

فروردین ماه ۱۳۴۶

- |    |                              |
|----|------------------------------|
| ۱  | ترجمه: جهانگیر شمس‌آوری      |
| ۵  | ترجمه: احمد بیرشک            |
| ۷  | ترجمه: حسین جواهری           |
| ۹  | ترجمه: قوام نحوی - ایرج ادبی |
| ۱۱ | ترجمه: ه. شریف زاده          |
| ۱۳ | ترجمه: ع. م.                 |
| ۱۵ | ترجمه: ه. ش                  |
| ۱۷ | -                            |
| ۴۲ | -                            |
| ۵۵ | -                            |
| ۶۸ | -                            |
| ۷۰ | ترجمه: مهندس ایرج ارشافی     |
| ۷۱ | -                            |
| ۷۲ | -                            |

## دراجهن شماره:

- پیشرفت آموزش ریاضیات در شوروی
- ریاضیات آزادی
- کاتالیز شدن
- دانستنیهای عمومی
- چگونه مسئله‌ای را حل کنیم
- راهنمای حل مسائل هندسه
- حل مسائل نمونه
- مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها
- مسائل برای حل
- حل مسائل شماره گذشته
- پرسش و پاسخ
- اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها
- سرگرمی
- معرفی کتاب

دوره دوم - شماره:

شماره مسلسل:

۲۲

# بازدید از دانشکده‌ها و مؤسسات

## علمی سویس

در تاریخ ۱۵ فروردین ماه جاری آقایان دکتر کنی معاون و استاد دانشگاه داود مصطفی دانشجوی دانشگاه تهران برای استفاده از یک بورس علمی ۱۵ روزه عازم کشور سویس شدند. بورس علمی مزبور از طرف آقای اسکندر فیروزان مدیر مؤسسه نازوریف در اختیار دانشگاه تهران گذاشته شده بود. مؤسسه نازوریف نمایندگی ساعتها نازوریف در ایران را بعده دارد. درسویس دانشکده‌های شهرهای بال، برون، زنو، زوریخ و لوزان و همچنین موزه‌ها و مؤسسات علمی مورد بازدید قرار گرفت.

منظور آقای اسکندر فیروزان را از اینکه این بورس علمی را در اختیار دانشگاه تهران قرار دادند از نطق ایشان بخوبی می‌توان درک کرد. این نطق در سالن دانشگاه تهران در حضور استادان و دانشجویان دانشگاه ایجاد شد. متن نطق آقای فیروزان به شرح زیر است.

(دبیله در صفحهٔ ماقبل آخر)

# یکان

## محله ریاضیات

سال سوم - دوره دوم - شمارهٔ یازدهم (شمارهٔ مسلسل: ۲۴) فروردین ۱۳۴۵

صاحب امتیاز و مدیر مسؤول: عبدالحسین مصطفی

مدیر داخلی: داود مصطفی  
زیر نظر شورای نویسنده‌گان هر ماه یک بار منتشر می‌گردد  
نشانی اداره: تهران، خیابان لاله‌زار نو، نزدیک شاهراه - شماره ۸۱  
نشانی پستی: صندوق پستی ۲۴۶۳  
تلفن اداره: ۳۳۱۸۱

وجه اشتراک برای ۱۲ شماره ۲۰۰ ریال

(برای کشورهای خارج بخلاف هزینه پست)

حساب بانکی: جاری ۳۰۹۵ شعبه لاله‌زار نو بانک صادرات

# YEKAN

Mathematical Magazine

volume II , number 11, April . 1966

subscription : \$3

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذر تلفن ۶۴۰۲۸

## صفحات جدید در یکان

به خاطر چاپ مسائل امتحانات داخلی دبیرستانها (با وجود اضافه کردن ۱۶ صفحه بر صفحات این شماره) چاپ همهٔ صفحات جدیدی که وعده داده بودیم میسر نشد. ازاولین شماره دوره سوم صفحاتی با مطالب و عنوانهای جدید در مجله مفتوح خواهد شد.

## قوچه

برای کلیه کسانی که قبل از اسفندماه ۴۴ مجله یکان را مشترک شده بودند، یکان سال ۴۴ همراه شماره ۲۳ ارسال شد. مشترک مجله یکان به کسی عنوان می‌شود که وجه انتراک مجله را قبل پرداخته و رسید آنرا توسط اداره مجله دریافت کرده باشد.

## قابل توجه نمایندگان فروش یکان

چون تمام نسخه‌های یکان سال ۴۴ برای تهران‌منظور شده، بود مصرف شده است و فعلًا حتی در اداره مجله هم نسخه‌هایی از این شماره موجود نیست از نمایندگان محترم شهرستانها تقاضا دارد:

- ۱ - درخواست نسخه‌های جدیدی از یکان سال نمایند
- ۲ - مازاد مصرفی خود را هرچه زودتر برگشت دهند

# آموزشگاه علمی تبدیل

کلاس‌های دبیرستانی (تجددی و تقویتی)

کلاس‌های متفرقه

برای دوره اول و دوره دوم

(ریاضی، طبیعتی، أدبی)

تحت نظر آقایان:

دکتر بصیریان، دکتر حاکمی، دکتر قینی، علیم مرستی، ذوالقدر، عباسی، کوششی، غضنفری، فائز

از خردادماه دایر می‌نماید

دفتر آموزشگاه همه روزه از ساعت ۵ بعد از ظهر جهت

ثبت نام داوطلبان آماده است

نشانی: سلسیل - چهار راه مرتضوی

تلفن: ۹۵۳۹۲۱

# توسعه آموزش ریاضیات در مدارس شوروی

نوشته : R.S. cherk asov، انسستیتوی علوم تربیتی لینین - مسکو  
تفصیل از : دکتر هوارد، فر - دانشرایعالی دانشگاه کلمبیا - نیویورک  
ترجمه از مجله «معلم ریاضیات»، یکی از ارجانهای انجمن معلمان ریاضیات آمریکا  
دسامبر ۱۹۶۵، بوسیله :

جهانگیر شمس آوری

توضیح منقح - نویسنده این مقاله سر دبیر روزنامه ریاضیات در دبیرستان ( mate matika v shkole ) در شوروی و رئیس دانشکده ریاضیات در انسستیتوی تربیتی لینین در مسکو است. این مقاله بوسیله پروفسور Bruce vogeli که بیشتر کوشش پنجسال اخیر خود را وقف مطالعه آموزش ریاضیات در شوروی کرده از روسی به انگلیسی برگردانده شده است. پروفسور اخیر الذکر در بهار ۱۹۶۴ بازدیدی از انسستیتوی علوم تربیتی لینین بعمل آوردہ است. هنگامی که مقاله را مطالعه می کنید متوجه خواهید شد که قسمت نخست آن را ماید به حساب رابطه میان نویسنده و دستگاه حکومت خود گذاشت. اما بقیه مقاله مشحون از اطلاعات جالبی است که امر مقایسه میان کارهای انجام گرفته در شوروی و آمریکا را بهوجه نیکویی آسان می سازد.

هوارد. ف. فر

انقلاب اکتبر در سال ۱۹۱۷ است که مواد برنامه ریاضیات مدارس مورد تجدید نظر همه جانبه قرار گرفت. در نوامبر ۱۹۱۷ تمام انواع مدارس، به مدرسه های یک شکل کارگری با برنامه های ۹ ساله تبدیل یافت. مدرسه ۹ ساله به دو سطح تقسیم می شد. سطح نخست، مدرسه ابتدائی، که کلاس های از ۱ تا ۴ بود. شاگردان در هشت سالگی به کلاس اول وارد می شدند. سطح دوم از کلاس های ۵ تا ۹ تشکیل می گشت.

جنبش وسیعی که در میان مردم مترقبی پیش از انقلاب، در اوان قرن بیستم، برای تجدید نظر در برنامه های ریاضیات مدارس آغاز گشته بود در آن هنگام به نتیجه مؤثر و مثبتی نیاجامید. برنامه ریاضیات دبیرستانها و مدارس بازرگانی به همان ترتیب که در ۱۸۷۲ تنظیم شده بود، تقریباً بدون عیج تغییر تا سال ۱۹۱۷ ادامه داشت. روشهای تدریس فیزیک جنین از تغییر و ترقی بر کنار ماند. در آن زمان شبوه یاد آوری مکانیکی دروس به مقیاس وسیعی در کار بود. تنها پس از

رابطه تدریس ریاضیات با زندگی و تجربه بر طرف گردد .  
شور و هیجان زایدالوصفی که برای حل کردن مسائل متنوع  
عملی وجود داشت، اغلب سبب می شد که برای پرداختن به مطالب  
تئوری فرست کافی بودست نیاید .

در سال ۱۹۳۲ ، دولت تصمیم ویژه‌ای درباره مدارس  
ابتدایی و متوسطه گرفت ، به قصد توسعه آموزش ریاضیات ،  
بر ساعت هفتگی این ماده درسی افزوده شد و به شش ساعت در  
هفته در هر یک از کلاسها رسید . دوره تحصیل ابتدایی و متوسطه  
از ۹ سال به ۱۵ سال ارتقاء یافت و شرط سنی ورود به این دوره  
هفت سالگی گشت . برنامه‌های ریاضیات عمیقاً مورد اصلاح قرار  
گرفت و برنامه‌های جدیدی برای هر یک از مواد حساب و جبر  
و هندسه و مثلثات : با نظم منطقی ؛ تهیه شد . در برنامه جدید  
از اصول هندسه تحلیلی و آنالیز نامی در میان نبود و درس‌های  
جزایی از آنها به جبر اضافه شد (روشهای مختصات، تابع و  
نمایش هندسی آن ، تحقیق درباره توابع ساده ، حدها ) .  
برنامه جدید در سال ۱۹۳۴ تصویب گشت و تا سال ۱۹۶۰  
بدون تغییر اساسی ادامه داشت .

برای مجهز ساختن تعداد کثیر دانش آموزان با کتابهای  
درسی مناسب ، از میان کتابهای درسی و کتابهای مسائلی که در  
سال ۱۹۳۲ در دسترس بود مهمترین آنها برگزیده شد، و پس  
ازحک و اصلاح و اضافه کردن پاره‌ای مطالب در تیراژی وسیع  
انتشار یافت .

قسمت عمده این موقوفیت‌ها مدیون اقدامات دولتشوروی  
درباره تربیت معلمان ریاضی بود . کلیه دانشجویان تربیت معلم  
برای تدریس ریاضیات در کلاس‌های پنجم و کلاس‌های بعد از آن  
می‌باشد برنامه چهار ساله‌ای را در انتیتوی علوم تربیتی  
گذرانده باشند . یک سال تحصیل اضافی دیگر ، جزء شرایط  
معلمی بود که علاوه بر ریاضیات برای تدریس یک ماده درسی  
وابسته (از قبیل فیزیک ، نجوم ، رسم فنی ، محاسبات ریاضی)  
تربیت می‌شود . بدین ترتیب دوره تربیت اینگونه معلمان ۵ سال  
می‌بود .

توسعه سریع علوم دریاست سال اخیر ، خلق رشته‌های نو  
در ریاضیات به تبع پیشرفت تکنولوژی و صنعت جدید، وبالاخره  
اهمیت روز افزون ریاضیات در اجتماع بشری ، ناقص بارزی  
را در برنامه ریاضیات مدارس از جهت احتیاجات زندگی آشکار  
ساخت . در سال ۱۹۵۸ در اتحاد شوروی قانونی درباره  
«تجدید سازمان دادن به تعلیمات عمومی در جمهوری  
تفویت رابطه میان مدرسه و زندگی» به تصویب رسید .

نخستین برنامه ریاضیات که پس از انقلاب ، در سال  
۱۹۲۱ ، ارائه گشت شامل مطالبی بسیار تازه بود . برنامه  
حساب که حاوی موضوع تازه «محاسبات تقریبی» بود در  
سال چهارم خاتمه می‌پذیرفت . برنامه هندسه مشتمل بر چهار  
سطح سخت بود . هندسه مسطوحه و مطالبی از هندسه فضائی در هم  
ادغام شده بودند . به هنگام فراگیری اشکال هندسی در کلاس  
پنجم برای بار اول اصل کاوایی بر شاگردان ارائه می‌شد .  
این اصل دوباره در کلاس هفتم برای پیدا کردن حجم اشکال  
فضایی بکار می‌رفت . برنامه مثلثات که حاوی مطالعه درباره  
قوابع مثلثاتی و حل مثلث می‌بود در پایان کلاس هفتم کامل می‌گشت .  
هدف از تدریس برنامه جبر در کلاس‌های ششم و هفتم عبارت بود  
از ۱) تعمیم مفهوم اعداد : ۲) توسعه فکر پستگی تابعی ، ۳)  
آشنایی با روش‌های حل معادلات . برنامه کلاس‌های هفتم تا نهم ،  
علاوه بر پاره‌ای از مطالب برنامه ابتدایی ، شامل موضوعاتی از  
هندسه تحلیلی و مقدمه‌ای از آنالیز ریاضی (حدها ، مشتقات ،  
آشنایی با انتگرال ، سریها ، معادلات دیفرانسیل ساده ) می‌بود .  
این برنامه‌ها پس از انقلاب ، تا آنچاکه ممکن بود ،  
موجب شکوفان شدن استعدادهای خلاقه دانش آموزان می‌گشت  
و به آنان اطلاعات عمومی می‌داد و تدریس ریاضیات را بمنزدگی  
مربوط می‌ساخت . با این همه عمل نهاد ثابت گشت که برنامه پس از  
انقلاب بسیار سنگین است و تنظیم کنندگان آن استعدادهای  
شاگردان را فوق‌آنچه هست تصور کرده‌اند . بنابراین در زمانی  
که این برنامه ، برنامه رسمی بشمار می‌رفت ، عمل برنامه  
سبکتری به نام « برنامه حداقل » تدریس می‌گشت .  
ابداعات بسیاری نیز در روش‌های تدریس ریاضیات در  
سال ۱۹۲۱ عرضه گشت . در تدریس حساب و هندسه روش  
« مسائل مناسب » مری مشهور ریاضیات ، شوخور  
تروتسکی (Shokhor Trotzki) به مقیاسی وسیع بکار  
رفت . روش « استقراء محسوس » که بوسیله آ. ف. لبندنیزف  
(A. F. Lebedintzev) نویسنده کتاب درسی و متعدد  
شناخت ، عرضه شده بود مقبولیت عام یافت . هر دو این روشها  
متضمن بکاربردن فعالیتهای خلاقه و تجربیاتی از زندگی در  
تحقیق مطالب تئوری بودند .

نقش مسئله نیز در تدریس ریاضیات توسعه یافت . بدین  
معنی که در طرح مسائل دومنظور در نظر گرفته می‌شد : یکی  
آماده کردن دانش آموزان برای فهم مطالب تئوری که بلا اصله  
در درس آینده تدریس می‌شود و دیگری درک موارد استعمال  
مفاهیمی که یاد گرفته شده بود . با این همه در طی این دوره  
تمایلی وجود داشت که حتی المقدور اشکالات پیچیده مربوط به

هندسه مسطوحه ، مقدمه‌ای بر مثلثات ، و مطالبی از هندسه فضایی است .

عنوانی که در این خصوص در برنامه آمده بیدین شرح است :

### کلاس ششم

- ۱- مفاهیم اساسی
- ۲- مثلثها
- ۳- توازی

### کلاس هفتم

- ۱- چهارضلعی‌ها
- ۲- مساحت چند ضلعی‌ها : سطح جانبی و حجم منشور فاصله .
- ۳- دوایر (این بحث شامل مطالبی از هندسه فضائی است : سطوح استوانی و حجم استوانه)

### کلاس هشتم

- ۱- پاره خط‌های متناسب . اشکال متباشه
- ۲- توابع مثلثاتی زاویه حاده
- ۳- چندضلعی‌های محاطی و محیطی
- ۴- محاسبه مساحت و حجم اجسام هندسی .

بر نامه کلاس‌های بالاتر در مدرسه متوسطه دستخوش تغییرات وسیعی شده است .

به جای سه موضوعی که در هر برنامه معمولی وجود دارد (جبر، هندسه، و مثلثات) برنامه جدید تنها شامل این دو موضوع است :

- ۱- جبر و توابع ساده
- ۲- هندسه

بر نامه جبر و توابع ساده حاوی این مطالب است :

- ۱- معادلات درجه اول و نامعادلات .
- ۲- اعداد حقیقی . معادلات درجه دوم
- ۳- توانهای مثبت و منفی و کسری . توابع نمادار
- ۴- توابع مثلثاتی زوایا بطور کلی
- ۵- قضایای مربوط به توابع مثلثاتی مجموع قوس‌ها و

نتایج آن . حرکت متباشه

- ۶- رشته‌های عددی
- ۷- توابع مجهول القوه ولگاریتمی
- ۸- توابع و حدود

۹- مشتق و مورد استعمال آن در بررسی توابع

- ۱۰- تعمیم مفهوم تابع . اعداد مختلط
- بر نامه هندسه شامل این مطالب است :

- ۱- تبدیلات هندسی

تutorials اجباری هشت ساله جهانی عرضه گشت و شبکه وسیع مدارس متوسطه شبانه و روزانه بوجود آمد .

در اجرای مقادیر قانون فوق ، برنامه‌های جدید ریاضیات

برای مدرسه هشت کلاس در سال ۱۹۶۵ ، و برای کلاس‌های بالاتر

در سال ۱۹۶۳ تنظیم گشت . مطالب برنامه کلاس‌های از ۱ تا ۴

(مدرسه ابتدایی - از ۷ تا ۱۵ سال) دستخوش تغییر نگردید .

در این سطح شاگردان از نظر ریاضیات به تحصیل حساب و هندسه

غیر استدلالی می‌پردازند .

برای شاگردان کلاس‌های پنجم و ششم، در حساب برنامه‌ای منظم پیش‌بینی شده است . این برنامه شامل عنوانین ذیرین است :

### کلاس پنجم

- ۱- اعداد طبیعی
- ۲- کسرهای متعارفی
- ۳- کسرهای اعشاری
- ۴- اعمال ترکیبی درباره کسرهای اعشاری و متعارفی .

نسبت :

### کلاس ششم

- ۱- محاسبات تقریبی
- ۲- درصد
- ۳- تناسب - تناسب مستقیم و معکوس

\* \* \*

بر نامه جبر مدرسه هشت ساله حاوی این عنوان است :

### کلاس هفتم

- ۱- عبارات جبری
- ۲- اعداد گویا . معادلات
- ۳- عملیات درباره عبارات جبری

### کلاس هشتم

- ۱- معادلات درجه اول یک مجهولی
- ۲- تجزیه چند جمله‌ایها .
- ۳- کسرهای جبری
- ۴- مختصات و نمودارهای ساده .
- ۵- دستگاه دو معادله دو مجهولی درجه اول

### کلاس هشتم

- ۱- خط کش محاسبه
- ۲- جذر و معادله درجه دوم
- ۳- توابع و نمایش هندسی آنها .

مهارت‌هایی که برای انجام دادن محاسبات بوسیله خط کش محاسبه در اینجا آموخته می‌شود بدون توجه به اساس نظری آن است .

بر نامه هندسه مدرسه هشت ساله شامل مطالبی منظم در

در سال ۱۹۶۳ ، مدارسی شبانه روزی، به عنوان آزمایش برای دانشآموزان با استعداد مدارس متوسطه در داشگاههای دولتی مسکو، فنیه گرارد، نووسیبیرسک Novosibirsk و گیف تشکیل شده است . انتخاب شاگردان با استعداد برای این مدارس به کمک فعالیتهای وسیع و متنوع فوق برنامه‌ای صورت می‌گیرد .

آخرین مرحله این فعالیتها **المپیادهای ریاضی** است که هرسال در شورود تشکیل می‌شود و در آن بهترین شاگردان از شهرهای بزرگ و همه نواحی شرکت می‌جویند (۱) معلمان متبحر و نوآور در کارهای آزمایشی مربوط به یافتن مقتضی ترین راه جهت نوسازی برنامه‌های ریاضی مدارس و تکمیل روش‌های تدریس ریاضی فعالانه کوشش می‌کنند . مرکز هماهنگ سازی تمام این کوشش‌ها آکادمی علوم تربیتی جماهیر شوروی است .

آکادمی علوم تربیتی جماهیر شوروی کمیسیونی را مأمور مطالعه مسائل مربوط به ریاضیات مدارس کرده است . آکادمیسین A.N.Kolmogorov رئیس این کمیسیون است . در حال حاضر آکادمیسین کولمگروف و سایر محققان مشهور ریاضیات مشغول انجام دادن آزمایشات فراوان درباره برنامه ریاضیات مدارس متوسطه هستند .

مطالعات مربوط به تهیه کتاب درسی اخیراً متوجه به نتیجه گردید . مسابقه‌ای در نوشتمن کتاب درسی از طرف وزارت آموزش و پرورش اعلام شد و افراد بسیاری ذر آن شرکت جستند . کمیسیون ویژه‌ای از شخصیت‌های دانشگاهی و دیبرستانی ترکیب یافت و به کار رسید کی و مطالعه نسخه‌های رسیده پرداخت . کار این کمیسیون اخیراً پایان پذیرفت ، و بهترین کتاب که در تیاری وسیع به چاپ خواهد رسید انتخاب گشت .

همزمان با این اقدامات، کارهای مربوط به تجدید نظر و نوسازی برنامه‌های تربیت معلم مدارس متوسطه و بویژه تقویت معلومات ریاضی معلمان مدارس ابتدایی بی وقته ادامه دارد ، زیرا اگر از نخستین روز مدرسه ریاضیات بدرسی تدریس شود تمام کوشش‌هایی که در راه توسعه برنامه‌های ریاضی مدارس بعمل می‌آید به نتیجه مطلوب خواهد رسید .

۲- مقدمات جبر برداری ( شامل حاصل ضرب اسکالر دو بردار )

۳- حل مثلثها به کمک مثلثات و حل مسائل با بکاربردن روش‌های گوناگون .

۴- موضوعات اساسی و منظم از هندسه فضایی که در طی دو سال تدریس می‌شود ( ۱۳۹ ساعت درس )

مواد نظری برنامه به قسمی انتخاب شده است که دانشآموزان با تکنیکهای متنوع آشنا شوند . از این گذشته برنامه هر کلاس شامل مطالبی از ریاضی است که دانشآموز از نظر فهمیدن سایر دروس علمی ، و کار کردن در صنعت جدید ، و معلومات پایه‌ای نظری جهت ادامه تحصیلات در رشته‌های ریاضیات و فیزیک و سایر تخصصهای فنی ، لازم دارد . همچنین در برنامه ، حل مسائل عملی متنوعی که هم قابل فهم دانشآموز و هم از نظر محتوی ریاضیات غنی باشد پیش‌بینی شده است .

هم اکنون در مرکزهای گوناگون تحقیق مشغول مطالعه نتایج بدست آمده چنین مستفاد می‌شود که در آتیه بسیار نزدیکی تدریس جبر از کلاس ۴ یا ۵ آغاز خواهد شد . آزمایش‌های نیز که درباره کلاس‌های بالاتر انجام می‌گیرد با موقعیت‌های ویژه‌ای همراه است . بر اثر این تجربیات تعدادی مدارس ریاضی متوسطه تأسیس یافته است . در این مدارس دوازده ساعت در هفته وقف تحصیل مباحث ریاضی می‌شود . برنامه ریاضیات این مدارس شامل :

۱- جبر و توابع ساده

۲- ترکیبات و مقدمات نظریه احتمالات

۳- جبر خطی و مقدمات برنامه ریزی خطی

۴- آنالیز ریاضی - حدود - مشتقات و انتگرال گیری ،

سری‌ها ، معادلات ساده دیفرانسیل

۵- هندسه ( علاوه بر مباحث معمولی ، هندسه تحلیلی ، اصول نظریه مجموعه‌ها و مفهوم دسته تبدیلات در اینجا عرضه می‌شود )

۶- مبادی منطق ریاضی

۷- روش‌های عددی

۸- ماشین‌های ریاضی و برنامه ریزی آنها .

(۱) مقاله‌ای در این باره در مجموعه علمی یکان سال ترجمه شده است .

منقص . تویسته معروف فرانسوی قرن شانزدهم

می نویسد :

... افراط در فلسفه روح ساده و طبیعی ما را برد  
می سازد و با زیرکی و ظرافت نامطلوبی مارا از راه راست و  
زیبائی که طبیعت جلو پایمان گذاشته است دور می کند ...

## ریاضیات آزادی

از ژیلبر والوسینسکی استاد فرانسوی ریاضی

ترجمه احمد بیرشک

«اختراعاتی بسیار ظریف که ممکن است به کار آیند» . بدگفته‌ای نیست : اختراعات . ریاضیات ساخته و پرداخته نبوده است . ریاضیاتی اختراع شد و اگر دیگر اختراع نشود ریاضیات زنده نخواهد ماند . کار ریاضی یعنی تمرین در اختراعات . این تعریف ریاضیات داوری والری را در مورد معماماش توجیه می کند . آنان ظاهرآ ریاضیات را چو معبدی باستانی می‌پنداشتند که باید با خصوع و خشوع به آن فرزدیک شد و حتی در آن برای دعا هم صدارا بلند نکرد . این احترام به نیاکانی لطف نیست اما پشت پا به دو حقیقت اساسی می‌زند : اول : ریاضیات زنده است . دوم : تعلیم و تربیت مذهب نیست . نشانه زنده بودن ریاضیات توسعه آن است : شما در علم اقتصاد و علم زبان آموزی هم جای پای ریاضیات را می‌بینید . اما این تظاهرات توسعه طلبانه آن ظاهر کار است ، در باطن باید متوجه اهمیت تکامل مفاهیم ریاضی از بیشتر از یک قرن پیش بود .

به طور خلاصه سه «اندیشه» اساسی می‌توان تشخیص داد : اندیشه نخستین که از بحران اساس و پایه «که در طبیعت این عصر روی دادرس چشمگرفته است مفهوم «اصل متعارفی» است که با آنچه سابقاً در مورد آن پنداشته می‌شد فرق دارد . دیگر اصل موضوع «یک امر بدبیه» نیست بلکه حکمی است که بدبیه اثکاشته شده است . کانتور می‌گوید : روح ریاضیات آزادی است . ریاضیدان در انتخاب و اختیار اصول موضوع فرضیه خود آزاد است مشروط به آنکه نتایج حاصل از آنها متناقض نباشند . اندیشه دوم : همچنان که دانشمند زیست‌شناسی‌باخته بافت‌های زنده را به مثابه مواد اصلی موجودات آلی می‌شمارد ریاضیدان

امروز همه جا صحبت از ریاضی است تا به اهمیت آن در آموزش و پرورش توجه شود . باید در این گفته حقیقتی باشد . اما همداستانی بیشتر از زبان برمی‌خیزد تا از دل . میان فلسفی که می‌خواهد به جوانانی تعلیم دهد که تربیت ریاضی آنان گر زیاد وسیع نباشد لائق بسیار استوار باشد ، و پدری که آرفیق آینده فرزند خود را فقط در مسابقات مدرسه‌های بزرگ بینند توافق بیشتر صوری است تا حقیقی . همچنین است توافق میان « برنامه ریزی » که نیازمندیهای آینده کشور را از حيث کارکر و کارمند فنی اندازه می‌گیرد و مربی و معلمی که آموختن را یکی از زیباترین مکتبهای فکر آزاد می‌پنداشد .

حتی همداستانی ظاهری هم کامل نیست . والری درباره اینان قدیمیش می‌نویسد : « تحصیل زیر نظر معلمانی گرفته و ده در من این احساس را بوجود آورد که داشت قابل عشق زیاد نیست و هر چند ممکن است میوه‌های آن سودمند باشند خ و بر گش خاردار و پوستش به طرز دهشت آوری سخت است . ریاضیات را برای مفرزهای مناسب می‌دانستم که به وضع کمالت دری دقیق‌اند و با مغز من قابل مقایسه نیستند » . این طرز کر والری استثنای نیست بلکه همیشه نوعی تعلیم ریاضی بود داشته و دارد که دانش آموزان را از دست یافتن به شادی و نعمتی که در این علم وجود دارد مایوس و دلسوز می‌سازد . نخست ببینیم آیا در تعریف ریاضی توافق حاصل است ؟ ریاضیات چیست ؟ علم است ، زبانی مخصوص است ، مجموعه‌ای عناصر از قضایاست ؟ یا فقط وسیله‌ای برای ورزیده ساختن مغز ؟ که به جای خود بيهوده نمی‌تواند بود . به قول دکارت

چنان ناب بوجود آورند که از فهم کوچکترین مورد استفاده عملی تصوریها خود عاجز بمانند . راست است که ممکن است گلهای زیبای بیشتری را وحشی صفتان - به تاراج برند اما این گلهای برای دوستداران گل هم وجود دارند .

طرز تعلیم فعال و عملی استعداد و ذوق ساختمان بچمها را به نحوی شگفت پیش می برد . جوان بوسیله مشاهده موقعیت‌های برگزیده واقعی و مطالعاتی که بر اثر تجربه غنی تر شده باشد از سرچشمۀ مقاومت سیراب خواهد شد . به جای آنکه تعاریف را از عملی که با رفتار ظالمانه اورا مجبور سازد فراگیرد با آزادی می تواند تعاریفی فراخورسن و سال خود اختراع کند ، و چون شاگرد به سرعت بزرگ می شود بتدریج که پیش می رود بیان خود را کامل می کند . بیان ساده و روشن این اصل متعارفی ، که از این پس وسیله ورزیدگی فکر خواهد شد ، در مرحله استنتاج که به دنبال آن در می آید حایز درجه اول اهمیت خواهد بود . سرانجام ، بجهه که به استنتاج قناعت و اکتفا نمی کند خواهد کوشید که از معروف‌هایی که بدست می آورداستفاده عملی کند و بر اثر مشاهده حقایقی که متکی به فکر ریاضی است دوره جدیدی را آغاز نماید . این دوره عبارت خواهد بود از مشاهده ، درک مقاومت ، استنتاج و استفاده عملی .

از این طرح تا واقعیتی که در کلاسهای درس ما است ، هزار تغییر روی می دهد . سهم معلم کم نیست و سهم دانش آموز بسیار زیاد است . مزء این همکاری نصب آموزش پرورش می شود . دیگر تعلیم و تربیت «غمزده» نیست و ، اگر قوه تفکری داشته باشیم بهیچ روى «گرفته» هم نمی باشد .

حس انتقاد هر کسی به کار خواهد افتاد زیرا که شما هم قطعاً قبول دارید که کمتر ممکن است حکم صحیح در اولین مرحله صادر شود . اما در چنین محیط آزادی است که ذوق پرورش و تفحص بیدار می شود و اگر مقاومت کمال مطلوبی که در کلاس آرزوی آنها را داریم زود به دست نیایند لائق این احساس بوجود می آید که این نوع زندگی سعادت بار است و در آن کوشش برای رسیدن به آینده مطلوب امکان دارد .

بازمهم دکارت می گوید : هیچ چیز بیهوده تر از آن نیست که آن قدر به اعداد تهی و شکلهای موهوم مشغول شویم که تصور رود خود را صرفاً وقف شناختن این مهملات کرده ایم ... ( به نقل از «قواعد هدایت عقل ») اما عکس اگر با تأمین

وسایل لازم به ساده ترین صورت تعلیم جنبه کامل تربیتی آن را عطا کنیم به دانش آموزان اراده ای القامی کنیم که فکر ریاضیدان را به کار می اندازد ، اراده ای که به گفته توژون دیر بشلم - Lejeune Dirichlet «اندیشه را جانشین محاسبه سازد »

اجزاء و مجموعه هائی را برای ساختن فرصیه های خود مورد استفاده قرار می دهد بی آنکه به «نوع» این اجزاء و مجموعه ها توجه داشته باشد . با طرز فکر جبری ، که از زمان گالوا ( Galois ) ( سال ۱۲۰۸ ) تا زمان آتن و نوتر ( Artin & E . Noether ) [ سال ۱۳ ] عالیترین نمونه زمان ریاضی شناخته شده است ، ریاضیات عبارت است از مطالعه در روابط .

و اندیشه سوم : طرز تنظیم تصوریها از روی موضوعاتی که تصوریها درباره آنها بحث می کنند ( یعنی اعداد ، صور یا رویدادها ) نیست بلکه از روی روابطی است که این موضوعات با یکدیگر دارند ، یعنی ، به عبارت صحیح تر . از روی ساخت ( Structure ) خود تصوریها . جمع بین اعداد صحیح ، مثبت ، منفی یا صفر را با ضرب بین کسرهای مثبت مقایسه کنید ، می توانید حکم را که دربله آن اعداد بیان می شود با حکمی که درمورد این کسرها صادر می گردد کلمه به کلمه تعبیر کنید مثل : به هر عدد صحیح  $X$  عدد صحیح دیگری مانند  $X'$  می توان مربوط ساخت ، به قسمی که  $O = X + X'$  باشد . به هر کسر  $P$  کسر دیگری مانند  $P'$  می توان مربوط ساخت به قسمی که :

$$P \times P' = 1$$

باشد . به قول ریاضیدانان : هردو دارای یک ساخت هستند .

### ساخت گروهها .

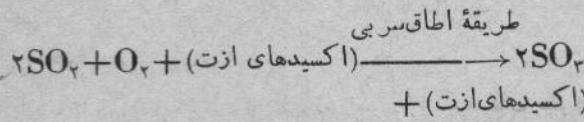
در این تکامل ، ریاضیات روشی دارد و زبانی و اصلی برای تنظیم : روش آن اصولی ( آکریوماتیک ) ، زبانش : زبان جبر و مجموعه ها ، واصل آن : ساختها . پیشرفت مداوم پرورش ریاضی در عصر حاضر نشانه این تحول است که با اندک اختلاف در همه کشورهای جهان به چشم می خورد . اما آیا اینها می توانند یا باید ، تأثیری بر آموزش مقدماتی ریاضیات ، بگذارند ؟ سوالی است اساسی . جواب : بی گمان ، مثبت است مشروط به آنکه از آنچه مقتضای علم و تعلیم است چیزی فراموش نشود . و ، بر حسب تصادف این مقتضیات نه فقط با هم تناقض ندارند بلکه به سوی یک هدف می گرایند . پس تکامل طرز آموزش و پرورش ما باید به آسانی صورت پذیرد .

گفته خواهد شد که این اعتقاد مثبت بسیار خوش بینانه است . راست است که اگر روش اصولی ( آکریوماتیک ) در اختیار طرفداران فلسفه جزئی قرار گیرد خطر پیدا شی و وضع بدتری پیش می آید : یعنی آموزش ظالمانه ای که رفتار معلمان غمزده والری در برابر آن به شوخي می ماند . راست است که اگر حوزه نامحدود انتزاعی جبر را در اختیار کسانی که شیره هر چه را انتزاعی است می کشند بگذاریم ممکن است ریاضیدانانی

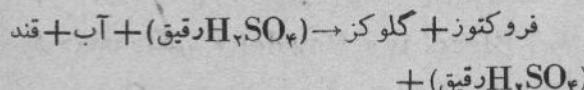
## (( پدیده کاتالیز شدن ))

ترجمه: حسین جواهری دبیر شیمی دبیرستانهای کازرون

### الف - مخلوطگازی یکنواخت:

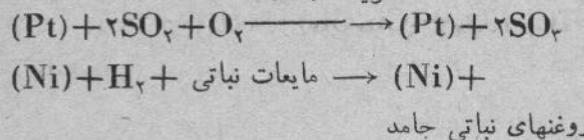


### ب - مخلوط آبگونه یکنواخت

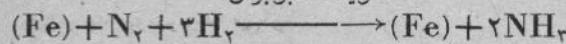


**تیصره** - اجسام جامد مورد عکس العمل و کاتالیزرهای جامد نمی‌توانند مخلوط یکنواخت را تشکیل دهند. مثالهای زیر نمونه‌ای از کاتالیزر غیریکنواخت است.

#### طریقه مجاورت



#### طریقه ها بر بوش



### کاتالیزر منفی:

همیشه لازم نیست که افزایش مواد خارجی باعث تسریع واکنش شوند، بلکه استعمال یک جسم ممکن است باعث کند شدن واکنش شده و بر رخوت وسیطی شیمیائی بیفزاید مانند افزودن اسید به آب اکسیژن و الکل به «کلر فرم». به چنین اجسامی که موجب به تعویق افتادن سرعت واکنش می‌شوند کاتالیزر منفی گفته و این پدیده (فونمن) را «کاتالیز شدن منفی» نامند.

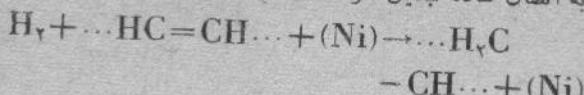
گاه بوجود آمدن یک جسم در یک فعل و اتفاعال شیمیائی باعث می‌شود که واکنش شیمیائی تندد شود. این قبیل اجسام را «اوکاتالیزر» گفته و عمل را «کاتالیز شدن خود به خود»

### کاتالیزر چیست؟

اگر اسب درشکه چی چهار نعل نزود، درشکه چی با بکار بردن تازیانه خود آنرا وادار به دویدن می‌کند. حال اگر یک عکس العمل شیمیائی، خوب انجام نگرفته و یا به کندی صورت گیرد در این حالت شیمیدان نیز با مشکل درشکه‌چی مواجه می‌شود! به منظور از دیاباد سرعت واکنش شیمیائی، شیمیست ناگزیر به استعمال مواد خارجی مشخص به مخلوط مورد عمل می‌شود. همه شما می‌دانید که برای تهیه اکسیژن می‌توان کلرات پتانسیم را بکاربرد. وقتی که این جسم را حرارت بدنهند در  $345^{\circ}$  درجه سانتیگراد ذوب شده ولی اکسیژنی از آن متصاعد نمی‌شود. برای اینکه این جسم (کلرات) بطور کامل تجزیه شود باید عمل در حرارت بالا ( $600$  درجه) صورت گیرد. که در شرایط کارهای معمولی قدری مشکل است. اضافه کردن قدری مغنسیا (بی اکسید دومنگنز) باعث می‌شود که کلرات دوپتاں در درجه حرارتی پائین‌تر از نقطه ذوب تجزیه شود مضافاً به اینکه در خاتمه عمل بی اکسید منگنز دست نخوردده باقی می‌ماند. به جسمی مانند بی اکسید دومنگنز که یک فعل و اتفاعال شیمیائی را تندکرده و سرانجام خود نیز بدون تغییر بماند «کاتالیزر» یا «واسطه عمل» یا «انگیزه» گفته و عمل را «کاتالیز شدن» گویند.

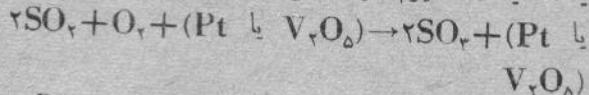
کاتالیزر به دو حالت دیده می‌شود یکی «کاتالیزر یکنواخت» یا Homogenous و دیگری «کاتالیزر غیر یکنواخت» یا Heterogeneous. اگر عمل در محیط مخلوطهای یکنواخت (Homogeneous Mixture) باشد انگیزه را یکنواخت و در غیر این صورت انگیزه را غیر یکنواخت گویند، در زیر چند نمونه از کاتالیز شدن یکنواخت را معرفی می‌کنیم:

به اتصال ساده تبدیل شود :

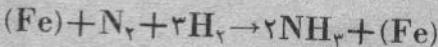


ب - اکسیداسیون دود گوگرد توسط اسنج زر سفید و

یا اکسید وانا دیوم صورت می‌گیرد :

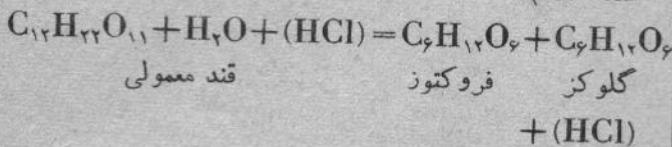


ج - ذرات ریز و پراکنده آهن را برای تهیه آمونیاک از ازالت و هیدرژن (طریقه هابر) بکار می‌برند :



#### IV - اسیدها و قلیاهای (کرهای)

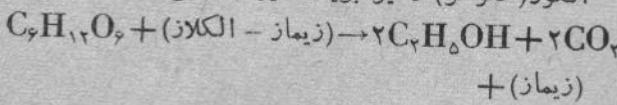
این اجسام را در مورد شیمی آلی بکار می‌برند مانند «انورسیون» ساکارزو-هیدرولیز «استرها» Esters (استعمال اسید به عنوان کاتالیزر منفی در مورد آب اکسیژن قابلیاد آوری شده است )



#### V - افزاییم‌ها (مخمرها)

افزاییم‌ها در مورد تخمیر (فرماتاتیسیون) اجسامی مانند قند

انگور (گلوکز) و نیز بریدن شیر بکار می‌روند .



#### خصوصیات واکنش‌های کاتالیتیکی :

۱ - اجسام کاتالیز کننده در پایان فعل و افعال دست نخورده باقی مانده و فقط ممکن است تغییر فیزیکی نمایند .

۲ - یک کاتالیزر نمی‌تواند باعث شروع واکنش شیمیائی شده و یا یک عمل ناممکن را ممکن سازد ؛ بلکه سرعت را تغییر می‌دهد . (تعادل را بهم نمی‌زند - مترجم)

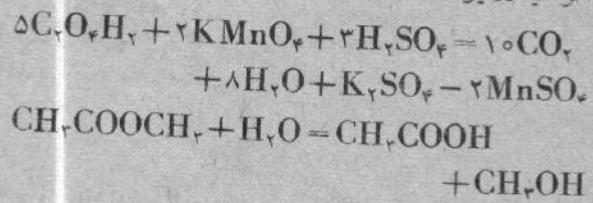
۳ - عمل یک انگیزه با سطح آن بستگی دارد .

۴ - مقدار کمی از کاتالیزر می‌تواند تغییرات قابل ملاحظه‌ای در اجسام اثر کننده بوجود آورد .

۵ - وجود بعضی از اجسام باعث تقویت اثر کاتالیزر می‌شود بدون اینکه خودشان کاتالیزر باشند مانند مولیبدن که کمک به اثر کاتالیز را آهن درستتر آمونیاک بروش‌ها بر می‌کند این اجسام را تقویت کننده گویند . (کاتالیزور کاتالیزور)

۵ - وجود بعضی از اجسام باعث آسیب کاتالیزرمی شود . این اجسام را «سم کاتالیزور» گویند . مانند اسید دوکربن اسید هیدروسیانیک و ایندرید آرسنیو ( $\text{As}_2\text{O}_3$ ) در طریقه دنباله در صفحه (۷۲)

گویند . مانند تشکیل  $\text{MnSO}_4$  در اثر اکسیداسیون جوهر ترشک بوسیله پرمنگنات پتانسیم و نیز تشکیل جوهر سرکه در اثر هیدرولیز استات متبیل :



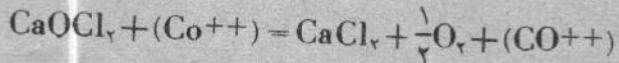
#### نمونه کاتالیزرهای :

اجسامی که به عنوان «معین عمل» یا کاتالیزربکارمی روند به صورت زیر طبقه بندی می‌شوند .

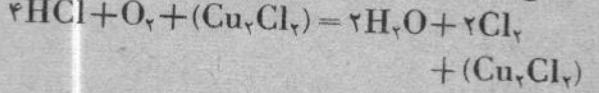
I - ترکیباتی که به آسانی اکسید یا کاهی‌لده (احیا) می‌شوند .

نمکهای کبالت ، نمکهای مس ، اکسیدهای نیتروژن و غیره از این قبیل هستند .

الف - کلرور کوبالت می‌تواند تولید اکسیژن را از گرد های رنگبر « Bleaching Powder » به جلو بیندازد :



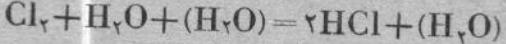
ب - کلرور کوئیور و تهیه صنتی کلر را در طریقه دیکن تسریع می‌کند .



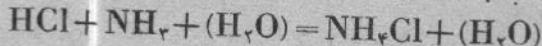
ج - اکسیدهای نیتروژن در طریقه اطاوهای سری باعث تسریع در اثر اکسیداسیون ایندرید سولفور و تبدیل آن به ایندرید سولفوریک می‌شود .

II - آب : آب ، تعدادی از واکنشهای شیمیائی گازها را تسریع می‌کند .

الف - ترکیب کلر و هیدرژن در حضور بخار آب صورت می‌گیرد :



ب - ترکیب گاز کلریدریک و گاز آمونیاک باید در حضور بخار آب باشد و گرن در حالت خشک تولید نشادر نمی‌شود :



#### III - گردنرم فلزات :

الف - گرد خلیف نیکل را در هیدرولیز ناسیون و سفت کردن روغنها گیاهی بکار می‌برند . تابدینتوسیله اتصال مضاعف

# دانستنیهای عمومی

## اطلاعاتی درباره π

گردآورنده: ایرج ادبی

علامت π (پی) از لین حرلفت

يونانی  $\pi$  (περίφερε) Periphēre است.

معنی این لغت محیط یا پیرامون یک منحنی است. اولین بار π را برای نشان دادن محیط دایره بکار هی بردند، که امروزه ما اکثر با حرف (C) نشان می‌دهیم. در سال ۱۶۰۷ میلادی ریاضیدان انگلیسی ویلیام جونس برای این بار π را همانطور که اکنون بکار می‌رود بکار برد. (نسبت طول محیط دایره به طول قطر دایره)

هبرو تصویری گرد مقدار  $\pi = 3$  است ولی بهموجب پاپروسهایی که در مصر بذلت آمده مصریان قدیم درسالهای ۱۶۵۰ قبل از میلاد مسیح عدد π را می‌شناختند. و مقدار آنرا  $3\frac{1}{7}$  می‌دانستند. ریاضیدان یونانی ارشمیدس در سال ۲۲۵ قبل از میلاد با روشی نشان داد که مقدار

$\pi$  از  $\frac{22}{7}$  کمتر و از  $\frac{3}{7}$  بیشتر است

در تاریخ ۱۵۰ میلادی بطیموس مقدار π را  $3\frac{10}{7}$  می‌دانست

در صفحه بعد

## اطلاعاتی از کره ماه

### «گردآورنده قوام نحوی دبیرستانهای اهواز»

کره ماه نزدیکترین کرات آسمانی به زمین می‌باشد و از قدیم الایام ساکنین زمین با آن مأوس بوده و آنرا مظهر زیبائی می‌دانسته‌اند و در موقع شب قافله‌ها به کمک نورمه، یعنی ماهتاب در بیابانها حرکت می‌کرده‌اند. بسیاری از اعمال مذهبی اقوام مختلف روی حرکت انتقالی ماه مرتقب و معین می‌شود. جزر و مد دریاها که استفاده‌های کشاورزی و صید ماهی و لیگر اندختن کشته‌ها بر آن مرتب است بواسطه تأثیر قوه جاذبه ماه بر زمین است. از آرزوهای دیرین مردم زمین، مسافت به کره ماه بوده است تا آنجا که پیش‌بینیهای نیز می‌کرده‌اند وهم اکنون که از طرف کشور سوری لوانهای ۹ و ۱۵ به طرف ماه نشسته شده تا اندازه‌ای به این آرزوها جامه عمل پوشیده شده است. لوانی اولی در سطح ماه نشسته و لونای دوم به دور کره ماه در گردش است و مسلمان تاکنون اطلاعات بسیار جالب و تازه‌ای مخابره کرده است. اما حیف است با این پیشرفت‌های سریع علم فضا، اطلاعاتمان نسبت به این کره ناچیز یا ناقص باشد و تا آنجا که ممکن است باید سعی شود اطلاعات تازه و مفیدی از این کره بدست آوریم.

ماه قمر زمین است و به دور آن می‌گردد. مسیر حرکت ماه یک بیضی است که زمین دریکی از دو کانون آن قرار دارد. صفحه مسیر ماه به دور زمین با صفحه دایرة البروج زاویه  $48^\circ$ ,  $8^\circ$ ,  $5^\circ$  می‌سازد و نقاط تقاطع مسیر ماه را بادایرة البروج عقدتین می‌نامند خط عقدتین امتداد ثابتی ندارد. چون مسیر ماه دور زمین بیضی است مطابق قانون کپلر که زمین در کانون آن واقع است فاصله ماه تا زمین بین  $55/9$  و  $63/86$  برابر شعاع زمین تغییر می‌کند. حداکثر فاصله ماه تازمین  $50^{\circ} 384$  کیلومتر و حداقل آن  $700$  کیلومتر است. این فاصله را نور در یک ثانیه کمی بیشتر طی می‌کند و ترنی با سرعت صد کیلومتر در ساعت این فاصله را تقریباً در مدت  $160$  روز طی می‌کند. قطر ظاهری ماه بین  $22' 29'$  و  $31' 33'$  تغییر می‌کند.

حرکت انتقالی ماه - حرکت ماه را به دور زمین حرکت انتقالی آن گویند. مدت حرکت انتقالی آن یعنی فاصله زمانی بین دو عبور متوالی ماه از یک نقطه آسمان را مدت حرکت انتقالی نجومی آن گویند که برابر  $27$  روز و  $\frac{1}{3}$  روز است اما در این مدت

زمین هم در حدود  $27^\circ$  به دور خورشید گردش کرده و دو روز و کسری طول می‌کشد تا ماه بهوضع اولیه خود برای ساکنین زمین رؤیت شود، به این ترتیب مدت حرکت انتقالی ماه  $29/5$  روز می‌شود - ماه را شبها در آسمان بر حسب وضع آن نسبت به زمین و خورشید در حالات هلال-تربيع اول - بدر - تربیع دوم و محقق می‌ینهم - حداکثر نور

ماه در شبها بدر (شب ۱۴) است که مساوی  $\frac{1}{600,000}$  نور خورشید می‌باشد و

پس از ابداع آنالیز ریاضی روش هندسی کم کم منسوخ گردید و به جای آن روش‌های مختلف آنالیز جایگزین شد و از روی سریه‌های مقاومت و به خصوص حاصل ضرب کسرها مقدار پیچیده راحساب نموده‌اند. عدد  $\pi$  کم از صورت اولیه خود که صرف نسبت طول محیط به قطر دارد است خارج شده و یکی از مطالب مهم ریاضی شد. مثلاً در سال ۱۶۵۵ ثابت نمودند که مقدار  $\frac{\pi}{2}$  از حاصل ضرب کسرهای زیر بدست می‌آید.

$$\frac{\pi}{2} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{4}{7} \times \dots$$

$$\times \frac{8}{7} \times \frac{8}{9} \times \dots$$

جندسال بعد لیب نیتر تساوی زیر را ثابت گرد:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \dots$$

اصم بودن  $\pi$  اولین بار در سال ۱۸۸۲ میلادی توسط لیندنمن ریاضی دان آلمانی اثبات شد.

## آیا می‌دانید که:

۱— هندسه اقلیدسی مبتنی بر اصل است.

۲— قضیّاً فیثاغورث به صورت زیر تعمیم داده می‌شود :

«هر گاه روی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای سه‌شکل دتشابه بازیم، مساحت شکل به ضلع وتر برابر است با مجموع مساحت‌های دو شکل دیگر»

۳— دوره تناوب خسوف و کسوف که به نام دوره ساروس معروف است برابر با ۱۸ سال و ۱۱ روز می‌باشد در این دوره رویهم ۴۱ کسوف و ۲۹ خسوف اتفاق می‌افتد.

۴— هیپارک ریاضیدان و منجم

یونانی (متولد ۳۰۰ سال قبل از میلاد) تاریخ وقوع خسوف و کسوف از زمان خود تا شصده سال بعد را استخراج کرد.

۵— هم‌اکنون در کشور آلمان

۱۵۸۳ مجله علمی منتشر می‌شود.

۶— در دیروستانهای نمودن کشور بلژیک حتی بر نام ریاضیات سیکل اول را بر اساس نظریه مجموعه‌ها تئوریم و اجرا گرده‌اند و از نتیجه‌گیری و سفر را در آنجا مهیا کرد.

البته نور ماه که به ما می‌رسد انعکاس نور خورشید است که به کره ماه تابیده است. مسیر حرکت ماه به دور خورشید یک منحنی سینوسی‌دان (Sinuseide) است.

**منازل ماه** — دایرة مسیر ماه در صفحه آسمان را به ۲۷ قسم تقسیم کرده و هر قسم را یک منزل قمر می‌گویند. منازل قمر را به نام صورهای فلکی منطبق بر آنها نامگذاری کرده‌اند. یکی از منازل ماه هفت‌عقرب است. مقصود از قمر در عقرب یعنی اینکه ماه در منزل عقرب یعنی در صورت فلکی عقرب واقع است.

**حرکت وضعی ماه** — ماه ضمن حرکت انتقالی خود به دور زمین یک حرکت وضعی نیز به دور خود دارد مانند اینکه تصور کنیم شخصی دور میزی بگرد و همیشه رویش به طرف وسط میز باشد، ضمن یک دور حرکت به دور میز یک دور خودش گردش کرده است و به این دلیل است که ما همیشه نصف کره ماه را که به طرف خودمان است می‌بینیم

مدت حرکت وضعی ماه  $\frac{1}{3}$  شبانه روز است — پس شب و روز ماه تقریباً هر کدام ۱۳ شبانه‌روز می‌شود — شباهی طولانی و بدون هوای ماه درجه حرارت آن را تا  $267^{\circ}$  زیر صفر پائین می‌برد و در روزهای طولانی درجه حرارت تا  $184^{\circ}$  بالا می‌آید. این درجه حرارت برای زندگی هر موجود حیوانی، یا باتی غیرممکن می‌باشد.

**مشخصات دیگر ماه** — شاعر کره ماه را از روی قطر ظاهری و فاصله آن تازه‌می‌اندازه می‌گیرد. شاعر ماه مساوی ۱۷۴۰ کیلومتر یعنی  $223^{\circ}$  شاعر زمین و بر عکس شاعر زمین  $3/11$  برابر شاعر ماه است..

مساحت سطح ماه  $37,800,000$  کیلومتر مربع یعنی  $\frac{1}{13}$  سطح زمین و حجم ماه تقریباً  $\frac{1}{50}$  حجم زمین است. جرم ماه  $\frac{1}{81}$  جرم زمین و وزن مخصوص آن  $3/3$  می‌باشد.

شتاب ثقل در سطح ماه  $\frac{1}{6}$  شتاب ثقل در سطح زمین است یعنی اجسام در ماه ۶ مرتبه کمتر از زمین وزن دارند. شخصی که روی زمین ۷۲ کیلوگرم وزن داشته باشد در ماه ۱۲ کیلوگرم وزن دارد و اگر با یک جست بتواند روی زمین ۵ سانتیمتر پیش در ماه می‌تواند ۲۵ سانتیمتر پیش داشته باشد.

اگر به فرض، شخصی از سطح ماه به زمین نگاه کند منظره مناطق اقیانوسها و دریاها نمایان است و دیدن کره زمین برای انسان‌ها فرضی ماه بسیار مطبوع و دلپسند بوده و اندازه قطر زمین که در ماه دیده می‌شود  $250$  برابر قطر ظاهری ماه است که همان‌را می‌بینیم (البته در موقع بدر) موقعی که در ماه خورشید طلوع کند بواسطه وجود نداشتن هوا در آنجا قطر خورشید مثل یک تاج نمایان است و در حالت روشن بودن قسمی از آسمان کره ماه قسمت دیگر آسمان تاریک می‌باشد زیرا هوا وجود ندارد.

**انعکاس نور از زمین بر ماه** — موقعی که ماه در محقق است سطح آن خاکستری دیده می‌شود و این بواسطه آنست که وقتی ماه در محقق می‌باشد سطح زمین برای ماه (بدر زمین) است و نور کسب شده از خورشید از زمین به سطح ماه منعکس می‌شود ورنگ ماه بواسطه همین نور می‌باشد.

**آب و هواد رمه و وجود ندارد** — با تلسکوپهایی که قدرت آن  $2500$  است می‌توان ماه را به دقت دید بطوری که فکر کنیم ماه در فاصله  $55$  کیلومتری ما قرار گرفته است و با این تلسکوپها در سطح ماه دریا یا رودخانه و اقیانوس دیده نشده است، هوا نیز در ماه وجود ندارد. البته فقدان آب و هوا در ماه دلایل دیگری هم دارد که بواسطه طول کلام خودداری می‌شود. اگر با دوربین به کره ماه نگاه کنیم در آن دشتهای وسیع و دره‌های عمیق و کوههای زنجیره‌ای که تا  $800$  متر ارتفاع دارند به شکل کلفه‌ای مشاهده خواهیم کرد. بواسطه نبودن آب و هوا در ماه همچنین درجات سرما و گرمای شدید هیچ‌گونه ذیحیاتی در کره ماه وجود ندارد و البته بعداً پیشرفت علم فضا معین می‌کند که چگونه می‌توان وسائل زندگی و سفر را در آنجا مهیا کرد.

# چگونه مسئله‌ای را حل کنیم؟

ترجمه: هشتمین شریف‌زاده

تألیف: G. POLYA

## بخش دو<sup>م</sup> - حل مسئله

چه کاری باید انجام دهم؟ نکات اصلی مسئله را جدا کنید.  
اگر موضوع درباره یک مسئله ثابت کردنی باشد. این نکات عبارت خواهد بود از فرض و مستنبط و اگر درباره یک مسئله حل کردنی باشد نکات اصلی عبارت خواهد بود از مجهول و معلومات و شرایط آن، همه این نکات را بررسی کنید، هر یک را جدا جدا و بتوالی مورد دقت قراردهید. سپس آنها را به یکدیگر ارتباط دهید. نسبتها یعنی را ثابت کنید که ممکن است بین یک جزء با جزئی دیگر و با سایر اجزا یا بین هر جزء با مجموعه مسئله وجود داشته باشد.

از این کارچه نتیجه‌ای بدست می‌آید؟ جزئیات مسئله را که. احتمالاً، رل مهمی را بعداً بازی خواهد کرد به وضوح می‌بینید.

## جستجوی طرح مناسب

از کجا باید شروع کرد؟ از بررسی نکات اصلی مسئله، جستجوی طرح مناسب را هنگامی شروع کنید که نکات اصلی را در مغز خود منظم کردید و، به کمک کارقبلی، آنها را بخوبی درک کردید. و آن هنگامی است که شما احساس می‌کنید که باداشتهایتان «جواب می‌دهد!».

چه کاری باید انجام دهم؟ مسئله‌تان را از جنبه‌های مختلف مورد توجه قرار دهید و وجه اشتراک آن را با معلوماتی که تا کنون کسب کرده‌اید جستجو کنید.

## پرسش و پاسخ

### شناسائی مسئله

از کجا باید شروع کرد؟ از بیان مسئله  
چه کاری باید انجام دهم؟ از مسئله اطلاع کلی به دست آورید. آن را بوضوح «بینید». در این هنگام نباید خود را به جزئیات مسئله سرگرم سازید.

چه نتیجه‌ای باید بدست آورم؟ شما باید مسئله را بفهمید؛ و چنان با آن خوب گیرید که احساس کنید آن را می‌شناسید، منظور و مقصود مسئله را بخوبی درک کنید و ضمیر خاطر را از آن اشباع نمایید؛ آنچه که به ذهنتان می‌رسد با دقت باداشت کنید، از مجموعه باداشت خود رابطه‌ای بدست آورید که عنصر مسئله را به هم منوط می‌سازد.

## کار برای درک بهتر

از کجا باید شروع کرد؟ تکرار می‌کنم: از بیان مسئله وقتی که بیان مسئله کاملاً روشن شد و وقتی که به خوبی در در خاطر شما نقش بست می‌توانید کار خود را به منظور درک بهتر شروع کنید. در این هنگام باید بتوانید، بدون ترس از فراموش کردن مسئله، برای چند لحظه آن را از نظر دور ساخته و درباره آن فکر نکنید.

## اجرای نقشه

از کجا باید شروع کرد؟ وقتی که طرح را پیدا کردید؛ هنگامی که مطمئن شدید که انگشت خود را درست روی نقطه حساس مسأله گذاشته اید و یقین دارید که حتی بر جزئیات کم اهمیت مسأله مسلط می باشد نقشه را باید اجرا کنید.

چه کار باید بکنم؟ اطمینان پیدا کنید که مسأله را بهطور کامل درک کرده اید. تمام اعمال جبری یا هندسی را که از قبل با آنها آشنا بودید و باید انجام دهید بدهید. به صحت هر جزء یا با استدلال یا از نظر عقلی یا اگر ممکن باشد به هر دو طریق اطمینان پیدا کنید. اگر مسأله شما مسأله ای بزرگ و پیچیده است ابتداء اجزای «بزرگ» را از اجزای کوچک جدا کنید. هر جزء بزرگ شامل اجزایی کوچکتر است، پس ابتداء اجزای بزرگ مسأله را جدا کنید و از آن پی به جزئیات کوچکتر بپرورد، این جزئیات را بررسی کنید. این کارچه نتیجه ای دارد؟ ارائه راه سلی از مسأله که در صحت هیچ یک از اجزای آن شکی نیست.

## هر اجمعه به حل

از کجا باید شروع کرد؟ از محل مسأله. وقتی که تمام جزئیات راه حل را تکمیل و تصحیح کرده اید. چه کار باید بکنم؟ از جنبه های مختلف به حل مسأله دقت کنید و وجه اشتراک آن را با معلوماتی که قبل از کسب کرده اید جستجو کنید. به همه جزئیات راه حل دقت کنید و سعی کنید که حتی المقدور آنها را به صورتی ساده در آورید. کوشش کنید که در یک چشم به هم زدن تمام حل مسأله را در تصریح کنید. اجزای اصلی و همچنین اجزای فرعی مسأله را تغییر بدهید و آن را حل کنید، این راه حل نیز باید مبتنی بر معلومات قبلی باشد. به روشنی که اجرا کردید دقت کنید و دلیلش را بیان کنید. نتیجه را با نتیجه مسائل دیگر مقایسه کنید.

این کارچه نتیجه ای دارد؟ با این کار شما راه حلها را دیگر برای مسئله پیدا خواهید کرد. اشتباهاتی جدید و جالب را کشف خواهید کرد. اگر همیشه سعی کنید که به حل مسأله اجمعه بکنید و با دقت همه آنها را بررسی کنید، بتدریج معلوماتی منظم بدست خواهید آورد که موجب گسترش استعداد شما در حل مسأله خواهد شد.

مسئله را از جنبه های مختلف مورد توجه قرار دهید. نکات مختلف آن را بررسی کنید، تمام اجزاء آن را امتحان کنید. هر یک را چند بار و هر بار از طریق مختلف. این اجزاء را به هم ارتباط بدهید. حالا از راهی دیگر مسأله را مطالعه کنید و باز هم راهی دیگر، کوشش کنید که از هر طریق معانی تازه ای بدست آورید و از مجموعه آن تعبیری جدید پکنید.

وجه اشتراک آن را با معلوماتی که تاکنون کسب کرده اید جستجو کنید و سعی کنید که چیزی را به خاطر بیاورید که در حل مسائل دیگر، در حالات مشابه، به شما کمک کرده است. سعی کنید که ضمن بررسی نکات مختلف موضوعاتی را تشخیص بدهید که با آنها مأموریت داشتند و از این موضوعات چیزی تازه درک کنید.

چه چیزی را باید پیدا کنیم؟ طرحی قاطع، طرحی که بتواند، در یک چشم به هم زدن، نشان دهد که چگونه می توان به جواب چنین مسائلهای نایل شد. یک طرح چطور بکاره می رود؟ اگر مجموعه دلایل یا فقط یک قسمت از آنها را ارائه دهید، روش کار خود بخود معلوم می شود. طرحها کمابیش کاملند. اگر شما به طرحی کامل دسترسی پیدا کنید شانس بزرگی نصیبتان شده است.

اگر طرحی ناقص داشته باشم چه کار باید بکنم؟ طرح خود را به هر روشی که می دانید بررسی کنید. اگر بنظر می رسد که هر چه که لازم بوده است بکار ببرده اید باز هم دقت کنید و وقت پیشتری در باره آن صرف کنید. اگر فطیم بنظر می رسد که طرح شما ناقص است آن را از جنبه های مختلف مورد توجه قرار دهید و وجه اشتراک آن را با معلومات قبلی جستجو کنید تا موضوعی را کشف کنید که بتواند به شما کمک کند.

این کار اچه نتیجه ای دارد؟ با این کار شما در مسیر شانس داشتن یک طرح دیگر قرار می گیرید. این طرح ممکن است شما را به حل مسأله کاملاً راهنمایی کند، امکان هم دارد که بعضی از نکات آن شما را به راه نادرست بکشاند. معهداً برای یافتن طرحی جدید باید بکوشید، حتی اگر کم اهمیت یا مبهم باشد زیرا طرحی بی اهمیت هم می تواند طرحی کامل را موجب شود و اگر مبهم باشد تقریباً می توان آن را اصلاح کرد. حتی اگر در مدتی نسبتاً زیاد طرح مناسبی پیدا نکردید به این موضوع توجه خواهید کرد که مسأله را به طور کامل درک نکرده اید و آن را خوب نشناخته اید. پس باید مجدداً به شناسایی مسأله پردازید.

## راهنمایی حل

### مسائل مقدماتی هندسه

Résolution des Problèmes élémentaires de géométrie

تألیف: E. J. Honnet - ترجمه: ع. م - جاپ هفتم، پاریس: ۱۹۶۳

-۴-

## فصل یکم - چگونگی اثبات تساوی دو پاره خط روش دوم - استفاده از خواص مثلثهای متساوی

**حل.** برای اینکه ثابت کنیم چهار ضلع  $MNPQ$  مربع است باید ثابت کنیم که چهار ضلع آن با هم مساوی هستند و هر چهار زاویه آن قائم می‌باشد.  
مثلثهای  $AMQ$  و  $BMN$  و  $CPN$  و  $DPQ$  را در نظر می‌گیریم. چون اضلاع مربع باهم مساوی هستند بنابراین قطعه خطهای  $AM$  و  $BN$  و  $BM$  و  $DP$  و  $PQ$  که هر یک برابر با نصف ضلع مربع است با یکدیگر مساویند و چون زاویه‌های  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  قائم هستند بنابراین مثلثهای مزبور متساوی هستند و از تساوی آنها نتیجه خواهیم گرفت که:

$$QM = MN = NP = PQ$$

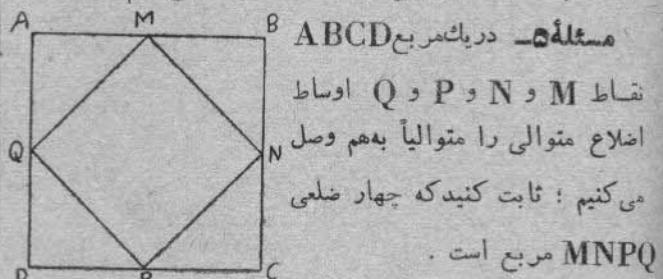
هر یک از مثلثهای  $AMQ$  و  $BMN$  و ... متساوی الساقین و قائم الزاویه بوده و نتیجه می‌شود که مثلث زاویه  $N$  و همچنین زاویه  $N_2$  برابر  $45^\circ$  درجه باشد و درنتیجه:

$$N_2 = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$$

و به همین ترتیب، ثابت خواهد شد که هر یک از زاویه‌های  $M$  و  $Q$  نیز قائم می‌باشد و چهار ضلعی  $MNPQ$  مربع خواهد بود.

این روش غالباً بکار می‌آید؛ و آشنایی با موارد استعمال آن اهمیت خاص دارد.  
خاصیت مورد استفاده چنین است: وقتی که دو مثلث متساوی هستند، اضلاع مقابل به زاویه‌های متساوی با یکدیگر برابرند.

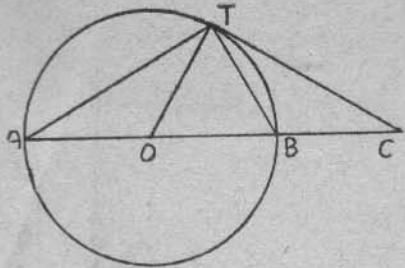
برای اینکه تساوی دو پاره خط را محقق کنیم دو مثلث را جستجو می‌کنیم که دو پاره خط مزبور اضلاع نظیر از این دو مثلث باشند و تساوی این دو مثلث را اثبات می‌کنیم.  
**مسئله ۵.** در یک مربع  $ABCD$  نقاط  $M$  و  $N$  و  $P$  و  $Q$  اوساط اضلاع متواالی را متواالاً بهم وصل می‌کنیم: ثابت کنید که چهار ضلعی  $MNPQ$  مربع است.



$$\left. \begin{array}{l} AB = BC = CD = DA \\ A = B = C = D = 90^\circ \\ AM = MB \text{ و } BN = NC \\ CP = PD \text{ و } DQ = QA \end{array} \right\} \text{فرضی:}$$

$$\left. \begin{array}{l} MN = NP = PQ = QM \\ M = N = P = Q = 90^\circ \end{array} \right\} \text{حکم:}$$

## تمرینات



$$\left. \begin{array}{l} BC = R \quad AB = OC = 2R \\ \text{فرض:} \quad CT \quad \text{مماں بر دایرہ} \end{array} \right\}$$

$$\text{حکم: } AT = TC$$

**حل:** - شعاع  $OT$  و وتر  $BT$  را درسم می کنیم ، دو مثلث  $ATB$  و  $OTC$  تشکیل می شود، این دو مثلث قائم الزاویه هستند زیرا زاویه  $ATB$  محاطی و رو برو به قطر است و زاویه  $OTC$  بین مماس و شعاع نقطه تماس تشکیل شده است. وترهای  $AT$  و  $TC$  این دو مثلث یعنی  $AB$  و  $OC$  متساویند . از طرف دیگر ، در مثلث قائم الزاویه  $OTC$  میانه  $TB$  که تظیر وتر است با نصف وتر یعنی با  $R$  یا با  $OT$  مساوی است. درنتیجه دو مثلث متساوی بور متساوینند و نتیجه می شود که  $AT = TC$

## تمرینات

- ۱۹ ثابت کنید که در هر مثلث ، میانه تظیر هر رأس از دو رأس دیگر به یک فاصله است .

- ۲۰ در مثلث مفروض  $ABC$  اندازه زاویه  $B$  برابر  $45^\circ$  درجه است : نقاط  $M$  و  $N$  اوساط اضلاع  $BC$  و  $AB$  را در نظر می گیریم و از این نقاط و در خارج مثلث  $MH$  را به اندازه نصف  $AB$  بر  $AB$  عمود می کنیم و از نقطه  $N$  عمود  $NG$  را به انداده نصف  $BC$  بر  $BC$  رسم می کنیم . اگر  $P$  وسط  $AC$  باشد ثابت کنید که :

$$PB = PH = PG$$

راهنمایی - نقاط  $M$  و  $N$  و  $P$  را بیدیگر وصل کنید

- ۲۱ ذوزنقه  $ABCD$  محاط در دایره  $O$  مفروض است اندازه زاویه  $A$  مجاور به قاعدة بزرگتر برابر با  $45^\circ$  درجه است . ثابت کنید که قاعدة کوچکتر ذوزنقه دو برابر فاصله قاعدة بزرگتر تا مرکز دایرہ می باشد .

راهنمایی -  $OA$  را رسم کنید و از  $O$  عمود مشترک دو قاعدة را رسم کنید .

- ۱۳ روی اضلاع  $AB$  و  $CD$  و  $BC$  و  $DA$  از مربع نقطه های  $M$  و  $N$  و  $P$  و  $Q$  را چنان انتخاب می کنیم که  $AM = CP = BN = DQ$  هر یک برابر یا چهارم ضلع مربع باشد و این نقاط را متواالیاً به هم وصل می کنیم . ثابت کنید که چهارضلعی  $MNPQ$  مرربع است .

- ۱۴ روی اضلاع یک مرربع و در خارج آن چهار مثلث متساوی اضلاع  $ABE$  و  $BCF$  و  $CDG$  و  $DAH$  را می سازیم و نقاط  $E$  و  $F$  و  $G$  و  $H$  را متواالیاً به هم وصل می کنیم . ثابت کنید که چهارضلعی  $EFGH$  مرربع است .

- ۱۵ ششضلعی منتظم  $ABCDEF$  را در نظر می گیریم هر یک از اضلاع آن را در یک جهت به طولهای متساوی 'AA' و 'BB' و 'FF' امتداد می دهیم ، ثابت کنید که ششضلعی  $A'B'C'D'E'F'$  منتظم است .

- ۱۶ در مثلث متساوی الساقین ، ارتفاعات و ارددبر دو ساق متساویند . همچنین میانهها و نیمسازهای نظیر دو ساق .

- ۱۷ روی اضلاع مثلث  $ABC$  و در خارج آن مثلثهای متساوی اضلاع  $MAB$  و  $NBC$  و  $PAC$  را می سازیم . ثابت کنید که  $MC = AN = PB$

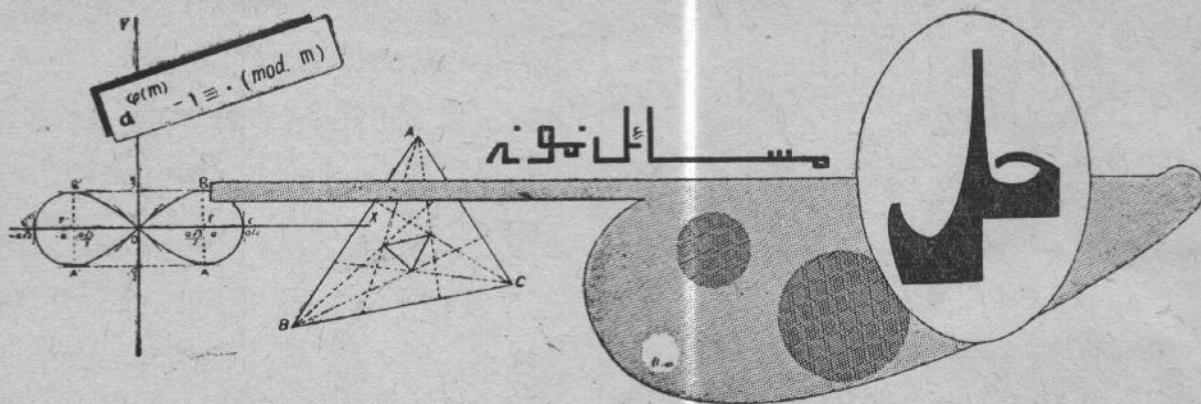
- ۱۸ در یک متوازی اضلاع ، از نقطه  $O$  محل تلاقی قطرها قطعه خطی محدود به دو ضلع مقابل رسم می کنیم . ثابت کنید که این قطعه خط در نقطه  $O$  نصف می شود .

\*\*\*

گاه پیش می آید که مثلثهایی به نظر نمی رسد که دو پاره خط مفروض اضلاع تظیر آنها باشند تا تساوی این دو مثلث را ثابت کرد . اما در این حالت ، با رسم بعضی خطوط جدید می توان چنین مثلثهایی را تشکیل داد .

**مسئله ۶** - قطر  $AB$  از دایره به مرکز  $O$  را با اندازه  $BC$  برابر با شعاع دایره امتداد می دهیم و از نقطه  $C$  مماس  $CT$  را بر دایرہ رسم می کنیم و نقاط  $A$  و  $T$  را نیز بیدیگر وصل می کنیم . ثابت کنید که مثلث  $ATC$  متساوی الساقین است .





مسئله امتحان نهایی رشته ریاضی و رشته ریاضیات صنعتی قبولوز

بررسی ذرات آلفا که توسط رادیوم تابش می‌شوند

## تعیین جرم، بار الکتریکی ذره آلفا و سرعت اشعه آلفا

ترجمه از کتاب «مسائلی از علوم فیزیک» توسط: ه. شریف زاده

امهایی را که در يك اتم گرم هلیوم به جرم اتمی ۴ و حجم  $22400 \text{ cm}^3$  در شرایط عادی موجود است بددست آورید.

جرم يك ذره  $\alpha$  را تعیین کنيد.

۴- يك دسی گرم رادیوم را که در يك کالری متر قراردهیم در هر ساعت ۱۴ کالری حرارت آزاد می‌سازد. به فرض آنکه درصد این حرارت از انرژی جنبشی ذرات  $\alpha$  حاصل شده باشد، مطلوب است سرعت ذرات  $\alpha$  معادل مکانیکی کالری  $18/4$  ژول ثول ثانیه باشد.

**حل.** ۱- در مدت  $100$  ثانیه  $19$  ژول که از برخورد ذره  $\alpha$  روی جزئی از سطح به مساحت  $0/01 \text{ mm}^2$  حاصل حاصل شده مشاهده می‌شود. تعداد ذرات  $\alpha$  که در مدت يك

دقیقه به این سطح می‌رسند برابر  $\frac{60}{100} \times 19 \times 10^6$  است. تعداد ذراتی که به سطح کره‌ای به شعاع  $r = 8 \text{ cm} = 80 \text{ mm}$  می‌رسند برابر است:

$$19 \times \frac{60}{100} \times \frac{4\pi r^2}{0/01} = 19 \times \frac{60}{100} \times 4\pi \times 6400 \times$$

$$100 \times 100 = 9168 \times 10^6$$

$$n = 9/17 \times 10^1$$

۲- جوشن A از خازن، نصف ذرات  $\alpha$  را که بوسیله

۳۷۲۵- یکصد میلی گرم رادیوم را در مرکز کره‌ای شیشه‌ای به شعاع داخلی  $8 \text{ cm}$  قرار می‌دهیم. جدار داخلی کره را از قشر نازکی از سولفور روی که توسط میکروسکپ قابل مشاهده می‌باشد آغشته می‌سازیم. در کره خلاه ایجاد می‌کنیم. رادیوم در تمام جهات، ذرات  $\alpha$  (هسته‌های هلیوم) منتشر می‌سازد وهر دفعه که يك ذره  $\alpha$  به قشر برخورد می‌کند یک تلا<sup>لو</sup> ایجاد می‌شود در جزئی از قشر به مساحت  $0/01 \text{ mm}^2$  میلیمتر مربع در هر صد ثانیه  $19$  تلا<sup>لو</sup> Scintillation مشاهده می‌شود.

۱- تعداد ذرات آلفا را که توسط يك میلی گرم رادیوم در هر دقیقه منتشر می‌شود حساب کنید.

۲- ذرات آلفا شامل بار الکتریکی ثابت می‌باشد. جوشن خازنی به ظرفیت  $11-15$  فاراد، نصف ذرات  $\alpha$  را که توسط يك میلی گرم رادیوم در خلاه تابش می‌شود دریافت می‌کند، جوشن دیگر خازن به زمین متصل است. پس از يك دقیقه، اختلاف بتناسیل بین جوشن‌های خازن به فرض آنکه اتلافی درین نبوده برابر  $147$  ولت می‌شود. بار الکتریکی يك ذره آلفا چقدر است؟

۳- حجم کل هلیومی که از يك میلی گرم رادیوم در مدت يك سال آزاد می‌شود برابر  $0/172 \text{ mm}^3$  است (در  $0^\circ \text{C}$  و فشار عادی) عدد آووگادرو را  $5$  درصد تقریب یعنی تعداد

محاسبه عددی :

$$N = \frac{22/4 \times 10^6}{0/172} \times \frac{4/168 \times 10^{15}}{= 6/22 \times 10^{23}}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta N}{N} = \frac{5}{100}$$

این عدد با تقریب بدست آمده و بنابراین

$$\Delta N = 6/22 \times 10^{23} \times \frac{5}{100} = 0/3 \times 10^{23}$$

و بنابراین :

$$N = 6/3 \times 10^{23} \pm 0/3 \times 10^{23}$$

جرم اتمی هلیوم برابر ۴ است. اتم گرم هلیوم ۴g وزن دارد.  
جرم یک ذره آلفا برابر است با :

$$m = \frac{4}{N} = \frac{4}{6/3 \times 10^{23}}$$

پس :

$$m = 0/63 \times 10^{-23} g = 0/63 \times 10^{-26} kg$$

۴ - کالریمتر در هر ساعت مقداری حرارت برابر  $Q$  دریافت می کند که معادل مکانیکی  $JQ$  است. ۹۰٪ این حرارت از انرژی جنبشی ذرات  $n$  حاصل شده است. انرژی جنبشی

ذره ای کدار ای سرعت  $v$  است برابر  $\frac{1}{2}mv^2$  است یک میلی گرم

رادیوم در هر دقیقه  $9/168 \times 10^9$  ذره آلفا ویک دسی گرم از آن در هر ساعت  $6000n$  ذره آلفا

تولید می کند بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{1}{2}mv^2 \times 6000n = \frac{90}{100} \times JQ$$

$$v^2 = \frac{90}{100} JQ \times \frac{2}{6000mn} = \frac{2JQ}{10^4 mn}$$

محاسبه عددی :

$$n = 9/168 \times 10^9, m = 0/63 \times 10^{-26} kg$$

$$Q = 14 Cal, J = 4/18 J/Cal$$

$$v^2 = \frac{2 \times 4/18 \times 14}{10^4 \times 0/63 \times 10^{-26} \times 9/168 \times 10^9} = \frac{#3 \times 10^{14}}{#3 \times 10^{14}}$$

$$v = 1/73 \times 10^7 m/s$$

$$v = 1/73 \times 10^4 km/s$$

یک میلی گرم رادیوم تابش می شود دریافت می کند. هر یک از ذرات حامل باری معادل  $q$  می باشد. پس از یک دقیقه،

جوشن A بازمیثی  $q = \frac{n}{2} Q$  ذخیره می کند. در جوشن B همین اندازه الکتریستیکه منفی است بوسیله القاء حاصل می شود اختلاف پتانسیل بین دوجوشن خازن که ظرفیت آن C می باشد برابر است با:

$$A = \frac{Q}{C} = \frac{n}{2} \cdot \frac{p}{C}$$

که از آن نتیجه می گیریم :

$$p = 2 \frac{C \cdot V}{n}$$

محاسبه عددی :

$$V = 147, n = 9/168 \times 10^9, C = 10^{-11} F$$

$$q = 2 \times \frac{10^{-11} \times 147}{9/168 \times 10^9}$$

$$q = 3/20 \times 10^{-19}$$

مقدار مطلق بار  $q$  دو برابر بار الکتریکی ذره بنیادی e می باشد (بار الکtron) بنابراین هسته هلیوم شامل ۴ نوکلئون (۲ پروتون که هر یک حامل بار e + ۲ نوترون) می باشد.

-۳- رادیوم ذرات  $\alpha$  (اشعه آلفا) و الکترون (اشعه بتا) تابش می کند. هر ذره آلفا دو الکترون جذب کرده تبدیل به اتم هلیوم می شود. بنابراین در هر دقیقه از یک میلی گرم رادیوم  $n$  اتم هلیوم تولید می شود در هر سال یک میلی گرم رادیوم حجمی معادل  $0/172 mm^3$  (در  $0^{\circ}C$  و فشار عادی) هلیوم آزاد می سازد. تعداد اتمهای هلیوم در این مدت

$$n \times 60 \times 24 \times 365 = 9/168 \times 10^9 \times 525600 = 4/818 \times 10^{15}$$

هلیوم یک اتمی (Monoatomic) بوده بنابراین یک اتم گرم هلیوم حجم ملکولی عادی گازهای معمولی یعنی

$$V_0 = 22400 cm^3 = 22/4 \times 10^9 mm^3$$

را اشغال می کند. در این حجم N اتم هلیوم موجود است  $N = N$  عدد آwoo گادر ( عدد آwoo گادر )

بنابراین می توان نوشت :

$$\frac{N}{v} = \frac{V_0}{U_0} \Rightarrow N = v \times \frac{V_0}{U_0}$$

# مسائل امتحانات ثلث دوام دبیر سمتاها

مسائلی که تاریخ ۳۰ فروردین به اداره مجله واصل شده است به ترتیب موضوع و به ترتیب حروف الفباء نام دبیرستان زبان همچنون تغییری در عبارات مسائل درج می شود.

مکعب پتانس نیم نرمال خنثی می گردد درجه خلوص پیریت را معلوم کنید.

۱- ۸۰ سانتی متر مکعب هیدرولیک سولفوره و ۲۴۰ سانتی متر مکعب اکسیژن را در شرایط متساوی مخلوط و در یک ظرف سربسته به حجم  $\frac{1}{3}$  وارد کرده و جرقه الکتریک برقراری کنیم. پس از سرد شدن فشار درون ظرف به  $\frac{1}{3}$  فشار اولیه تنزل می نماید مقدار  $x$  را معین کنید.

## کلاس چهارم ریاضی

### جمع

دبیرستان البرز - دبیر: دکتر رباطی  
فرستنده: روزف صالح - گیومرث شیردل -  
سید احمد مستخدمنهنی حسینی - محمد عبرت - علی نصر  
۱- مطلوب است تعیین سعد  $x$  و  $y$  و  $z$  به مجموع  
مجذرات اشان ۸۴ و مجموع عشان ۱۴ و  $x$  واسطه هندسی باشد  
ما بین  $y$  و  $z$

۲- اولاً مطلوب است تشکیل معادله درجه دومی که ما بین

$$S_1 = x' + x'' \quad S_0 = x^0 + x''^0$$

$$S_2 = x'^2 + x''^2$$

روابط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} S_1 = mS_0 \\ S_2 = mS_0(S_0 + m + 1) \end{cases}$$

ثانیاً در وجود علامت ریشه های معادله درجه دوم

$$x^3 - 2mx + m^2 - m = 0$$

بر حسب مقادیر مختلف  $m$  بحث کنید.

۳- اولاً رادیکال های مرکب  $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2}$  و  $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}$  را برادیکال های ساده تبدیل کنید.

## کلاس چهارم طبیعی

جبهه دبیرستان صصاصی اراک  
دبیر: میثمی - فرستنده: هادی کارگشا

۱- عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$a^4 + b^4 + a^2 b^2$$

۲- مطلوب است حاصل عبارت زیر:

$$\frac{4a^3 - (b-3)^2}{9(b^3 - 1)} - \frac{a^2 - 9}{(2a+3)^2 - a^2} + \frac{(2a-3)^2 - a^2}{4a^2 - (a+3)^2}$$

۳- مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2}}$$

۴- تفریق زیر را انجام دهید.

$$\frac{x}{x - \sqrt{x^2 - 1}} - \frac{x}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

۵- نامعادله زیر راحل کنید.

$$\frac{x+a}{10} + \frac{6x+a}{15} > \frac{9ax+2}{6}$$

۶- دستگاه زیر راحل کنید.

$$\begin{cases} \frac{1}{2x-2y+1} + \frac{1}{x+2y-3} = \frac{5}{12} \\ \frac{1}{x+2y-3} - \frac{1}{2x-2y+1} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

### دبیرستان شاپور اسکو

دبیر: تقیزاده ماقوئی: فرستنده: فرامرز اکبریان

۱- یک گرم پیریت را بر شته کرده گاز حاصل را وارد آب کلر می نماییم محلول اسیدی حاصل توسط ۱۲۰ سانتی متر

۳- ریشه‌های معادله درجه دومی در روابط زیر صدق می‌کنند.

$$\begin{cases} x'x'' + x' + x'' = m \\ x'x'' - m(x' + x'') \end{cases}$$

اولاً مطلوبست تعیین معادله و حل و بحث در وجود و علامت وعظمت نسبی ریشه‌های این معادله درجه دوم پارامتری به ازاء جمیع مقادیر این پارامتر.

ثانیاً به ازاء چه مقادیر  $m$  معادله حاصل دارای دو ریشه مساوی خواهد بود.

ثالثاً بفرض  $m = 1$  کسر زیر را بدون حل معادله حساب کنید.

$$\frac{x'^2 - x''^2}{(x' - 2x'')(x'' - 2x')}$$

رابعاً  $m$  را چنان پیدا کنید که بین ریشه‌های معادله فوق رابطه زیر برقرار باشد.

$$x' + \frac{1}{x'} + x'' + \frac{1}{x''} = \frac{1}{2}$$

۴- دو عدد معلوم کنید که مجموعشان ۹ و مجموع قوای چهارمتشان ۲۴۱۷ باشد.

۵- بین ریشه‌های معادله زیر رابطه‌ای مستقل از  $\lambda$  باید  $(\lambda+1)x^2 + 2\lambda - 5 = 0$

۶- اگر معادله درجه دوم :

$$x^2 + ax + b = 0$$

دو ریشه داشته باشد تحقیق کنید که معادله :

$$x^2 + (a+2m)x + b + am = 0$$

نیز دارای دو ریشه است.

۷- مطلوبست تعیین رابطه‌ای بین  $a$  و  $b$  و  $c$  برای آنکه دو معادله درجه دوم:

$$a'x^2 + b'x + c' = 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$$

دارای فقط یک ریشه مشترک باشد.

دیبرستان پهلوی گلپایگان

دیبر، آشتی - فرستنده: حسین جعفری

۸- معادله زیر را حل کنید.

$$5\sqrt{x^2 + 24} + \sqrt{(x^2 + 24)^2 + 6} = 0$$

۹- معادله درجه دومی تشکیل دهید که بین ریشه‌های آن روابط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} - a^{-1} = \frac{9}{a}(x'x'')^{-1} \\ 5x' + 5x'' + 38 = 16a^2 + 20a - 4x'x'' \end{cases}$$

ثانیاً - حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\left( \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}} + \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{2}} \right)^2$$

۱۰- نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{72}{x' - x} + x' - x > 18$$

دیبرستان ۱۵ بهمن شهر

دیبر: تهرانی فرستنده: عابدی نژاد

۱۱- دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2} \\ x^2 + y^2 = 90 \end{cases}$$

۱۲- معادله درجه دوم :

$$mx^2 - 2(m+1)x + m - 1 = 0$$

مفترض است اولاً: بازاء مقادیر مختلف پارامتر  $m$  در وجود علامت ریشه‌های معادله بحث کنید.

ثانیاً: رابطه مستقلی از پارامتر  $m$  بین ریشه‌ها بدست آورید

ثالثاً:  $m$  را طوری تعیین نمایید که  $S_{-2} = 1$  شود.

۱۳- در عبارت زیر  $m$  را طوری تعیین کنید که عبارت همیشه مثبت باشد.

$$m(m+2)x^2 - 2mx + 1$$

۱۴- ضرایب  $P$  و  $K$  را در معادله درجه دوم :

$$x^2 + Px + K = 0$$

طوری تعیین کنید که تفاضل ریشه‌ها برابر ۴ و تفاضل مکبات آنها ۱۲۴ باشد.

۱۵- اگر بفرض داشته باشیم :

$$\frac{x^4}{a} + \frac{y^4}{b} = \frac{1}{a+b}, x^2 + y^2 = 1$$

و  $b$  مقادیر ثابت هستند) ثابت کنید عبارت زیر مقدار ثابتی است.

$$\frac{x^8}{a^4} + \frac{y^8}{b^4}$$

دیبرستان پهلوی قزوین

دیبر: محمود گازرانی - فرستنده: محمد حاجی شفیعیها

۱۶- مطلوبست حل معادله درجه دوم و حرفی زیر نسبت به حرف  $x$

$$\frac{a+b}{x+b} + \frac{a+c}{x+c} = \frac{2(a+b+c)}{x+b+c}$$

۷-  $m$  را چنان انتخاب کنید که سه جمله‌ای زیر به ازاء  
جمعیت مقادیر  $x$  مثبت باشد.

$$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6$$

- معادله درجه دوم

$$mx^2 - (4m-3)x + 4m + 3 = 0$$

مفروض است :

اولاً - رابطه مستقل از  $m$  بین ریشه‌های معادله را بدست آورید.

ثانیاً - در وجود و علامت ریشه‌های معادله بر حسب مقادیر  $m$  بحث کنید

دیبرستان طباطبائی - دبیر : عاطفی

۱- دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x + xy + y = 11 \end{cases}$$

۳- در معادله درجه دوم پارامتری :

$$(m+1)x^2 - x + 2m - 1 = 0$$

اولاً -  $m$  را با شرایط زیر تعیین کنید :

الف - دو ریشه معادله عکس یکدیگر باشند.

ب - بین ریشه‌های معادله رابطه :

$$\frac{1}{x''} - \frac{1}{x'} = 1$$

( $x' > x''$ ) برقرار باشد.

ثانیاً - نشان دهید معادله نمی‌تواند دارای دو ریشه قرینه باشد.

ثالثاً - معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هاش دو واحد بیشتر از ریشه‌های معادله فوق باشد.

دیبرستان علمیه تهران دبیر : ذوالقدر

فرستنده : سید مجتبی زربن قلم - حجت‌الله بابائی

۹- ثابت کنید که اگر معادله :

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

دارای دو ریشه حقیقی باشد معادله

$$ax^2 + 2bx + c + m(ax + b) = 0$$

نیز دارای دو ریشه حقیقی است.

۳- معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{1}{\sqrt{x+a}} + \frac{1}{\sqrt{x-a}} + \frac{1}{\sqrt{x+b}} + \frac{1}{\sqrt{x-b}} = \frac{1}{\sqrt{x+c}} + \frac{1}{\sqrt{x-c}}$$

۳- مقادیر  $p$  و  $q$  را چنان تعیین کنید که هر یک از

$$x^2 + px + q = 0$$

ریشه‌های معادله

$$x^2 - p'x + pq = 0$$

یک واحد کمتر از ریشه‌های معادله باشد

۴- تحقیق کنید اگر معادله :

$$px^2 + 2mx + 2 = 0$$

دارای ریشه‌های موهمی باشد . معادله :

$$p'x^2 + 2mpx - 2p + 2m^2 = 0$$

دارای ریشه‌های حقیقی است .

۵- اگر  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  باشد  $fff(x)$  را حساب کنید .

۶- معادله درجه دوم

$$(m+2)x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$$

مفروض است .

اولاً  $m$  را چنان تعیین کنید که " $x' = 2x$ " گردد .

ثانیاً رابطه مستقل از  $m$  بین ریشه‌های معادله بنویسید.

ثالثاً  $S_4$  را حساب کنید (بر حسب  $m$ )

رابعآ حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که :

$$-1 < \frac{(x'+x'')^2}{x'x''} < 0$$

دیبرستان شماره ۲ خوارزمی

دبیر : عابدی - فرستنده : احمد ماسین چی ، بهروز قنا

۶- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید

$$\frac{1}{\sqrt{2+2\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

۴- حاصل عبارت زیر را بدست آورید .

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}}}$$

۳- معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}} = \frac{1}{2}x + \sqrt{2}$$

۴- اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  مثبت باشند درستی نامساوی زیر را تحقیق نمائید .

$$a^2 + b^2 + c^2 > ab + ac + bc$$

۵- دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را حل نمائید .

$$\begin{cases} x^2 + xy + xz = 6 \\ y^2 + yx + yz = 12 \\ z^2 + zx + zy = 18 \end{cases}$$

۶- کسر زیر را ساده کنید :

$$\frac{x^2 - (a^2 + b)x - 2(a^4 + b^4) + 5a^2b}{x^2 - 3a^2x + 2a^4 + b(a^2 - b)}$$

رابعاً - به ازاء جمیع مقادیر  $m$  در وجود ریشه‌ها بحث کنید.

خامساً - حدود  $m$  را چنان تعیین کنید تا نامساوی مضافع

$$-\frac{3}{2} < \frac{S+P}{S-P} < \frac{3}{2}$$

بین ریشه‌ها برقرار باشد.

دیگرستان مروی، دیگر: جعفر نبوشا

- ۱- اگر  $a^3 + b^3 = 1$  و  $c^3 + d^3 = 1$  باشد ثابت کنید  $ab + cd < 1$  است.

- ۲- مقادیر  $A$  و  $B$  را چنان پیدا کنید که عبارت:  $x^4 + Ax + B$  قابل قسمت باشد.

$$- ۳- \text{مخرج کسر } A = \frac{4}{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}}$$

$$\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} \quad - ۴- \text{رادیکال مرکب}$$

را ساده کنید.

$$x^3 - ax + ab - b^3 = 0 \quad - ۵- \text{معادله}$$

را حل کنید.

- ۶- نامعادله:

$$(3 - 2x)(x^3 + x + 2)(2 - x - x^3) < 0 \quad \text{را حل کنید.}$$

$$(m^3 + 8)x^3 + 10mx + 1 = 0 \quad - ۷- \text{معادله:}$$

مفروض است.

اولاً - به ازاء چه مقادیری از  $m$  معادله دارای ریشه مضافع است.

ثانیاً -  $m$  را طوری تعیین کنید که یکی از ریشه‌های معادله مساوی ۱ گردد.

ثالثاً  $m$  را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه‌ها ریشه دیگر باشد.

رابعاً - بین ریشه‌های این معادله رابطه‌ای مستقل از  $m$  وجود دارد این رابطه را بدست آورید.

دیگرستان فادر شاه مشهد

دیگر: محمود بقائی - فرستنده: احمد صدر

- ۹- دستگاه سه معادله سه مجھولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} xy = a^3 \\ yz = b^3 \\ zx = c^3 \end{cases}$$

- ۱۰- حدود  $x$  را طوری تعیین کنید که کسر:

$$\frac{x^3 - x + 1}{x^3 + x + 1}$$

- ۱۱- جوابهای دستگاه زیر را غیر از جوابهای:

$$x = y = z = 0$$

بدست آورید.

$$\begin{cases} 2x^3 + y^3 - xyz = 0 \\ 6y^3 - 6z^3 + 5xyz = 0 \\ 6x^3 + 6z^3 - 11xyz = 0 \end{cases}$$

- معادله (۱):

$$(1+m)(7-m)x^3 + 2(3+m)x - 1 = 0$$

مفروض است.

اولاً معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌ها يش:

$$(3-m)x'' - 1 = 0 \quad (3-m)x' - 1 = 0$$

باشد ( $x'$  و  $x''$  ریشه‌های معادله (۱) است)

ثانیاً مطلوب است تعیین حدود  $m$  برای اینکه معادله (۱) دارای دوریش مخفی باشد.

ثالثاً -  $m$  را طوری تعیین کنید که معادله (۱) دارای دو ریشه مساوی باشد.

رابعاً -  $m$  را طوری تعیین کنید که معادله (۱) دارای دو ریشه قرینه باشد.

دیگرستان کورش پسران

دیگر: خوش آهنگ - فرستنده: مسعود سبز و اری

- دستگاه دو معادله دومجهولی پارامتری زیر مفروض

است:

$$\begin{cases} (m-1)x + (m+4)y = 3 - m \\ (4-m)x - (2-m)y = 4 - 3m \end{cases}$$

در آن بر حسب  $m$  بحث کنید.

- دستگاه دو معادله دومجهولی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 91 \\ x^3 y + x y^3 = 84 \end{cases}$$

- معادله درجه دوم زیر مفروض است:

$$(4m+1)(x^3 + (2+5m)x + 2+m) = 0$$

اولاً مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید تا یکی از ریشه‌های

معادله  $\frac{2}{3}$  باشد سپس ریشه دیگر را حساب کنید.

ثانیاً - مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید تا:

$$\frac{x'}{x''} + \frac{x''}{x'} = 2$$

گردد.

ثالثاً - بین ریشه‌ها رابطه‌ای مستقل از  $m$  بدست آورید.

### دیبرستان پهلوی بهبهان

دیبر: اشرف العقلائی - فرستنده: ناصرداد بود.  
۱- حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$z = \frac{(1 - \log_7 2) - 4 \log_5 4}{+ 5}$$

۲- تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\frac{\log \sqrt{27} + \log \sqrt{8} - \log \sqrt{120}}{\log 9 - \log 5} = \frac{3}{2}$$

۳- معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{2}{\log x} + \frac{2}{\log x} + \frac{1}{\log x} = 14$$

۴- از روی جدول لگاریتم حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$x = \sqrt[7]{\log_{10} 8}$$

۵- اگر  $\log 11 = 1/04139$  باشد  $\log x$  را بدست آورید.

$$x = \frac{(0/00011)^{\frac{1}{3}} \times (1/21)^{\frac{4}{3}} \times (13/31)^{\frac{1}{3}}}{12100000}$$

۶- اگر :

$$\log B = 2,67133 \quad \log A = 2,54222$$

$$\log D = 3,89735 \quad \log C = 1,56724$$

باشد.

بدون استفاده از جدول مقدار  $A$  را بدست آورید.

$$x = \sqrt[3]{A} \times \sqrt[4]{B} \times \sqrt[5]{C} \times \sqrt[6]{D}$$

۷- معادله زیر را حل کنید.

$$4(\log_3 3 \sqrt[3]{2})^2 + 2 \log_3 3 - 11 = 0$$

### دیبرستان پهلوی همدان

دیبر: از گمی - فرستنده: جواد دربندی  
۱- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\log_7(x^7 - 2x) + \log_4(x^4 - 2x) + \log_{27}(x^3 - 2x) = \frac{11}{6}$$

$$\log_3 x + \log_5 x = \log_7 225$$

۲- ثابت کنید:

$$\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[5]{x^5} + \sqrt[7]{x^7} + \sqrt[9]{x^9} = 21$$

محصور بین  $+1$  و  $-1$  باشد.

۳- معادله درجه دومی تشکیل دهید که بین  $x'$  و  $x''$

ریشه‌های آن روابط زیر برقرار باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} k(x' + x'') - x' x'' = k^2 + 4 \\ (k+2)(x' + x'') - 2x' x'' = 4(k+2) \end{array} \right.$$

۴- تحقیق کنید که معادله درجه دوم

$$x^4 - 2kx + k^2 - 4 = 0$$

به ازاء جمیع مقادیر  $k$  دارای دو ریشه حقیقی و گویا است.

۵- مقدار  $k$  را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه‌های

معادله فوق مساوی  $2$  باشد سپس به ازاء این مقادیر  $k$  ریشه‌های

معادله را بدست آورید.

۶- مقدار  $k$  چنان تعیین کنید که رابطه:

$$\frac{x'}{x''} + \frac{x''}{x'} = 2$$

بین ریشه‌های معادله برقرار باشد:

۷- به ازاء جمیع مقادیر  $k$  در وجود علامت ریشه‌های

معادله فوق بحث کنید.

### متهم حساب

#### دیبرستان البرز - دیبر: مهندس پایاوار

فرستنده: مسٹر خلیمین حسینی - علی نصر

۸- کسر زیر را به کسر متعارفی تبدیل کنید.

$$3/56358358358\dots$$

۹- در یک تصاعد عددی مجموع جمله‌های اول و ششم

مساویست با چهار برابر جمله دوم و همچنین جمله سوم آن

برابر با  $5$  می‌باشد.

۱۰- شش جمله از این تصاعد را بنویسید.

۱۱- مابین دو جمله پنجم و ششم  $8$  واسطه عددی درج

نمایند.

۱۲- مطلوبست حل دستگاه زیر:

$$\left\{ \begin{array}{l} \log \frac{x}{\alpha} + \log \frac{y}{\alpha^2} = \log \sqrt[3]{\alpha^3} \\ \log \frac{x}{\beta^2} + \log \frac{y}{\beta} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

۱۳- مطلوبست محاسبه کسر زیر بوسیله خط کش محاسبه،

$$P = \frac{\sqrt{(1/09)^3 + (0/026)^2} \times \sqrt[3]{3/95}}{\sqrt{763/4} \times \sqrt{0/00326}}$$

دیبرستان بوعلی سینا اهواز دبیر: آفای گیتی زاده  
فرستنده: سیروس باقالانی  
۱- معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{\frac{x^2 + 3x - 3}{2x^2 + 4}} = 0 / 8333 \dots$$

۴- در یک تصاعد عددی مجموع جمله هفتم با جمله دهم برابر ۳۴ می باشد و سه جمله دوم و چهارم و هشتم بترتیب تشکیل یک تصاعد هندسی می دهند جمله اول و قدر نسبت تصاعد اول را پیدا کنید.

۵- حاصل ضرب سه عدد که تشکیل تصاعد هندسی می دهند برابر ۲۱۶ و مجموع مربعات آن سه عدد مساوی ۱۳۶۴ است این سه عدد را پیدا کنید.

۶- بین دو عدد ۴ و ۶ حداقل چند واسطه عددی باید ررج کرد تا مجموع کلیه اعداد حاصل بزرگتر از ۵۵ باشداش اعداد را نیز بنویسید.

۷- حد مجموع جملات یک تصاعد هندسی نامحدود نصف حد مجموع مربعات آن جملات می باشد اگر حمله اول عددی صحیح باشد. کوچکترین جواب های ممکن را برای حمله اول و قدر نسبت پیدا کنید.

۸- مجموع ۵ جمله اول یک تصاعد عددی یا مجموع ۵ جمله اول یک تصاعد هندسی برابر شده است این دو تصاعد دارای قدر نسبت مشترک ۲ می باشند و حمله اول هم برای آن دو برابر است اعداد این دو دسته تصاعد را پیدا کنید.

دبیرستان صائب اصفهان

دبیر: خاتون آبادی - فرستنده: جمشید احمدیان

۹- مجموع ۵ جمله تصاعد عددی ۲۵ و حاصل ضرب این جمله ها ۹۴۵ می باشد تصاعد را معین کنید.  
۱۰- سه عدد تشکیل تصاعد هندسی می دهند چنانچه رابه جمله وسط اضافه کنیم تصاعد عددی نتیجه می شود و هر گاه به جمله سوم این تصاعد ۶ اضافه کنیم تصاعد حاصل هندسی می شود مطلوب است تعیین این سه عدد.  
۱۱- معادله زیر را حل کنید

$$x^2 - 5x^2 + 5x + 1 \\ 2 = 49$$

۱۲- دستگاه زیر را حل کنید

$$\begin{cases} xy = 40 \\ \log y \\ x = 4 \end{cases}$$

۱۳- در یک تصاعد حسابی جمله پنجم ۱۸ و مجموع دو جمله پازدهمی و دوازدهمی برابر ۸۸ است حساب کنید جمله اول تصاعد را.

۱۴- در یک تصاعد حسابی جمله سوم ۱۵ و جمله هشتم برابر ۵۰ است مجموع ۱۰ جمله از اینرا حساب کنید.

۱۵- هر گاه  $\log x^c$  و  $\log x^b$  و  $\log x^a$  بترتیب تشکیل تصاعد حسابی بدهند ثابت کنید

$$c^r = (ac)^{\frac{a}{r}}$$

گروه فرهنگی خوارزمی - دبیر: رنگچی، عابدی

فرستنده: بهروز قنا، احمد ماشین چی

۱- اگر

$$\log 30 = 1 / 47712 \text{ و } \log 200 = 2 / 30103$$

باشد مطلوبست محاسبه:

$$\log \sqrt{\frac{25}{36}}$$

۱۶- مولده کسر اعشاری متناوب ... ۲/۳۵۴۵۴۵۰... را با استدلال بدست آورید.

۱۷- مطلوبست محاسبه مجموع زیر

$$(5+2)+(7+2\sqrt{2})+(9+4)+\dots\dots\dots + (42+1024\sqrt{2})$$

۱۸- دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x+2y=13 & 8y \\ 4 & = (\frac{1}{2}) \\ 2x-y=11 & 5y+1 \\ 0/5 & = 2 \end{cases}$$

۱۹- مطلوبست حل معادله

$$\log x - 1 \\ 5 \\ (\sqrt{x}) = 10$$

۲۰- اگر  $S_m$  و  $S_n$  مجموع  $m$  و  $n$  جمله اولیه تصاعد

$$\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^r}{n^r}$$

حسابی باشد در صورتی که

باشد ثابت کنید قدر نسبت این تصاعد دو برابر جمله اول آنست

۳- دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = -1 \\ \log_{2y} x - \log_4 y = -1 \end{cases}$$

۴- مجموع سه جمله اول یک تصاعد عددی ۱۵ و حاصل ضرب این سه جمله ۸۰ می باشد. جمله دهم و مجموع ده جمله از این تصاعد را حساب کنید.

۵- مجموع ۳۰ جمله از رشته زیر را حساب کنید

$$(x + \sqrt[3]{2}) + (x^2 + \sqrt[2]{2}) + (x^3 + \sqrt[3]{2}) + \dots + \sqrt[3]{2}$$

۶- مربع ABCD باضخم a مفروض است محل برخورد اقطار آنرا O می نامیم اوساط OA و OB و OD و OC بهم وصل می کنیم هر برعی دیگر حاصل می شود این عمل را برای مربع جدید انجام می دهیم همینطور ادامه می دهیم.

اولا ثابت کنید محیطها و مساحتها آنها تشکیل تصاعدهای هندسی نزولی میدهند.

ثانیاً حد مجموع محیط و حد مجموع مساحتها آنها را حساب کنید.

دیبرستان مردوی - ۵ بیرون: کابلی  
فرستنده: منصور نهادوندی پور

۷- مطلوب است مساحت مجموع اعداد زوج از ۱۰ تا ۲۶  
۸- کسر اعشاری مولده کسر اعشاری متناوب زیر را بدست آورید... / ۳۲۳۳۱۳۳۱...

۹- مطلوب است تعیین سه جمله متولی یک تصاعد حسابی بقسمی که مجموع آنها ۸ و مجموع مرتعاشان p باشد (بحث بر حسب p)

۱۰- اگر a و b و c سه جمله متولی تصاعد هندسی باشند ثابت کنید.

$$a^3 b^3 c^3 (a^{-3} + b^{-3} + c^{-3}) = a^3 + b^3 + c^3$$

۱۱- عبارت زیر را بوسیله لگاریتم ساده کنید.

$$A = \frac{y}{x^n} \sqrt{\frac{x^{n+1}}{y^2}}$$

۱۲- از معادله  $\log_5 x = \sqrt[5]{5}$  مقدار x را بر حسب log ۵ بدست آورید.

دیبرستان مهرگان لاهیجان  
بیرون: منصوری

۱۳- ثابت کنید:

$$s = (1^3 - 1^2) + (2^3 - 2^2) + \dots + (x^3 - x^2) =$$

$$\frac{x(x+1)(3x^2 - x - 2)}{12}$$

۱۴- معادله لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\log(x+5) + \log(x-3) + \log(2x-11) = \log(x+2) + 2\log 2 + 2\log 3$$

۱۵- در صورتی که بدانم ماتنیس لگاریتم ۵ مساوی ۱۶۹۸۹۷ و ماتنیس لگاریتم ۲ مساوی ۰۵۷۹۱۸ باشد مطلوب است محاسبه لگاریتم اعداد زیر

$$3600 \quad 4\sqrt[4]{15}$$

دیبرستان قنادبابل: دیبر: خیر خواه  
فرستنده: رضا شریعت پناهی

۱۶- مطلوب است حل دستگاه زیر

$$\begin{cases} 3\log_2 x + 4\log_2 y = 1 \\ \log_4 x^3 + \log_2 y^2 = 17 \\ \sqrt{3} \quad \sqrt{2} \end{cases}$$

۱۷- مطلوب است حل معادله زیر

$$x \quad (3\log^2 x - \frac{4}{5}\log x + 2) = 10000\sqrt[5]{10}$$

۱۸- با فرض اینکه  $B = 7$  باشد نتیجه بگیرید:

$$\log \frac{\sqrt[3]{16}}{2} = \frac{3}{2(6B-1)}$$

دیبرستان گلشن از شبستر

دیبر: با همت - فرستنده: یعقوب پریچهره، جهان  
میرزا زاده

۱۹- اگر

$$\log 7 = .184510 \log 3 = .477125$$

$$\log 2 = .30103$$

باشد لگاریتم A را حساب کنید

در صورتی که

$$A = \frac{14\sqrt[3]{420}}{\sqrt[3]{2194}}$$

۲۰- معادلات زیر را حل کنید.

$$1) \quad \log_3 5 = 2 \log_3 x \quad 15x$$

$$2) \quad \log_2 [3 + \log_2 (1 + \log_2 x)] = 2$$

$$3) \quad \sqrt{\log_2 4\sqrt{x}} = \log_2 x - 2$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 512 \\ \log \sqrt{xy} = 1 + \log 2 \end{cases}$$

## مسائل هندسی

دیارستان البرز

دیار، رضوان - فرستنده: علی نصر

۱ - دو خط  $d_1$  و  $d_2$  و دایره  $O$  مفروض آند. بر محیط دایره ای بدست آورید که نسبت فواصلش از دو خط مفروض مساوی

$$\frac{m}{n} \text{ باشد (بحث)}$$

۳ - ثابت کنید در هر مثلث رابطه

$$\frac{r_a \times r_b \times r_c}{a+b+c} = \frac{S}{2}$$

برقرار است.

۴ - از نقطه معلوم  $A$  خارج دایرة  $O$  خطی رسم کنید که دایرة مفروض را در نقاط  $B$  و  $C$  قطع کند بطوریکه مجموع فواصل این دو نقطه از خط معلوم  $L$  برابر ۱ باشد.

۵ - پاره خط  $OA = 5\text{cm}$  مفروض است بمرکز  $O$  و بشاعر  $3\text{cm}$  دایرة رسمی کنیم تا خط مفروض را در نقطه  $M$  قطع کند از نقطه  $M$  کمان  $MP = 120^\circ$  را روی محیط دایره جدا کرده و نعله  $B$  را به  $A$  وصل میکنیم:

الف - طولهای  $AB$  و  $BM$  را حساب کنید.

ب - طول مماس مرسوم براین دایره چقدر است.

ج - اگر محل برخورد دایره را با  $AB$  نقطه  $C$  بنامیم طول وتر  $BC$  را تعیین کنید.

د - مساحت مثلث  $OAB$  را بدست آورید.

۶ - دیارستان ۱۵ بهمن بهشهر

دیار: تهرانی - فرستنده: عابدی تزاد

۷ - دونقطه  $A$  و  $B$  در یک طرف خط  $xy$  مفروضندروی  $AMx = BMy$  این خط نقطه  $M$  را چنان اختیار کنید که شود.

۸ - از مثلثی رأس  $A$  و نقطه  $G$  محل تقاطع سه میانه معلوم است و میدانیم در رأس  $B$  و  $C$  بر اضلاع زاویه معلوم  $xoy$  واقعند مثلث را رسم کنید.

۹ - مثلث  $ABC$  را با معلومات زیر رسم کنید.

$$AB + AC = p \quad B = x \quad BC = a$$

۱۰ - پاره خطی بطول ۱ مفروض است خطی بطول  $\sqrt{17}$  رسم

کنید.

۳ - یک تصاعد عددی را مشخص کنید بقسمی که حاصل جمع ۵ جمله اول آن ۱۰ و حاصل جمع پنج جمله آخر آن ۱۴۵ و مجموع همه جملات ۲۱۷ می باشد.

۴ - مجموع اعداد یک جدول ضرب را پیدا کنید. (آخرین عدد ۱۰۵ می باشد)

۵ - مجموع سه جمله از یک تصاعد هندسی  $S$  و خارج قسمت جمله سوم بر اولی  $d$  می باشد تصاعد را بفوبیسید (مثال عددی  $S = 195$  و  $d = 120$ )

۶ - کسرهای مولدهای اعشاری زیر را با استفاده از حد مجموع حساب کنید.

$$1/02525\dots\dots$$

$$0/27227\dots\dots$$

$$2/3426426\dots\dots$$

دیارستان نادرشاه مشهد

دیار: محمود تقائی - فرستنده: احمد صدر

۹ - در یک تصاعد عددی محدود که شامل ۲۵ جمله است مجموع جمل ششم و نهم ودوازدهم وپانزدهم برابر ۲۵ است مطلوب است محاسبه مجموع جملات تصاعد.

۱۰ - در یک تصاعد هندسی نزولی مجموع سه جمله اول و دوم و سوم ۱۳ و حاصل پرشان ۲۷ است.

۱۱ - مطلوب است تعیین جمله اول و قدر نسبت تصاعد.

۱۲ - ثانیاً محاسبه حد مجموع جمل.

$$\frac{1}{39600}$$

۱۳ - مطلوب است محاسبه

$$\log \frac{(ab^3c^4)}{\sqrt[6]{a^{-2} \cdot b^2 \cdot c^6}}$$

۱۴ - در صورتیکه بدانیم ماتنیس ۳۲۳ برابر ۱۵۰۹۲۵

۱۵ - مطلوب است محاسبه تعداد ارقام عدد  $\frac{3}{223}$

۱۶ - معادله زیر را حل کنید.

$$\log(x+6) - \frac{1}{2} \log(2x-3) = 2 - \log 25$$

۱۷ - مطلوب است حل دستگاه زیر

مانند  $M$  تبیین کنید که نسبت فواصلش از  $d_1$  و  $d_2$  مساوی باشد.

۴- چهارنیم خط  $OA$  و  $OB$  و  $OC$  و  $OD$  با یکدیگر زوایای  $45^\circ$  درجه می‌سازند خط  $ABCD$  آنها را چنان قطع کرده است که مثلث  $OAD$  متساوی الساقین شده ثابت کنید

$$AB = AD \times BC$$

۵- هجایان مثلث  $ABC$  نسبت به مرکز  $O$  و با نسبت تجاین ۲ بحسب آورده ثابت کنید مثلثی است که زوایایش زوایای آن مثلث نظیر به نظر مساوی و اضلاعش با اضلاع متناظر آن متناسب است.

#### دیبرستان قطب در فول

دبیر: کشت پور فرستنده: غلامرضا سراجزاده

$$1- اگر  $C' = A_2 = 2R\sqrt{3}$  باشد حساب کنید$$

$$C' = A_2 = ?$$

۳- جواب این کسر را پس از گویا کردن بنویسید:

$$\frac{\operatorname{tg} 60^\circ - 2 \sin 45^\circ}{2 \cos 30^\circ + \sqrt{2 \operatorname{tg} 45^\circ + 5 \operatorname{cotg} 90^\circ}}$$

۴- اگر در مثلث قائم الزاویه‌ای  $\frac{3}{4}$  و  $\operatorname{cotg} B = \frac{3}{4}$

باشد حساب کنید:  $a = 15m$

$$C = ? \quad l = ? \quad \cos B = ? \quad \sin B = ? \quad \operatorname{tg} B = ?$$

۵- طول اضلاع مثلثی عبارتند از

$$C = 15m \quad a = 13m \quad l = 14m$$

$$r = h_l = ?$$

ثایناً فقط بكمک یک دستور نتیجه بگیرید که طول تصویر

صلع  $a$  بر روی  $l$  برابر  $5$  سانتیمتر است:

۶- وتر مشترک دو دایره متقاطع بر وسط مماس مشترک شان می‌گذرد

#### دیبرستان کورش پیزدان

دبیر: خوش‌آهنگ - فرستنده: مسعود سبز واری

۷- نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  مفروضند . مستطیلی رسم کنید که یکی از اضلاع آن بطول  $l$  باشد و امتداد اضلاعش از نقاط  $A$  و  $C$  و  $B$  و  $D$  بگذرند .

۸- ثابت کنید مساحت هر مثلث قائم الزاویه مساویست با حاصلضرب دو قطعه ایکه دایره محاطی داخلی روی وتر درست می‌کند .

۹- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  داریم  $A = 90^\circ$  است ارتفاع  $AH$  را رسم می‌کنیم اگر  $r_1, r_2, r_3$  بترتیب اشده دو دایره محاطی داخلی سه مثلث  $ACH$  و  $ABH$  باشند

$$r_1 = r_2 + r_3$$

۱۰- نیمداایراهای بقطر  $AB$  در نظر گرفته دو شاعر  $oH$  را عمود بر هم رسم می‌کنیم ( طرف  $A$  مطلوب است مکان هندسی  $M$  محل تقاطع  $BF$  و  $AH$  )

۱۱- دو دایره  $O$  و  $O'$  در نقطه  $A$  مماس خارج هستند از  $A$  خطی می‌کنیم تا دو دایره را در  $NM$  قطع کند ثابت کنید مساحتها ایکه در این دو نقطه برد و دایره رسم شوند موازیند .

۱۲- دایره بمرکز  $O$  و وتر ثابت  $AB$  روی آن مفروضند نقطه‌متغیر  $M$  را روی دایره در نظر می‌گیریم از  $A$  به  $M$  وصل می‌کنیم و آنرا از طرف  $M$  با اندازه  $MF = MB$  امتدادی دهیم مطلوب است مکان هندسی  $F$  و قریب که  $M$  دایره را بپیماید .

۱۳- دایره بمرکز  $O$  و بشاعر  $R$  مفروض است نقطه  $A$  داخل دایره و بفاصله  $l$  از مرکز آن قرار دارد زاویه  $Q$  حول رأس  $A$  دوران می‌نماید و اضلاع آن دایره را در نقاط  $B$  و  $C$  قطع می‌کند وسط  $BC$  را  $M$  نامیم .

۱۴- اولاً ثابت کنید مجموع مرباعات فواصل  $M$  از نقاط  $O$  و  $O'$  مقدار ثابتی است وابن مقدار ثابت را بدست آورید .

۱۵- ثانیاً اگر  $O'$  وسط  $OA$  باشد ثابت کنید طول  $O'M$  ثابت است .

۱۶- ثالثاً مکان هندسی نقطه  $M$  را بدست آورید .

#### گروه فرهنگی خوارزمی

دبیر: از گمی ، رجبی ، محمد نوری ، فرستنده: قنا

۱۷- مستطیلی رسم کنید که طول یک ضلع آن معلوم باشد و هر یک از اضلاعش از یکی از نقاط معلوم  $E$  و  $F$  و  $G$  و  $H$  بگذرد .

۱۸- مساحت ذوزنقه مساوی است با حاصلضرب یک ساق در فاصله آن ساق از وسط ساق دیگر

۱۹- مثلث  $ABC$  در دایره‌ای بمرکزی محاط است اولاً خط  $DE$  را بموازات  $BC$  رسم می‌کنیم (  $D$  و  $E$  نقاط برخورد باشد ) از  $A$  به  $E$  وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا امتداد  $BC$  را در  $F$  قطع کند .

$$AB \times AC = AD \times AF$$

۲۰- ثانیاً - اگر  $OM$  عمود بر  $CB$  و  $H$  نقطه تلاقی سه

۲۱- ارتفاع مثلث  $ABC$  باشد ثابت کنید  $AH = 2OM$

۲۲- ثالثاً - اگر  $G$  نقطه تلاقی سه میانه مثلث باشد ثابت کنید  $GO = HG = 2GO$  است .

#### دیبرستان صائب

دبیر آقای گوهری فرستنده: جمشید احمدیان

۲۳- مثلثی رسم کنید که در شاعر دایره محیطی و ارتفاع و نیمساز زاویه داخلی مربوط به یکی از زوئوس معلوم باشد .

۲۴- سه خط  $d_1$  و  $d_2$  و  $d_3$  داده شده‌اند بر نقطه‌ای

برایین اضلاع بیکدیگر عمودند مثلث را درسم کنید .  
 ۳- طول مستطیل ABCD برابر  $(AB = a\sqrt{2})$  باشد .  
 وعرض آن برابر  $(AD = a)$  می باشد ثابت کنید ارتفاعاتی که از رئوس A و C بروتر BC وارد می شوند آنرا به قسمت مساوی تقسیم می کنند .

### ۳- اضلاع مثلث قائم الزاویة

$(A = 90^\circ)$  ABC است بهچه فاصله از رأس A خط 'B'C' را موازی باقاعده رسم کنیم تامساحت این مثلث  $150 \text{ m}^2$  شود .

۴- درذوذهن قائم الزاویة  $(A = B = 90^\circ)$  ABCD قطر AC برقطه BD عمودی باشد اوساط اضلاع AB و BC و AD و CD و PQ و MN و N و Q و اوساط قطرهارا L و K می نامیم  
 اولا ثابت کنید :

$$KL = \frac{BC - AD}{2}, \quad PQ = MN$$

$$AB' = \hat{A}\hat{D} \times BC$$

ثالثاً باستفاده از حکم ثانیاً ثابت کنید ضلع AB در نقطه A بر دیگر محیطی مثلث LKA مماس است .

رابعاً بفرض آنکه  $AD = 4$  و  $BC = 9$  طولهای اقطار وساقهای ذوذهن را حساب کنید .

## سوالات فیزیک

### دبیرستان ابوالحسن

دبیر : کریم الدین — فرستنده : حمیدرضا خاکپور

۱- برای بالاکشیدن ۴۹ تن نفت از چاهی بعمق  $60 \text{ m}$  از موتوری (تلبیهای) که توانش  $14/7$  کیلووات است و راندمان آن  $8/5$  درصد می باشد استفاده می کنند تعیین کنید مدت لازم برای انجام این عمل چقدر است .

۲- جسمی بوزن مخصوص  $10/5$  گرم در سانتیمتر مکعب را در داخل مایعی بوزن مخصوص  $1/3$  گرم در سانتیمتر مکعب  $4/914$  کیلو گرم وزن دارد تعیین کنید اولاً وزن حقیقی جسم . ثانیاً اگر جسم را در روی جیوه شناور سازیم حجم قسمتی از جسم را که خارج از جیوه قرار میگیرد چقدر است وزن مخصوص جیوه  $13/5$  .

۳- یک لوله آزمایش بوزن  $82/8$  گرم که دارای  $158/5$  درجه قرار داده و سپس آن را در داخل گرماستخ برنجی بوزن  $220$  گرم که در داخل آن یک قطعه آلیاژ بوزن  $500$  گرم از نقره و مس با  $150$  گرم آب  $5/50$  درجه است قرار میدهیم درجه حرارت

۴- درذوذهن دو قطر AC و DB بیکدیگر را در نقطه O قطع کرده اند . از O خطی موازی CD رسم می کنیم تا AD و BC را در نقاط E و F قطع کند . ثابت کنید . او لا EO = OF است .

$$\text{ثانياً } \frac{1}{EF} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} \text{ است .}$$

### دبیرستان گلشن از شبستر

دبیر : باهمت — فرستنده : جهان میرزا زاده — پریچهره

۱- دو خط  $\Delta$  و  $\Delta'$  که دو خط متقاطعند مفروضند دایره ای بشاعر R چنان رسم کنید که دو خط مزبور راقطع کرده و طول های وترهای ایجاد شده روی  $\Delta$  و  $\Delta'$  بترتیب  $1$  و  $1'$  شود .

۲- مثلث ABC به مساحت S و نقطه M داخل آن مفروض است از نقطه M سه خط موازی با اضلاع مثلث رسم کرده ایم سه مثلث به مساحت های  $S'$  و  $S''$  و  $S'''$  حاصل می شود ثابت کنید .

$$\sqrt{S'} + \sqrt{S''} + \sqrt{S'''} = \sqrt{S}$$

۳- ثابت کنید مساحت هر چهار ضلعی بر این مساحت با نصف حاصلضرب یک قطر در تصویر قطر دیگر بر خط عمود بر قطر اولی .

۴- از مثلث ABC ضلع BC وزاویه A و میانه AM معلوم است مثلث را رسم کنید و جزئیات رسم را کاملاً شرح دهید .

۵- در مثلث ABC میانه AM و نیمساز AD را رسم کرده و دایره محیطی مثلث AMD را می کشیم تا ضلع AC را در C' و ضلع AB را در B' قطع کند ثابت کنید .

$$BI' = CC'$$

دبیرستان مروی — دبیر : جعفر نیوشان

۱- دو طول a و b داده شده اند پاره خطی بطول x چنان رسم کنید که داشته باشیم :

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

۲- در روی محیط دایره ای سه نقطه A و B و M فروضند و تر MN را چنان رسم کنید که وسطش روی وتر AB واقع شود .

۳- مثلث ABC را با معلومات : a و b =  $2C$  رسم کنید .

۴- ثابت کنید شرط لازم و کافی برای اینکه مثلث ABC قائم الزاویه گردد اینست که داشته باشیم :

$$b + C = 2R + 2r$$

### دبیرستان مهرگان لاهیجان

دبیر : آقای منصوری

۱- از مثلثی دو ضلع در دست است و می دانیم دومیانهوارد

۴- فشار هوا در محلی ۶۴ سانتیمتر جیوه اگر این آزمایش را بالکل به وزن مخصوص ۸/۰ انجام دهیم ارتفاع ستون الكل را حساب کنید وزن مخصوص جیوه ۱۳/۶

۵- بیرستان مهرگان لاهیجان  
بیبر : سپهری .

۶- ۵۰ cm<sup>۲</sup> طلا وزن مخصوص ۱۹/۳ و ۲۰ cm<sup>۳</sup> نقره بوزن مخصوص ۵/۰ را با یکدیگر آلیاژ کرده و فرض می کنیم در این عمل حجم آنها تغییری نکند حساب کنید وقتی این آلیاژ در آب قرار گیرد چه مقدار وزن آن کم می شود ؟ اگر به همین وزن تنها طلا داشتیم تغییر وزن آن در آب چقدر می شد ؟

۷- یک گلوه مسی را در آب جوش ۱۰۰° انداخته آن را در گرماسنجی کده ۵۵۰ گرم آب ۱۰° دارد و از دمای کنیم دمای تعادل ۶/۸ می شود اگه در تجریب دیگر در گرماسنج بجای آب ۸۰۰ گرم کرم الكل ۶ درجه برینزیم و همان گلوه ۱۰۰° را وارد آن کنیم دمای تعادل ۸/۵ می شود گرمای ویژه الكل را بدست آورید.

۸- ارزش آبی گرماسنج ۱۰ می باشد  
در محفظه بالای یک فشار سنج (لوله تریچلی) مقداری هوای خشک وارد کرده اند ارتفاع ستون جیوه ۷۵۱ میلیمتر می باشد لوله را با اندازه ای در جیوه فرو می بریم که حجم هوای بالای آن به  $\frac{1}{\rho}$  حجم اولیه بر سر در این حالت ارتفاع ستون جیوه ۷۴۰ میلیمتر می باشد از این دو تجریب به فشار هوا را بدست آورید.

### مسائل شیمی

۹- بیرستان البرز ، فرستنده : علی نصر  
خالص می سوزانیم حجم نیتروژن تولید شده را حساب کنید .  
مسئله ۹- معین کنید که از ۵ لیتر هوا (در شرایط متعارفی) چند گرم اکسیژن و چند گرم نیتروژن وجود داردها را بصورت  $0.4 + 4N_2$  در نظر میگیریم .

۱۰- بر ۱۰۰ سانتیمتر مکعب از آب اکسیژن آب مقطر می افزاییم تا حجم آن ۱۰۰ سانتیمتر مکعب شود ۱۰ سانتیمتر مکعب از محلول اخیر را اختیار کرده بر آن اسید سولفوریک و محلول پر منکنات پطا سیم به غلظت  $\frac{1}{60}$  مولکول گرم در لیتر میزیم اگر ۲۵ سانتیمتر مکعب پر منکنات بین نگ کشید .

۱۱- فرمول فعل و افعالات را بنویسید .  
۱۲- ارزش آب اکسیژن اولیه را حساب کنید  
۱۳- حجم گاز اکسیژن حاصل را بدست آورید  
دیبرستان صائب اصفهان  
دیبر : عقیلی - فرستنده : جمشید احمدیان  
۱۴- ۵ سانتیمتر مکعب از یک نمونه آب اکسیژن را در

تعادل به ۴۲/۵ درجه میر سید تعیین کنید عبار آلیاژ را گرمای ویژه نقره ۵/۰۵۴ مس ۰/۰۹۴ گرمای ویژه شیشه ۰/۲ گرمای ویژه برنج ۰/۱ گرمای ویژه جیوه ۰/۰۳

۱۵- مقداری گاز در مخزنی به حجم ۶ لیتر و در تحت فشار ۳۶۰ سانتیمتر جیوه درجه حرارت (۳) درجه متر اکم شده مطلوب است حجم این گاز در صورتیکه فشارش را به ۱/۹۴۴ کیلو گرم بر سانتیمتر مربع درجه حرارت را به ۶۹ درجه برسانیم وزن مخصوص جیوه ۱۳/۵

دیبرستان البرز - فرستنده : علی نصر

۱۶- ظرفی که حجم آن ۴ لیتر است محتوی گاز اکسیژن با فشار ۳ آتمسفر میباشد و ظرف دیگری به حجم ۲ لیتر محتوی گاز ازت با فشار ۶ آتمسفر است این دو ظرف را که درجه حرارت هر دو یکسان است بهم مربوط می بازیم فشار گاز مخلوط را حساب کنید در صورتیکه درجه حرارت تغییری نکرده باشد .

۱۷- جه مقدار چوب را به یک قطعه آهن بوزن ۱۵۶ گرم بچسبانیم تا اگر آنرا در ظرف نفت فرو برد و بی حرکت رها کنیم نه پائین رود و نه بالا بیاید وزن مخصوص نفت ۸/۰ گرم بر سانتیمتر مکعب وزن مخصوص آهن ۴/۰ گرم بر سانتیمتر مکعب و وزن مخصوص آهن ۷/۸ گرم بر سانتیمتر مکعب است .

۱۸- گرم سنجی که ارزش آبی آن ۱۵ گرم است محتوی ۳۹۰ گرم آب ۱۵ درجه سانتیگراد میباشد یک گلوه مسی و یک گلوه سربی کوزن مجموع آنها ۳۴۵ گرم و درجه حرارت هر دو ۱۲۰ درجه سانتیگراد است وارد گرماسنج می کنیم درجه حرارت تعادل ۲۵ درجه سانتیگراد می شود وزن هر کدام از گلوه ها را حساب کنید . گرمای ویژه مس (۰/۱) کالری و گرمای ویژه سرب (۰/۰۳) کالری است .

دیبرستان صائب اصفهان

دیبر : تهرانی - فرستنده : جمشید احمدیان

۱۹- وزن جسمی در هوا ۲ کیلو گرم و ۵/۰ کیلو گرم در آب و در مایع دیگر ۱/۲۵ کیلو گرم است تعیین کنید اولاً حجم جسم ثانیاً وزن مخصوص جسم ثالثاً وزن مخصوص مایع

۲۰- صد گرم آب جوش ۱۰۰ درجه در گرماسنجی که ارزش آبی آن ۹۵ گرم و محتوی قطعه فلزی بوزن ۲ کیلو گرم و ۵/۰ گرم آب است میر بزیم درجه حرارت گرماسنج از د درجه سانتی گراد به ۲۱/۲۵ درجه سانتی گراد میر سد گرمای ویژه داخل کالری متر را حساب کنید .

۲۱- استوانه ای است از یخ به ارتفاع ۱۲ سانتی متر بر روی آب بطور قائم شناور است ارتفاع قسمت غوطه ور و شناور آنرا پیدا کنید وزن مخصوص یخ ۰/۹۲ و وزن مخصوص آب یک است .

ثالثاً - در صورتیکه  $(M+2)(N+2)$  باشد نوع مثلث را بكمک محاسبه معلوم کنید .  
- خط  $L$  معادله  $y = K + 2x + 1$  و نقطه  $A(K+1, K+2)$  مفروض است .

اولاً - مطلوبست محاسبه  $K$  بطوریکه خط  $L$  از نقطه  $A$  بگذرد .

ثانیاً - بازاء  $1 - K =$  خط  $L$  را رسم کنید .

ثالثاً - فرض می کنیم خط  $1 - 2x + y = 0$  محور  $ox$  را در نقطه  $B$  و محور  $oy$  را در نقطه  $C$  قطع کند محورهای مختصات را ببنقطه  $D(2, 2)$  انتقال داده مختصات نقاط  $o$  و  $B$  و  $C$  را درستگاه  $XDy$  معلوم کنید .

$$D \equiv y = -2x + 2 \quad \text{دو خط}$$

$$L \equiv y = -3x + 3 \quad \text{و مفروض است .}$$

اولاً - مطلوبست رسم این دوخط در یک دستگاه و تعیین وضع نسبی آنها .

ثانیاً - فرض می کنیم خط  $D$  محور  $ox$  را در نقطه  $E$  بطول  $1 = x$  و خط  $L$  همین محور را در نقطه  $F$  بطول  $1 = x$

قطع کند مطلوبست محاسبه نقطه  $R$  وسط دونقطه  $E$  و  $F$

- $4$  - دو تابع  $1 - x^2 - y = 0$  و  $1 - x - y = 0$  را بكمک نقطه  $o$  در یک دستگاه رسم کنید .

#### د. بیرستان هر روی

I - الف : تحقیق کنید که خط :

$$(D) \quad (2m-1)x + (m+2)y - 5 = 0$$

بازاء مقادیر مختلف  $m$  از نقطه ثابت  $S$  که مختصات آنرا بدست می آورید مورد می نماید .

ب - نقطه  $(2, 1 - S)$  مفروض است معادله خطی را بنویسید که از این نقطه گذشته و بر نیمساز ناحیه اول عمود باشد .

ج - خط  $3 - x - y = 0$  محورهای مختصات را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می کند معادله عمود منصف  $AB$  را پیدا کنید و مختصات مرکز ثقل مثلث  $OAB$  را محاسبه کنید ( $O$  مبدأ مختصات است ) .

II - مشتق تابع  $y = x(\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}})$  را محاسبه کنید .

III - تحقیق نمائید که تابع  $y = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}$  بازاء چه مقادیر  $x$  معین است .

IV - تابع  $y = 2x^2 - ax + 1$  مفروض است . اولاً

مقداری محلول گاز سولفوره میریزیم و سپس نیترات سرب زیاد اضافه می کنیم رسوبی حاصل می شود بوزن  $606\text{ g}$  گرم حساب کنید ارزش حجمی آب اکسیژن را .

- $3$  - گرم گرد روی را در اسید سولفوریک رفیق میریزیم حجم گاز تولید شده را در شرایط  $27/3$  درجه حرارت و فشار متعارض حساب کنید اگر محلول حاصل را تبخیر کنیم  $2/87$  گرم جسم بلورین بدست می آید عده ذرات آب تبلور سولفات روی را حساب کنید .

- $3$  - از ده سی سی محلول نرمال پر منگنات گاز سولفوره عبور داده ایم و کاملاً بینگ شده است حجم گاز بکار رفته را تعیین کنید نتیجه عمل با چند سی سی سود دسی نرمال خنثی می شود .

- $4$  - $12/3$  گرم کلرات پتاویم را در مجاورت بی اکسید منگنز حرارت میدهیم پس از متصاعد شدن  $898/0$  لیتر اکسیژن حرارت را قطع می کنیم حساب کنید چند گرم جسم باقی می ماند و این جسم با قیمت اند چند لیتر اکسیژن تولید می کند .

#### د. بیرستان علمیه

د. بیر : زعفرانی - فرستنده : حجت الله بابائی

- $1$  - $2/24$  لیتر گاز سولفوره با چند سانتیمتر مکعب آب اکسیژن  $15$  حجم ترکیب شده و محلول حاصل با کلرور باریم چند گرم رسوب تشکیل می دهد (با تعریف از رس حجمی آب اکسیژن )

- $3$  - محلول نرمال اسید کلریدریک را تعریف نموده و تعیین کنید  $50cc$  محلول نرمال آن با چند گرم سولفت سدیم ترکیب شده و چند لیتر گاز تشکیل می دهد چگالی این گاز چقدر بوده و حجم آنرا در شرایط  $80$  سانتیمتر جیوه و  $54/6$  درجه چقدر است .

## کلاس پنجم طبیعی

### جبیر

د. بیرستان عصر پهلوی با بسلر

د. بیر : بزرگ نیا - فرستنده : قلی تبار

- اولاً - مختصات نقطه  $N$  از پاره خط  $MN$  را معلوم کنید بشرط آنکه  $MN = \sqrt{8}$  و  $M(2, 0)$  و نقطه  $N$  روی محور  $oy$  باشد .

ثانیاً - قرینه نقطه  $M$  را نسبت به مبدأ مختصات نقطه  $F$  را حساب کنید .

نیکل ایزومرف است و فرمول سولفات نیکل  $\text{NiCl}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  میباشد.

۲- یک قطعه آهن سفید را در اسید سولفوریک رقیق قرار می‌دهیم. گاز تولید شده در شرایط متعارفی  $0^\circ\text{C}$   $672\text{ ml}$  حجم دارد. بر محلول بدست آمده اسید سولفوریک و بی کرومات پتابسیم دسی نرمال اضافه می‌کنیم  $200\text{ cc}$  بی کرومات برای اکسیداسیون کامل مصرف می‌شود. معلوم دارید.

اولاً - چند درصد آهن سفید آهن می‌باشد.

ثانیاً - اگر گاز حاصل را از روی اکسید فریک در شرایط لازم عبور دهیم چه تولید می‌شود و مقدار آن چقدر است.

## کلاس پنجم ریاضی

### جبر

دیرستان ادیب

دبیر : ظاهروی - فرستنده : قربانعلی میرزا زاده

$$y = \frac{(m-2)x - m}{mx - (m+1)}$$

۱- تابع

۱- ثابت کنید منحنی نمایش تغییرات تابع فوق بازه جمیع مقادیر پارامتر  $m$  از دو نقطه  $A$  و  $B$  می‌گذرد مختصات آنها را بیابید.

۲- مکان هندسی مراکز تقارن منحنی فوق را وقتی پارامتر  $m$  تغییر کند تعیین کنید.

۳- حدود  $m$  را تعیین کنید که تابع فوق صعودی یا نزولی یا ثابت باشد (بازه چه مقدار  $m$  تابع ثابت است)

$$y = \frac{x+1}{2-x}$$

رسم کنید.

۴- منحنی نمایش تغییرات تابع (c) را در اینصورت مکان هندسی نقاطها و مختصات نقطه تماس را تعیین کنید.

۵- ثابت کنید هر خط بمعادله  $y = mx + m + 1$  منحنی (c) را همیشه در دو نقطه  $M_1$  و  $M_2$  قطع می‌کند (چرا) در اینصورت مکان هندسی نقطه  $P$  او ساط قطعه خطهای  $M_1M_2$  را تعیین کنید.

۶- در تابع فوق بفرض  $x = tg 2\alpha$  مشتق  $y$  را نسبت

را چنان تعیین کنید که تابع در ازاء  $\frac{3}{4}x$  می‌نمی‌شود.

ثانیاً - جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = 2x^2 - 3x + 1$$

را رسم کنید.

ثالثاً - معادله مماس در نقطه‌ای بطول یک برهمنحنی را بنویسید.

### مسئل شیوه‌ی

دیرستان داش اسکو

دبیر : تقی‌زاده ماکوئی - فرستنده : خلیل علمداری

۱- از تجزیه  $100\text{ g}$  آلومین خالص  $52/94\text{ g}$  آلومینیم حاصل شده است جرم اتمی آلومینیوم را معلوم دارید در صورتیکه مهادنیم آلومین با اکسید فریک ایزومرف است.

۲- آلیاژ است از آهن و سرب و یک فلز مجھول  $= 15$  گرم از این آلیاژ را در اسید سولفوریک سرد و رقیق قرار می‌دهیم محلول را جدا کرده با افزایش آب حجم آنرا یک لیتر میرسانیم (محلول شماره ۱)

قسمت حل نشده را در اسید نیتریک قرار می‌دهیم کاملاً حل می‌گردد با افزایش آب حجم محلول را یک لیتر می‌رسانیم (محلول شماره ۲)

الف -  $100\text{ cc}$  محلول شماره (۱)  $25\text{ cc}$  محلول دسی نرمال پرمنگنات را در مجاورت اسید سولفوریک بیر نگمی نماید ب - در  $100\text{ cc}$  از محلول شماره (۲) سولفات سدیم دونرمال اضافه می‌نمایم  $25\text{ cc}$  سولفات سدیم برای تشکیل رسوب کامل لازم است.

ج - پس از صاف کردن رسوب در قسمت ب به محلول حاصل آمونیاک زیاد اضافه می‌نمایم محلول آبی رنگی حاصل می‌شود.

د - اگر بر مقدار از محلول شماره (۲) سودسوز آور زیاد اضافه نمایم رسوب کبودی تشکیل می‌شود که پس از حرارت دادن جسم سیاهر نگی تولید می‌شود از این آزمایشات جنس فلز مجھول، فرمول کلیه فعل و افعالات انجام یافته و عبار آلیاژ را معلوم دارید.

دیرستان شاپور اسکو

دبیر : تقی‌زاده ماکوئی - فرستنده : اگر و ثووقی

۱- از تجزیه  $100\text{ g}$  سولفات متبلور یک فلز مجھول  $22/64\text{ g}$  را از همان فلز حاصل شده است جرم اتمی فلز  $x$  را معلوم دارید. در صورتیکه سولفات فلز مزبور با سولفات

۵- بیرونستان پهلوی گلپایگان  
دیبر ، حسین آشتی - فرستنده : حسین جعفری  
- معادله مقابله را حل کنید :

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ xy + \sqrt{xy} = 6 \end{cases}$$

$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{b}}{x^q - b^q}$  - حد کسر را به ازاء  $b = x$  پیدا کنید .

۳- حد کسر  $\frac{\sin x - \sin 2x}{\sin^3 x}$  را به ازاء  $x$  حساب کنید .

۴- مشتق تابع زیر را حساب کنید :

$$y = (\sin x^4 + \sqrt[4]{\sqrt{x} + \cos^4 \frac{x}{4}})^n$$

۵- معلوم کنید  $(\beta, \alpha)$  در چه ناحیه‌ای از صفحه محورهای مختصات واقع باشد تا تابع :

$$y = x^4 + \sqrt{x^4 + 2x + \beta} + 2(\alpha - \beta)x + \beta$$

معین باشد .

۶- تابع  $y = \frac{x^4 - ax^2 - a^2x + a^4}{x^4 - 2ax + a^4}$  مفروض است

ثابت کنید تابعی مانند  $y_1 = \frac{\alpha x^4 + \beta x^2 + \gamma x}{x - \alpha}$  می‌توان یافت که مشتق آن نسبت به  $x$  مساوی تابع  $y$  شود .  $\alpha, \beta, \gamma$  را بدست آورید .

۷- منحنی  $y = 3x^4 + px + q$  مفروض است . اولاً  $p$  و  $q$  را طوری تعیین کنید که معادله مماس بر منحنی در نقطه‌ای بطول صفر  $= 2 - 3x - y$  گردد . و به ازاء مقادیر  $p$  و  $q$  منحنی را رسم کنید . ثانیاً ثابت کنید که خط  $\frac{1}{2}x - y = 0$  محور تقارن منحنی است .

ثالثاً معادله قائم بر منحنی را بنویسید .

رابعاً ثابت کنید منحنی  $y = \frac{3(m-1)x+6}{3x+m+9}$  از دو نقطه ثابت که مختصاتش را بدست خواهد آورد می‌گذرد .

دیبرستان تقوی

دیبر : کوشان - فرستنده : جمال آشفته

۹- تابع درجه دومی تشکیل دهید که بازه  $x = 2$  مینیممی برای  $x = 1$  داشته باشد و بازه  $x = 1$  مقدارش  $= 1$  گردد منحنی را رسم و تغییرات را بکشید .

۸- حساب کنید و در ازاء  $\frac{\pi}{2} = \alpha$  مقدار عددی مشتق را حساب کنید .

۹- تابع  $y = ax^4 + bx^2 + c$  مفروض است را طوری تعیین کنید که این دو منحنی یکدیگر را در نقطه‌ئی بطول  $1 = x$  قطع کنند و منحنی در نقطه‌ئی بطول  $1 = x$  ماکریم یامی نیم بوده و مماس بر منحنی در نقطه‌ئی بطول  $1 = x$  بموازات نیمساز ناحیه دوم باشد .

۱۰- جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع  $y = -x^4 + x + 2$  را رسم کنید .

و نیز مکان هندسی نقاطی را تعیین کنید که می‌توان دو مماس عمود بر هم به منحنی اخیر رسم کرد .

۱۱- بیرونستان پانزده بهمن فرستنده : سید احمد حسینی

۱۲- معادلات اضلاع مثلثی عبارتند از ،

$$(AB) \quad x + 2y - 1 = 0$$

$$(AC) \quad 5x + 4y - 12 = 0$$

$$(BC) \quad x - 4y + 1 = 0$$

مختصات سه رأس مثلث و مختصات مرکز دایره محیطی و طول شعاع دایره محیطی را حساب کنید :

۱۳- نقطه  $(1, 5)$  و  $(-1, 3)$  رأس مربع است که یک ضلع آن روی خط  $-7 = x - 3y$  واقع است معادلات سایر اضلاع مربع را بنویسید .

۱۴- مشتق توابع زیر را حساب کنید :

$$y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$$

$$y = \frac{1}{\lambda} \sqrt[4]{(1+x^2)^8} - \frac{1}{\lambda} \sqrt[4]{(1+x^2)^5}$$

۱۵- تعیین کنید بازه چه مقادیر  $m$  تابع زیر مصعدی و یا نزولی و یا ثابت است :

$$y = \frac{mx+3}{x+m+2}$$

۱۶- تابع زیر درجه فاصله معین است :

$$y = \sqrt{-x^4 + 4x - 3}$$

۱۷- مقدار کسر زیر را بازه  $x = 1$  حساب کنید :

$$\frac{\sqrt{x+1}}{x+1}$$

$$y = \frac{\sqrt{4x} - 2}{x^3 - 8}$$

ردیف آورید.

دیبرستان دکتر نصیری  
دیبر : ترقی

$$y = \frac{mx + m - 2}{5x - m + 3}$$

تابع را بازه  $m$  عددی

است ثابت و اختیاری مفروض است منحنی نمایش تغییرات این تابع را  $(H)$  می نامیم.

اولاً - منحنی  $(H)$  را بازه  $m = 0$  رسم کنید.  
ثانیاً - بر حسب مقادیر مختلف  $m$  در جهت تغییرات تابع بحث کنید.

ثالثاً - ثابت کنید که وقتی که  $m$  تغییر می کند منحنی  $H$  از دو نقطه ثابت می گذرد.

چهارم - اولاً منحنی نمایش تغییرات تابع :

$$y = x^2 - x + \frac{1}{2}$$

را رسم کنید.

ثانیاً - معادله معاس بر منحنی در نقطه ایکه طولش مساوی يك است بنویسید.

ثالثاً - معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه هایش

طولهای نقاط تقاطع خط  $y = 3mx - \frac{3}{2}$  با منحنی فوق باشد و اگر نقاط تقاطع این خط با منحنی را  $M_1, M_2$  بنامیم مکان هندسی وسط پاره خط  $M_1 M_2$  را وقتی که  $m$  تغییر می کند بدست آورید.

$$y = \sqrt{\frac{x \sin x}{1 - \cos x}}$$

مشتق تابع

دیبرستان سعدی اصفهان

دیبر : آقای تقیوی - فرستنده : جواد واقعی  
تابع  $y = ax^3 - (a+2)x^2 + 3$  مفروض است.

۱- ثابت کنید که منحنی نمایش تابع فوق بازه جمیع مقادیر  $a$  از دونقطه ثابت که مختصات آنرا پیدا خواهید کرد می گذرد.

۲-  $a$  را طوری تعیین کنید که نقطه می نیم آن بر خط  $2y + x = 0$  واقع باشد.

۳- جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع (c)

$$y = x^3 - 4x + 3$$

را رسم کرده.

۴- در تعداد نقاط تلاقی خط  $m$  با منحنی  $c$  بر حسب مقادیر مختلف  $m$  بحث کنید.

$$y = \frac{2x + 1}{1 - x}$$

منحنی مفروض است مبدأ را به

نقطه  $O$  و  $b$  منتقل کرده ایم معادله جدید بصورت

$$XY = -$$

$$y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^m$$

تابع مفروض است ثابت

کنید رابطه :

$$(x^2 - 1)y'' + xy' - m^2 y = 0$$

بر قرار است  $y''$  مشتق تابع  $y$  است

۵- مکان هندسی نقاطی را پیدا کنید که نسبت فواصلشان

از دو خط زیر مساوی  $\frac{13}{5}$  باشد.

$$\begin{cases} 5x + 12y - 8 = 0 \\ 4x - 3y + 4 = 0 \end{cases}$$

مشتق تابع زیر را حساب کنید.

$$\begin{cases} y = (1+x)^n \sqrt{x^2 + 1} \\ y = \frac{1+x^n}{(1+x)^n} \end{cases}$$

دیبرستانهای گروه فرهنگی خوارزمی

طراحان : شهریاری - عبادی - صدقون

فرستنده : فرخ صادقی - محمود ارمغان - فرهاد نصیری

۶- تابع  $y = ax^3 + bx^2 + c$  مفروض است.

اولاً :  $a$  و  $b$  را طوری پیدا کنید که تابع بازه  $x = 3$  دارای می نیمی برابر ۱ باشد و در نقطه ای بطول  $2$  محور  $xx$  را قطع کند.

ثانیاً :  $a$  و  $b$  را طوری پیدا کنید که در نقطه ای به طول  $2$  بر خط  $2x + 4$  مماس بوده و محور  $yy$  را در نقطه ای به عرض  $8$  قطع کند.

ثالثاً : جدول و منحنی نمایش تغییرات تابع :

$y = -x^2 - 6x + 8$  و خط  $2x + 4 = -2x - y$  را در یکدستگاه رسم و مختصات نقطه برخورد آنها پیدا کنید.

رابعاً : معادلات خطوط مماس بر منحنی  $y = x^3 - 6x + 8$  را که از نقطه  $(2, 0)$  و  $(3, A)$  می گذرد نقطه و مختصات نقاط تمسیخ را بدست آورید.

خامساً : ثابت کنید خط  $y = m(x - 3)$  منحنی بالا را همواره در دو نقطه قطع می کند و اگر  $M$  و  $N$  نقاط برخورد خط و منحنی باشند مکان هندسی نقطه  $P$  و سط قطعه خط  $MN$  را وقتی  $m$  تغییر می کند بدست آورید.

$$y = \frac{(x-1)^2 \times \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}{x+1}$$

مشتق تابع

آورید.

۴- نقاط  $(0, 2)$  و  $(0, 4)$  مفروضند معادله  $AB$  را بنویسید و از نقطه  $C$  وسط  $AB$  خطی بر آن عمود نموده معادله آنرا بنویسید و تحقیق کنید روی این خط دو نقطه مانند  $D$  و  $D'$  می‌توان یافت بطوری که  $CD = C'D' = 5$  باشد و مختصات نقاط  $D$  و  $D'$  را تعیین و شکل را رسم کنید.

۵- نقاط ثابت تابع  $y = \frac{mx+2}{x+m-1}$  را بدست آورید و  $m$  را چنان پیدا کنید که منحنی از نقطه  $(2, 0)$  بگذرد و معادله مماس بر منحنی  $y = \frac{2-2x}{x-3}$  را در نقطه  $A\left(\frac{2}{2}\right)$  را بنویسید و مقدار متغیر را بازاء  $-2 = y$  و مقدار  $y$  را بازاء  $x = 3$  بدست آورید.

#### دیبرستان کمال

۶- معصومی - فرستنده: عباس نوائی

۷- دو ضلع مثلث بمعادلات:

$$(AC) \quad x - 3y + 4 = 0$$

$$(AB) \quad 2x + 3y - 7 = 0$$

می‌باشد طول رأس  $B$  برابر با ۵ و عرض رأس  $C$  مساوی با واحد است مطلاوبست مختصات سه رأس مثلث و معادله ضلع  $BC$

ومساحت مثلث  $ABC$

۸- مشتق تابع زیر را حساب کرده و ساده کنید.

$$y = (x^2 - 1)\sqrt{x^2 + 1}$$

۹- تابع  $y = ax^2 + bx + c$  مفروض است.

اولاً -  $a$  و  $b$  و  $c$  را طوری تعیین کنید که تابع از مبدأ مختصات گذشته و بازاء  $1 = x$  دارای ماکریممی برابر با یک داشته باشد.

ثانیاً - خط  $y = m$  منحنی  $y = 2x^2 - x^3 - x$  را قطع می‌کند بر حسب نقاط مختلف  $m$  در وجود علامت طولهای نقاط تقاطع بحث کنید.

رابعاً - از نقطه  $(1, 1)$  و  $(-1, 1)$  مماس بر منحنی  $y = x^2 + 2x$  رسم کرده معادلات مماس و مختصات نقطه تماس را پیدا کنید.

رابعاً - منحنی نمایش تغییرات تابع  $y = x^3 + 3x^2 - x$  را رسم کنید.

#### دیبرستان کورش

دیبر: چاوشیان - فرستنده: یوسفی

۱۰- مقدار کسر:

$$\frac{\sqrt{2x^4 - x^3 - 3x^2 - x - 1}}{\sqrt{x^6 - x^5 + 4x^4 - x^3}}$$

را به ازاء  $x = 2$  و  $x = \pm\infty$  محاسبه نمایید.

۵- اگر  $y = m$  منحنی  $c$  را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع کند و  $A'$  و  $B'$  تصاویر نقاط  $A$  و  $B$  بر روی محور  $x$  باشد مطلاوبست محاسبه مختصات مرکز مستطیل  $ABB'A'$  بر حسب  $m$  و همچنین معادله مکان هندسی آن نقطه وقتی  $m$  تغییر می‌کند.

۶- بر خط  $1 = x$  نقطه‌ای پیدا کنید که بتوان از آن نقطه دومماس عمود بر هم بر منحنی  $c$  رسم کرده و همچنین معادلات مماسها را بنویسید.

۷- معین کنید که تابع  $y = \sqrt{\frac{1-x^2}{x+2}}$  بازاء چه مقادیر  $x$  منفصل است.

۸- مشتق هریک از توابع زیر را بدست آورید.

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{2x + 3} \quad y = 2\sin^2 2x + \cos^2 \frac{x}{2}$$

دیبرستان فیروز بهرام

دیبر: خسروی - فرستنده: اسکندر داهی طالقانی

۹- تابع درجه سوم  $y = ax^3 + bx^2 + cx$  مفروض است. ضرایب را چنان پیدا کنید که منحنی از نقطه  $(1, 2)$  گذشته و در نقطه  $(2, 1)$  ماقسیم باشد.

ثانیاً - منحنی:

$$y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x$$

را رسم کنید.

ثالثاً - معادله خطی بنویسید که از نقطه  $A$  بطول ۲ واقع بر منحنی بگذرد و ضریب زاویه آن  $m$  باشد در عده نقاط تقاطع این خط با منحنی بحث کنید.

۱۰- منحنی نمایش  $y_1 = x^2 + ax + b$  را  $y_2 = x^2 + 3x + 1$  را بدست آورد.

منحنی  $y_1 = x^2 + 3x + 1$  را  $y_2 = (c_2)$  می‌نامیم.

اولاً - ضرایب  $a$  و  $b$  را چنان پیدا کنید که دو منحنی در نقطه  $A$  روی محور  $y$  هما مقاطع بوده و ضریب زاویه مماس بر منحنی  $(c_1)$  در این نقطه ۲ باشد. پس از تعیین  $a$  و  $b$  جدول ومنحنی نمایش تغییرات  $y_1$  و  $y_2$  را روی یک دستگاه مختصات رسم و معادلات مماس بر دو منحنی در نقطه  $A$  بنویسید و تائزانت زاویه بین دومماس را بدست آورید.

۱۱- مشتق  $y = \frac{\tan x}{1 + x \tan x}$  را محاسبه و مقدار تابع و

مشتق را بازاء  $\frac{\pi}{2}$  حساب کنید.

دیپرستان نظام وفا اهواز  
دیبر: قوام نحوی

-۱ تابع  $y = ax^2 + bx + c$  مفروض است ضرایب را طوری بگیرید که منحنی این تابع از نقاط (۰، ۰) و (۲، ۰) گذشته و مماس بر منحنی این تابع در نقطه A موازی نیمساز ربع دوم باشد.  
ثانیاً منحنی تغییرات تابع  $y = x^3 - x - 2$  رارسم کنید.

ثالثاً از نقاط (۰، ۰) و (۲، ۰) و (۳، ۰) خطوطی بر منحنی مماس کرده معادلات آنها را بنویسید.  
رابعاً منحنی تابع  $y = x^3 - x - 2$  را روی شکل اول رسم کرده و ثابت کنید این منحنی بر منحنی اول مماس است و مختصات مرکز تقارن نقاط ماقزر کیم و می‌نیم دو منحنی را پیدا کنید.

-۳ از توابع زیر مشتق بگیرید:

$$y = (x + \sqrt{x + \sqrt{2x^2}})^4$$

$$y = \sqrt{\frac{5\sin^2 x - 4\cos^2 x}{x}}$$

-۴ از دو تابع زیر مشتق گرفته ساده کنید تحقیق کنید مشتق‌های حاصل باهم مساویند.

$$\begin{cases} y = 4\cos^2 x - 3\cos x \\ y = \cos^3 x \end{cases}$$

-۵ تعبیر هندسی دستگاه نامعادلات زیر را تعیین کنید.

$$\begin{cases} y^2 - (4x - 2)^2 > 0 \\ y^2 - 4 < 0 \end{cases}$$

-۶ دو خط زیر مفروضند:

$$4x + 3y = 4 \quad 5x - 12y = 1$$

نقطه‌ای روی محور طولها پیدا کنید که از دو خط بالا بیک فاصله باشد.

دیپرستان هدف شماره ۳ دیبر: قوامی  
فرستنده: جواد زری باف - همایون مهاجری  
- شاهرخ ذکاوی

-۷ نقطه (۱، ۰) و O' مرکز مربع ABCD می‌باشد  
که یک ضلعش بر نیمساز ناحیه اول قرار دارد:  
۱: مختصات رأسهای این مربع را تعیین کنید.  
۲: هر گاه (۳، ۰) A یک رأس مربع باشد نقطه‌ای مانند K روی محور طولها طوری تعیین کنید که نیمساز زاویه

-۸ تابع درجه سومی معلوم کنید که منحنی تابع دارای ماقزر کیمی به طول ۱ - روی محور X ها بوده و محور عرضها را در نقطه بعرض ۳ - قطع کرده و ضرب زاویه خط مماس بر منحنی تابع در نقطه‌ای بطول ۲ برای ۳ شود.

-۹ تابع زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و مختصات نقاط تقاطع دو تابع را محاسبه کنید.

$$y = -x^4 + 2x + 3$$

$$y = x^3 - x^2 - 5x - 3$$

-۱۰ نقاط (۰، ۰) و (۱، ۰) و (۳، ۰) مفروض است معادله خط AB را بنویسید و معادلات خطوط مماس بر منحنی تابع:

$$y = -x^4 + 2x + 3$$

در نقاط تقاطع AB و منحنی تابع را معلوم و زاویه بین خطوط را محاسبه کنید (تاثرات زاویه) و ضمناً نقطه‌ای روی منحنی تابع بدست آورید که خط مماس بر منحنی تابع در این نقطه موازی AB شود.

دیپرسان گلشنراز - دیبر باهمت - فرستنده گلاهی

-۱۱ نقطه‌ای از منحنی تابع:

$$y = \frac{2x^4 + 3}{x - 1}$$

را پیدا کنید که خط مماس در آن نقطه بر منحنی داده شده بر خط

$$y = -3x + 2$$

عمود باشد.

-۱۲ اولاً منحنی نمایش تغییرات دو تابع

$$y = x^4 - 2x^2 + 2 \quad y = x^2 + 2$$

را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

ثانیاً دو منحنی فوق یکدیگر را در یک نقطه M قطع می‌کنند مختصات نقطه M را بدست آورید.

ثالثاً در نقطه M بر هر یک از دو منحنی مماس رسم می‌کنیم تاثرات زاویه بین دو مماس را حساب کنید.

-۱۳ از توابع زیر مشتق بگیرید.

$$y = \frac{3x}{2x - 1} \quad y = \frac{\sin x}{1 + \tan^2 x}$$

-۱۴ تابع  $y = ax^4 + 4x + b$  مفروض است a و b را راجهان

تعیین کنید که منحنی نمایش تغییرات آن بر خط ۱ - ۲ =  $2x = 2x$  مماس باشد و به ازاء ۲ =  $x$  دارای ماقزر کیم باشد.

-۱۵ در عدد نقاط تقاطع ۱ -  $y = mx$  با تابع

$$y = -x^4 + 4x - 2$$

بحث کنید.

۳- حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\cos 181 + \cos 127 + \cos 113 + \cos 61 + \cos 59 + \cos 7$$

۴- به فرض آنکه :

$$tg(B - C) = \frac{3 \sin 2C}{5 - 3 \cos 2C}$$

$$tg B = 4 tg C$$

باشد ثابت کنید

۵- مطلوب است حل معادله :

$$\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x + \sin^2 4x$$

۶- ثابت کنید در هر مثلث رابطه زیر برقرار است.

$$\sin A \cos B \cos C + \sin B \cos C \cos A + \sin C \cos A \cos B = \sin A \sin B \sin C$$

دیبرستان ادب

دیبر: دانا - فرستنده، میرزازاده

$$7- اگر y + z + t = \pi \text{ و }$$

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\sin z}{\sin t}$$

باشد درستی رابطه زیر را ثابت کنید.

$$\cot g x - \cot g y - \cot g z - \cot g t$$

۸- درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید.

$$tg^2 \varphi + cotg^2 \varphi = \frac{1 + \cos 4\varphi}{\sin^2 2\varphi}$$

۹- عادله مثلثاتی زیر را حل کرده جوابهای بین صفر و  $2\pi$  را بنویسید.

$$2 \cos 2z - 4 \sin z + 1 = 0$$

۱۰- ثابت کنید:

$$2 \operatorname{Arccotg} \frac{1}{2} - \operatorname{Arccotg} 2 + \operatorname{Arccotg} \frac{1}{9} = \frac{13}{4} \pi$$

۱۱- درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید.

$$tg 9^\circ - tg 27^\circ - tg 63^\circ + tg 81^\circ = 4$$

۱۲- عبارات زیر را قابل محاسبه بوسیله لگاریتم کنید.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 35^\circ + \operatorname{tg} 20^\circ + 2 \\ \sin 70^\circ + 8 \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ \end{cases}$$

دیبرستان با بکان - دیبر: بهنیما

۱۳- اگر  $b$  و  $a$  دو زاویه مثبت و حاده و مجموع آنها

$$tg a \operatorname{tg} b = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{باشد و داشته باشیم } 75^\circ$$

$$\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b$$

ثانیاً  $\operatorname{tg} b$  و  $\operatorname{tg} a$  سپس زوایای  $a$  و  $b$  را پیدا کنید.

۱۴- عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید.

$$\cos 55^\circ \cos 175^\circ + \cos 175^\circ \cos 295^\circ$$

$$+ \cos 295^\circ \cos 415^\circ$$

۱۵- بخط  $x - 2y = 0$  عمود باشد در این حال طول  $AK$  را حساب کنید.

۱۶- تابع درجه دوم پارامتری زیر مفروض است.

$$y = x^2 - 2(3m + 5)x + 3m + 25$$

۱۷- به ازاء چه مقادیر  $m$  منحنی فوق محور طولها را قطع می کند.

۱۸- اگر  $M'$  و  $M''$  محل تقاطع منحنی با محور طولها باشد ثابت کنید که ازاء تمام مقادیر  $m$  نقطه ای مانند  $A$  روی محور طولها وجود دارد بطوریکه:

$$AM' \times AM'' = \frac{K}{4}$$

۱۹- مقداری ثابت است که آنرا بدست خواهید آورد و مختصات  $A$  را تعیین خواهید نمود.

۲۰- مختصات نقطه  $S$  رأس این منحنی را پیدا کنید و مکان هندسی آنرا وقتی  $m$  تغییر می کند بدست آورید.

۲۱- به ازاء  $m = 0$  و  $m = -3$  دو منحنی تقاطع آنها را رسم کنید و زاویه بین دو منحنی را در نقطه تقاطع آنها بدست آورید.

۲۲- از توابع زیر مشتق بگیرید.

$$y = \frac{x \cos 2x - \sqrt{2x}}{x \cos 2x + \sqrt{2x}}$$

$$y = (x^2 - 1) \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

۲۳- نقاطی از صفحه محورهای عمود برهم را که در نامعادله زیر صدق می کنند تعیین نمائید.

$$(x^2 + y^2 - 4)^2 > 4x^2 y^2$$

## مثلثات

دیبرستان شماره ۱ گروه فرهنگی آرش

دیبر: بهنیما

$$119 \cos 3x + \frac{119}{169} = 0 \quad \text{به فرض آنکه}$$

و انتهای کمان  $x$  در ربع چهارم باشد پس از محاسبه خطوط مثلثاتی  $x$  حاصل:

$$\sin \left( \frac{\pi}{6} + x \right) \text{ و } \cos \left( \frac{\pi}{3} - x \right) \text{ و } \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$$

را بدست آورید.

۳- معادله مثلثاتی :

$$\sin x + \cos x = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$

را حل کرده و جوابهای بین ( $2\pi$  و  $0$ ) را پیدا کنید.

۴- اگر  $\sin A + \sin B = 2 \sin(A+B)$  باشد ثابت کنید.

$$\tg \frac{A}{2} \tg \frac{B}{2} = \frac{1}{3}$$

۵- ثابت کنید در هر مثلث روابط زیر برقرار است :

$$\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A = 1$$

$$\frac{\sin C \cos B}{\sin A \sin^2 B} = \cot^2 B + \cot A \cot B$$

$$1 + \frac{\sin C \cos B}{\sin A \cos^2 B} + \frac{\sin A \cos C}{\sin B \sin^2 C} + \frac{\sin B \cos A}{\sin C \sin^2 A} = (\cot A + \cot B + \cot C)^2$$

دیرستان پهلوی گلپایگان

دیر آقای آشتی - فرستنده : رضا ابراهیمی

۶- عبارت

را قابل محاسبه بوسیله لگاریتم نموده و سپس  $y =$  را حل کنید.

۷- اولاً ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر  $\alpha$  معادله

$$x^2 \sin^2 \alpha - 2x(\sin \alpha + \cos \alpha) - 2 = 0$$

دارای ریشه است.

ثانیاً معادله درجه دوی تشکیل دهید که ریشه های آن هر دو مساوی مربع، ریشه های معادله فوق باشد.

$$\arcsin 2x + \arcsin x = \frac{\pi}{3}$$

را حل کنید.

$$\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = \frac{1}{3}$$

را حل کنید.

۸- صحت تساوی زیر را تحقیق کنید.

$$\tg 9^\circ - \tg 27^\circ - \tg 63^\circ + \tg 81^\circ = 4$$

۹- اگر  $\sin \beta$  واسطه هندسی بین  $\sin \alpha$  و  $\sin \gamma$  باشد ثابت کنید :

$$\cos 2\beta = 2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} + \alpha \right)$$

دیرستان تقوی - دیر: کجوری

فرستنده : جمال آشفته - حسن خدا بهش

۱0- بفرض آنکه  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  مطلوب است محاسبه خطوط

$$\cot 3\alpha \text{ و } \tg 2\alpha \text{ و } \cos 2\alpha$$

۱۱- مطلوب است حل معادله زیر :

$$(1) \quad \sin x + \cos 2x = 0$$

$$(2) \quad \sin 3x - 2 \sin x = 0$$

۱۲- ثابت کنید رابطه زیر به  $x$  بستگی ندارد.

$$\frac{x + \tg^2 x - \cos 2x - \cos 2x \tg^2 x}{2(1 + \tg^2 x)}$$

۱۳- رابطه زیر را اثبات کنید.

$$\frac{\cos x - \cos 3x}{\cos x - \cos^3 x} = \frac{\lambda \tg x \tg^2 \frac{x}{2}}{(1 + \tg^2 x)(1 + \tg^2 \frac{x}{2})}$$

۱۴- درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید.

$$\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sin \frac{\pi}{14}} - 1 \right)$$

دیرستان حکمت فسا

دیر: علیمرادی - فرستنده : فتح الله فرقانی

۱۵- صحت اتحادهای زیر را ثابت کنید.

$$\frac{\sin a}{\cos a + \cos 3a} = \tg 2a - \tg a$$

$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} \times \frac{\cos x}{1 + \cos x} = \tg \frac{x}{2}$$

$$3- اگر \cos \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \text{ باشد مطلوب است تعیین}$$

خطوط مثلثاتی  $2x$ .

$$4- \sin 5x = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \text{ اگر } \cos x \text{ باشد مطلوب است}$$

۱۶- معادلات زیر را حل کنید :

$$2 \cos^2 \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{5} \right) + \sin \left( \frac{2\pi}{5} - x \right) = 0$$

$$\sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left( \frac{x}{2} + \frac{5\pi}{12} \right) = \frac{1}{4}$$

۱۷- صحت برابری های زیر را ثابت کنید :

$$\operatorname{Arctg}(2\sqrt{2} + \sqrt{7}) + \operatorname{Arctg}(2\sqrt{2} - \sqrt{7})$$

$$\cos \operatorname{Arctg} \sqrt{2} + \cot \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{5}$$

۵- اگر  $C$  و  $B$  و  $A$  زوایای مثلثی باشند درستی تساوی زیر را ثابت کنید :

$$\sin^2 A \cos(B-C) + \sin^2 B \cos(C-A) + \sin^2(A-B) = 3 \sin A \sin B \sin C$$

دیبرستان دکتر نصیری - دیبر، هدایتی

$$\frac{\cos x + \cos y}{\sin x + \sin y} = a \quad 6-$$

باشد ثابت کنید :

$$\operatorname{Arccos} \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = x + y$$

۳- صورت کلی جواب معادله :

$$2 \cos 2x + \sqrt{2} \cos 3x = 1 \quad \text{را بنویسید.}$$

۴- عبارت زیر را قابل محاسبه با لگاریتم نمایند.

$$\cos \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5}$$

۵- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید :

$$\operatorname{Arctg} \frac{1}{2} + 2 \operatorname{Arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \operatorname{Arctg} \frac{1}{3} + 2 \operatorname{Arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} = \operatorname{Arctg} \left( -\frac{22}{31} \right)$$

دیبرستان رهنما

دیبر: مولائی - فرستنده: مسعود درخشنان نو

۶- ثابت کنید :

$$\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11} = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\cos a + \cos b}{1 + \cos a \cos b} \quad 7-$$

باشد ثابت کنید رابطه زیر برقرار است :

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \pm \operatorname{tg} \frac{a}{2} \operatorname{tg} \frac{b}{2}$$

۸- ثابت کنید :

$$\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8} = \frac{3}{2}$$

۹- ثابت کنید از رابطه :

$$\sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b$$

می توان روابط :

$$a+b = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, a-b = k\pi$$

را نتیجه گرفت.

دیبرستان آگروه فرهنگی خوارزمی

دیبر: صداقت کیش - فرستنده: صمد حیاتی، فرهاد نصیری

۱- درستی رابطه زیر را تحقیق کنید :

$$\frac{1}{2} \operatorname{Arccos} \left( -\frac{\gamma}{25} \right) + 2 \operatorname{Arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{Arcsin} \frac{16}{65} = \frac{\pi}{2}$$

۲- اتحاد زیر را اثبات کنید :

$$\left( \frac{\sin \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2} - \cos \frac{a}{2}} \right)^2 + \operatorname{cotg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{a}{2} \right) = \frac{9 - 2 \cos 2a}{1 + \cos 2a}$$

۳- معادله زیر را حل و جوابهای واقع بین صفر و  $\pi$  را بدست آورید :

$$3 - 3 \cos x = \sin^2 x (3 - 2 \cos x)$$

۴- اگر  $C$  و  $B$  و  $A$  زوایای مثلث باشند ثابت کنید :

$$\frac{\sin 2A + \sin 2B - \sin 2C}{\cos 2A + \cos 2B - \cos 2C - 1} = - \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} B \operatorname{tg} C$$

۵- عبارت زیر را قابل محاسبه با لگاریتم بکنید :

$$\sin^2 x + \sqrt{3} \cos^2 x - \sin(x + \frac{\pi}{3})$$

دیبرستان داورپناه - دیبر: مسعود صابری

فرستنده: گریم مقیمه

۶- تساوی زیر را ثابت کنید .

$$\operatorname{Arctg} \frac{3}{5} + \operatorname{Arcsin} \frac{3}{5} = \operatorname{Arctg} \frac{27}{11}$$

۷- مطلوب است محاسبه خطوط مثلثاتی  $157/5^\circ$  درجه

۸- معادله زیر را حل کنید و جوابهای کلی را بدست آورید :

$$\sin x \cos x - \sqrt{2} (\sin x + \cos x) + 1 = 0$$

۹- اگر :

$$\cos z = \frac{c}{a+b} \quad \text{و} \quad \cos y = \frac{b}{a+c}$$

$$\cos x = \frac{a}{b+c}$$

باشد مطلوب است محاسبه عبارت زیر :

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{tg} \frac{y}{2} + \operatorname{tg} \frac{z}{2} = ?$$

لگاریتم کنید.

$$S = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x + \cos^5 x \\ + \cos^6 x + \cos^7 x$$

ثانیاً درستی رابطه زیر را اثبات کنید.

$$\cos \frac{\pi}{\gamma} + \cos \frac{2\pi}{\gamma} + \cos \frac{3\pi}{\gamma} + \cos \frac{4\pi}{\gamma} + \cos \frac{5\pi}{\gamma} + \cos \frac{6\pi}{\gamma} + \cos \frac{7\pi}{\gamma} \\ + \cos \frac{8\pi}{\gamma} = -1$$

۳- به فرض آنکه  $C$  و  $B$  و  $A$  زوایای یا، مثلث باشند درستی رابطه زیر را اثبات کنید.

$$2 - 2(\cos A + \cos B + \cos C) = 4 \cos A \cos B \cos C$$

۴- اولاً  $m$  را چنان تعیین کنید که  $x = 4$  یکی از ریشهای معادله زیر باشد.

$$(m-1)\cos \frac{3\pi x}{2} - (3-m)\cos \frac{3\pi x}{2} \\ + m - 2 = 0$$

ثانیاً بداعماز  $m =$  معادله حاصل را حل کنید و ریشهای  $x$  واقع مابین صفر و  $\pi$  را محاسبه کنید.

دیبرستان فردوسی - دیبر: بهنیا

۵- ثابت کنید:

$$\text{Arcsin} \frac{4}{5} + \text{Arccos} \frac{12}{13} + \text{Arctg} \frac{16}{63} = \frac{\pi}{2}$$

۶- معادله مثلثاتی زیر را حل کنید و جوابهای بین  $(\pi)$  و  $0$  را بدست آورید.

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$$

۷- به فرض آنکه  $A + B + C = 0$  باشد ثابت کنید.

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 - 2 \cos A \cos B \cos C$$

۸- صحت اتحاد زیر را ثابت کنید:

$$\sin 3\alpha \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos^3 \alpha = \cos^3 2\alpha$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

۹- به فرض آنکه

باشد ثابت کنید:

$$\sin 2x = \frac{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}{1 + \sin 2\alpha \sin 2\beta}$$

دیبرستان فردوسی رضائیه

دیبر: صولتی - فرستنده علی ٹنajo فربدون امینزاده

۱۰- صحت اتحادهای زیر را ثابت کنید.

$$\sin^4 x (3 - 2 \sin^2 x) + \cos^4 x (3 - 2 \cos^2 x) = 1$$

$$\frac{1 - \sin a}{\cos a} + \frac{\cos a}{1 + \sin a} = 2 \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{a}{2} \right)$$

۱۱- عبارت:

$$\sin^2(\alpha + \beta) + \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

را قابل محاسبه لگاریتمی کنید.

۱۲- اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  زوایای مثلث باشند درستی یکی از تساویهای زیر را با اختیار ثابت کنید.

$$\frac{1 - \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B}{\cos^2 C} + \frac{1 - \operatorname{tg} C \operatorname{tg} A}{\cos^2 B} + \frac{1 - \operatorname{tg} C \operatorname{tg} B}{\cos^2 A} \\ = - \frac{3}{\cos A \cos B \cos C}$$

$$\cos^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} - \cos^2 \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

دیبرستان سعدی

دیبر: تقوی - فرستنده: جواد واقفی

۱۳- رابطهای مستقل از  $\alpha$  بدست آورید.

$$x = \sin^3 \alpha + 1 \quad y = \sin \alpha + \cos \alpha$$

۱۴- اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$\cos^2 2a - \sin^2 a = \cos a \cos 3a$$

۱۵- معادله زیر را حل کرده جوابهای کلی را تعیین کنید.

$$\cos^3 x + 2 \cos x = 0$$

۱۶- صحت تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\text{Arccos}(-\frac{44}{125}) = 3 \operatorname{Arctg} \frac{3}{4}$$

۱۷- اگر  $A + B + C = \pi$  باشد ثابت کنید که:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2} + \operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2} + \operatorname{tg} \frac{C}{2} \operatorname{tg} \frac{A}{2} = 1$$

دیبرستان علمیه

دیبر: نجفیان، فرستنده: محمد رضا جمشیدی

۱۸- مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $A = 90^\circ$ ) به ارتفاع

و میانه  $AM$  مفروض است:

$$\text{اولا: ثابت کنید } MAH = |C - B|$$

ثانیاً طول  $AH$  و  $HM$  و سپس  $BH$  را بر حسب

سینوس و کسینوس زاویه  $(C - B)$  محاسبه کنید و رابطه زیر

را از آن نتیجه بگیرید.

$$\operatorname{tg} B = \frac{\cos(B - C)}{\sin A + \sin(C - B)}$$

ثالثاً اگر در مثلث  $ABC$  رابطه فوق مابین زوایا برقرار

باشد ثابت کنید مثلث قائم الزاویه است.

۱۹- اولاً مجموع زوایا را خلاصه و آنرا قابل محاسبه با

$$4) \cos(\arccos x - \arcsin x) = 2x\sqrt{1-x^2}$$

اگر  $x+y+a+b=\pi$

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\sin a}{\sin b}$$

باشد ثابت کنید:

$$\cot g x - \cot g y = \cot g a - \cot g b$$

۳- اولاً ثابت کنید عبارت:

$$y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin(x - \frac{\pi}{4})}$$

بستگی به  $x$  ندارد.

ثانیاً مقدار  $x$  را طوری تعیین کنید که  $\sin x - \cos x$  ماکزیمم یا مینیم شود.

۴- معادلات زیر را حل کرده و جوابهای کلی آنها را

بدست آورید،

$$\sin^3 x = \cos x - \sin x$$

$$\sin x + \cos x = \operatorname{Sec} x + \operatorname{cosec} x$$

$$1 - \cot g^3 x = \frac{\cos^4 x}{\sin^3 x}$$

۵- در معادله  $\operatorname{tg} x = a \cos x$  مقدار  $a$  را طوری بیابید

که یکی از ریشهای معادله  $x = \frac{17\pi}{6}$  شود سپس به ازاء:

$a = \frac{2}{3}$  معادله را حل کرده و جوابهای بین  $(-\pi, 0)$  آنرا تعیین کنید

دیبرستان محمد رضا شاه پهلوی - رشت

دیبر: منظری - فرستنده: محمد رضا فدائی

$$1) \text{اگر } \operatorname{tg}(\frac{3\pi}{4} + x) = \frac{1}{2} \text{ باشد مطلوب است محاسبه}$$

$$\operatorname{tg}(\frac{5\pi}{4} - x)$$

۶- مقدار عددی عبارت زیر را بیابید.

$$\cos^{\frac{\pi}{4}} x \times \cos^{\frac{2\pi}{3}} x \times \cos^{\frac{3\pi}{4}} x$$

۷- معادلات زیر را حل کرده و جوابهای عمومی آنها را بدست آورید.

$$\sin(x + \frac{3\pi}{10}) + \cos(x - \frac{\pi}{5}) + 1 = 0$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$$

۳- معادله زیر را حل کرده و جوابهای بین صفر و  $360^\circ$  مشخص کنید.

$$\sin 2x = 3 \sin^3 x - \cos^3 x$$

۴- مقدار عددی عبارت زیر را تعیین کنید.

$$\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$$

۵- عبارت زیر را قابل محاسبه با لگاریتم نمایید.

$$\operatorname{tg} 35 + \operatorname{tg} 20 + 2$$

۶- معادله زیر را حل کنید و جوابهای بین  $0$  و  $2\pi$  بدست آورید.

$$1 + \sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x - \cos 2x + \cos 3x$$

دیبرستان فیروز بهرام

دیبر: خسروی - فرستنده: داهی

$$\cos x = \frac{\cos a - b}{1 - b \cos a} \quad ۷- هر گاه:$$

باشد تحقیق کنید که:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+b}{1-b}} \operatorname{tg} \frac{a}{2}$$

۸- تحقیق کنید عبارت:

$$\sin^2 a + \sin x \sin(2a+x) - \sin a \sin(2a+x)$$

به ۹ بستگی ندارد.

۱۰- اتحاد زیر را ثابت و به ازاء  $15^\circ = x$  درستی را تحقیق کنید.

$$\frac{1 - 2 \cos x + \cos 2x}{1 + 2 \cos x + \cos 2x} = -\operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

۱۱- معادله زیر را حل و جوابهای بین صفر و  $2\pi$  را بدست آورید.

$$1) 1 + \sin^2 2x = 4 \sin^2 x$$

$$2) \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4}) + \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{4}) = 2 \cot g x$$

۱۲- تحقیق کنید در هر مثلث رابطه زیر برقرار است.

$$\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C$$

دیبرستان گلشن از شبستر

دیبر: باهمت - فرستنده: سعید فرشاد

۱۳- درستی اتحادهای زیر را ثابت کنید.

$$1) \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} = 2$$

$$2) \operatorname{tg} 4a - \operatorname{tg} 4a - \operatorname{tg} 3a = \operatorname{tg} 4a \operatorname{tg} 4a - \operatorname{tg} 3a$$

$$3) \sin^2 A + \sin^2 2A + \sin^2 3A + \sin^2 4A + 2 \cos A \cos 2A \cos 3A = 2$$

۶- اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  زوایای مثلثی باشند مطلوب است اثبات اتحاد زیر :

$$\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C$$

### مسائل هندسه

دیبرستان ادیب - دیبر : محمد نوری

فرستنده : شهاب امین التولیه ، میرزا زاده

۱- ثابت کنید مجموع فواصل هر نقطه که در داخل چهار وجهی منتظم قرار داشته باشد از چهار وجه مقداری ثابت است

۲- نیمدايره ای پرکن  $O$  و شعاع  $a$  مفروض است قطر  $AB$  و وتر  $BC$  به طول  $a$  و وتر  $AC$  از آنرا رسم می کنیم  $(BC=a)$  از نقطه  $A$  خط  $AX$  را بر صفحه نیمدايره عمود می کنیم و نقطه  $D$  را روی  $\overline{AX}$  به فاصله  $a\sqrt{3}$  از  $A$  انتخاب می کنیم  $(DA=a\sqrt{3})$  از  $D$  به  $B$  و به  $C$  وصل مینماییم اولا

الف - ثابت کنید وجود چهار وجهی  $DABC$  مثلثهای قائم الزاویه اند .

ب - سطح جانبی و حجم این چهار وجهی را بر حسب مطالوبه کنید .

د - مسطحه فوجهی که خط الرأس آن  $DC$  است مطالوبه کنید .

ثانیا :

از نقطه  $M$  روی  $AC$  و بین  $A$  و  $C$  صفحه ای به موازات خطوط  $AD$  و  $BC$  مرور میدهیم :

الف - مقطع این صفحه با چهار وجهی چه شکلی است (با اثبات)

ب - نقطه  $M$  بجهه فاصله از نقطه  $A$  باشد تا مقطع فوق منبع گردد  $(MA)$  را بر حسب  $a$  مطالوبه کنید

د - مکان هندسی محل تلاقی اقطار چهار ضلعی مقطع را وقتي  $M$  روی  $\overline{AC}$  حرکت می کند مشخص کنید (با اثبات) دیبرستانهای گروه فرهنگی خوارزمی

دیبر : از گمی ، رجبی ، محمد نوری - فرستنده : فرهاد نصیری  
۱- ثابت کنید صفحه ای که از یک یال یک چهار وجهی و وسط یال مقابل آن می گذرد حجم چهار وجهی را بد و قسمت متعادل تقسیم می کند .

۳- مستطیل  $ABCD$  که در آن  $\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2a$  می باشد مفروض است از نقطه  $D$  خط  $Dx$  را بر صفحه مستطیل عمود می کنیم و روی آن نقطه  $S$  را به فاصله  $a$  از  $D$  انتخاب

۴- اگر  $\cot(2x+y) = \cot(x-2y)$  باشد ثابت کنید رابطه زیر برقرار است .

$$\frac{\cos(x+3y)}{\cos(3x-y)} = 1/5$$

دیبرستان محمدعلی فروغی - فرستنده : جواد جمشیدی

۱- در صورتیکه  $\sin 2x/5 = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$  باشد  $\cot 2x/5$  را محاسبه کنید .

۳- معادله  $\frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 0$  حل کنید .

۴- درستی رابطه زیر را تحقیق کنید .

$$\operatorname{Arctg}(\sqrt{2}+1) - \operatorname{Arctg}(-\sqrt{2}-1) = \frac{\pi}{4}$$

$A$  و  $B$  و  $C$  را بطریقی تعیین کنید که همواره رابطه زیر برقرار باشد .

$$\frac{1}{\sin x \cos x (\sin x + \cos x)} = \frac{A}{\sin x} + \frac{B}{\cos x} + \frac{C}{\sin x + \cos x}$$

دیبرستان هدف شماره ۳

دیبر : قوامی - فرستنده : زری باف ، مهاجری

۱- اتحاد زیر را ثابت کنید :

$$\cos^2 x + \cos^2 y - 2 \cos x \cos y \cos(x+y) = \sin^2(x+y)$$

۲- معادله زیر را حل کنید و جوابهای کلی و جوابهای بین  $2\pi$  و صفر را بدست آورید :

$$\sin 2x + \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$$

۳- اگر داشته باشیم :

$$\sin x + \sin y = \sin x \sin y$$

مطلوب است مقدار عددی عبارت زیر :

$$A = (\cos \frac{x-y}{2} - \sin \frac{x+y}{2})^2$$

$$\operatorname{tg}(b-c) = \frac{3 \sin 2C}{5 - 3 \cos 2C} \quad ۴- اگر$$

باشد ثابت کنید  $\operatorname{tg} b = 4 \operatorname{tg} c$

۵- مطلوب است اثبات تساوی زیر :

$$\operatorname{Arctg} \frac{x \sin \alpha}{1 - x \cos \alpha} - \operatorname{Arctg} \frac{x - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

و به ازاء  $30^\circ = \frac{\pi}{6}$  صحت تساوی را تحقیق کنید .

می کنیم ( $DS = a$ ) و از S به نقاط A و B و C وصل می کنیم .

اولاً: الف - ثابت کنید، وجوه جانبی هرم ABCD مثلثهای قائم الزاویه اند.

ب - حجم و سطح جانبی هرم را بر حسب a محاسبه کنید .

ثانیاً - وسط SA را  $A'$  و وسط SD را  $D'$  مینامیم و بر خط  $A'D'$  صفحه‌ای بنام R مرور می‌دهیم بطوری که بالهای SB و SC را در نقاط  $B'$  و  $C'$  قطع نماید (  $B'$  و  $C'$  روی قطعه خط SB و SC واقعند) .

الف - نوع مقطع صفحه متغیر R را با هرم مشخص کنید.

۵. اگر اضلاع  $'A'B'C'D'$  از چهارضلعی  $A'B'C'D'$  یکدیگر را در نقطه M قطع کند مکان هندسی نقطه M را وقتی صفحه R حول  $A'D'$  دوران می‌کند مشخص کنید .

دبیرستان دکتر نصیری

دبیر: علی آبادی

۶- هرم ABCD که در آن قاعده  $ABCD$  مربع و بال SA بر صفحه قاعده عمود است مفرض می‌باشد بطریقی که  $AC = 6\text{cm}$  و  $SA = 9\text{cm}$  اولاً سطح جانبی هرم را حساب ثانیاً خط MN که موازی قطر DB مربع است ( روی AB و روی AD ) قطر دیگر مربع را در نقطه I قطع می‌کند بطوریکه نقطه I بین A و نقطه O مرکز مربع می‌باشد صفحه‌ای بر MN موازی SA مروری دهیم تامقطع MNPQR را در هرم ایجاد نماید مطلوبست محاسبه  $x = AI$  برای آنکه مساحت این مقطع مساوی مساحت مربع ABCD باشد. ثالثاً ثابت کنید نقطه‌ای مانند G می‌توان یافت که از پنج رأس هرم یک فاصله باشد طول SG را حساب کنید (شعاع کره محیطی هرم) .

۷- در چهاروجهی ABCD نقطه M بر روی بال ABCD حرکت می‌کند مکان هندسی محل تلاقی میانه‌های مثلث BMC را بدست آورید.

۸- ثابت کنید که حجم چهار وجهی مساویست با  $\frac{1}{4}$  حاصل ضرب دو بال مقابله ضرب در طول عمود مشترک آن دو بال .

۹- بر روی بالهای کنج سه قائم S طولهای  $SA = a$  و  $SB = b$  و  $SC = c$  را جدا می‌کنیم حجم و سطح چهار وجهی SABC و هم چنین فاصله S را از صفحه ABC محاسبه کنید .

دبیرستان سعدی

دبیر: جمالی - فرستنده: جواد واقفی

۱۰- دو خط متقاطع I و D مفروضند مطلوبست تعیین

مکان هندسی خطوط راستی که از نقطه O محل برخورد دو خط گذشته و با دو خط مزبور زوایای مساوی پیدید آورند.

۱۱- ثابت کنید که در هر چهاروجهی اولاسه قطعه خط که اوساط اضلاع مقابل را بهم وصل می‌کند از ایک نقطه مانند G که در وسط هر یک از آنها واقع است. می‌گذرند. ثانیاً چهار قطعه خط که هر یک از آنها یک رأس را بمحل تلاقی میانه‌ای و چهار مقابل وصل می‌کنند از نقطه G می‌گذرند و G در  $\frac{3}{4}$  هر یک از آنها ابتدا از رأس واقع است.

۱۲- صفحه P و خط I که در نقطه A صفحه مزبور را را قطع کرده مفروضند از نقطه B واقع در صفحه P صفحه‌ای عمود بر صفحه P رسم کنید که با I زاویه  $\alpha$  بسازد.

دبیرستان فیروزبهرام

دبیر: خسروی - فرستنده: داهی

۱۳- ثابت کنید که در هر مکعب ، اولاً هر قطر با یال‌ها زوایای مساوی می‌سازد .

ثانیاً تصویر هر یال روی قطر بر اثر می‌گذرد آن قطر است. ثالثاً هر گاه از مرکز مکعبی صفحه‌ای بر یکی از اقطارش عمود کنیم مقطع این صفحه در مکعب شش ضلعی منظم است.

۱۴- خط AB عمود مشترک دو خط x و y می‌باشد بر روی x می‌دانیم  $AD = AC$  و بر روی y می‌دانیم  $BF = BE$  می‌باشد .

اولاً ثابت کنید  $DF = CE$

ثانیاً ثابت کنید دو خط CE و DF با AB زوایای مساوی می‌سازد .

۱۵- در کنج سه قائمه بر ترتیب  $SA = a$  و  $SB = 2a$  و  $SC = 3a$  جدا کرده‌ایم .

اولاً حجم SABC را حساب کنید . فاصله S را از صفحه ABC بدست آورید.

دبیرستان کورش

دبیر: خوش‌آهنگ - فرستنده: آرمن یوسفی

۱۶- ثابت کنید در هر مکعب :

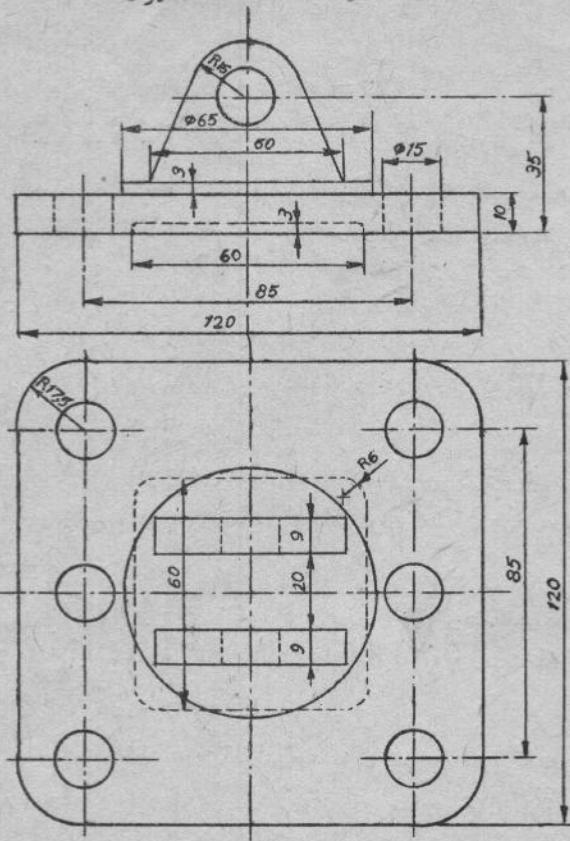
اولاً - زاویه هر یال با هر یک از دو قطر همواره یکی است. ثانیاً - اندازه تصویر هر یال روی هر قطر مساوی است با

$\frac{1}{3}$  اندازه آن قطر .

ثالثاً - مقطع مکعب فوق را با صفحه‌ای که در وسط یکی از اقطار بر آن عمود باشد پیدا کنید و ثابت کنید چند ضلعی مقطع یک شش ضلعی منظم است.

## رسم فنی

دیارستان البرز - فرستنده: محمد وزیری

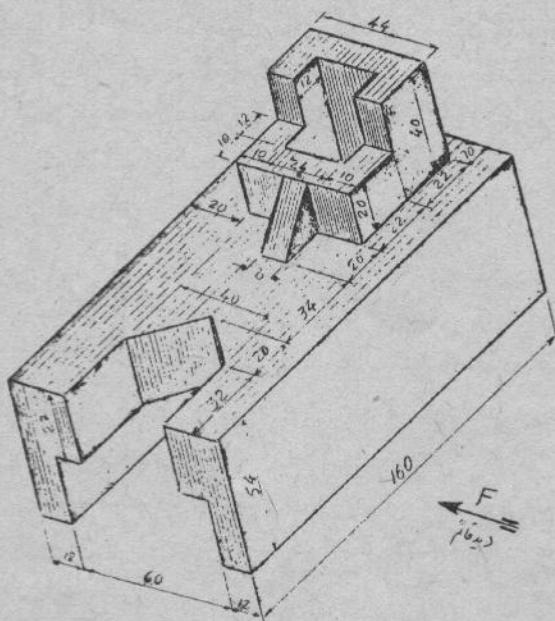


نام نقشه: سرمیله، جنس: فولاد - مقیاس: ۱:۱

- ۱- برش تصویر از حلو (بهای تصویری که رسم شده)
- ۲- تصویر از بالا (بطوری که رسم شده)
- ۳- برش تصویر از چپ

دیارستانهای گروه فرهنگی خوارزمی

دیار: مهندس محمود خوئی



مطلوب است رسم تصویر قائم از دید F و تصاویر افق و نیم‌رخ چپ در ناحیه اول فضا با اندازه گذاری، با مرکبی کرده و دقت کامل - واحد میلیمتر - مقیاس ۱:۱

۴- کنج سه قائم S<sub>xyz</sub> را در نقطه می‌گیریم و مقطع آنرا با صفحه P مثلث ABC می‌نامیم و تصویر نقطه S را روی صفحه مثلث ABC نقطه H می‌نامیم.

اولاً - ثابت کنید که نقطه H محل تلاقی سه ارتفاعات مثلث ABC است.

$$\text{ثانیاً} - \text{را بسطه } \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} \text{ را ثابت کنید.}$$

ثالثاً - ثابت کنید مساحت مثلثهای SAC و SAB و SBC واسطه هندسی مساحت تصویر هر یک از آنها روی مثلث ABC و مثلث ABC است.

رابعاً - ثابت کنید مجموع مربعات مساحت مثلثهای ABC و SAC و SBC مساویست با مربع مساحت مثلث ABC.

دیارستان محمد رضا شاه پهلوی، شاهروده

دیار: فروغی - فرستنده: محمد شریف اسماعیلی

۵- از نقطه O صفحه‌ای بگذرانید که با خط D موازی و خط E از آن بفاصله K باشد.

۶- مستطیلی به ابعاد ۴ و  $\sqrt{3}$  مفروض است صفحه‌ای از عرض مستطیل مرور دهدید بقسمی که تصویر مستطیل بر روی آن صفحه مربع باشد.

۷- دو خط متقاطع D و E مفروضند، از نقطه مفروض M خطی چنان رسم کنید که خط D را قطع کند و بر خط E عمود باشد (نقطه M در قاعده قرار دارد).

دیارستان شماره ۳ هدف

دیار: احسانی - فرستنده: جواد زری باف

۸- ذوزنقه متساوی الساقین ABCD که در آن ساقهای

CD = AD = ۲a و AB = AC = a و قطر AS بر ساق عمود است مفروض است از رأس A عمود AS را برابر a بر صفحه ABCD رسم می‌کنیم.

اولاً: ثابت کنید  $BC = a$ .

ثانیاً: ثابت کنید مثلث SCD در رأس C قائم است و صفحات SAC و SCD برهم عمودند.

ثالثاً: سطح جانبی و حجم هرم SABCD را حساب کنید.

۹- لوزی ABCD که در آن  $A = 60^\circ$  و یکی از اضلاع آن AB = a می‌باشد مفروض است. این لوزی را حول قطر کوچک دوران می‌دهیم. سطح و حجم جسم حاصل را حساب کنید.

۱۰- ثابت کنید اگر خطی از نقطه O محل تلاقی اقطار یک متوازی‌السطوح بگذرد و سطح آنرا در دو نقطه M و N قطع کند نقطه O وسط قطعه خط MN خواهد بود.

## مسئائل فیزیک

دیبرستان ادیب

دیبر : کیا و حقی - فرستنده میرزا زاده

۱ - بوسیله عدسی محدبی که فاصله کانونی آن ۱۵ سانتیمتر است تصویری حقیقی و بزرگتر از یک جسم روی پرده که فاصله آن تا جسم ۴۵ سانتیمتر است بسته می‌آید معین کنید :

اولا محل جسم و تصویر را .

ثانیا طول تصویر و بزرگنمایی را در صورتی که طول جسم ۵ سانتیمتر باشد .

ثالثاً اگر عدسی مقعری به همگرایی ۵ دیوبتری را به عدسی محدب بچسبانیم فاصله کانونی دستگاه را حساب کنید .

۲ - زاویه رأس مشوری ۹۰ درجه و ضرب شکست آن  $\sqrt{2}$  می‌باشد شعاعی تحت تابش ۶۰ درجه به آن می‌تابد وضع شاع خروجی را معلوم کنید .

۳ - تعداد ۳۵ مولد متشابه که نیروی محركه هر یک ۱/۸ ولت و بطور سری بسته شده‌اند در مداری قرار گرفته‌اند که در این مدار یک سیم R بطول ۴۰ متر و مقطع ۰/۱ میلیمتر مربع و مقاومت مخصوص ۱۵ میکروهم سانتیمتر و یک ولتا مترا آب اسیددار به نیروی ضد محركه ۱۴ ولت و مقاومت داخلی (۲) اهم بتوالی هم قرار دارند . در صورتی که در مدت ۸ دقیقه و ۳ ثانیه مقدار (۲۸) سانتیمتر مکعب هیدرولیک در ولتا مترا جمع شود حساب کنید مقاومت داخلی هر مولد را . اگر مولدهارا در ۳ ردیف بطور مساوی بسته و در همان مدار قرار دهیم گرمائی که در سیم R در همان مدت تولیدی شود بچه نسبت تغییر می‌کند و نسبت حجم هیدرولیک حاصل در ولتا مترا نیز در این دو حالت حساب کنید .

دیبرستان تقی - فرستنده : جسن خدا بخش

۴ - همگرایهای عدسیهای شیئی و چشمی میکروسکوپی بترتیب عبارتند از ۲۰۰ و ۵۰ دیوبتری جسمی بفاصله ۷/۵ میلیمتر از عدسی شیئی قرار دارد حساب کنید فاصله دو عدسی را برای آنکه تصویر نهائی در بینهایت واقع شود و در این حالت توان و درشت نمایی میکروسکوب را بست آورید .

ثانیاً - شخص نزدیک بینی نمره عینکش ۲ است و می خواهد بدون تطابق از این میکروسکوب استفاده کند فاصله دو عدسی چقدر باید باشد .

۵ - یک ظرف تجزیه و یک مقاومت الکتریکی بمقاومت

۲۰۰ اهم را بطور سری قرار می‌دهیم در ظرف تجزیه در مدت ۹۲۵ ثانیه ۳/۲ گرم مس در کاتد رسوب می‌کند معین کنید شد جریان را .

ثانیاً اگر سطح مقطع سیم ۰/۲ میلی‌متر مربع و مقاومت مخصوص آن ۱/۵  $\Omega$  باشد طول سیم را حساب کنید .

ثالثاً : گرمای حاصله در مقاومت فوق را در مدت داده شده حساب کنید .

رابعاً مقدار الکتریسیته ای را که از مدار گذشته پیدا کنید . خامساً اگر با این جریان نمک طعام را تجزیه کنیم چند cm کلر بوجود می‌آید .

دیبرستانهای گروه فرهنگی خوارزمی  
فرستنده : فرهاد نصیری

۱ - فاصله کانونی شیئی و چشمی یک دوربین گالیله ۱۵m و ۴۰cm است . با این دوربین عمارتی با ارتفاع ۱۵m را که در سه کیلومتری واقع است نگاه می‌کنیم . اولاً با این دوربین عمارت تحت چه زاویه‌ای دیده می‌شود و فاصله دو عدسی از یکدیگر چقدر است ( تصویر در بینهایت تشکیل می‌شود ) شکل رارسم کنید .

۲ - یک ولتا مترا آب اسیددار با یک لامپ به مقاومت ۴۰۰۰w بطور سری قرار گرفته‌اند در مدت ۱۶ دقیقه و ۵ ثانیه ۱۱۲ متر مکعب اکسیژن در آند متصاعد می‌شود .

اولاً شدت جریان در مدار چقدر است .

ثانیاً در مدت ۲ ساعت چند کیلو وات ساعت انرژی بوسیله لامپ مصرف شده است .

۳ - فاصله کانونی شیئی و چشمی میکروسکوپ بترتیب ۴mm و ۲cm است جسمی را در فاصله ۱mm از عدسی شیئی قرار می‌دهیم در صورتی که آخرین تصویر در ۲۰cm از چشم که روی کانون تصویر عدسی چشمی واقع است تشکیل گردد مطلوبست :

اولاً محاسبه طول لوله میکروسکوپ ( فاصله دو عدسی )

ثانیاً توان و در شتنمایی میکروسکوپ را . حداقل دید ناظر ۲۵ سانتیمتر است .

۴ - مداری تشکیل شده از یک مولد بنیروی محركه ۱۰۰ ولت و مقاومت داخلی ۴ اهم یک موتور بنیروی ضد محركه ۵ ولت و مقاومت ۱۸ اهمی و مقاومت داخلی ۳ اهم که بطور سری یکدیگر وصل شده‌اند . مطلوبست :

اولاً محاسبه شدت جریان مدار .

ثانیاً اختلاف سطح دوسر موتور و مولد و توان مکانیکی موتور .

ثالثاً بازده مولد چقدر است .

دیبرستان دکتر فصیری  
دیبر مسعودی

با مولد بسته شود شدت جریان نصف می‌گردد حساب کنید  
مقدار نیروی محرکه و مقاومت داخل پیل را .

۳- سیمی بطول ۲۰ متر و به قطر مقطع ۲ میلیمتر و  
مقاومت ۱۰ اهم است ضریب مقاومت این سیم چند میکرو اهم  
سانتیمتر است .

۴- میکروسکپی است که فاصله کانونی عدسی شیئی آن ۵  
میلیمتر و عدسی چشمی آن بتوان ۴۰ دیوپتری است این دو  
عدسی به فاصله  $27/8$  سانتیمتر از یکدیگر می‌باشند معلوم کنید  
فاصله جسم را تا عدسی شیئی برای آنکه تصویر مجازی نهائی  
در  $25/31$  سانتیمتری چشم واقع گردد و زاویه رویت جسم را  
بوسیله میکروسکپ پیدا کنید چشم در کانون عدسی چشمی است و  
طول شیئی  $1/10$  میلیمتر است .

دیبرستان کمال نارمک

دیبر: معلم - فرستنده: عباس نوائی

۱- فواصل کانونی عدسهای شیئی و چشمی یک دورین گالیله  
پتریب  $8/5$  سانتیمتر و  $4$  سانتیمتر و فاصله دو عدسی  $75/5$   
سانتیمتر است ناظری که چشمش به عدسی رویت چسبیده با این  
دورین ساختمانی را نگاه می‌کند .

اگر طول آخرین تصویر  $1/8$  سانتیمتر باشد درشت نمائی  
دوربین را حساب کنید .

۲- حد میزان ذره بینی به فاصله کانونی  $4$  سانتیمتر را  
برای چشم نزدیک بینی حساب کنید که حداقل و حداً کثیر داشت  
پتریب  $16$  و  $60$  سانتیمتر است و چشم ناظر بعدسی چسبیده  
فرض می‌شود .

۳- چراغی است که مقاومت آن در  $25$  درجه حرارت  
۴۴ اهم است .

اولاً مقاومت آنرا در صفر درجه حرارت بدست آورید .

ثانیاً مقاومت آنرا در حال التهاب ( $2500$  درجه) حساب

کنید . ضریب حرارتی مقاومت مخصوص رشته  $\frac{4}{1000}$  است

ثالثاً در حین التهاب در هر دقیقه چقدر حرارت در این  
لامپ تولید می‌شود در صورتی که شدت مصرفی لامپ  $5/10$  آمپر  
است .

رابعاً بهای برق مصرفی این لامپ را در مدت  $24$  ساعت از  
قراهر کیلو وات ساعت  $5$  ریال تعیین کنید .

دیبرستان محمد علی فروغی

دیبر: یمینی - فرستنده جواد جمشیدی

۹- یک شعاع نور تکرناک با زاویه  $45$  درجه یک منشور  
به ضریب شکست  $2/7$  می‌تابد و ازوجه دیگر با زاویه  $95$  درجه خارج

۹- فواصل کانونی شیئی و چشمی میکروسکپی بترتیب  
۴ میلیمتر و  $16$  سانتیمتر است . در صورتی که فاصله آخرین تصویر  
تاقش ناظر که روی کانون تصویر عدسی قرار گرفته  $22$  سانتیمتر  
و طول لوله میکروسکپ  $20$  سانتیمتر باشد تعیین کنید :  
اولاً فاصله جسم را از عدسی شیئی .

ثانیاً توان و درشت نمائی میکروسکپ را حساب کنید .

ثالثاً در صورتی که تصویر تحت زاویه  $\frac{1}{3000}$  رادیان

دیده شود طول جسم را بر حسب میکرون بدست آورید حداقل  
رؤیت ناظر  $22$  سانتیمتر است :

۳- بین دو نقطه اختلاف سطح ثابت  $100$  ولت برقرار  
است اگر بین این دو نقطه یک ظرف تجزیه سولفات سس با  
الکتردهای مسی و یک مقاومت  $R = 25\Omega$  بطور سری قرار  
گیرند در مدتی  $4/5$  گرم مس رسوپ می‌کند اگر مقاومت  
 $R = 55\Omega$  باشد  $2/20$  گرم مس در همان مدت رسوپ می‌نماید  
مطلوب است محاسبه مقاومت داخلی ظرف تجزیه و شدت  
جریان را در دو حالت فوق .

۳- مداری تشکیل شده است از یک مولد به نیروی  
محركه  $100$  ولت و مقاومت داخلی ناچیز - یک مقاومت  $48$   
اهمی و یک موتور  $M$  .

اولاً از حرکت موتور جلو گیری می‌شود در مدت  $6$  دقیقه  
و  $58$  ثانیه  $4800$  کالری حرارت در مقاومت تولید می‌شود  
مطلوب است :

اولاً محاسبه شدت جریان و مقاومت داخلی موتور .

ثانیاً اگر موتور کار کند شدت جریان نصف می‌شود نیروی  
ضد محرکه و توان هکایکی موتور را محاسبه کنید .

ثالثاً در حالت اخیر اختلاف سطح دوسر موتور و راندمان  
آنرا بدست آورید .

دیبرستان فیروز بهرام

دیبر: بهقاش - فرستنده . داعی

۹- مداری از مولدی به نیروی محرکه  $2/8$  ولت و  
 مقاومت داخلی  $5$  اهم و مقاومت خارج  $10$  اهم تشکیل یافته  
 است . مطلوب است :

اولاً نسبت توان حرارتی مقاومت خارج بتوان حرارتی  
مولد .

ثانیاً پیلی در مدار بطور متواالی با مولد فوق بسته  
می‌شود مقادیر شدت جریان تغییر نمی‌کند ولی اگر بطور مقابل

می شود زاوایه انحراف را در این حالت و زاویه رأس منشور را پیدا کنید.

۳- میکروسکوپی است که فاصله کانونی عدسی شبیه آن  $4\text{ mm}$  و فاصله کانونی عدسی چشمی آن  $5\text{ cm}$  است.

جسم کوچکی را در  $4/2\text{ mm}$  آن قرار می دهیم تصویر انتهائی در بینهایت تشکیل می شود طول لوله میکروسکوب و توان و درشتنمایی تجاری آنرا بدست آورید.

۴- می خواهیم روی یک سطح مستطیل شکل ورقای از نقره بضمانت  $150$  میکرون بنشانیم شدت جریان  $1/5$  آمپر است مدت عبور جریان را تعیین کنید.

دیبرستان نمونه اصفهان

فرستنده: محمدحسین موسوی

۱- يك عدسی محدب الطرفین که شاعع انجاء طرفین آن برابر  $R_1 = R_2 = 12\text{ cm}$  است از شیشه بضریب شکست

$$\frac{3}{2} \text{ m} = \text{ساخته شده است.}$$

اولاً- تحبد این عدسی چقدر است ،

ثانیاً- بجهه فاصله از این عدسی باید عدسی مقعری بفاصله کانونی  $4$  سانتیمتر قرار داد تا يك دسته شاعع موازی پس از عبور از سیستم به موازات امتداد اولیه خود خارج شود .

۳- در يك میکروسکوپ فاصله کانونی شبیه (ایثرکتیف) و چشمی (اکولر) بترتیب  $5/8$  و  $2/5$  سانتیمتر است تصویر حقیقی 'A'B' که توسط ایثرکتیف تشکیل می شود  $16$  سانتیمتر از آن فاصله دارد . هرگاه چشم در نزدیک چشمی نگهداشته شود و تصویر مجازی "A"B" را در فاصله  $25$  سانتیمتر رویت کند بزرگنمایی کلی میکروسکوپ را تعیین کنید .

دیبرستان هدف شماره ۳

دیبر: آبیتی - فرستنده: مهاجری - ذری باف

۹- ذره بین محدب الطرفین که شاععهای انجاء دو وجه آن  $4$  و  $6$  است مفروض است . ضربی شکست این ذره بین برای  $1/6$  می باشد فاصله کانونی و تقارب آنرا پیدا کنید .

ثانیاً- اگر جسم روشنی را در فاصله  $3/9$  سانتیمتر از این ذره بین قرار دهیم تصویر آن درجه فاصله از ذره بین تشکیل می شود و توان و درشت نمایی آنرا پیدا کنید در صورتی که چشم به ذره بین چسبیده وحداقل رؤیت ناظر  $25$  سانتیمتر است .

ثالثاً- اگر عدسی مقعری را باین ذره بین بچسبانیم و جسم روشنی را در فاصله  $25$  سانتیمتری از دستگاه دوعدسی قرار دهیم و تصویر آن در  $100$  سانتیمتر از دستگاه روی پرده تشکیل شود تقارب عدسی مقعر را پیدا کنید .

۳- فواصل کانونی عدسی شبیه و چشمی يك دوربین نجومی به ترتیب مساوی  $2$  متر و  $4$  سانتیمتر است طول لوله رابهای چشمی که بعدسی چسبیده و تصویر انتهایی را در  $25$  سانتیمتری از چشم تشکیل می دهد پیدا کنید و در این حالت درشت نمایی دوربین را محاسبه کنید .

۳- با مولدی به نیروی مجرکه  $110$  ولت و مقاومت داخلی  $4$  اهم مداری تشکیل می دهیم که شامل يك موتور بتوان مکانیکی  $120$  وات و مقاومت داخلی  $1$  اهم و يك مقاومت برابر  $15$  اهم می باشد . شدت جریان و نیروی ضد مجرکه موتور را پیدا کنید .

ثانیاً- توان الکتریکی مولده حساب نموده و ثابت کنید که مساوی مجموع توانهای مصرف شده در مدار می باشد .

## مسائل شیمی

دیبرستان ادیب

دیبر: بیداری - فرستنده: میرزا زاده

۱-  $50$  سانتیمتر مکعب محلول  $\frac{1}{3}$  ملکول گرم در لیتر

بی کرمات پتاسیم با  $200$  سانتیمتر مکعب محلول سولفات فرو در محیط اسید سولفوریک ترکیب شده است فرمول عمل را نوشته غلظت محلول سولفات فرو را تعیین کنید .

۲-  $4/4$  گرم سولفور مصنوعی آهن (SFe) را با اسید سولفوریک رقیق ترکیب می کنیم :

۱- حجم گاز حاصل چقدر است ؟

۲- محلول حاصل را تا  $200$  سانتیمتر مکعب دقیق نموده و بر  $100$  سانتیمتر مکعب آن محلول پر منگنات پطا سیم دسی نرمال می دیزیم حجم محلول پر منگنات پطا سیم بیر نگ شده چقدر است ؟

۳-  $100$  سانتیمتر مکعب دیگر از محلول رقیق شده را تبخیر نموده  $6/95$  گرم نمک متبلور حاصل می گردد تداد ملکولهای آب تبلور همراه يك ملکول گرم از جسم مزبور را تعیین کنید

۴- گاز حاصل را بر محلول نیترات مس نیم ملکول گرم در لیتر وارد می کنیم وزن رسوب حاصل و حجم محلول نیترات مس مصرف شده چقدر است .

دیبرستان پهلوی بهبهان

دیبر: اشرف العقلائی - فرستنده: ناصر دادپور

۵- آبیاری است شامل مس و نقره ، مقداری از آن را در اسید نیتریک حل می کنیم و حجم را به  $100cc$  می رسانیم  $10cc$  از این محلول بانمک طعام  $0/287$  گرم رسوب می دهد .

۱۰۰ دیگر با SH<sub>۲</sub> ۳۴۴/۰ گرم رسوب می‌دهد وزن آلیاز را پیدا کنید این مقدار آلیاز اگر با اسید سولفوریک غلیظ و گرم تر کیب گردد گاز حاصل از عمل چه حجم از بی کرمات پتاسیم ۵/۰ نرمال را احیاء می‌نماید.

۳- مقداری پیریت ناخالص بوزن ۵/۰ گرم را کاملاً بر شته می‌کنیم اکسید حاصل بوسیله ۹۰۰۰ جوهر گوگرد به فاکتور ۲ حل می‌شود درجه خلوص پیریت را پیدا کنید اگر محلول حاصل را بخواهیم با گاز تولید شده احیاء کنیم چه مقدار از گاز مصرف می‌شود.

گروه فرهنگی خوارزمی طراحان، آسائی - آیت الله - کمالی - دکترا بزدی - عارضی فرستنده: فرخ صادقی، فرهاد نصیری

۱- ۱/۱۶ گرم چدن را در اسید سولفوریک رقیق حل می‌کنیم و حجم محلول حاصل را با آب مقطر به ۲۰۰۰۰ می‌رسانیم و بر ۱۰۸۰۰ آن پرمنگنات پطاسیم دسی نرمال می‌افزاییم ۱۰۵۰۰ پرمنگنات مصرف می‌شود تعیین کنید درجه خلوص چدن را و فرمول فعل و افعال را.

۲- آلیازی ازمس و نقره را در اسید سولفوریک گرم و غلیظ حل می‌کنیم ۳/۳۶ لیتر گاز حاصل می‌شود بمحلول حاصل آب مقطر اضافه می‌کنیم تا حجم آن به يك لیتر برسد بر ۱۰۵۰۰ آن کلرور سدیم اثر می‌دهیم رسوبی بوزن ۲/۸۷ گرم حاصل می‌شود وزن هریک از دو فلز را در آلیاز حساب کنید.

دبيرستان دکتر نصیری

۱- آلیازی از آهن و مس بوزن ۴/۳۲ گرم را در اسید سولفوریک گرم و غلیظ حل می‌کنیم محلول حاصل می‌شود بمحلول حاصل آب مقطر اضافه می‌کنیم تا حجم آن به يك لیتر برسد با ۲۰۰ سانتیمتر مکعب پرمنگنات پتاس دسی نرمال ترکیب می‌شود حساب کنید.

۱- وزن دوفلز اولیه را.

۲- حجم گازهای تولید شده در شرایط ۲۷/۳ درجه حرارت و فشار ۵۶۰ میلیمتر جیوه.

۳- اگر گازهای حاصله را در بی کرمات پتاس به غلظت ۴۹ گرم در لیتر که دارای اسید سولفوریک است وارد نمائیم چند سانتیمتر مکعب بیکرومات پتاس مصرف می‌شود:

۴- محلولی از سود کربنات سود به وزن ۱۳/۳ گرم با ۳۰۰ سانتیمتر مکعب اسید کلریدریک ترکیب می‌شود ۱۱۲۰۹ سانتیمتر مکعب گاز تولید می‌شود حساب کنید وزن دوجسم اولیه و غلظت و فاکتور اسید کلریدریک را.

دبيرستان فردوسی رضائیه

۵- بیبر، فرزام - فرستنده: فردون امین زاده ۱- ۵ گرم مخلوط اکسید فرو و فریک را توسط هیدرژن

کاملاً احیا نموده اند و ۱/۵۲ گرم آب در این عمل حاصل گردیده است معین کنید مقدار درصد هریک از دو اکسید و حجم هیدرژن مصرفه را در حرارت ۲۷/۳ و فشار ۶۴ سانتیمتر جیوه

۳- برای تعیین درجه خلوص نمونه بی از پیریت آهن ۲ گرم از آن را تشویه نموده و گاز حاصل را در مجاورت جوهر گوگرد بر ۳۰۰۰ محلول نرمال بی کرمات پتاسیم وارد می‌کنیم برای اکسید اسیون کامل این گاز ۵۵ نیز محلول پرمنگنات پتاسیم به فاکتور ۴/۰ نرمال بیرنگ می‌گردد ز این آزمایشها درجه خلوص پیریت را حساب کنید.

۴- PH محلولی از اسید سولفوریک ۳ است معین کنید ۴۰۰ سانتیمتر مکعب از این محلول با آهن خالص چه در سولفات متبول آهن می‌دهد؟

دبيرستان فیروز بهرام

دیبر: زرگری، فرستنده: داهی

۱- ۱۰۰۰ پرمنگنات پتاسیم که غلظت آن ۷/۹ گرم است با ۵۵۰۰ از محلول پرمنگنات پتاسیم که دارای ۱/۵۸ گرم پرمنگنات است مخلوط می‌کنیم معین کنید فاکتور محلول جدید را.

ثانياً- چه مقدار پیریت آهن (S<sub>۲</sub>Fe) ۷۵٪ را باید در هوا بر شته کنیم تا گاز حاصل بوسیله ۲۰۰۰۰ از این پرمنگنات کاملاً اکسید گردد.

۳- محلولی دارای سولفات فرو و سولفات فریک است به ۱۰۰۰۰ این محلول در محیط اسیدی آب اکسیژن چهار حجمی اضافه می‌کنند ۲۸٪ آب اکسیژن مصرف می‌گردد.

اگر به ۱۰۰۰۰ دیگر سولفور آمونیم اضافه نمایند رسوبی بدت می‌آید که ۰/۳۲ گرم آن در سولفور کربن حل می‌شود معین کنید اولاً غلظت ملکولی هریک از دونمک را.

ثانياً- ۱۰۰۰۰ دیگر را بوسیله SO<sub>۴</sub> کاملاً احیا می‌کنند محلول داخل ظرف را در محیط اسیدی با پرمنگنات پتاسیم ۱/۶ نرمال اکسید می‌نمایند. حجم پرمنگنات پتاسیم مصرف شده را حساب کنید.

دبيرستان محمد علی فروغی

دیبر: رفعتی - فرستنده: جواد جمشیدی

۱- يك گرم چدن را در اسید سولفوریک رقیق حل می‌کنیم و محلول حاصل را نصف کرده بریک قسمت قطره قطره پرمنگنات پتاسیم  $\frac{N}{10}$  می‌افزاییم ۸۵٪ که افزودیم دیگر رنگ آن زایل نمی‌شود درجه خلوص چدن را حساب کنید.

۲- ۱/۶۱۵ گرم از فلزی را در ۳۰۰۰ اسید سولفوریک نرمال حل می‌کنیم محلول حاصله برای ختنی شدن کامل به

می کنیم رسوبی حاصل می شود که وزن آن  $6/82$  گرم است  
این رسوبها را چندین مرتبه در سولفور دوکربن شست و شو  
می دهیم  $6/18$  گرم از رسوبها باقی می ماند بر  $100\text{cc}$  دیگر  
از محلول فوق آمونیاک زیاد اضافه می کنیم وزن رسوبهای حاصل  
 $6/08$  گرم می شود.

اولاً - وزن مخلوط اولیه را حساب کنید.

ثانیاً - نسبت مولکولی هریک از سه جسم را در مخلوط  
محاسبه کنید.

دیبرستنیان شماره ۳ هدف

دیبر : شفاهی - فرستنده : زری باف ، مهاجری

۱ - مخلوطی از کربنات سدیم و کربنات پتاسیم بی آب  
بوزن ۷ گرم موجود است براین مخلوط اسید سولفوریک رقیق  
می افزاییم تا عمل کامل شود حجم گاز حاصل  $1/344$  لیتر است  
وزن هریک از دوجسم را در مخلوط حساب کنید.

(۳ نمره)

۳ - ۱۰ سانتیمتر مکعب از یک محلول سود را تا  $cc50$   
رقیق می کنیم  $cc10$  رقیق شده با  $cc25$  از یک محلول اسید  
سولفوریک خشی می شود اگر بر  $cc10$  اسید سولفوریک مزبور  
باندازه کافی کلرور باریم بریزیم و رسوب را خشک نماییم وزن  
رسوب حاصل  $0/466$  گرم است غلطت و فاکتور سود اولیه  
را حساب کنید.

(۲/۵ نمره)

۴ - مخلوطی از برآدهای فلزات آهن و نقره بوزن  $2/5$   
گرم موجود است . براین مخلوط اسید سولفوریک رقیق  
می افزاییم قسمتی از آن حل می شود بر محلول بدست آمده آب  
می افزاییم تا حجم به  $cc100$  برسد بر  $cc50$  محلول باندازه  
کافی سود افروده و رسوب را تکلیس می کنیم تمامی رسوب به  
اسید فریک تبدیل می شود که وزن آن  $0/4$  گرم است . فلزات  
حل نشده قسمت اول را در اسید نیتریک حل می کنیم و حجم  
محلول حاصل را به یک لیتر می رسانیم بر  $cc100$  از این  
محلول باندازه کافی محلول نمک طعام می افزاییم وزن رسوب  
حاصل  $0/1435$  گرم می شود وزن هریک از سه فلز را در  $100$   
گرم مخلوط اولیه حساب کنید .

مسائل امتحانات گلاسهای ششم  
در شماره بعد درج خواهد شد.

$100\text{cc}$  سود نرمال محتاج است والانس گرم فلز را حساب کنید.

دیبرستان وحید

فرستنده : صادق آقا محمدی

۱ - دوم محلول بی کرمات و پر منگنات پتاسیم موجود است  
دو آزمایش زیر را با آنها انجام می دهیم :

الف - بر روی  $100\text{cm}^3$  از محلول اسید اگزالیک بغلظت  
۶۳ گرم اسید متبلور در لیتر  $25\text{cm}^3$  از بی کرمات فوق  
می افزاییم بقیه اسید  $75\text{cm}^3$  از پر منگنات فوق را بی رنگ  
می کند .

در آزمایش دوم ،  $20\text{cm}^3$  از اسید اگزالیک فوق در  
محیط اسیدی  $30\text{cm}^3$  از همان پر منگنات را بی رنگ می کند .  
فاکتور و غلظت بی کرمات و پر منگنات پتاسیم را حساب کنید .  
در صورتی که هر مولکول اسید اگزالیک متبلور ۲ مولکول آب  
متبلور دارد .

۲ - محلولی از سولفات فرو و سولفات مس موجود است  
در داخل  $10\text{cm}^3$  این محلول یک قطعه آهن قرار می دهیم تا  
عمل تکمیل شود . پس از انجام عمل  $0/04$  گرم بروزن قطعه آهن  
افروده می شود محلول بدست آمده را با پر منگنات می سنجیم (در  
محیط اسیدی)  $N/100\text{cm}^3$  از پر منگنات پتاسیم  $10$  بی رنگ  
می شود . غلظت و فاکتور نمکهای موجود در محلول اولیه  
را حساب کنید .

دیبرستان خدایت سمندج

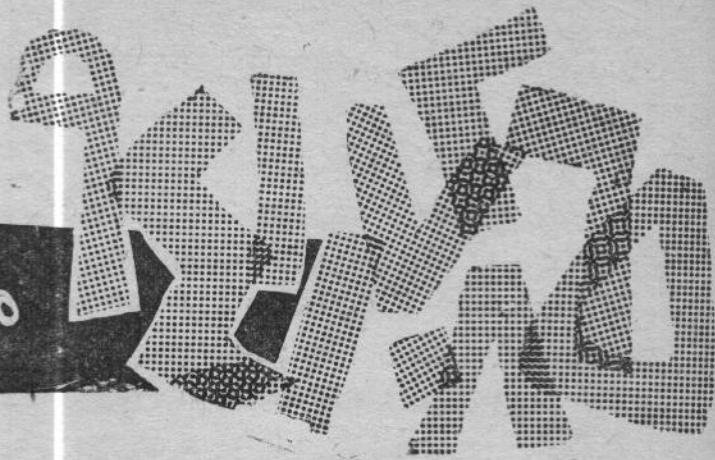
فرستنده : خسرو فاروقی

۱ - محلولیست شامل سولفات کرومیک و سولفات فریک  
بر  $50\text{cc}$  از این محلول سود سوزآور زیاد اضافه می کنیم  
رسوبی حاصل می شود که  $4/28$  گرم وزن دارد . محلولی که  
از صافی عبور می کند در مقابل یک ماده اکسید کننده می جوشانیم  
کرومات بدست آمده می تواند  $100\text{cc}$  محلول سولفات فروی  
اسید سولفوریک دار بفاکتور  $6/0$  را اکسیده کند غلظت مولکولی  
هریک از دونمک فوق را حساب کنید .

۲ - محلوتی است شامل پیریت آهن - سولفور آهن  
صنوعی و سولفور نیکل آنرا کاملا بر شته نموده اکسیدهای حاصله  
را در اسید سولفوریک کاملا حل می کنیم حجم محلول را بیک  
لیتر می رسانیم بر  $100\text{cc}$  از محلول فوق سولفور سدیم اضافه



# مسئلہ پرائی حل



حاده برابر با قدر مطلق ریشه مضاعف مزبور باشد. طول ارتفاع وارد بروت این مثلث را بر حسب  $a$  محاسبه کرده و از روی آن اندازه هر یک از زاویه های حاده مثلث را پیدا کنید.

- ۳۶۹۳ - جمله  $p$  ام یک تصاعد هندسی برابر با  $q$  و جمله  $q$  ام همین تصاعد برابر با  $p$  است. جمله  $p+q$  ام این تصاعد را بر حسب  $p$  و  $q$  حساب کنید.

(سید جلال آشفته)

- ۳۶۹۴ - مثلث  $ABC$  که در آن زاویه  $A$  قائمه و طول اضلاع  $AC = 2R$  و  $AB = 2R'$  می باشد مفروض است. دایره  $O$  را به قطر  $AB$  و دایره  $O'$  را به قطر  $AC$  رسم کرده و دو میان نقطه تلاقی آنها را  $D$  می نامیم. از  $A$  قاطعی چنان رسم می کنیم که در خارج مثلث  $ABC$  واقع باشد و دایره  $O$  را در  $M$  و دایره  $O'$  را در  $N$  قطع کند و خطوط  $OM$  و  $O'N$  را رسم می کنیم که یکدیگر را در  $P$  تلاقی می کنند. (۱) مکان هندسی نقطه  $P$  را وقی که قاطع حول  $A$  دوران کند تعیین کنید.

(۲) قاطع چه وضعی داشته باشد تا مساحت چهار ضلعی  $BCNM$  حداقل مقدار خود را داشته باشد و در این حال مساحت این چهارضلعی را بر حسب  $R$  و  $R'$  حساب کنید. (مجله تربیت ریاضی)

## کلاس پنجم طبیعی

- ۳۶۹۵ - مختصات سه رأس مثلثی عبارتست از (۳ و ۵ و ۶)

$$\text{و } \left( \frac{3}{2} \text{ و } 6 \text{ و } 3 \right) C$$

(۱) این مثلث را رسم کرده معادلات اضلاع آنرا بدست آورید.

## کلاس چهارم طبیعی

- ۳۶۹۶ - در صورتی که مقادیر  $m+1$  و  $m-1$  به ترتیب سه جمله متوالی از یک تصاعد هندسی باشند ثابت کنید که معادله :

$$mx^4 - 2(m+1)x^2 + m - 1 = 0$$

ریشه مضاعف دارد. مقدار این ریشه مضاعف را تعیین کنید. (عاطفی)

- ۳۶۹۷ - مثلث  $ABC$  قائم در زاویه  $A$  و به اضلاع  $BC = ۳۶$  و  $AC = ۴۸$  مفروض است. عمود منصف  $AB$  را رسم می کنیم که ضلع  $AC$  را در  $D$  و امتداد ضلع  $AB$  را در  $E$  قطع می کند.

(۱) ثابت کنید مثلث های  $EAD$  و  $ABC$  مشابهند.

(۲) ثابت کنید دایره محیطی مثلث  $AEC$  بر نقطه  $M$  وسط  $BC$  می گردد و طول شعاع این دایره را حساب کنید.

(۳) نسبت های مثلثاتی زاویه  $\alpha = ACE$  را پیدا کنید.

## کلاس چهارم ریاضی

- ۳۶۹۸ - (۱) معادله درجه دومی تشکیل دهید که ضرایب آن تصاعد حسابی تشکیل دهند و به فرض اینکه این معادله دارای ریشه مضاعف باشد مقدار این ریشه مضاعف را تعیین کنید.

(۲) مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که در آن طول وتر برابر با مقدار معلوم  $a$  بوده و تانزانات یکی از زاویه های

و  $Cz$  و  $By$  و  $Ax$  را در یک طرف صفحه مثلث رسم نموده نقاط  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  را به ترتیب روی آنها چنان انتخاب می کنیم داشته باشیم :

$$\alpha \cdot AA' + \beta \cdot BB' + \gamma \cdot CC' = 1$$

( $\alpha$ ) و  $\beta$  و  $\gamma$  اعداد مثبت ثابت و ۱ طول معلوم است

- ۱) ثابت کنید وقتی که  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  چنان تغییر کنند که ۱ ثابت باقی بماند صفحه  $A'B'C'$  از نقطه ثابتی می گذرد.
- ۲) وقتی که [تغییر کند مکان نقطه مزبور را تعیین کنید خط  $L$  را در خارج صفحه مثلث  $ABC$  درنظر گرفته
- ۳) بر آن صفحه  $P$  را چنان مرور دهید که اگر عمودهای  $AA'$  و  $BB'$  و  $CC'$  را بر آن رسم کنیم داشته باشیم :

$$\alpha \cdot AA' + \beta \cdot BB' + \gamma \cdot CC' = 1$$

(ابراهیم صادقی دیربدیرستانهای شیراز)

## کلاس ششم طبیعی

-۳۷۰۰ - اولاً سهمی (p) به معادله زیر را رسم کنید .

$$y^2 - 2y + 4x + 9 = 0$$

ثانیاً معادله دایره‌ای را تعیین کنید که مرکز بر سهمی (p) واقع بوده بر خط هادی سهمی و بر محور  $xx'$  مماس باشد دو جواب بدست خواهد آورد ، دایره‌های نظیر را در شکل سهمی رسم کنید .

-۳۷۰۱ - منحنی تابع  $y = \operatorname{tg} x$  را در فاصله  $(\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$

رسم کنید و سطح محصور بین منحنی و محور طولها و عرضهای نقاط به طول صفر و  $\frac{\pi}{2}$  را حساب کنید .

## کلاس ششم ریاضی

-۳۷۰۳ - در صفحه محورهای مختصات متعامد ، یک نقطه

$M$  و خط به معادله  $x - 2y = 0$  را درنظر می گیریم . عمود  $MH$  را بر  $x'$  رسم می کنیم که  $L$  در  $P$  قطع می کند  $MP = \sqrt{2} MO$  اگر  $O$  مبدأ مختصات باشد به فرض اینکه باشد .

۱) معادله مکان  $M$  را یابد .

۲) منحنی (C) مکان نقطه  $M$  را رسم کنید .

۳) نزدیکترین نقطه منحنی (C) را تا خط  $L$  پیدا کنید

۲) تابعی نسبت به  $x$  از درجه دوم چنان تعیین کنید که منحنی (C) نمایش هندسی آن از  $B$  گذشته و در نقطه  $A$  بر ضلع  $AC$  مماس باشد و محقق کنید که این منحنی بر  $BC$  نیز مماس است .

۳) منحنی (C) را در شکل مثلث  $ABC$  رسم کنید .

-۳۶۹۶ - معادله مثلثاتی زیر را حل کرده و جوابهای کلی آنرا تعیین کنید .

$$\cos(2x + \frac{\pi}{3}) + \sin(x + \frac{5\pi}{3}) = 2$$

## کلاس پنجم ریاضی

-۳۶۹۷ - ۱) تابعی درجه دوم چنان تعیین کنید که منحنی

(C) نمایش هندسی آن از مبدأ مختصات گذشته و بر خط  $L$  به معادله  $y = 2x + 4$  در نقطه تلاقی آن با محور طولها مماس باشد .

۲) تابعی هموگرافیک چنان مشخص کنید که نقطه (۱۶-۲) مرکز تقارن منحنی (C') نمایش هندسی آن بوده و خط  $L$  مماس مشترک منحنیهای (C) و (C') باشد .

۳) منحنیهای (C) و (C') و خط را در یک دستگاه مختصات رسم کنید .

۴) ثابت کنید خطوطی که از I به موازات نیمسازهای محورهای تقارن منحنی (C') می باشند .

۵) بر خط  $x - y = 0$  نقطه ای مانند P چنان تعیین کنید که اگر از آن دو مماس  $PT$  و  $T'P$  را بر منحنی (C') رسم کنیم زاویه بین دو مماس برابر با  $\frac{3}{4}\operatorname{Arctg}$  باشد .

-۳۶۹۸ - اولاً هر یک از عبارتهای زیر را ساده کنید .

$$S_1 = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3}) + \operatorname{tg}(x + \frac{2\pi}{3})$$

$$S_2 = \operatorname{tg} x \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3}) \operatorname{tg}(x + \frac{2\pi}{3})$$

$$S_3 = \operatorname{tg} x \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3}) + \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3}) \operatorname{tg}(x + \frac{2\pi}{3})$$

$$+ \operatorname{tg} x (x + \frac{2\pi}{3}) \operatorname{tg} x$$

ثانیاً - جوابهای کلی معادله زیر را بدست آورید :

$$S_1 + S_2 = S_3 + 1$$

-۳۶۹۹ - از رأسهای مثلث ABC سه نیم خط متوازی

متساوی و برابر با نصف طول  $AB$  می باشد. ملخص این ذوزنقه را رسم کنید.

۲) ذوزنقه متساوی الساقین  $ABMN$  در صفحه قائم  $V$  واقع است. بنابر آنکه رقوم رأس  $M$  برابر با  $6$  و رقوم رأس  $N$  برابر با  $5$  باشد ملخص این ذوزنقه را رسم کنید.

۳) ملخص هرم  $SABCD$  را رسم کنید بنابر آنکه مقطع آن با صفحه  $V$  ذوزنقه  $ABMN$  باشد.

(ع. ۰.۴)

## مسائل متغروقه

۳۷۰۶- مطلوبست محاسبه طولهای اضلاع مثلث قائم الزاویه‌ای که محیط آن برابر با مقدار معلوم  $2p$  و مساحت آن برابر با مقدار معلوم  $q$  باشد.

(سید ابراهیم مدنی، دبیرستان نمازی شیراز)

۳۷۰۷- به فرض آنکه داشته باشیم.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad f(\alpha) = \beta \quad f(\beta) = \alpha$$

ثابت کنید که  $\alpha$  و  $\beta$  در معادله زیر صدق می کنند:

$$a^2z^2 + a(b+1)(z+ac+b+1) = 0$$

(بهزاد سوفر ششم ریاضی دبیرستان هدایت سنتندج)

۳۷۰۸- اگر  $a$  و  $b$  ریشه های معادله:

$$x^2 + px + 1 = 0$$

$$x^2 + qx + 1 = 0 \quad \text{و } d \text{ ریشه های معادله}$$

باشد صحت رابطه زیر را ثابت کنید:

$$(a-c)(b-c)(b+d)(a+d) = q^2 - p^2$$

(ترجمه بهزاد سوفر)

۳۷۰۹- اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  ریشه های معادله:

$$x^2 + px^2 + qx + r = 0$$

باشد مطلوبست محاسبه حاصل عبارت زیر: بر حسب  $p$  و  $q$  و  $r$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

(ترجمه: پرویز خواجه خلیلی ششم ریاضی دبیرستان رازی آبادان)

۳۷۱۰- هر گاه  $x_1, x_2, \dots, x_n$  و ... و  $x_n$  جملات متولی

یک تصادع هندسی باشد مجموع زیر را بر حسب  $x_1 = a$  و

$$q = x_2 : x_1 \quad \text{حساب کنید}$$

$$S = x_2 x_3 \cdots x_n + x_1 x_2 \cdots x_n + \cdots + x_1 x_2 \cdots x_{n-1}$$

(سید جلال آشفته)

۴) ثابت کنید که نیمساز ربع دوم محورها، محور تقارن منحنی  $(C)$  است.

۵) معادلات مماسهای مرسوم از نقطه  $(1, 15)$  را بر منحنی  $(C)$  بدست آورید.

۶) از نقطه اختیاری  $P$  واقع بر خط قائم  $l$  بر منحنی  $(C)$  رسم می کنیم به فرض اینکه این قائم در نقطه  $(y, x)$  منحنی  $(C)$  را قطع کند رابطه بین  $x$  و  $y$  را بدست آورید و با استفاده از نمودار  $l$  معلوم کنید که از هر نقطه خط  $l$  فقط یک خط قائم بر منحنی  $(C)$  می توان رسم کرد.

(ع. ۰.۴)

۳۷۰۳- دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کرده

جوابهای کلی کمانهای  $x$  و  $y$  را تعیین کنید،

$$\begin{cases} \tan^2 x = \sin^2 x + \cos^2 y \\ \tan^2 y = \sin^2 y + \cos^2 x \end{cases}$$

(عبدالرحیم عبدالرحیمی ششم ریاضی دبیرستان صفوي اردبیل)

۳۷۰۴- عددی چهار رقمی به شکل  $\overline{abcd}$  با ارقام

$$\begin{aligned} ab + ac + ad + bc + bd + cd &= a^2 + b^2 \\ &\quad + c^2 + d^2 \end{aligned}$$

از جوابهای حاصل، دستهای را انتخاب کنید که در رابطه زیر صدق کند.

$$\overline{ab} + \overline{cd} = a^2 + c^2 + d^2$$

(ترجمه از مجله ریاضی فرانسه، قوام‌نحوی از اهواز)

۳۷۰۵- مثلث  $ABC$  و خط  $l$  مارب رأس  $B$  و واقع

در داخل زاویه  $B$  از مثلث مفروض است. مربع چنان رسم کنید که سه رأسش بر سه ضلع مثلث و رأس دیگرش بر  $l$  واقع باشد.

(سید جلال آشفته)

۳۷۰۶- مقیاس شب صفحه  $P$  را به موازات لبه چپ کاغذ رسم کنید بطوری که شب صفحه برابر با یک واحد واقعیه رقوم آن بر محور کاغذ منطبق بوده ترقی رقوم نقاط آن از بالا به پائین باشد.

۱) ملخص مربع  $ABCD$  واقع در صفحه  $P$  را چنان رسم کنید که مرکز آن  $O$  به فاصله  $l$  از مقیاس شب مرسوم تصویر شود و رقوم رأس  $A$  برابر با  $1$  و رقوم رأس  $B$  برابر با  $3$  بوده تصویر  $B$  سمت راست تصویر  $A$  واقع باشد.

۲) در صفحه قائم  $V$  که بر  $a, b, c$  می گذرد ذوزنقه  $ABMN$  واقع است که در آن طولهای  $AN$  و  $BM$  و

۳۷۱۳- به فرض آنکه بین  $b$  و  $c$  اندازه های دو ضلع و  $R$  شعاع دایره محیطی مثلثی روابط :

$$b - c = R \quad \text{و} \quad bc = R^2$$

برقرار باشد با استفاده از ترسیمات هندسی اندازه زوایای مثلث را حساب کنید.

(ترجمه: حسن پور رضائی، پنجم ریاضی دبیرستان رضا شاه کبیر تبریز)

۳۷۱۴- مطلوبست حل معادله مثلثاتی زیر :

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sqrt{8} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 3 \sin 7x$$

(فرهاد مجیدی آهی، دبیرستان باستان)

۳۷۱۵- معادله زیر را حل کنید.

$$\log \cos x + \log \cos 2x + \dots + \log \cos 2^n x \\ = (n+1) \operatorname{colog} 2$$

(ناهمت، دبیرستانهای شبستر)

۳۷۱۶- اولاً ثابت کنید که بیضی (E) و هذلولی (H)

به معادلات زیر :

$$(E) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (H) : 2xy = ab \quad (a > b)$$

در نقطه  $\left(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}}\right)$  بر یکدیگر مماس هستند.

ثانیاً خطی از مرکز بیضی گذشته بر مماس مشترک دو منحنی در P، عمود بوده هذلولی را در Q قطع می کند. چنانچه مماس نقطه Q بر هذلولی بر یکی از کانونهای بیضی بگذرد ثابت کنید:

$$a^2 = 3b^2$$

(از مسائل امتحانات نهایی انگلستان)

## بی آنکه عصبانی شوید این مسئله را حل کنید

ساعتسازی، کمی از ظهر گذشته، مغازه اش را برای صرف ناهار ترک کرد. به هنگام ترک مغازه، وضع عقر بهای ساعتی را که تازه میزان کرده بود دقیقاً در نظر گرفت. پس از صرف ناهار و مراجعت به مغازه، ملاحظه کرد که عقر بهای ساعت شمار آن ساعت امتداد قبلی خود را حفظ کرده اند فقط جای آنها با یکدیگر عوض شده است. احظاً دقیق مراجعت ساعتساز را به مغازه معلوم کنید.

## پاسخ مسئله تحت همین عنوان مدرج در یکان شماره ۲۲

اگر  $x$  طول ترن و  $y$  سرعت آن باشد چون  $t_1$  ثانیه طول می کشد تا ترن A از یک نقطه معین (از جلو ناظر) بگذرد

$$(1) \quad x = yt_1$$

و چون همین ترن A در مدت زمان  $t_2$  ثانیه از پل به طول a می گذرد پس :

$$(2) \quad x + a = yt_2$$

از حل دستگاه دو معادله (1) و (2) نتیجه خواهد شد :

$$x = \frac{at_1}{t_2 - t_1} \quad \text{و} \quad y = \frac{a}{t_2 - t_1}$$

## مسائل فیزیک (زیر نظر: هوشنگ شریف زاده)

### I- حل مسئله نمونه

$$E_c = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 / 2 \times 10^6 \times 8 J = 7 / 2 \times 10^6 \text{ kgm}$$

طریقه ب - برای اینکه قمر مصنوعی بتواند حرکتی دورانی داشته باشد باید نیروی گریز از مرکز ( $\frac{v^2}{r} m$ ) با نیروی جانب مرکز ( $K \frac{mM}{r}$ ) مساوی شود . پس

$$m \frac{v^2}{r} = K \frac{mM}{r}$$

$$v^2 = \frac{KM}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{KM}{r}}$$

از نیروی جاذبه سایر کرات صرف نظر شده است . درصورتی که این نیروهارا درنظر بگیریم حرکت نمی تواند دورانی باشد چون  $K$  و  $M$  مقادیر ثابتی هستند سرعت خطی قمر فقط باعکس جذر فاصله اش از مرکز زمین بستگی دارد . برای تعیین مقدار وزن  $KM$  جسمی به جرم  $m$  را در روی زمین در نظر می گیریم :

$$P = mg_0 = \frac{KMm}{R^2} \Rightarrow KM = R^2 g_0$$

$$v = \sqrt{\frac{R^2 g_0}{r}} = R \sqrt{\frac{g_0}{r}}$$

هوشتاب جاذبه در سطح زمین است که مقدار آن  $9.84 \text{ m/s}^2$  تجاوز نمی کند و  $R$  شاعع زمین است که آن را تقریباً  $6.36 \times 10^3 \text{ km}$

فرض می کنیم (شعاع استوائي زمین  $6.379 \times 10^3 \text{ km}$  و شاعع قطبی آن  $6.352 \times 10^3 \text{ km}$ ) . با این فرض مقداری که برای سرعت خطی قمر بدست می آید کمی از مقدار واقعی بیشتر است . معندا در محاسبات نیز همیشه تقریب اضافی بکار می بردیم :

$$v = 6.36 \times 10^3 \sqrt{\frac{9.84}{7.2 \times 10^6}} = 7.1436 \times 10^3 \text{ m/s}$$

### مسئله سرعت قمر مصنوعی

امتحان فیزیک و هاینک دانشکده علوم مشهد - ۱۳۴۴  
در حل این مسئله که در یکان سال ارائه شد اشتباهی رخ داده است که ضمن بیان از خواندگان محترم، حل آن مجدد به دو طریق تقدیم می شود

- ۳۷۱۵ - قمر مصنوعی در فاصله ۷۲۰۰ کیلو متری از مرکز زمین و در حالت بی وزنی با حرکت دورانی متشابه به دور کره زمین می چرخد (از غلظت هوا و مقاومت آن صرف نظر شده است) . درصورتی که این قمر مصنوعی یک دور کامل را در ۱۰۰ دقیقه طی نماید مطلوب است :

۱- مقدار سرعت زاویه ای حرکت بر حسب رادیان بر ثانیه :

۲- مقدار  $g$  در این ارتفاع بر حسب متر بر ثانیه :

۳- سرعت خطی قمر بر حسب متر بر ثانیه :

۴- انرژی جنبشی آن بر حسب کیلو گرم متر درصورتی که جرم آن ۲ کیلو گرم باشد .  $15 = \frac{v^2}{r}$

حل : طریقه الف - ۱- سرعت زاویه ای :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3 / 14}{100 \times 60} = 104 / 6 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

۲- مقدار  $g$  در این ارتفاع :

$$g_r = r\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \times r$$

$$g_r = \frac{4 \times 10 \times 2 / 2 \times 10^6}{(6000)^2} = 8 \text{ m/s}^2$$

۳- سرعت خطی قمر :

$$v = r\omega = 7 / 2 \times 10^6 \times 104 / 6 \times 10^{-5} = 7 / 53 \times 10^3 \text{ m/s}$$

۴- انرژی جنبشی قمر :

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mr^2 \omega^2 = \frac{1}{2} mrg_r$$

$$T = \frac{4\pi^2}{Km} r^2$$

چون  $\frac{4\pi^2}{Km}$  مقداری است ثابت می‌توان گفت: مجدد زمان یک دورگردش قمر با مکعب شعاع دوران متناسب است (قانون کپلر). وقتی که شعاع دوران ۷۲۰۰ کیلومتر باشد زمان یک دورگردش قمر به دور زمین بیش از صد دقیقه است. در حقیقت علت اصلی اختلاف جوابها در اضافه بودن فرضیات مسأله است. «بهماره‌های قبلی یکان مقالات (چگونه مسأله را حل می‌کنند) مراجعه کنید».

ضمناً این اشتباهات را در یکان سال اصلاح کنید: صفحه ۶۶

ستون اول:

$$\cos\varphi = +\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2\varphi}} = +0,6 \quad \tan\varphi = -\frac{4}{3}$$

صفحة ۷۶ سطر ۴:  $d_0 = \frac{1}{4} d_0 = 130$ . صفحه ۸۵ سطر

آخر ستون اول:  $I = \frac{E}{r+R}$ . در صفحه ۵۶ شکل لوله ۱۲ سانتیمتر طول ستون هواست در لوله بلندتر.

در حقیقت سرعت خطی قمر از  $10^3 m/s = 7,2436 \times 10^3$  کمتر است. شتاب جاذبه در این فاصله از مرکز زمین:

$$v^2 = rg \Rightarrow g = \frac{v^2}{r} = 7,68 m/s^2$$

سرعت زاویه‌ای:

$$v = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} = 104,4 \times 10^{-5} rd/s$$

انرژی جنبشی قمر:

$$E_c = \frac{1}{2} m r g_r = \frac{1}{2} \times 2 \times 7,2 \times 10^3 \times \frac{7,68}{7,97} = 7,2 \times 10^6 kgm$$

علت اختلاف جوابها چیست؟ به راه حل اخیر

توجه کنید. رابطه‌ای به صورت زیر بدست آمد:

$$v = \sqrt{\frac{KM}{r}}$$

زمان یک دورگردش قمر به دور زمین:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \sqrt{\frac{2r}{KM}} r^{\frac{3}{2}}$$

## II- مسائل برای حل

۱۱۱۵۰ mm است. قطر سیم مس بکاررفته، بدون عایق ۱/۱ میلیمتر و با عایق ۱/۵ mm است. پس از سیم پیچی قطر خارجی ۱۴۰ mm می‌شود. مقاومت الکتریکی مارپیچ را در صفر درجه سانتیگراد و ۵۰ درجه سانتیگراد پیدا کنید. مقاومت مخصوص سیم در صفر درجه  $R = 1,6 \mu\Omega cm$  و ضریب حرارتی آن  $\alpha = 0,0043$  است.

(م.ع. س)

### برای کلاس‌های ششم

۳۷۱۸- آینه‌های فرنل بین هم زاویه یک درجه درست کرده‌اند. فصل مشترک آنها تا منبع یک متر است. اگر طول موج نور ۶۰۰۰ آنکسترم باشد فاصله نوارها را که به فاصله یک متر از فصل مشترک آینه‌ها روی صفحه حاصل می‌شود بدست آورید.

(م.ع. س)

### برای فارغ‌التحصیلان دبیرستان

۳۷۱۹- میله یکنواختی است که یک انتهای آن، نقطه

### برای کلاس‌های چهارم

۳۷۱۶- از روی دو قرقره A و B نخی را عبور می‌دهیم. وزنه‌های  $P_1$  و  $P_2$  و  $P_3$  را مطابق شکل به نخ می‌بندیم. داریم:

$$AB = 2m : P_2 = 250 \text{ gf} : P_1 = 450 \text{ gf} : P_3 = 500 \text{ gf}$$

مکان تعادل دستگاه را

پیدا کنید. طول AM

را بدست آورید

(قرقره‌های A و B)

در یک سطح قرار

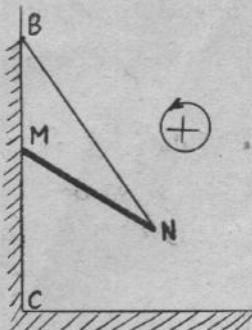
گرفته‌اند. بین نخ و

قرقره‌ها اصطکاکی نیست).

(ترجمه: ه.ش از حل المسائل مکانیک تألیف (menot)

### برای کلاس‌های پنجم

۳۷۱۲- قطر داخلی مارپیچی ۶۰ mm و بلندی آن



میله از نقطه  $N$  توسط نخی،  
که از جرم آن صرف نظر می‌کنیم،  
به نقطه  $B$  بسته شده است.  
۱- تعیین کنید نیروهای مؤثر  
بر میله را.

۲- معادلات عمومی تعادل را  
برای میله  $MN$  به ازای مقادیر  
عددی داده شده پذویسید.

۳- کشش نخ و همچنین عکس  
العمل دیوار را در نقطه  $M$  حساب کنید.

۴- نیروهای مؤثر و دستگاه را تشریح کنید.

مقیاس :  $10\text{cm}$  ،  $1\text{m}$  ،  $1\text{k}\text{gf}$  معرف

چگونه می‌توانید از این رسم، برای تحقیق نتایج بدست  
آمده، استفاده کنید.

۵- شکل را، برای هنگام تعادل، به طریق هندسی رسم  
کنید.

(ترجمه ه. ش)

A، بر زمین تکبیه کرده است. انتهای دیگر میله، نقطه B،  
توسط نخی گرفته شده  
است. ضریب اصطکاک  
زمین و میله برابر f  
است زاویه بین میله  
و امتداد افقی  $45^\circ$   
است. مطلوب است  
تعیین مقدار زاویه  $\varphi$

که بین امتداد افقی و امتداد طناب، هنگامی که میله می‌خواهد  
روی زمین بلند، تشکیل می‌شود.

(ترجمه جمشید عمیقیان دانشجوی دانشکده علوم اصفهان)

۳۷۳۰- بالنى به وزن  $P$  با شتاب  $g$  پایین می‌آيد. از  
داخل آن چه مقدار اثاث به خارج بریزیم تا بالن باهمن شتاب  
بطرف بالا برگرد؟

(ترجمه ه. ش)

۳۷۳۱- میله‌های  $MN$  به وزن  $P = 1\text{k}\text{gf}$  بدون  
اصطکاک، روی دیوار BC می‌لغزد. طول میله  $l = 1\text{m}$   
است. فرض می‌کنیم:

$$BN = a = 1/5\text{m} \quad \text{و} \quad (\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BN}) = \varphi \quad BM = x$$

## مسائل شیمی (زیرنظر: عطاء الله بزرگ نیا)

-----

### I- حل مسئله فموفه

ترجمه: محمد رسولزاده دیپر شیمی دیپرستانهای تبریز

بخار مایع پائین می‌آید نزول فشار مناسب است با فشار  
اسمزی محلول. فرض می‌کنیم که مایعی دارای فشار  $P$  و محلول  
معینی از این مایع دارای فشار بخار  $P - dp$  باشد. در این رابطه نزول فشار بخار محلول است.

نسبت  $\frac{dp}{P}$  که به نزول نسبی فشار بخار اصطلاح شده

است. برای محلولی با غلظت معین در تمام درجات حرارت  
یکی است در سال ۱۸۸۷ رائول به کمک آزمایش نشان داد که  
نزول فشار بخار برای محلول نیم ملکول از اجسام مختلف  
شیمیائی در جرم معینی از یک حلال همیشه یکی است این نتیجه

۳۷۳۲- فشار بخار آب خالص در دمای ۲۵ درجه  
سانتیگراد مساوی  $23/76$  میلیمتر جیوه است و فشار بخار  
محلولی که دارای  $5/4$  گرم از یک جسم غیرفرار در  $95$  گرم  
آب است برابر  $23/32$  میلیمتر جیوه است. جرم مولکولی  
این جسم را حساب کنید.

توضیحات درباره حل مسئله از: بزرگ نیا

### نزول فشار بخار (قانون رائول)

هرگاه یک جسم غیر فرار در مایعی حل شود، فشار

را می‌توان بدین شکل خلاصه کرد:

$$\frac{dp}{P} = K \frac{c}{M}$$

با  $N$  بسیار کوچک است و رابطه فوق به این صورت درمی‌آید:

$$\frac{dp}{P} = \frac{n}{N}$$

حل مسئله:

$$\frac{23/76 - 23/32}{23/76} = 0/44$$

$5/4$

$$\frac{0/44}{23/76} = \frac{\frac{M}{90}}{\frac{5/4}{18} + \frac{M}{M}} = \frac{5/4}{M} : \frac{5M + 5/4}{M}$$

$$\frac{5/4}{M} \times \frac{M}{5M + 5/4} = \frac{5/4}{5M + 5/4}$$

$$\frac{0/44}{23/76} = \frac{5/4}{5M + 5/4}$$

$$2/2M - 2/328 = 5/4 \times 23/76$$

$$2/2M = 5/4(23/76 - 0/44)$$

$$M = \frac{5/4 \times 23/32}{2/2} = 57/24$$

در این رابطه  $M$  جرم ملکولی جسم حل شده،  $c$  جرم جسم حل شده در مقدار معینی از حلال و  $K$  ضریب ثابتی است. رابطه فوق را می‌توان به شکل دیگری نیز نمایش داد:

$$M = Kc \times \frac{P}{dp}$$

رائول نسبت نزول فشار بخار را در حلalهای مختلف مقایسه کرد و رابطه مهم زیر را نتیجه گرفت. که به نام قانون رائول معروف است نسبت نزول فشار بخار یک محلول برابر است با نسبت تعداد ملکولهای جسم حل شده به تعداد کل ملکولهای موجود در محلول و یا:

$$\frac{dp}{P} = \frac{n}{N+n}$$

که در آن  $n$  و  $N$  به ترتیب معرف تعداد ملکولهای جسم حل شده و حلال می‌باشند وقتی حلال خیلی رقیق باشد  $n$  در مقایسه

## II- مسائل برای حل

۱- مسئله

اکسیژن مصری برای احتراق جسم فوق در شرایط متعارفی ۵۰۴ سانتیمتر مکعب می‌گردد. از طرفی  $1\text{ g}^{\frac{1}{3}}$  کربن ملکولی جسم را به  $\text{CO}_2$  تبدیل کنیم  $2500^{\circ}\text{C}$  آب آهک  $N_{18}$  دراخشی می‌کند مطلوب است:

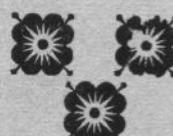
الف- فرمول بسته این جسم:

ب-  $\text{CO}_2$  حاصل از سوختن همان مقدار از ماده آلی فوق را وارد  $2500^{\circ}\text{C}$  آب باریت  $8/5$  نرمایی کنیم. تقلیل فاکتور محلول را حساب کنید.

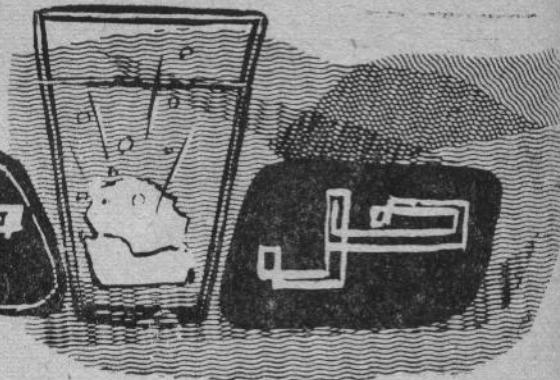
(محمد رسولزاده)

۳۷۲۴- x گرم از مخلوط مس، اکسید مس و مقداری شن را تحت تأثیر جوهر گوگرد گرم و غلیظ ترار می‌دهیم. ضمن اینکه  $0/28$  گرم از آن حل نمی‌شود گازی منتصاعد می‌گردد که در فشار ثابت و حرارت  $22/2$  درجه سانتیگراد  $0/2464$  لیتر حجم دارد. محلول را صاف کرده وزیر صافی را به ملایمت تبخیر می‌کنیم، جسم آبی و نگ متببوری به وزن  $2/75$  گرم بدست می‌آید. ترکیب درصد مخلوط را پیدا کنید درصورتی که سولفات مس با  $5$  ملکول آب متببور می‌شود. (حسین جواهری دیبرد بیرستانهای کازرون)

۳۷۲۵- از احتراق  $3/0$  گرم از یک جسم آلی مرکب از C و H و O وزن گاز کربنیک حاصل  $0/66$  گرم و حجم



# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



## حل مسائل یکان شماره ۲۳

اگر حل مسئله‌ای را فرستاده‌اید اما نام شما ذیل حل آن در این شماره درج نشده است، به یکی از علیل زیر می‌باشد، راه حل ننتخابی شما درست نبوده یا ناقص بوده است، روی ورقه‌ای که حل مسئله را نوشته‌اید نام و کلاس خود را پادداشت نکرده‌اید، مسئله مربوط به کلاس پائین‌تر از کلاس خود را حل کرده‌اید، نامه شما دیگر تر از مهلت مقرر به دست ما رسیده است.

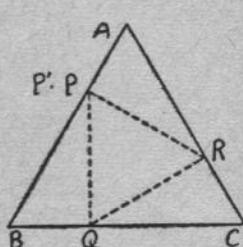
از حل این دستگاه نتیجه خواهد شد.

$$y = 10 \quad x = 16$$

**پاسخهای درست رسیده** : غلامرضا سراج زاده  
دیبرستان قطب درزوفول - جعفر ناظمی دیبرستان قناد بابل -  
محمد مقدسی دیبرستان پهلوی ساری - حسین علوی دیبرستان  
پهلوی ساری - جمشید پرویزی دیبرستان البرز - عباس کشاورز  
دیبرستان کورش دامغان - حسن جعفری دیبرستان قناد بابل -  
ارسان علی نژاد دیبرستان رازی شاهی - پروین غیاث الدین  
دیبرستان ۶ بهمن سمنان

**۳۶۲۳** - مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع a مفروض است. بر ضلع AB نقطه P را در نظر گرفته و فرض

می‌کنیم  $AP = x$  ، عمود PQ بر BC و عمود QR بر AC و  
عمود RP بر AB رسم می‌کنیم.  
مقدار x را برحسب a معلوم کنید  
برای آنکه P بر P' منطبق باشد ..



**حل** - در مثلث قائم الزاویه BPQ زاویه P برابر با  $35^\circ$  درجه است پس :

$$BQ = \frac{1}{2} BP = \frac{a-x}{2}$$

$$CR = \frac{1}{2} CQ = \frac{1}{2} [a - \frac{a-x}{2}] = \frac{a+x}{4}$$

$$AP' = \frac{1}{2} AR = \frac{1}{2} [a - \frac{a+x}{4}] = \frac{3a-x}{8}$$

## کلاس چهارم طبیعی

**۳۶۴۳** - دوچرخه سواری جاده AB را می‌پیماید.  
این جاده از سه قسمت افقی، سربالائی و سراشیبی تشکیل شده است، سرعت دوچرخه سوار در قسمت افقی جاده ۱۲ کیلومتر در ساعت و در ساعت، در قسمت سربالائی برابر با ۸ کیلومتر در ساعت است. در قسمت سراشیبی برابر با ۱۵ کیلومتر، در ساعت است. در صورتی که طول قسمت افقی جاده برابر با ۲۸ کیلومتر باشد و دوچرخه سوار مسیر از A تا B را در مدت ۵ ساعت و مسیر از A تا B را در مدت ۴ ساعت و ۳۹ دقیقه پیماید طول قسمتهای سربالائی و سراشیبی جاده را تعیین کنید.  
**حل** - طول قسمت سربالائی را x کیلومتر و از قسمت سراشیبی را y کیلومتر فرض می‌کنیم.



معادلات زیر را خواهیم داشت :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{28}{12} + \frac{x}{8} + \frac{y}{15} = 5 \\ \frac{y}{8} + \frac{x}{15} + \frac{28}{12} = 4 \frac{39}{60} = \frac{279}{60} \end{array} \right.$$

### پاسخهای درست رسیده : محمود نمازی دبیرستان

هدف ۱ - جلال اشجعی دبیرستان دین و دانش قم - محمدعلی عامری دبیرستان هدف ۱ - محمد قلی قلیان دبیرستان ۱۵ بهمن روسر - محمد مقدسی - حسین علوی - عباس کشاورز - حسن جعفری -

**۳۶۲۵** - به فرض آنکه  $a$ ,  $b$  و  $c$  سه عدد متواالی باشند

$$1) \text{ معادله } ax^2 + 2bx + c = 0 \text{ را حل کنید.}$$

$$2) \text{ به فرض اینکه معادله } ax^2 + bx + c = 0 \text{ ریشه}$$

ضاعف داشته باشد مقدار عددی  $ac$  را تعیین کنید.

حل ۱) معادله را چنین نوشت و عمل می کنیم .

$$ax^2 + 2(a+1)x + a + 2 = 0$$

$$\Delta' = (a+1)^2 - a(a+2) = 1$$

$$x' = -1, x'' = \frac{-a-2}{a}$$

$$ax^2 + (a+1)x + a + 2 = 0$$

$$\Delta = (a+1)^2 - 4a(a+2) = -3a^2 - 6a + 1 = 0$$

$$\Delta = -3a(a+2) + 1 = 0 \Rightarrow a(a+2) =$$

$$= ac = \frac{1}{3}$$

تبصره - در حالت احیر برای  $a$  و در نتیجه برای  $b$  و  $c$

مقادیر صحیح بدست نمی آید بلکه سه عدد خواهد بود که تصاعد حسابی با قدر نسبت ۱ تشکیل می دهند .

پاسخهای درست رسیده : پریچهر جمشیدی - فرهاد جوانمردیان دبیرستان البرز - مهرداد معمدگر جی دبیرستان البرز - مصطفی قوام دبیرستان صفائی سمنان - محمد تقی طیب دبیرستان هدف ۱ - م. زوار زاده دبیرستان هدف ۱ - جلال اشجعی - عباس کشاورز - دیانت دبیرستان فردوسی تبریز - حسن جعفری - عباس کشاورز - حسین علوی - محمد مقدسی - ارسلان علی نژاد - محمد علی عامری - محمود نمازی - جعفر ناظمی - رضا شریعت پناهی -

**۳۶۲۶** - مطلوب است تعیین عددی سه رقمی که ارقامش از

چپ به راست تصاعد هندسی تشکیل داده و مجموع ارقامش عددی اول باشد .

حل - ارقام عدد را از چپ بدراست به ترتیب  $a$ ,  $aq$  و  $aq^2$

فرض می کنیم . داریم :

$$S = a(1 + q + q^2)$$

چون  $S$  عدد اول است وجز بر ۱ ویرخودش بخش بذیر

نیست بنابراین  $a = 1$  بوده و رقمهای عدد به ترتیب ۱ و  $q$

و  $q^2$  می شوند اما باید  $q^2 < 9$  باشد که نتیجه می شود :

$$1 < q^2 < 9 \Rightarrow q = 2 \text{ و } 3$$

و عدد مطلوب یا ۱۲۴ و یا ۱۳۹ می شود .

$$AP' = AP \Rightarrow x = \frac{3a - x}{\lambda} \Rightarrow x = \frac{a}{3}$$

پاسخهای درست رسیده : پریچهر جمشیدی دبیرستان انشیروان دادگر - اعظم صمد نوری - رضا شریعت پناهی دبیرستان قناد بابل - ارسلان علی نژاد - حسن جعفری - عباس کشاورز - جمشید پرویزی - حسین علوی - محمد مقدسی - جعفر ناظمی - غلامرضا سراج زاده - پروین غیاث الدین

### کلاس چهارم ریاضی

**۳۶۲۷** - مطلوب است حل و بحث دستگاه معادلات زیر :

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

طرفین معادلات را نظیر با هم جمع می کنیم ، خواهیم داشت :

$$(1) (a+2)(x+y+z) = a^2 + a + 1$$

اگر  $a = -2$  باشد معادله (۱) و در نتیجه دستگاه

مغروض ممتنع است .

فرض می کنیم  $a \neq -2$  در این صورت خواهیم داشت :

$$(2) x + y + z = \frac{a^2 + a + 1}{a+2}$$

چنانچه طرفین هر یک از معادلات دستگاه مغروض را از

طرفین معادله (۲) عضو به عصو کم کنیم نتیجه خواهیم گرفت :

$$\begin{cases} (1-a)x = \frac{(a-1)(a+1)}{a+2} \\ (1-a)y = \frac{1-a}{a+2} \\ (1-a)z = \frac{(1-a)(a+1)}{a+2} \end{cases}$$

اگر  $a \neq 1$  باشد خواهیم داشت :

$$x = -\frac{a+1}{a+2}, y = \frac{1-a}{a+2}, z = \frac{(a+1)^2}{a+2}$$

و اگر  $a = 1$  باشد هر سه معادله دستگاه به یک معادله

$$x + y + z = 1$$

تبديل شده و در نتیجه دستگاه مبهم است .

نتیجه بحث : اگر  $a = -2$  و  $a \neq 1$  باشد دستگاه

ممکن است .

اگر  $a = 1$  باشد دستگاه مبهم است .

اگر  $a = -2$  باشد دستگاه غیرممکن است .

زاویه  $C$  می باشد . به همین ترتیب ثابت خواهد شد که  $BB'$  نیمساز زاویه  $B$  است و از آنجا  $AA'$  هم نیمساز زاویه  $A$  بوده بنا به خاصیت نیمساز زاویه مثلث خواهیم داشت :

$$\frac{CB'}{AB'} = \frac{BC}{AB}, \frac{AC'}{BC'} = \frac{AC}{BC}, \frac{BA'}{CA'} = \frac{AB}{AC}$$

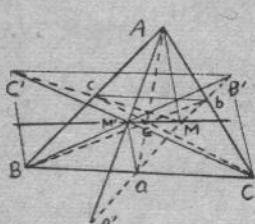
طرفین سه رابطه را عضو به عضو در هم ضرب می کنیم رابطه مطلوب نتیجه می شود .

پاسخهای درست رسیده : در چاپ صورت مسئله اشتباه رخ داده است و در نتیجه حل آنرا غیرممکن ساخته است

**۳۶۲۹** - مثلثغیرمشخص  $ABC$  و یک نقطه دلخواه  $M$

واقع در صفحه آن مفروض است . قرینه نقطه  $M$  را نسبت به اوساط اضلاع  $AB$  و  $BC$  و  $CA$  بدست آورده به ترتیب  $C'$  و  $BB'$  و  $AA'$  و  $b$  و  $c$  می نامیم . ثابت کنید خطوط  $a$  و  $b$  و  $c$  در یک نقطه مانند  $M'$  متقابلند و سه نقطه  $M$  و  $M'$  و  $G$  بر یک استقامت واقعند .  $G$  نقطه تلاقی میانهای مثلث  $ABC$  است

حل - اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  به ترتیب اوساط اضلاع  $BC$



$ABC$  باشد در مثلث  $ABC$  و  $CA$  خط  $ab$  موازی با  $BC$  و مساوی با نصف آن است و در مثلث  $MB'C'$  و مساوی خط  $ab$  موازی با  $B'C'$  و  $B'C'BC$  با نصف آن است بنابراین متساوی و متوازی بوده چهار ضلعی

$BCB'C'$  متوازی اضلاع است و  $BB'$  و  $CC'$  در یک نقطه  $M'$  یکدیگر را نصف می کنند . چهارضلعی  $ABA'B'$  نیز متوازی اضلاع بوده و نتیجه خواهد شد که  $AA'$  نیز از  $M'$  گذشته و در این نقطه نصف می شود .

چون  $a$  وسط  $MA$  و  $M'A'$  و  $M$  وسط  $AA'$  است بنابراین  $M$  نصف  $AM$  بوده و با آن موازی است . اگر نقطه تلاقی  $AMG$  و  $M'AG$  و  $MAG$  را  $G$  بنامیم از تشابه دو مثلث  $AMG$  و  $MAG$  داریم :

$$\frac{aG}{GA} = \frac{aM'}{AM} = \frac{1}{2}$$

یعنی  $G$  نقطه تلاقی میانهای مثلث می باشد .

پاسخهای درست رسیده : جمشید پروینی - محمود نمازی - عباس کشاورز - حسین علوی - حسن جعفری - هاشمی نژاد - حلال اشجعی - محمد مقدسی - احمد درخشان - منوچهر حاج آفازاده دبیرستان باستان -

## کلاس پنجم طبیعی

**۳۶۳۰** -تابع زیر مفروض است

$$y = a(x+1)(x-2)(2x-3)$$

پاسخهای درست رسیده : فاطمه تقی وزاده دبیرستان

پیرایش - رضا شریعت پناهی - جعفر ناظمی - محمود نمازی - محمد مقدسی - حسین علوی - حسین جعفری - شهریار دیانت - حلال اشجعی - محسن هاشمی نژاد دبیرستان ابن سینا رضائیه - **۳۶۳۷** - مجموع زیر را حساب کنید . آخرین جمله آن از  $n$  رقم یک تشکیل شده است :

$$S_n = 1 + 11 + \dots + 11\cdots 1$$

$$9S = 9 + 99 + \dots + 99\cdots 9$$

$$9S = (10 - 1) + (100 - 1) + \dots + (100\cdots 0 - 1)$$

$$9S = (10 + 10^2 + \dots + 10^n) - n$$

$$10 + 10^2 + \dots + 10^n = \frac{10^{n+1} - 10}{9}$$

$$S_n = \frac{10^{n+1} - 9n - 10}{81}$$

پاسخهای درست رسیده : اعظم آشفته دبیرستان

حکمت - پریچهر جمشیدی - حسن جعفری - حسین علوی - محمود نمازی - رضا شریعت پناهی - محمد علی عامری - جمشید پروینی - مصطفی قوام - غلامعلی جوادی گروه فرهنگی خوارزمی احمد درخشان بذرگان بحرالعلوم بروجرد - محسن هاشمی نژاد - شهریار دیانت - جعفر فاطمی - حلال اشجعی - حسین اسدی پور دبیرستان دارالفنون - احمد ماشینچی دبیرستان خوارزمی ۲ - محمد مقدسی -

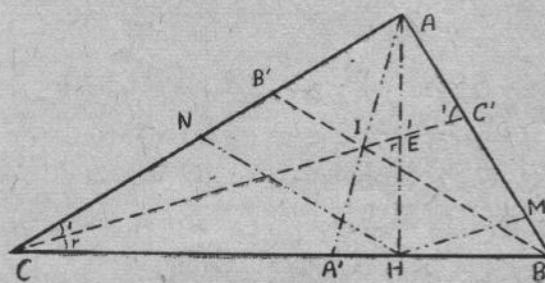
**۳۶۳۸** - مثلث  $ABC$  در زاویه  $A$  قائم است . ارتفاع

$AH$  را رسم می کنیم و به مرکز  $A$  و به شعاع  $AH$  دایره ای  $N$  می کنیم تا اضلاع  $AB$  و  $AC$  را به ترتیب در  $N$  و  $M$  قطع کند . از  $B$  موازی با  $HN$  رسم می کنیم که  $AB$  قطع می کند و از  $C$  موازی با  $HM$  رسم می کنیم که  $AC$  قطع می کند و از  $A$  به  $I$  نقطه تلاقی  $'CBB'$  و  $CC'B$  را در  $'C$  نماید و از  $A$  به  $I$  نقطه تلاقی  $'CBB'$  و  $CC'B$  را در  $A'$  قطع می کند . ثابت کنید :

$$CB' \cdot AC' \cdot BA' = BC' \cdot CA' \cdot AB'$$

حل - اگر  $E$  نقطه تلاقی  $CC'$  و  $AH$  باشد مثلث

$AHM$  و در نتیجه مثلث  $AEC'$  متساوی الساقین است . زاویه  $E_1 = E_2$  ممتد زاویه  $'C_1$  و زاویه  $'C_2$  ممتد زاویه  $C_1$



است و در نتیجه دو زاویه  $'C_1$  و  $'C_2$  متساویند و  $CC'$  نیمساز

کسر فوق چنین می شود :

$$\frac{\cos(y+z) + \sin(y+z)}{\cos(y+z) - \sin(y+z)} = \frac{\cos(\frac{\pi}{4} - x) + \sin(\frac{\pi}{4} - x)}{\cos(\frac{\pi}{4} - x) - \sin(\frac{\pi}{4} - x)} = \dots = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$$

پاسخهای درست رسیده : بنی الله روحی - ناصر

نهاوندی پور - محمود عبادی - منوچهر مسگری دیبرستان  
فردوسي رضائیه - محمد رضا ستایشی - صفر علی لشکر بلوکی -  
غلامحسن اسداللهی - منصور نهاوندی پور - محمد رضا یزدان -  
احمد میرثرا - مسعود نجفی دیبرستان مهرگان - سید محمود  
موسوی دیبرستان کسری اردبیل - سید مرتضی حسینی خرمی -  
اسماعیل گلجاریان - محمد رضا کمالی دیبرستان فردوسی رضائیه  
علیرضا اقبالی دیبرستان علوی نیا - حسن خدا بخش دیبرستان  
تقوی - عبدالکریم لیشی اصل دیبرستان قریب - حسن فرزین -  
حمد و کیل زاده دیبرستان فردوسی رضائیه -

## کلاس پنجم ریاضی

- ۳۶۴۴ - ثابت کنید که بین  $y'$  و  $y''$  مشتقات اول و دوم

تابع :

$$y = \frac{a-b}{(x-a)(x-b)}$$

رابطه زیر برقرار است :

$$\frac{2y'' - yy''}{y^3} = \frac{2}{a-b}$$

حل - تابع را به صورت زیر می نویسیم و مشتق میگیریم:

$$\frac{1}{y} = \frac{(x-a)(x-b)}{a-b}$$

$$\frac{-y'}{y} = \frac{x-b+x-a}{a-b} = \frac{2x-b-a}{a-b}$$

$$\frac{-y''y^3 + 2y''y}{y^4} = \frac{-yy'' + 2y'^2}{y^3} = \frac{1}{a-b}$$

پاسخهای درست رسیده : طلعت مشگین دیبرستان

خوارزمی - نصر الله سومندر - مسعود نیلچیان دیبرستان فردوسی  
تبیریز - محمد رضا کمالی دیبرستان فردوسی رضائیه - علیرضا  
اقبالی - احمد میرثرا - رحمن الله و دیزاده دیبرستان کسری  
اردبیل - میرزا سروش سامیا کلانتری دیبرستان فیروز بهرام -  
حسینی، مامعی - دیبرستان کسری اردبیل - چنگیز آزادی دیبرستان

اولاً حاصل  $\frac{y'}{y}$  را تعیین کنید.

ثانیاً مقدار  $a$  را چنان تعیین کنید که مماس بر منحنی در نقطه تلاقی آن با محور  $x$  بر خط به معادله  $x = 3y$  عمود باشد.

حل - فرض می کنیم  $y = a u v w$  در این صورت داریم :

$$y' = a[u'vw + v'u w + w'u v]$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} + \frac{w'}{w}$$

$$u = x + 1 \quad u' = 1$$

$$v = x - 2 \quad v' = 1$$

$$w = 2x - 3 \quad w' = 2$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2} + \frac{2}{2x-3}$$

ثانیاً -

$$y' = a(8x^2 - 10x - 1) \quad x = 0 \quad m = -a$$

$$y = \frac{1}{3}x \quad m' = \frac{1}{3}(-a) = -1 \Rightarrow$$

$$a = 3$$

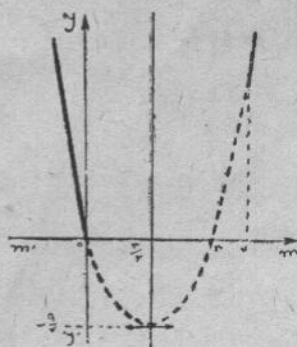
پاسخهای درست رسیده : هما رازپوش دیبرستان پیشو - محمد رضا یزدان دیبرستان قریب - کیوان انوشه دیبرستان رهنما - سید مرتضی حسینی خرمی دیبرستان دکتر داورپناه - عبدالاحد کرمانی دیبرستان دارالفنون - حاجی طالب منصور نهاوندی پور دیبرستان مروی - غلامحسین اسداللهی دیبرستان قناد بابل - احمد میرثرا دیبرستان هدف ۴ - آرمن یوسفی دیبرستان کورش - صفر علی لشکر بلوکی دیبرستان دارالفنون محمد رضا ستایشی دیبرستان بحرالعلوم بروجرد - اسامیعیل گلجاریان دیبرستان قناد بابل - عیسی فخر ذاکری دیبرستان صفوی اردبیل - محمود عبادی دیبرستان فردوسی رضائیه ناصر نهاوندی پور دیبرستان مروی - بنی الله روحی دیبرستان قناد بابل حسن فرزین دیبرستان دارالفنون .

- ۳۶۴۱ - به فرض آنکه  $x + y + z = \frac{\pi}{4}$  باشد حاصل

عبارت زیر را بدست آورید :

$$\frac{\sin z (\sin y - \cos y) - \cos z' \sin y + \cos y}{\sin y (\sin z + \cos z) + \cos y (\sin z - \cos z)}$$

بعد از ضرب عاملها در عبارات داخل پرانتز و بعد از اختصار



نمایش تابع قسمتی از منحنی  
است که با خط پن رسم شده  
است.

### پاسخهای درست

رسیده: بهنام ذرقانی -  
عبدالکریم لیثی اصل - داود  
حسینی - فریدون امینزاده  
فرامرز حسینی باغی - خرمی

۳۵۴۶ - به فرض آنکه داشته باشیم :

$$\operatorname{tg}^{\circ} A = \frac{x^2 + yz}{xy + zx}, \operatorname{tg}^{\circ} B = \frac{y^2 + zx}{yz + xy}$$

$$\operatorname{tg}^{\circ} C = \frac{z^2 + xy}{zx + yz}$$

ثابت کنید که :

$$\sec^2 A + \sec^2 B + \sec^2 C = -1$$

$$\begin{aligned} \sec^2 A &= \frac{1}{\cos^2 A} = \frac{1 + \operatorname{tg}^{\circ} A}{1 - \operatorname{tg}^{\circ} A} = \dots \\ &= \frac{(x+y)(z+x)}{(x-y)(z-x)} \end{aligned}$$

$$\sec^2 B = \dots = \frac{(x+y)(y+z)}{(x-y)(y-z)}$$

$$\sec^2 C = \dots = \frac{(z+x)(y+z)}{(z-x)(y-z)}$$

حاصل جمع عبارات طرف دوم تساویهای بالا بعد از اختصار  
برابر با  $-1$  - خواهد شد.

پاسخهای درست رسیده: اسماعیل شاهی دبیرستان  
دکتر نصیری - غلامحسین اسداللهی - فریدون امینزاده داود  
حسینی - شاهین شهیدی - حاجی طالب - حسین مظفریان  
دبیرستان این سینا رضائیه - یوسف عباسپور دبیرستان پهلوی  
شهرسوار - مرتضی خرمی - علی‌اکبر صنعتی دبیرستان محمد رضا  
شاه رشت - احمد میرنژاد - صمد حیاتی - حسین بکی صفار  
دبیرستان قطب ذرفول - یعقوب ترسلی دبیرستان کسری اردبیل  
غلامرضا رحیمی در آبادی دبیرستان کسری اردبیل - حسین توسلی  
دبیرستان فردوسی رضائیه - رحمن الله‌وردی‌زاده - جابر اهدائی  
دبیرستان کسری اردبیل - کیوان انوشه - آرمن یوسفی - محمود  
عبادی - منوچهر مسگری - محمد رضا ستایشی - محمد رضا یزدان  
روح‌الله صادقلو دبیرستان کسری اردبیل - اسماعیل گلزاریان  
حسن فرزین - سید محمود موسوی دبیرستان کسری اردبیل -  
عبدالاحد کرمانی - صفرعلی شکری‌بیوکی - عیسی فخر ذاکری  
بهنام ذرقانی - حمید و کیل زاده.

رضا شاه کبیر همدان - جواد جمشیدی دبیرستان محمد علی  
فروغی - سید مرتضی حسینی خرمی - مسعود نجفی دبیرستان  
مهر گان لاھیجان - حسین توسلی دبیرستان فردوسی رضائیه -  
داود حسینی دبیرستان دکتر داورینا - صمد حیاتی دبیرستان  
خوارزمی ۲ - عبدالکریم لیثی اصل - محمد رضا یزدان - منصور  
نهادنی پور - محمد رضا ستایشی - منوچهر مسگری - فریدون  
امین‌زاده دبیرستان فردوسی رضائیه - محمود عبادی - ناصر  
نهادنی پور - آرمن یوسفی - حاجی طالب - کیوان انوشه  
دبیرستان رهنما - عیسی فخر ذاکری - شاهین شهیدی دبیرستان  
هدف ۴ - غلامرضا صفوی نازلو دبیرستان فردوسی - بهنام ذرقانی  
دبیرستان داورینا - علیجان ذوالقاری دبیرستان صفائی سمنان  
حمدی و کیل زاده - جعفر فرزام دبیرستان فردوسی رضائیه

۳۶۳۳ - معادله زیر مفروض است :

$$x^2 - (m-2)x + 1 = 0$$

۱) به ازاء چه مقادیر  $m$  این معادله دارای جواب است

۲) به فرض اینکه  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های حقیقی معادله فوق

باشد مقدار تابع زیر را بر حسب  $m$  بدست آورید :

$$y = \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$$

۳) منحنی نمایش تابع  $y$  را وقتی  $m$  مقادیر قابل قبول

را اختیار می‌کندرسم کنید :

حل ۱ :

$$\Delta = (m-2)^2 - 4 = m(m-4) > 0$$

$$\Delta > 0 \implies m < 0 \text{ یا } m > 4$$

۲) حاصل ضرب ریشه‌های معادله براین است با ۱

بنابراین :

$$\beta = \frac{1}{\alpha} \quad \alpha = \frac{1}{\beta}$$

$$y = \alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta = (\alpha + \beta)^2 + \alpha + \beta - 2\alpha\beta$$

$$y = (m-2)^2 + (m-2) - 2 = m^2 - 3m$$

(۳) داریم

$$\begin{cases} y = m^2 - 3m \quad y' = 2m - 3 \\ m < 0 \quad m > 4 \end{cases}$$

جدول تغییرات تابع و منحنی نمایش آن به شرح زیر

است :

$m$	$-\infty$	$0$	$\frac{3}{2}$	$4$	$+\infty$
$y'$	-	0	+		
$y$	$+\infty$	0	$\frac{9}{4}$	4	$+\infty$

تطییر ضلع  $OA'$  از مثلث  $OO'A'$  بی باشد که در زاویه  $O$  قائم است.

در مثلث قائم الزاویه  $OO'A'$  داریم :

$$\overline{O'A'} = A'O \cdot A'H' \quad \text{و} \quad \overline{A'O} = \overline{OA'} + \overline{AA'}$$

$$\overline{O'A'} = \frac{a^2}{2} \quad \text{و} \quad \overline{A'O} = \frac{3a^2}{2} \quad \text{و} \quad A'O = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$A'H' = \frac{a^2}{2} \times \frac{2}{a\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{A'O}{3}$$

$$A'H = \frac{A'B}{3} \quad \text{و} \quad H'H = \frac{OB}{3}$$

$$O'K = \frac{O'B'}{3} \quad \text{و} \quad B'K = \frac{B'D'}{3}$$

بنابراین برای رسم  $A'B$  روی قطر  $HK$  نقطه  $H$  را به فاصله ثلث طول قطر ابتدا از  $A'$  جدا می کنیم و روی قطر  $B'D'$  نقطه  $K$  را به فاصله ثلث طول قطر ابتدا از  $B'$  انتخاب می کنیم. خط  $HK$  عمود مشترک دو قطر  $A'B$  و  $B'D'$  می باشد.

$$HK = O'H' = \frac{OO' \cdot O'A'}{OA'} = \dots = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

پاسخنامی درست رسیده : حسن فرزین - عبدالاحد کرمانی - صفرعلی شکربلوکی - فرامرز حسینی با ای - جابر اهدائی - جواد جمشیدی - رحمن اللہور دیزاده - محمد حبیاتی داؤد حسینی - خرمی .

## کلاس ششم طبیعی

- ۳۶۳۷ - دورترین و نزدیکترین نقاط بیضی به معادله

$$2x - 3y + 25 = 0 \quad \text{را از خط به معادله} \quad \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1 \quad \text{تعیین کنید.}$$

حل - باید نقطه هایی اذ بیضی را تعیین کنیم که مماس بر بیضی در آن نقاط با خط مزبور موازی باشند. ضریب زاویه

خط مزبور برابر است با  $m = \frac{2}{3}$  و معادله کلی خط موازی

با خط مفروض به صورت  $\frac{2}{3}x + b = y$  می باشد و باید  $b$  را

چنان بدست آوریم که دستگاه زیر ریشه مضاعف داشته باشد :

$$\begin{cases} \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1 \\ y = \frac{2}{3}x + b \end{cases}$$

- ۳۶۳۸ - با استفاده از فرمول بسط  $\operatorname{tg}^3 a$  معادله زیر را حل کنید و به فرض  $m = 2$  از روی جدول خطوط مثلثاتی زوایا مقادیر تقریبی جوابها را پیدا کنید.

$$x^3 - 3mx^2 - 3x + m = 0$$

- حل : از معادله بالا مقدار  $m$  را بدست می آوریم .

$$m = \frac{2x - x^3}{1 - 3x}$$

$$x = \operatorname{tg} a \quad \text{و} \quad m = \frac{3\operatorname{tg} a - \operatorname{tg}^3 a}{1 - 3\operatorname{tg}^2 a} = \operatorname{tg}^3 a$$

اگر  $\varphi$  کمانی بین صفر و  $\pi$  باشد که  $\operatorname{tg} \varphi = m$  داریم .

$$\operatorname{tg}^3 a = \operatorname{tg} \varphi \implies a = \frac{k\pi}{3} + \frac{\varphi}{3}$$

و برای  $a$  سه مقدار متمایز زیر بدست می آید .

$$a_1 = \frac{\varphi}{3} \quad \text{و} \quad a_2 = \frac{\pi}{3} + \frac{\varphi}{3} \quad \text{و} \quad a_3 = \frac{2\pi}{3} + \frac{\varphi}{3}$$

$$x_1 = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{3} \quad \text{و} \quad x_2 = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\varphi}{3} \right) \quad \text{و} \quad x_3 = \operatorname{tg} \left( \frac{2\pi}{3} + \frac{\varphi}{3} \right)$$

$$m = 2 \quad \text{و} \quad \operatorname{tg} \varphi = 2$$

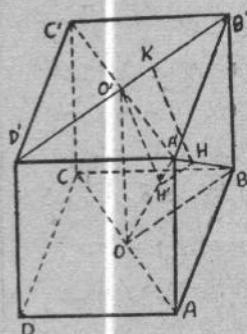
$$\varphi = 10^\circ \quad \text{و} \quad 21^\circ \quad \text{و} \quad 30^\circ$$

$$x_1 = 0/38 \quad \text{و} \quad x_2 = 0/42 \quad \text{و} \quad x_3 = 0/80$$

پاسخنامی درست رسیده : شاهین شهیدی - یعقوب ترسلى - غلامرضا رحیمی در آبادی - روح الله صادقلو - علیجان ذوالفقاری - بهنام زرقانی - عبدالاحد کرمانی - عبدالکریم لیشی اصل - داؤد حسینی .

- ۳۵۳۶ - در مکعب  $ABCDA'B'C'D'$  عمود مشترک

$A'B$  و  $B'D'$  را رسم کرده و طول آنرا بر حسب  $a$  اندازه یال مکعب محاسبه کنید .



فرض می کنیم  $HK$  عمود مشترک مطلوب باشد تصویر قائم آنرا بر صفحه  $ACA'C'$  که بر  $HK$  عمود بوده در نتیجه با  $B'D'$  موازی است  $O'H'$  می نامیم. نقطه  $O'$  مرکز مربع  $A'B'C'D'$

تصویر  $K$  خواهد بود اگر  $O$  مرکز مربع  $ABCD$  باشد تصویر  $A'B$  بر صفحه مزبور عبارت خواهد شد از  $A'O$ . تصویر زاویه قائم  $KHA'$  که راک ضلعش باصفحه تصویر موازی است زاویه قائم  $O'H'A'$  بوده و در نتیجه  $O'H'$  ارتفاع

پهلوی اراک - فریدون امینزاده - فریبرز جمشیدی کلانتری  
دیستان فیروز بهرام - احمد سیاحیان - جواد هاشمی نژاد  
دیستان ابن سينا رضائیه - صمد حیاتی - عبدالصمد سلامی  
جانسان بدل دیستان فردوسی رضائیه .

## کلاس ششم ریاضی

۳۶۳۹ - مطلوب است رسم مکان هندسی نقاطی که مختصات آنها در معادله زیر صدق می‌کند .

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 1 \quad (1)$$

حل - با شرط  $x > y > 0$  و  $x+y > 0$  طرفین را به توان ۲ رسانده حاصل را ساده می‌کنیم . می‌شود :

$$2\sqrt{x^2 - y^2} = 1 - 2x \quad (2)$$

لازم است که داشته باشیم :

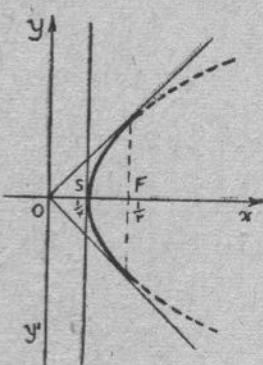
$$\frac{1}{2}x < 1 \text{ یا } x > 0 - 1 \quad (3)$$

با شرط آخر، طرفین معادله (۲) را به توان ۲ رسانده حاصل را ساده می‌کنیم، می‌شود :

$$\begin{cases} x^2 = x - \frac{1}{4} \\ y < \frac{1}{2} \end{cases} \quad (4)$$

معادله (۴) یک سهمی را مشخص می‌کند که  $(0, \frac{1}{4})$  رأس

آن بوده پارامترش برابر با  $\frac{1}{2}$  و خط هادیش بر  $y = x$  منطبق



است . با توجه به -  
نامساوی (۳) کمانی از  
این سهمی که روی  
شکل با خط پر رسم  
شده است مکان نقاطی  
می‌باشد که مختصات  
آنها در معادله (۴)  
صدق می‌کند .

تبصره : قسمتهای

دیگر سهمی (که خط چین رسم شده است) نمایش هندسی معادله  
زیر است :

$$\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 1$$

۱۹ پاسخ رسیده است که متأسفانه همه نادرست  
می‌باشد، در هیچیک از پاسخها به شرط (۴) توجه  
نشده است .

از حذف  $y$  بین دو معادله خواهیم داشت :

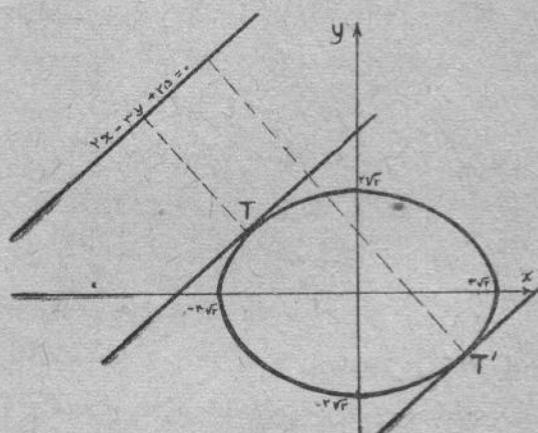
$$8x^2 + 12bx + 9b^2 - 72 = 0$$

$$\Delta' = 0 \Rightarrow b = \pm 4$$

$$y = \frac{2}{3}x \pm 4 : \text{ معادلات مماسها}$$

$$x = -\frac{12b}{16} \Rightarrow x = \mp 3$$

نزدیکترین نقطه بینی از خط مفروض نقطه (۲) و (-۳)  
و دورترین نقطه (۲ - ۲ - ۳)  $T'$  می‌باشد .



پاسخهای درست رسیده - عبدالصمد سلامی دیستان  
فردوسی تبریز - احمد سیاحیان دیستان فردوسی تبریز  
بهزاد سوفر دیستان هدایت سندج .

۳۶۴۳۸ - اندازه‌های اضلاع مثلثی به ترتیب عبارتست از

$1 - x + 1 + 2x$  در صورتی که اندازه زاویه بین دو  
ضلع کوچکتر و بزرگتر برابر با  $60^\circ$  درجه باشد طولهای  
اضلاع و سینوس زوایارا پیدا کنند .

حل - چون اندازه‌های اضلاع مثلث اعداد مثبت هستند  
بنابراین  $x < 1$  بوده و  $1 - x$  اندازه ضلع کوچکتر  $+ 2x$

اندازه ضلع بزرگتر می‌باشد . بنابراین  $\sin A$  داریم :

$$(x+1)^2 = (x-1)^2 + (x+2)^2$$

$$- 2(x-1)(x+2) \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ و } a = 5 \text{ و } b = 7 \text{ و } c = 8$$

$$\frac{5}{\sin A} = \frac{7}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin A = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

$$\frac{8}{\sin C} = \frac{7}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin C = \frac{8\sqrt{3}}{14}$$

پاسخهای درست رسیده : بهزاد سوفر - احمد  
میر نژاد - احمد مهران - محمدرضا محمدآبادی دیستان

۳۶۴۰ - اولاً جدول تغییرات و نمایش هندسی تابع زیر رارسم کنید.

$$y = \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+1)}$$

ثانیاً از راه محاسبه معلوم کنید که خط  $y = mx$  به ازاء په مقدار  $m$  منحنی نمایش تابع را قطع می کند و درستی نتیجه را از روی شکل بررسی کنید.

حل - تابع در دو فاصله  $[1 - \infty)$  و  $(-\infty, 1]$  معین است.

$$y' = \frac{2x-1}{2\sqrt{x(x-1)}} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x(x+1)}}$$

مشتق در ازاء مقدار  $1 > x$  مثبت و در ازاء مقدار  $1 < x$  منفی است.

$$x \rightarrow +\infty \quad \frac{y}{x} \rightarrow \sqrt{1} + \sqrt{1} = 2$$

$$y - 2x = \sqrt{x(x-1)} - x + \sqrt{x(x+1)} - x$$

$$= \frac{-x}{\sqrt{x(x-1)} + x} + \frac{x}{\sqrt{x(x+1)} + x}$$

$$x \rightarrow +\infty \quad (y - 2x) \Rightarrow -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$x \rightarrow -\infty \quad \frac{y}{x} \Rightarrow -\sqrt{1} - \sqrt{1} = -2$$

$$x \rightarrow -\infty \quad (y + 2x) \Rightarrow 0$$

خطوط  $x = 2x$  و  $y = -2x$  مجانبهای منحنی هستند. جدول تغییرات و منحنی نمایش تغییرات تابع به ترتیب زیر است:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	
$y'$	-				+	
$y$	$+\infty$	$\downarrow$	$\sqrt{2}$	$0$	$\sqrt{2}$	$+\infty$

مبداً مختصات نقطه‌ای از نمایش هندسی است (نقطه منفرد). ثانیاً - به ترتیب زیر عمل می کنیم:



$$(1) \quad \sqrt{x(x+1)} + \sqrt{x(x-1)} = mx$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم بعداز اختصار خواهیم داشت:

$$2|x|\sqrt{x^2-1} = (m^2-2)x^2 \quad (2)$$

$$\text{اگر } x \geq 0 \text{ باشد باید } m^2-2 > 0 \text{ باشد.} \quad (3)$$

$$\text{اگر } -1 < x < 0 \text{ باشد باید } m^2-2 < 0 \text{ باشد.} \quad (4)$$

طرفین معادله (2) را به توان ۲ رسانده حاصل را مرتب می‌کنیم.

$$x^2[(m^2-4m^2)x^2+4] = 0 \quad (5)$$

این معادله همواره دارای جواب  $x = 0$  است و علاوه بر آن:

(1) اگر  $< 0$  باشد  $m^2-4m^2 < 0$  یعنی  $2 < m < -2$  باشد دارای دو جواب دیگر قرینه نیز می‌باشد.

با توجه به شرایط (3) و (4) بحث زیر را نتیجه خواهیم گرفت که از روی شکل نیز محقق می‌باشد:

اگر  $2 < m < -2$  باشد خط علاوه در مبدأ دریک نقطه

دیگر به طول مثبت منحنی را قطع می‌کند.

اگر  $-2 < m < 0$  باشد خط علاوه در مبدأ دریک نقطه دیگر به طول منفی منحنی را قطع می‌کند.

به ازاء مقدار  $2 < m < -2$  و  $m < -2$  و :

$m > 0$  خط و منحنی جز در مبدأ در نقطه دیگری متقاطع نیستند.

پاسخ درست رسیده: احمد حاج عظیم دیرستان

هدف ۱

۳۶۴۱ - ثابت کنید که مثلثی وجود ندارد که در آن

اندازه‌های زوایا تصاعد حسابی تشکیل داده و یکی از اضلاع واسطه حسابی یا واسطه هندسی و یا واسطه توافقی بین دو ضلع دیگر باشد.

حل - وقتی که اندازه‌های زاویه‌های مثلث تصاعد حسابی تشکیل دهنند اندازه زاویه متوسط برابر  $60^\circ$  درجه خواهد بود که این زاویه را  $B$  فرض می‌کنیم.

$$B = 60^\circ \quad A + C = 120^\circ$$

(1) اگر فرض کنیم  $2b = a + c$  در این صورت بنابر روابط سینوسها در مثلث خواهیم داشت:

$$2\sin B = \sin A + \sin C = 2\sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2}$$

$$4\sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} = 2\cos \frac{B}{2} \cos \frac{A-C}{2}$$

$$B = 60^\circ \Rightarrow \cos \frac{A-C}{2} = 1 = \cos 0^\circ$$

نتیجه می‌شود  $A = C = 60^\circ$  یعنی مثلث متساوی‌الاضلاع است و قابل قبول نیست.

۲) فرض می کنیم :

$$b' = ac \Rightarrow \sin B' = \sin A \sin C$$

$$2 \sin 60^\circ = \cos(A - C) - \cos(A + C)$$

$$\cos(A - C) = 1 \Rightarrow A = C = 60^\circ$$

با زهم نتیجه می شود که مثلث متساوی الاضلاع است.

۳) فرض می کنیم :

$$\frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{2}{\sin B} = \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin C}$$

$$2 \sin A \sin C = \sin B (\sin A + \sin C)$$

$$\cos(A - C) - \cos(A + C) =$$

$$\sqrt{\frac{A+C}{2}} \cos \frac{A-C}{2} - \sqrt{\frac{A-C}{2}} \cos \frac{A+C}{2}$$

$$4 \cos^2 \frac{A-C}{2} - 4 \cos \frac{A-C}{2} - 1 = 0$$

$$\cos \frac{A-C}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\cos \frac{A-C}{2} = 1 \Rightarrow A = C = 60^\circ$$

و در این حالت هم مثلث متساوی الاضلاع می شود.

پاسخهای درست رسیده : بهزاد سوfer - محمد قوام  
دیبرستان صفائی سمنان - منوچهر میثاقی دیبرستان خوارزمی ۱  
تبریز - سعید حبیب‌الله‌زاده دیبرستان خوارزمی ۱

۳۶۴۳) در مثلثی زوایای  $A$  و  $B$  و  $C$  بر نسبت اعداد ۲ و ۳ و ۴ هستند. ثابت کنید که :

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{a+c}{2b}$$

حل - بنا بر فرض داریم :

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4} \Rightarrow B = \frac{A+C}{2}$$

$$\frac{A}{2} = \frac{C-A}{2}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin \frac{A+C}{2}} = \frac{c}{\sin C} = \frac{c+a}{\sin C + \sin A}$$

$$= \frac{c+a}{2 \sin \frac{C+A}{2} \cos \frac{C-A}{2}}$$

از تساوی کسر دوم و کسر پنجم نتیجه خواهد شد :

$$b = \frac{c+a}{\frac{C-A}{2 \cos \frac{C-A}{2}}} = \frac{c+a}{\frac{A}{2 \cos \frac{C-A}{2}}} \Rightarrow \cos \frac{A}{2} = \frac{a+c}{2b}$$

پاسخهای درست رسیده : محمد رضا محمد آبادی -  
نصرت نصرت آبادی - محمد حسین موزونی دیبرستان قطب  
دزفول - احمد حاج عظیم - احمد جلیلی تنها دیبرستان دکتر  
نصیری - مصطفی حسنعلی عراق دیبرستان صصاصی اراک - وحید  
طباطبا و کیلی - محمد سلطانی دیبرستان پهلوی قزوین - احمد  
مهدیان دیبرستان امیر کبیر - اصغر شیبانی دیبرستان اردبیل -  
فریبرز جمشیدی - احمد میر نژاد - جواد هاشمی نژاد - عبدالصمد  
سلامی - حبیب‌الله سلیمانی زاده - سید امیر ناصر هاشمی سجادی  
دیبرستان رهنما - احمد سیاحیان - حسین ساعی دیبرستان  
هدایت شیراز - مصطفی سر گلزاری دیبرستان مهران زاهدان -  
جانسان بدل - رمضان نعلی خیر الدین - سعید حبیب‌الله زاده - منوچهر  
میثاقی - محمد قوام - بهزاد سوfer -

۳۶۴۳) مطلوب است تعیین عدد چهار رقمی  $A$  به قسمی

که دارای ۱۵ مقسوم علیه بوده و عکس آن کسری باشد مولد کسر  
اعشاری تحقیقی که چهار رقم اعشار داشته باشد.

$$A = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} \dots$$

$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) \dots = 10 = 10 \times 1 = 2 \times 5$$

$$1) \quad (\alpha+1)(\beta+1) \dots = 10 \times 1 \Rightarrow \alpha = 9$$

$$\beta = \gamma = \dots = 0$$

$A$  به صورت  $\frac{1}{A}$  نوشته می شود و کسر  $\frac{1}{A}$  که مولد کسر

اعشاری تحقیقی است بدیکی از دو صورت  $\frac{1}{2^9}$  یا  $\frac{1}{5^9}$  بوده دارای

۹ رقم اعشار است و قابل قبول نیست.

فرض می کنیم :

$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) \dots = 2 \times 5$$

$$\text{یا } \alpha = 1 \text{ و } \beta = 4 \text{ و } \gamma = 4 \text{ و } \dots = 0 \text{ و } A = ab^4$$

$$\text{یا } \alpha = 4 \text{ و } \beta = 1 \text{ و } \gamma = 4 \text{ و } \dots = 0 \text{ و } A = a^4 b$$

در ازاء  $a = 2$  و  $b = 5$  داریم :

$$\frac{1}{2 \times 5^4} = 0.0008 \quad \frac{1}{2^4 \times 5} = 0.0025$$

که نتیجه می شود  $A = 1250$  و  $A = 80$  و چون  $A$  چهار رقمی است بنا بر این مسئله فقط دارای یک جواب  $1250$  می باشد.

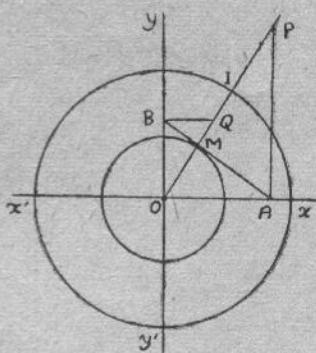
پاسخهای درست رسیده : اصغر شیبانی - جواد  
هاشمی نژاد - فریبرز جمشیدی کلانتری - عبدالصمد سلامی -  
احمد سیاحیان - منوچهر میثاقی - حبیب‌الله سلیمانی زاده - وحید  
طباطبا و کیلی - احمد جلیلی تنها -

$$\frac{2}{OM \cdot OI} = \frac{1}{OM \cdot OP} + \frac{1}{OM \cdot OQ}$$

$$OM \cdot OP = OA' \quad , \quad OM \cdot OQ = OB'$$

$$\frac{2}{OM \cdot OI} = \frac{1}{OA'} + \frac{1}{OB'} = \frac{1}{OM'}$$

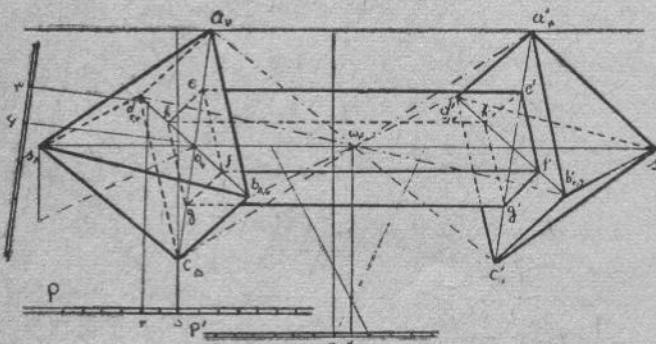
$$OM \cdot OI = 2OM' \quad \text{با} \quad OI = 2OM$$



در تجانس (۲ و O) نقطه I مجانس نقطه M است بنا بر این  
مکان I دایره‌ای است به مرکز O و به شعاع  $2R$   
پاسخهای درست رسیده : سعید حبیب‌الله زاده  
بهزاد سوfer -

- ۳۶۴۶ - نقطه ۳ به فاصله  $a_7$  بالای محور اقصیر و به  
فاصله ۳ سمت چپ محور اطول کاغذ واقع است. از این نقطه  
خطی بadas ۳ رسم کنید که آن پائین  $a$  و به فاصله ۴ سمت  
چپ محور اطول باشد. بر خط AC صفحه P را مرور دهید  
که اثر افقیش با محور اطول کاغذ موازی باشد و در این صفحه  
مربع ABCD را رسم کرده مرکز آنرا O بنامید. مجانس  
مربع را در تجانس به مرکز O و به نسبت يك دوم نیز رسم  
کرده EFGH بنامید. به قاعدة ABCD هرم منتظمی  
بسازید که رقوم رأس S از آن برابر ۸ باشد. صفحه P را  
زیر صفحه P' و به فاصله ۸ از آن رسم کرده قرینه شکل را  
نسبت به P' بدست آورید و جسم حاصل را مرئی و مخفی کنید.  
تبصره - در صورت مسئله اثر افقی صفحه P موازی

محور اقصیر چاپ شده که اشتباه شده است.  
اپور مربوط مطابق شکل پائین است.



- ۳۶۴۷ - اولاً ثابت کنید که به ازاء جمیع مقادیر زوج

a کسر زیر تحویل ناپذیر است :

$$\frac{a^r + a}{a^r - 1}$$

ثانیاً - به ازاء چه مقادیر a این کسر مولد کسر اعشاری  
متناوب ساده یا مرکب می‌باشد.

تبصره - در چاپ صورت مسئله کلمه «زوج» از قلم افتاده  
است.

حل - کسر را به صورت زیر می‌نویسیم :

$$\frac{a(a+1)}{(a-1)(a^r+a+1)}$$

و  $a - a$  دو عدد متواالی بوده و نسبت بهم اول هستند

$a+1 - a$  دو عدد فرد متواالی بوده و نسبت به هم

اول می‌باشند.

$a(a+1) = a^r + a$  دو عدد متواالی و نسبت بهم  
اول هستند بنا بر این هر یک از عاملهای صورت باهر یک از عاملهای  
مخرج دو به دو متباین بوده و کسر تحویل ناپذیر است.

ثانیاً - مخرج که حاصل ضرب دو عدد فرد است مضرب ۲  
نیست.

عامل  $a - a$  وقتی بر ۵ بخش‌پذیر است که با قیمانده  
 تقسیم a بر ۵ برابر ۱ باشد و در این صورت با قیمانده تقسیم  
عامل  $a+1$  بر ۵ برابر ۳ بوده، کسر سولد کسر  
اعشاری متناوب مرکب است.

اگر با قیمانده تقسیم a بر ۵ یکی از اعداد ۲ و ۳ و ۴ باشد یا اینکه a بر ۵ بخش‌پذیر باشد در این حالت هیچیک از  
عاملهای مخرج کسر مضرب ۵ نبوده و کسر مولد کسر اعشاری  
متناوب ساده است.

- ۳۶۴۸ - دو خط  $x'y'$  و  $y'x$  که در نقطه O بر هم  
عمودند و دایرة به مرکز O و به شعاع R مفروض است  
خطی در نقطه M از دایرة O بر آن مماس است و  
 $x'y$  و  $y'x$  را به ترتیب در A و B قطع می‌کند. اگر P و Q  
دونقطه از OM باشند که تصاویر آنها بر  $x'y$  و  $y'x$  بترتیب  
و  $y'x$  را به ترتیب در A و B قطع می‌کنند. وقتی  
B و A بوده و I مزدوج توافقی O نسبت به A و B باشد  
وقتی که M دایرة O را می‌پیماید مکان هندسی نقطه I را  
تعیین کنید

بنابر رابطه دکارت داریم :

$$\frac{2}{OI} = \frac{1}{OP} + \frac{1}{OQ} \quad \text{با}$$

پاسخهای درست رسیده: علی نقی مشایخی دیرستان  
ادیب - محمود توسلی - حسین ساعی - پرویز خواجه خلیلی  
دیرستان رازی آبادان.

## مسائل متغیر قه

حل مسئله - ۳۵۶ از شماره ۲۰ که صورت صحیح  
آن در صفحه ۷۲ یکان شماره ۲۲ چاپ شده است.

مطلوب است حل معادله زیر:

$$\text{Arccotg}(1 + \log_a x \log_a x) + \text{Arccotg}(1 + \log_a x \\ \log_a x) + \text{Arccotg}(1 + \log_a x \log_a x) = \\ = \text{Arccotg} \frac{1}{3}$$

حل - فرض می کنیم:

$$\log_a x = y \Rightarrow \log_a x = 1 + y \\ \log_a x = 2 + y \quad \log_a x = 3 + y \\ \text{روابط زیر را در نظر می گیریم:}$$

$$\text{Arc cotg}[1 + y(1 + y)] = \\ \text{Arctg}(1 + y) - \text{Arctg}y$$

$$\text{Arc cotg}[1 + (1 + y)(2 + y)] = \\ \text{Arc tg}(2 + y) - \text{Arctg}(1 + y)$$

$$\text{Arc cotg}[1 + (2 + y)(3 + y)] = \\ \text{Arctg}(3 + y) - \text{Arctg}(2 + y)$$

از جمع عضو بعضو روابط بالا و با توجه به معادله داده  
شده خواهیم داشت:

$$\text{Arctg}^3 = \text{Arctg}(3 + y) - \text{Arctg}y \\ \frac{(3 + y) - y}{1 + y(3 + y)} = 3 \Rightarrow y(y + 3) = 0$$

$$y = \log_a x = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$y = \log_a x = -3 \Rightarrow x = a^{-3}$$

پاسخهای درست رسیده: مصطفی اخگر زند از  
کرمانشاه.

حل مسئله - ۳۶۴۷ مطلوب است حل معادلات زیر:

$$1) \quad (x^4 + px + q)^2 = x^2(3x^2 + px + q) \\ 2) \quad (2x^4 - x + m)^3 + (2x^4 + x + m)^3 = 4x^4$$

حل - طرفین معادله اول را بر  $x^4$  تقسیم کرده با انتخاب  
مطلوب معاون

$$\frac{x^4 + px + q}{x^4} = y$$

$$\text{معادله چنین خواهد شد:} \\ y^4 - y^2 - 1 = 0 \Rightarrow y = 2 - 1 \\ x = \frac{p \pm \sqrt{p^2 + 4q}}{2} \quad x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 8q}}{4}$$

طرفین معادله (۲) را بر  $4x^2$  تقسیم کرده با انتخاب  
معقول معاون:

$$\frac{2x^4 + x^2 + m}{2x^2} = y$$

معادله  $y^4 - y^2 - 1 = 0$  بدست آمده و از روی آن جوابهای  
زیر برای  $x$  حاصل می شود:

$$x = \frac{\pm 1 \pm \sqrt{1 - 8m}}{4}$$

پاسخهای درست رسیده از: پریجهر جمشیدی -  
عبدالکریم لیشی اصل - رضا آهنگری - هوشنگ پور کریمی -  
محمد رضا کمالی - بهزاد سوفر - احمد جلیلی تنها - علی تنajo  
حسین اسدی پور - عباس کشاورز - منوچهر میثاقی - مصطفی حسنعلی  
عراق - رمضانعلی خیر الدین - علیرضا اقبالی - ناصر -  
نهادنی پور - منصور نهاوندی پو - جعفر فرزام - جمیدو کیل زاده  
چنگیز آزادی - احمد قاضی زاده - مسعود نجفی - حسین مظفریان  
غلامرضا صفائی نازلو - نصرت نصرت آبادی - احمد میر نژاد -  
فریدر ز جمشیدی - مصطفی اخگر زند - چنگیز منطقی - سید امیر  
ناصر هاشمی سجادی - اسدالله مس فروش - بهنام محسنی - محمود  
صادربه میشگی - حسین توسلی - داود روحانی - منوچهر مسگری  
جواد هاشمی نژاد - پرویز خواجه خلیلی - حسن خرمی مقدس  
محمد رضا خمسه پور - سعید حبیب الله زاده - عبدالرحمن چگنی زاده  
فرهاد مجیدی آهي - جانسان بدل - رضا شریعت پناهی - فریدون  
امین زاده - جبار اهدائی - محمد عبادی - حسین بکی صفار -  
وحید طباطبایو کیلی - محمد غیاثیان - علی اکبر صنعتی - محمد رضا  
یزدان -

- ۳۶۴۸ اگر مجموع  $m$  جمله از یک تصاعد حسابی

برابر با مجموع  $n$  جمله و برابر با مجموع  $p$  جمله دیگر  
آن باشد ثابت کنید.

$$(m+n)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{p}\right) =$$

$$(m+p)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)$$

حل - اولین جمله از  $m$  جمله تصاعد را  $a$  فرض کنیم

(اولین جمله از  $n$  جمله و همچنین اولین جمله از  $p$  جمله غیر  
از  $a$  و با یکدیگر متفاوت خواهد بود). چون مجموع  
از  $m+n$  جمله و مجموع  $m+p$  جمله هر کدام دوبرابر مجموع

شیبانی - سید امیر ناصر هاشمی سجادی - داود روحانی - مصطفی  
اخگرژند - محمود صابر همیشگی - اسدالله مس فروش -

**۳۶۵۰** به فرض اینکه  $a_1 < \dots < a_n$  و  $b_1 < \dots < b_n$

اعداد صحیح مثبت باشند و داشته باشیم :

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_2}{b_2} < \dots < \frac{a_n}{b_n}$$

ثابت کنید که :

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} < \frac{a_n}{b_n}$$

حل - از نامساویهای مفروض نتیجه می شود :

$$a_1 b_2 < b_1 a_2 \quad a_1 b_3 < b_1 a_3 \quad \dots$$

$$a_1 b_n < b_1 a_n$$

و چنانچه طرفین این نامساویها را عضو به عضو با هم

جمع کنیم نتیجه می شود :

$$a_1(b_2 + b_3 + \dots + b_n) < b_1(a_2 + a_3 + \dots + a_n)$$

با اضافه کردن  $a_1 b_1$  بر طرفین ، خواهیم داشت :

$$a_1(b_1 + b_2 + \dots + b_n) < b_1(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}$$

همچنین از نامساویهای مفروض خواهیم داشت :

$$a_1 b_n < b_1 a_n \quad a_2 b_n < b_2 a_n \quad \dots$$

$$< b_{n-1} a_n$$

از جمع عضو به عضو طرفین این نامساویها و با اضافه

کردن  $a_n b_n$  بر طرفین نامساوی حاصل ، خواهیم داشت :

$$b_n(a_1 + a_2 + \dots + a_n) < a_n(b_1 + b_2 + \dots + b_n)$$

$$\frac{a_n}{b_n} > \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}$$

ونامساوی مضاعف مطلوب نتیجه خواهد شد .

پاسخهای درست رسیده : وحید طباطبا و کیلی -

منوچهر میثاقی - رضا آهنگری - مصطفی حسنعلی عراق -

محمد رضا خمسه پور - سعید حبیب‌اللهزاده - محمد رضا محمد

آبادی - حسین مظفریان - غلامرضا صفائی نازلو - سید امیر

ناصر هاشمی سجادی - علی ثناجو - حسین توسلی - داود

روحانی - بهزاد سوفر - منوچهر مسکری - احمد جلیلی تنها

رمضانعلی خیرالدین - صادق بختیاری - عباس کشاورز - جواد

هاشمی نژاد - پروین خواجه خلیلی - حسن خرمی مقدس -

اصغر شیبانی - فرهاد مجیدی آهي - جانسان بدل - محمد

رضا یزدان - حمیدو کیلزاده - جعفر فرزام .

**۳۶۵۱** - رسم منحنی نمایش تابع زیر :

$$y = x^2 - 2x - 1$$

m جمله تصاعد مفروض است پس می توانیم بنویسیم :

$$S = 2 \times \frac{m}{2} [2a + (m-1)d] = \frac{m+n}{2}$$

$$[2a + (m+n-1)d] = \frac{m+p}{2} [2a + (m+p-1)d]$$

از این رابطه روابط زیر نتیجه می شود:

$$1) \quad 2a + (m-1)d = \frac{S}{m}$$

$$2) \quad 2a + (m+n-1)d = \frac{2S}{m+n}$$

$$3) \quad 2a + (m+p-1)d = \frac{2S}{m+p}$$

طرفین رابطه های (۲) و (۳) را به ترتیب از طرفین

رابطه (۱) کم می کنیم . می شود :

$$4) \quad nd = S \left( \frac{2}{m+n} - \frac{1}{m} \right) = \frac{(m-n)S}{m(m+n)}$$

$$5) \quad pd = S \left( \frac{2}{m+p} - \frac{1}{m} \right) = \frac{(m-p)S}{m(m+p)}$$

بین روابط (۴) و (۵) و  $S$  را حذف می کنیم بدین

معنی که طرفین این دو رابطه را عضو به عضو بسر هم تقسیم

می کنیم ، نتیجه خواهد شد .

$$\frac{n}{p} = \frac{(m-n)(m+p)}{(m+n)(m-p)}$$

و از این رابطه به سادگی . رابطه مطلوب نتیجه خواهد شد .

**۳۶۵۹** - ثابت کنید با قیمانده تقسیم توان هشتم هر عدد

بر ۱۷ یا برابر صفر و یا برابر  $\pm 1$  است .

حل - یک عدد  $N$  را در نظر می گیریم . اگر این عدد با

۱۷ نسبت بهم اول نباشد در این صورت  $N$  بر ۱۷ قابل قسمت

خواهد بود . اگر  $N$  و ۱۷ نسبت بهم اول باشد بنا بر قضیه

فرما داریم :

$$N^{17-1} - 1 = M(17) \quad \text{یا} \quad N^{16} - 1 = M(17)$$

$$N^{16} - 1 = (N^8 - 1)(N^8 + 1) = M(17)$$

$$N^8 \pm 1 = M(17) \quad \text{یا} \quad N^8 = M(17) \pm 1$$

پاسخهای درست رسیده : محمد رضا محمد آبادی - صادق

بختیاری بهزاد سوفر - سعید حبیب‌اللهزاده - محمد رضا خمسه پور - نصرت

نصرت آبادی - مصطفی حسنعلی عراق - رمضانعلی خیرالدین -

رضا آهنگری - منوچهر میثاقی - حبیب‌الله سلیمانزاده - پرویز

بربری - حسن خرمی مقدس - وحید طباطبا و کیلی - اصغر

دو حالت در نظر می‌گیریم :

حالت اول: فرض می‌کنیم  $x - 2x^2$  یعنی  $\frac{1}{2}x^2$

در این صورت تابع به صورت  $y = x^2 + 2x$  خواهد بود

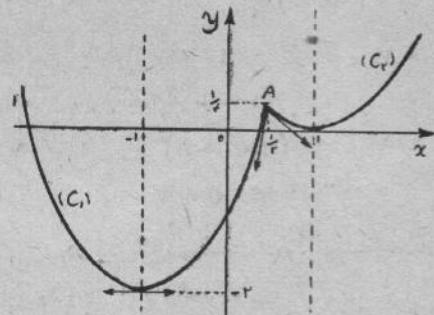
حالت دوم: اگر  $x - 2x^2$  یعنی  $\frac{1}{2}x^2$  باشد

داریم  $y_2 = x^2 - 2x + 1$

بنابراین منحنی نمایش تابع مفروض از دو منحنی  $(C_1)$  و  $(C_2)$  ترکیب یافته است:  $(C_1)$  قسمتی از منحنی تابع  $y_2$

است که در آن  $\frac{1}{2}x^2$  است و  $C_2$  قسمتی از منحنی تابع  $y_1$

است که در آن  $\frac{1}{2}x^2$  می‌باشد مطابق شکل.



پاسخهای درست رسیده: سعید حبیب‌الله‌زاده -  
وحید طباطبا وکیلی - مصطفی اخگر زند - شاهرخ شهرلپور -  
داود روحانی - بهزاد سوفر - محمد رضا خمسه پور - احمد  
حاج عظیم - عبدالکریم لیثی اصل - محمد رضا یزدان -  
۳۶۵۲ - ثابت کنید که اگر  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ریشه‌های معادله:

$$1) (x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n) + \lambda = 0$$

باشد عدد  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ریشه‌های معادله زیر خواهد بود

$$2) (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) - \lambda = 0$$

حل: بنا بر فرض، اتحاد زیر را داریم:

$$(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n) - \lambda =$$

$$(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) =$$

این اتحاد به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) - \lambda =$$

$$(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n)$$

واین اتحاد می‌رساند که  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ریشه‌های معادله (۲) می‌باشد.

پاسخهای درست رسیده: داود روحانی - رضا آهنگری - مصطفی اخگر زند - محمود صابر همیشگی - غلام رضا

رحمی در آبادی - علیرضا اقبالی - فریبرز جمشیدی کلانتری  
روح الله صادقلو - حسن خرمی مقدس - بهزاد سوفر -  
۳۶۵۲ - به فرض آنکه  $a, b, c$  و  $h$  اندازه‌های  
اضلاع و ارتفاع یک مثلث قائم الزاویه ( $a$  طول وتر) باشد ثابت کنید:

$$\frac{b^2 + c^2}{b^2 + c^2} = (b+c) \times \frac{a-h}{a}$$

مورد استعمال - دو قطعه خط به طولهای  $b$  و  $c$  مفروض  
است. قطعه خطی به طول  $x$  چنان رسم کنید که داشته باشیم:

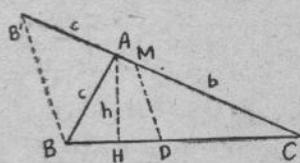
$$x = \frac{b^2 + c^2}{b^2 + c^2}$$

$$\frac{b^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{(b+c)(b^2 - bc + c^2)}{b^2 + c^2} =$$

$$(a+c)\left(1 - \frac{bc}{b^2 + c^2}\right) = (b+c)\left(1 - \frac{ah}{a^2}\right)$$

$$(b+c)\left(1 - \frac{h}{a}\right) = (b+c) \times \frac{a-h}{a}$$

مورد استعمال - مثلث قائم الزاویه‌ای با اضلاع  $b$  و  $c$   
می‌سازیم.



اگر  $a$  طول وتر و  $h$  طول ارتفاع نظیر آن باشد. بنابر آنچه گذشتاریم:

$$x = (b+c) \frac{a-h}{a}$$

$$\frac{x}{b+c} = \frac{a-h}{a}$$

برامتداد ضلع  $AC$  طول  $c = AB'$  را جدا کرده و روی  $BC$  نقطه  $D$  را چنان انتخاب می‌کنیم که باشد و از  $D$  موازی با  $BB'$  رسم می‌کنیم که  $AC$  را در  $M$  قطع می‌کند. داریم:

$$\frac{CM}{CB'} = \frac{CD}{CB} \text{ یا } \frac{CM}{b+c} = \frac{a-h}{a}$$

قطعه خط  $CM$  برابر با  $x$  طول مجهول می‌باشد.

پاسخهای درست رسیده: بهزاد سوفر - سید امیر ناصر هاشمی سجادی - جانسان بدل - سعید حبیب‌الله‌زاده - احمد حاج عظیم - حسین توسلی - جواد هاشمی نژاد - داود روحانی - رضا آهنگری - جمشید پرویزی - محمدرضا یزدان - احمد جلیلی تنها - جواد جمشیدی - وحید طباطبا وکیلی - فریدون امین‌زاده - محمد مقدسی - مصطفی حسنعلی عراقی - پرویز خواجه خلیلی -

# پرسش و پاسخ

یعنی آنکه اگر هر یک از اعداد  $a$  و  $b$  را بر  $r$  تقسیم کنیم باقیماندهای دو تقسیم باهم برابرند مثلاً  $34 \equiv 19 \equiv 4 \pmod{5}$

\*\*\*

**پرسش** : در فیزیک در قسمت دستگاهها واحدی به نام «اینتر» بکار می‌رود. این واحد که در اغلب کتب حل المسائل نیز نوشته شده است چیست؟

از زنگ آزنگ

**پاسخ** : اینتر واحد جرم در دستگاه M.K.S. صنعتی

می‌باشد.

\*\*\*

**پرسش** : وقتی که جسمی متغیر ک در سطح شب داری و در مسیری غیر از خط بزرگترین شب آن سطح حرکت کند فرمولهای منبوط به حرکت آن چیست؟

شاہرود — غلام‌حسین طهرانی

**پاسخ** : این در موقعی است که جسم سرعت اولیه داشته باشد؛ دو محور یکی در امتداد خط بزرگترین شب سطح و دیگری را عمود بر آن واقع در صفحه انتخاب کنید و نسبت به این دستگاه معادلات حرکت را نوشته پارامتر را حذف کنید معادله حرکت مشخص می‌شود، مسیر شاخه‌ای از سهمی خواهد بود

\*\*\*

**پرسش** : آیا می‌توان به طریق ترسیم مماسهای داخلی و خارجی دو بیضی یا یک بیضی و یک دایره را رسم کرد؟ سید جعفر وفابخش

شماره ۲۴

**پرسش** : در صفحه ۱۷۴ مخروطات مریبوط به ترسیم هذلولی با حرکت مداوم لغت «ستاره» نوشته شده است لطفاً توضیح دهید که این چیست؟

امین قاسمی

**پاسخ** : لغت «ستاره» به معنی «خطکش» استعمال می‌شود و بسیار متدال است. چنانچه در کتابهای لغت از جمله «برهان قاطع» برای این لغت معنی «جدول کش» ذکر شده و یادآوری شده است که لغتی است مأخوذاً از عرب که صحیح آن باید «سطاره» باشد..

\*\*\*

**پرسش** : ۱) طبقه کامل و طبقه ناقص چیست و منظور از بزرگترین و کوچکترین طبقه یک عددچه می‌باشد؟ ۲) منظور از عالمت  $(\pmod{.})$  چیست؟

اصغر شبیانی

**پاسخ** : یک عدد مفروض را از سمت راست به قطعات سه رقمی یعنی به طبقات تقسیم می‌کنیم آخرین طبقه سمت چپ، بزرگترین طبقه عدد می‌باشد. اگر این طبقه شامل هر سه مرتبه یکان، و دهگان و سدگان منبوط باشد آنرا طبقه کامل والا طبقه ناقص می‌نامیم.

مثال بزرگترین طبقه عدد  $703,576,101$  ۷۰۳،۵۷۶،۱۰۱ میلیون است و کامل می‌باشد، بزرگترین طبقه عدد  $12,749$  ۱۲،۷۴۹ هزار است و ناقص می‌باشد.

۲) مخفف کلمه **modulo** بوده و چنانچه قبله در مقاله‌های مجله یکان بیان شده است مقصود از  $a \equiv b \pmod{r}$

پاسخ : مسئله را از طریق هندسه تحلیلی حل کنید اگر معادله مربوط، قابل تبدیل به معادلات درجه اول یا دوم شد در این صورت راه ترسیمی حل مسئله را جستجو کنید.

\*\*\*

پرسش : تعیین کسر دیگری است که چون در ضرب شود کسر  $\frac{a}{b}$  حاصل گردد و این کسر برابر است با

$$\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ یعنی } \frac{a \times d}{b \times c}$$

\*\*\*

پرسش : دو دایره مداخل مفروض است. مطلوب است رسم مثلثی که در بزرگی محاط و بر کوچکی محیط باشد؛ نصرت نصرت آبادی

پاسخ : اولاً باید بین  $R$  و  $r$  شاععهای دو دایره و  $d$  طول خط المراکزین آنها رابطه اول را  $(d^2 = R^2 - 2Rr)$  برقرار باشد.

ثانیاً برای رسم مثلث، معلوم بودن دو جزء کافی نیست.

\*\*\*

پرسش : ۱- خطوط مثلثاتی  $15^\circ$  درجه را چگونه بدست می‌آورند؟

۲- ضلع نه ضلعی منتظمی محاطی یعنی  $C_9$  را چگونه محاسبه می‌کنند؟

محمد رضا یزدان

پاسخ - ۱- می‌توان معادلهای جبری تشکیل داد که جواب آن یکی از نسبتهاي مثلثاتی زاویه  $15^\circ$  درجه باشد، اين معادله از درجه سوم به بالا خواهد بود که می‌توان با استفاده از روش تقریبات متوالی جواب آنرا با هر تقریب دلخواه حساب کرد. روش عمومی برای محاسبه مقدار تقریبی یکی از نسبتهاي مثلثاتی زاویه‌ای استفاده از بسط تابع مثلثاتی به صورت سری می‌باشد.

- ۲- با استفاده از فرمول کلی :

$$C_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

وازروی جدول نسبتهاي مثلثاتی زوایا، مقدار تقریبی  $C_9$  حساب می‌شود.

\*\*\*

پرسش : لگاریتم اعداد را برای درج در جداولهای مختلف چگونه حساب می‌کنند.

امرا الله مزکی

پاسخ محاسبه مقدار لگاریتم یک عدد، با تقریب دلخواه از راه بسط تابع لگاریتمی به صورت سری انجام می‌گیرد.

پاسخ : مسئله را از طریق هندسه تحلیلی حل کنید اگر معادله مربوط، قابل تبدیل به معادلات درجه اول یا دوم شد در این صورت راه ترسیمی حل مسئله را جستجو کنید.

پرسش : ۱) آیا بدون مراجعة به جدول ممکن است که نسبتهاي مثلثاتی کمان  $9^\circ$  درجه را معلوم کرد؟  
۲) صد و چهارمین عنصر طبیعت چه نام دارد و چه کسی واژجه کشوری آنرا کشف کرد؟

مجید خرمی

پاسخ : ۱) اذ طرق مختلف می‌توان نسبتهاي مثلثاتی کمان  $18^\circ$  درجه را بدست آورد مثلاً به طریق زیر:

اتحاد زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\cos 5x = 16 \cos^5 x - 20 \cos^3 x + 5 \cos x$$

با انتخاب  $y = \cos x$  و در  $x = 18^\circ$  بعد از اختصار خواهیم داشت:

$$16y^4 - 20y^3 + 5 = 0$$

$$y_1 = \cos 18^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$$

۲) عنصر صد و چهارم هنوز کشف نشده است. عنصر صد و سوم «لورنسیوم» است که به نام کاشف آن «لورنس» مشهور است.

\*\*\*

پرسش : در معما معرف تقسمی  $17$  شترین سه نفر که اولی نصف و دومی ثلث و سومی تسع شترهارا ببرد بعد از آنکه حضرت علی یک شتر از خود به  $17$  شتر اضافه کرد آنگاه به اولی  $9$  و به دومی  $6$  و به سومی  $2$  شتر داده و شتر خود را پس برگته آیا نتیجه می‌شود که اعداد  $9$  و  $6$  و  $2$  به ترتیب برابر با نصف، ثلث و تسع عدد  $17$  می‌باشند؟

احمد علی چرچی، شبستر

پاسخ: مسئله عبارتست از تسمیه عدد  $17$  به نسبت نصف و

ثلث و تسع و اعداد  $9$  و  $6$  و  $2$  به ترتیب با اعداد  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{9}$  مقناسب هستند نه برابر

\*\*\*

پرسش : چرا در تقسمی یک کسر بر کسر دیگر، باید کسر مقسوم علیه را میکوس کرد؟

مهدي محقق - اصفهان

پاسخ: مقصود از تقسمی عدد  $a$  بر عدد  $b$  تعیین عددی است مانند  $c$  به قسمی که داشته باشیم  $a = bc$  بنابراین مقصود

# اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها

## Sphere کره

تقطیم از : مهندس ایرج ارشادی

Altitude of a zone	ارتفاع منطقه	Great Circle	دایرة عظيمة
Spherical angle	قائج کروی	Small Circle	دایرة صغیره
Spherical sector	قطاع کروی	Pole	قطب
Zone of one base	عرقچین کروی	Polar distance	فاصله قطبی
***		Zone	منطقه



## «EXERCISES»

1- Find the volume of a sphere Circumscribed about a regular tetrahedron  
Each of whose edges is a .

$$\text{Ans} : V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$$

2- If the atmosphere is clear, how many square miles of the earth's surface  
Can be seen from an airplane 3 miles high ? ( $R = 4000^{\text{mi}}$ )

$$\text{Ans} : 75,348$$

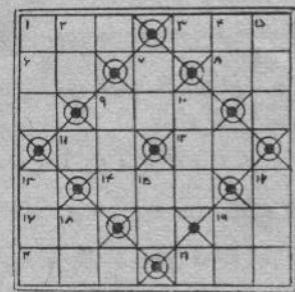
3- What is the total pressure on the inner surface of a basketball 10 -  
inches in diameter if the pressure is  $10^{\text{psi}}$  ?

$$\text{Ans} : 3141.6^{\text{lb.}}$$

## جدول اعداد

طرح از:

پژوهن امین زاده



(دانش آموزین جم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیه)

افقی: ۱- حاصل عبارت:

$$(1 + \sqrt{2})^6 - (\sqrt{2} - 1)^6$$

۸۵- ۳ درجه سانتیگراد بر حسب فارنهایت.

۶- خودش و هریک از ارقامش مربع کامل است.

۸- بزرگترین ریشه معادله:

$$-4x^4 + 128x^3 - 46x^2 + 128x + 165$$

۹- حاصل ضرب دو عدد اول دورقی. ۱۱- جواب

دلیل: ۱-  $\log_5 x = \frac{1}{x}$ . ۱۲- حجم مکعب

مستطیلی که سطح کل آن ۸۲۴ واحد سطح وابعاد آن

بر نسبت اعداد ۲ و ۳ و ۷ باشند. ۱۴- مجموع

هفت جمله از رشته اعداد:

$$2^2 + 4^2 + \dots + (2n)^2$$

۱۷- ضرب ۵ است و مجموع ارقامش برابر

است. ۱۹- مجذور کامل و حاصل ضرب دومجذور

کامل. ۲۰- مقدار عبارت:

$$A = \operatorname{Arctg} 1 + \operatorname{Arctg} 2 + \operatorname{Arctg} 3$$

بر حسب درجه. ۲۱- عدد به صورت  $abc$  که

مربع کامل بوده و هریک از اعداد  $a$  و  $b$  و  $c$

نیز مربع کامل هستند.

قائم. ۱- تکرار یک رقم. ۱۳- ارقام عدد ۲۱ افقی است. ۲- عدد اول مقسوم علیه عدد ۱۷ افقی.



### جنگ ماهیها

مردم سیام علاقه عجیبی به تماشی جنگ حیوانات دارند. آنها نه تنها خروسها، سگها، فیلها و خرچنگهارا به جان هم می اندازند بلکه جنگ بین ماهیها را نیز برپامی کنند. برای این کاردونو ماهی را که دشمن فطری یکدیگر ند به مبارزه وامی دارند. یک نوع ماهی سفید و بزرگ است و نوع دیگر آن سیاه و کوچک. هر ماهی سفید بزرگ به سادگی می تواند یک یا دو ماهی سیاه را ظرف چند ثانیه از بین بیرد. اما ماهیهای سیاه با بکاربردن تاکتیک خاصی چنین محالی را به دشمن نمی دهند. ماهیهای سیاه گروه بندی می شوند هر چهار عدد از آنها بالاتفاق یک ماهی بزرگ را در ۳ دقیقه نابود می کنند، اگر ۵ عدد باهم شوند این کار را در ۲ دقیقه و ۲۴ ثانیه و اگر ۶ عدد باشند آنرا در ۲ دقیقه تمام انجام می هند.

در یک جنگ از این ماهیها، ۴ ماهی بزرگ و ۱۳ ماهی کوچک شرکت دارند. معلوم کنید کدام نوع و در چه مدت جنگ را می بازد. سام لوید

۱۸-۵۲/۲۱۸ درجه بر حسب گراد. ۹- تکرار یک رقم. ۷- مقسوم علیه عدد ۹ افقی. ۱۵- ضربی از عدد ۷ قائم. ۱۰- مقاومت معادل سه مقاومت انشعابی که هر کدام ۱۰۲۵ اهم است. ۴- خودش و مقلوبش اول هستند. ۱۹- عدد ۱۹ افقی. ۵- هریک از رقمهای دهگان و یکان آن یک ششم رقمهای دهگان آن است. ۱۶- عدد ۲۱ افقی

# معـرفـی کـتاب

شماره دوم

## علم و تجربه

نشریه انجمن معلمان تجربی شهرستان سمنان

مشتمل بر ۱۷ مقاله علمی

شماره دوم مجموعه علوم

نشریه دپارتمان بابکان

زیر نظر: محمد باقر ازگی تهیه از: فرهاد مجیدی آهی  
مشتمل بر مسائل ریاضی، فیزیک و شیمی و مطالب علمی

## حل المسائل مثلثات

برای دانش آموزان پنجم طبیعی و ریاضی

و داوطلبان هنرمندان

تألیف آقایان:

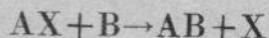
محمد حسین پرتوی - محمدعلی پرتوی  
از انتشارات

کتابخانه سفناوی

۲۸۳ صفحه وزیری - ۸۰ ریال

پدیده کاتالیز شدن (دنباله از صفحه ۸)

این محصول (AX) را «بینایی» گویند. آنگاه جسم B بهتر می‌تواند با AX عکس العمل نشان داده و آخرین محصول (AB) را بوجود آورند.

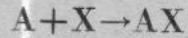


ب - پدیده «بخود بگیری» (Adsorption)  
وقتی که کاتالیز، و اجسام مؤثر مایع یا گاز باشند عمل کاتالیز به صورت «خود بگیری» یعنی گرفته شدن ملکولهای دو جسم مؤثر بوسیله کاتالیز می‌باشد. این عمل سبب می‌شود که غلظت دو جسم قابل اثر، در سطح زیاد شده، واکنش تسریع شود.

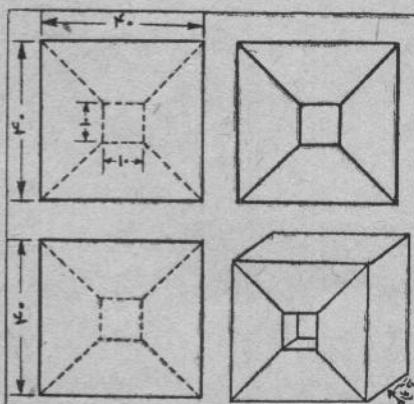
مجاورتی، وجود بعضی فاکالصیهای موجود در انیدرید سولفور و باعث می‌شدن پنجه کوهی آغشته به پلاتین (آمیانت پلاتین) می‌شود.  
۶- در مرد واکنش‌های دو طرفه (Reversible)، کاتالیز واکنش را به یک اندازه به جلو و یا عقب می‌برد.  
در ضمن نقطه تعادل (Equilibrium point) نیز دست نخورده باقی می‌ماند.

مکانیسم پدیده کاتالیز در خصوص پدیده کاتالیز نظریه متینی بیان نشده فقط دو عقیده بیان می‌شود:

الف - تئوری واکنشهای بینایی  
اگر جسم A با جسم B وارد عمل شود، چنین تصور می‌رود که انگیزه X ابتدا با A عکس العمل می‌دهد:



## حل المسائل صفحه سرگرمی شماره گذشته



رسم فني



### جدول کلمات

ر	ی	ا	خ	ر	ی	ا	ت
ر	ک	ن	ر	ک	ن	ر	ک
ک	ل	ل	ک	ل	ل	ک	ل
ل	م	م	ل	م	م	ل	م
م	ا	س	م	ا	س	م	ا
ا	ن	س	ن	س	ن	ن	س
ن	ر	ر	ن	ر	ر	ن	ر
ر	ا	ل	ر	ا	ل	ر	ا

بول چینی

جواب مسئله عبارت

است از:

یک عدد سکه مربع

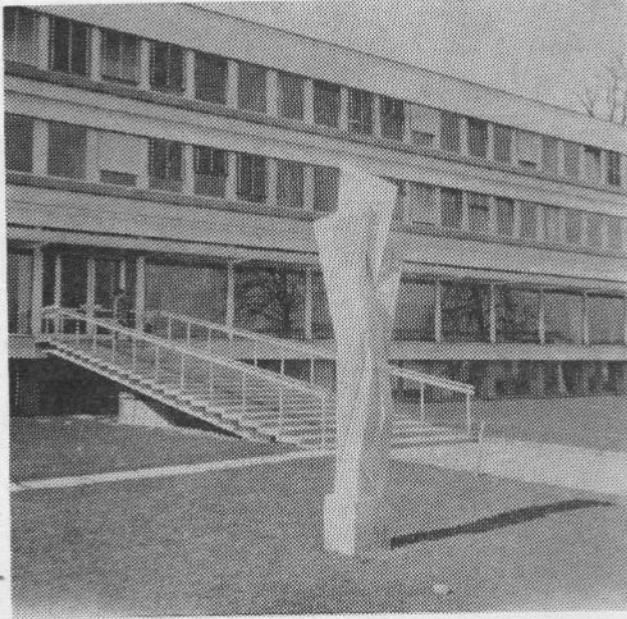
شکل بعلاوه ۷ سکه دائیه

شکل

$$\frac{16}{11} + 7 \times \frac{15}{11} = 11$$

# بازدید از دانشکده‌ها و مؤسسات علمی سویس

(دنباله از صفحه دوم جلد)



دانشکده فیزیک اتمی واقع در بُرن پا یتخت سویس

صحیح و علمی استوار نمایم صرفنظر از آنکه برای افراد مختلف منشأ فوائد بسیار می‌باشد تأثیر آن روز به روز بیشتر و چه بسا که اثر آن جاودایی خواهد بود بدینجهت مؤسسه ما در آذر ماه سال قبل که احتیاج به چند نفر همکار از افراد فعال داشت درصد بنآمد از دانشجویانی که علاقه دارند ضمن تحصیل کارهای خارج داشته باشند از وجود آنان استفاده نمایند برای انجام این کار لازم بود که با مقامات دانشگاه موضوع را در میان بگذارد.

جناب آفای دکتر کنی معاون محترم دانشگاه که سرپرستی وحدات دانشجویان را به عهده دارند در این باره کمال مساعدت و لطف را مبذول فرمودند، پروره و ابتکارهای ایشان که در نهایت بی‌نظری و دلسوزی و به منظور تأمین آسایش دانشجویان تهیه و اجرای می‌گردید چندان شایسته توجه بود که مارا برآن داشت کلیه بودجه تبلیغات خود را در دانشگاه و به نفع دانشجویان ارجمند اختصاص بدهیم. اقدامات جناب ایشان از هرجهت موجب کمال تشکر است لازم می‌دانم به نوبه خود از جناب آفای دکتر صالح ریاست محترم دانشگاه که سرپرستی و ارشاد دانشجویان و جوانان آینده کشور را به دست چنین افراد لایقی سپرده‌اند تشکر کنم.

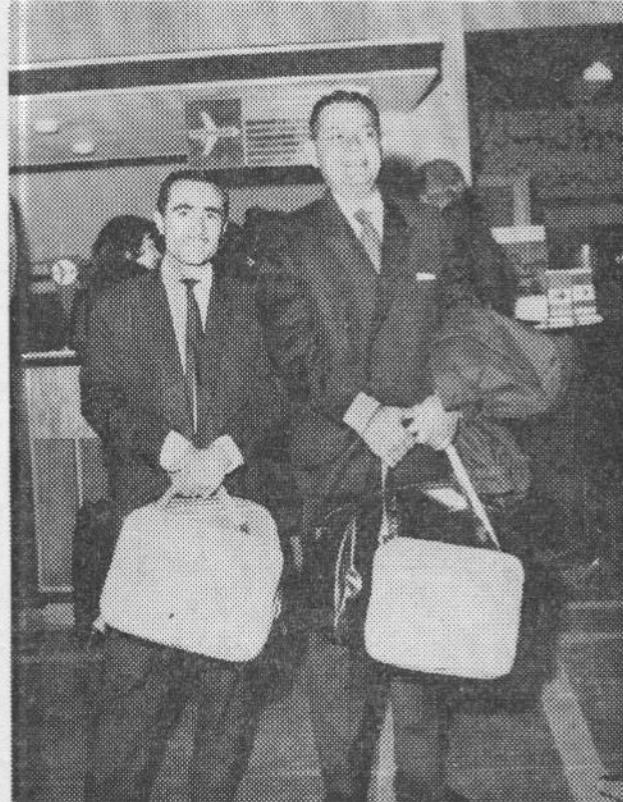
اظهار نظر آفای دکتر صالح ریاست دانشگاه تهران پس از ملاحظه نطق آفای فیروزان:

«از توجهی که نسبت به تأمین ورفاه این دانشجویان مبذول نموده‌اید سپاسگزار است. امید است که دیگر مدیران و مسئولان واحد های صنعتی و مؤسسات تجاری به شخص روشنگر و نیک‌اندیشی جون جنا به عالی تأسی جویند.» قرار است از نوع این بورس علمی هرسال یکبار در اختیار دانشگاه تهران گذاشته شود.

درخانمه از اقدام آفای فیروزان اظهار امتنان می‌شود و امید است مدیران سایر مؤسسات نیاز اقدام ایشان پیروی نمایند و به ماهیت موضوع بدل توجه بیشتری معمول گردد.

## متن سخنرانی آفای اسکندر فیروزان

«از جناب آفای دکتر سرپرست ورزش دانشگاه که مقدمات پذیرائی از خانمها و آقایان دانشجو را فراهم نمودند تشکر می‌نمایم و اجازه می‌خواهم مطالب زیر را به عنوان برای انجام مراسم قرعه کشی بورس‌های علمی هؤوسه نازوریم است که بودجه آن از محل تبلیغ ساعت نازوری تأمین شده است. اکنون بسیار هنر امت که هنرمندی دانیم که تبلیغ در شناساندن کلام امری است لازم و تأثیر مهی دارد حتی در ازهار از موارد انجام این امر چندان ضروری و مهم بنظر می‌رسد که قصور و خودداری از اجرای آن سبب محرومیت همنوعان و مانع استفاده از آن کالا می‌شود جنابکه در هرورد برخی از داروها و اکتشافات طبی و بعضی از اختلالات این موضوع بخوبی مصدق دارد. در اینجا مطلبی که شایان اهمیت و درخوازدگر است تهیه و تنظیم برنامه تبلیغات و نموده اجرای آن می‌باشد بطوری که عموماً استحضار دارند هم‌البغ بسیار بزرگی برای این منظور در تلویزیون و سینما و رادیو و نظائر آن اختصاص داده می‌شود در صورتی که می‌توان از محل مخارج آن درمانگاه‌های مجهز، دانشکده‌ها و مؤسسات علمی بزرگ و عام المنفعه بنا نمود که جنبه تبلیغاتی آن قوی‌تر و این آن بیشتر باشد. اگرچه در بادی امر تبلیغ با وسائل معمول اثر بیشتری دارد ولی باید قبول کرد که اثر این نوع تبلیغات موقتی است و اگرچه در ابتداء تأثیر کامل و رضایت‌بخش است لیکن پس از مدتی کوتاه بتدربیج اثر آن از میان می‌رود و حال آنکه اگر نوع تبلیغات را بر اساس



آقایان دکتر علی کنی معاون و استاد دانشگاه تهران و دادوه مصطفی دانشجوی دانشگاه تهران در فرودگاه ههرآباد قبل از ترک ایران

# هفتصد مسئله

## با حل کامل

چند سال قبل قریب به هفتصد مسئله در زمینه جبر و مثلثات و بدون حل آنها از طرف مؤسسه انتشارات امیر کبیر منتشر و در دسترس علاقمندان قرار گرفت ، این جزو بیزودی جای خود را باز کرده و مسائل آن مورد بحث دانش آموزان و دانشجویان قرار گرفت و با وجودی که نسخه های چاپی آن نایاب شد مسائل آن دست به دست می گشت و راه حل بعضی از آنها حتی به مجلات علمی روز کشیده شد .

### هم اکنون

## حل کامل هفتصد مسئله

که توسط :

باقر امامی ، پرویز شهریاری ، جواد حریرچی

تنظیم شده و از طرف :

### گروه فرهنگی خوارزمی

چاپ و منتشر شده است

در تمام فروشگاهها و نمایندگی های

مؤسسه انتشارات امیر کبیر

در اختیار علاقمندان می باشد

هفتصد مسئله وسیله جالبی است برای

کار خارج از کلاس دانش آموزان

دانشجویان

داؤ طلبان گنکور