را که از حل یک مسئله بدست آمده است مورد استفاده قرارداد. در مثالی که قبلازدیم اگر فرض کنیم که قسمتها ۵ و ۶ از جهای مختلف حل یک مسئله در این صورت هر دو عمل را انجام داده‌ایم یعنی هم روش وهم نتیجه مسئله متماثل را در حل مسئله داده شده باکار برده‌ایم. البته در حل مسائل مشکل اگر روش و نتیجه را با هم باکار بریم بهتر است. بخصوص که جواب مسئله متماثل همیشه نمی‌تواند فوراً برای حل مسئله اصلی باکار رود. به این ترتیب لازم است که به حل مسئله متماثل مجددآ توجه کرد، تغییرات یا تبدیلاتی در آن داد و مسائل دیگری را جستجو کرد تا بالآخره راهی پیدا شود که به مسئله اصلی منتهی شود.

۸- وقتی که امکان داشته باشد، پیشگویی نتیجه یاحداقل بعضی از مشخصات آن، به طریقی که کما بیش موجه باشد، مفید است: این نوع پیشگویی، اغلب، مبتنی بر تماثل است. مثلاً چون می‌دانیم که مرکز ثقل یک مثلث همگن بر مرکز ثقل سه رأس آن منطبق است (یعنی مرکز ثقل سه نقطه مادی . به جرم متساوی ، که در رؤوس مثلث قرار گرفته‌اند) می‌توانیم حدس بزنیم که مرکز ثقل یک هرم همگن نیز منطبق است بر مرکز ثقل چهار رأس آن.

این نتیجه گیری را «استنتاج تمثیلی» گویند، بافرض اینکه مثلث و هرم از جهات مختلف با هم شاخص دارند نتیجه می‌گیریم که از این یک جهت نیز مشابهند. اگر توجه به چنین حدسیات موجه مسخره باشد، بحث درباره کوچک‌شمردن آن احتمانه و خیلی هم احتمانه است.

Simplex Sigillum Veri است)

[نتیجه اخیر مارا بر آن می دارد که استدلال خود را در باره n بعدیها می قبول کنیم. احتمال بسیار کمی است که دستوری که برای سه بعد اولیه، یعنی $1, 2, 3 = n$ ، درست باشد برای مقادیر بالاتر n قابل قبول نباشد. این حدس که آن را استدلال استقرایی می گوییم نشان می دهد که استقراء و استقرای ریاضی بحث خواهد شد]

[موضوع اخیر را با توجه به حالات مهم تماش ختم می کنیم .

(I) دومجموعه S و S' مشکل از اجزای ریاضی بین هم رابطه زیر را دارند : بعضی از نسبتها بین اجزای S از همان قوانین طبیعتی کنند که نسبتها بین اجزای S' .

چنین تماشی بین S و S' را در قسمت (۱) شرح دادیم.

در آنجا S اضلاع مستطیل و S' وجه مکعب مستطیل بود.

(II) اجزای دو مجموعه S و S' پرتبیب در بعضی از نسبتها با یکدیگر منطبقند . به عبارت دیگر اگر نسبتی بین اجزای يك مجموعه وجود داشته باشد همین نسبت بین اجزای نظری از مجموعه دیگر وجود دارد. داردن چنین رابطه ای، که بین اجزای دو مجموعه وجود دارد، نوع مخصوصی است از تماش که آن را معمولا همشکلی (یا همشکلی کامل الوجوه) گویند.

(III) اجزای دو مجموعه S و S' چنان منطبقند که بعضی از اجزای S منطبق بر بیشتر اجزای S' می شود و در بیشتر روابط با یکدیگر تطبیق می کنند. چنین رابطه ای را همشکلی غیر کامل الوجوه (یا هم ریختی ناسند) (در شاخه های مختلفی از علوم بخصوص مطالعه پیشرفت های ریاضی و نیز در تئوری های گروه اهمیت فراوان دارد). در حقیقت می توان همشکلی غیر کامل الوجوه بسیار دقیقی از تماش دانست .]

به این ترتیب شباهت جالبی بین خط ، مثلث ، و هرم بدست آورده .

۱۰- اگر بطور تجربی بفهمیم که بین اشیای مورد مقایسه رابطه کوچکی وجود دارد به کمک « استنتاج تمثیلی » : همان طور که دیدیم ، می توان نتیجه ای بدست آورد که در ارزش آن شک و تردیدی نیست .

هر کز نقل يك قطعه خط همگن منطبق است بر مرکز نقل دو انتهای آن . هر کز نقل يك مثلث همگن منطبق است بر مرکز نقل سه رأس آن . بنابراین به چه دلیل نسبت به این موضوع تردید داشته باشیم که هر کز نقل هرم منطبق است بر مرکز نقل چهار رأس آن ؟

همچنین هر کز نقل يك قطعه خط همگن جایی است که خط را به دو قسمت چنان تقسیم می کند که نسبت آنها به یکدیگر

برابر است با $\frac{1}{2}$.

هر کز نقل مثلث جایی است که پاره خطی را که رأس مثلث را به وسط ضلع مقابل وصل می کند به دو قسمت چنان تقسیم می کند که نسبت

بین آنها برابر است با $\frac{2}{3}$. چطور ممکن است نسبت به این

موضوع تردید داشت که هر کز نقل هرم جایی است که پاره خط واصل بین رأس هر کز و وجه مقابل را به نسبت $\frac{3}{4}$ تقسیم می کند ؟

ظاهرآ بنظر می برسد که حدسی که با این سوالات بدهن، خطور کرد غلط باشد یعنی گرچه منظم است ولی گمراه کننده است . در ریاضیات نیز مانند سایر علوم این عقیده ، که هر دستوری که موزون و ساده است فریبنده نیست ، راهنمایی است دقیق برای محقق . در زبان لاتین ضرب المثلی است که :

واژه هایی که در این مقاله بکار برده شده است.

Isomorphisme holoedre همشکلی کامل الوجوه

Isomorphisme meroedre همشکلی غیر کامل الوجوه

Homomorphisme = homeomorphisme هم ریختی

Inference par induction استدلال استقرای

Similarité تماش

Similaire مشابه

median میانی

Induction استقراء

Isomorphisme همشکلی

راهنمایی حل

مسائل مقدماتی هندسه

Résolution des Problèmes élémentaires de géomtrie

تألیف: E. J. Honnet . پاریس: چاپ هفتم . ۱۹۶۳ - ترجمه: ع. م.

-۵-

فصل یکم - چگونگی اثبات تساوی دو پاره خط

روش چهارم - استفاده از خواص متوالی اضلاع

تصویره - متوالی اضلاع فوق الذکر مستطیل است و CD با AB متساوی بوده از مرکز دایره خواهد گذشت.

مسئله ۸ - دایره O و یک نقطه A مفروض است. دایره به مرکز A و به شاعر AO را رسم کرده و شاعر AO را

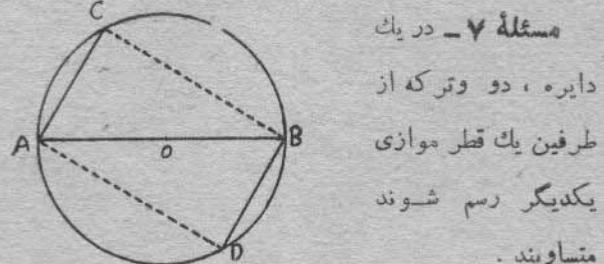
امتداد می‌دهیم تا این دایره را در D قطع کند. از نقطه دلخواه M واقع بر دایره O به نقاط P و Q متصل می‌کنیم تا QD و PC متساوی شوند. ثابت کنید که $MB = DC$

فرض: $\left\{ \begin{array}{l} \text{دایره } A \text{ بر } O \text{ می‌گذرد} \\ \text{دایره } B \text{ بر } O \text{ می‌گذرد} \end{array} \right.$

حکم: $MB = DC$

اثبات - چنانچه در بخش اول توضیح دادیم رسم دقیق

الف - در هر متوالی اضلاع، دو ضلع مقابل متساویند:



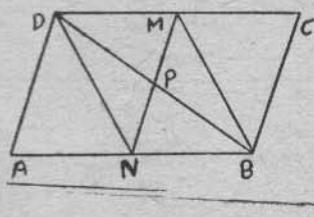
فرض: $\left\{ \begin{array}{l} AB \text{ قطر دایره است} \\ AC \parallel BD \end{array} \right.$

حکم: $AC = BD$

اثبات - خطوط AD و BC را رسم می‌کنیم. زاویه‌های C و D که محاطی و روپرتو به قطر هستند قائم‌اند و خطوط AD و CB که بر دو خط متوالی عمود هستند با یکدیگر موازی‌اند بنابراین چهارضلعی $ACBD$ متوالی اضلاع است و AC و BD دو ضلع مقابل از آن متساویند.

ب - در متوازی الاضلاع ، دو قطر منصف یکدیگرند .

این خاصیت مخصوصاً وقتی بکار می رود که خواسته باشد ثابت کنند یک نقطه وسط یک پاره خط می باشد :



مسئله ۹ - خطی که وسطهای دو مثلث متقابل متوازی الاضلاع را بهم وصل می کند از نقطه تلاقی دو قطر متوازی الاضلاع گذشته و در این نقطه نصف می شود .

$$\left. \begin{array}{l} AB = DC \text{ و } AB \parallel DC \\ AD = BC \text{ و } AD \parallel BC \\ DM = MC \text{ و } AN = BN \end{array} \right\}$$

فرض :

$$PD = PB \text{ و } PM = PN$$

اثبات - نقطه M را به B و نقطه N را به D وصل

می کنیم . چهارضلعی MDNB متوازی الاضلاع است زیرا $MD \parallel BN$ با BN موازی و مساوی است . نتیجه می شود که BD و MN دو قطع این متوازی الاضلاع منصف یکدیگر باشد یعنی خط BD از MN وسط P گذشته و در این نقطه نصف شود .

تمرینات

۳۵ - روی ساق AB از مثلث متساوی الساقین ABC

یک نقطه M بین A و B اختیار می کنیم و بر امتداد ساق AC از جهت C یک نقطه N چنان انتخاب می کنیم که $MB = CN$ و MN را رسم می کنیم . ثابت کنید که نقطه تلاقی BC و MN در وسط MN واقع است .

۳۶ - در یک دایره O قطر AB ووتر CD را موازی

با قطر و به اندازه شعاع دایره رسم می کنیم از M وسط OB خطی بر AB عمود می کنیم که دایره را در G تلاقی می کند . بطوری که G در طرفی از قطر واقع باشد که CD واقع نیست AB را به N وسط CD وصل می کنیم . ثابت کنید که قطر AB را به GN دو قسمت متساوی تقسیم می کند .

شکل نشان می دهد که چهارضلعی MBDC بايد متوازی الاضلاع باشد و فعلاً این موضوع را ثابت می کنیم . خط PQ وتر مشترک دو دایره بر خط AO خط المراکزین آنها عمود است و نتیجه می شود که دو کمان OQ و PO و همچنین دو کمان PD و QD متساویند زیرا :

$$MBD = \frac{1}{2}(PO + OCD)$$

$$MCD = \frac{1}{2}(QO + OBD)$$

چهارضلعی DCQO محاطی است و دوزاویه DCQ و QOD مکمل یکدیگرند ، از طرف دیگر در دایره O زاویه QOD مركزی مقابل به کمان QG است و چون کمان QG نصف کمان PGQ است بنابراین دو زاویه QOG و PMQ متساویند و نتیجه می شود که دو زاویه BMC و DCM مکمل یکدیگر می باشند یعنی دو خط MB و CD متوازیند و با توجه به - تساوی دو زاویه B و C نتیجه خواهیم گرفت که چهارضلعی $MBDC$ متوازی الاضلاع بوده و :

$$MC = DB \text{ و } MB = CD$$

تمرینات

۳۲ - از نقاط P و Q نقاط تلاقی دو دایره متقاطع O و O'

دو خط متوازی رسم می کنیم که دایره O را در M و N دایره O' را در M' و N' قطع می کنند ثابت کنید :

$$MM' = NN' \text{ و } MN = M'N'$$

۳۳ - در مثلث مفروض ABC نیمساز زاویه B را رسم می کنیم که ضلع AC را در D قطع می کند . و از D موازی AB رسم می کنیم که BC را در E قطع می کند و از E به - موازات AC رسم می کنیم که AB را در F تلاقی می کند . ثابت کنید که $AF = BE$.

۳۴ - مثلث ABC مفروض است . میانهای AD و

BE و CF را رسم می کنیم و از نقطه D قطعه خط DG را موازی و مساوی با BE رسم کرده نقاط A و G را به هم وصل

$$AG = CF \text{ می کنید که ثابت کنید }$$



مسائل امتحانات ثلث دوم دبیرستانها

بقیه از شماره گذشته

مسائلی که تا دهم اردیبهشت به اداره مجله و اصل شده است دراین شماره چاپ می‌شود



۳- نامعادله زیر را حل کنید :

$$\frac{x^2 - x + 9}{x^2 + 5x + 6} > 1$$

۴- معادله پارامتری درجه دوم زیر مفروض است .

$$(m-2)x^2 - 2(2m-3)x + 4m - 3 = 0$$

اولاً - در وجود و علامت ریشه‌های معادله فوق بحث کنید .

ثانیاً - اگر x' و x'' ریشه‌های معادله فوق باشند m را طوری تعیین کنید که داشته باشیم :

$$x' \cdot x'' - x' - x'' = 2$$

ثالثاً - رابطه مستقلی از m بین ریشه‌های معادله پیدا کنید .

دبیرستان فرهنگ اهواز

دبیر: نجفی، فرستنده سید احمد حجتزاده

۵- معادله درجه دوم زیر مفروض است :

$$(m+2)x^2 + (3-m)x - m - 1 = 0$$

۱- اولاً m را طوری پیدا کنید که معادله دارای دوریشه قرینه باشد .

ثانیاً یک ریشه معادله عکس قرینه ریشه دیگر باشد .

۲- بر حسب مقادیر مختلف m در وجود و علامت ریشه‌های معادله بحث کنید .

۳- رابطه مستقلی از m بین ریشه‌های معادله بدست آورید .

۴- m را طوری پیدا کنید که مجموع مربعات ریشه‌ها مساوی K باشد و در وجود جواب برای m بر حسب مقادیر K بحث کنید .

۵- معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن 2 برابر ریشه‌های معادله فوق باضافه 1 باشد .

۶- حدود m را طوری بیاید که عبارت :

$$\frac{x'}{2} - \frac{x''}{2} + x'x''$$

ثبت باشد .

حبر چهارم ریاضی

دبیرستان امیرکبیر زنجان - فرستنده: احمد صفری

۶- معادله درجه دوم

$$(2m-1)x^2 + 2(1-m)x + 3m = 0$$

مفروض است .

اولاً m را طوری تعیین کنید که دو ریشه عکس یکدیگر باشند و هر دو ریشه را حساب کنید .

ثانیاً مطلوبست مقدار m بقسمی که :

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = 1$$

باشند دراین حالت نیز هر دو ریشه را حساب کنید .

۷- معادله درجه دوم :

$$x^2 - (2m+3)x + 3m + 8 = 0$$

مفروض است .

اولاً m را طوری پیدا کنید که یکی از ریشه‌ها مثلاً $x' = 3 + 2\sqrt{2}$ باشد .

ثانیاً ریشه دیگر را حساب کنید .

۸- مطلوبست حل و بحث دستگاه زیر :

$$\begin{cases} (a-b)x + (a+b)y = a \\ (a^2 - b^2)x + (a^2 + b^2)y = a^2 \end{cases}$$

۹- کسری پیدا کنید که اگر آنرا با معکوسش جمع کنیم

حاصل جمع 2 واحد بیشتر از کسر $\frac{16}{22}$ باشد .

دبیرستان فرخی آبادان

دبیر: بیداریان - فرستنده: علی - ابراهیمی

۱۰- مطلوبست حل دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر :

$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ 2y - z + 13 = 0 \\ x - 2z + 7 = 0 \end{cases}$$

همه حساب چهارم ریاضی

دیبرستان ابن سینا آبادان

دیبر: دیلمقانیان - فرستنده: علی - ابراهیمی

۹- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید:

$$(1) \quad 5\log x - \log 288 = 3\log \frac{x}{2}$$

$$(2) \quad \frac{\log(35-x^2)}{\log(5-x)} = 3$$

۱۰- مطلوب است تعیین x از رابطه زیر:

$$7+7^{-x} = \frac{50}{7}$$

۱۱- به ازاء چه مقادیری از m معادله دارای ریشه‌های حقیقی است؟

$$x^2 - 4x + \log m = 0$$

۱۲- ثابت کنید که لگاریتم $\left(\frac{3}{2}\right)^{1000}$ از 176 بزرگتر است.

دیبرستان پهلوی قزوین

فرستنده: محمد حاجی شفیعیها

۱۳- ثابت کنید که اگر a و b و c بترتیب تشکیل تصاعد هندسی دهنده لگاریتمهای این اعداد در هرمیتی تصاعد عددی تشکیل خواهند داد.

۱۴- کسر مولعد عدد اعشاری متناوب مرکب $0.002424\dots$ را بدون استدلال تعیین کنید.

۱۵- سه عدد صحیح تشکیل تصاعد هندسی میدهند اگر به عدد وسطی یک واحد بیفزاییم سه عدد حاصل تشکیل تصاعد عددی میدهند و اگر در سه عدد اخیر $4/5$ واحد به سومی اضافه کنیم مجددآ تشکیل تصاعد هندسی خواهند داد این سه عدد را حساب کنید.

۱۶- معادله زیر را حل کنید.

$$\log_2(\sqrt[2]{2+x} + \sqrt[2]{2-x}) - \log_2(\sqrt[2]{2+x} - \sqrt[2]{2-x}) = 1$$

۱۷- دستگاه زیر را کنید.

$$\begin{cases} \log x + \log z + \log 2 = \log(2x + 4z) - \log 8 \\ \log y + \log x + \log 3 = \log(2x + 3y) - \log 4 \\ \log z + \log y + \log 4 = \log(3y + 4z) - \log 6 \end{cases}$$

۱۸- علامت کسر زیر را تعیین کنید.

$$\frac{(x^2 + 3x - 2)(-x^2 + 3x - 3)}{(-x^2 + 3x + 1)(4x^2 - 4x + 1)}$$

۱۹- حدود m را طوری تعیین کنید که نامعادله زیر به ازاء جمیع مقادیر x برقرار باشد.

$$(m-2)x^2 - 3x - 4 < 0$$

۲۰- معادله درجه دومی تشکیل دهد که بین ریشه‌های آن روابط زیر برقرار باشد.

$$\begin{cases} x''x'' + x''x' + x'x'' = 1 \\ x'(x'-1) + x''(x''-1) + 2x'x'' = 2 \end{cases}$$

دیبرستان فیوضات مشهد

دیبر: مزیدی - فرستنده: محسن مخلی

۲۱- معادله درجه دوم:

$$mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$$

مفروض است.

۲۲- بین ریشه‌های معادله رابطه‌ای بیناید که مستقل از m باشد.

۲۳- به ازاء چه مقادیر m رابطه:

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = m$$

بین ریشه‌های معادله برقرار است.

۲۴- در وجود علامت ریشه‌های معادله درجه دوم بر حسب مقادیر مختلف m بحث کنید.

۲۵- نامعادله زیر را حل کنید:

$$\frac{2+2x-x^2}{(x-3)(x-4)} < 2$$

۲۶- معادله درجه دوم:

$$x^2 - ax + 12 = 0$$

مفروض است a را چنان تعیین کنید که رابطه:

$$x''^2 - x''^2 = 7$$

بین ریشه‌های معادله برقرار شود.

۲۷- هر گاه x' و x'' ریشه‌های معادله درجه دوم:

$$3x^2 - 2(m+1)x + m - 1 = 0$$

باشد.

۲۸- معادله درجه دومی تشکیل دهد که هر ریشه آن دو برابر ریشه معادله مفروض باشد.

۲۹- m را چنان تعیین کنید که رابطه زیر ما بین ریشه‌های معادله فوق برقرار باشد.

$$9x''x'' + 3x''^3 + 9x''x'' + 3x''^3 = 192$$

دیبرستان فردوسی رضائیه

دیبر: قهرمان صولتی - فرستنده: چنگیز ارومیه

۱- مطلوبست مجموع n جمله دشته زیر

$$(p+q)+(2p+q^2)+\dots+(np+q^n)$$

۲- در یک تصاعد هندسی جمله اول $\frac{1}{m}$ و قدر نسبت

باشد مجموع n جمله آنرا بنویسید و چه وقت این تصاعد

حد خواهد داشت به ازاء $m = 4$ باشد مجموع حد آنرا پیدا کنید.

۳- ثابت کنید این رابطه برقرار است.

$$\sqrt[5]{16} + \sqrt[3]{25} = 13$$

۴- معادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{x}{9} - \frac{x+2}{3} + \frac{20}{20} = 0$$

$$\log \frac{x}{\log 232} = 3$$

۵- دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{x-y}{2} \\ (2\sqrt{2}+3) = \sqrt{2}-1 \\ \frac{x}{2}-2y+2 \\ (9-4\sqrt{5}) = \sqrt{5}+2 \end{cases}$$

۶- دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \log_x \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \log_y \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{13}{4} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{y}} \end{cases}$$

دیبرستان فیوضات مشهد

دیبر: نیرومند - فرستنده: محسن مخلی

۱- جمله n ام و مجموع n جمله اول تصاعد:

$$\frac{n^2-1}{n}, \frac{n^2+1}{n}, \frac{n^2+2}{n}, \dots$$

را بدست آورید.

۳- یک سالن اجتماعات که ۳۰۰۳ نفر دارد طوری صندلیها

چیده شده اند که:

۶- معادله زیر را حل کنید.

$$2 \log 3 \times \log 3 = \log_3 \frac{4}{x}$$

۷- مربعی به ضلع a مفروض است دائرة محاطی آنرا رسم می کنیم و نقاط تمسیح را بیکدیگر وصل می کنیم تا مربع دیگر حاصل شود.

اولاً طول ضلع این مربع را بر حسب a حساب کنید.

ثانیاً اگر این عمل را به دفعات بیشمار ادامه دهیم حد مجموع محیطها و مساحتها مربعها و دایره محاطی را بدست آورید.

دیبرستان فخرخی آبادان

دیبر: مریمی - فرستنده: علی حاجی ابراهیمی

$$- ۹ \text{ می دانیم } 2/65331 = \log 451$$

اولاً بر طبق تعریف لگاریتم این تساوی چه معنی دارد؟

ثانیاً لگاریتم $451 = 2/65331$ اگر x ریشه یازدهم باشد لگاریتم x را پیدا کنید.

و معین کنید x چند رقم صحیح دارد.

رابعاً اگر لگاریتم ریشه هفتم x برابر $0/09333$ باشد x را بدست آورید.

۳- معادلات زیر را حل نمائید.

$$(1) \log \sqrt{5x+8} + \frac{1}{2} \log(2x+3) = \log 15$$

$$(2) \frac{x+1}{3} + \frac{18}{x} = 29$$

۴- دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را حل کنید.

$$\sqrt[2]{y-2} = \sqrt[2x]{z-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{z}$$

$$\frac{y-1}{2} = \frac{x-1}{16}$$

$$\log 3 = 0/477126 \quad \log 2 = 0/30103$$

می باشد. مطلوبست محاسبه لگاریتم اعداد زیر:

$$\frac{2}{15}, \frac{4}{754}, \frac{\sqrt[6]{16}}{\sqrt[8]{625}}$$

۲ را بقسمی تعیین کنید که در نقطه‌ای به طول ۲ دارای می‌نیمی
برابر ۱ — داشته باشد و به ازاء $y = x^2$ برابر ۱ شود.

۳ — اگر نقطه تقاطع منحنی $y = 2x^2 - 8x + 7$ با محور y ها و B نقطه‌ی نیم منحنی باشد مطلوبست مختصات نقطه C از منحنی که مماس بر منحنی در نقطه C موازی شود.

$$y = \frac{-x^2 + ax + b}{4}$$

اولاً ضرایب a و b که اگر از نقطه‌های تقاطع منحنی با محور x ها دو مماس بر منحنی رسم کنید نقطه M(۲ و ۲) محل تلاقی دو مماس باشد.

ثانیاً منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{4x - x^2}{4}$$

ثالثاً ثابت کنید که اگر از هر نقطه خط $y = 2$ دومماس بر منحنی فوق رسم کنیم زاویه بین این دومماس قائم است
۴ — مشتق توابع زیر را حساب کنید.

$$y = (3x - 2)\sqrt{\frac{x-1}{3x-2}}$$

$$y = 4\sin^2 x \cos \frac{x}{2} + \cot g \sqrt{x}$$

مثلثات پنجم ریاضی

دبیرستان بوسحاق کازرون

دبیر: معنویان — فرستنده: عبدالحمید ریاضی

$$x'' = \operatorname{tg} \beta \quad x' = \operatorname{tg} \alpha$$

ریشه‌های ادله درجه دوم

$$x^2 + px + q = 0$$

باشد عبارت زیر را بر حسب p و q حساب کنید:

$$\begin{aligned} \sin^2(\alpha + \beta) + p \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta) \\ + q \cos^2(\alpha + \beta) \end{aligned}$$

۳ — ثابت کنید که:

$$\operatorname{Arctg} x + \operatorname{Arctg} y = \operatorname{Arccos} \frac{1 - xy}{\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}}$$

۴ — مطلوبست تعیین رابطه‌ای بین a و b و c در صورتی که داشته باشیم:

$$\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c$$

اولاً تشکیل مثلث داده‌اند.

ثانیاً در ردیف اول یک نفر در ردیف دوم دو نفر در ردیف سوم

سه نفر همینطور تا آخر ... معین کنید ردیف‌های صندلیها که چیده شده‌اند در صورتی که در هر صندلی یک نفر قرار گرفته شده باشد.

۵ — فاصله دو شهر A و B ۴۰۵ متر است دو متحرک از این دو شهر در یک جهت و بطرف شهر C حرکت می‌کنند تعیین کنید این دو متحرک در چه مدت بهم می‌رسند در صورتی که متحرک شهر A در ثانیه اول ۷ متر حرکت در ثانیه دوم ۱ متر و در ثانیه سوم ۱۵ متر و ... و متحرک شهر B در ثانیه اول ۸ در ثانیه دوم ۱۱ در ثانیه سوم ۱۴ و ... طی می‌کند.

۶ — حد مجموع :

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{1}{2} \dots$$

را بدست آورید.

۷ — حد مجموع یک تصاعد هندسی ۶ و مجموع دو جمله اول و دوم $\frac{4}{5}$ است تصاعد را مشخص کنید.

۸ — عدد ۲۴۷ را به قسمت طوری تقسیم کنید که این سه عدد تشکیل تصاعد هندسی بدهند و تفاصل دو عدد آخر و اول ۱۵۲ باشد.

مسائل هندسه چهارم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیه
دبیر: رحیمی افشار — فرستنده: ارومیه

۹ — ثابت کنید در هر مثلث این رابطه برقرار است.

$$p' = r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a$$

۱۰ — از مثلثی ضلع BC و میانه و نیمساز زاویه A معلوم است مثلث را رسم کنید.

۱۱ — در یک چهارضلعی محاطی $AB = 2$ و $BC = 4$ و $CD = 8$ و $AD = 16$ باشد مطلوبست محاسبه اقطار و رسم چهارضلعی.

۱۲ — هر گاه در یک چهارضلعی مجموع مربعات دو ضلع مقابل با مجموع مربعات دو ضلع مقابل دیگر مساوی باشد ثابت کنید دوقطر برهم عمودند.

۱۳ — از مثلثی $B - C = \alpha$ و میانه AM و ضلع BC معلوم است مثلث را رسم کنید.

جبر پنجم ریاضی

دبیرستان نمونه اصفهان

دبیر افضل — فرستنده: محمدحسین موسوی

۱ — تابع $y = ax^2 + bx + c$ مفروض است a و b و c مفروض است

۳- مستطیل ABCD مفروض است از نقاط C و D خطوط Cx و Dy را بر صفحه مستطیل عمود می کنیم نقطه M را بر روی Cx و نقطه N را بر روی Dy قسمی انتخاب می کنیم که خطوط AN و BM متعامد باشند ثابت کنید که :

اولاً برصغیره مثلث ABM و AN بر صفحه مثلث ABN عمود است

ثانیاً ثابت کنید نقطه O وسط MN از نقاط A و B و M و N بیک فاصله است.

دیگر استادانش راز شبستر

دیگر: با همت - فرستنده: سعید فرشاد

۴- مطلوب است محاسبه حجم و سطح هشت وجهی منتظم بیال a.

۵- مطلوب است محاسبه حجم حادث از دوران مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع a و b و c حول وتر a.

۶- ثابت کنید در هر چهار وجهی سه قطعه خطی که اوساط بالهای متقابل را بهم وصل می کنند از یک نقطه G که در وسط هر یک از آنها واقع است می گذرد و همچنین خطوطی که رؤس چهار وجهی را به محل برخورد میانه های وجود مقابله وصل

می کنند از نقطه G می گذرد و G به فاصله $\frac{2}{3}$ از رؤس قرار دارد.

۷- صفحه P و خط l واقع در ان و نقطه A در خارج این صفحه مفروضند از نقطه A خطی چنان رسم کنید که خط l را قطع کرده و با صفحه P زاویه α بازد. (بحث)

شیوه پنجم ریاضی

دیگرستان تربیت تبریز

دیگر، محمد رسولزاده - فرستنده: گیتی اصل

۱- مخلوطی از کربنات فروکربنات روی به ورن M گرم مفروض است این مخلوط را بشدت تشوید می کنیم برای حل شدن اجسام با قیمانده ۱۷۰cc اسید کلر هیدریک نرمال مصرف می شود و هر گام گازهای حاصل از واکنش اول وارد محلول پتاش شود به وزن پتاش ۲/۶۴ گرم افزوده می گردد مطلوب است تعیین مقدار M.

۲- ۵/۸۳ گرم چدن ۴ درصد را در اسید سولفوریک گرم و غلیظ حل می کنیم حجم محلول حاصل را به ۱۰۵ سانتی متر مکعب رسانیده و ۱۰cm^۳ آنرا با آب مقطر تبخیر می کنیم ۰/۲۴۲ جسم بلورین بدست می آید بر ۱۰cm^۳ دیگر از محلول فوق تینه ای از آلومینیوم قرار می دهیم و بقیه محلول را

۴- معادلات زیر را حل کنید:

$$\cos 2x + 3\sin x + 1 = 0 \quad \text{الف}$$

$$\tan 2x = \tan x \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{ب}$$

$$\sin 2x + \sqrt{3} - 2\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0 \quad \text{ج}$$

۵- درستی برابریهای زیر را تحقیق کنید:

$$2\tan 2x = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} - \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} \quad \text{الف}$$

$$\frac{\sin 2a}{1 + \cos 2a} \times \frac{\cos a}{1 + \cos a} = \tan \frac{a}{2} \quad \text{ب}$$

$$\frac{\sin 2x - \tan x \cos 2x}{\cos 2x + \tan x \sin 2x} = \tan x \quad \text{ج}$$

۶- مطلوب است تعیین خطوط مثلثاتی کمان ۱۴۴۷/۵ و

همچنین محاسبه $\tan 4x$ و $\cot 4x$ بر حسب

۷- می دانیم که :

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad \text{cos}(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad \text{sin}(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

چرا؟

۸- در صورتی که بدانیم :

$$\tan \beta = \frac{5}{12} \quad \sin \alpha = \frac{7}{12}$$

باشد و زوایای α و β حاده باشند مطلوب است محاسبه هر یک از

عبارات زیر :

$$\tan[\pi - (\alpha + \beta)] \quad \text{ب} \quad \cos(\pi - \alpha + \beta) \quad \text{الف}$$

مسائل هندسه پنجم ریاضی

دیگرستان سعید العلاما

دیگر: نحوی - فرستنده: بختیار سلطانی

۱- مربع ABCD مفروض است خطوط Ax و By و Cz و Dt را بر صفحه مرربع عمود می کنیم بر روی Ax و Cz نقاط A' و C' را اختیار می نماییم از این دو نقطه صفحه ای مرون می دهیم تا By را در B' و Dt را در D' قطع کند. اولاً ثابت کنید که چهارضلعی A'B'C'D' متوازی الاضلاع است.

ثانیاً ثابت کنید که :

$$AA' + CC' = BB' + DD'$$

می باشد.

ثالثاً اگر AA' = CC' باشد ثابت کنید که چهار ضلعی

لوزی است.

اولاً - معادله این سهمی را بدست آورید و آنرا درهمان دستگاهی که هذلولی H را رسم کرده‌اید رسم کنید.
ثانیاً - طول نقطه برخورد سهمی را با محور طولها تعیین کنید.

۳- توابع اولیه، دوتابع زیر را بنویسید:

$$\begin{cases} y = \sin x + 2 \sin^2 x \\ y = x^2 - \frac{1}{x^2} + 2 \end{cases}$$

۴- تابع:

$$y = \frac{a \sin x}{1 - b \sin x}$$

مفروض است.

۱- a و b را طوری تعیین کنید که خط $x = \frac{\pi}{2}$ یکی از مجانبها ای منحنی تابع بوده، بعلاوه منحنی از نقطه $(1, \frac{\pi}{2})$ A بگذرد.

۲- منحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = \frac{\sin x}{1 - 2 \sin x}$$

را در فاصله $(0, 2\pi)$ رسم کنید.

دیبرستان فیروزبهرام: دیبر: بهنیا

۱- در تابع:

$$y = x^2 + ax^2 + bx + c$$

ضرایب را چنان تعیین کنید که منحنی در نقطه‌ای بطول $(1, -)$ ماکریمه برابر 4 داشته و نقطه عطف منحنی روی محور y باشد.

۲- نقاط $(5, -1)$ و $(1, -1)$ و $(-1, 1)$ دورأس هذلولی است ده یکی از مجانبها ای آن به معادله:

$$4y + 3x = 5$$

می‌باشد معادله هذلولی را بنویسید:

۳- نقاط $(5, -1)$ و $(1, -1)$ و $(-1, 1)$ دو کانون

بیضی است که قطر اقصی آن $\frac{4}{5}$ قطر اطول آن است معادله بیضی را بنویسید.

۴- منحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = x^3 - 3x + 2$$

را رسم کنید.

۵- هذلولی:

$$16y^2 - 9x^2 - 64y - 18x = 89.$$

با 15 سانتی‌متر مکعب پرمنگنات پتاویم دسی فرمال ترکیب می‌دهیم.

اولاً - تعداد ذرات آب تبلور نمک متبلور را بدست آورید.

ثانیاً - اضافه وزن تیغه آلومینیوم را محاسبه نمائید.

ثالثاً - تعیین کنید برای خنثی نمودن بقیه محلول پرمنگنات چند cm^3 SH_2O لازم است.

دیبرستان هدایت سندج

دیبر: برآجی - فرسنده: داش عمرانی

۱- گرم از یک سنگمعدن شامل اکسیدفریک-اکسید فرو - اکسید نیکل و مواد ناخالصی را در اسید کلریدوریک حل نموده حجم محلول بدست آمده را به صد cc می‌رسانیم و بر 50cc از محلول فوق آمونیاک اضافه می‌کنیم وزن رسوبهای حاصل $1/97\text{g}$ می‌شود این رسوبها را در اسید سولفوریک حل می‌کنیم محلول حاصل می‌تواند 25cc محلول پرمنگنات دوپیاس اسید سولفوریک دار به فاکتورهای $1/4$ و $1/3$ بر 50cc باقیمانده سولفور آمونیم اضافه کنیم وزن تمام رسوبهای بدست آمده $2/72\text{g}$ می‌شود نسبت درصد هریک از اکسیدهای فوق و مواد ناخالصی را در سنگمعدن محاسبه نمائید.

کلاس ششم طبیعی

جبیر و مثلثات

دیبرستان طباطبائی - دیبر: عاطفی

۱- دو خط:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 5 \\ y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \end{cases}$$

مجانبها هذلولی (H) هستند - در صورتی که خط:

$$FF' = 2\sqrt{13}$$

موازی با محور عرضها باشد معادله هذلولی را نوشته و رسمش کنید.

۲- خط $x = \frac{1}{2}$ هادی و نقطه $(2, \frac{3}{2})$ F' کانون

سهمی (C) می‌باشد.

کلاس ششم ریاضی

جبر

دیبرستان شماره ۱ آذر - دیبر: موسی آذرنوش

-۱ a و b را در تابع :

$$y = \sqrt{\frac{ax^2 + bx}{x+3}}$$

چنان تعیین کنید که خط مجانب منحنی y در شاخه $-\infty$

$$\text{خط } \frac{3}{2}y = -x + \text{شود.}$$

$$y = x^2 + bx + \frac{4}{x} \quad \text{- تابع.}$$

مفروض است.

اولاً مقدار b را چنان تعیین کنید که منحنی آن در نقطه
طول ۲ مینهم داشته باشد.
ثانیاً - منحنی نمایش :

$$y = x^2 - 2x + \frac{4}{x} \quad \text{را رسم کنید.}$$

-۳ اولاً جدول تغییرات و منحنی نمایش تابع :

$$y = \frac{x-1}{4x^2 - 4x + 1}$$

را تعیین و رسم کنید.

ثانیاً سوی تقر و نقطه عطف آنرا تعیین نمائید.

-۴ علامت و ریشه عبارت :

$$x+2 + \sqrt{-x^2 - 4x}$$

را بدست آورید جدول تغییرات و منحنی :

$$y = x - \sqrt{-x^2 - 4x}$$

را تعیین و رسم کنید.

دیبرستان ادب

دیبر: طاهری - فرستنده: علی نقی مشایخی

$$y = \frac{ax^2 + bx - 9}{x^2 + cx + d} \quad \text{- تابع :}$$

مفروض است.

ضرایب a و b و c و d را طوری تعیین کنید که خطوط
 $x=0$ و $x=2$ مجانب های منحنی فوق بوده و منحنی در نقاط
A(۲) و ۲ ماکریم یامینیم باشد.

-۵ جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع (C) :

را مشخص و رسم کنید.

-۶ بیضی :

$$16y^2 + 25x^2 + 50x - 64y = 311$$

را مشخص و رسم کنید.

-۷ معادله مثلثاتی :

$$2 \sin x \cos x = \cos 2x - 1$$

را حل کرده جوابهای کلی و جوابهای بین (π و 0) را بدست آورید.

-۸ منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{1}{2}(\sin 2x - \cos 2x + 1)$$

را در یک دوره تناوب رسم کنید.

تذکر - در هذلولی مختصات مرکز، رؤس - کانونها و معادلات مجانبها و در بیضی مختصات مرکز چهاررأس و کانونها را مشخص کنید.

مسائل شبیه

دیبرستان شاپوراسکو

دیبر: تقیزاده - فرستنده: عباسعلی مکاری

-۱ ۰/۶ گرم از یک جسم آلی مرکب از O و HCl را تجزیه می کنیم ۴۴۸cc گاز کربنیک و ۰/۳۶ گرم آب حاصل شده است از طرفی اگر $\frac{1}{8}$ کربن ملکولی جسم را به

CO_2 تبدیل کنیم ۱۲۵۰cc آب آهک به فاکتور ۴/۳ نرمال را خنثی می کند فرمول این جسم را تعیین کنید.

ثانیاً: اگر این جسم را با یک الکل اشباع شده یک ظرفیتی ترکیب کنیم اترسلی می دهد که جرم ملکولی آن ۱۰۲ می باشد فرمول گسترده جسم اولیه و گسترده های الکل مزبور را رسکرده و نام هریک را بنویسید:

-۲ ۰/۲۰ از یک محلول اوره را با سود حرارت می دهیم گاز حاصل را وارد ۵۰cc اسید سولفوریک نرمال می نمائیم باقیمانده اسید بتوسط ۱۵cc سود دو نرمال خنثی می گردد معلوم کنید در هر لیتر محلول چند گرم اوره وجود دارد.

$$f(x) = \frac{y}{y^2 - 1}$$

$$\frac{x^2 + 2x - 9}{x(x-2)} = y \text{ را رسم کنید.}$$

۴- در صورتی که $f(1) = 2$ باشد.

$$m = \tan \theta \text{ خط } D \text{ با ضریب زاویه } \theta$$

رسم شده و منحنی را در سه نقطه متمایز A و B و C باشیم.
کرده است فرض می‌کنیم $\overline{KC} = c$ و $\overline{KB} = b$ و $\overline{KA} = a$
باشد مطلوبست تعیین θ در صورتی که داشته باشیم:

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = \frac{1}{3}$$

دیبرستان پهلوی ساری

دبیر: آقای محمود مهران - فرستنده. ابراهیم حالی

$$y = \frac{mx^3}{mx^3 - (m^2 + 1)x + m}$$

منحنی (C) مفروض است:

۱- مکان هندسی نقاط تلاقی مجانب‌های تابع (C) را بدست آورید. و از آن خاصیتی را ذکر کنید.
و مقدار m را تعیین نمایید و قتنی که مجانبها در یک نقطه همیگر را قطع کنند در این صورت چه وضعی به وجود می‌آید؟

۲- جداول تغییرات و منحنی‌های توابع:

$$(C') \quad y = 2x + \frac{1}{x} \quad (C) \quad y = \frac{x^3}{(x-1)}$$

را درستگاه محورهای مختصات جدا گانه رسم کنید.

۳- فقط با استفاده از رسم منحنی اعداد ۲ و ۱ را با ریشه‌های معادله:

$$x^3 - mx^2 + 2mx - m = 0$$

مقایسه کنید نتیجه را در جدولی نشان دهید.

۴- اگر خط D بمعادله $y = ax + b$ منحنی (C') را در نقاط M و N قطع کند مکان هندسی نقطه P و سطح MN را بر حسب a بست آورید بنا بر آنکه b تغییر کند و حدود تغییرات b را تعیین کنید.

۵- اگر $b = 2a$ باشد و خط D محور عرضها را در نقطه A قطع کند مکان هندسی نقطه B مزدوج توافقی نقطه A را نسبت به دو نقطه M و N بست آورید.

$$6- مساحت S = a \sqrt{\frac{a+2}{a-2}}$$

کنید و مقدار a را تعیین نمایید ($b = 2a$)

۷- منحنی نمایش تغییرات تابع

$$y^2(x-2)^2 = x^2(x+2)$$

را رسم نمایید.

۴- در تعداد نقاط برخورد خط $y = k$ با منحنی (C) از روی شکل بحث کنید و نتیجه را در جدولی بنویسید.

۵- اگر نقاط برخورد خط $y = k$ با منحنی (C) و M_1 و M_2 فرض شود و نیز تصاویر این نقاط روی محور x ها به ترتیب H' و H باشد نقاطی را که روی محور x ها تعیین کنید که همواره حاصلضرب PH' . PH مقادیر ثابتی باشد.

۶- مکان هندسی نقطه N اوساط قطعه خطوطی M_1M_2 را تعیین کنید.

۷- معادله درجه دومی تشکیل دهد که ریشه‌هاش ضریب زاویه‌های OM و OM باشد چه وقت این دو خط در قائم O قائم می‌شوند.

۸- در قسمت (۶) به معادله به صورت:

$$k^2 - k^2 + 9 = 0$$

برهی خورید تعیین کنید این معادله درجه سوم دارای چند جواب است و بخصوص جهت تحدب و تقدیر منحنی به معادله:

$$y = x^3 - x^2 + 9$$

را تعیین نمایید.

۹- مطلوبست محاسبه توابع اولیه تابع

$$y = 2\sin^3 x \sin x + \sqrt{2x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$$

دیبرستان البرز

دبیر: دکتر منتصری - فرستنده: محمد وزیری

$$10- \text{تابع } y = \frac{x^4}{x^2 - 4x + \lambda}$$

مفروض است در این تابع P و Q نقاط تلاقی مجانب‌ها گرفته شده است. مثلث SOR را در نظر می‌گیریم (O مبدأ مختصات و نقطه R وسط پاره خط PQ و S و O ماکریم و می‌نی م تابع می‌باشند).

۱- مکان هندسی نقطه G مرکز نقل این مثلث را وقتی که پارامتر λ تغییر کند بست آورید.

۲- مطلوبست تعیین λ در صورتی که مثلث مذبور در رأس O قائم الزاویه باشد و در این وضع قوت نقطه K بعرض ۵-۵ واقع بر محور عرضها را نسبت بدایره محیطی این مثلث محاسبه کنید.

۳- به ازاء $\lambda = 3$ جدول تغییرات و منحنی نمایش تابع را رسم کنید.

۴- ازتابع نمایش منحنی مذبور تابع دیگری به صورت

مفروض اولاً یک ریشه بین $+1$ و -1 دو ریشه بین آنها باشد.

$$3 - \text{تابع } y = \frac{mx - 2m}{x^2 - 2m} \text{ مفروض است.}$$

الف : ثابت کنید بازاء جمیع مقادیر m منحنی نمایش تغییرات تابع فوق بر خط ثابتی که معادله اش را تبیین خواهد کرد مماس است مختصات نقطه تماس و نقطه برخورد خط فوق را با منحنی تعیین کنید.

ب : ثابت کنید مکان هندسی نقاط ماکریم و مینیم تابع هر گاه m تغییر کند همواره روی خط مستقیم قرار دارد و همچنین ثابت کنید بازاء جمیع مقادیر m نقاط عطف تابع فوق همواره روی خطی که معادله اش را تبیین می کنید جا دارد.
ح : بازاء $m = m$ منحنی را رسم کنید.

$$4 - \text{جدول و منحنی تابع } y = \frac{x-1}{x^2 - 2x - 3} \text{ را رسم}$$

کنید و سطح محصور بین منحنی و خطوط $y=1$ و $x=4$ و $x=a > 4$ را بر حسب a حساب کنید و حد این سطح را وقتی که x بسمت ∞ میل می کند بدست آورید.

$$5 - \text{تابع } y = \frac{mx^2 - 2x + m}{x^2 + 5x + 4} \text{ مفروض است مقدار}$$

m را طوری تعیین کنید که تابع همواره نزولی باشد. آیا مقادیری برای m می توان یافت که در ازاء آنها تابع همواره صعودی گردد؟

ب : اگر خط $y = K$ منحنی را در نقاط M و M' و محور oy را در نقطه A قطع کند مختصات نقطه B مزدوج توافقی A را نسبت به M و M' پیدا کنید.

دیبرستان دین و دانش قم
فرستنده : محمدعلی لاجوردی

۶ - ثابت کنید دو منحنی :

$$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1 \quad x^2 - y^2 = 5$$

یکدیگر را بازیه قائم قطع می کنند.

$$7 - a$$
 و b را طوری بپاییم که خط $3x + 2y = 2$ مجانب

$$\text{منحنی } y = \frac{ax^2 + bx - 7}{x - 1} \text{ باشد.}$$

۸ - مکان هندسی نقاطی را بباییم که از آنها بتوان دو

$$\text{مماس عمود برهم بر منحنی } \frac{2x^2 + x - 7}{x - 1} = y \text{ رسم نمود.}$$

$$9 - \text{تابع } y = \frac{x^3}{x^2 - 1} \text{ مفروض است ثابت کنید بین}$$

۱۰ - مکان هندسی نقطه (b) و $C(2\sqrt{a})$ را بدست آورید وقتی که خط D بر منحنی (C) مماس باشد. ثابت کنید این مکان همان مکان هندسی نقاطی است که می توان دو مماس عمود برهم بر منحنی (C) رسم کرد. در این صورت منحنی مکان فوق را رسم کنید.

دیبرستان باپکان

دیبر : چاوشان - فرستنده : ثابتی آزاد

$$11 - \text{تابع : } y = \frac{2x + m - 1}{x^2 + m}$$

مفروض است :

الف : حدود m را چنان معلوم کنید که منحنی توابع دارای ماکریم و مینیم شود.

ب : مطلوب است مقدار m تامی نیم تابع $y = \frac{2x + m - 1}{x^2 + m}$ را بازد.

ج : m را طوری بدست آورید تا خط مماس در نقطه تلاقی منحنی با محور عرضها زاویه 135° با محور طولها بسازد.

$$12 - \text{تابع : } y = \frac{2x - 5}{x^2 - 4}$$

الف : منحنی نمایش تغییرات تابع را دس کنید.

ب : در وجود و عدم ریشه های معادله درجه دوم :

$$mx^2 - 2x - 4m + 5 = 0$$

به کمک رسم منحنی تابع سوال الف بحث کرده و ریشه های معادله را با اعداد 1 و 3 مقایسه کنید.

۱۳ - منحنی نمایش تغییرات توابع :

$$xy^2 = (x-2)^3$$

را رسم کنید.

۱۴ - در وجود ریشه های معادله درجه سوم

$$x^3 - 6x^2 + 2(m+2)x - 2m = 0$$

بر حسب مقادیر مختلف m بحث کنید در حالتی که معادله دارای ریشه مضاعف است مقدار ریشه های معادله را محاسبه کنید.

دیبرستان بدر سیر جان

دیبر : احمد بختیاری - فرستنده : سیدعلی اصغر هاشمی مدñی

۱۵ - اولاً مرکز تقارن منحنی معادله :

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$$

را پیدا کنید.

ثانیاً - معادلات قائم های را که می توان از نقطه $(2, 0)$

$A(-3, 0)$ بر منحنی رسم کرد بنویسید.

$$16 - \text{معادله : } (m-1)x^2 - 2mx + m - 3 = 0$$

مفروض است مطلوب است تعیین مقادیر m بشرطی که معادله

دیبرستان علوفی

دیبر : نحوی - فرستنده : اسدالله مس فروش

$$1 - \text{تابع } y = \frac{x^2 - mx}{x^2 - mx + 4} \text{ مفروض است.}$$

۱ - بدون استفاده از مشتق ثابت کنید که منحنی دارای یک ماکزیمم یا یک مینیمم است و مکان هندسی نقاط ماکزیمم یا مینیمم وقوعی که m تغییر می کند بتوسید.

۲ - مقادیر m را طوری تعیین کنید که عرض می نیم ۲ برابر طولش باشد.

$$3 - \text{جدول و منحنی نمایش تغییرات } y = \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 4x + 4} \text{ را درسم کنید.}$$

۴ - در وجود و ریشه های معادله :

$$(x-1)(x-3)=0$$

با ۱ - و ۲ بحث کنید و نتیجه را با منحنی مقایسه کنید:

۵ - در منحنی :

$$y = \pm 2\sqrt{2x-x^2} \quad y = 2 \pm \sqrt{-x^2+2x}$$

مفروض است.

اولاً جدول و منحنی نمایش تغییرات دو تابع را در یک دستگاه محور مختصات رسم کنید.
ثانیاً تحقیق کنید که از یکی از نقاط تقاطع دو منحنی اگر دوم ماس بر دو منحنی رسم کنیم با محور x هامیلتون متساوی الساقین می سازد.

دیبرستان فخر الدین گرگان
دیبر : معماری

$$1 - \text{تابع } y = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + b} \text{ و نقطه } (a, b)$$

مفروض است.

۱ - معادله مکان نقطه M را وقتي که a و b تغییر می کنند چنان پیدا کنید که حاصلضرب ماکسیمم و مینیمم تابع برابر باشد.

۲ - a و b را طوری پیدا کنید که منحنی تابع فوق روی محدود $y = 4x + 2y - 4$ ماس شود.

$$3 - \text{منحنی (c) نمایش تغییرات تابع } y = \frac{(x+1)^2}{x^2 - 4} \text{ را درسم کنید.}$$

۴ - خط $y = m$ عموماً منحنی c را در دو نقطه قطع می کند ثابت کنید این نقاط تلاقی و تصاویر نقاط ماکسیمم و

طولها سه نقطه از این منحنی که بر یک استقامه می باشند را بخطه ای مستقل از پارامتر وجود دارد از روی این رابطه نقطه عطف منحنی را بدست آورید.

$$5 - \text{تابع } y = \frac{x-2}{x^2 - 1} \text{ مفروض است - بدون استفاده}$$

از مشتق ماکزیمم و مینیمم تابع فوق را معین کرده معلوم کنید کدام یک ماکزیمم و کدام یک مینیمم است.

۶ - جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع فوق را درم می دهد

M_1 و M_2 - هر خط $y = K$ معمولاً منحنی رادرد نقطه x و M_2 قطع می کند معادله درجه دومی که طولهای این نقاط را می دهد تشکیل دهد و رابطه مستقل از K را بین x و M_2 طولهای این نقاط بدست آورید بگملک این رابطه مزدوج توافقی تصاویر M_1 و M_2 را روی محور x ها پیدا کنید.

۷ - جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{+2}{-3}\sqrt{9-x^2}$$

را درسم نمایید و حجم حادث از دوران منحنی فوق را دور محور x ها بر حسب π محاسبه نمایید.

دیبرستان رهنما

دیبر : رکنی - فرستنده : هاشمی سجادی

۱ - جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع ذیل را درسم کنید

$$y = 2x + 4 \pm \sqrt{2x + 4}$$

۲ - توابع اولیه تابع $y = x^2 - x - 4$ را معین کنید و از میان آنها آنرا انتخاب کنید که ماس بر تابع در نقطه ای به طول ۲ از مرکز مختصات بگذرد.

$$3 - \text{تابع } y = \frac{x^2 - x - m}{x + m} \text{ مفروض است.}$$

۱ - بدون استفاده از مشتق ثابت کنید که بازاء چه مقدار از m تابع دارای یک ماکسیمم یا یک مینیمم می باشد.

۲ - مکان ماکسیمم و مینیمم تابع فوق را وقتي که m تغییر می کند بدست آورید.

۳ - m را طوری محاسبه کنید تا عرض نقطه تقارن ۷ - شود و سپس بازاء این مقدار تابع فوق را درسم کنید.

۴ - فقط از روی شکل منحنی ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - (m+1)x - 3(m+1) = 0$ را با اعداد ۳ و ۳ - مقایسه کنید.

۵ - در وجود و علامت ریشه های معادله درجه سوم :

$$x^3 - 2mx + m + 1 = 0$$

بازاء مقادیر مختلف m بحث کنید.

خطوط $y = 1$ و $x = 0$ و $x = 3$ مجاذبیهای منحنی باشد
- تحقیق کنید برای آنکه $x = 2$ طول نقطه ماکزیمم
یا می‌نیم منحنی باشد باید رابطه $c + 4(b + 3) = 0$
برقرار باشد.

- با استفاده از رابطه فوق مختصات نقاط ماکزیمم
می‌نیم را پیدا کنید و بر حسب مقادیر مختلف b ماگزیمم
منحنی را از می‌نیم آن تشخیص دهید.

- منحنی نمایش تغییرات تابع $y = \frac{(x-2)^2}{x-1}$
را رسم کنید.

- از روی شکل در وجود علامت ریشه‌های معادله زیر بحث کنید. همچنین اعداد ۱ و ۳ را با ریشه‌های معادله زیر (از روی شکل) مقایسه کنید.

- از نقطه M طول ۱ - (واقع بر محور x هماهنگ با ضریب زاویه m رسم کنید در تقاطع این خط و منحنی بحث کنید در حالانکه خط منحنی را در دونقطه A و B قطع کند مکان هندسی نقطه C وسط AB را بدست آورید.

- جدول ومنحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y^2 - 2xy - 4y + 4 = 0$$

را رسم کنید.

- در تعداد علامت ریشه‌های معادله درجه سوم زیر بر حسب مقادیر مختلف m بحث کنید و ریشه مضاعف و ساده را بدست آورید.

$$m(m-2)x^3 - 3mx^2 + 1 = 0$$

دیبرستان نظام

دیبر : فضیحیان، مهندس ضیائی - فرستنده: غلامرضا افزین

$$I - \text{تابع } \frac{x^3 + ax + b}{x + c} = y \text{ مفروض است.}$$

- مقادیر a و b و c را طوری تعیین کنید تا خط $x = -1$ می‌جنگد و تابع دارای ماکزیمم و می‌نیم برابر ۶ و ۶ باشد.

- منحنی نمایش تغییرات تابع (c) معادله :

$$y = \frac{x^3 + 2x + 10}{x + 1}$$

را رسم کنید.

- مرکز تقارن منحنی (c) و همچنین سوی تقریز آنرا پیدا نمائید.

- از روی شکل منحنی (c) ریشه‌های معادله :

$$x^3 + (2-m)x + 10 - m = 0$$

می‌نیم منحنی (c) روی خط $y = m$ تشکیل تقسیم توافقی می‌دهند.

- از روی منحنی c ریشه‌های معادله :

$(m-1)x^2 - 2x - 4m - 1 = 0$
را با اعداد یک و ۳ - مقایسه کرده نتیجه رادر جدول ثبت نمائید
۶ - معادله خط قائم بر منحنی c را در نقطه تلاقيش با محور y ها بنویسید.

- تابع $y = ax + \sqrt{b^2x^2 - 2x}$ مفروض است.
۱ - a و b را چنان پیدا کنید که در ازاء $x = \infty$ حد تابع برابر یک گردد.

- جدول تغییرات و منحنی تابع $y = x \pm \sqrt{x^2 - 2x}$ را رسم کنید.

دیبرستان فردوسی

دیبر : از گمی - فرستنده: ظاهری رحیم آبادی
۱ - منحنی نمایش تابع y از x را که رابطه زیر بین آنها برقرار است رسم کنید.

$$y^2 - 6xy + 5x^2 + 4 = 0$$

- تابع اولیه تابع زیر را بدست آورید.

$$y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$3 - \text{تابع } \frac{x(x-m)}{(x+m)^2} = y \text{ مفروض است.}$$

الف - مقدار m را طوری تعیین کنید تا منحنی نمایش تابع در مبدأ مختصات بر خط $x = -$ مماس شود.

ب - منحنی (c) نمایش تابع $y = \frac{x(x-1)}{(x+1)^2}$ را
رسم نموده و نقطه عطف وسوی تقریز آن را معین کنید.
ج - بکمک منحنی (c) ریشه‌های معادله :

$$(m-1)x^3 + (2m+1)x + m = 0$$

را با اعداد $(1 + 1 - 1)$ مقایسه کنید.

د - از نقطه $(1 - \alpha)M$ مماسی بر منحنی (c) رسم شده است اگر طول نقطه تماس را β فرض کنیم تحقیق کنید که ریشه معادله درجه سوم زیر است:

$$2\beta^3 + 2(1+\alpha)\beta + 1 - \alpha = 0$$

و در ازاء $\alpha = -$ معادله درجه سوم فوق دارای یک ریشه ساده و یک ریشه مضاعف است مقدار آنها را حساب کنید.

دیبرستان فیروزبهرام - دیبر : بهنیا

$$1 - \text{تابع } \frac{ax^3 + bx^2 + c}{x^3 + b'x + c'} = y \text{ مفروض است.}$$

۱ - ضایای a و b' و c' را چنان تعیین کنید که

را با اعداد $+1$ و -1 مقایسه کنید. و نتیجه را در جدولی بنویسید.

II - ثابت کنید برای اینکه سه نقطه از منحنی :

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

باید داشته باشیم :

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_1 x_2 x_3 = 0$$

III - منحنی نمایش تغییرات تابع $y = x \pm \sqrt{x - 1}$ را رسم کنید.

IV - دو نقطه $(0, 2)$ و $(0, -2)$ مفروضند. مطلوب است تعیین مکان هندسی نقطه (y, x) بطوریکه خط AB از این نقطه با زاویه 45° درجه دیده شود.

دیبرستان هدف ۱

فرستنده: محمد رضا موسویان

$$y = \frac{2x+a}{x^2+ax+a}$$

۱ - ثابت کنید که مقادیر ماگزیمومی نیم تابع مفروض

اگر وجود داشته باشد در رابطه $\frac{4}{4a-a^2} y^2 =$ صدق می کنند و هر گاه تابع مفروض دارای یک ماگزیموم و یک مینیم باشد حتماً اتصالی است.

۲ - مقدار a را چنان تعیین کنید که قدر مطلق تفاضل ماگزیمومینیم تابع مفروض برابر ۲ شود و تحقیق کنید که به ازاء این مقدار a ماگزیموم دارای کمترین مقدار ممکن می باشد.

۳ - منحنی (c) نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{2(x+1)}{x^2+2x+2}$$

را رسم کنید.

۴ - در وجود علامت و بزرگر نسبی ریشه های معادله زیر به ازاء مقادیر مختلف m بحث کنید و نتیجه را در جدولی ثبت نمایید و درستی نتیجه را از روی منحنی (c) تحقیق کنید

$$mx^2 + 2(m-1)x + 2(m-1) = 0$$

۵ - تابع $y = x + a \pm 2\sqrt{x+b}$ مفروض است.

۱ - مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که منحنی نمایش تغییرات تابع مفروض بی دوم حور مختصات مماس شود.

۲ - منحنی (c) نمایش تغییرات تابع $y = (1 \pm \sqrt{-x})^2$ را رسم کنید.

۳ - بوسیله محاسبه ثابت کنید که از مبدأ مختصات می توان

دوم ماس بر منحنی (c) رسم کرد معادلات مماسها و مختصات نقاط مماس را تعیین کنید.

۴ - مساحت سطح مخصوص بین منحنی (c) و محورهای مختصات را حساب کنید.

۵ - ثابت کنید که هر گاه خطی عمود بر نیمساز ربع اول و سوم منحنی (c) را در نقطه M و M' قطع کند این دو نقطه نسبت به نیمساز مذکور قرینه می باشند.

مثلثات

دیبرستان شماره ۱ آذر

دیبر: طاهری - فرستنده: هرمز هاشمی

۱ - منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{1 + \sin x}{\sin x(1 - \sin x)}$$

۲ - دستگاه دو معادله مجھولی زیر را حل و بحث کنید:

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \cos 2x + \cos 2y = 1 - K \end{cases}$$

۳ - ثابت کنید اگر در مثلث دورابطه زیر برقرار باشد مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین است.

$$\begin{cases} 1 + \cotg(\frac{\pi}{4} - B) = \frac{2}{1 - \cotg C} \\ 4S = a^2 \end{cases}$$

۴ - در مثلث نیمساز داخلی زاویه KA برابر ضلع a است: $d_a = Ka$ بفرض اینکه $A = 60^\circ$ باشد معادله درجه

دو می برحسب $\cos \frac{B-C}{2}$ تشکیل دهد که از حل آن زوایای

مثلث بدست آید (بحث کنید) و بازه $K = \frac{\sqrt{3}}{2}$ زوایای مثلث را حساب کنید.

۵ - در مثلث رابطه $a + h_a = b + c$ برقرار است از روی رابطه مذکور رابطه :

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{B}{\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}}$$

را نتیجه بگیرید.

دیبرستان شماره ۱ گروه فرهنگی آرش

دیبر: بهنیا

۱ - دوره تناوب تابع $y = \frac{\sin 3x}{\cos 2x}$ را مشخص کنید

۵- دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید و بر حسب m بحث نماید.

$$\begin{cases} \cos x - \cos y = \frac{1}{2} \\ \cos^2 x - \cos^2 y = m \end{cases}$$

دیبرستان البرز
فرستنده: محمد وزیری

۱- در مثلث ABC زاویه $A = 60^\circ$ و

$$m = \frac{h_b + h_c}{h_a}$$

زوایای مثلث را حساب کنید و بر حسب مقادیر مختلف مقدار m بحث کنید.

۲- نوع مثلث را تعیین کنید که در آن رابطه $r_c \cdot r_b = S$ برقرار باشد.

۳- در مثلث ABC نقطه H محل تلاقی سه ارتفاع و نقطه O مرکز دایره محیطی آن است.

$$\text{اولاً} \quad \text{ثابت کنید: } AH = 2R \cos A$$

ثانیاً ثابت کنید:

$$OH' = R'(\sqrt{1 - \cos^2 A \cos^2 B \cos^2 C})$$

شعاع دایره محیطی است.

۴- جدول و منحنی (C) نمایش تغییرات تابع:

$$y = \frac{\sin 2x + 2 \sin x}{\cos x - \sin x}$$

را وقی که x از صفر تا 2π تغییر کند رسم کنید.

دیبرستان امیرکبیر تویسران

دیبر: آقای اکبر حسنی - فرستنده: احمد مهدیان

۱- مطلوب است حل و بحث معادله زیر

$$\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = m \cos^2 x$$

۲- معادله زیر را حل و بحث کنید

$$\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = m$$

۳- مطلوب است تعیین m از معادله

$$\sin^2 x + \sin x \cos x = m$$

در صورتی که داشته باشیم:

$$2 \cos(x' - x'') = \sin(x' + x'')$$

۴- دستگاه:

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x \sin y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

سپس در فاصله $(2\pi \text{ و } 0)$ منحنی نمایش آنرا رسم کنید.

۳- دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل و بحث کنید سپس به ازاء $\alpha = \text{یکدسته از جوابها و همچنین تعداد جوابها} \cdot$ دستگاه را مشخص کنید.

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \tan x \cdot \tan y = \cos \alpha \end{cases}$$

۴- در مثلثی زاویه $A = 60^\circ$ معلوم است $b - c = m \cdot h_a$ و بحث کنید ($m > 0$ است) سپس به ازاء

$$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} d_a \quad A = 60^\circ \quad m = 1$$

را محاسبه کنید.

۵- در مثلثی رابطه زیر برقرار است نوع مثلث را مشخص کنید.

$$\sin A \cdot \tan A + \sin B \cdot \tan B = (\sin A + \sin B) \cot \frac{C}{2}$$

دیبرستان ادیب

دیبر: طاهری - فرستنده: علی نقی مشایخی

۱- منحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = \frac{\sin x - 1}{2 \sin x + 1}$$

را رسم کنید.

۴- در مثلث ABC : $B = 2c$ و $a = mr$, r شاعر

دایره محاطی داخلی)

اولاً معادله درجه دوم یک مجهولی بر حسب $\frac{c}{\tan x}$ تشکیل

دهید که از حل آن زوایای مثلث بدست آید.

حدود زاویه C را تعیین نموده بحث کنید.

۳- در مثلث ABC بین ارتفاعات مثلث (a و b و c) رابطه:

$$h_b + h_c = mh_a \quad \text{برقرار است و می‌دانیم} \quad h_c = m \cdot h_a \quad A = 120^\circ$$

اولاً معادله درجه دومی بر حسب $\frac{B-C}{\cos \frac{A}{2}}$ تشکیل دهید

که از آنجا زوایای مثلث بدست آید (بحث کنید) و به فرض اینکه $R = 2\sqrt{2} m = 2$ باشد زوایا و اضلاع مثلث را حساب کنید.

۴- در مثلثی:

$$\begin{cases} B - C = 9 \\ \frac{b+c}{a} = \sqrt{2} \end{cases}$$

زوایای مثلث را حساب کنید.

را بحث کنید و سپس به ازاء $m = 1$ حل کرده و جوابهای دستگاه را بدست آورید.

۳- الف : ثابت کنید در هر مثلث رابطه زیر برقرار است.

$$(a \sin A + b \sin B + c \sin C) = (a + b + c)(\sin A + \sin B + \sin C)$$

ب - ثابت کنید که اگر در مثلثی رابطه

$$\frac{1}{r_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r_c} + \frac{1}{h_b}$$

برقرار باشد.

مثلث متساوی الساقین است.

$$4- در مثلث ABC زاویه \frac{\pi}{3} \text{ می باشد}$$

(a) شاعع دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع a و r شاعع دایره محاطی داخلی مثلث است
الف - زوایای B و C را محاسبه کرده و به ازاء مقادیر مختلف m بحث کنید.

$$d_b = \frac{5\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)}{2} \quad m = 2+\sqrt{2}$$

باشد زوایا و اضلاع مثلث ABC را محاسبه کنید. (d_b) طول نیمساز داخلی زاویه B مثلث ABC است

دیبرستان دارالفنون

دیبر: محمدی - فرستنده: حجت الله افجهی

۵- دستگاه دو معادله دومجهولی زیر را حل و بحث کنید.

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1 \\ \sin x = a \sin \frac{y}{2} \end{cases}$$

۶- نوع مثلثی را تعیین کنید که رابطه زیر بین اجزاء آن برقرار باشد.

$$atg A + btg B = (a+b)tg \frac{A+B}{2}$$

۷- هرگاه نقطه O مرکز دایره محاطی داخلی مثلث باشد و رابطه $OA' = OB \times OC$ برقرار باشد
اولاً - ثابت کنید:

$$\sin \frac{A}{2} = \sin \frac{B}{2} \times \sin \frac{C}{2}$$

است.

را حل کنید.

۸- منحنی نمایش تغییرات:

$$y = \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$$

را رسم کنید.

دیبرستان باتکان

دیبر: بهنیا - فرستنده: ثابتی آزاد

۹- منحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = \frac{1 + 2 \sin x}{1 + \cos x}$$

را در یک دوره تناوب رسم کنید.

۱۰- دستگاه دو معادله دومجهولی زیر را بر حسب مقادیر مختلف α حل و بحث کنید. سپس با فرض $\alpha = 30^\circ$ جوابها را بدست آورید.

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \cos \alpha \quad tg \frac{x}{2} \times tg \frac{y}{2} = \tan \alpha$$

۱۱- در مثلث ABC طول نیمساز داخلی زاویه A برابر

صلع c است.

اولاً روابط زیر را اثبات کنید.

$$d_a = b(2 \cos \frac{A}{2} - \frac{a}{b+c})^2 = \frac{b-c}{b}$$

ثانیاً - حدود زاویه A را چنان معین کنید که مسئله دارای جواب باشد. سپس با فرض $A = 90^\circ$ زوایای مثلث را پیدا کنید.

ثالثاً - به فرض آنکه $d_a = \sqrt{2} + 1$ باشد اضلاع و شاعع دایره محاطی داخلی را پیدا کنید.

۱۲- در مثلثی رابطه:

$$\frac{\cos A + 2 \cos C}{\cos A + 2 \cos B} = \frac{\sin B}{\sin C}$$

بین زوایا برقرار است تحقیق کنید مثلث قائم الزاویه و یا متساوی الساقین است.

دیبرستان خوارزمی ۲

فرستنده: عبدالله نورانی خسینی

۱۳- منحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = \frac{\sin x + \cos x}{1 - \cos x}$$

را در فاصله صفر و 2π رسم نمائید.

۱۴- دستگاه دو معادله دو مجهولی

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = -1 \\ \cos 2x = m \cos y \end{cases}$$

و در این حال مطلوب است محاسبه سینوس هریک از زاویه‌های این مثلث و همچنین مساحت مثلث را بر حسب a حساب کنید.
ثالثاً - ثابت کنید در هر مثلث رابطه :

$$\frac{\sin A}{\sin B \sin C} = \frac{a}{h}$$

برقرار است و نیز طول نیمساز AD را بر حسب h و نسبتهاي مثلثاتی ۲ زاویه A و B بدست آورید.

۳- مطلوب است رسم منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{\cos x + (2 + \sqrt{2}) \sin x}{\sin x + 1}$$

۴- معادله زیر را حل نموده، جوابهای بین صفر و 2π را مشخص کنید.

$$\sin^4 x + \sin^2 x = \cos 2x - \cos 8x$$

گروه فرهنگی هدف

فرستنده : محمد رضا موسویان

۵- ریشه‌های معادله درجه دوم زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید.

$$2x^2 - 2x\sqrt{2}\sin\left(\frac{7\pi}{12} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right) = 0$$

۶- تابع $y = \frac{1}{3}(\sin x - \cos x)^3$ مفروض است.

۱- تحقیق کنید خط $x = \frac{3\pi}{4}$ یکی از محورهای تقارن منحنی نمایش تغییرات تابع است.

۲- منحنی (C) نمایش تغییرات تابع مفروض رادر یک دوره تناوب رسم کنید و با استفاده از مشتق ثانی انتخاب منحنی رادر شروع و ختم تعیین نمائید.

۳- مساحت سطح محصور مابین منحنی (C) و محور طولها و دو خط $x = 2\pi$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ را حساب کنید.

۴- معادله $m \sin z + \cos z = m$ مفروض است.

۱- اگر $\pi < z < 2\pi$ باشد در تعداد جوابهای معادله مفروض به ازاء مقادیر مختلف m بحث کنید و نتیجه را در جدولی ثبت نمائید.

۲- به ازاء چه مقادیری از m دستگاه زیر دارای جواب است؟ در تعداد جوابهای آن بحث کنید.

$$\begin{cases} \sin x \cos y = \frac{1}{2} \\ \frac{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y} = m \end{cases}$$

ثانیاً - اگر زاویه $2\alpha = A$ باشد زوایای مثلث را حساب کرده و بحث کنید.

ثالثاً - اگر $b + c = 2\sqrt{3}$ باشد مثلث را حل کنید در صورتی که مساحت آن ماکریم باشد.

۴- جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = \frac{1 - \sin x}{\sin^2 x + \sin x}$$

را رسم کنید.

دبیرستان دکتر کریم فاطمی اهواز

دبیر : برآتی

۹- تابع مثلثاتی زیر را رسم کنید (در فاصله 0 تا 2π)

$$y = \frac{\operatorname{cotg} x}{1 + 2 \cos x}$$

۱۰- نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{\cos x - \sin x - \sqrt{2} \cos 2x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$$

۱۱- دستگاه دو مجهولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \operatorname{cotg} x = a \operatorname{cotg} 2x \\ \operatorname{cotg} y = a \operatorname{cotg} 2x \end{cases}$$

۱۲- بر حسب مقادیر مختلف m در جوابهای معادله

زیر بحث کنید در صورتی که x بین 0 تا π باشد:

$$(m-1)\cos x + (m+1)\sin x = 2m$$

۱۳- m را چنان تعیین کنید که مجموع ریشه‌های معادله

زیر برابر $\frac{3\pi}{4}$ باشد.

$$(m-2)\operatorname{tg} x + (m-1)\operatorname{cotg} x = 2(m+2)$$

۱۴- قابل محاسبه لگاریتمی

$$\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z + \cos^2(x+y+z) = 2$$

دبیرستان رهنما

دبیر: رکنی قاجار - فرستنده: هاشمی سجادی

۱۵- مطلوب است حل دستگاه ۲ معادله ۲ مجهولی زیر

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

۱۶- در مثلث ABC زاویه A دو برابر زاویه B است.

اولاً - هر گاه در این مثلث ارتفاع وارد بر پلخ a نصف این پلخ باشد زوایای مثلث را محاسبه کنید.

ثانیاً - اگر $B = \frac{\pi}{\lambda}$ باشد ثابت کنید

دیبرستان امیرکبیر تویسرگان
دیبر : حسنی - فرستنده : حبیب الله سلیمانزاده
۱ - دو عدد صحیح و مثبت چنان تعیین کنید که مجموعشان
مساوی حاصلضربشان باشد.

۲ - دریک تقسیم مقسوم برایر 450 و خارج قسمت 12
می باشد مقسوم علیه و باقیمانده را حساب کنید.
۳ - ثابت کنید $12 - 7^n - A = b$ به ازاء جمیع
مقادیر $n > 2$ بر 36 بخش پذیر است.

۴ - کوچکترین مضرب مشترک دو عدد 1260 و مجموع
آنها 266 می باشد آن دو عدد را پیدا کنید.

۵ - عددی در مبنای x بصورت $a^3 + x^3$ و در مبنای 3
بصورت 5^a نوشته شده است a و x را پیدا کنید.

۶ - اولاً کوچکترین عددی را پیدا کنید که چون با 2
جمع شود مضرب 17 و چون با 5 جمع شود مضرب 11 گردد.
ثانیاً کوچکترین عددی را پیدا کنید که چون آنرا بر 17 و
تقسیم کنیم باقیمانده ها بترتیب 2 و 5 شود.

دیبرستان پهلوی ساری
دیبر : آقای محمود مهران - فرستنده : ابراهیم حالی
۱ - اولاً ثابت کنید که $A = 2^{\beta} \times 3^{\alpha}$ آنطور تعیین کنید

$$A = \frac{4n^2 - 2n - 3}{2n^2 - 1}, B = \frac{n}{2n^2 - 1}$$

تحویل ناپذیرند.

ثانیاً مقدار n را تعیین کنید که $\frac{A}{B}$ برایر عدد درست
حسابی باشد.

۳ - عدد شش رقمی $N = abmcdu$ را از رابطه:
$$N = abm^{\alpha} + abm \times cdu$$
 حساب کنید.

۴ - عدد A را حساب کنید بفرض آنکه:

$$A = a^{\alpha} \times b^{\beta} \times c^{\gamma}$$

و مجموع مقسوم علیه های A برایر 4064 و عدد 7 مقسوم علیه باشد.

۵ - عدد $N = aba$ را تعیین کنید پشرطی که اعداد
 a و b که در دو مبنای باختلاف 2 نوشته شده اند باهم
مساوی باشند و b بر a تقسیم پذیر باشد.

۶ - ثابت کنید عبارت $-16 - 7 - 2$ بازاء $n^2 - n^2 - 2$
بر 32 قابل قسمت است.

۳ - به ازاء $m = \sqrt{3}$ و به فرض $y < x < \pi$ جواب های دستگاه بالارا تعیین کنید.

حساب استدلالی

دیبرستان شماره 19 آذر

دیبر : ربانی - فرستنده : هرمزه اشمی

۱ - اگر اعداد صحیح a و b و c در رابطه:

$$a^2 + c^2 = 2b^2$$

صدق کنند ثابت کنید $a^2 - c^2$ بر 48 قابل قسمت است.

۲ - ثابت کنید اگر عدد $N = abcde$ مضرب 41 باشد

عدد $N' = deabc$ نیز مضرب 41 است.

۳ - عددی چهار رقمی با معلوم بودن روابط زیر تعیین کنید.

$$mcdu = 3 \times u \times (md)^2 \times mc = 6 \times du$$

۴ - اولاً ثابت کنید اگر دو عدد نسبت بهم اول باشند حاصل ضرب و مجموع مربعات آنها نیز نسبت بهم اولند.

ثانیاً دو عدد a و b را طوری تعیین کنید که $M = 36^a + b^2 = 46800$ باشد.

۵ - عددی به صورت $A = 2^{\beta} \times 3^{\alpha}$ آنطور تعیین کنید

که تعداد مقسوم علیه های عدد $\frac{4A}{9}$ نصف مقسوم علیه های عدد A باشد سپس مجموع و حاصل ضرب مقسوم علیه های عدد A را حساب کنید.

دیبرستان ادیب

دیبر : محمد نوری - فرستنده : علی نقی مشایخی

۱ - با استفاده از قضیه فرمایه ثابت کنید که عبارت:
 $n^{37} - n$ بر عدد 1919190 بخش پذیر است.

۲ - رابطه ای را محاسبه کنید که بوسیله آن بتوانیم هر عدد دلخواهی از اعداد پنج ضلعی را بدست آوریم.

۳ - تحقیق کنید که عدد 8128 عدد کامل است.

۴ - در مبنای 9 چه عددی بر 10 قابل قسمت است توضیح دهید و از روی آن باقیمانده تقسیم عدد (47851) را بر 10 بدست آورید.

۵ - کوچکترین مضرب مشترک دو عدد 231 و بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها 11 است مطلوب است تعیین آن دو عدد (تمام جوابها را بدست آورید)

۶ - مطلوب است تعیین عددی پنج رقمی مانند:

$$N = \overline{medud}$$

بطوری که ارقام آن در روابط:

$$m + c + d + u = 10 \quad \overline{cu} = m + d + 1 \quad \overline{md} = 6d$$

صدق نماید.

دیبرستان علوی

دیبر : رحیمی فرد - فرستنده : مس فروش

۱ - هر گاه دو عدد a و b نسبت به هم اول باشند ثابت

کنید عبارت $1 - ab^{-1} + b^{a-1}$ بر حاصل ضرب ab قابل قسمت است.

۳ - دو عدد طوری تعیین کنید که بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن 7500 که اولی دارای 30 مقسوم علیه و دومی دارای 42 مقسوم علیه باشد.

۴ - دو عدد که مجموع آنها و کوچکترین آنها معلوم است پیدا کنید در حالت خاص $S = 69$ و $m = 396$ است تعیین کنید $B = a(a+1)$ و $A = 2a+1$ ثابت کنید

نسبت بهم اول هستند.

۵ - اگر N یک عدد صحیح غیر مشخص و u رقم بکان آن و S مجموع ارقام آن باشد ثابت کنید اولاً عبارت :

$$T = N + 2S + 2U$$

بر ۶ قابل قسمت است.

ثانیاً - اگر $N = 600$ و $T = 600$ مضربی از u باشد عدد N را حساب کنید.

دیبرستان فردوسی رضائیه

دیبر : صولتی - فرستنده : علی ثناجو

۱ - ثابت کنید که در ازاء تمام مقادیر m عبارت زیر مضرب ۱۷ است.

$$\frac{4n+2}{3} \times \frac{2n+1}{2 \times 4}$$

۲ - عدد $N = 2^{\alpha} \times 3^{\beta} \times 5^{\gamma}$ را تعیین کنید که اگر

$\frac{N}{8}$ را در نظر می گیریم مقسوم علیه هایش ۱۸ واحد کمتر از تعداد مقسوم علیه های N باشد و بدأ نیم مجموع مقسوم علیه های آن ۱۱۷۵ است.

۳ - مطلوب است محاسبه عدد چهار رقمی $mcdu$ از روابطه زیر :

$$\begin{cases} mc = 3(d-m) \\ md = u^2 + 1 \end{cases}$$

۴ - اولاً عبارت $n^2 - 3n + 2$ را به حاصل ضرب دو عامل درجه اول تجزیه کنید و از آن و نشان دهید که کسر

$$\frac{a}{n-1} = \frac{22n-39}{n^2-3n+2}$$

که در آن a و b دو عدد صحیح هستند که آنها را تعیین خواهید کرد.

۶ - دو عدد پیدا کنید که 108 برابر مجموع آنها باشد

۷ - برابر حاصل ضرب آن دو عدد باشد.

۷ - مقدار n را تعیین کنید وقتیکه کسر $\frac{2n+3}{2n+51}$ برابر

مربع کسر تحویل ناپذیر باشد.

دیبرستان بابکان

دیبر : ازگهی - فرستنده : ثابتی آزاد

۱ - دو عدد چنان تعیین کنید که مجموع آنها مساوی باشد با دیبر ابر بزرگترین عاد مشترک آنها و تفاضل مرتعاشان 5760 باشد.

۲ - باقیمانده تقسیم عددی بر 8 مساوی است با 2 و باقیمانده تقسیم همان عدد بر 11 مساوی است با 9 مطلوب است باقیمانده تقسیم این عدد بر 11×8 .

۳ - مطلوب است تعیین یک عدد سریعی که اگر آنرا بر 18 و 24 و 42 تقسیم کنیم باقیمانده ها بترتیب 8 و 209 و 149 شود.

۴ - عدد $N = 2^{\alpha} \times 3^{\beta} \times 5^{\gamma}$ را چنان تعیین کنید که مجموع مقسوم علیه های آن 456 باشد.

۵ - اگر $a^2 - n + 5 > 3$ ثابت کنید عبارت :

$$A = (n+1)(n^2 - 16) / n + 5$$

اگر n فرد باشد مضرب 5040 است.

اگر n زوج باشد مضرب 40320 است.

دیبرستان رهنما

دیبر : آقای رکنی - فرستنده : هاشمی سجادی

۱ - عددی 2 رقمی پیدا کنید که بر 12 قابل قسمت بوده و دارای 12 مقسوم علیه باشد.

۲ - عدد چهار رقمی $aabb$ را طوری تعیین کنید که در رابطه زیر صدق کند.

$$aabb = \overline{bb}(\overline{ab} + \overline{ba})$$

۳ - دو کسر تحویل ناپذیر $\frac{c}{d}$ و $\frac{a}{b}$ را طوری تعیین

کنید که تفاضلشان برابر $\frac{5}{6}$ و بزرگترین مقسوم علیه مشترک صورتهای آنها مساوی تفاضل 2 صورت یعنی $c-a$ و کوچکترین مضرب مشترک صورتها برابر 1050 باشد.

۴ - اولاً ثابت کنید کسر $\frac{x^2+1}{x}$ تحویل ناپذیر است

ثانیاً - مقدار x را طوری تعیین کنید که کسر فوق مولد کسر اعشاری متناوب مرکب $6,1666\ldots$ باشد.

۷- اگر a عددی صحیح و زوج باشد ثابت کنید کسر $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ ساده نشدنی است.

ثانياً - a را طوری بگیرید که این کسر مولده کسر اعشاری متناوب ساده با دوره گردش ۴ رقم باشد.

دیگرستان نظام

دبیر: رحیمی فرد - فرستنده: غلامرضا فرزین

۱- ثابت کنید بازاء جمیع مقادیر صحیح و مثبت a و n عبارت:

$$N = a^{4n+1} - a$$

۲- مطلوب است تعیین دو عدد بطوری که مجموع مریعات آنها 13050 و کوچکترین ضرب مشترکشان 315 باشد.

۳- عددی تعیین کنید که چون در 360 ضرب شود تعداد مقسوم علیه های آن عدد برابر 54 گردد.

۴- ثابت کنید هر عدد شش رقمی بصورت:

(۲a)(۲b)(۲c)abc

بر 3 و 29 و 23 قابل قسمت است و از آن نتیجه بگیرید چنین عددی نمی تواند مربع کامل باشد.

۵- کوچکترین عدد صحیح تعیین کنید که مضرب 17 بوده و با قیمانده تقسیم آن بر 11 و 7 بترتیب برابر 1 باشد.

دیگرستان هدایت سنتدج

دبیر: صالح عطائی - فرستنده: بهزاد سوفر

۱- a را طوری تعیین کنید که عبارت $-8 - 7a$ مکعب کامل شود در صورتی که می دانیم a عددی اول است.

۲- حاصل ضرب دو عدد 166950 است در صورتی که کوچکترین ضرب مشترک آنها 11130 باشد مطلوب است تعیین آندو عدد.

۳- a و b را طوری تعیین کنید که رابطه زیر برقرار باشد (a و b نسبت بهم اولند):

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = \frac{49}{1801}$$

۴- ثابت کنید اگر x و y بقسمی باشند که:
 $24x^4 = y^2 - 1$

باشد حاصل ضرب xy بر 5 بخش پذیر است.

۵- ثابت کنید عبارت زیر مضرب 288 است:

$$A_n = 7^{2n+1} - 48n - 7$$

۶- ثابت کنید مجموع دو کسر غیر ممکن التحويل وقی تبدیل به عدد صحیح می گردد که مخرج های آندو کسر دو عدد مساوی باشند.

ثانياً - بازاء چه عدد صحیح n هر یک از دو کسر $\frac{12}{n-1}$ و $\frac{15}{n-2}$ تبدیل به عدد صحیح می شوند و ازحل این قسمت

مقادیر n را که در ازاء آنها کسر $\frac{27n-39}{n^2-3n+2}$ تبدیل به عدد صحیح می شود پیدا کنید.

۵- کسری معادل $0,925$ طوری تعیین کنید که مجموع صورت و مخرج کوچکتر از 1000 و مضرب 33 باشد.

دیگرستان فرهنگ اهواز

دبیر: قوام نجوى

۶- عددی چهار رقمی به فرم $abcd$ پیدا کنید که مربع كامل بوده و اگر برقم صد گان آن یک واحد و بارقام یکان و دهگان هر کدام چهار واحد اضافه کنیم عدد حاصل باز هم مربع كامل شود.

۷- عددی چهار رقمی به فرم $medu$ پیدا کنید که ارقامش در رابطه زیر صدق کند:

$$medu = mc \times du + 10mc$$

۸- حاصل ضرب دو عدد مساوی 64000 می باشد اگر دو عدد را بر بزرگترین عدد مشترکشان تقسیم کنیم و خارج - قسمتها را در هم ضرب نمائیم حاصل ضرب مساوی بزرگترین عدد مشترکشان می شود آن دو عدد کدامند.

۹- کوچکترین دو عددی را پیدا کنید که حاصل ضرب آنها دارای 21 مقسوم علیه و خارج قسمت آنها دارای 3 مقسوم علیه باشد.

۱۰- سه کسر $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{7}{6}$ مفروضند اولاً کوچکترین

عدد صحیحی را پیدا کنید که اگر آنرا بر این سه کسر تقسیم کنیم خارج قسمتها عدد صحیح شود.

ثانياً - سه کسر معادل این سه کسر پیدا کنید که مجموع صورتهای آنها مساوی مجموع مخرج های آنها باشد (کوچکترین فرم ممکنه را بنویسید)

۱۱- کسر $\frac{x}{y}$ را که صورت و مخرج آن مربع کامل است

پیدا کنید بطوری که داشته باشیم:

$$\frac{x}{y} = 0,16 bccc\dots$$

b و c را نیز حساب کنید.

صفحه چنان رسم کنید که زاویه حقیقی آن با اثر صفحه ۶۰ درجه باشد و b در طرف چپ a قرار گیرد.

۲- طول حقیقی خط a - b را حساب کنید.

۳- از نقطه a خط دیگری به شیب $\frac{2}{3}$ در این صفحه رسم

کنید و از دو جواب آنرا که نقطه رقوم یک این خط به محور اطول کاغذ نزدیکتر است اختیار کنید.

۴- ملخص مثلث aBC واقع در این صفحه را طوری رسم کنید که یک ضلع آن a - b و رأس C روی خط مذکور

به شیب $\frac{2}{3}$ بوده و طول حقیقی ارتفاع aH وارد بر ضلع BC از این مثلث H باشد و C در طرف راست محور اطول کاغذ واقع شود.

۵- بر خط a - b صفحه‌ای مانند Q عمود بر صفحه P مروارده و یک مقیاس شیب از آنرا رسم کنید.

۶- نقطه d را در صفحه Q طوری انتخاب کنید که تصویرش روی محور اقصر کاغذ قرار گیرد و سپس ملخص منشوری را که یک قاعده‌اش مثلث aBC و یک یالش aD باشد رسم نموده و چنانچه سطح جسم کدر و صفحه مقایسه حاکی ماوراء باشد خطوط مرئی و مخفی آنرا مشخص کنید.

ب - هندسه ترسیمی :

۱- خط نیم‌خط $'aba'b'$ مفروض است نقطه A ببعد x و ارتفاع y و نقطه B ببعد $(x-y)$ (وارتفاع $(y-x)$) روی این نقطه‌ای تعیین کنید که تفاصل بعد و ارتفاعش یک و همچنین نقطه‌ای تعیین کنید که نسبت بعد و ارتفاعش $\frac{3}{5}$ باشد. (در یک شکل رسم کنید).

۲- صفحه مواجه PQ مفروض است d تصویر افقی خط مواجهی از این صفحه نیز معلوم است تصویر قائمش را تعیین کنید.

۳- در صفحه غیرمشخص $'QaQ'$ افقیه HH' را به ارتفاع 2 اختیار نموده و روی آن نقطه‌ای در ناحیه اول بدست آورید که فاصله‌اش از صفحه نیمساز دوم 3 باشد.

۴- آثار صفحه‌ای را که بر دو خط متقاطع DD' و AA' می‌گذرد رسم کنید در صورتی که خط اول افقی و خط دوم جبهه بوده و تصاویر غیرهمنام این دو خط برهمنطبق باشد. صفحه ماربراین دو خط چه نوع صفحه‌ایست؟

مسائل هندسه و مخروطات

دبیرستان رهنما

دبیر: رکنی - فرستنده: هاشمی سجادی

دایره‌ای چنان رسم کنید که از دو نقطه ثابت A و B گذشته و بردازه مفروض O عمود باشد.

دبیرستان هدایت سنج

دبیر: محسن حسام الدینی - فرستنده: سوفر

۱- مثلث ABC و نقطه P غیر واقع بر اضلاع آن مفروضند.

اولاً - خطوط Xy و Cy را چنان رسم کنید که خطوط Xy و Bx و BP و BC و BA و CA و CP و Cy بر ترتیب شعاع‌های یک دستگاه تقسیم توافقی باشند.
ثانیاً - محل تلاقی PA را با Bx و BC و PA بر ترتیب I و Q می‌نامیم ثابت کنید نقاط A و I و P و Q تشکیل تقسیم توافقی می‌دهند و از آنجا نتیجه بگیرید که خطوط Xy و Cy و Bx و PA در یک نقطه متقابلند.

۲- چهار نقطه A و B و C و D واقع بر محور xy مفروضند. نقطه‌ای بیاید که از آن قطعات AB و CD و BC و AD به زوایای مساوی دیده شوند.

* * *

هندسه رقومی و ترسیمی

دبیرستان شماره ۹ آذر

دبیر: منوچهر ارشادی - فرستنده: هاشمی

الف - هندسه رقومی

واحد سانتیمتر و مقیاس $\frac{1}{2}$ است. محورهای اطول و اقصر کاغذ رسم کنید.

۱- مقیاس شیب صفحه P را به اساس یک در طرف چپ کاغذ طوری رسم کنید که محور اقصر کاغذ اثر صفحه بوده و ترقی رقوم آن از پائین به بالا باشد و در این صفحه نقطه a را به فاصله

۲ طرف چپ مرکز کاغذ اختیار نموده و خط a - b را در این

دیبرستان ادیب

دیبر: منصور باقری - فرستنده: علی نقی مشایخی

رقومی - واحد سانتیمتر مقیاس ۱

۱ - نقطه ۸ روی محور کوتاه به فاصله یک واحد سمت
چپ مرکز کاغذ و ۹ روی محور اقصیر ۵ واحد بر است مرکز
کاغذ.

۲ - بر خط a_2c_8 صفحه‌ای بگذرانید به شیب یک وروی
آن لوزی $ABCD$ برابر دو سوم قطر AC () بسازید
(b بالای محور کوتاه)

۳ - متوالی السطوح قائمی بسازید که قاعده تحتانی آن
لوزی بالا باشد و طول یال جانبی آن ۶ باشد.

۴ - یالهای مرئی و مخفی جسم را مشخص کنید.

۵ - وسعت حقیقی مقطع جسم را با صفحه افقی رقوم ۴
پیدا کنید.

۶ - مقدار حقیقی مسطحه فرجه‌های جسم بالادا با ترسیم
پیدا کنید.

ترسیمی ۱ - بر روی خط مواجه نقطه‌ای پیدا کنید به فاصله
۱ از نقطه 'aa'

۷ - صفحه‌ای موازی نیمساز دوم و به فاصله ۲ واحد از
آن رسم کنید.

۸ - دو خط قائم و نیمرخی مفروضند افقیه‌ای متکی بر
آندو رسم کنید بطول ۱

۹ - روی صفحه‌ای افقی به ارتفاع ۴ مثلثی بسازید
متساوی‌الاضلاع که یک ضلع آن موازی با صفحه غیر مشخص
مفروض $(P\alpha Q')$ باشد.

دیبرستان انوشیروان دادگر

دیبر: مهندس محمود خوئی

هندسه رقومی:

واحد سانتیمتر - مقیاس ۱:۱ محورهای افقی و قائم کاغذ
را محور اقصیر و اطول اختیار کرده محل تلاقی آنها را مرکز
بنامید.

۱ - نقطه ۵ به فاصله ۵ سمت چپ محور قائم و به فاصله
۴ زیرمحور اقصیر کاغذ مفروض است از این نقطه خطی رسم کنید که

تصویرش از مرکز کاغذ بگذرد و شیب آن برابر $\frac{1}{2} = p$ بوده و
جهت تنزل رقوم آن از چپ به راست و پائین به بالا باشد وبر
روی آن نقطه b_2 را انتخاب کنید.

۲ - بر خط AB صفحه P را که افقیه‌های آن با محور

اقصر کاغذ موافق است مرور داده و یک مقیاس شب صفحه را
درست راست کنار کاغذ رسم نمایید.

۳ - قطعه خط a_5b_6 ضلع مثلث ABC واقع در صفحه P
می‌باشد که ارتفاع وارد از رأس C بر قاعده AB برابر
 $5/6$ بوده و $ca > cb$ و زاویه $BCA = 60^\circ$ و
تصویرش سمت راست ab قرار می‌گیرد. ملخص مثلث را رسم
کنید.

۴ - بر روی مثلث فوق در صفحه P متوالی‌الاضلاع
 $ABCD$ را بقسمی بنا نمایید که AC قطرش باشد.

۵ - از نقطه A خطی رسم کنید که تصویرش با محور قائم
کاغذ زاویه 20° درجه ساخته و از چپ به راست پائین به بالا
ممتد ورقه‌ش در همین جهت افزایش یابد و بر روی آن نقطه 8_2
را انتخاب کنید به قسمی که زاویه SAB در فضا برابر 90° درجه
باشد.

۶ - هر م $SABCD$ را رسم و آن را مرئی و مخفی
کنید.

۷ - اندازه حقیقی زاویه مسطحة تغییر فرجه SAD را
روی شکل مشخص نمایید.

هندسه ترسیمی:

۱ - بر روی نیمرخ مفروض $ada'b'c'$ نقطه 'cc' را بقسمی
تبیین کنید که فاصله حقیقی آن از خط ارض برابر ۳ باشد.

۲ - از نقطه 'aa' خطی رسم کنید که نیمرخ $edc'd'$ را
قطع نموده و بر قائم مفروض 'vv' متکی باشد.

۳ - در صفحه جبهی F بعد ۲ مربعی رسم کنید که ارتفاع
مرکزش 'OO' برابر ۳ و ضلع مربع برابر ۲ و یک قطرش
مواجهة باشد.

۴ - فصل مشترک صفحه مفروض قائم $P\alpha Q'$ را با صفحه
مار بر خط ارض و نقطه 'OO' بدست آورید.

۵ - فاصله حقیقی نقطه مفروض 'aa' واقع بر خط ارض را
صفحه مواجه مفروض PQ' مشخص کنید.

۶ - قطعه خط مفروض $bcb'c'$ قاعده مثلث متساوی
الساقینی است که بعد و ارتفاع رأس A برابر ۳ و ۴ می‌باشد
ملخص مثلث را رسم کنید.

دیبرستان پهلوی ساری

دیبر: آقای محمود مهران - فرستنده: ابراهیم حالی

رقومی: واحد سانتیمتر و مقیاس ۱.

محور اقصیر کاغذ را به فاصله ۱۲ سانتی‌متر از لبه فوقانی

است (x' سمت چپ O و y' پائین O) واحد سانتیمتر و مقیاس $\frac{1}{1}$ است.

۱- روی نیمساز xoy در طرفین O نقاط a_1 و g_4 را بترتیب پایین و بالای محور x' چنان اختیار کنید که O وسط قطعه خط a_1g_4 واقع بوده و $AG = \sqrt[3]{3}$ باشد. ($\sqrt[3]{3} \# 6/3$)

۲- از نقطه m_2 واقع بر a_1g_4 صفحه P را بر این خط عمود رسم نموده و یک مقیاس شبیب از صفحه P را در ربع دوم کاغذ رسم کنید.

۳- m_2 را حول اثر صفحه در ربع اول کاغذ تسطیح کنید.

$M' - ۴$ متساوی الاضلاع $B'D'E'$ مرکز مثلث متساوی الاضلاع $B'D'E$ واقع در صفحه P است به ضلع $\sqrt[3]{2}$ که در آن $B'D$ موازی با x' و در پائین آن قرار دارد و B' سمت چپ مرکز کاغذ واقع است. این مثلث را در تسطیح رسم نموده و آنرا تریفیع کنید.

۵- تحقیق کنید که AG قطر مکعبی است که AB و AD سه یال جانبی آن می باشند مخصوص مکعب را رسم نموده و خطوط مرئی و منفی را تمیز دهید.
هندسه ترسیمی.

۶- از نقطه $'aa$ مقدار ارتفاع و مجموع بعد و فاصله نقطه از xy داده شده است مخصوص نقطه را که در ربع اول واقع است رسم کنید.

۷- از نقطه مفروض $'aa$ خطی رسم کنید که با صفحه افق تصویر زاویه 35° سازد و بعد اثرافتی خط مقدار معلوم $[l]$ باشد. زاویه خط را با صفحه قائم معین کنید.

۸- روی نیمرخ مفروض $aba'b'$ نقطه ای معین کنید که فاصله اش از صفحه نیمساز اول برای برآور باشد با ارتفاع نقطه.

۹- یک افقیه و یک جبهیه چنان رسم کنید که تصاویر غیر همنام آنها برهم منطبق باشند. آثار صفحه تشکیل شده از این دو خط را رسم نموده. و فصل مشترک صفحه را با صفحه نیمساز اول و خط بزرگترین شبیب صفحه را نسبت به صفحه قائم رسم کنید.

دیبرستانهای گروه فرهنگی خوارزمی
دیبر: مهندس محمود خوئی

هندسه رقومی

واحد سانتیمتر - مقیاس ۱:۱ محور اقصر را محور افقی و محور اطول کاغذ را محور قائم اختیار کرده محل تلاقی آنها را مرکز بنامید.

کاغذ و محور های اقصر و اطول را محورهای مختصات به مبدأ O اختیار کنید.

۱- خط D را که از ناحیه دومی گذرد و به موازات نیمساز ناحیه اول به فاصله $\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$ از سر کر O قرار دارد رسم کنید.

۲- نقاط a_1 و g_4 را روی خط D طوری انتخاب کنید که نقطه a_1 روی محور اقصر و نقطه g_4 به عرض ۶ باشد.

۳- از خط D صفحه ای بگذرانید که با صفحه افق زاویه ۴۵ درجه بسازد و خط بزرگترین شبیب آن در سمت چپ محور اطول قرار گیرد. مقیاس شبیب صفحه P را رسم کنید.

۴- نقطه b_{12} را در صفحه P سمت راست محور اطول به طول $6 AB = 6$ پیدا نماید.

۵- مثلث متساوی الاضلاع aBC را که c در ناحیه دوم واقع شده نشان دهید.

۶- خط ab را در صفحه P به موازات مقیاس شبیب انتقال دهید تا به وضع $a'b'h_4$ در آید در این صورت عمود مشترک $a'b_4$ و محور اطول که افقیه H_4 می باشد بدست آورید و با استفاده از آن عمود مشترک $b_{12}a'$ و H_4 را مشخص کنید.

۷- مطلوب است مخصوص هرم $SABC$ به قسمی که وجه

SAB متساوی الاضلاع بوده $\frac{4}{3} OA = AK$ باشد (نقطه

K پای ارتفاع R هرم) طول ارتفاع هرم را محاسبه کنید.
ترسیمی: ۱- از نقطه $'aa$ با بعد معلوم l و خط ارتفاع صفحه ای بگذرانید که با صفحه قائم تصویر زاویه 35° درجه بسازد فصل مشترک این صفحه را با خط غیر مشخص $'dd$ تعیین کنید.

۲- خط DD' و نقطه $'aa$ مفروض است از نقطه $'aa$ خطی رسم کنید که با صفحه افق تصویر زاویه α بسازد و خط DD' را قطع کند.

۳- فصل مشترک دو صفحه که یکی غیر مشخص و دیگری نیمرخ باشد بدست آورید.

۴- خلی از نقطه $'mm$ رسم نماید که با صفحه نیمساز فرجه دوم موازی و با صفحه قائم تصویر زاویه α بسازد دیبرستان ملی با بکان دیبر: از گمی - فرستنده: ثابتی آزاد

هندسه رقومی:

x' محور افقی و y' محور قائم و O مرکز کاغذ

دیبرستان رهمنا

دبیر: مهندس محمود خوئی

رقومی :

واحد سانتیمتر مقیاس ۱:۱ محور اطول را قائم و محور اقصی کاغذ را افقی انتخاب کرده محل تلاقی آن ها را مرکز کاغذ بنامید.

۹- صفحه P که با صفحه افق تصویر زاویه

$$\alpha = \text{Arctg} \frac{2}{3}$$

می سازد به قسمی رسم کنید که افقیه رقوم ۳ آن بر محور اقصی کاغذ منطبق باشد و تنزل رقوم مقیاس شیب آن از بالا به پائین بوده یک مقیاس شیب صفحه در سمت راست کنار کاغذ رسم کنید.

۱۰- نقطه a_۴ را به فاصله ۴ سمت چپ محور رقائم کاغذ در صفحه P انتخاب کرده خط a_۴b_۸ را در صفحه P به شیب

$\frac{1}{2}$ به قسمی رسم کنید که b سمت راست a بوده قرار گیرد.

۱۱- بر روی قطعه خط AB در صفحه P مثلث ABC را که شاعع دایره محیطی آن R=۵ و $\angle ACB = 90^\circ$ سمت راست ab واقع و $\overline{CA} = 2\overline{CB}$ است رسم نماید.

۱۲- بر روی مثلث ABC منتشرور ABCFG را که در آن وجه ABFE مستطیل بوده و ae موازی محور قائم است بنادرد به فرض اینکه رقوم نقطه E برابر ۱۶ باشد ملخص منتشرور را رسم و مرئی و مخفی کنید.

۱۳- زاویه حقیقی مسطحة فرجه نظیر صفحه P و صفحه مستطیل ABFD را روی شکل نشان دهید

هندسه ترسیمهی :

۱۴- از نقطه مفروض 'aa' خطی موازی صفحه نیمساز دوم رسم کرده بر روی آن نقطه 'cc' را به قسمی تعیین کنید که بعدش یک واحد بیش از ارتفاعش باشد.

۱۵- افقیهای رسم کنید که دو خط قائم مفروض را قطع نموده و بر نیمرخ مفروض 'aba'b' متنکی باشد.

۱۶- در صفحه منتصب 'PQ' مربعی رسم کنید که یک قطرش جبهی بوده و ضلع مربع برابر ۲ باشد. O'O' مرکز مربع را بدلوخواه اختیار کنید.

۱۷- از نقطه مفروض 'aa' که تصویرش مرتبآ بر آثار صفحه P واقعست صفحه ای موازی صفحه 'PQ' رسم کنید.

۱۸- عمود مشترک خط منتصب 'dd' را با خط غیر مشخص 'DD' رسم کنید.

۱۹- قطعه خط 'b'a'b' موازی صفحه افق تصویر داده شده بر روی آن مسدسی منظم بنامید که تصویر افقی نقطه را از صفحه مشخص کنید.

۲۰- خط قائم v را بقسمی انتخاب کنید که تصویرش به فاصله ۸ از مرکز کاغذ روی محور اطول و درست بالای کاغذ قرار گیرد. نقطه ۰ را که به فاصله ۲ بالای مرکز کاغذ بر روی محور اطول واقع است انتخاب کرده و از ۰ خط c_۱ را به قسمی مرور دهید که تصویرش موازی محور اقصی و اساس آن $\frac{3}{2} = i$ و c سمت چوب ۰ واقع شود.

۲۱- از نقطه C خطی رسم کنید که بر قائم v متکی بوده با خط CB زاویه قائم در فضا تشکیل دهد و بر روی آن نقطه ۰ را مشخص کنید.

۲۲- از نقطه B خطی رسم نماید که تصویرش از ۰ مرور نموده و خط BC عمود مشترک این خط و AC بوده و بر روی آن d_۴ را انتخاب کنید.

۲۳- بزرگترین شیب صفحات DBC و ABC را مرتبا در سمت چپ و راست کاغذ رسم و P و P' بنامید.

۲۴- صفحه عمود منصف BC را رسم و بزرگترین شیب آن را در بالای کاغذ ("P") نشان داده بکمک آن زاویه مسطحة نظیر فرجه دو صفحه P و P' را روی شکل رسم کرده و مقدار حقیقی آن را با استطیعه صفحه نشان دهید.

۲۵- ملخص منتشری را که قاعدة آن ABC ویال جانی است رسم کرده و مرئی و مخفی نموده مقطع آن را با صفحه افقی رقوم ۷ نشان دهید.

۲۶- هندسه ترسیمهی : ۱- بر روی خط الارض نقطه ای تعیین کنید که فاصله اش از جبهه مفروض d'd برابر ۳ برابر ۵ گردد.

۲۷- خط مواجی رسم کنید که یک خط منتصب مفروض 'dd' را قطع نموده و بر نیمرخ 'bcb'c' متکی باشد.

۲۸- بر یک خط غیر مشخص 'dd' و یک خط افقی 'hh' که متقاطعند صفحه ای مرور داده آثار آن را بیاید.

۲۹- فصل مشترک صفحه مواجی مفروض 'PQ' را با صفحه نیمساز اول تعیین کنید.

۳۰- از نقطه 'aa' واقع بر خط الارض خطی به صفحه 'PQ' عمود کرده پای عمود را یافته فاصله حقیقی نقطه را از صفحه مشخص کنید.

۳۱- قطعه خط 'b'a'b' موازی صفحه افق تصویر داده شده بر روی آن مسدسی منظم بنامید که تصویر افقی نقطه را از صفحه مشخص کنید.

۶- مثلث abc تصویر افقی مثلث قائم الزاویه ABC مفروض است ملخص مثلث را رسم کنید به قسمی که 'aa' بر خط الارض منطبق باشد .

دیبرستان زاگرس

دیبر: مهندس محمود خوائی

هندسه رقومی :

واحد سانتیمتر - مقیاس ۱:۱ محور اقصر کاغذ افقی و محور اطول را قائم اختیار کرده محل برخورد آنها مرکز کاغذ خواهد بود .

۷- نقطه C را به فاصله ۴ سمت راست مرکز کاغذ بر روی

محور اقصر اختیار کرده خط BC را به شیب $\frac{1}{2} = p$ به قسمی از نقطه C مرور دهید که تصویرش بر محور اقصر کاغذ منطبق بوده $\overline{BC} = \sqrt{5}$ و b سمت چپ قرار گیرد : رقوم B از C کمتر است .

۸- مثلث متساوی الساقین ABC را که $AB = AC$ و AB تصویر میانه AM با جهت مثبت محور اقصر زاویه 25° درجه می سازد و از پائین به بالا و از راست به چپ ممتد است به قسمی رسم کنید که رقوم A برابر 8 گردد . بزرگترین شیب صفحه مثلث را در سمت چپ کاغذ نشان دهید .

۹- مثلث ABC را حول افقی رقوم 8 در بالای صفحه کاغذ تسطیع نموده مرکز دایرة محیطی آن را یافته و ترقیع نمائید .

۱۰- هرم $SABC$ را که $SA = SB = SC$ و رقوم S بر ابی 10 می باشد رسم و مرئی و مخفی کنید .

۱۱- مقطع هرم فوق را با صفحه قائمی که اثرش بر محور اطول کاغذ منطبق است یافته و بزرگی مقطع را با تسطیع آن در سمت راست کاغذ مشخص کنید .

هندسه ترسیمی :

۱- بر روی نیم راخ مفروض 'cc' را به قسمی تعیین کنید که به فاصله یک واحد از نیمساز ربع اول باشد .

۲- خطی رسم کنید که دو خط منتصب مفروض را قطع نموده بردو خط غیر مشخص 'DD' و 'AA' متکی باشد .

۳- در صفحه نیم راخ 'PQ' مربعی که ضلع 'aba'b' آن داده شده است رسم کنید .

۴- فصل مشترک صفحه مواجه 'PQ' را با صفحه افقی 'H' تعیین کنید .

۵- از نقطه مفروض 'aa' که تصاویرش بر آثار صفحه مواجه 'PQ' منطبق است خطی بر صفحه مواجه عمود کرده پای عمود را بیابید .

دیبرستان شاهپور شیراز
دیبر: جواد پور - فرستنده: غلامرضا قابل
۱- از نقطه 'aa' ببعد 3 و ارتفاع 4 خطی به موازات صفحه نیمساز ناحیه دوم رسم کنید به طوری که با خط مفروض 'AA' متقاطع بوده اگر نقطه تقاطع 'cc' فرض شود مطلوب است ملخص مثلث قائم الزاویه CBA ($A = 90^\circ$) به طوری که نقطه 'bb' بر خط 'AA' واقع باشد .

۲- عمود مشترک خط نیم راخ 'aba'b' را با خط مواجہ 'HH' بدست آورید .

۳- فصل مشترک یک صفحه غیر مشخص با صفحات نیمساز فرجهها داده شده آثارش را بدست آورید .

۴- از نقطه 'aa' ببعد 3 واقع در نیمساز فرجه اول خط AB را به قسمی مرور دهید که ab با خط الارض زاویه 45° ساخته و AB با صفحه افقی تصویر زاویه 35° تشکیل دهد .

۵- فصل مشترک صفحه مواجه 'PQ' را با صفحه ماربر خط الارض و نقطه 'aa' بدست آورید .

مسئله - واحد cm و مقیاس $\frac{1}{2}$ است .

مقیاس شیب صفحه P به اساس یک موازی محور اطول کاغذ و به فاصله 2 سمت چپ آن رسم شده و ترقی رقوم از پائین به بالا است افقی رقوم 5 از مرکز کاغذی گردند نقطه g روی محور اطول قرار دارد .

۶- از نقطه a خطی رسم کنید که با افقیه های صفحه زاویه 35° تشکیل دهد از دو جواب آنرا انتخاب کنید که نقطه رقوم صفر خط سمت راست A باشد .

۷- روی این خط نقطه b را تعیین کنید
۸- بر خط a, b مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین ABC را ($C = 90^\circ$) بنویسید و از دو جواب رأس آن را اختیار نمائید که رقوم رأس C از رقوم a بیشتر است .

۹- روی مثلث ABC و بالای صفحه P هرم منتظمی بسازید که در گنج C سه قائمه باشد .

۱۰- خطوط مرئی و مخفی جسم را تمیز دهید .

دیبرستان علوی

دیبر: نادر - فرستنده: مس فروش

رقومی: ۱- مقیاس شیب صفحه P را کنار چپ کاغذ به فاصله یک از لبه کاغذ به اساس $\frac{1}{2}$ و ترقی رقوم به بالا را

روی آن نقطه خط a_1b_1 را مشخص کنید.

۳- بر روی AB در صفحه P مثلث قائم الزاویه a_1b_1d را که در رأس A قائم است رسم نماید.

۴- ملخص هرمسه قائم $ABDE$ را که یکی از جووهش بوده $AE = 10$ می باشد و رقوم E بیش از A است رسم کنید.

۵- اگر هر فوچ را گوشایی از یک مکعب مستطیل فرض کنیم که $AD = AE$ و AB سه خط الارض آن باشد مکعب مستطیل $ABCDEFGH$ را رسم نموده و آن را مرئی و مخفی نماید.

۶- عمود مشترک خط CE و خط GH را روی شکل رسم کنید.

هندسه ترسیمی :

۱- بر روی خط مفروض dd' نقطه‌ای تعیین کنید که مجموع مرباعات بعد و ارتفاع آن برابر ۵ باشد.

۲- خطی رسم کنید که دو خط منتصب مفروض و یک خط قائم را قطع نموده بر نیمرخ مفروض $aba'b'$ متکی باشد.

۳- در صفحه ماربر خط الارض، نقطه oo' تصویر افقی یک چهار ضلعی داده شده تصویر قائم آن را رسم کنید.

۴- فصل مشترک صفحه جبهی F را با صفحه ماربر خط الارض و نقطه oo' تعیین نماید.

۵- از نقطه مفروض aa' خطی موازی صفحه نیمساز اول مرور داده و بر این خط صفحه‌ای موازی صفحه نیمساز اول رسم نماید.

۶- نقاط $'aa'$ و bb' مفروضند نقطه cc' را که تصویر افقی آن داده شده به قسمی مشخص کنید که متساوی الفاصله از نقاط A و B باشد

دیبرستان شماره ۱ و ۲ همایون

دیبر مهندس محمود خوئی

مسئله هندسه رقومی :

واحد سانتیمتر - مقیاس $1:1$ محور افقی و محور قائم را بر محور اقصی و اطول منطبق فرض کرده محل تلاقی آنها مرکز کاغذ می باشد.

۱- نقطه a واقع بر محور قائم کاغذ به فاصله 9 بالای مرکز مفروض است.

از این نقطه صفحه P را بقسمی مرور دهید که با صفحه افق تصویر زاویه 45 درجه بسازد و افقیه هایش موازی محور اقصی بوده ترقی رقوم آن از بالا به پائین باشد . یک مقیاس شبی آن را در سمت راست کاغذ رسم کنید.

طوری رسم کنید که افقیه 3 از مرکز کاغذ بگذرد.

۲- نقطه a_1 در این صفحه است و تصویرش روی محور اطول کاغذ واقع است از این نقطه خط $\sqrt{45}$ را در صفحه P طوری رسم کنید که رقوم رأس B چهار و تصویرش سمت راست تصویر A باشد.

۳- در صفحه P خط AD را چنان رسم کنید که $A = 75^\circ$ و نقطه D سمت چپ A باشد و خط BD افقیه شود.

۴- ملخص موازی الاضلاع $ABCD$ را کامل کنید :

۵- مقیاس شبی صفحه Q صفحه نیمساز زاویه BAD را در بالای کاغذ رسم کنید و در این صفحه خط $AD = AB$ زاویه 75° بسازد و رقوم E از A کمتر باشد.

۶- ملخص موازی السطوح $ABCDEFGH$ را با دار نظر گرفتن مرئی و مخفی کامل کنید

۷- مقطع موازی السطوح را با صفحه افقی یک تعیین کنید.

ترسیمی : خط $aba'b'$ (نیمرخ + غیرمشخص)
مفروض است نقطه A به بعد 2 و ارتفاع 3 و نقطه B به بعد 3 و ارتفاع 5 (فاصله رابطها)

۱- طول حقیقی AB .

۲- زوایای میل نسبت به صفحات تصویر.

۳- نقاط اثر.

۴- نقاط تقاطع با صفحات نیمساز را پیدا کنید.

دیبرستان مردم

دیبر: مهندس محمود خوئی

مسئله رقومی :

واحد سانتیمتر- مقیاس $1:1$ محور اقصی را افقی و محور اطول را قائم اختیار کرده محل تلاقی آنها مرکز کاغذ فرض شود.

۱- از نقطه a_1 که تصویرش بر مرکز کاغذ منطبق است صفحه P را به قسمی مرور دهید که افقیهایش با محور اقصی زاویه 40 درجه بسازند یک مقیاس شبی صفحه را که با صفحه افق تصویر زاویه 45 درجه می سازد به قسمی رسم کنید که از راست به چپ و پائین به بالا ممتد و رقومش در همین جهت افزایش P یابد و تصویرش در سمت چپ کاغذ واقع شود . صفحه D دیگر P را از نقطه a_1 با اساس $1/5$ به نحوی رسم نماید که اثرش موازی محور اقصی و ترقی رقوم از پائین به بالا باشد در سمت راست کاغذ رسم کنید . فصل مشترک دو صفحه P و P' را یافته بر

صورتی که از سوخت هر گرم بینزین ۱۱ کیلوکالری حرارت تولید شود $J = ۴,۱۸ \text{ J} / \text{kg}$ ثول برای هر کالری $g = ۱۰ \text{ m/s}^2$ است : اگر این اتومبیل با موتور خاموش از همان جاده شیبدار پائین بیاید و اصطکاک زمین مقاومت هوا از رابطه :

$$R = ۵۰۰ + ۰,۳V^2$$

که در آن R بر حسب نیوتن و V بر حسب m/s بیان می شود بدست آید سرعت حد اتومبیل را در این جاده حساب کنید .

(اصطکاک سطح شیبدار همان اصطکاک سطح افقی است) ۳ - گلوله ای با سرعت 100 m/s بر ثانیه در امتدادی که با افق زاویه 0° تشکیل می دهد پرتاب شده است گلوله به نقطه ای به فاصله 500 m از افق محل پرتاب میرسد (برد) معین کنید زاویه α (بین جوابهای مسئله چه رابطه ای برقرار است) زمان حرکت گلوله را بر روی مسیر خود حساب کنید .

۴ - نقطه مادی بجرم 10 kg در تحت تأثیر نیروی $-40x - f = 0$ قرار گرفته است دامنه نوسان متحرک 5 cm است معادله حرکت متحرک را بنویسید در صورتی که بدانیم متحرک در مبدأ زمان از نقطه ای بفاصله $2,5\sqrt{2} \text{ cm}$ از مبدأ ارتعاش شروع به حرکت می کند (معادله فوق درستگاه C.G.S داده شده است)

۵ - گلوله ای بجرم 100 g به نخی بطول 1 m متصل شده پاندول ساده ای تشکیل می دهد . الف :

پریوپاندول را برای نوسانات کم دامنه حساب کنید .

$$g = ۱۰ \text{ m/s}^2 \quad \pi^2$$

ب : پاندول را باندازه 60° درجه از وضع قائم دور می کنیم (نقطه A) و از آنجا بدون سرعت اولیه رها می کنیم معین کنید سرعت گلوله را هنگام عبور از وضع قائم و انرژی جنبشی آنرا

پ : نیروی کشش پاندول را در وضع ماگزیم (نقطه A) و هنگام عبور از وضع قائم (نقطه B) حساب کنید .

ت : اگر گلوله را از نقطه A با سرعت اولیه 2 m/s پرتاب کنیم سرعت آنرا هنگام عبور از وضع قائم (نقطه B) حساب کنید .

د : بیرونیان با بکان

د : رادمنش - فرستنده : ثابتی آزاد

۱ - متحرکی دارای حرکتی است نوسانی بفرکانس 100 Hz و دامنه 5 mm :

سرعت ماگزیم - شتاب ماگزیم و سرعت متحرک را موقعی که بعدش به 4 mm میلیمتر می رسد تعیین کنید .

۲ - پاندولی بطول یکمتر درست ثانیه رامی زند (پاندول ساده است)

$$(4\pi^2 = 10)$$

۳ - از نقطه A در صفحه P خط $AE = ۱۳ \text{ cm}$ را بقسمی رسم کنید که e سمت راست محور قائم واقع گردد .

۴ - مثلث ACE را در صفحه P بقسمی بنا کنید که CE برابر 11 cm و موازی صفحه مقایسه باشد و مثلث ACE راحول افقی رقوم ۹ در سمت پائین کاغذ تسطیع نموده و سعی حقیقی آن را مشخص کنید . c سمت چیز e قرار دارد .

۵ - بر روی مثلث ACE و در بالای صفحه P هرمه سه قائم DACE را بنا کنید . و مکعب مستطیل را که هرم فوق گوشایی از آن بوده و ابعاد آن DA و DC و DE می باشد کامل کنید .

۶ - ملخص مکعب مستطیل را پس از حذف هرم سه قائم فوق به فرض آنکه صفحه P حاکم موارعه باشد نشان داده و مرئی و مخفی نمائید .

هندسه ترسیمی :

۱ - بر روی خط جبهه d' نقطه ای تعیین کنید که حاصل ضرب بعد وارتفاعی e برابر ۱ باشد (بطریق رسم هندسی) .

۲ - از نقطه a' خطی رسم کنید که بر قائم مفروض vv' متکی بوده و زاویه ای با صفحه افق تصویر 30° درجه باشد .

۳ - از نقطه aa' در صفحه منتصب $P\alpha Q$ خطی موازی صفحه نیمساز اول رسم کنید .

۴ - فصل مشترک صفحه دو خط متقاطع را با صفحه نیمساز دو تعیین نمائید .

۵ - قرینه نقطه aa' واقع بر خط اراضی را نسبت به صفحه مواجه مفروض تعیین کنید .

۶ - قطه خط مفروض aba'b' ضلع مثلث متساوی الاضلاع ABC است که g تصویر افقی مرکز تقل آن نیز داده شده ملخص مثلث را رسم کنید .

مکانیک

دیبرستان البرز

فرستنده : محمد وزیری

۱ - اتومبیلی بجرم 2000 kg کیلوگرم از جاده ای افقی که اصطکاک آن معادل $R = 500 \text{ N}$ نیوتن است وارد جاده شیبداری به شیب 5° درصد شده است و با سرعت ثابت 36 km/h در ساعت بالا می رود معین کنید .

الف : توان موتور بر حسب وات و کیلووات .

ب : حرارت ایجاد شده در اثر اصطکاک در مسافت 418 m بر حسب کالری بزرگ .

ب : در صورتی که راندمان موتور 45 km/h درصد باشد مصرف بنزین را در مسافت 100 km کیلومتر بر حسب گرم تعیین کنید در

در ثانیه سوم طی کرده است پیدا کنید (آب جریان نداشته واقعیق ازحال سکون شروع بحر کت کرده است)

۳ - روی سطح شیبداری بزاویه شیب 30° جسمی بوزن ۲ کیلو گرم بطور یکنواخت پائین می آید . ضرب اصطکاک سطح را پیدا کنید .

اگر زاویه شیب به 45° بر سایم شتاب حرکت را پیدا کنید .

۴ - روی سطح افقی که حول محور قائمی مطابق شکل می چرخد جسمی که فاصله مرکز نقل آن تا محور دوران 20cm است قرار داده ایم ضرب اصطکاک سطح 0.5 می باشد حداقل سرعت زاویه ای صفحه برای آنکه جسم روی صفحه شروع بلغزیدن کند معین نماید .

۵ - پیرستان علوی

دیبر : روزبه - فرستنده همس فروش

۱ - سطح مورب $\text{AOB} = 30^\circ$ مفروض است $\text{AOB} = 30^\circ$ و $\text{AB} = 32/1$ سانتی متر در نقطه O جرم m و جرم $2m$ در نقطه A قرار دارد (البته بوسیله نخ از قره های که در نقطه A قرار دارد گذشته است) پس از اینکه جرم $2m$ بسطح زمین می رسد جرم m مقداری به حرکت خود ادامه داده و بعد با حرکت متباھی بر گشت می کند .

۱ - ضرب اصطکاک را پیدا کنید .

۲ - جرم m در روی سطح مورب چند سانتی متر بالا می رود ($g = 9.81\text{m/s}^2$) .

۳ - سطح مورب $\text{BAx} = 30^\circ$ مفروض است گلوله ای با سرعت اولیه 7 متر بر ثانیه رها می کنیم در انتهای سطح شیبدار سرعتش به 5 متر بر ثانیه می رسد و از آن نقطه با همان سرعت اولیه (5 متر بر ثانیه) پرتاب می شود تا در امتداد سطح شیبدار در نقطه D فرود می آید در صورتی که ضرب اصطکاک $\frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد .

۱ - طول AD را حساب کنید .

۲ - ارتفاع نقطه او را حساب کنید .

۳ - نخی از قرقره بدون اصطکاکی گذشته در يك طرف آن جرم 72 گرم آهن و در طرف دیگر جرم 78 گرم آهن قرار دارد در زیر جرم 78 گرم بفاصله $4/9$ متری يك ظرف آب قرار گرفته جسم را رها می کنیم در صورتی که وزن مخصوص آهن $7/8$ و $g = 9.8\text{m/s}^2$ باشد .

۱ - زمان رسیدن گلوله را به سطح آب حساب کنید .

۲ - مسافت پیموده شده در آب .

۳ - جسم از سطح آب چه مقدار بیرون می آید .

a - شتاب جاذبه را در این نقطه تعیین کنید .

b - طول پاندول را $\frac{3}{4}$ برابر کرده و نیروی دوبرابر نیروی وزن گلوله پاندول در امتداد قائم بسمت پائین بر گلوله پاندول وارد می کنیم پریود جدید را پیدا کنید .

c - اگر پاندول یکمتری را که درست ثانیه را می زند بقدر $1/510$ شاعع کر زمین از سطح زمین بالا بیریم پریود پاندول به چه مقدار می رسد و در شبانه روز این پاندول چند ثانیه جلو یا عقب می افتد .

۳ - گلوله ای بوزن صد گرم را به نخی بطول $39/2$ سانتیمتر بسته دستگاه را در صفحه قائم می چرخانیم :

۴ - حداقل دستگاه را چند دور در دقیقه باید چرخانید تا در وضع قائم تعادل گلوله بهم نخورد در اینحال سرعت خطی را پیدا کنید .

b - فرکانس دوران چقدر باید باشد تا در بالاترین نقطه مسیر کشنخ برابر 200 گرم نیرو باشد .

۵ - در صورتی که جرم خورشید $330/000$ برابر و شاعع آن 110 برابر شاعع کره زمین و شتاب جاذبه زمین $9/8$ متر بر ثانیه باشد شتاب جاذبه خورشید را تعیین کنید .

۶ - سطح شیبدار AB بطول 2 متر روی میزی به ارتفاع $5/0$ متر قرار گرفته (زاویه شیب سطح 45° است) جسمی بدون سرعت اولیه از نقطه A بالای سطح حرکت کرده با سرعت 4 متر بر ثانیه به نقطه B می رسد .

الف - شتاب حرکت جسم را روی سطح شیبدار حساب کرده ضرب اصطکاک سطح را تعیین کنید .

ب - اگر جسم در نقطه B از سطح جدا شود در چه فاصله از قائم نقطه پرتاب بزمین می رسد و سرعت جسم در موقع رسیدن بزمین چقدر است ؟ (فاصله DH را حساب کنید)

دیبرستان شاهیور شیراز
دیبر : فیروزمند - فرستنده : غلامرضا قابل

۱ - دو جسم در یک لحظه از نقاط O و O' در امتداد قائم پرتاب با سرعتهای $39/2\text{m/sec}$ و 49m/sec بالا پرتاب شده اند . پس از چه مدت فاصله آنها از یکدیگر 20 متر خواهد شد . ارتفاع نقطه O از O' برابر با $5/3$ متر می باشد .

۲ - قایقی تحت اثر برایند نیروهای وارد بر آن مطابق شکل زیر بموازات ساحل حرکت می کند برایند نیروهای وارد بر قایق را پیدا کنید .

اگر نیروی اصطکاک آب بر سطح قایق 10 کیلو گرم نیرو و وزن قایق 516 کیلو گرم نیرو باشد مسافتی که قایق

دیبرستان هدایت سمندان

دیبر : علیمه محمدیان - فرستنده : بهزاد سوفر

۱

گلولهای بجرم M را در روی سطح میزی به بلندی $1/25$ متر با سرعت 8 m/s بحرکت در می آوریم . گلوله

۱۱

پس از طی مسافت $\frac{1}{6}$ متر از سطح میز پرتاب می شود اگر

ضریب اصطکاک سطح میز و گلوله $1/2$ باشد سرعت گلوله در موقع پرتاب شدن از سطح میز چقدر است و گلوله درجه فاصله ای از پای میز بزمین خواهد رسید و سرعت آن در موقع رسیدن به زمین چه اندازه است .

۳

گلوله کوچکی بجرم 50 g را با انتهای نخی بطول $1/21$ متر وصل می کنیم اگر پاندول تشکیل شده را بنوسان در آوریم زمان تناوب آنرا بدست آورید . پاندول فوق را با پاندول دیگری که ثانیه را می زند بنوسان در می آوریم فاصله زمان دو تطابق متوالی را حساب کنید ، پاندول فوق را 45° درجه از وضع قائم منحرف کرده و بطور آزاد رها می کنیم سرعت پاندول را در موقع عبور از وضع قائم حساب کرده و از زی جنبشی پاندول را برای این حالت حساب کنید ($10 = \pi^2$) .

۴

از آبشاری در هر دقیقه 30 m^3 متر مکعب آب از ارتفاع 20 m پائین می ریزد از زیر آبشار را در یک ساعت بر حسب ژول و کیلو گرم متر حساب کنید و توان آنرا نیز بر حسب کیلو وات و اسب بخار بدست آورید . سرعت آب در پائین آبشار چقدر است ؟

در صورتی که سرعت آب پس از خروج از توربینی که در پائین آبشار قرار داده 5 m/s باشد توان توربین را بر حسب وات حساب کنید .

۵

گلولهای بجرم 10 Kg تحت زاویه 45° درجه با افق با سرعت 100 m/s پرتاب می کنیم مختصات نقطه اوج گلوله و طول برداشت آنرا حساب کنید . اگر سرعت گلوله در موقع برخورد با زمین 100 m/s باشد تمام از زیر آن بحرارت تبدیل شود چند کالری حرارت حاصل خواهد شد .

(J-۴/۱۸)

مسائل فیزیک

دیبرستان شماره ۱ آذر

فرستنده : هرمز هاشمی

۹ - یک لوله بسته در 27° درجه حرارت نت m/s را

بعنوان صوت اصلی بیان می کند در صورتی که سرعت صوت در هوای لوله برابر $326/25$ متر بر ثانیه باشد معین کنید :

۱ - طول موج صوت حادث در طول لوله را .

۲ - نام دوار منیک متوالی بعدی لوله را تعیین کنید .

۳ - اگر بجای هوا در لوله گازی که چگالی آن 4 مرتبه کمتر از چگالی هوا است پر کنیم تو اثر صوت اصلی لوله چه خواهد شد .

۴ - اگر درجه حرارت لوله را در حالت اول به صفر بر سانیم به چه نسبت تو اثر صوت اصلی لوله تغییر می کند .

۵ - تار مرتعشی بطول 50 m سانتیمتر که جرم هر متر آن

صوتی به تو اثر 300 m بعنوان ارمنیک سوم بیان کند سرعت سیر در ارتعاشات را در تار دراین حالت حساب کنید .

۶ - قابی تشکیل شده از تعداد $n = 500$ حلقه بشماج $R = 20 \text{ cm}$ سانتیمتر و مقاومت $10 = R'$ اهم که به گالوانتری مقاومت $40 = R'$ اهم متصل است . در این قاب تغییرات فلوریتی برابر با 500000 Ma کسول در مدت $\frac{1}{100} \text{ ثانیه}$ تولید می نمایند معین کنید :

۷ - تیروی محركه القاشه در قاب و شدت جریان القاشه در مدار .

۸ - اگر مقابل همان قاب آهن ربانی را حول یک محور افقی بدوران دور آوریم بطوری که آهن ربا 180° دور در دقیقه بزند و در صورتی که شدت خوزه مغناطیسی ماکزیم مساوی 100 A ارستد باشد معین کنید معادله فلوي مغناطیسی و فلسو ماکزیمی که از قاب می گذرد .

۹ - فاصله دو منبع نورانی در آزمایش یانگ $1/5 \text{ m}$ میلیمتر وصفحه ای که نوارهای تداخلی بر روی آن تشکیل می شود بفاصله $2/5 \text{ m}$ متری از صفحه دو منبع واقع شده است . فاصله پنجمین نوار روشن از نوار مرکزی 5 mm میلیمتر است معین کنید طول موج و تو اثر نور موردنظر آزمایش در صورتی که سرعت نور 300000 Km/s کیلومتر در ثانیه باشد .

۱۰ - اگر آزمایش بالا در آب که ضریب انكسار نور ثانیاً $4/3$ است اجرا شود فاصله پنجمین نوار روشن از نوار مرکزی 3 چه خواهد شد .

دیبرستان با یکان

دیبر : رادمنش - فرستنده : ثابتی آزاد

۱۱ - جریان متناوبی که معادله اختلاف پتانسیل آن بصورت $V = 120 \sqrt{2} \sin 120 \pi t$

است مفروض است .

۳- سیمی مقاومت $R = 20$ اهم بین دو نقطه A و B کشیده شده است به محاذات وسط این سیم بویینی که از آن جریان متناوب می‌گذرد قرار می‌دهیم بین تار و جریان تشدید حاصل می‌شود در این حالت نت اصلی سیم sol است فرکانس جزیان را بدست آورید اگر اختلاف پتانسیل ثابت 18 ولت مؤثر را بین دوسر سیم برقرار کنیم :

اولاً - شدت جریان را بدست آورید .

ثانیاً - سیم مذکور را بصورت بویین در می‌آوریم توان حقیقی آن $8/1$ وات می‌شود ضریب سلف و معادله اختلاف پتانسیل را بنویسید .

ثالثاً - برای خنثی نمودن اثر سلف مدار خازنی به چه ظرفیت باید بطور توالی در مدار قرار دهیم . $Ia_3 = 440$
۴- لوله صوتی مسدودی دومین صوت خود را در هوای صفر درجه ایجاد می‌کند فاصله دو گره توالی آن 24 سانتیمتر است معین کنید اولاً طول لوله و فرکانس آنرا .

ثانیاً - هوای لوله را تا چه درجه درجه صفر درجه طول آنرا تغییر دهیم تا لوله دیز (##) نت قبل خود را ایجاد کند

$$V = \frac{m}{s} \quad (\text{سرعت سیر صوت در هوای صفر درجه})$$

مسائل شیوه‌ی

دیبرستان البرز

فرستنده محمد وزیری

۱- مقدار 300 سانتیمتر مکعب ازیک محلول گلوکز را تخمیر الکلی کرده‌ایم درجه الکلی محلول $4/6$ است مقدار گلوکز را حساب کنید . فرض می‌کنیم که فعل و اتفاقات کامل باشد و حجم تغییر نکند جرم هر سانتیمتر مکعب الکل $8/0$ گرم است .

۲- از سوختن 348 گرم جسم آلی $0/792$ گرم انیدرید کربنیک و $0/324$ گرم آب بدست می‌آید چگالی بحالت بخار جسم نسبت به آب 29 است معین کنید فرمول بسته جسم را ثانیاً در صورتی که بدانیم این جسم می‌تواند استیلن را در خود حل کند دریک آزمایش $8/96$ لیتر استیلن در شرایط متعارفی در آن حل می‌کنیم بطوری که وزن کل مساوی 312 گرم کرده و اگر این مقدار 312 گرم با اکسیژن بسوزانیم مقدار اکسیژن لازم را بر حسب ملکول گرم حساب کنید .

دیبرستان بابکان

دیبر : دکتر منصور آذر - فرستنده : ثابتی

۱- 1000 محلول آلدید آستیک 11 گرم در لیتر چند

a - اختلاف پتانسیل مؤثر و فرکانس جریان را حساب کرده تعیین کنید اگر این جریان از یک مقاومت ساده $R = 100$ عبور کند در 5 دقیقه چقدر گرما تولید می‌کند $(K = 0/24)$

b - اگر این اختلاف پتانسیل به بویین بدون مقاومت

$$\text{وضریب سلف } L = \frac{\mu}{\pi} \text{ هانری وصل شود شدت مؤثر و معادله}$$

شدت جریان را بنویسید .

c - اگر جریان فوق را به خازن بدون مقاومت بینهایی وصل کنیم و ظرفیت خازن C باشد در این حال شدت مؤثر در مدار 3 آمپر می‌شود ظرفیت خازن چند میکروفاراد است و در اینحال معادله شدت جریان را نیز بنویسید .

۳- طول موج نوری $\lambda = 6400$ آنگstrom است .

۴- طول موج این نور در آب بضریب شکست $\frac{3}{4}$ چقدر است .

b - اگر این نور دوشکاف آزمایش یونک را که بفاصله $1/5$ mm از هم قرار دارند روشن کند صفحه نوارها را به چه فاصله از صفحه سکانها قرار دهیم تا فاصله دونوار تاریک متوازن $5/64$ میلیمتر شود .

c - در آزمایش فوق تیغه نازکی بضریب شکست $1/4$ مقابل یکی از شکافها قرار می‌دهیم . نواری مرکزی به روی سومین نوار تاریک حالت قبل منطبق می‌شود ضخامت تیغه چقدر است .

۳- دو خازن $C_2 = 12 \mu F$ و $C_1 = 8 \mu F$ و متوافق $C_3 = 5 \mu F$ متوازن قرار گرفته‌اند . ظرفیت معادل را پیدا کرده اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_3 برابر 400 ولت باشد اختلاف پتانسیل دو سر انشعاب را پیدا کنید .

دیبرستان پهلوی اراك

دیبر آشنازی - فرستنده : محمود جواد عطاری

۱- دو سیم هم جنس و هم طول A و B که قطر اولی $5/2$ میلی‌متر و قطر دومی $0/3$ میلی‌متر است بروی صدا سنجی کشیده شده‌اند نیروی کشش سیم A برابر با 25 کیلو گرم و نیروی کشش B مساوی با 16 کیلو گرم است در صورتی که سرعت سیر ارتعاشات عرضی در تار A 120 متر بر ثانیه باشد سرعت ارتعاشات را در سیم B و جرم یک متر از هر کدام تارها را بدست آورید .

ثانیاً - اگر صوت اصلی سیم B ut₂ باشد نت سیم A و پنج هارمونیک متوازن آنرا بدست آورید .

کلرایدریک لازم گردیده است.

ازنتایج دوآزمایش بالا فرمول جسمآلی را تعیین و فرمول گستردۀ تمام ایزومرهای آنرا نوشته و نام ببرید.

ثانیاً - از فرمولهای گستردۀ بالاکدام یک را بایستی انتخاب نمود که نتیجه اکسیداسیون کامل $37/5$ گرم آن توسط

1000 سودنرمال خنثی شود و پس از انتخاب آنرا اکسیده نماید.

۳ - مخلوطی از گاز متان و اتیلن را ازلولههایی که شامل اکسید مس گرم است عبور میدهیم در نتیجه گازهای نامبرده می‌سوزند در صورتی که کاهش لوله اکسید مس $6/22$ و جرم گاز کربنیک ایجاد گشته $5/72$ گرم باشد.

اولاً - مقادیر هریک از هیدروکربورها را تعیین نماید.

ثانیاً - جرم آب حاصله را بدست آورید.

دبیرستان هدایت سنندج

دبیر : گریم کیمیا - فرستنده : بهزاد سوفر

۱ - $10/9$ گرم از یک جسمآلی مرکباز کربن و گیدرژن و اکسیژن تجزیه می‌کنیم، $1/32$ گرم گاز کربنیک حاصل شده و وزن اکسیژن مصرفی $10/96$ گرم است در صورتی که بدانیم جسم فوق یک عامل اسیدی دارد و $10/9$ گرم آن با 1000 سود نرمال خنثی می‌شود فرمول گستردۀ آنرا بنویسید درصورتی که می‌دانیم این جسم بر نور پلازیمه موثر است.

۲ - چند گرم آلدئیداتیلیک لازم است تا با اسید سولفوریک بتواند 5000 محلول دسی نرمال پرمنگنات دوپتاں را بیرنگ کند. ثانیاً - همان مقدار آلدئید با مایع فهلینگ چند گرم رسوب می‌دهد حجم مایع فهلینگ بیرنگ شده را نیز حساب کنید در صورتی که می‌دانیم در هر لیتر مایع فهلینگ مذبور 35 گرم سولفات مس متبلور محلول است.

۳ - نمک کالسیم یک اسید آلی اشباع شده یک ظرفیتی زنجیری را خوب تکلیس می‌کنیم مشاهده می‌شود که $21/5$ درصد کالسیم دارد معین کنید.

اولاً - فرمول گستردۀ اسید.

ثانیاً - گستردۀ تمام ایزومرهای آنرا.

۴ - برای تهیه یک لیتر شراب به درجه الکلی $2/9$ چه حجم محلول گلوکز 5 گرم در لیتر لازم است.

ثانیاً - از اکسیداسیون یک لیتر شراب فوق چه مقدار اسید حاصل می‌شود فرمول فعل و انفعالات را بنویسید.

(D=0/8)

سائبیمتر مکعب از محلول فهلینگ که 35 گرم $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$

در لیتر دارد می‌تواند بیرنگ نماید.

۵ - $10/94$ گرم سولفات منواتیل آمونیوم را با سود

سوآور حرارت می‌دهیم تعیین کنید:

الف - حجم گاز حاصل را

ب - گاز حاصل را وارد محلول کلرور فریک می‌نمائیم

وزن رسوب تولید شده را حساب کنید

۶ - 5000 محلول آلکل 12 درجه بوسیله چندسانیمتر

مکعب محلول پرمنگنات پتابیم دسی نرمال اکسیده شده تبدیل

به آسید آستیک می‌شود

دبیرستان رهنما

دبیر : کیوهرت مهرگان - فرستنده : هاشمی سجادی

۷ - $10/46$ گرم یک جسمآلی مرکب از C و H و O را

تجزیه می‌کنیم در نتیجه 224 سانتیمتر مکعب CO_2 و $\frac{1}{6}$ جرم کربن هیدرژن بدست می‌آید.

اولاً - ساده‌ترین فرمول جسم را بدست آورید.

ثانیاً - در صورتی که بدانیم این جسم اسیدی است یک ظرفیتی گستردۀ آنرا سم کنید.

ثالثاً - $\frac{1}{10}$ مولکول گرم از این جسم با مایع فهلینگ چند گرم رسوب می‌دهد.

رابعاً - همین مقدار از اسید چند 0.00 پرمنگنات دوپتاں $\frac{N}{10}$ را در محیط اسیدی بیرنگ می‌نماید.

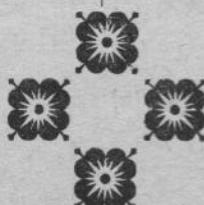
دبیرستان شاهپور شیراز

دبیر : کیان - فرستنده غلامرضا قابل

۹ - جهت تعیین فرمول یک ترکیب آلی آزمایشهای زیر را انجام داده.

۱ - $10/37$ گرم جسمآلی را در 100 گرم حلال حل کرده ایم نزول نقطه انجما دهمانقدر می‌شود که $23/50$ گرم الکل اتیلیک در همان مقدار حلal حل کنیم:

۲ - از تجزیه $10/374$ گرم از همان جسمآلی $5/56$ لیتر بخار آب در شرایط متعارفی تولید گشته و گاز کربنیک حاصل از این عمل در 2000 محلول سود به غلطت 100 گرم در لیتر وارد نموده برای خنثی شدن کامل سود 10000 محلول دسی نرمال اسید



مسائل پرایی حل

به علت گرفتاری دانش آموزان در امتحانات آخر سال از مطرح ساختن مسائل برای هر کلاس خودداری می شود

مسائل متغیر قه

قابل استفاده داوطلبان امتحانات ورودی دانشکدهها

یک ریشه مشترک داشته باشد ثابت کنید :

$$(b-d)^r = (ad-bc)(a-c)^r$$

- ثابت کنید که دو معادله :

$$x^r + px^r + qx + t = 0$$

$$(t \neq 0)$$

$$x^r + rx^r + sx + t = 0$$

وقتی ریشه مضاعف مشترک دارند که :

$$p=r \text{ و } q=s$$

- با تحقیق تساویهای :

$$1^r + 2^r = 9 \quad 1^r + 2^r + 3^r = 36$$

$$1^r + 2^r + 3^r + 4^r = 100$$

و با استفاده از روش استقراء ریاضی حاصل مجموع زیر

را تعیین کنید :

$$S_n = 1^r + 2^r + 3^r + \dots + n^r$$

(ترجمه از فرانسه)

- سه چند جمله‌ای زیر فرض می شود :

$$f_n(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$$

$$g_n(x) = 1 \times 2 + 2 \times 3x + 3 \times 4x^2 + \dots$$

$$+ m(n+1)x^{n-1}$$

$$h_n(x) = 1 + 1^r x + 2^r x^2 + \dots + n^r x^n$$

(۱) تابع $F(x)$ تابع اولیه $f_n(x)$ را چنان تعیین کنید

- به فرض $1 < q$ حاصل عبارت زیر را

حساب کنید :

$$S = 1 + (1+q) + (1+q+q^2) + \dots + (1+q+q^2+\dots+q^{n-1})$$

(سید جلال آشفته)

- معادله زیر را حل کنید .

$$\log(4^{-1} \times 2\sqrt{x-1}) - 1 =$$

$$\log(\sqrt[2]{\sqrt{x-2}} + 2) - 2\log 2$$

(ترجمه : هراج کاراپتیان)

- به فرض اینکه a و b و c مقادیر مثبت باشند

صحت نامساوی زیر را تحقیق کنید :

$$\frac{a^r}{b^r} + \frac{b^r}{c^r} + \frac{c^r}{a^r} > \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + \frac{c}{b} > 3$$

(ترجمه : نصرت الله حسنلو)

- جمله مستقل از x عبارت زیر را تعیین کنید :

$$\frac{1}{(3x^2 - 2x)}^r$$

(از مسائل امتحانات نهائی انگلستان)

- اگر معادلات :

$$x^r + ax + b = 0 \quad x^r + cx + d = 0$$

-۳۷۴۹ - دستگاه دو معادله دومجهولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \text{Arcsin } x \cdot \text{Arcsin } y = \frac{\pi}{12} \\ \text{Arccos } x \cdot \text{Arccos } y = \frac{\pi}{24} \end{cases}$$

(ترجمه: بهزاد سوفر)

-۳۷۵۰ - در صورتی که داشته باشیم :

$$\begin{cases} A+B+C = \frac{\pi}{2} \\ \sin A = \sin \alpha \cos \beta \\ \sin B = \sin \beta \cos \gamma \\ \sin C = \sin \gamma \cos \alpha \end{cases}$$

ثابت کنید که :

$$\cot \alpha \cot \beta \cot \gamma = 1$$

(اقتباس: حسین رزاقیزاده ششم ریاضی دبیرستان مرمری)

-۳۷۵۱ - ثابت کنید در هر مثلث رابطه زیر برقرار است.

$$\sin 2A(\cos^2 B + \cos^2 C) + \sin 2B(\cos^2 C + \cos^2 A) + \sin 2C(\cos^2 A + \cos^2 B) = 2 \sin A \sin B \sin C$$

(فریدون مهاجر اشجاعی پنجم ریاضی دبیرستان بابلان)

-۳۷۵۲ - عدد چهار رقمی چنان تعیین کنید که اگر

۳۶۹ واحد بر آن بیفراهم موقو آن بسته آید.

(میر محمد مصباحی ششم ریاضی دبیرستان هنر بخش)

-۳۷۵۳ - مطلوبست تعیین عدد \overline{xyyx} که داشته باشیم

$$\overline{xyyx} = \overline{xx} + \overline{yy}$$

(سید جلال آشتة)

-۳۷۵۴ - n عددی است که با عدد ۵۱ اول است. اولا

ثابت کنید برای آنکه عبارت $n(n+51)$ مربع کامل باشد

باید اعداد n و $n+51$ مربع کامل باشند. ثانیاً مقدار n را

چنان تعیین کنید که $n(n+51)$ مربع کامل باشد.

(ترجمه: قوام نحوی، اهواز)

-۳۷۵۵ - اگر m عدد اول باشد ثابت کنید عبارت زیر

بر m بخش پذیر است :

$$S = a^{m-2} + a^{m-2}b + a^{m-4}b^2 + \dots + b^{m+2}$$

(ترجمه: حبیب گلستانزاده، کازرون)

* *

که در ازاء $x = 0$ برابر یک شود و از روی آن مقدار $f_n(x)$ را نتیجه بگیرید.

(۲) روابط زیر را محقق کنید :

$$(1) g_n(x) = f_{n+1}(x)$$

$$(2) h_n(x) = 1 + xf_n(x) + x^2f'_n(x)$$

و از آنها مقادیر $(g_n(x))$ و $(h_n(x))$ را بدست آورید.

(ترجمه از فرانسه)

-۳۷۵۶ - نقاط A_1 و A_2 روی ضلع BC از مثلث ABC قرار دارند به قسمی که :

$$BA_1 = A_1 A_2 = A_2 C$$

و به نحو مشابه نقاط B_1 و C_1 برضلع CA و نقاط B_2 و C_2 برضلع AB قرار دارند. خطوط CC_1 و BB_1 یکدیگر را در A' ، خطوط AA_2 و CC_2 یکدیگر را در B' و خطوط AA_1 و BB_2 یکدیگر را در C' قطع می کنند. ثابت

کنید دو مثلث ABC و $B'C'$ متشابهند.

(ترجمه: غلامرضا حلی دانشجوی ریاضی دانشکده علوم)

-۳۷۵۷ - (مسئله ERDÖS دانشآموز مجارستانی).

در داخل مثلث ABC نقطه دلخواه P را اختیار می کنیم. امتداد خطوط AP و BP و CP اضلاع BC و CA و AB را به ترتیب در A' و B' و C' قطع می کنند. ثابت کنید که مجموع $PA' + PB' + PC'$ از طول بزرگترین ضلع مثلث کوچکتر است.

(ترجمه: هراج کار اپتیان)

-۳۷۵۸ - نیمدايره به قطر $AB = 2R$ مفروض است.

نقطه M را بر محیط این نیمدايره طوری تعیین کنید که اگر $AP + PM = 1$ باشد داشته باشیم P تصویر آن بر AB مسئله را از در راه محاسبه و ترسیم حل و بحث کنید.

(ترجمه: بهزاد سوفر)

-۳۷۵۹ - نقطه M را درفضای داخل چهار وجهی منظم چنان تعیین کنید که حاصل ضرب فواصل آن از چهار وجه ماکریم باشد.

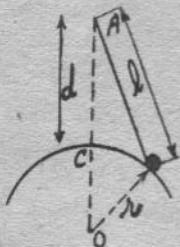
(سیروس نخعی آشتیانی پنجم ریاضی دبیرستان هدف)

-۳۷۶۰ - اگر a و b و c طولهای اضلاع و p نصف محیط و r و R به ترتیب شعاعهای دایره های محاطی داخلی و محیطی یک مثلث باشند به فرض $2r < R$ صحت نامساوی زیر را تحقیق کنید.

$$abc > (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$$

(ترجمه: بهزاد سوفر)

مسائل فیزیک (زیرنظر: هوشنگ شریف‌زاده)



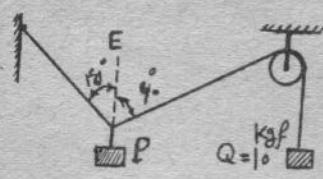
۱- نیرویی که بر ریسمان وارد می‌شود.

۲- نیرویی که سطح کوچک بر توب کوچک وارد می‌کند. از شاعع توب صرف نظر می‌شود.

(ترجمه گلستان‌زاده از کتاب مجموعه مسائل مکانیک)

۳۷۴۹- ریسمانی که یک سرش در نقطه A به دیوار وصل

شده و به سر دیگرش وزنه $Q = 10 \text{ kgf}$ بسته شده است بس قرقه ثابتی ممکن است. اگر بین قرقه و دیوار وزنه P کیلوگرمی به ریسمان آویزان کنیم طوری که تعادل دو وزنه



در طرفین قرقه برقار شود، دو زاویه‌ای که بین BE و ریسمان و امتداد قائم (امتداد نیروی P) تشکیل می‌شود به ترتیب 45° و 60° می‌باشد. معین کنید.

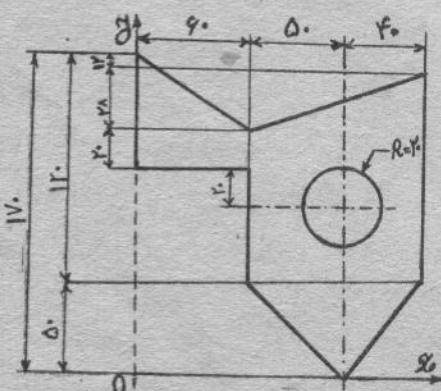
اندازه نیروی P را. از وزن نخ و اصطکاک قرقه صرف نظر می‌کنید.

(ترجمه گلستان‌زاده)

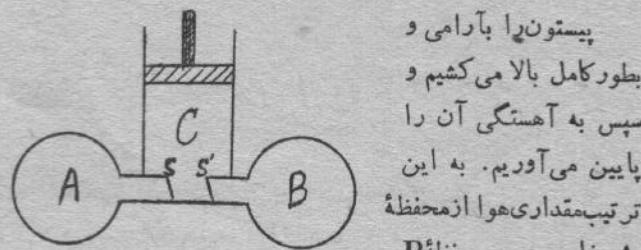
۳۷۵۰- ۱- شکل زیر، صفحه‌ای است یکنواخت (همگن)

مرکز ثقل آن را پیدا کنید.

اگر محورهای مختصات را چنان انتخاب کنیم که در شکل دیده می‌شود، مختصات مرکز ثقل را بیابید.



۳۷۴۶- تلمبه تخلیه و تراکمی است که حجم مخزن استوانه آن برابر است با C. سوپاپ S این تلمبه را به محفظه A و سوپاپ S' آن را به محفظه B متصل می‌کنیم. حجم هریک از این دو محفظه برابر است با R. در ابتدای آزمایش پیستون تلمبه در انتهای مسیر خود می‌باشد (حجم هوای داخل مخزن استوانه صفر است). و هریک از دو محفظه محتوی هوا با فشار H می‌باشد.



پیستون پایا بارامی و بطور کامل بالا می‌کشیم و سپس به آهستگی آن را پایین می‌آوریم. به این ترتیب مقداری هوا از محفظه A خارج و در محفظه B وارد می‌شود. عمل بالا و پایین کشیدن پیستون را n مرتبه تکرار می‌کنیم. در این هنگام فشار هوا در محفظه A و فشار هوا در محفظه B چقدر است؟ اگر n بستم بینها میل کند فشار هوا در هریک از دو محفظه چقدر خواهد شد؟

(ترجمه از حل المسائل MAILLARD)

۳۷۴۷- مداری است مطابق شکل که در آن مقاومتها

عبارتند از:

$$CMD = AB = BC = BD = 1\Omega$$

$$AE_1C = AE_2D = 2\Omega$$

و نیروی محرکه پیلاها به ترتیب عبارتند از:

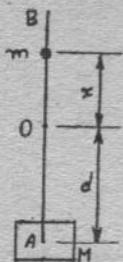
$$E_2 = 1V \text{ و } E_1 = 2V$$

شدت جریان وجهت آن را در هریک از شاخهای پیدا کنید.

(ترجمه از حل المسائل GREEFE)

۳۷۴۸- توب کوچک P از نقطه A بوسیله ریسمان

آویزان شده است. این توب بر سطح کروی مانندی بدشاعع تکیه دارد. هرگاه فاصله نقطه آویز A تا رویه کره: $AC = d$ و طول ریسمان $AB = l$ باشد معین کنید:



جرم m ، که ابعاد آن کوچک است، می‌تواند روی تیغه بلند و به فاصله x از نقطه O قرار گیرد؛ زمان تناوب دستگاه را بر حسب g ، d ، x ، m ، M بحسب آورید.

اگر $x = d$ شود زمان تناوب چقدر خواهد شد؟
به ازای چه مقداری از x زمان تناوب بینهایت خواهد شد.

(ترجمه از فیزیک Foucher)

۳۷۵۲ - دو وزنه P_1 و P_2 توسط دیسمنانی بدیکدیگر متصلند. دستگاه، در امتداد جاده‌ای افقی، تحت اثر نیروی ثابت Q که به وزنه جلویی وارد می‌شود حرکت می‌کند. ضرب اصطکاک جاده برابر است با f . شتاب حرکت دستگاه و کشنخ را بدست آورید.

(ترجمه از مکانیک نظری TARG)

مسائل شیوه‌ی (زیرنظر: عطاءالله بزرگ‌نیا)

۳۷۵۳ - ۰/۵۸ گرم از یک جسم الى مرکب از کربن و هیدرژن و اکسیژن را با اکسید سیاه می‌سوزانیم. اضافه وزن ظروف پناس ۱/۳۲ گرم می‌شود و اکسید مس ۱/۲۸ گرم نقصان وزن پیدا می‌کند. تعیین کنید فرمول جسم آلى را در صورتی که چگالی به حالت بخار جسم آلى نسبت به هوا است.

(حبيب الله رضوانی دبیر دبیرستانهای تهران)

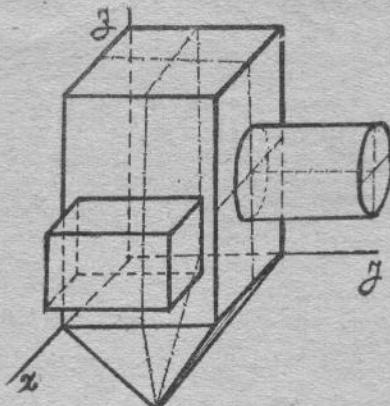
۳۷۵۴ - اکی والان گرم فلزی ۶۹/۶۶۷ و حرارت ویژه آن ۰/۵۳۰۵ (کالری گرم بر درجه سانتیگراد) می‌باشد. ظرفیت و وزن اتمی دقیق فلز و بالاخره جنس فلز را پیدا کنید.

(ترجمه: حسین جواهری)

۳۷۵۵ - اکی والان گرم نقره ۱۵۷/۸۸ می‌باشد. وزن اکی والان منیزیم را پیدا کنید در صورتی که هر ۰/۳۶۲ گرم آن می‌تواند ۳/۲۲۵ گرم نقره را از نمکش آزاد سازد.

(ترجمه: حسین جواهری)

- مرکز تقلیل جسم جامد همگنی را پیدا کنید که در شکل پایین نمایش داده شده و تشکیل شده است از:



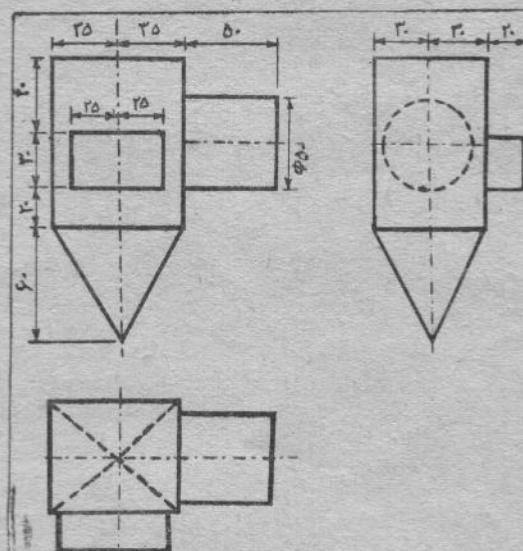
الف) مکعب مستطیل A :

ب) استوانه قائم B :

ج) مکعب مستطیل C :

د) هرم قائم D :

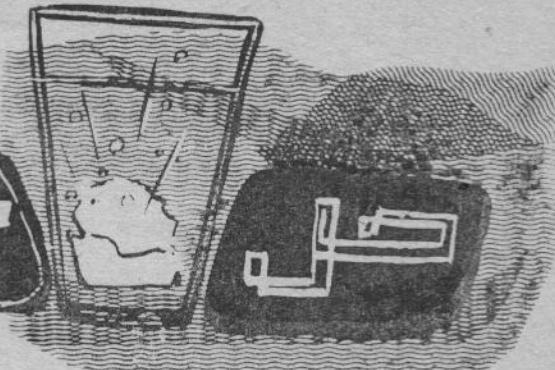
(به تصاویر این جسم توجه کنید)



(ترجمه از مکانیک MENOT)

۳۷۵۱ - مترونومی تشکیل شده است از تیغه AB به جرم ناجیز که حول محور افقی O می‌تواند دوران کند. جرم به نقطه A انتهای تیغه، ثابت است و می‌توان آن را در این نقطه متوجه کرد.

مسائل شماره شانزدهم



اگر حل مسئله‌ای را فرستاده‌اید اما نام شما ذیل حل آن در این شماره درج نشده است به یکی از عمل زیر می‌باشد:
راه حل انتخابی شما درست نبوده یا ناقص بوده است، روی ورقه‌ای که حل مسئله را نوشته‌اید نام و کلاس خود را
باده‌اشت نکرده‌اید، مسئله مربوط به کلاس پائین‌تر از کلاس خود را حل کرده‌اید، نام شما دیرتر از مهلت مقرر به دست مسا
رسیده است.

حل مسائل یکان شماره ۳۳

قطب دزفول - محمد گرمادی دیبرستان کورش دامغان - حسن
جهفری دیبرستان قناد بابل -

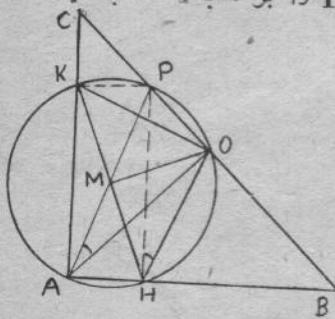
ABC - مثلث قائم الزاویه و مستوی الساقین ۴۶۵۵

قائمه در زاویه A مفروض است. فرض می‌کنیم BC = ۲a
اگر O وسط BC و P نقطه دلخواهی از وتر BC باشد
عمودهای PH و PK را به ترتیب بر AB و AC رسم
می‌کنیم.

اولاً - ثابت کنید پنج نقطه A و P و O و H و K
بر محیط یک دایره واقعند.

ثانیاً - ثابت کنید مثلث HOK قائم الزاویه متساوی الساقین است.

ثالثاً - به فرض اینکه اندازه زاویه PAO برابر با 30°
درجه باشد مساحت مثلث HOK را بر حسب a حساب کنید.



حل - اولاً : چهار
ضلعی AHPK مستطیل
بوده و محاطی است و محل
تلاقی قطرهای آن M
مرکز دایره محیطی آن
می‌باشد. مثلث AOP
در زاویه O قائم است

ومیانه نظیر وتر با نصف وتر آن یعنی با نصف AP یا OM متساوی بوده در نتیجه نقطه O هم بر دایره محیطی مستطیل MP قرار دارد.

ثانیاً - نسبت به دایره مار بر پنج نقطه فوق الذکر

کلاس چهارم طبیعی

۴۶۵۴ - در معادله درجه دوم:

$$3x^2 - 4mx + m^2 + 2m\sqrt{3} - 6 = 0$$

مقدار m را چنان معلوم کنید که ریشه‌های معادله بترتیب
برابر با $\cot \alpha$ و $\tan \alpha$ باشند و اندازه زاویه حاده α را
تعیین کنید.

$$\cot \alpha \cdot \tan \alpha = 1 \quad x'x'' = \frac{m^2 + 2m\sqrt{3} - 6}{3} = 1$$

$$m^2 + 2m\sqrt{3} - 9 = 0 \Rightarrow m = \sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

مقدار $m = -3\sqrt{3}$ قابل قبول نیست زیرا در ازاء

آن حاصل جمع ریشه‌های معادله $\frac{4m}{3} = -4\sqrt{3}$ منفی بوده

وهر دو ریشه معادله منفی می‌باشند و نمی‌توانند برابر با تاثرات
زاویه حاده باشند در ازاء $m = \sqrt{3}$ داریم:

$$4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

پاسخهای درست رسیده : اعظم آشفته دیبرستان
حکمت - بهشت آذر دیبرستان تقوی - محمد مقدسی دیبرستان
پهلوی ساری - فریدر سجادی دیبرستان پهلوی ساری - حسین
علوی دیبرستان پهلوی ساری - رحمن فلاطون زاده دیبرستان

$$y' - (a+c)y + ac = 0$$

$$y'y'' = ac \quad y' + y'' = a + c$$

پس a و c ریشه‌های معادله هستند.

پاسخهای درست رسیده: اعظم آشفته - پریچهر جمشیدی - محمد مقدسی - فریور سجادی - حسین علوی - محمد گرمدای - حسین جعفری - ابوالفضل آتشرو - علیرضا زارین قلم محمد حسن تقی‌زاده - عباس کشاورز - حسین شهپری دیبرستان نمازی شیراز - حسن خدا بخشی - محمد ابراهیم‌زاده - علی‌احمدی - علی‌اکبر دوست‌دار دیبرستان مهر گان - هرمز روضوی دیبرستان هدف ۱ - مرتضی شفیعی دیبرستان بحر العلوم بروجرد - میر‌سید‌یحیی‌زاده لنگرودی دیبرستان البرز - شهاب‌ذکارتی دیبرستان هدف ۳ - سید رضا میرزندۀ دل دیبرستان نور بخشش رشت - امان‌الله‌امین نیای دیبرستان البرز - مسعود لادیان دیبرستان البرز - شهریار دیانت دیبرستان فردوسی تبریز - احمد حسین‌زاده دیبرستان شاهرضا مشهد - جلال اشجاعی دیبرستان دین و دانش قم - محسن ذوار زاده دیبرستان هدف ۱ - محمد قلی قلیان دیبرستان ۱۵ بهمن رودسر - فرشید شاهرخی دیبرستان البرز - فرهاد جوانمردانیان دیبرستان البرز - ابوالقاسم مهران دیبرستان رازی شاهی - علی‌نصر دیبرستان البرز - محمد حاجی شفیعی‌ها دیبرستان پهلوی‌قزوین - محمد علی‌نوشاد دیبرستان شاهپور شیراز - منوچهر سلوکی - غلامرضا اصلانی دیبرستان هدف ۱ - بهجت آذر - اصغر وضعی دیبرستان فروزی مراغه - جوادخان سفید دیبرستان هدف ۱ پرویز مرادی حقگو - محمود ربکاء دیبرستان سعدی اصفهان - یدالله صادقی دیبرستان پهلوی‌شهسوار - احمد ماشین‌چی دیبرستان خوارزمی ۲ - محمد مهاجرانی دیبرستان رازی تربت حیدریه - هادی جرجه ارجمند دیبرستان مهر گان لاهیجان - منصور توفیقی دیبرستان پهلوی‌ملایر - محمد حسن باقری دیبرستان دکتر نصیری - ژوزف صالح دیبرستان البرز - علی‌کودرزی از اصفهان.

۳۶۵۷ - مطلوب است حل و بحث معادله زیر :

$$(1) \frac{a+x}{a-x}^2 = 1 + bx$$

حل - معادله به معادله شرطی زیر تبدیل می‌شود :

$$\begin{cases} (a+x)^2 = (a-x)^2(1+bx) \\ x-a \neq 0 \end{cases}$$

بعد از اختصار خواهیم داشت :

$$(2) \begin{cases} x[bx^2 - 2abx + a(ab - 4)] = 0 \\ x-a \neq 0 \end{cases}$$

یک ریشه معادله (۲) عبارتست از $x = 0$ که به شرط

دو زاویه **OAH** و **OKH** متساوی‌بند و چون زاویه **OAH** برابر 45° درجه است پس اندازه زاویه **OKH** نیز برابر 45° درجه می‌باشد. همچنین ازتساوی دو زاویه **OAC** و **OHK** نتیجه خواهد شد که اندازه زاویه **OHK** برابر 45° درجه است و مثلث **OKH** قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. **ثالثاً** - در مثلث **PAO** داریم :

$$zA = 30^\circ \quad PA = 2PO$$

$$PA' - PO' = AO' \quad \text{یا} \quad 2PO' = a^2$$

$$PO = \frac{a\sqrt{2}}{3} \quad \text{و} \quad PA = KH = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

$$S = \frac{1}{2} KH \cdot MO = \frac{a^2}{3}$$

پاسخهای دست‌رسیده: پریچهر جمشیدی دیبرستان انوشیروان دادگر - علی طاهری دیبرستان وحید - علی‌احمدی دیبرستان کهدوش دامغان - جمشید پرویزی دیبرستان البرز - محمد ابراهیم‌زاده دیبرستان طبری آمل - حسن خدا بخش دیبرستان محمد رضا شاه پهلوی - ابوالقاسم مهران دیبرستان رازی شاهی - پرویز مرادی حقگو دیبرستان هدف ۱ - عباس کشاورز دیبرستان کورش دامغان - محمد حسن تقی‌زاده دیبرستان حکیم سنائی اصفهان - ناصر زعیر دیبرستان بایندر خرمشهر - علیرضا زرین قلم دیبرستان هدف ۱ - ابوالفضل آتشرو کلاس سوم دیبرستان دکتر محمود شیمی - منوچهر سلوکی دیبرستان خوارزمی ۲ - حسن نوائیان دیبرستان شرف - حسن جعفری محمد گرمدای - حسین علوی - فریور سجادی - محمد مقدسی

کلاس چهارم ریاضی

۳۵۵۶ - معادله زیر مفروض است :

$$x' - (a+c)x + ac - b^2 = 0$$

۱) ثابت کنید که این معادله درازاء جمیع مقادیر a و b دارای دو جواب x' و x'' است.

۲) ثابت کنید که a و c در معادله زیر صدق می‌کنند.

$$(y - x')(y - x'') + b^2 = 0$$

حل - در معادله اول داریم :

$$\Delta = (a+c)^2 - 4ac + 4b^2 = (a-c)^2 + 4b^2$$

۳) همواره مثبت است پس معادله همواره دو جواب دارد.

۴) نسبت به معادله اول داریم :

$$x' + x'' = a + c \quad x'x'' = ac - b^2$$

معادله دوم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$y^2 - (x' + x'')y + x'x'' + b^2 = 0$$

معادلات زیر را خواهیم داشت :

$$\begin{cases} a+b=13 \\ a+bq+r=25 \\ a+bq^2+2r=53 \\ a+bq^3+3r=129 \end{cases}$$

بعد از تفکیق عضو به عضو معادلات اول و دوم ، دوم و سوم وبالآخره سوم و چهارم خواهیم داشت :

$$\begin{cases} b(q-1)=12-r \\ bq(q-1)=28-r \\ bq^2(q-r)=76-r \end{cases}$$

از تقسیم عضو به عضو معادلات اول و دوم ، دوم سوم این دستگاه نتیجه می شود :

$$q = \frac{28-r}{12-r} = \frac{76-r}{28-r}$$

و نتیجه خواهیم گرفت :

$$r=4 \quad q=3 \quad b=4 \quad a=9$$

پاسخهای درست رسیده : پریچهر جمشیدی - حسن خدابخشی - اصغر وصفی دبیرستان فروزان مراغه - پریز مجذوب دبیرستان هدف ۱ - علی طاهری دبیرستان وحید جمشید پریزی - محمدتقی معیر دبیرستان ادبی - غلامرضا اصلانی - پریز مرادی حقگو - محمدقلی قلیان - ابوالقاسم مهران احمد ماشین چی - سیروس باقالوی دبیرستان سینا اهواز اصغر اشکنایی دبیرستان رازی آبادان - جلال اشجعی - علی اصغر اسکندر بیاتی دبیرستان بهمن قلهک - علی اکبر دوستدار - میرسعید لاجوردی دبیرستان البرز - منوچهر حاج آقازاده دبیرستان بابلکان - دولت خرمی دبیرستان مهر گان لاھیجان - یدالله صادقی - بهجت آذر - رحمن فلاطون زاده - محمد حاجی شفیعیها - امان الله امین نیا هرمز رضوی - محمد ابراهیم زاده - حسین شهپری - محمد گرمدای فریور سجادی - محمد مقدسی - حسین علوی - ابوالفضل آتشرو - علیرضا ذرین قلم - محمد حسن تقی زاده - عباس کشاورز علی احمدی - سید رضا میرزندہ دل - شهریار دیانت - فرهاد جوانمردیان - جواد خان سفید - محمد ربکاء - حسن جعفری سعید قوجا دبیرستان دکتر خانعلی -

۳۶۵۹ - ثابت کنید که $s^m + s^n = s^{m+n}$ می توانند سه جمله از یک تصادع هندسی باشند . این تصادع را مشخص کنید بنابر آنکه قدر نسبت آن بزرگترین مقدار ممکن را داشته باشد . حل - لازم و کافی است دو عدد صحیح و مثبت m و n داشته باشیم به قسمی که :

$$s^m = 27 \times q^m \quad s^n = 75 \times q^n$$

$$q^m = \frac{25}{9} \quad , \quad q^n = \frac{5}{3}$$

$a \neq 0$ قابل قبول خواهد بود و علاوه بر آن داریم :

$$(4) \begin{cases} bx^2 - 2abx + a(ab - 4) = 0 \\ x - a \neq 0 \end{cases}$$

در معادله (۴) داریم :

$$\Delta' = a^2 b^2 - ab(ab - 4) = 4ab$$

(۱) اگر $ab < 0$ باشد معادله (۴) دارای ریشه نیست .

(۲) اگر $ab > 0$ باشد داریم :

$$x = \frac{ab \pm \sqrt{ab}}{b}$$

به سادگی معلوم خواهد شد که این مقادیر از x برابر نیستند و شرط (۳) برقرار بوده و در این حالت معادله مفروض رویهم سه ریشه دارد .

(۳) اگر $ab = 0$ باشد دو حالت در نظر می گیریم :

الف - داشته باشیم $a = 0$ و $b \neq 0$ در این صورت معادله

(۴) ریشه مکرر مرتبه سوم $x = 0$ داشته و چون در شرط (۳) صدق نمی کند قابل قبول نیست .

ب - داشته باشیم $a \neq 0$ و $b = 0$ در این صورت معادله

(۴) غیرممکن است و معادله مفروض فقط یک ریشه $x = 0$ دارد

ج - داشته باشیم $a = b = 0$ در این صورت معادله (۴)

می بهم است و معادله مفروض نیز می بهم خواهد بود .

خلاصه بحث :

معادله فقط یک ریشه $x = 0$ دارد

معادله سه ریشه دارد

$$3) ab = 0 \begin{cases} a = 0 \quad b \neq 0 \\ a \neq 0 \quad b = 0 \\ a = b = 0 \end{cases} \quad x = 0$$

پاسخهای درست رسیده : محمد گرمدای - علی

نصر دبیرستان البرز -

پاسخ با بحث ناقص ۲۱

۳۶۵۸ - دو تصادع ، یکی حسابی و دیگری هندسی چنان

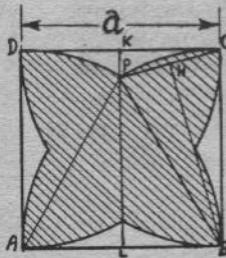
تعیین کنید که مجموع جملات اول دو تصادع برابر با ۱۳ و مجموع جملات دوم آنها برابر با ۲۵ و مجموع جملات سوم آنها برابر با ۵۳ و بالآخره مجموع جملات چهارم شان برابر با ۱۲۹ باشد .

حل - دو تصادع را به صورت زیر فرض می کنیم .

$$a + a + r + a + 2r + a + 3r$$

$$b + bq + bq^2 + bq^3$$

اسد آبادی - ابوالقاسم مهران - جلال اشجعی - امان الله امین نیا
محمد مقدسی - جواد خان سفید - محمود ربکاء - حسن جعفری
۳۶۶۱ - محاسبه سطح هاشور خورده شکل زیر بفرض
آنکه اندازه ضلع مرربع برابر a باشد.



حل - مثلث ABC متساوی الاضلاع
به ضلع a می باشد ، نتیجه خواهد شد
که اندازه زاویه PBC برابر 30° باشد. در دایره به مرکز B و بشاعر
داریم: $BC = a$

$$PC = C_{12} = \sqrt{a(2a - \sqrt{4a^2 - a^2})}$$

$$PC = a\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$BH = r_{12} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 - a^2(2 - \sqrt{3})^2} = \frac{a}{2}\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

مساحت مثلث PBC برابر می شود با :

$$S_1 = \frac{1}{2} PC \cdot BH = \frac{1}{4} a^2$$

تبصره - می توان مستقیماً ثابت کرد که مساحت مثلث PBC یک چهارم مساحت مرربع است.

مساحت قطعه BPC برابر می شود با :

$$S_2 = \frac{\pi a^2 \times 30}{360} = \frac{\pi a^2}{12}$$

و مساحت قطعه محصور بین وتر و کمان PC برابر می شود با :

$$S_3 = \frac{\pi a^2}{12} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{12}(\pi - 3)$$

$$PL = \frac{a\sqrt{3}}{2}, PK = a - \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}(2 - \sqrt{3})$$

مساحت مثلث PCD برابر است با :

$$S_4 = \frac{a^2}{4}(2 - \sqrt{3})$$

و مساحت مثلث منحنی الخط PCD برابر است با :

$$S_5 = S_4 - 2S_2 = \frac{a^2}{12}(12 - 2\pi - 3\sqrt{3})$$

مساحت سطح مرربع برابر a^2 است و S مساحت مطلوب برابر می شود با :

$$S = a^2 - \frac{a^2}{3}(12 - 2\pi - 3\sqrt{3}) = \frac{a^2}{3}(2\pi + 3 \times \sqrt{3} - 9)$$

با توجه به اینکه $(\frac{5}{3})^2 = \frac{25}{9}$ نتیجه می شود :

$$m = 2n$$

اگر $n > 1$ فرد باشد داریم :

$$q = \sqrt[n]{\frac{5}{3}}$$

و اگر n زوج باشد داریم :

$$q = \pm \sqrt[n]{\frac{5}{3}}$$

مقدار q وقتی بزرگترین مقدار خود را دارد که n کوچکترین مقدار خود را داشته باشد که در این صورت داریم

$$n = 1, q = \frac{5}{3} \quad 27:45:75:125\dots$$

پاسخهای درست رسیده : غلامرضا اصلانی - ابوالقاسم
مهران - جواد خان سفید - علیرضا زدین قلم - حسین علوی -
محمد مقدسی - امان الله امین نیا - جلال اشجعی .

۳۶۶۰ - مطلوب است رسم مثلثی که طول یک ضلع آن معلوم
بوده و فوواصل نقطه G (نقطه تلاقی سه میانه) از سه رأس مثلث
بر نسبت مقادیر معلوم m و n و p باشد .

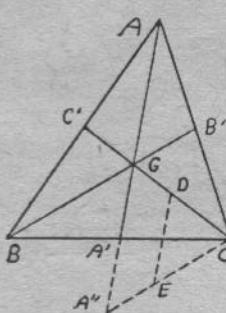
حل - اگر ABC مثلث مطلوب باشد و میانه AA' به اندازه :

$$A'A'' = A'G$$

امتداد دهیم مثلث "CGA" که بدست
می آید اضلاعش به ترتیب با طولهای
 GC و GB و GA مساوی است :

$$GA'' = GA, CA'' = GB$$

بر CG و CA'' طولهای CD و
 CE را به ترتیب برابر با n و m جدا می کنیم .



$$\frac{CG}{CD} = \frac{CA''}{CE} = \frac{GA''}{DE} \Rightarrow DE = m$$

و راه ترسیم مثلث بین ترتیب می شود که ابتدا مثلث مانند CDE می سازیم که طولهای اضلاع آن به ترتیب با مقدار m و n و p برابر باشند . میانه CE نظیر رأس C از این مثلث را رسم کرده بر آن نقطه B را چنان تعیین می کنیم که $CB = a$ باشد و بعد از آن نقطه G ربالآخر رأس A از مثلث را مشخص می کنیم .

پاسخهای درست رسیده : محمد حسن تقیزاده -
منوچهر حاج آقازاده - جمشید پرویزی - فتح الله دیانت دبیرستان

۳۶۶۳ - حل معادله زیر و تعیین جوابهای بین صفر و 2π .

$$\begin{aligned} 4\tg a &= 1 - \tg^2 a \\ \frac{2\tg a}{1 - \tg^2 a} &= \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad \tg 2a = \frac{1}{2} \\ 2a &= k\pi + \alpha \quad \text{و} \quad a = \frac{k\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

$$a = \operatorname{Arctg} \frac{1}{2}$$

پاسخهای درست رسیده : پروین سرآمد دبیرستان ولی الله نصر - بهمن فرید وزناد دبیرستان فیروزبهرام - سروش سامیا کلانتری دبیرستان فیروزبهرام - مسعود نجفی دبیرستان مهر گانلاهیجان - جمشید ورجاوندی دبیرستان مهر - محمد رضا کمالی - جواد مددی دبیرستان پهلوی همدان - حمید وکیلزاده دبیرستان فردوسی رضائیه - شاهرخ نجاری غلامحسین اسداللهی عبدالکریم لیثی اصل - عبدالرحیم حاجی طالب - صمد فرهنگ فریدون امینزاده - سید حسن صدرالغروی - محمد رضا یزدان بنی الله روحی .

کلاس پنجم ریاضی

۱-۳۶۶۴) تابع به شکل :

$$y = \frac{ax+1}{x+b}$$

را چنان مشخص کنید که منحنی نمایش تابع محورهای مختصات را در جهت مثبت آنها قطع کرده و از تلاقی مجانب های آن با محورهای مختصات مربعی به مساحت يك واحد سطح بدست آید .

$$y = \frac{-x+1}{x+1} \quad 2)$$

را رسم کنید و ثابت کنید در صفحه محورهای مختصات غیر از نقطه تلاقی مجانبها ، نقطه دیگری یافت نمی شود که از آن بتوان دو مماس عمود بر هم بر منحنی رسم کرد .

حل ۱ - مختصات نقاط تلاقی منحنی با محورها عبارتست از :

$$(x=0 \quad \text{و} \quad y=0) \quad \text{و} \quad (y=\frac{1}{b} \quad \text{و} \quad x=-\frac{1}{b})$$

نتیجه می شود که $a < 0$ و $b > 0$ است .

$$(x \rightarrow \pm\infty \quad \text{و} \quad y \rightarrow a) \quad \text{و} \quad (x \rightarrow -b \quad \text{و} \quad y \rightarrow -b)$$

از تلاقی مجانبها با محورها مربع مستطیل به اضلاع $|a|$ و $|b|$ تشکیل می شود برای اینکه این مربع مستطیل ، مربعی به مساحت

پاسخهای درست رسیده : منوچهر حاج آقازاده - احمد حسین زاده - علی اکبر دوستدار - شهریار دیانت حسین علوی - امان الله امین نیا - جمشید پرویزی .

کلاس پنجم طبیعی

۳۶۶۴ - اولاً تابع :

$$y = x^2 + mx + m - 4$$

را چنان مشخص کنید که رأس منحنی نمایش آن بر محور عرضها واقع باشد . منحنی نمایش تابع را رسم کنید . در نقاط تلاقی منحنی با محور طولها مساسهایی بر آن رسم کنید . معادله این مساسها و مختصات نقطه تلاقی آنها را تعیین کنید .

حل - تابع در ازاء $x = 0$ ماقزیم یا مینیمم است پس :

$$y' = 2x + m \quad x = 0 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$y = x^2 - 4 \quad \text{و} \quad y = 2x$$

| | | | | | |
|----|----|----|---|---|----|
| x | -∞ | -2 | 0 | 2 | +∞ |
| y' | - | 0 | + | | |
| y | +∞ | -4 | 0 | 4 | +∞ |

ضریب زاویه مساسهای در نقاط A و B به ترتیب برابر است با :

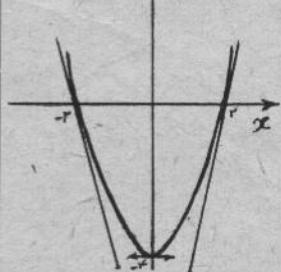
$$m = -4 \quad \text{و} \quad m' = 4$$

و معادلات این مساسها عبارت خواهد شد از :

$$y = 4x - 8$$

$$y = -4x - 8$$

که در نقطه $(0, -8)$ و C متقاطعند .



پاسخهای درست رسیده : بنی الله روحی دبیرستان قناد بابل - محمد رنا یزدان دبیرستان قریب - محمد رضا کمالی دبیرستان فردوسی رضائیه - سید حسن صدرالغروی دبیرستان محمود مجذ محلات - فریدون امینزاده دبیرستان فردوسی رضائیه - حسین مظفریان دبیرستان ابن سينا رضائیه - صمد فرهنگ دبیرستان رهمنا - عبدالرحیم حاجی طالب - عبدالکریم لیثی اصل دبیرستان تبریز - شاهرخ نجاری هنرستان صنعتی یزد - غلامحسین اسداللهی دبیرستان قناد بابل - مسعود نجفی دبیرستان مهر گانلاهیجان - شاهین شهیدی دبیرستان هدف ۴ .

حل - معادله خط ماربر $(b \neq 0)$ عبارتست از:

$$y = mx + b$$

و از حذف y بین این معادله و تابع خواهیم داشت:

$$x^2 - (m+2)x - b = 0$$

$$\Delta = m^2 + 4m + 4b + 4$$

برای اینکه معادله $\Delta = 0$ دو جواب m' و m'' داشته باشد باید:

$$4 - 4b - 4 > 0 \quad \text{یا} \quad b < 0$$

زاویه بین دو مماس با ضریب زاویه های m' و m'' عبارتست از:

$$\operatorname{tg}\gamma = \left| \frac{m' - m''}{1 + m'm''} \right| = 2$$

$$\frac{2\sqrt{-4b}}{|1 + 4b + 4|} = 2$$

$$16b^2 + 44b + 25 = 0 \Rightarrow b = \frac{-11 \pm \sqrt{21}}{8}$$

پاسخهای درست رسیده: فریدون امینزاده - محمد

رضایزدان - جواد منیر واقفی - علی اصغر ابریشمی دبیرستان دکتر

نصیری - داود حسینی - دبیرستان دکتر داور پناه - عبدالرحیم

حاجی طالب - محمدرضا کمالی - شاهین شهیدی - مسعود نجفی

- ۳۶۶۶ - به فرض آنکه هیچ یک از اعداد مثبت ha مربع

کامل نباشند مطلوب است تعیین اندازه کلی زاویه α برای آنکه

داشته باشیم:

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{c}, \quad \sin 3\alpha = \frac{2\sqrt{b}}{c}$$

مقادیر داده شده را در اتحاد:

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

منظور می کنیم بعداز اختصار خواهیم داشت:

$$(3c^2 - 4a - 12b)\sqrt{a} + (5c^2 - 4b) - 12a\sqrt{b} =$$

$$- 12a\sqrt{b} =$$

$$\begin{cases} 3c^2 - 4a - 12b = 0 \\ 5c^2 - 4b - 12a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{3c^2}{8}, \quad b = \frac{c^2}{8}$$

$$\sin \alpha = \frac{c\sqrt{\frac{3}{8}} - c\sqrt{\frac{1}{8}}}{c} = \sqrt{\frac{3}{8}} - \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$\sin 3\alpha = \frac{2c}{c\sqrt{\frac{1}{8}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{12} \quad \text{یا} \quad 2k\pi + \frac{11\pi}{12}$$

یک واحد سطح باشد باید داشته باشیم:

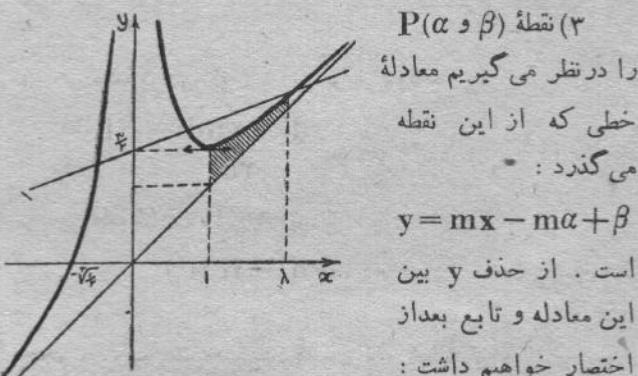
$$|a| = |b| = 1 \Rightarrow a = \pm 1, \quad b = \pm 1$$

جوابهای قابل قبول عبارتند از:

$$b = 1 \quad \text{و} \quad a = -1$$

۲) جدول و منحنی نمایش تابع به شرح زیر است:

| | | | | | |
|------|-----------|-----------|---|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| y' | - | - | - | - | - |
| y | -1 | $+\infty$ | 1 | $-\infty$ | -1 |



P(α , β) نقطه (۳)

را درنظر می گیریم معادله خطی که از این نقطه می گذرد:

$$y = mx - m\alpha + \beta$$

است. از حذف y بین این معادله و تابع بعداز اختصار خواهیم داشت:

$$mx^2 - (m\alpha - \beta - m - 1)x - m\alpha + \beta - 1 = 0$$

$$\Delta = (\alpha^2 + 2\alpha + 1)m^2 - 2(\alpha\beta + \alpha + \beta - 3)m + \beta^2 + 2\beta + 1$$

برای اینکه از P دو مماس عمود برهم بر منحنی رسم

شود لازم و کافی است که حاصل ضرب ریشه های m' و m'' از معادله $\Delta = 0$ برابر با ۱ - باشد یعنی داشته باشیم:

$$\frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\beta^2 + 2\beta + 1} = -1 \Rightarrow$$

$$(\alpha + 1)^2 + (\beta + 1)^2 = 0$$

معادله اخیر فقط دارای جواب $\alpha = -1$ و $\beta = -1$ است و در ازاء این مقادیر از α و β معادله $\Delta = 0$ دارای یک ریشه

$m' = \pm \infty$ و یک ریشه $m'' = 0$ باشد و نتیجه می شود که P بر نقطه تلاقی مجامنها منطبق بوده و مماسهای نظیر همان مجامنها می باشند.

پاسخهای درست رسیده: جواد منیر واقفی دبیرستان سعدی اصفهان - احمد درخش دار - صمد حیاتی دبیرستان

خوارزمی ۲ - محمدرضا یزدان - عبدالکریم لیشی اصل.

۳۶۶۵ - بر محور عرضها نقطه P را چنان تعیین کنید

که اگر از آن، دوم مماس بر منحنی تابع $y = x^2 - 2x$ رسم شود

زاویه بین مماسها برابر با $\operatorname{Arctg} 2$ باشد.

$$OA = R, O'A = R', OO' = \sqrt{R^2 + R'^2} = d$$

$$HA = \frac{RR'}{d}, OH = \frac{R}{d}, O'H = \frac{R'}{d}$$

حجم قطاع کروی $OAFB$ برابر است با :

$$V_1 = \frac{2}{3} \pi R^2 \cdot FH = \frac{2}{3} \pi R^2 (R - \frac{R}{d}) = \frac{2\pi R^2 (d - R)}{3d}$$

حجم مخروط دوار حاصل از دوران مثلث OAH برابر V_2 است با :

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi AH^2 \cdot OH = \frac{\pi R^2 R'^2}{3d^3}$$

حجم قطعه کروی AFB برابر می شود با

$$V_r = V_1 - V_2 = \frac{\pi R^2 (2d^2 - 2Rd^2 - RR'^2)}{3d^3}$$

حجم قطعه کروی AEB برابر خواهد شد با :

$$V'_r = \frac{\pi R'^2 (2d^2 - 2R'd^2 - R'R'^2)}{3d^3}$$

حجم مطلوب یعنی حجم بشتاب پرنده عبارتست از مجموع حجمهای V_2 و V'_r .

- ۳۶۶۹ - یک منبع نور را به چه فاصله از کره به شعاع

R باید قرار داد تا $\frac{1}{n}$ سطح کره را روشن کند.

حل - با فرض $PO = d$ داریم :

$$OH = \frac{R}{d}, HN = R - \frac{R}{d} = \frac{R(d - R)}{d}$$

مساحت سطح منطقه روشن برابر است با :

$$S_1 = 2\pi R \cdot HN = \frac{2\pi R^2 (d - R)}{d}$$

و بنا به فرض باید داشته باشیم .

$$\frac{2\pi R^2 (d - R)}{d} = \frac{4\pi R^2}{n} \Rightarrow d = \frac{nR}{n - 2}$$

پاسخهای درست رسیده : جواد منیرواقفی .

کلاس ششم طبیعی

- ۳۶۷۰ - تابع :

$$y = ax^2 + bx^2 + cx + d$$

را چنان معین کنید که منحنی نمایش آن در نقطه به طول ۱

پاسخهای درست رسیده : رضا آلانی دیبرستان شرف .
نادر پهلوان دیبرستان شرف .

- ۳۶۶۷ - به فرض $A + B + C = \frac{k\pi}{2}$ صحت اتحاد زیر را تحقیق کنید .

$$1 - 2 \sin \frac{A}{K} \sin \frac{B}{K} \sin \frac{C}{K} = \sin^2 \frac{A}{K} + \sin^2 \frac{B}{K} + \sin^2 \frac{C}{K}$$

حل - از رابطه مفروض نتیجه می گیریم :

$$\frac{B}{K} + \frac{C}{K} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{K}$$

$$\sin^2 \frac{B}{K} + \sin^2 \frac{C}{K} = 1 - \frac{1}{4} (\cos \frac{2B}{K} + \cos \frac{2C}{K}) =$$

$$1 - \cos(\frac{B}{K} + \frac{C}{K}) \cos(\frac{B}{K} - \frac{C}{K}) = 1 - \sin \frac{A}{K} \cos(\frac{B}{K} - \frac{C}{K})$$

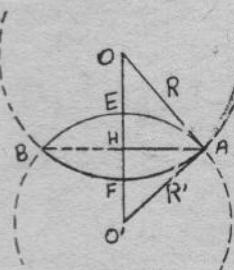
$$1 - \sin \frac{A}{K} \cos(\frac{B}{K} - \frac{C}{K}) + \sin^2 \frac{A}{K} =$$

$$1 - \sin \frac{A}{K} [\cos(\frac{B}{K} - \frac{C}{K}) - \cos(\frac{B}{K} + \frac{C}{K})] =$$

$$1 - 2 \sin \frac{A}{K} \sin \frac{B}{K} \sin \frac{C}{K}$$

پاسخهای درست رسیده : شهرام ذکاوی دیبرستان هدف ۳ - شاهین شهیدی - محمد رضا کمالی - صمد فرهنگ - کیوان انوشی دیبرستان رهنما - بنی الله روحی - حمید و کلیل زاده محمد رضا جمشیدی دیبرستان علمیه همایون مهاجری دیبرستان هدف ۳ - جواد منیر واقفی - رضا آلانی - صمد حیاتی - نادر پهلوان .

- ۳۶۶۸ - حجم بشتاب پرنده ای را حساب کنید با تصور



اینکه این بشتاب پرنده
فصل مشترک دو کره
به شعاعهای R و R' به
بوده و یکدیگر را به
زاویه قائم قطع کرده
باشند .

حل - باید حجمهای دو قطعه کروی AFB و AEB را حساب کنیم داریم :

$$\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = -\frac{5}{4}, a = \left| -\frac{5}{4} + \frac{1}{4} \right| = 1$$

$$c = \left| -\frac{5}{4} \right| = \frac{5}{4}, b = \sqrt{c^2 - a^2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{معادله هذلولی به صورت زیر خلاصه می‌شود: } \\ 36y^2 + 90y - 64x^2 + 172 = 0$$

پاسخهای درست رسیده:

وحید طباطبا و کیلی دبیرستان فردوسی تبریز - عزیزالله
سالار کیا دبیرستان جم قلهک - سید جمال آشفته دبیرستان
تقوی.

۳۶۷۱ - رسم جدول و منحنی نمایش تابع:

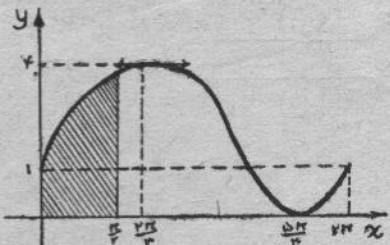
$$y = \sqrt{2} \sin x - \cos x + 2$$

در فاصله صفر و π و محاسبه سطح محصور بین منحنی و محور

طولها و عرضهای نقاط به طول صفر و $\frac{\pi}{2}$

$$y' = \sqrt{2} \cos x + \sin x$$

| | | | | |
|----|-----|------------------|------------------|--------|
| x | 0 | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{5\pi}{3}$ | 2π |
| y' | + | 0 | - | 0 |
| y | 1 ↗ | 4 ↘ | 0 ↗ | 1 ↗ |



$$Y = -\sqrt{2} \cos x - \sin x + 2x + C$$

$$S_{\frac{\pi}{2}} = \left| -1 + \pi - (-\sqrt{2}) \right| = \pi + \sqrt{2} - 1$$

پاسخهای درست رسیده:

وحید طباطبا و کیلی - مصطفی سه گلزاری دبیرستان
مهران زاهدان - سید جمال آشفته.

کلاس ششم ریاضی

$$y = \frac{3x^2 + 1}{2x^2}$$

تابع ۳۶۷۲

مفروض است.

برسهمی $x^2 + y^2 = 1$ بر خط معادله $y = 5x - 3$ مماس باشد.

(۱) منحنی (C_1) نمایش هندسی تابع: $y = x^2 + x^2$ و سهمی $y = x^2 + x^2$ به معادله $y = x^2 + x^2$ را در یک دستگاه محوهای مختصات رسم کنید. معادله خط هادی و مختصات کانون سهمی را تعیین کنید.

(۲) معادله هذلولی را بنویسید که در یک رأس و یک کانون با سهمی (P) مشترک بوده و مرکز آن $(\frac{5}{4}, -\frac{1}{2})$ باشد. این هذلولی را در شکل قبل رسم کنید.

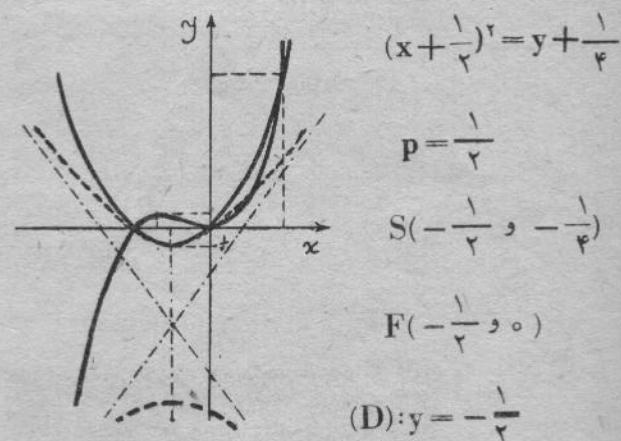
حل ۱ - ضریب زاویه مماس بر سهمی در نقطه به طول ۱ - برابر ۱ - است پس ضریب زاویه مماس بر (C_1) در این نقطه برابر ۱ می‌باشد. چهار معادله زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{cases} -a + b - c + d = 0 \\ 3a - 2b + c = 1 \\ a + b + c + d = 2 \\ 3a + 2b + c = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 0 \\ d = 1 \end{cases}$$

(۲) جدول تغییرات تابع به قرار زیر است.

| | | | | | |
|----|-----------|-------|----------------------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | $-\frac{2}{3}$ | 0 | $+\infty$ |
| y' | + | 0 | - | 0 | + |
| y | $-\infty$ | ↗ 0 ↗ | $\frac{4}{27}$ ↘ 0 ↗ | $+\infty$ | |

معادله سهمی به صورت زیر نوشته می‌شود:



(۳) معادله هذلولی به صورت کلی زیر است:

$$\frac{(y - \beta)^2}{a^2} - \frac{(x - \alpha)^2}{b^2} = 1$$

در ازاء $m=1$ معادله یک ریشه ∞ و دو ریشه قرینه دارد و به شرط $m \neq 1$ فرض می کنیم :

$$x = \frac{1}{X} \Rightarrow X^2 - 3X - 2(m-1) = 0$$

$$4p^2 + 27q^2 = 108(m^2 - 2m)$$

| m | |
|-----------|----------------------------------|
| $-\infty$ | یک جواب منفی |
| ۰ | یک جواب منفی و ریشه مضاعف |
| ۱ | دو جواب مثبت و یک جواب منفی |
| ۲ | دو جواب قرینه و یک جواب ∞ |
| $+\infty$ | یک جواب مثبت و یک جواب منفی |

پاسخهای درست رسیده :

فریبرز جمشیدی کلانتری - محمد باقر هنر پیشه دیستان
شاهپور شیراز - پروین خواجه خلیلی دیستان رازی آبادان
حسین اسکندری دیستان دکتر نصیری - حسن نوریان دیستان
پهلوی همدان - احمد حاج عظیم دیستان هدف ۱ - مصطفی
سرگلزاری - وحید طباطبا و کیلی
سر ۳۶۷۳ - در ازاء مقادیر مختلف p و q در تعداد نقاط

عطف منحنی تابع زیر بحث کنید :

$$y = \sqrt[3]{x^2 + px + q}$$

$$y' = \frac{2x^2 + p}{\sqrt[3]{(x^2 + px + q)^2}}$$

$$y'' = \frac{2(2px + 9qx - p^2)}{9(x^2 + px + q)^{\frac{4}{3}}(x^2 + x + 1)^2}$$

صورت نسبت به x از درجه دوم است و مبین آن می شود :

$$\Delta = 81q^2 + 12p^3 = 3(4q^3 + 27q^2)$$

عامل اصم مخرج همواره مثبت است اما عامل منطق آن نسبت به x از درجه سوم بوده و مبین آن همان :

$$\Delta = 4p^3 + 27q^2$$

است بحث زیر را خواهیم داشت :

$$(1) \text{ اگر } 0 < \Delta = 4p^3 + 27q^2 \text{ باشد عبارت صورت}$$

کسر جواب نداشته اما عامل مخرج دارای سه جواب است و

(1) جدول تغییرات و منحنی نمایش آن رسم کنید .

(2) سطح محصور بین منحنی و مجانب مایل آن و دو خط $x = 1$ و $x = -1$ را بر حسب λ حساب کرده و حد آن را وقتی که $\lambda \rightarrow +\infty$ بدست آوردید .

(3) خطی با ضریب زاویه m از نقطه به عرض $\frac{3}{2}$ واقع بر محور y می گذرد . در تعداد نقاط تلاقی این خط و منحنی بر حسب مقادیر مختلف m از راه محاسبه و از روی شکل منحنی بحث کنید .

| | | | | | |
|------|-----------|-----------------------|-----------|---|-----------|
| x | $+\infty$ | $-\sqrt{\frac{1}{2}}$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| y' | + | - | 0 | + | |
| y | $-\infty$ | $\nearrow 0 \nearrow$ | $+\infty$ | $\nearrow \frac{3}{2} \nearrow +\infty$ | |

$$y' = \frac{x^2 - 1}{x^3}$$

مجانب مایل منحنی :

$$y = x$$

مجانب قائم :

$$x = 0$$

(2) محاسبه سطح :

$$y - x = \frac{1}{2x^2} =$$

$$\frac{1}{2x^2}$$

$$F(x) = -\frac{1}{2}x^{-1} + C = \frac{-1}{2x} + C$$

$$S_1 = \left| \frac{-1}{2\lambda} + \frac{1}{2} \right| = \frac{\lambda - 1}{2\lambda}$$

$$\lambda \rightarrow +\infty \text{ و } S_1 \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$(3) \begin{cases} y = mx + \frac{3}{2} \\ y = \frac{2x^2 + 1}{2x^3} \end{cases}$$

$$2(m-1)x^2 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$b = \frac{r}{\sin C} = \frac{42}{4 - \sqrt{2}} = 3(4 + \sqrt{2})$$

$$c = 3(4 - \sqrt{2}) \quad a = 8\sqrt{2}$$

پاسخهای درست رسیده :

پرویز خواجه خلیلی - سید جمال آشفته - جانسان بدل دیبرستان
فردوسي رضائیه - احمد عظیمی دیبرستان آذر .

- ۳۶۷۵ - در مثلث ABC شعاعهای دایره‌های محیطی و
محاطی داخلی را به ترتیب R و r و مرکز دایره محاطی
داخلی را I می‌نامیم . ثابت کنید :

$$IA \cdot IB \cdot IC = 4Rr^2$$

$$IA = \frac{r}{\sin \frac{A}{2}}, \quad IB = \frac{r}{\sin \frac{B}{2}}, \quad$$

$$IC = \frac{r}{\sin \frac{C}{2}}$$

ازضرب نظیر به نظیر طرفین سه رابطه بالا و با توجه
به اینکه :

$$4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \frac{r}{R}$$

رابطه مطلوب محقق می‌شود .

پاسخهای درست رسیده :

جانسان بدل - حجت‌الله افجهی دیبرستان دارالفنون - پرویز
خواجه خلیلی - وحید طباطبا وکیلی - فریبرز جمشیدی
کلانتری - احمد جلیلی تنها دیبرستان دکتر نصیری - اسماعیل
صنعت‌کار دیبرستان محمد رضا شاه رشت - نصرت نصرت آبادی
دیبرستان فیروز بهرام .

- ۳۶۷۶ - عددی چهار رقمی به شکل \overline{mcdu} بیداکنید
که ارقامش در روابط زیر صدق کند .

$$\overline{c+u} = (\overline{m+d})k$$

$$\overline{du} - \overline{mc} = k^2$$

$$\overline{mcdu} = (2k)^2$$

حل - بیشترین مقدار برای \overline{du} عدد ۹۹ بوده و کمترین
مقدار برای \overline{mc} عدد ۱۰ می‌باشد زیرا $m \neq 0$ است .
پس داریم :

$$\overline{du} - \overline{mc} < 89$$

و بزرگترین مکعب کامل در ۸۹ عدد ۶۴ است پس K مساوی
یکی از اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ خواهد بود .

- اگر ۱ باشد \overline{du} و \overline{mc} دو عدد متوالی

در نتیجه منحنی تابع دارای سه نقطه عطف است و مماس در این
نقطه با محور y موازی است .

(۲) اگر Δ باشد عبارت صورت ریشه مضاعف داشته
تغییر علامت نمی‌دهد و عبارت مخرج کسر یک ریشه مضاعف و
یک ریشه ساده دارد و مشتق ثانی به ازاء ریشه ساده مخرج تغییر
علامت می‌دهد . در این حالت ، منحنی یک نقطه عطف دارد که
مماس در آن با y' موازی است .

(۳) اگر Δ باشد عبارت صورت دارای سه ریشه
عبارت مخرج دارای یک ریشه است . در این حالت منحنی دارای
سه نقطه عطف است که در دو نقطه آن ، مماس بر منحنی با y'
موازی است .

در هیچکی از پاسخهای رسیده علامت عبارت مخرج مشتق
ثانی منظور نشده است .

- ۳۶۷۷ - در مثلث ABC طول ارتفاع h و

$$B = C + \frac{\pi}{2} \quad b + c = 1 \quad \text{معلوم است و می‌دانیم}$$

مثلث را حل و بحث کنید و در حالت مخصوص $h = 7$ و $B = 24^\circ$ طول اضلاع و اندازه زوایای مثلث را حساب کنید .

$$h = b \sin C = c \sin B$$

$$1 = \frac{h}{\sin C} + \frac{h}{\sin B} = h \cdot \frac{\sin B + \sin C}{\sin B \sin C}$$

$$1 \sin C \cos C = h(\sin C + \cos C)$$

$$\sin C + \cos C = u \Rightarrow \sin C \cos C = \frac{u^2 - 1}{2}$$

$$f(u) = lu^2 - 2hu - 1 = 0$$

$$A = \frac{\pi}{2} - 2C \Rightarrow 0 < C < \frac{\pi}{4} \quad 1 < u < \sqrt{2}$$

معادله $f(u) = 0$ همواره دارای دوریشه مختلف علامه است . برای اینکه ریشه مثبت آن قابل قبول باشد باید داشته باشیم $f(\sqrt{2}) > 0$ که نتیجه خواهد شد $2h\sqrt{2} - 1 > 0$ با این شرط از معادله مزبور مقدار u و در نتیجه اندازه C معلوم شده از روی آن مثلث حل می‌شود .

حالت مخصوص : $h = 7$ و $B = 24^\circ$ داریم :

$$f(u) = 12u^2 - 7u - 12 = 0 \quad u = \frac{4}{3}$$

$$\sin(C + \frac{\pi}{4}) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0.94281$$

$$C = 25^\circ \text{ و } 31^\circ \text{ و } 42^\circ \text{ و } 31^\circ \text{ و } 42^\circ \text{ و } 115^\circ \text{ و } 115^\circ \text{ و } 115^\circ \text{ و } 115^\circ$$

$$A = 38^\circ \text{ و } 51^\circ \text{ و } 36^\circ$$

و باید $m(m+3) = 12$ که غیرممکن است و جواب مسئله فقط ۱۹۴۶ خواهد بود.

تبصره - اگر یکی از ارقام صفر باشد با توجه به رابطه ۳ پس $K=0$ است و باید $m=d$ و $c=u=0$ و تمام اعداد به فرم $m \cdot m^0$ که $m < 10$ باشد جواب مسئله است. مانند ۹۰۹۰ و ۳۵۳۰ و ۲۰۲۰ و ۱۰۱۰ و ...

پاسخهای درست رسیده:

عبدالمحمود اکبری دیبرستان دارالفنون - پروین خواجه خلیلی فریبرز جمشیدی کلانتری - حجت‌الله افقی -

-۳۶۷۷ ثابت کنید که مجموع حاصل ضربهای دو به دوی سه عدد فرد دلخواه هیچگاه نه مرربع کامل و نه دو برابر مربع کامل یک عدد است.

$$a = 2\alpha + 1, b = 2\beta + 1, c = 2\gamma + 1$$

$$S = ab + bc + ca = \dots$$

$$S = 4(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + 4(\alpha + \beta + \gamma) + 3$$

$$S \equiv 3 \pmod{4}$$

اگر N عدد صحیحی باشد داریم:

$$N \equiv 1 \pmod{4}$$

$$N \equiv 0 \pmod{4}$$

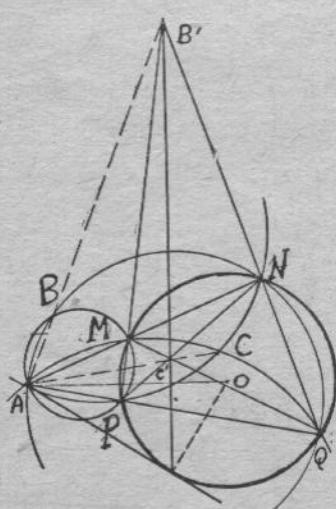
$$2N \equiv 0 \pmod{4}$$

یعنی عددی که مرربع کامل یا دو برابر مرربع کامل است باقیمانده تقسیمیش بر ۴ یکی از اعداد ۰ یا ۱ یا ۲ است بنابراین S نمی‌تواند نه مرربع کامل و نه دو برابر مربع کامل باشد.

پاسخهای درست رسیده:

نصرت نصرت آبادی -

-۳۶۷۸ دایره ثابت (O) و نقطه ثابت A مفروض است از A دو قاطع متغیر رسم می‌کنیم که اولی دایره را در Q, P و دومی دایره را در M, N قطع می‌کند. دواire AMP و ANQ یکدیگر را در B و D دوایر ANP و AMQ یکدیگر را در نقطه C قطع می‌کنند. مکان هندسی نقاط B و C تعیین کنید.



حل - نقطه A را
قطب انکاست و قوت A را
نسبت به دایره (O) برابر
با K قوت انکاست اختیار
می‌کنیم:

$$\overline{AM} \cdot \overline{AN} = \overline{AP} \cdot \overline{AQ} = k$$

در این انکاست مبدل
دایره‌های AMQ خط

می‌شوند و بنا به رابطه (۲) داریم:

$$d = m \quad u = c + 1 \quad \overline{du} = m + 1 \quad \overline{uc} = 0 \quad \overline{c} = 9$$

اما با توجه به رابطه ۳، u نمی‌تواند صفر باشد پس اگر قسمت اول بالا را ذر تظر بگیریم داریم:

$$c + u = m + d$$

$$u = c + 1$$

$$d = m \quad 2c + 1 = 2m \quad \text{پس}$$

چون m رقمی است صحیح پس $2c + 1 = 2m$ نمی‌تواند در ارقام صدق کند و به ازاء $1 = K = \overline{c}$ باشد از رابطه ۲ نتیجه می‌شود:

$$\overline{du} - \overline{mc} = 64$$

و نشان می‌دهد که باید $d \geq 7$ زیرا $m > 1$ است و رابطه (۱) غیرممکن خواهد شد زیرا:

$$c + u = (1+7)4 = 32$$

حداقل مقادیر \overline{m} و d اعدادیک و ۷ است پس به ازاء $K = 4$ نیز جواب نداریم

-۳۶۷۹ اگر $2 = K$ باشد از رابطه ۲ نتیجه می‌شود:

$$\overline{du} - \overline{mc} = 8$$

$d = m \quad u = 8 \quad c = 0$ پس یا با توجه به رابطه (۳) c نمی‌تواند صفر شود.

$$d = m + 1 \quad u = 2 \quad c = 4 \quad \text{و یا}$$

و از رابطه ۳ داریم:

$$m \cdot c \cdot d \cdot u = 64$$

و $d = 2$ قوایی از ۲ هستند پس $m = 1$ و $c = 2$ عدد ۱۴۲۲ نتیجه می‌شود که ارقامش در رابطه ۳ صدق نمی‌کند و قالب قبول نیست.

-۴۰۷۰ اگر $3 = K$ باشد رابطه ۳ خواهد شد:

$$m \cdot c \cdot d \cdot u = 63 = 2^3 \times 3^3$$

و ارقام عدد فقط شامل عوامل ۲ و ۳ خواهد شد و داریم:

$$\overline{du} - \overline{mc} = 22$$

رقم یکان تفاضل $\overline{du} - \overline{mc}$ عدد ۷ است و $d > m$ سه واحد از m بیشتر است و $c > u$ پس باید:

$$c = 6 \quad u = 3 \quad c = 9 \quad u = 6$$

زیرا تفاضلشان ۷ است و عدد مطلوب به یکی از دو فرم زیر در می‌آید

$$\overline{m^6(m+3)^6} \quad \text{یا} \quad \overline{m^6(m+3)^3}$$

در حالت اول باید:

$$m(m+3) \times 9 \times 6 = 2^3 \times 3^3 \quad m(m+3) = 2^4$$

که $m = 1$ بوده و عدد مطلوب می‌شود

و اگر عدد دوم را امتحان کنیم:

$$m \times (m+3) \times 6 \times 3 = 2^3 \times 3^3$$

مسائل متغّرّقه

- ۳۶۸۰ - حد مجموع زیر را وقتی $n \rightarrow \infty$ تعیین کنید

$$S_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n}$$

حل - می‌دانیم که :

$$1+2+\dots+n = \frac{n}{2}(1+n)$$

$$\frac{2}{n(1+n)} = \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1}$$

و تساویهای زیر را خواهیم داشت :

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{1} - \frac{2}{2}$$

$$\frac{1}{1+2} = \frac{2}{2} - \frac{2}{3}$$

.....

$$\frac{1}{1+2+\dots+n} = \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1}$$

از جمع نظیر به نظیر طرفین روابط بالا خواهیم داشت:

$$S_n = \frac{2}{1} - \frac{2}{n+1} = \frac{2n}{n+1}$$

$$n \rightarrow \infty \text{ و } S \rightarrow 2$$

پاسخهای درست رسیده :

پریچهر جمشیدی - مسعود اکرامی - وحید طباطبا و کیلی - حبیب‌الله سلیمانزاده - محمد مقدسی - محمد رضا یزدان - محمد رضا خمسه‌پور - فریدون امین‌زاده - پرویز خواجه خلیلی - رضا آلانی - نادر بهلوان‌حسین‌علوی - حسین اسکندری - فرهاد حیدری - مصطفی‌اخگر - ندی‌شهرخ‌نجاری - فریبر زجمشیدی - علی‌اکبر دوستدار صمد حیاتی - سید جمال‌آشفته - احمد‌حسین‌زاده داداش - احمد پیوندی - حسن آذر.

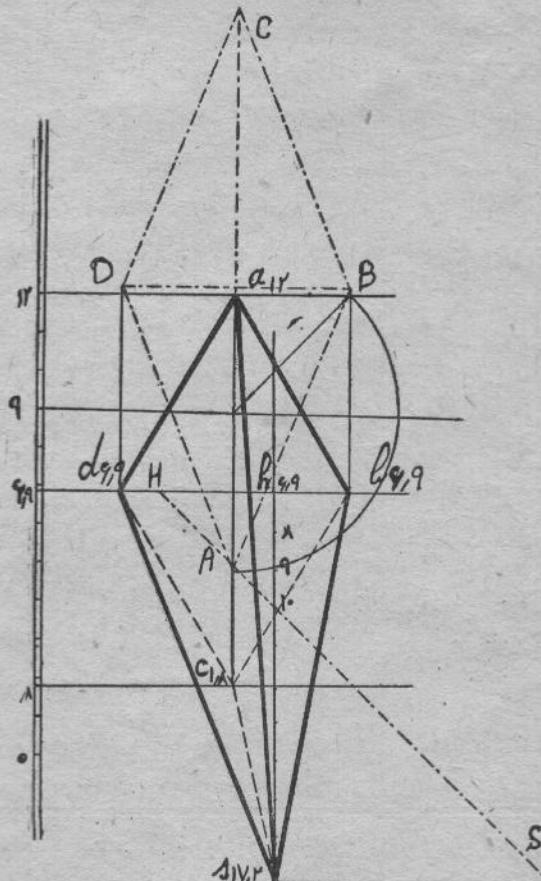
- ۳۶۸۱ - دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} (x+y+z)(y+z-x)=a \\ (x+y+z)(z+x-y)=b \\ (x+y+z)(x+y-z)=c \end{cases}$$

و مبدل دایره‌های NP خط MQ بوده مبدل نقطه C نقطه C' محل تلاقی NP و MQ می‌شود به همین ترتیب نتیجه خواهد شد که مبدل نقطه B' محل تلاقی خطوط MP و NQ می‌باشد . چنان‌چه طریقه ترسیم کلاسیک قطبی A $B'C$ نسبت به دائرة (O) در تظریه بگیریم نتیجه خواهیم گرفت که این قطبی خواهد بود و در نتیجه مکان نقاط B و C دایره‌ای است که در انعکاس مزبور منعکس خط $B'C$ است که عبارت از دائرة به قطر AO می‌باشد .

پاسخ درست رسیده : نصرت نصرت آبادی .

- ۳۶۷۹ - در صفحه P بشیب یک لوزی ABCD را با معلومات زیر رسم کنید . رقوم نقطه A برابر با ۱۲ بوده و ۵ واحد سمت راست مقیاس شیب واقع است . زاویه A از لوزی برابر ۴۵ درجه است و قطر BD افقیه بوده طول آن برابر ۶ است . این لوزی قاعده هرمی است که تصویر رأس آن بر سطح قاعده بر مرکز نقل مثلث ABC واقع است و ارتفاع آن با قطر AC لوزی برابر است . ملخص هر مارس کنید و مرئی و مخفی کنید



پاسخهای درست رسیده : سید جمال‌آشفته - پرویز خواجه خلیلی - حسن تمدن دیبرستان قناد بابل .

حل - معادله اول دستگاه به صورت زیر نوشته می شود :

$$x\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) - \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = ax$$

$$x\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = ax$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = u, \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = t$$

$$tx - u = ax \quad \text{با } t - \frac{u}{x} = a$$

دستگاه به صورت زیر نوشته خواهد شد :

$$t - \frac{u}{x} = a$$

$$t - \frac{u}{y} = b$$

$$t - \frac{u}{z} = c$$

اگر جمع طرفین این روابط را باهم جمع کنیم داریم :

$$(1) \quad 3t - u = a + b + c$$

چنانچه طرفین روابط بالا مجنوز کرده بعد با هم جمع کنیم بعد از اختصار نتیجه خواهیم گرفت:

$$(2) \quad t(3t - u) = a^2 + b^2 + c^2$$

$$t = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3t - u}$$

$$u = \pm \sqrt{\frac{2(a^2 + b^2 + c^2) - ab - bc - ca}{a + b + c}}$$

$$x = \frac{u}{t - a} = \pm \sqrt{\frac{2(a^2 + b^2 + c^2) - 3abc}{b^2 + c^2 - ab - ac}}$$

باتبدیل a و b به یکدیگر مقدار y و باتبدیل a و c به یکدیگر مقدار z معین خواهد شد.

۳۶۸۳ - دایره به مرکز C مفروض است . قطر AD

از آنرا رسم کرده و از طرف A امتداد می دهیم و بر آن نقطه O را چنان تعیین می کنیم که $OA = nR$ باشد . از O قاطعی رسم می کنیم که دایره را در B و E قطع کرده و دو کمان AB و BE متساوی باشند . طول DE را بر حسب n و R حساب کرده درازاء مقادیر $1, 2, 3, \dots, 19, 20$ حاصل ضرب مقادیر تقطیر DE را حساب کنید .

از جمع تقطیر به نظری طرفین معادلات بالا خواهیم داشت :

$$(x+y+z)^2 = a+b+c$$

$$x+y+z = \pm \sqrt{a+b+c}$$

و چنانچه طرفین معادلات اول و دوم را تقطیر به تقطیر باهم جمع کنیم می شود .

$$2z(x+y+z) = a+b \Rightarrow z = \pm$$

$$\frac{a+b}{2\sqrt{a+b+c}}$$

$$x = \pm \frac{b+c}{2\sqrt{a+b+c}}, \quad y = \pm \frac{a+c}{2\sqrt{a+b+c}}$$

پاسخهای درست رسیده :

اعظم آشفته - احمد ماشین چی - جلال اشجعی - فرهاد جوانمردانیان
محمدحسن تقیزاده - حسین علوی - پرویز مرادی حقگو - محمد
قلی قلیان - میرسعید یحییزاده لنگرودی - علی اصغر شاملی -
حسن آذر - محمد رضا فرومند - علی طاهری - محسن ذوارزاده -
فرهاد مجیدی آهي - داود سینائی - مهرداد معتمد گرجی - فرهنگ
امیری - مسعود نجفی - مصطفی سرگلزاری - احمد عظیمی -
غلامحسین اسداللهی - محمد رضا جمشیدی - حمید و کیل زاده -
صادق فرهنگ - غلامرضا رحیمی درآبادی - احمد جلیلی تنها -
حجت الله افقی - نصرت نصرت آبادی - اسکندرهایی - علی احمدی
عباس کشاورز - حسین شهپری - هرمز رضوی - حسن خدا بخشی
شاهین شهیدی - چنگیز منطقی - غلامحسین باغانی - حسن
شریعتمداری - جمشید پرویزی - کیومرث شیردل - اسماعیل
صنعت کار - پرویز خواجه خلیلی - علی جواهری فر - متوجه
مسکری - علی اکبر دوستدار - محمد رضا سرمدی - محمد گرمادی - جواد
امین رعایتی - محمد رضا سرمدی - محمد گرمادی - جواد
جمشیدی - حسین مظلفریان - جمشید علی نژاد - داود حسینی -
احمد حسین زاده داداش - فرشید افتخاری - احمد قاضی زاده -
محمد ابراهیم یلتقیان - میرسعید لاجوردی - سید جمال آشفته -
احمد پیوندی - احمد میرزا محمدی - جانسان بدل - متوجه
حاج آقا زاده - احمد حاج عظیم - علی نظر - صمد حیاتی - مصطفی
آخر ژند - فریدون امین زاده - محمد رضا خمسه پور - محمد رضا
بیزان - محمد مقدسی - نادر پهلوان - جواد منیر واقفی

۳۶۸۴ - دستگاه زیر را حل کنید :

$$\frac{x-y}{y^2} + \frac{x-z}{z^2} = ax$$

$$\frac{y-z}{z^2} + \frac{y-x}{x^2} = by$$

$$\frac{z-x}{x^2} + \frac{z-y}{y^2} = cz$$

مساحت قطاع OAN برابر است با :

$$S_1 = \frac{\pi R^2 \alpha}{2\pi} = R^2 \alpha$$

مساحت قطاع O'AM می‌شود :

$$S_2 = \frac{\pi R^2 \cdot 2\alpha}{2\pi} = R^2 \alpha$$

$$S_3 = S_1 - S_2 - S_4 = R^2 \alpha - \frac{1}{2} R^2 \sin 2\alpha$$

$$S = \frac{\pi R^2}{2} - R^2 \sin 2\alpha$$

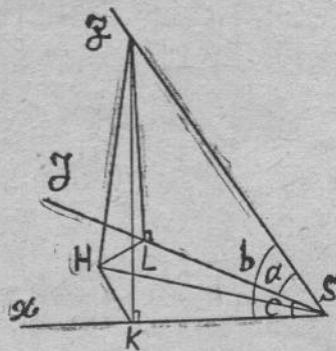
$$S' = -2R^2 \cos 2\alpha$$

با توجه به اینکه α زاویه حاده است نتیجه خواهد شد که S' یعنی مشتق S در ازاء $\frac{\pi}{4} - \alpha$ صفر شده از منفی به مثبت تغییر عالمت می‌دهد یعنی تابع S در ازاء این مقدار از α مینیمم می‌باشد . در این حالت داریم :

$$S_1 = S_2 = \frac{\pi R^2}{4} - \frac{R^2}{2}$$

پاسخهای درست رسیده :

احمد پیوندی - رضا آلانی - مصطفی اخگر زند - حسین اسکندری - نادر پهلوان - نصرت نصرت آبادی - جواد واقفی **۳۶۸۵** - کنج $xyz = b$ و $ysz = a$ که در آن $xsy = c$ می‌باشد



$ysx = b$ و $ysz = a$ می‌سازند به ترتیب α و β و γ می‌نامیم .

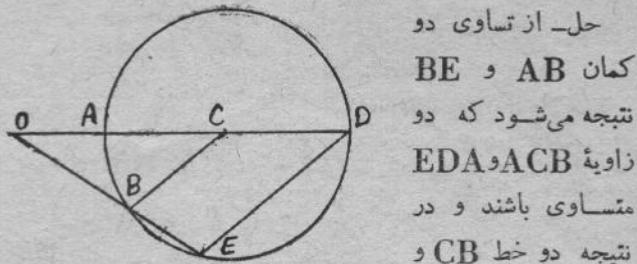
صحت روابط زیر را تحقیق کنید :

$$(1) \quad \frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

$$(2) \quad \sin \alpha \cos \alpha = \sin \beta \sin B = \sin \gamma \sin C$$

حل - روی یال sz نقطه اختیاری M را در نظر گرفته

از عمود MH را بر صفحه ysx فرود می‌آوریم از H عمود sy را بر sz و عمود HK را بر sy فرود می‌آوریم



حل - از تساوی دو کمان BE و AB نتیجه می‌شود که دو زاویه EDA و ACB متساوی باشند و در نتیجه دو خط CB و DE متوازی بوده و خواهیم داشت :

$$\frac{OC}{OD} = \frac{CB}{DE} \quad \frac{nR+R}{nR+2R} = \frac{R}{DE}$$

$$DE = \left(\frac{n+2}{n+1} \right) R$$

$$n = 1 \dots 2 \dots 3 \dots$$

$$DE = \frac{3}{2} R \quad \frac{4}{3} R \quad \frac{5}{4} R \dots \frac{1+2}{1+1} R$$

$$P = \frac{3R}{2} \cdot \frac{4R}{3} \cdot \frac{5R}{4} \dots \frac{1+2}{1+1} R$$

$$P = \frac{1+2}{2} \cdot R$$

پاسخهای درست رسیده :

سید جمال آشفته - حجت الله افقی - وحید طباطبا و کیلی
عبدالله سعیدی - مصطفی اخگر زند - غلامحسین باغانی - احمد
قاضی زاده - شاهرخ فاطمی - احمد پیوندی . جانسان بدل
احمد حاج عظیم - علی اصغر شاملی .

۳۶۸۴ - ربع دایره AOB به مرکز O و به شعاع $2R$ مفروض است . به قطر OA و در داخل ربع دایره نیمدايرهای رسم می‌کنیم و از O خطی رسم می‌کنیم تا نیمدايره OM و ربع دایره را در N قطع کند . اندازه زاویه AON را در α فرض می‌کنیم . مساحت سطح قطعه محصور بین کمان OM از نیمدايره ووتر OM را با S_1 و مساحت سطح محصور بین کمانهای AN و AM را با S_2 می‌نامیم و قطعه خط MN را با S_3 مقدار

$S = S_2 + S_3$ را بر حسب α بدست آورید و مینیمم آنرا تعیین کنید و تحقیق کنید که در حالت مینیمم مقادیر S_1 و S_2 متساویند . حل - فرض می‌کنیم α بر حسب $O'OM$ را باشد مساحت قطاع $O'OM$ برابر است با :

$$S_4 = \frac{\pi R^2 (\pi - 2\alpha)}{2\pi} = \frac{R^2 (\pi - 2\alpha)}{2}$$

مساحت مثلث $OO'M$ برابر است با :

$$S_4 = \frac{1}{2} R^2 \sin 2\alpha$$

$$S_1 = S_2 - S_4 = \frac{R^2 (\pi - 2\alpha)}{2} - \frac{R^2 \sin 2\alpha}{2}$$

$$(1) \sin \gamma \sin C = \sin \alpha \cdot \sin a$$

همچنین از رابطه (۱) داریم :

$$\sin B \cdot \sin C = \sin b \sin C$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin a}, \frac{\sin \alpha}{\sin c} \quad \text{به جای } \sin C \text{ و } \sin B \text{ به ترتیب}$$

را قرار می‌دهیم :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin c} \times \sin C = \sin b \times \frac{\sin \beta}{\sin a}$$

$$(2) \sin \alpha \cdot \sin a = \sin b \cdot \sin b$$

از مقایسه روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گردد :

$$\sin \alpha \cdot \sin a = \sin \beta \sin b = \sin \gamma \sin C$$

- ۳۶۸۶ با فرض آنکه داشته باشیم :

$$\log a + \log b + \log c = \log abc$$

چه رابطه‌ای بین a و b و c برقرار است :

حل - رابطه داده شده را به صورت زیر می‌نویسیم :

$$\frac{\log u}{\log a} + \frac{\log u}{\log b} + \frac{\log u}{\log c} = \frac{\log u}{\log abc}$$

$$\frac{1}{\log a} + \frac{1}{\log b} + \frac{1}{\log c} = \frac{1}{\log abc}$$

بعد از انجام اعمال لازم و اختصار خواهیم داشت :

$$(\log a + \log b)(\log b + \log c)(\log c + \log a) = 0$$

$$(1) \log a \log b \log c = 0$$

$$\text{یا } ab = 1 \text{ و } ab - 1 = 0 \text{ یا } bc - 1 = 0 \text{ یا } ca - 1 = 0$$

و نتیجه خواهد شد :

$$(2) (ab - 1)(bc - 1)(ca - 1) = 0$$

توجه - از رابطه (۱) و یا از رابطه (۲) نتیجه می‌گیریم که :

$$\text{یا } ab = 1 \text{ و } bc = 1 \text{ یا } ca = 1 \text{ و چون}$$

نمی‌توانیم حکم کنیم که این سه رابطه هر سه باهم برقرار

هستند از این جهت نمی‌توانیم نتیجه بگیریم که : ۱

و همچنین نمی‌توانیم نتیجه بگیریم :

$$ab = cb = ca$$

- معادله زیر را حل کنید بنابرآنکه یکی از

ریشهایش برابر ma بوده و m عدد صحیح باشد .

$$27x^3(x - 2a) - 32(x - a)^3 = 0 \quad (a \neq 0)$$

در معادله x را مساوی ma قرار می‌دهیم نتیجه خواهد شد :

$$27m^3(m - 2) = 32(m - 1)^3$$

با m - 2 و همچنین با m متباین است بنابراین

(m - 1)^3 باید ۲۷ را بشمرد یعنی ۱ - m عدد ۳ را

می‌شمرد و خواهیم داشت :

$$m - 1 = 3 \quad \text{یا} \quad m = 4$$

و معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$5x^3 - 42ax^2 + 96a^2x - 32a^3 = 0$$

$$(x - 4a)(5a^2 - 22ax + 8a^2) = 0$$

$$x_1 = 4a \quad x_2 = 4a \quad x_3 = \frac{2a}{5}$$

MHK و MHL و SKM مثلثهای SML و

قائم الزاویه‌اند .

در مثلث قائم الزاویه SML داریم :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin a} = \frac{ML}{SM}$$

و نیز در مثلث قائم الزاویه MHK داریم :

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{MH}{MK}$$

طرفین روابط فوق را برهم تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{ML}{SM} \times \frac{MK}{MH}$$

$$\frac{1}{\sin B} \text{ می‌توان } \frac{ML}{SM} \text{ و بجای } \frac{1}{\sin B} \text{ می‌توان } \frac{MH}{MK} \text{ بجای داد :}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin A} = \frac{\sin B}{\sin B}$$

به همین ترتیب می‌توانیم ثابت کنیم :

$$\frac{\sin B}{\sin B} = \frac{\sin C}{\sin C}$$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$(1) \frac{\sin \alpha}{\sin A} = \frac{\sin B}{\sin B} = \frac{\sin C}{\sin C}$$

نانیا در مثلث قائم الزاویه MSH داریم :

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \gamma} = \frac{MH}{SM}$$

و نیز در مثلث قائم الزاویه MKS داریم :

$$\frac{\sin \gamma}{\sin B} = \frac{MK}{SM}$$

طرفین روابط‌های اخیر را برهم بخشش کرده خواهیم داشت :

$$\frac{\sin \gamma}{\sin B} = \frac{MH}{SM} \times \frac{SM}{MK}$$

$$\text{به جای } \frac{MH}{MK} \text{ می‌توان } \sin A \text{ نوشت :}$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin B} = \sin A$$

به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد :

$$\frac{\sin \beta}{\sin A} = \sin C \quad \text{و} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin C} = \sin B$$

$\sin A \cdot \sin B = \sin a \cdot \sin B$: از رابطه (۱) داریم :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin C} \times \frac{\sin \gamma}{\sin B} = \sin a \times \frac{\sin \alpha}{\sin C} \quad \text{به ترتیب } \frac{\sin \alpha}{\sin C} \text{ را قرار}$$

می‌دهیم :

$$\frac{\sin \gamma}{\sin B} \times \sin B = \sin a \times \frac{\sin \alpha}{\sin C}$$

حل - از تقسیم طرفین نامساوی مضاعف مورد نظر بر x

مثبت نتیجه می‌گیریم :

$$1 - \frac{x}{2} < \frac{1}{\sqrt{1+x}} < 1$$

چون $1 - \frac{x}{2}$ بنا براین نامساوی راست همیشه برقرار است . اگر $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$ باشد که نامساوی چپ نیز برقرار است و اگر $\frac{1}{\sqrt{1+x}} > 1$ فرض شود عبارات طرفین نامساوی چپ هر دو مثبت بوده و می‌توانیم طرفین را به توان ۲ برسانیم .

$$(1 - \frac{x}{2})^2 < \frac{1}{x+1} \Rightarrow x^2(x-3) < 0$$

که این نامساوی به ازاء مقادیر $x < 2$ برقرار است . پس نامساوی مضاعف مفروض در ازاء همه مقادیر x برقرار می‌باشد .

ثانیاً - x را متواالیاً براین با مقادیر $\frac{1}{n^2}$ و $\frac{2}{n^2}$ و ...

و اختیار می‌کنیم خواهیم داشت :

$$\frac{1}{n^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n^4} < f(\frac{1}{n^2}) < \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{2}{n^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{n^4} < f(\frac{2}{n^2}) < \frac{2}{n^2}$$

.....

$$\frac{n}{n^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{n}{n^4} < f(\frac{n}{n^2}) < \frac{n}{n^2}$$

طرفین نامساویهای بالا را نظیر به نظری باهم جمع می‌کنیم با توجه به اینکه :

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

نتجه خواهیم گرفت

$$\frac{n+1}{2n} - \frac{(n+1)(2n+1)}{12n^2} < S_n < \frac{n+1}{2n}$$

وقتی که $n \rightarrow \infty$ حد هر یک از طرفین نامساوی مضاعف بالا برابر $\frac{1}{2}$

$$S_n \rightarrow \frac{1}{2}$$

پاسخ درست رسیده از صندوق فرنج .

پاسخهای درست رسیده :

شاهرخاطمی - محمد مقدسی - پرویز خواجه خلیلی ابوالقاسم مهران . فریدون امین زاده - فریبوز جمشیدی کلانتری مسعود نجفی - سید جمال آشنه .

- ۳۶۸۸ - رسم منحنی نمایش تابع زیر در فاصله $[\pi, 0]$:

$$y = \sqrt{\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}}$$

تابع به صورت زیر نوشته می‌شود :

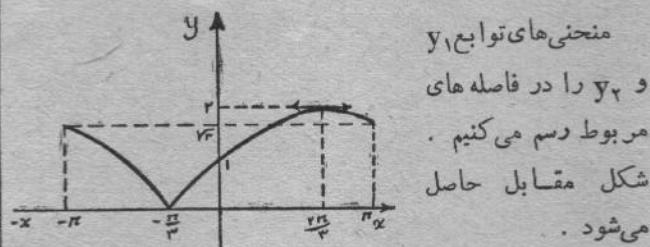
$$y = \sqrt{(\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2})^2}$$

$$= |\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}|$$

با تعیین علامت عبارت اخیر دو حالت زیر را نتیجه خواهیم گرفت .

$$1) \quad \pi > x > -\frac{\pi}{3} \Rightarrow y_1 = \sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$$

$$2) \quad -\pi < x < -\frac{\pi}{3} \Rightarrow y_2 = -\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}$$



منحنی‌های توابع y_1 و y_2 را در فاصله‌های مر بوط رسم می‌کنیم .
شکل مقابل حاصل می‌شود .

پاسخهای درست رسیده :

همه در شکل منحنی اشتباه می‌باشند : منحنی در نقطه

$$(0, -\frac{\pi}{3})$$
 بر محور x مماس نیست .

- ۳۶۸۹ - فرض می‌کنیم :

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

اولاً ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر مثبت x داریم :

$$x - \frac{x^2}{3} < f(x) < x$$

ثانیاً به فرض اینکه n عدد صحیح مثبت باشد با استفاده از قسمت قبل ، حد مجموع زیر را وقتی $n \rightarrow \infty$ تعیین کنید .

$$S_n = f(\frac{1}{n^2}) + f(\frac{2}{n^2}) + \dots + f(\frac{n-1}{n^2}) + f(\frac{n}{n^2})$$

LPM



تخت مرغ کریستف کلمب

کریستف کلمب برای سرگرمی همراهان خود در سفر دریائی دور و دراز خویش بازیهای مختلفی طرح می‌کرد. یکی از بازیهایی که وی طرح کرده است بدین قرار است:

دونفر بازیکن سفره کوچک مربع شکلی انتخاب می‌کنند. هر یک از آنها متوالیاً و به نوبت، یک تخت مرغ در محلی از سفره قرار می‌دهد و بازی را آدامه می‌دهند تا آنجاکه روی سفره جایی برای گذاشتن تخت مرغ باقی نماند. هیچیک از بازیکنانها حق جایگاردن تخت مرغهای گذاشته شده را ندارد و نمی‌توانند تخت مرغ را روی سفره بگذارند بر نهاده بازی است. آخرین تخت مرغ را روی سفره بگذارد بر نهاده بازی که فرنگی که بازی را شروع می‌کند می‌تواند تا کنیکی را بکار بیرد که در هر حال برنده باشد. چگونه؟

Sam Loyd

پادشاهی سهر گرهیای شماره قبل حل جدول

جنگ ماهیها

ماهیهای کوچک ماهیهای بزرگ را در مدت ۵ دقیقه و ۴۶ ثانیه و ۲ ثانیه مغلوب می‌کنند.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ | ۱۷ | ۱۸ | ۱۹ | ۲۰ | ۲۱ | ۲۲ | ۲۳ | ۲۴ | ۲۵ | ۲۶ | ۲۷ | ۲۸ | ۲۹ | ۳۰ | ۳۱ | ۳۲ | ۳۳ | ۳۴ | ۳۵ | ۳۶ | ۳۷ | ۳۸ | ۳۹ | ۴۰ | ۴۱ | ۴۲ | ۴۳ | ۴۴ | ۴۵ | ۴۶ | ۴۷ | ۴۸ | ۴۹ | ۵۰ | ۵۱ | ۵۲ | ۵۳ | ۵۴ | ۵۵ | ۵۶ | ۵۷ | ۵۸ | ۵۹ | ۶۰ | ۶۱ | ۶۲ | ۶۳ | ۶۴ | ۶۵ | ۶۶ | ۶۷ | ۶۸ | ۶۹ | ۷۰ | ۷۱ | ۷۲ | ۷۳ | ۷۴ | ۷۵ | ۷۶ | ۷۷ | ۷۸ | ۷۹ | ۸۰ | ۸۱ | ۸۲ | ۸۳ | ۸۴ | ۸۵ | ۸۶ | ۸۷ | ۸۸ | ۸۹ | ۹۰ | ۹۱ | ۹۲ | ۹۳ | ۹۴ | ۹۵ | ۹۶ | ۹۷ | ۹۸ | ۹۹ | ۱۰۰ | ۱۰۱ | ۱۰۲ | ۱۰۳ | ۱۰۴ | ۱۰۵ | ۱۰۶ | ۱۰۷ | ۱۰۸ | ۱۰۹ | ۱۱۰ | ۱۱۱ | ۱۱۲ | ۱۱۳ | ۱۱۴ | ۱۱۵ | ۱۱۶ | ۱۱۷ | ۱۱۸ | ۱۱۹ | ۱۲۰ | ۱۲۱ | ۱۲۲ | ۱۲۳ | ۱۲۴ | ۱۲۵ | ۱۲۶ | ۱۲۷ | ۱۲۸ | ۱۲۹ | ۱۳۰ | ۱۳۱ | ۱۳۲ | ۱۳۳ | ۱۳۴ | ۱۳۵ | ۱۳۶ | ۱۳۷ | ۱۳۸ | ۱۳۹ | ۱۴۰ | ۱۴۱ | ۱۴۲ | ۱۴۳ | ۱۴۴ | ۱۴۵ | ۱۴۶ | ۱۴۷ | ۱۴۸ | ۱۴۹ | ۱۵۰ | ۱۵۱ | ۱۵۲ | ۱۵۳ | ۱۵۴ | ۱۵۵ | ۱۵۶ | ۱۵۷ | ۱۵۸ | ۱۵۹ | ۱۶۰ | ۱۶۱ | ۱۶۲ | ۱۶۳ | ۱۶۴ | ۱۶۵ | ۱۶۶ | ۱۶۷ | ۱۶۸ | ۱۶۹ | ۱۷۰ | ۱۷۱ | ۱۷۲ | ۱۷۳ | ۱۷۴ | ۱۷۵ | ۱۷۶ | ۱۷۷ | ۱۷۸ | ۱۷۹ | ۱۸۰ | ۱۸۱ | ۱۸۲ | ۱۸۳ | ۱۸۴ | ۱۸۵ | ۱۸۶ | ۱۸۷ | ۱۸۸ | ۱۸۹ | ۱۹۰ | ۱۹۱ | ۱۹۲ | ۱۹۳ | ۱۹۴ | ۱۹۵ | ۱۹۶ | ۱۹۷ | ۱۹۸ | ۱۹۹ | ۲۰۰ | ۲۰۱ | ۲۰۲ | ۲۰۳ | ۲۰۴ | ۲۰۵ | ۲۰۶ | ۲۰۷ | ۲۰۸ | ۲۰۹ | ۲۱۰ | ۲۱۱ | ۲۱۲ | ۲۱۳ | ۲۱۴ | ۲۱۵ | ۲۱۶ | ۲۱۷ | ۲۱۸ | ۲۱۹ | ۲۲۰ | ۲۲۱ | ۲۲۲ | ۲۲۳ | ۲۲۴ | ۲۲۵ | ۲۲۶ | ۲۲۷ | ۲۲۸ | ۲۲۹ | ۲۳۰ | ۲۳۱ | ۲۳۲ | ۲۳۳ | ۲۳۴ | ۲۳۵ | ۲۳۶ | ۲۳۷ | ۲۳۸ | ۲۳۹ | ۲۴۰ | ۲۴۱ | ۲۴۲ | ۲۴۳ | ۲۴۴ | ۲۴۵ | ۲۴۶ | ۲۴۷ | ۲۴۸ | ۲۴۹ | ۲۵۰ | ۲۵۱ | ۲۵۲ | ۲۵۳ | ۲۵۴ | ۲۵۵ | ۲۵۶ | ۲۵۷ | ۲۵۸ | ۲۵۹ | ۲۶۰ | ۲۶۱ | ۲۶۲ | ۲۶۳ | ۲۶۴ | ۲۶۵ | ۲۶۶ | ۲۶۷ | ۲۶۸ | ۲۶۹ | ۲۷۰ | ۲۷۱ | ۲۷۲ | ۲۷۳ | ۲۷۴ | ۲۷۵ | ۲۷۶ | ۲۷۷ | ۲۷۸ | ۲۷۹ | ۲۸۰ | ۲۸۱ | ۲۸۲ | ۲۸۳ | ۲۸۴ | ۲۸۵ | ۲۸۶ | ۲۸۷ | ۲۸۸ | ۲۸۹ | ۲۹۰ | ۲۹۱ | ۲۹۲ | ۲۹۳ | ۲۹۴ | ۲۹۵ | ۲۹۶ | ۲۹۷ | ۲۹۸ | ۲۹۹ | ۳۰۰ | ۳۰۱ | ۳۰۲ | ۳۰۳ | ۳۰۴ | ۳۰۵ | ۳۰۶ | ۳۰۷ | ۳۰۸ | ۳۰۹ | ۳۱۰ | ۳۱۱ | ۳۱۲ | ۳۱۳ | ۳۱۴ | ۳۱۵ | ۳۱۶ | ۳۱۷ | ۳۱۸ | ۳۱۹ | ۳۲۰ | ۳۲۱ | ۳۲۲ | ۳۲۳ | ۳۲۴ | ۳۲۵ | ۳۲۶ | ۳۲۷ | ۳۲۸ | ۳۲۹ | ۳۳۰ | ۳۳۱ | ۳۳۲ | ۳۳۳ | ۳۳۴ | ۳۳۵ | ۳۳۶ | ۳۳۷ | ۳۳۸ | ۳۳۹ | ۳۴۰ | ۳۴۱ | ۳۴۲ | ۳۴۳ | ۳۴۴ | ۳۴۵ | ۳۴۶ | ۳۴۷ | ۳۴۸ | ۳۴۹ | ۳۵۰ | ۳۵۱ | ۳۵۲ | ۳۵۳ | ۳۵۴ | ۳۵۵ | ۳۵۶ | ۳۵۷ | ۳۵۸ | ۳۵۹ | ۳۶۰ | ۳۶۱ | ۳۶۲ | ۳۶۳ | ۳۶۴ | ۳۶۵ | ۳۶۶ | ۳۶۷ | ۳۶۸ | ۳۶۹ | ۳۷۰ | ۳۷۱ | ۳۷۲ | ۳۷۳ | ۳۷۴ | ۳۷۵ | ۳۷۶ | ۳۷۷ | ۳۷۸ | ۳۷۹ | ۳۸۰ | ۳۸۱ | ۳۸۲ | ۳۸۳ | ۳۸۴ | ۳۸۵ | ۳۸۶ | ۳۸۷ | ۳۸۸ | ۳۸۹ | ۳۹۰ | ۳۹۱ | ۳۹۲ | ۳۹۳ | ۳۹۴ | ۳۹۵ | ۳۹۶ | ۳۹۷ | ۳۹۸ | ۳۹۹ | ۴۰۰ | ۴۰۱ | ۴۰۲ | ۴۰۳ | ۴۰۴ | ۴۰۵ | ۴۰۶ | ۴۰۷ | ۴۰۸ | ۴۰۹ | ۴۱۰ | ۴۱۱ | ۴۱۲ | ۴۱۳ | ۴۱۴ | ۴۱۵ | ۴۱۶ | ۴۱۷ | ۴۱۸ | ۴۱۹ | ۴۲۰ | ۴۲۱ | ۴۲۲ | ۴۲۳ | ۴۲۴ | ۴۲۵ | ۴۲۶ | ۴۲۷ | ۴۲۸ | ۴۲۹ | ۴۳۰ | ۴۳۱ | ۴۳۲ | ۴۳۳ | ۴۳۴ | ۴۳۵ | ۴۳۶ | ۴۳۷ | ۴۳۸ | ۴۳۹ | ۴۴۰ | ۴۴۱ | ۴۴۲ | ۴۴۳ | ۴۴۴ | ۴۴۵ | ۴۴۶ | ۴۴۷ | ۴۴۸ | ۴۴۹ | ۴۵۰ | ۴۵۱ | ۴۵۲ | ۴۵۳ | ۴۵۴ | ۴۵۵ | ۴۵۶ | ۴۵۷ | ۴۵۸ | ۴۵۹ | ۴۶۰ | ۴۶۱ | ۴۶۲ | ۴۶۳ | ۴۶۴ | ۴۶۵ | ۴۶۶ | ۴۶۷ | ۴۶۸ | ۴۶۹ | ۴۷۰ | ۴۷۱ | ۴۷۲ | ۴۷۳ | ۴۷۴ | ۴۷۵ | ۴۷۶ | ۴۷۷ | ۴۷۸ | ۴۷۹ | ۴۸۰ | ۴۸۱ | ۴۸۲ | ۴۸۳ | ۴۸۴ | ۴۸۵ | ۴۸۶ | ۴۸۷ | ۴۸۸ | ۴۸۹ | ۴۹۰ | ۴۹۱ | ۴۹۲ | ۴۹۳ | ۴۹۴ | ۴۹۵ | ۴۹۶ | ۴۹۷ | ۴۹۸ | ۴۹۹ | ۵۰۰ | ۵۰۱ | ۵۰۲ | ۵۰۳ | ۵۰۴ | ۵۰۵ | ۵۰۶ | ۵۰۷ | ۵۰۸ | ۵۰۹ | ۵۱۰ | ۵۱۱ | ۵۱۲ | ۵۱۳ | ۵۱۴ | ۵۱۵ | ۵۱۶ | ۵۱۷ | ۵۱۸ | ۵۱۹ | ۵۲۰ | ۵۲۱ | ۵۲۲ | ۵۲۳ | ۵۲۴ | ۵۲۵ | ۵۲۶ | ۵۲۷ | ۵۲۸ | ۵۲۹ | ۵۳۰ | ۵۳۱ | ۵۳۲ | ۵۳۳ | ۵۳۴ | ۵۳۵ | ۵۳۶ | ۵۳۷ | ۵۳۸ | ۵۳۹ | ۵۴۰ | ۵۴۱ | ۵۴۲ | ۵۴۳ | ۵۴۴ | ۵۴۵ | ۵۴۶ | ۵۴۷ | ۵۴۸ | ۵۴۹ | ۵۵۰ | ۵۵۱ | ۵۵۲ | ۵۵۳ | ۵۵۴ | ۵۵۵ | ۵۵۶ | ۵۵۷ | ۵۵۸ | ۵۵۹ | ۵۶۰ | ۵۶۱ | ۵۶۲ | ۵۶۳ | ۵۶۴ | ۵۶۵ | ۵۶۶ | ۵۶۷ | ۵۶۸ | ۵۶۹ | ۵۷۰ | ۵۷۱ | ۵۷۲ | ۵۷۳ | ۵۷۴ | ۵۷۵ | ۵۷۶ | ۵۷۷ | ۵۷۸ | ۵۷۹ | ۵۸۰ | ۵۸۱ | ۵۸۲ | ۵۸۳ | ۵۸۴ | ۵۸۵ | ۵۸۶ | ۵۸۷ | ۵۸۸ | ۵۸۹ | ۵۹۰ | ۵۹۱ | ۵۹۲ | ۵۹۳ | ۵۹۴ | ۵۹۵ | ۵۹۶ | ۵۹۷ | ۵۹۸ | ۵۹۹ | ۶۰۰ | ۶۰۱ | ۶۰۲ | ۶۰۳ | ۶۰۴ | ۶۰۵ | ۶۰۶ | ۶۰۷ | ۶۰۸ | ۶۰۹ | ۶۱۰ | ۶۱۱ | ۶۱۲ | ۶۱۳ | ۶۱۴ | ۶۱۵ | ۶۱۶ | ۶۱۷ | ۶۱۸ | ۶۱۹ | ۶۲۰ | ۶۲۱ | ۶۲۲ | ۶۲۳ | ۶۲۴ | ۶۲۵ | ۶۲۶ | ۶۲۷ | ۶۲۸ | ۶۲۹ | ۶۳۰ | ۶۳۱ | ۶۳۲ | ۶۳۳ | ۶۳۴ | ۶۳۵ | ۶۳۶ | ۶۳۷ | ۶۳۸ | ۶۳۹ | ۶۴۰ | ۶۴۱ | ۶۴۲ | ۶۴۳ | ۶۴۴ | ۶۴۵ | ۶۴۶ | ۶۴۷ | ۶۴۸ | ۶۴۹ | ۶۵۰ | ۶۵۱ | ۶۵۲ | ۶۵۳ | ۶۵۴ | ۶۵۵ | ۶۵۶ | ۶۵۷ | ۶۵۸ | ۶۵۹ | ۶۶۰ | ۶۶۱ | ۶۶۲ | ۶۶۳ | ۶۶۴ | ۶۶۵ | ۶۶۶ | ۶۶۷ | ۶۶۸ | ۶۶۹ | ۶۷۰ | ۶۷۱ | ۶۷۲ | ۶۷۳ | ۶۷۴ | ۶۷۵ | ۶۷۶ | ۶۷۷ | ۶۷۸ | ۶۷۹ | ۶۸۰ | ۶۸۱ | ۶۸۲ | ۶۸۳ | ۶۸۴ | ۶۸۵ | ۶۸۶ | ۶۸۷ | ۶۸۸ | ۶۸۹ | ۶۹۰ | ۶۹۱ | ۶۹۲ | ۶۹۳ | ۶۹۴ | ۶۹۵ | ۶۹۶ | ۶۹۷ | ۶۹۸ | ۶۹۹ | ۷۰۰ | ۷۰۱ | ۷۰۲ | ۷۰۳ | ۷۰۴ | ۷۰۵ | ۷۰۶ | ۷۰۷ | ۷۰۸ | ۷۰۹ | ۷۱۰ | ۷۱۱ | ۷۱۲ | ۷۱۳ | ۷۱۴ | ۷۱۵ | ۷۱۶ | ۷۱۷ | ۷۱۸ | ۷۱۹ | ۷۲۰ | ۷۲۱ | ۷۲۲ | ۷۲۳ | ۷۲۴ | ۷۲۵ | ۷۲۶ | ۷۲۷ | ۷۲۸ | ۷۲۹ | ۷۳۰ | ۷۳۱ | ۷۳۲ | ۷۳۳ | ۷۳۴ | ۷۳۵ | ۷۳۶ | ۷۳۷ | ۷۳۸ | ۷۳۹ | ۷۴۰ | ۷۴۱ | ۷۴۲ | ۷۴۳ | ۷۴۴ | ۷۴۵ | ۷۴۶ | ۷۴۷ | ۷۴۸ | ۷۴۹ | ۷۵۰ | ۷۵۱ | ۷۵۲ | ۷۵۳ | ۷۵۴ | ۷۵۵ | ۷۵۶ | ۷۵۷ | ۷۵۸ | ۷۵۹ | ۷۶۰ | ۷۶۱ | ۷۶۲ | ۷۶۳ | ۷۶۴ | ۷۶۵ | ۷۶۶ | ۷۶۷ | ۷۶۸ | ۷۶۹ | ۷۷۰ | ۷۷۱ | ۷۷۲ | ۷۷۳ | ۷۷۴ | ۷۷۵ | ۷۷۶ | ۷۷۷ | ۷۷۸ | ۷۷۹ | ۷۸۰ | ۷۸۱ | ۷۸۲ | ۷۸۳ | ۷۸۴ | ۷۸۵ | ۷۸۶ | ۷۸۷ | ۷۸۸ | ۷۸۹ | ۷۹۰ | ۷۹۱ | ۷۹۲ | ۷۹۳ | ۷۹۴ | ۷۹۵ | ۷۹۶ | ۷۹۷ | ۷۹۸ | ۷۹۹ | ۷۱۰ | ۷۱۱ | ۷۱۲ | ۷۱۳ | ۷۱۴ | ۷۱۵ | ۷۱۶ | ۷۱۷ | ۷۱۸ | ۷۱۹ | ۷۲۰ | ۷۲۱ | ۷۲۲ | ۷۲۳ | ۷۲۴ | ۷۲۵ | ۷۲۶ | ۷۲۷ | ۷۲۸ | ۷۲۹ | ۷۳۰ | ۷۳۱ | ۷۳۲ | ۷۳۳ | ۷۳۴ | ۷۳۵ | ۷۳۶ | ۷۳۷ | ۷۳۸ | ۷۳۹ | ۷۴۰ | ۷۴۱ | ۷۴۲ | ۷۴۳ | ۷۴۴ | ۷۴۵ | ۷۴۶ | ۷۴۷ | ۷۴۸ | ۷۴۹ | ۷۵۰ | ۷۵۱ | ۷۵۲ | ۷۵۳ | ۷۵۴ | ۷۵۵ | ۷۵۶ | ۷۵۷ | ۷۵۸ | ۷۵۹ | ۷۶۰ | ۷۶۱ | ۷۶۲ | ۷۶۳ | ۷۶۴ | ۷۶۵ | ۷۶۶ | ۷۶۷ | ۷۶۸ | ۷۶۹ | ۷۷۰ | ۷۷۱ | ۷۷۲ | ۷۷۳ | ۷۷۴ | ۷۷۵ | ۷۷۶ | ۷۷۷ | ۷۷۸ | ۷۷۹ | ۷۸۰ | ۷۸۱ | ۷۸۲ | ۷۸۳ | ۷۸۴ | ۷۸۵ | ۷۸۶ | ۷۸۷ | ۷۸۸ | ۷۸۹ | ۷۹۰ | ۷۹۱ | ۷۹۲ | ۷۹۳ | ۷۹۴ | ۷۹۵ | ۷۹۶ | ۷۹۷ | ۷۹۸ | ۷۹۹ | ۷۱۰ | ۷۱۱ | ۷۱۲ | ۷۱۳ | ۷۱۴ | ۷۱۵ | ۷۱۶ | ۷۱۷ | ۷۱۸ | ۷۱۹ | ۷۲۰ | ۷۲۱ | ۷۲۲ | ۷۲۳ | ۷۲۴ | ۷۲۵ | ۷۲۶ | ۷۲۷ | ۷۲۸ | ۷۲۹ | ۷۳۰ | ۷۳۱ | ۷۳۲ | ۷۳۳ | ۷۳۴ | ۷۳۵ | ۷۳۶ | ۷۳۷ | ۷۳۸ | ۷۳۹ | ۷۴۰ | ۷۴۱ | ۷۴۲ | ۷۴۳ | ۷۴۴ | ۷۴۵ | ۷۴۶ | ۷۴۷ | ۷۴۸ | ۷۴۹ | ۷۵۰ | ۷۵۱ | ۷۵۲ | ۷۵۳ | ۷۵۴ | ۷۵۵ | ۷۵۶ | ۷۵۷ | ۷۵۸ | ۷۵۹ | ۷۶۰ | ۷۶۱ | ۷۶۲ | ۷۶۳ | ۷۶۴ | ۷۶۵ | ۷۶۶ | ۷۶۷ | ۷۶۸ | ۷۶۹ | ۷۷۰ | ۷۷۱ | ۷۷۲ | ۷۷۳ | ۷۷۴ | ۷۷۵ | ۷۷۶ | ۷۷۷ | ۷۷۸ | ۷۷۹ | ۷۸۰ | ۷۸۱ | ۷۸۲ | ۷۸۳ | ۷۸۴ | ۷۸۵ | ۷۸۶ | ۷۸۷ | ۷۸۸ | ۷۸۹ | ۷۹۰ | ۷۹۱ | ۷۹۲ | ۷۹۳ | ۷۹۴ | ۷۹۵ | ۷۹۶ | ۷۹۷ | ۷۹۸ | |

درباره مندرجات شماره‌های گذشته یکان

آقای صمد حیاتی از تهران نوشته‌اند که در یکان سال ۴۴ اشتباهات زیر را مشاهده کرده‌اند و تقاضای تصحیح آن را دارند.

۱) صفحه ۶۲ مسأله VI مشتق ۳ - ۴۵۳ ^۱ اشتباه شده است.

۲) صفحه ۷۷ در سطر هشتم حاصل ضرب P_M اشتباه چاپ شده است.

۳) صفحه ۷۷ مقدار P_1 نیز اشتباه محاسبه شده است

۴) صفحه ۸۵ در فرمول موبوط به I به جای I عدد ۲ چاپ شده است.

آقای محمدعلی یزدان پناه دانش‌آموز‌چهارم ریاضی دیبرستان ۱۵ بهمن به شهر نوشته‌اند آنچه که در یکان شماره ۲۲۰ به عنوان سوالات امتحانی ثلث اول دیبرستان فوق الذکر چاپ شده است فقط ۲ سوال از ۵ سوال این امتحان می‌باشد. ایشان صورت هر پنج سوال امتحان مزبور را ارسال داشته‌اند.

آقای سید‌محمدی حمیدی دانش‌آموز سال پنجم ریاضی دیبرستان ناصر خسرو نوشته‌اند که حل مسئله ۳۴۴۳ مندرج در یکان شماره ۲۵ اشتباه انجام گرفته است و تیجه حاصل درست نمی‌باشد.

اشتباه اصلی در نقل صورت مسئله پیش آمده است بدین معنی که باید در صورت مسئله جای $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ را با یکدیگر عوض کنیم.

از میان نامه‌های رسیده

۲) بعضی از مسائل از نوع بالا با اطمینان اینکه طرح فرستنده است با تذکر خوانندگان معلوم می‌شود که قبل در جای دیگر چاپ شده و طرح شخص دیگر است. همانطور که تا کنون عمل شده این تذکر خوانندگان در اولین فرصت در مجله درج می‌شود.

۳) مسائلی به اداره مجله می‌رسد که قابل درج در مجله هست اما با موقعیت سال تحصیلی مناسب ندارد. این مسائل محفوظ می‌ماند تا در موقع مناسب در مجله چاپ بشود.

۴) برای مسئولان مجله محصلین همه دیبرستانها اعم از ملی یا دولتی عزیز و محترم هستند و همکاری همه دانش‌آموزان برای آنها مفتخم می‌باشد.

آقای هوشنگ شریف‌زاده و چند نفر دیگر از دیبران فیزیک درباره «اینترنت» که در صفحه پرسش و پاسخ یکان شماره ۲۴ ضمن پاسخ به یک سوال بدان اشاره شده است تذکر زیر را داده‌اند:

اگرچه در بعضی کتابهای حل مسائل فیزیک که در ایران چاپ شده است، «اینترنت» به عنوان واحد جرم در دستگاه M.K.S صنعتی بکار رفته است اما در حقیقت هنوز برای جرم در دستگاه مزبور واحدی به نام فوق الذکر قبول نشده است و در کتابهای فیزیک درسی کشورهای خارج و حتی کتابهای حل مسائل چاپ این کشورها به این موضوع صریحاً اشاره شده است.

در گزارش کنگره بین‌المللی اوزان و مقادیر ذکر شده است که کلمه یونانی «اینernet» به عنوان واحد جرم در دستگاه M.K.S صنعتی به کنگره پیشنهاد شد اما به تصویب فرستید.

آقای مصطفی تقی زادگان از تهران و آقای بهزاد سوپر از سنتنی راه حل دیگری از مسئله هندسه امتحان خردداد ۴۴ را غیر از آنچه که در یکان سال درج شده بود ارائه داده‌اند. راه حل این مسئله با استفاده از تجانس بین مناسبت که محتاج ترسیمات کمتری است بر راه حل‌های دیگر آن ترجیح دارد.

در اینجا لازم است که یک نکته را یادآوری نماید و آن اینکه حل این مسئله یا مسئله دیگری از هندسه را نمی‌توان منوط به رسم یک سهمی کرد. زیرا رسم سهمی بوسیله خط‌کش و پرگار ممکن نیست.

آقای داود تراکمہ ضمن نامه مژروح خود در بعضی موارد از روش مسئلان مجله گله کرده‌اند.

چنانچه آقای تراکمہ نشانی خود را روی نامه ارسالی نوشته بودند جواب نامه ایشان زودتر از این برایشان ارسال شده بود. فعلا برای اطلاع ایشان بعضی نکات یادآوری می‌شود:

۱) بسیاری از مسائلی که برای درج در مجله واصل می‌شود با وجود اینکه فرستنده تصریح کرده است که طرح خود وی می‌باشد قبل از نشریات فارسی به چاپ رسیده است و حتی بعضی از آنها قبل از مجله یکان درج شده است. بدیهی است که از درج اینگونه مسائل در مجله خودداری می‌شود.

مرادی از لگرود فرمولی ارائه داده‌اند که بنابر آن زاویه بین عقر بهای ساعت در هر لحظه معین می‌شود.

آقای عزیز صفائی درباره ادعای فرمول بمعادله $a^n + b^n = c^n$ نوعی استدلال آورده‌اند که لازم است از طرف متخصصین مطالعه شده و درباره آن اظهار نظر شود.

آقای سعید قرشاد اطلاع داده‌اند که در دبیرستان گلشن راز هرماه دو نشریه به نامهای «عدد» و «از ریاضیات چه می‌دانیم» توسط ایشان و آقایان احمد گلاهی و میر احمد هاشمی به سرپرستی آقای باهمت دبیر ریاضی دبیرستان منتشر می‌شود.

آقای منصور جابری دانش‌آموز ششم ریاضی دبیرستان ادیب صمن‌شحری که نوشته‌اند در حالت $b = ka$ ثابت کرده‌اند که معادله $a^n + b^n = c^n$ دارای جواب صحیح نیست.

آقای بختیار علی‌مدد سلطانی دانش‌آموز سال پنجم ریاضی دبیرستان سعید‌العلماء ثابت کرده‌اند که اگر در معادله $ax^r + bx^s + cx + d = 0$

داشته باشیم $ad = bc$ ریشه‌های معادله عبارتند از:

$$x_1 = -\frac{b}{a}, \quad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}, \quad x_3 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

آقای مرتضی شاپور گان از تهران و آقای علی‌مدد

بی‌آنکه عصبانی شوید این مسئله را حل کنید

فرض می‌کنیم که هر روز، درست سراسعت ۱۳ یا کشتن لندن را به مقصد نیویورک و درست در همین لحظه هم، یا کشتن نیویورک را به مقصد لندن ترک کند. سرعت کشتنها مساوی و یکنواخت فرض می‌شود و هفت روز کامل طول می‌کشد تا هر کشتن مسیر خود را طی کند.

با مفروضات فوق یا کشتنی که امروز ظهر از لندن حرکت کند چند کشتنی از کشتنها بی را که از نیویورک می‌آیند ملاقات خواهد کرد.

پاسخ مسئله تحت همه‌ین عنوان مندرج در شماره قبل

فرض می‌کنیم موقع عزیمت ساعت‌ساز، عقربه ساعت شمار زاویه y را با امتداد ظهر ساعت بسازد. به هنگام مراجعت ساعت‌ساز، عقربه دقیقه شمار زاویه x و عقربه ساعت شمار زاویه y را با امتداد ظهر ساعت خواهد ساخت. با توجه به اینکه سرعت زاویه‌ای عقربه ساعت شمار زاویه ساعت شمار است دستگاه معادلات زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{cases} y = 12x \\ y = 1 + \frac{x}{12} \end{cases}$$

و نتیجه خواهد شد:

$$x = \frac{12}{143} h \quad y = 1 - \frac{1}{143} h$$

ساعت مراجعت ساعت‌ساز، یک ساعت و $\frac{1}{143}$ ساعت بعد از ظهر می‌باشد.

معرفی بعضی از مجلات ریاضی دنیا

ایالات متحده آمریکا

The mathematics

Student Journal

دوره دوازدهم

The mathematics Teacher

دوره پنجاه و نهم

The Arithmetics teacher

دوره سیزدهم

نشانی سه مجله فوق :

The National Council
of Teachers of Mathematics
1201 Sixteenth Street , N.W.
Washington D.C. 20036

The American
Mathematical Monthly

دوره هفتاد و ششم

Mathematics Magazine

دوره سی و هشتم

نشانی دو مجله فوق :

The Mathematical Association
Of America INC.
Department of Math.
New York University,
New York , N.Y. 10453

فرانسه

Journal de
Mathématiques élémentaires

سال نودم انتشار

L'éducation mathématique

سال شصت و هشتاد انتشار

Revue de
Mathématiques spéciales

سال هفتاد و ششم انتشار

نشانی سه مجله فوق چنین است :

Librairie VUIBERT

63 boulevard Saint - Germain

PARIS 5^e

سوئیس

L'enseignement
MATHEMATIQUE

سال تأسیس : ۱۸۹۹

Institu de Math .
Université Genève (Suisse)

انگلستان

Mathematics teaching
Claude Britwistle,
1 Meredith Street
Nelson , Lancashire

Mathematical Reviews

دوره سی و یکم

University Of Michigan

P.O. Box 1428

Ann Arbor, Michigan 48103

انتشارات یکان

—

آنچه تا گنون منتشر شده است :

یکان سال مخصوص

امتحانات نهایی ۱۳۴۳

شامل حل مسائل :

امتحانات نهایی ایران و کشورهای خارج

۴۵ ریال

مجموعه علمی یکان سال

مجموعه جامعترین مقایلهای درباره

ریاضی، نجوم، فیزیک و شیمی

شامل مسائل ریاضی ممتاز، سرگرمیها

۶۰ ریال

راهنمای ریاضیات متوسطه

برای دانشآموزان رشته ریاضی

و داوطلبان کنکور

۱۵ ریال (نایاب)

مسائلی از :

حساب استدلالی

جلد اول شامل مسائل جمع و تفریق

۱۵ ریال

معماهای ریاضی

مجموعه پارادوکسها

ریاضی و منطق

۴۰ ریال

یکان سال ۱۳۴۴

شامل حل مسائل

امتحانات نهایی، امتحانات کنکور

دانشکده های ایران

مسائل امتحانات نهایی و کنکور کشورهای دیگر

۵۰ ریال (نایاب)