یادگار ریاضیات

دورهٔ دوم ـ شمارهٔ :

۱۰

شمارهٔ مسلسل :

۲۳

اسفند ماه ۱۳۴۴

در این شماره :

بها : بیست ریال

صفحات جدید در یکان

از شمارهٔ آینده ، صفحاتی از مجله به‌مطالب زیر اختصاص داده خواهد شد :

۱ـ صفحهٔ مخصوص هیئت و نجوم
۲ـ صفحهٔ مخصوص فیزیك
۳ـ صفحهٔ مخصوص شیمی
۴ـ گفتگوی دور میز گرد

درانتظار دریافت نظرات خوانندگان محترم هستیم

سپاسگزاری

نویسندگان گرامی روزنامهٔ وزین سایبان که در رشت منتشر می‌شود تاکنون چندین بار ما را مورد لطف قرار داده‌اند مخصوصاً درشمارهٔ مورخ ۱۰ اسفند این روزنامه شرح مبسوطی به‌مناسبت سالروز انتشار یکان مرقوم رفته بود .

ضمن سپاسگزاری ازجناب آقای ملك‌زاده مدیر گرامی وسایر نویسندگان روزنامهٔ سایبان توفیق ایشانرا در ادامهٔ خدمت مهم مطبوعاتی خود آرزومندیم .

مدیر مجله

یکان
مجلهٔ ریاضیات

سال سوم ـ دورهٔ دوم ـ شمارهٔ دهم (شمارهٔ مسلسل : ۲۳)
اسفند ۱۳۴۴

صاحب امتیاز و مدیر مسئول : عبدالحسین مصحفی

مدیر داخلی : داود مصحفی

زیر نظر شورای نویسندگان هر ماه یك بار منتشر می‌گردد

نشانی اداره: تهران، خیابان لاله‌زارنو، نزدیك شاهرضا ـ شمارهٔ ۸۱

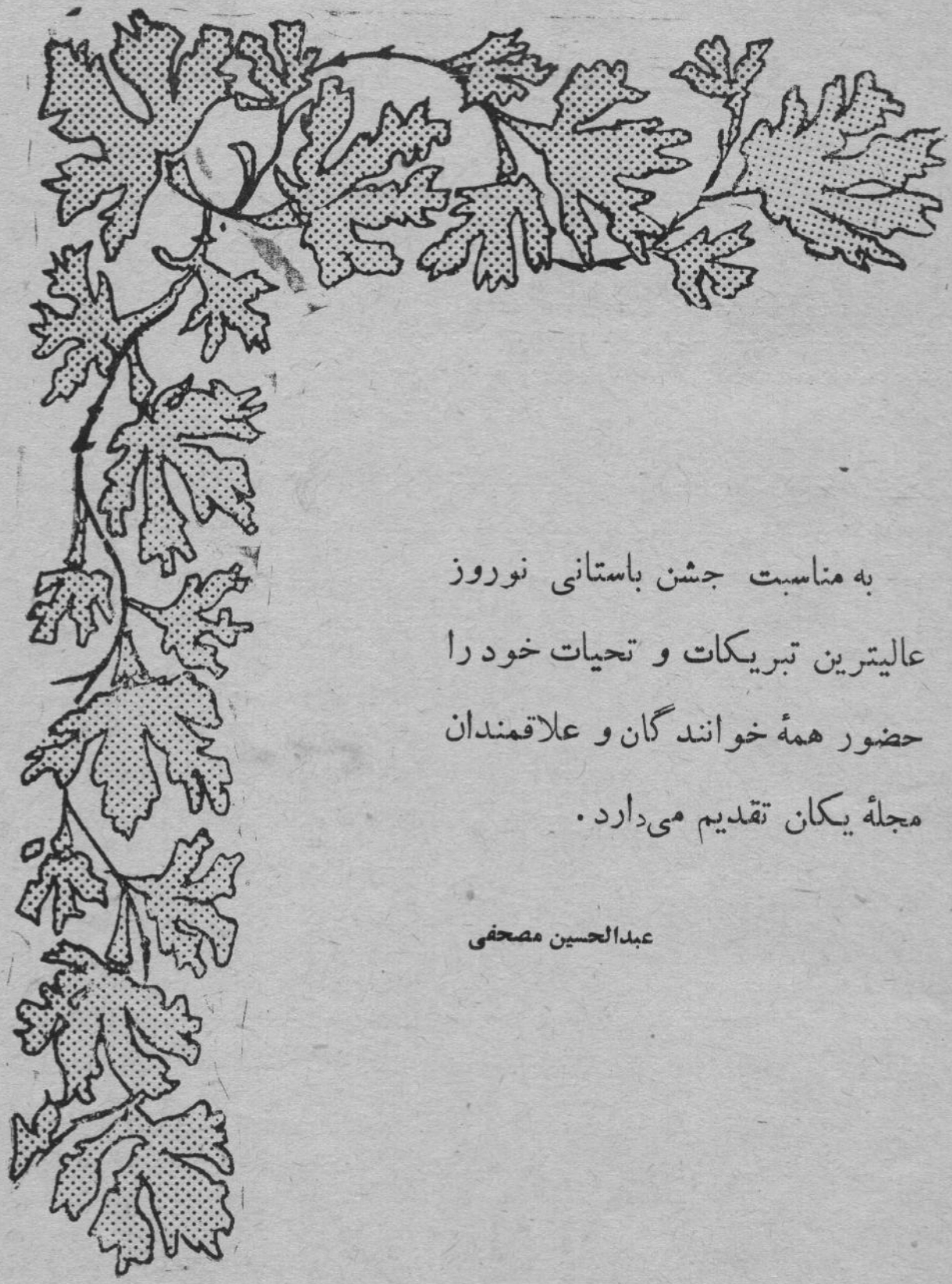
نشانی پستی : صندوق پستی ۲۴۶۳
تلفن اداره : ۳۳۱۸۱

وجه اشتراك برای ۱۲ شماره ۲۰۰ ریال
(برای کشورهای خارج به‌اضافهٔ هزینهٔ پست)
حساب بانکی : جاری ۳۰۹۵ شعبهٔ لاله‌زارنو بانك صادرات

YEKAN
Mathematical Magazine
volume II , number 10, March. 1966
subscription : $3

TEHERAN . P.O.B. 2463

چاپ آذر تلفن ۶۴۰۲۸



به مناسبت جشن باستانی نوروز
عالیترین تبریکات و تحیات خود را
حضور همهٔ خوانندگان و علاقمندان
مجلهٔ یکان تقدیم می‌دارد.

عبدالحسین مصحفی

توسعهٔ آموزش ریاضیات درفرانسه
درسطح کلاسهای اول و دوم

نوشتهٔ : **لوسین فلیکس** دبیراگرژهٔ دبیرستان لافونتن پاریس
تنقیح از : **دکترهوارد ، اف ، فر** ـ دانشسرای‌عالی دانشگاه کلمبیا ـنیویورك
ترجمه ازمجلهٔ «معلم ریاضیات» ، یکی از ارگانهای انجمن معلمان ریاضیات آمریکا ،
نوامبر ۱۹۶۵ ، بوسیلهٔ : **جهانگیر شمس آوری**

بورباکی و «ریاضیات جدید» ازفرانسه هستند . بنابراین طبعاً برای بقیهٔ جهان این سؤال پیش می‌آید که‌تأثیر آنها درآن کشور درآموزش ریاضیات درسطح متوسطه و کلاسهای تهیهٔ مدارس عالی چه بوده است .

دوشیزه **لوسین فلیکس** یکی‌از رهبران‌فعالی است که در راه توسعه وقوی ساختن‌برنامهٔ سنتی‌ریاضیات‌درمدارس عمومی فرانسه کوششی بس وسیع داشته است . دراین مقاله دوشیزه‌فلیکس گزارشی‌صریح ازوضع امروز کشورفرانسه دراین باره می‌دهد .

برای فهم بعض اشاراتی که درمقاله شده شایسته است که نمائی از دستگاه تربیتی فرانسه درنظر داشته باشیم : مدرسهٔ ابتدایی شامل کلاسهای ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۷ است که معمولا برای اطفال به سن شش تا یازده می‌باشد.قبل ازدورهٔ ابتدایی دورهٔ کودکستان‌است که ورودبه‌آن برای کودکان‌به سن‌دو تاشش اختیاری است . دورهٔ اول دبیرستان شامل کلاسهای ٦ و ٥ و ٤ و ٣ است که برای نوجوانان از یازده سال تا ۱۵ سال می‌باشد . دورهٔ دوم دبیرستان شامل کلاسهای ۲ و ۱ و T است (T کلاس آخر دبیرستان است که به رشته‌های مختلف از قبیل ریاضی و ادبی وغیره تقسیم شده است) که برای جوانان از ۱٦ سال تا ۱۹ سال می‌باشد .

درپایان تحصیلات دورهٔ اول دبیرستان امتحانی به نام Brevet d'études du première cycle از شاگردان بعمل می‌آید . امتحان نهائی دیپلم (Baccalauréat) که‌کافی برای ورود به دانشگاه است معمولا در دو قسمت انجام می گیرد . قسمت اول آن درآخر کلاس اول وقسمت دوم آن درپایان کلاس T انجام می‌پذیرد . چنانکه درمقاله خواهید دید دربارهٔ ادامه دادن به امتحان قسمت اول تردیدی حاصل شده است .

شاگردانی که قصد دخول به مدارس بزرگ عالی دارند (دانشسرای عالی ، انستیتوهای پلی تکنیك وغیره) باید پس ازپایان کلاس آخر دبیرستان دوسال دیگر در کلاسهای تهیه به تحصیل اشتغال ورزند . این کلاسهای مقدماتی و ویژه برای شاگردان به سن ازنوزده تا ۲۱ می‌باشد . اساساً این کلاسها جزء تحصیلات عالیه است. درپایان این‌دوسال مسابقهٔ ورودی به نام Concours d'entrée dans les grandes écoles بعمل می‌آید .

این توضیح بسیارمختصر ، درفهم وضعی که درمقاله آمده است ، خواننده را یاری خواهد کرد .

تشکرات صمیمانهٔ خود را به دکتر Julius H.Hlavaty وهمسرایشان که مقالهٔ دوشیزه‌فلیکس رابه‌زبان انگلیسی برگردانده‌اند تقدیم می‌دارم .

هوارد. اف. فر، منقح

درسطح عالی‌آموزش ، حتی با درنظر گرفتن تفاوتهایی که نتیجهٔ‌آزادی بسیار استادان است (استادانی که درحال‌حاضر نیز به‌بعضی از افکارغیرمتد اول پای بندند) ، می‌توان گفت که برنامهٔ جدیدی درریاضیات تکامل یافته است . این مطلب‌بطور وضوح از «شهادت‌نامه‌های عالی» جدید و سؤالهای امتحانات آشکار است . این برنامهٔ جدید نه‌فقط مربوط به سالهای آخر تحصیلات است بلکه از همان سال اول که جنبهٔ عمومی دارد آغاز می‌شود .

بسیار دشوار است که گزارشی واقعی از وضع آموزش ریاضیات درکلاسهای اول و دوم داده شود . اگربرای قضاوت برنامهٔ رسمی را مورد مطالعه قراردهیم و سؤالهای امتحانی را بررسی کنیم وچاپهای جدیدکتابهای درسی را ازنظر بگذرانیم مشاهده می‌کنیم که از این نظر چیزهای تازه‌ای در آنها یافته می‌شود . اما چنین قضاوتی بسیارسطحی خواهد بود. درحقیقت کار تحقیق در بارهٔ تدریس جنبه‌های جدید ریاضیات عملا ادامه دارد وبه نتایجی درسطوح مختلف رسیده است . این تحقیق از سوئی مربوط به روشهای تدریس و از سوی دیگر مربوط به ساختن برنامه‌ها می‌باشد.اما عکس‌العمل دستگاه رسمی‌آموزشی درهر دومورد بسیاراحتیاط‌آمیز است.با این همه، بهره‌برداری ازافکار جدید به علت استقلال واقعی معلمان امکان‌پذیر است و هرقدر که آنان با مفاهیم جدید در ریاضیات آشناتر می‌شوند دامنهٔ این بهره‌برداری وسعت می‌یابد.

مفاهیم جدید وتوضیح آنها

یکی از دلایل بارز برای آشکار ساختن تغییرات جدید در آموزش ریاضیات بکار گرفتن مفاهیم مجموعه‌ها و رابطه‌ها در امر تدریس است .

مجموعه

آشنایی با اصطلاحات نظریهٔ مجموعه (عضو بودن،شمول اعمال دربارهٔ مجموعه وزیر مجموعه) هم اکنون دربرنامه‌های رسمی تحصیلات مشاهده می‌شود . دستورچنین است که اغلب از کلاسهای نهائی شعبهٔ ریاضی بایداین اصطلاحات بکاربرده‌شوند وعملا در همهٔ آن کلاسها (احتمالا باچنداستثنا) بکاربردن آنها تثبیت شده است : تقریباً درهمهٔ کلاسهای دورهٔ دوم و همچنین چاپ جدیدکتابهای درسی این اصطلاحات و علامات مربوط به آن دیده می‌شود . از این مهمتر آن است که حتی از ابتدای آغاز دورهٔ اول دبیرستان (کلاسهای ۶ و ۵) بکار بردن این اصطلاحات همگانی شده است . تصور نمی‌کنم که دربارهٔ این آزمایشها که درکلاسها انجام می‌گیرد آماری وجود داشته‌باشد اما دربارهٔ دبیرستانی که خود درآن تدریس می‌کنم ، درپاریس می‌توانم اعدادی ارائه دهم .

از ۱۵۰ شاگردکه در دوسال گذشته درکلاس‌آخر رشتهٔ ادبیات به تحصیل اشتغال داشتند تنها چازیا ۵ نفرشان بودند که باآن اصطلاحات آشنائی نداشتند . در آغاز سال تحصیلی ۱۹۶۴ حتی یك نفر نبودکه آن اصطلاحات را نداند.

از ۵۰ شاگردکه واردکلاس چهارم شدند ، وبعضی‌آنها ازکلاس پنجم (رشتهٔ آموزش عمومی وابسته به‌تعلیمات‌مقدماتی) آمده بودند ، تنها دوشاگردازمجموعه‌ها چیزی‌نشنیده وعلامات $\in$ و $\cap$ و $\cup$ راندیده‌بودند.

آیا این به‌آن معناست که « راه نیل به مقصود بوسیلهٔ مجموعه‌ها» در آموزش ریاضیات نفوذ یافته است ؟ یا بدان معناست‌که تنها لفافی ازپاره‌ای نظریات جدید برمبانی قدیمی وسنتی چسبانده شده است ؟ وضع موجودبا وضع مطلوب فاصلهٔ بسیار دارد ، چه تعداد معلمانی‌که به درستی تعلیم یافته باشند کم است . بهترین‌کارها به یقین درکودکستانها انجام‌می‌گیرد وآن مدیون‌کوشش مداوم و بکاربردن همه‌گونه وسایل آموزشی است . بازرسان کودکستانها ، بخصوص افکارنو را پذیرا هستند ومعلمان آنجا تعلیمات ویژه یافته‌اند . بعد ازآن ، در مرحلهٔ محاسبه و اشتغال ذهنی با مسائل وآماده سازی برای امتحانات اغلب جریان عادی وپیش‌پا افتاده برقرار است . به‌این مسئله بعداً تحت عنوان «مدارس ومعلمان» اشاره خواهم‌کرد .

روابط

روابط بوسیلهٔ نمودارهای متفاوت، منحنی‌های گوناگون و جد اول نمایش داده می‌شوند. گرچه تحقیق دراین باره‌بطور کلی منظم نبوده است ، اما بکار بردن این نوع بیان مطلب

بیش ازپیش درهمهٔ مراحل مختلف تحصیلی عمومی شده است . نمایش نموداری توابع ازکلاسهای پایین آغاز می‌شود: شاگردان من درکلاس چهارم ، بنابه اظهارخود ، آن را در کلاس ششم به هنگام مطالعهٔ توسعهٔ کشت باقلا دیده‌اند ، وشاگردان مدارس ابتدایی برای گزارش نتایج مشاهدات خود (درجهٔ حرارت ، زمان طلوع و غروب خورشید و غیره) نمودارهای گوناگونی بکارمی‌برند .

روابط تساوی ونامتساوی ازسالهای نخست تحصیلی تعلیم داده می‌شوند . علامت > بوسیلهٔ بسیاری از معلمان در آغاز کاربا اعداد معرفی می‌شود .

روابط تعادل وترتیب (کلی یا جزئی) اغلب بطوروضوح گاهی در کلاس ششم و زمانی درکلاس چهارم ، هنگام تعلیم مضارب ، مقسوم‌علیه‌ها و اعداد اول که در برنامه هستند نشان داده می‌شود . گرچه برنامه در این باب به سکوت برگزار کرده است .

سازمانهای جبری

اصطلاحات مربوط به اعمال (استقلال ازترتیب، شرکت پذیری وغیره) معمولا در کلاس ششم (وگاهی نیز درکلاس‌های ابتدایی) معرفی می‌شوند . کلمات «گروه ، حلقه ، هیئت‌اعداد تاکلاس‌آخر دبیرستان (رشتهٔ ریاضی) لازم نیست . بعضی از معلمان آنها را زودتـر معرفی می‌کنند اما خود سازمانها را تدریس نمی‌کنند .

سازمانهای توپولوژیکی

ازدبستان تا دورهٔ دوم دبیرستان مطالعهٔ مقادیر تقریبی، درحل تمرینات ومثالهای مربوط به فیزیك و اقتصادبعمل‌می‌آید وبدین لحاظ این وظیفه‌به‌عهدهٔ معلمان فیزیك نهاده شده است.

حدها ، «میل به بینهایت» بویژه دربارهٔ توابع ، تنها به شکل حسی وغیراستدلالی عرضه می‌شود (درکلاس دوم)حتی تعریف ومورد استعمال مشتقات نیز در کلاس اول به‌همین وضع بیان می‌گردد ، وفقط درسال‌آخر دبیرستان رشتهٔ ریاضی ، تا اندازه‌ای‌به‌آن قوت داده می‌شود . بطورکلی ، راه نیل‌به‌مقصود وعرضه داشتن این مطالب بهمان صورتی است که بوسیلهٔ کوشی (Couchy) ارائه شده است ، تنی چند از معلمان راهـی محسوس برای تفهیم بکار می‌برند .

آماری دقیق دربارهٔ روشهایی که بکاربرده می‌شود دردست نیست : در واقع معلمان فرانسوی‌به‌آشکار ساختن روشی که‌بکار می‌برند توجه ندارند مگر آنکه بخواهند له یا علیه نوسازی برنامهٔ روش اظهار عقیده کنند .

تغییرات دربرنامه

برنامهٔ فعلی دردورهٔ اول دبیرستان چند تغییرقابل‌اشاره کرده است . جهت این تغییر بویژه متوجه نیاز به کارهـای عملی است . کارهای علمی تجربی دربعضی ازبرنامه‌ها گنجانده شده است وآن درمقاطعی است که دانش‌آموزان‌را برای‌کارهای فنی‌آماده می‌سازد.دراین‌برنامه‌ها است که منبع وزمینهٔ‌ریاضیات عملی وجود دارد . اما تعداد ساعات هفتگی این درس وضع اسفناکی‌پیداکرده زیراهفته‌ای چهارساعت ریاضیات درکلاسهای ششم وپنجم اخیراً به هفته‌ای سه ساعت‌کاهش یافته است !

به این نکته می‌خواهم اشاره کنم که دربرنامهٔ سال سوم مقدمه‌ای بر هندسهٔ فضایی وجود داردکه با شیوهٔ حسی تدریس می‌شود . و این از نظر آنکه آمادگی لازم را برای تحصیل مطلوب این ماده در دورهٔ دوم دبیرستان فراهم می‌آورد بسیار مفید است،

برنامه‌های کلاسهای اول و دوم درعلوم تغییر مهمی کرده است ، بدین ترتیب که به‌موجب تقاضای مصرانهٔ معلمان ۵ ساعت درهفته به‌آن اختصاص داده شده است . و این قدمی در جهت نوسازی است . ولی به‌آن نمی‌توان به‌وضوح استنادکرد چـه معلمان تعلیم نیافته موافق با این ساعات اضافی نیستند وآن را تحمیل اضافی می‌دانند . قسمت‌اعظم مطالب‌برنامه درنظم‌معمولی وسنتی‌آورده شده است و ازتوضیحاتی که درمقدمهٔ موجز برنامه آمده است تنهاکسانی برخوردار می‌شوندکه آن توضیحات را قبلا وبه تفصیل درجایی دیگر مطالعه کرده باشند ! در مقدمه چنین‌آمده است : «ترتیبی که درتنظیم عناوین برنامه‌آمده است به‌سببی خاص بوده است . بدیهی است‌که معلمان درتغییرترتیب ارائه شده آزادند ومی‌توانند مطالب را به هرترتیب که‌بخواهند منظم‌کنند . وبویژه آموزش مربوط به نظریه‌هائی را که تحت عنوانهای مختلف دربرنامه آمده است به‌هم مربوط سازند.»

در هندسهٔ کلاس دوم با مراجعه به یاد گرفته‌های قبلی مفاهیمی بیاد آورده می‌شوند که امکان معرفی مفهوم **بردار** در صفحه و فضا و تمیزبین **هندسه های آفین و متری** فراهم‌آید.

دربارهٔ ترتیب عرضه داشتن هندسهٔ آفین و متری توافق وجود ندارد. به‌هرحال‌شروع کردن‌باهندسهٔ متری، که‌شاگردان با آن‌آشنایی قبلی دارند ، ومنجر ساختن آن به هندسهٔ‌آفین،

دربرآورده ساختن نیاز دانش آموزان مناسبتر است .

برنامه ، درچندجا ، از نظر پیوستگی دچار گسیختگی است (ومتأسفانه معلمانی که صلاحیت کمتری دارند بدون توجه از برنامه پیروی می‌کنند) . توابع :

$$y=\frac{a}{x} \text{ و } y=ax^2+bx+c \text{ و } y=ax+b$$

دربخش II برنامهٔ جبر تعیین شده‌اند اما رسم نمایش هندسی دربخش V ازبرنامهٔ هندسه وجود دارد ! با این همه بعضی از نکات برجسته را می‌توان استخراج کرد . بطور مثال ، **قضیهٔ تالس** بلافاصله بعد از ضرب یك بردار دریك عدد تعیین شده است ، «مثلثهای متجانس» بعد از اصل توزیعی ضرب نسبت به جمع آمده است .

در کلاس اول گرچه مطالب برنامه بیشتراست امادرواقع ازبرنامهٔ کلاس قبل سبکتر است زیرا شاگردان آمادگی بیشتری برای تحصیل ریاضیات دارند . باز درمقدمهٔ برنامهٔ این کلاس تلویحاً اشاره شده که هنگام تدریس تبعیت از ترتیب عناوین برنامه لازم نیست ، و این مطلب از آنجا که حاصلضرب اسکالر دوبردار ، ازنظر تسلسل منطقی مطالب ، درجای‌مناسب خودآورده‌نشده است بخوبی‌هویداست .

درحقیقت ، غرض اصلی ازاین برنامه تعیین قضایائی است‌که باید برای قسمت اول امتحان‌نهائی ، یعنی امتحان‌آخر سال‌کلاس اول ، دانسته شود . این امتحان‌که آخرین بار در سال‌گذشته به‌عنوان آزمایش انجام‌گرفت ، امسال (۱۹۶۵) بدون اخطارقبلی حذف شد .

در بارهٔ نحوهٔ تقسیم موادریاضیی‌که باید درکلاس اول و دوم خوانده شود صحبتهایی درمیان است . به‌هرحال معلوم شده است‌که این کلاسها باید بردارها را همراه با هندسهٔ متری و حاصلضرب برداری بکاربرند . برنامهٔ هندسهٔ تحلیلی، پیشرفته وبطورمثال شامل مطالبی دربارهٔ سهمی است (کانون و هادی ، مماس وغیره) . برنامهٔ آنالیزتا تعریف و مورد استعمال مشتق است . ازبرنامهٔ مکانیك‌کاسته شده وشامل مطالبی دربارهٔ‌حرکات مستقیم‌الخط است .

درچند سال‌اخیر برنامهٔ رشتهٔ ریاضیات سال‌آخردبیرستان ازنظر هندسهٔ تحلیلی وکاربرد آنالیز درآن تکامل یافته است . آنچه موجب تغییر فاحش این برنامه شده حذف پاره‌ای از ازفصول وعناوینی است‌که دربرنامهٔ قدیم وجود داشت و اکنون به‌صورت تمرین درآمده است (این تغییرات بخصوص از نظر مثلثات ومخروطات شایان توجه است) .

اهمیت‌مواد درسی جدیدی‌که دربرنامهٔ این‌سال گنجانده شده است‌کم نیست . آنالیز ترکیبی ، احتمالات ساده ، فرمول دو جمله‌ای نیوتن ، توابع لگاریتمی و مجهول‌القوه و اعداد مختلط ازآن جمله‌اند . بطورکلی مطالعهٔ توابع با قانون **رل** (Rolle's theorem) که بدون اثبات پذیرفته می‌شود، آغازمی‌گردد و ازآن ، با استدلال ، قضیهٔ نموهای محدود نتیجه می‌گردد . انتگرال نامعین بوسیلهٔ مطالعه در بعض معادلات دیفرانسیل ازقبیل :

$$y''=Ky \text{ و } y'=ay \text{ و } y'=P(n)$$

تدریس می‌گردد . برنامه همچنین شامل‌توابع برداری‌نیزهست

دنبالهٔ هندسهٔ تحلیلی نیز جزء برنامهٔ این سال است (خطوط مستقیم ، صفحه ، دایره ، کره ، مارپیچ) ، اما مسائل گمراه‌کننده ازآن حذف شده است . از هندسهٔ ترسیمی به مقدارقابل ملاحظه‌ای‌کاسته شده وتنها به‌اصول نمایش‌تصویری وحل مسائل متری بدون تذکار حالات خاص اکتفاگردیده‌است دراین اواخر درس نجوم به چند سخنرانی خارج از ساعات برنامهٔ هفتگی تبدیل شده است و از آن امتحان بعمل نمی‌آید .

معلمی که‌کار خود را در چهارچوب این برنامه ، بر مفاهیم جدید ریاضیات ، بنیان می‌گذارد می‌تواند به سادگی و با رضایت خاطر به‌تدریس ادامه دهد. از این گذشته اومی‌تواند که با دادن تعلیمات‌کافی به شاگردان خودآنها را برای‌رفتن به‌مدارس عالی ازقبیل پلی‌تکنیك ودانشسرای عالی‌وانستیتوهای مهندسی چنان‌آماده کندکه نیاز به تحصیل درکلاسهای تهیه از بین برود .

اما مشکلی دربارهٔ امتحان نهایی وجود دارد . قسمت‌اول این امتحان در سال جاری از میان رفته است . هیچکس نمی‌داندکه جریان‌آن درسال ۱۹۶۶ چگونه خواهد بود .

امتحان نهایی سال ۱۹۶۵ به‌روش معمول بود. «مسائل» به ندرت وبه‌زحمت با فکری نوطرح شده بودند . «تمرینات» همچنین به‌ندرت وبه‌زحمت دربارهٔ مواد درسی جدید بودند . ما تصورمی‌کنیم که حذف سؤال از متن دروس در امتحانات آزادیی به معلمان در انتخاب روش داده است . با چنین امتحاناتی می‌توان گفت که شاگردان بسیار بیش ازآنچه در امتحان ازآنها سؤال شده بود می‌دانستند . اما از این مطلب آخر نباید چنین‌پنداشت‌که بطورکلی تمایلی برای‌پایین‌آوردن سطح معلومات وجود دارد .

مدارس و معلمان

زمانی دورهٔ دوم دبیرستان (کلاسهای ۱ و ۲) تکافوی

فقط عدهٔ محدودی را می‌کرد و دورهٔ عالی از آن هم محدودتر بود . اما اکنون دستگاه آموزشی درمقیاسی بزرگ ، به سرعت توسعه یافته است . همهٔ شاگردان باید تا سن ۱۶ سالگی در مدرسه بمانند . بنابراین تعلیمات اولیه تا پایان دورهٔ اول دبیرستان ادامه یافته است . دستگاه آموزشی این شاگردان را برای ورود به دورهٔ دوم دبیرستان آماده می‌کند. کوششهایی ازجانب انجمن معلمان ریاضیات با همکاری سایر انجمنهای معلمان بعمل می‌آید که ازپایین آوردن سطح معلومات در دورهٔ اول دبیرستان اجتناب شود .

برای رسیدن به این مقصود ، تنها وسیله‌ای که به آن می‌توان دست یافت تربیت بهتر معلمان است. به‌علت کافی نبودن اقدامات دستگاه اداری درتوسعهٔ برنامه‌های تربیت معلم ، این اقدام ازچند طریق انجام گرفته ومی‌گیرد: ایراد سخنرانیهایی ازطرف استادان دانشگاه برای دسته‌هایی ازمعلمان که با هم‌کار می‌کنند ، همچنین ایراد سخنرانیهایی بوسیلهٔ دبیران برای آموزگاران ، تشکیل کلوبهای ریاضیات، برنامه‌های تلویزیونی برنامه‌های تربیتی رادیوئی، مقالاتی که درنشریهٔ انجمن معلمان ریاضی چاپ می‌شود مطالبی که بوسیلهٔ انستیتوی ملی تربیتی تهیه می‌شود کتابهایی که بوسیلهٔ انجمن معلمان ریاضیات برای تسهیل کار تدریس کتابهای درسی واقعاً جدید منتشر می‌شود .

انجمن معلمان ریاضیات کمیته‌ای عالی بوجود آورده است که دربارهٔ مسائلی که براثرشرایط اجتماعی کنونی پدید می‌آیند مطالعه کند . مسائلی که مبتلابه مدارس ، ازکودکستان تا پایان متوسطه است . درمیان اعضاء این کمیته افراد متخصص تعلیمات ابتدایی و متوسطه وجود دارند .

نتایجی که ازتمام این کوششها گرفته می‌شود باید نخست درکلاسهای درس به تجربه گذاشته شود . تنها دراین صورت است که مقامات اداری درصدد اخذ تصمیم می‌افتند و تغییری را که قبلاً در کلاسهای درس تحقق یافته است رسمی اعلام میدارند .

گزارشهای مربوط به
انجمن معلمان ریاضی ایران

بنابه دعوتی که از طرف هیئت مجریان انجمن معلمان ریاضی بعمل‌آمده بود ، اعضای شورای‌مرکزی انجمن درتاریخ ۱۳ اسفندماه جاری درتالار دبیرستان آذر حضور بهم رسانیدند آقای **آذرنوش** غرض از تشکیل جلسه را بیان داشتند وآقای **بیرشك** گزارشی اجمالی‌ازفعالیتهای‌هیئت مجریان را به‌شرح زیر به اطلاع حضار رسانیدند .

۱ـ از آغاز انتخابات انجمن تاکنون جلسات شورو وبحث هیئت مجریان همه هفته به طور مرتب تشکیل شده است وچندین مورد هم از اعضای هیئت مشاوران و داوران نیز برای مشاوره دعوت بعمل‌آمده است .

۲ـ اساسنامهٔ انجمن چاپ شده و برای متقاضیان ارسال خواهد شد .

۳ـ برای تشکیل‌سمیناری ازآموزگاران‌حساب کلاسهای پنجم و ششم دبستان درموضوع **«چه‌کنیم تا تدریس‌حساب در دبستان نتیجهٔ مطلوب بدهد ؟»** اقدام شد و طی جلسات متوالی بحث ومذاکره حتی ریز برنامهٔ مواد موردبحث درسمینار هم تهیه شد و از ادارهٔ کل تعلیمات ابتدایی خواسته شد تا محلی‌برای تشکیل سمینارداراختیار گذاشته وآموزگاران وسایر افراد ذیصلاحیت را برای شرکت درجلسات سمینارمعرفی کند . **ادارهٔ کل تعلیمات ابتدایی** در ابتدا از این اقدام انجمن استقبال کرد و با توافقی که درمورد تاریخ تشکیل‌سمینار بعمل‌آمد قرارشد ادارهٔ کل تعلیمات ابتدایی مقدمات‌کار رافراهم کرده مواتب را به اطلاع برساندا‌ما تاکنون‌ازطرف این‌اداره هیچگونه اطلاعیه‌ای واصل نشده است . فعلا برای ما این‌نتیجه بدست‌آمده است که برای تشکیل سمینار باید رأساً وبدون‌اتکاء به دستگاههای اداری اقدام کنیم .

۴ـ به پیشنهاد **ادارهٔ کل تعلیمات متوسطه**،انجمن برنامهٔ‌کار کلاسهای کارآموزی راکه توسط این ادارهٔ کل برای دبیران ریاضی سیکل اول تشکیل شده بود تهیه کرده واستادان کلاس را نیز انتخاب ومعرفی نمود . این دورهٔ‌کارآموزی‌شامل دوکلاس سی‌نفری می‌باشدکه ازنهم بهمن‌ماه‌تشکیل شده وهنوز ادامه دارد . برنامه‌ای که توسط انجمن برای این کلاس تنظیم و اجرا شده است شامل مطالب زیر است :

هدفهای‌تعلیم‌وتربیت‌وهدفهای‌خاص‌از آموزش ریاضیات ـ ادارهٔ کلاس به منظور حداکثر استفاده ازفرصت ـ تهیهٔ درس ـ روشهای تدریس ـ امتحان وارزشیابی ـ روش تدریس حساب ـ روش تدریس جبر ـ روش تدریس هندسه .

بقیه درصفحهٔ ۸

توسعه طلبی ریاضی

L'Imperialisme Mathématique

نوشتهٔ : آندره کوزن استاد فرانسوی ریاضیات

ترجمهٔ : احمد بیرشك

«میان هندسه و زیست شناسی اختلافی است ناشی از این واقعیت که خط راست ساختهٔ مجرد طرز تفکر نظری است و در طبیعت زنده همانندکاملی ندارد . چنین استنباط می‌شود که‌این طبیعت زنده که در قالبی بسیار سخت که به اندازهٔ آن نیست قرار داده شده عاصی گردیده است و به زودی نشانه های رنج روحی درآن ظهور می کند ». آنچه نوشتیم قسمتی است از یك مقالهٔ **دکتر برژ «Berge»** پزشك روانکاو و رئیس **«مدرسهٔ والدین» (Ecole des parents)** که درتازه ترین‌شمارهٔ مجلهٔ **« دفترهای زندگی »(Cahiers de la vie)** چاپ شده است ، واز نوعی طغیان درمقابل طرز تفکرریاضی، که در تکامل علوم‌کنونی تأثیر دارد، حکایت می کند. بسیاری از دانشمندان ، به ویژه زیست شناسان ، وگاهی هم فیزیك‌ـ دانان ، از نوعی توسعه طلبی ریاضی نگران هستندکه بیم آن می‌رودکه راه پیشرفت علم را دربرخی رشته ها **کج کند** و در نتیجه اوضاع و شرایط حیات بشری را منحرف سازد .

در بیشتر مقالات و رسالات زیست شناسی و زمین شناسی (و همچنین پزشکی وکشاورزی) که ازنظر من گذشته است سطح ریاضیاتی که در آنها به‌کاررفته است از حدود محاسبات عددی دورهٔ شش ساله ابتدائی تجاوز نمی کند . فقط در بعضی رشته‌ها مثلا «علم توارث» (ژنتیك) ریاضیات به معنی واقعی واردمی‌شود اما همه جا علاقهٔ خاصی به«دقت» به چشم می‌خوردکه که از هیچ یك از محکمترین استدلالهای ریاضی پای‌کمی ندارد . راست است‌که ممکن است این سؤال پیش بیاید که آیا زیست شناسان و زمین شناسان مجبور نخواهند شد درکارهای پیشرفته تر خود باکمال صداقت ریاضیات و طرز بیان‌آن را به‌کار برند ؟

نتیجه برای من روشن است : همهٔ جوانانی‌که خودرا برای پیش گرفتن رشته های زیست شناسی و زمین شناسی‌آماده می‌سازند و حتی «مرد شریف»آینده [نوع ظریف مردان قرن بیستم] باید سعی کنندکه خودرا به دقت (به اصطلاح ریاضی) و به استدلال معتاد سازند و فکر خودرا در جهت علمی ، یعنی سازنده ، پرورش دهند ،آنان نمی‌توانند ریاضیات و فوائدآن را نادیده انگارند .

می‌دانم‌چه‌ایرادی‌به‌من‌خواهند گرفت، خواهند گفت:«هر دانشجوی‌مشتاق‌علوم طبیعی‌دارای‌استعدادریاضی‌نیست»این مطلب درست ، اماآیا دررفتار این دانشجوی مشتاق هم دقت شده‌است؟ در هرلحظه استدلالی ازنوع ریاضی به‌کار می‌برد وبالاترازآن، همانطورکه **«مسیو ژوردن»** نیز می گفت ، مجردات مفاهیم ریاضی از این دانشجو تراوش می کند ، او سرعت رشد بچهٔ قورباغه را از میزان دراز شدن روزانهٔ دم‌آن اندازه می گیرد و از بین رفتن دم نتیجه می گیردکه استحاله نزدیك است. در حقیقت او تغییرات تابع را از روی مقدار و علامت مشتق آن نتیجه می گیرد .آیا می‌توان تصورکردکه این جوان به راستی نسبت به ریاضیات یاغی است ؟

مجبورکردن او به محدود ماندن در یك تاریخ طبیعی عتیق ،که روزی ارزشی داشته است ، خطاست ، بلکه بالاتراز خطاست . مطمئن‌هستم ریاضیاتی‌که به‌این‌آسانی برمسائل‌دشوار غالب می‌شوند به حل مسئلهٔ جوان دانشجوئی‌که در این مورد به اصطلاح « از دست چپ بیدار شده است » نیز موفق خواهند شد و اورا وادار خواهندکردکه اندکی چشمان خودرا بمالد.

اندیشه‌های باریك بین ازآنچه‌گذشت تصورخواهندکرد که‌من میل دارم توسعه طلبی ریاضی به صورت یك « قدرت روشنفکرانهٔ پدری» تکامل یابد . ازکسانی‌که چنین می‌اندیشند خواهش می‌کنم‌که‌کمی دربارهٔ سطور ذیل که در **« خلقت علمی» (Création scientifique « تألیف آ. مول A. Mole»** به تفکر بپردازند: « از مجرای موارد استعمال فنی است‌که علم مجبور شده است از برج عاج پدیده‌های محض

فرود آید و «پیچیدگی (Complexité)» را به عنوان یکی از اجزاء اصلی جهان نوین بپذیرد و با آن نخست در ساخته های مغز بشری سپس در طبیعت، که در آن در کمال وضوح وجود دارد، مواجه شود ... اما به نظر می‌رسد که هنوز مغز آدمی در جستجوی کمی و کیفی پیچیدگی پیشرفتی نکرده است . . . هنوز «فلسفهٔ پیچیدگی» بوجود نیامده است و فقدان این ابزار فکری اندك اندك احساس می گردد .

یکی از مشخصات طرز فکر علمی کنونی تمایل به دقت است که حتی در نیروی خلاق تصور دیده می‌شود تسلط بر پیچیدگی، که بکار بستن علوم طبیعی موجب بسط آن است، صفت مشخصهٔ دوم است، ونیز صفات ممیزهٔ دیگر وجود دارد.

تصور اینکه « چون دانشجوئی در ریاضیات قوی است طرز تفکر علمی دارد »درست نیست . و توزیع دانشجویان بین رشته های مختلف علوم برمبنای ریاضی ، و آموختن ریاضی به‌آنان برای آنکه بهتر بتوان بین آنان فرق قائل شد راه حلی است تنبلا نه ، توأم با رنگ بی‌اطلاعی از ارزش تربیتی ریاضیات.

منحصر کردن قسمتهای به اصطلاح علمی به معدودی مواد متشکله ، که ریاضیات در رأس آنها (حتی اگر علوم طبیعی هم افتخار محسوب شدن جزء این مواد معدود را داشته باشند) از جنبهٔ تربیتی عوام فریبی است .

بااین ترتیب فکرها به غلط پرورده خواهد شد و نتایجی راکه دکتر برژ از آنها می‌ترسید به بار خواهد آورد .

انجمن معلمان ریاضی (بقیه از صفحهٔ ۶)

این مطالب یا توسط خود استادان کلاس و یا توسط همکاران دیگر ازمنابع مختلف تهیه شده و نتیجهٔ آخرین مطالعات وتحقیقات متخصصان و دانشمندان مربوط می‌باشد .

علاوه برآن ، برای هریك از دروس حساب ، جبر و هندسهٔ سیکل اول درسهای نمونه‌ای توسط مجربترین دبیران این دورهٔ تحصیلی برای کارآموزان ارائه شد وجلساتی نیز برای رفع اشکالات خاص آنان منظورشد .

ازاین دورهٔ کارآموزی تجربیاتی بدست آمده است ومسلم است که برای دوره‌های بعدی که تشکیل شود نتیجهٔ کار رضایت‌بخش‌تر خواهد بود .

۵ـ مطالبی که در کلاس کارآموزی عنوان شد ازطرف شرکت کنندگان در کلاس با حسن قبول تلقی شد و انجمن مناسب دانست که این مطالب به‌صورت یك کتاب به عنوان اولین نشریهٔ انجمن چاپ و منتشر شودخوشبختانه، ادارهٔ کل تعلیمات متوسطه هزینهٔ چاپ این کتاب را تقبل نموده و تأمین اعتبارهم کرده است. و به زودی اولین نشریهٔ انجمن تقدیم علاقمندان خواهدشد .

۵ـ ازابتدای تشکیل انجمن ، در فکر آن بوده‌ایم که محلی برای آن درنظر بگیریم . امکان اجارهٔ یك محل فراهم نبوده است و ازلحاظ اینکه انجمن وابسته به گروه خاص قلمداد نشود از انتخاب محلی درمدارس ملی برای آن خودداری شده است و تاکنون هم اقدامات مختلفی بعمل آمده است که دریکی ازدبیرستانهای دولتی اطاقی به انجمن اختصاص داده شود اما نتیجه‌ای حاصل نشده است .

بعد از گزارش آقای بیرشك ، آقای آذرنوش اظهار داشتند که بنابر اساسنامهٔ انجمن تعیین حق عضویت اعضاء از وظایف شورای مرکزی است وتقاضا کردند که دراین باره تصمیمی اتخاذ شود .

بعد ازبحث و مذاکرات تصویب شد که حق عضویت ماهانه ۵۰ ریال باشد که برای هریك سال آن یکجا پرداخته شود .

از طرف چند نفر از حضار پیشنهاد شد که چون برای دبیران گاه به گاه اشکالاتی ازلحاظ حل مسائل یا بعضی امور دیگر مربوط به تعلیم ریاضیات پیش می‌آید جلساتی از دبیران ریاضی تشکیل شود تا اینگونه اشکالات مطرح شده و در بارهٔ آنها تبادل نظرشود . این پیشنهاد تصویب شد وچون تالارهدف برای تشکیل این چنین جلسات مناسب و آماده تشخیص داده شد قراربرآن شد که از این پس همه هفته عصرهای یکشنبه بین ساعات ۵ تا ۸ بعدازظهر تالارهدف برای تشکیل جلسات معلمان ریاضی در اختیار انجمن باشد .

وجود نشریه‌ای مرتب برای انجمن ضروری تشخیص داده شدوانجام آن موکول به‌آن شد که وضع مادی انجمن تکافوی مخارج را بدهد . مدیر **مجلهٔ یکان** اظهار داشت که صفحات مجلهٔ یکان دراختیار انجمن است وفعلا هم تا اقدام به‌تهیهٔ نشریهٔ مخصوص ، می‌توان ازاین مجله استفاده کرد .

در پایان جلسه آقایان : **قراگزلو ، علیم مروستی مدغم و معیری** به عنوان اعضای شورای نویسندگان نشریهٔ انجمن انتخاب شدند .

انتگراف

Integraphe

ترجمهٔ : بهروز پـرهامی دانشجوی دانشکدهٔ فنی

مقدمه : می‌دانیم که محاسبهٔ سطح زیـرمنحنی (C) به معادلهٔ $y=f(x)$ بین دو طول x_1 و x_2 به محاسبهٔ انتگرال معین ،

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

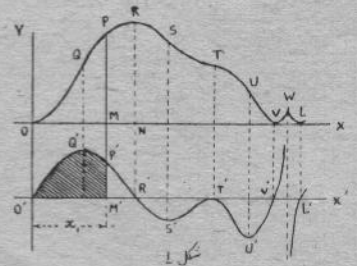
منجر می‌شود .

اگر رابطهٔ بین متغیرهای x و y به صـورت جبری نبوده بلکه به صورت گرافیك باشند (مانند منحنی‌هائی که در آزمایشات فیزیکی رسم می‌شوند) طرق جبری برای پیدا کردن انتگرال قابل‌استفاده نیستند زیرا نمی‌توان معادلهٔ دقیق‌منحنی مورد نظررا پیدا نمود در این قبیل موارد می‌توان سطح زیر-منحنی را با وسیله‌ای به نام **Intègraphe** که مخترع آن **Abdank - Abakanowicz** می‌باشـد محاسبه نمود . قبل از اینکه وارد بحث انتگراف بشویم لازم است به مطالعهٔ مختصری دربارهٔ منحنی‌های انتگرال بپردازیم .

منحنی‌های انتگرال :

اگر $F(x)$ و $f(x)$ دو تابع باشند به قسمی کـه داشته باشیم :

$$(A)\quad \frac{d}{dx}F(x)=f(x)$$



شکل ۱

منحنی (B) به معادلهٔ $y=F(x)$ را یك منحنی انتـگرال برای منحنی (C) به معادلهٔ $y=f(x)$ می‌نامند .

رابطهٔ (A) را می‌توان به صورت زیرنیز نوشت :

$$(D)\qquad \int_0^x f(x)dx=F(x)\qquad F(0)=0$$

یك‌منحنی ومنحنی‌انتگرال آنراطوری رسم می کنیم که به‌سهولت بتوان نقاط متناظر آنهارا مقایسه نمود (شکل ۱)

برای پیداکردن سطح هاشور خوردهٔ $O'M'P'Q'$ که زیر منحنی $y=f(x)$ واقع است چنین عمل می کنیم :

$$S_{O'M'P'Q'}=\int_0^{x_1} f(x)dx=F(x_1)=MP$$

از روی شکل دیده می‌شودکه اگر $x_1=O'R'$ شـود سطح $O'R'P'Q'$ بوسیلهٔ طول‌ماکزیمم NR نمایش داده می‌شود. درسمت راست R' سطح زیرمحور x ها است وبنابراین ازنظر علامت منفی است پس‌عرض‌منحنی $y=F(x)$ که نمایش‌مجموع جبری سطوح است بین R' و T' نزول می‌کند .

فرم عمومی منحنی‌های انتگرال $y=f(x)$ عبارتست از

$$y=F(x)+c$$

که تفاضل عرضهای دونقطه ازیکی از این منحنی‌ها به طولهای x_1 و x_2 مساوی مجموع جبری مسـاحتهای سطوحی است‌که بین منحنی $y=f(x)$ ، محور x هـا و دوطول فوق قـرار گرفته‌اند .

پس می‌توان گفت که به ازاء هرطول معین مانند x_1 عددی که عرض منحنی انتگرال (B) را نشان می‌دهد مساوی عددی است که مساحت سطح محصور بین منحنی اصلی، محورها و خط $x=x_1$ می‌باشد.

همچنین باید درنظر داشت که:

الف) به ازاء طول معین x_1 عددی که شیب منحنی انتگرال را می‌دهد مساوی عرض منحنی‌اصلی به ازاء همان‌طول می‌باشد به این دلیل منحنی (C) را منحنی شیبهای (B) می‌نامند. در شکل (۱) می‌بینیم که در نقاط V و T و R و O که مماس برمنحنی انتگرال موازی محور xها است نقاط بهمان طول روی منحنی اصلی یعنی V′ و T′ و R′ و O′ به عرض صفرمی‌باشند ودرنقطهٔ W که شیب مماس برB بینهایت است منحنی اصلی منفصل می‌باشد.

ب) به ازاء نقاط U وS Q روی منحنی انتگرال نقاط ماکزیمم یا مینیمم روی منحنی اصلی وجوددارند زیرا می‌دانیم در نقاط عطف ضریب زاویهٔ مماس از یك ماکزیمم یا مینیمم عبور می‌کند.

مثال: ازآنجائی که داریم:

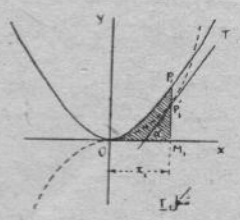
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^3}{9}\right)=\frac{x^2}{3}$$

منحنی (E) به معادلهٔ $y=\frac{x^3}{9}$ یکی از منحنی‌های انتگرال سهمی (F) به معادلهٔ $y=\frac{x^3}{3}$ می‌باشد. از معادلهٔ (F) نتیجه می‌شود:

$$S_{OM_1P_1}=\int_0^{x_1}\frac{x^2}{3}dx=\frac{x_1^3}{9}$$

واز معادلهٔ (E) نتیجه می‌شود:

$$M_1P'_1=\frac{x_1^3}{9}$$



شکل ۱

می‌بینیم که $\frac{x_1^3}{9}$ مساحت سطح OM_1P_1 وطول $M_1P'_1$ را بیان می‌کند. همینطور از معادلهٔ (E) نتیجه می‌شود که:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{3} \quad \text{و} \quad tg\alpha=\frac{x_1^2}{3}$$

و از معادلهٔ (F) می‌توان نتیجه گرفت که:

$$M_1P_1=\frac{x_1^2}{3}$$

و دیده می‌شود که عدد $\frac{x_1^2}{3}$ مقدار شیب مماس در P'_1 و طول M_1P_1 را نشان می‌دهد. منحنی انتگرال در مبدأ مختصات دارای نقطهٔ عطف است. (شکل ۲)

انتگراف:

انتگراف مطابق شکل (۳) ساخته شده از یك قاب مستطیل شکل (C) که روی دو چرخ کوچك قرارگرفته و می‌تواند صفحهٔ Oxy را روی امتدادی موازی محور Ox بپیماید. دو ضلع این قاب موازی محور Ox ودو ضلع دیگر طبیعتاً به موازات محور Oy می‌باشند. لغزندهٔ کوچك C_1 روی یکی از اضلاع موازی Oy واقع است و در نقطهٔ T نیز یك برآمدگی از طرف پائین قرار داردکه می‌توان آنرا روی منحنی اصلی حرکت داد روی ضلع مقابل‌آن لغزندهٔ C_2 که دارای تیغهٔF است قرار دارد. این تیغه می‌تواند حول‌محوری که بر صفحهٔ Oxy عمود است دوران‌کند چرخ D نیزکه لبه‌های‌آن تیز است (برای جلوگیری از لغزیدن) بطور عمود به تیغهٔ F مربوط است. نقطهٔ S_1 روی لغزندهٔ C_1 قراردارد بطوری‌که فاصلهٔ S_1 و T از Ox مساوی یکدیگرباشد. نقطهٔ دیگر S_2 روی بدنهٔ اصلی‌قرار دارد بطوری‌که درحین حرکت دستگاه همواره روی محور xها واقع است. یك سر میلهٔ شکاف دار R درS_1 ثابت بوده و زائده‌ای‌که در S_2 تعبیه شده درشکاف‌آن قرار دارد، لغزندهٔ تیغه‌ای شکل H روی میلهٔ R قرار دارد و با تیغهٔ F بوسیلهٔ دو میلهٔ نازك به طول مساوی مربوط است بطوری‌که همواره دو میلهٔ فوق و تیغه‌های H و F تشکیل یك متوازی‌الاضلاع می‌دهند.

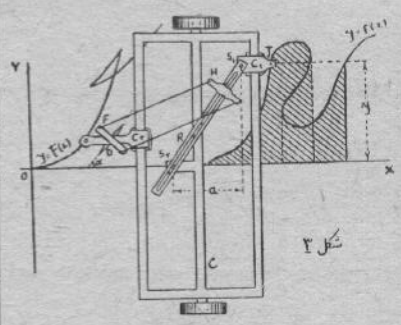
قسمت مهم دستگاه چرخ D است‌که باید با فشار زیاد (برای جلوگیری ازلغزش) روی صفحهٔ‌کاغذ حرکت‌کند دراین صورت تصویر این چرخ روی صفحهٔ‌کاغذ در هرلحظه برمسیر آن مماس است. حال اگر این چرخ را به حرکت درآوریم صفحهٔ‌آن همواره موازی میلهٔ R خواهد بود زیرا تصویر این چرخ و میلهٔ R بردو خط موازی F و H عمودند وچون R با یکی ازخطوط صفحهٔ D موازی‌است پس باآن صفحه موازی است. اگر a فاصلهٔ تصویر S_1 از S_2 باشد و α زاویه‌ای باشدکه میلهٔ R ودرنتیجه صفحهٔ چرخ D با محورOx می‌سازد

می‌توان نوشت :

$$(A) \quad tg\alpha = \frac{y}{a}$$

و اگر $y = F(X)$ منحنی‌رسم شده توسط نقطهٔ تماس چرخ D باشد :

$$tg\alpha = \frac{dY}{dX}$$



شکل ۳

اگر فاصلهٔ تصویر T روی OX از تصویر محور چرخ روی Ox مساوی d باشد داریم :

$$x = X + d$$

و در نتیجه $dx = dX$ پس :

$$(B) \quad tg\alpha = \frac{dY}{dx}$$

از مقایسهٔ روابط A و B نتیجه می‌شود که :

$$\frac{dY}{dx} = \frac{y}{a}$$

$$dY = \frac{1}{a} y dx = \frac{1}{a} f(x) dx$$

وازآنجا :

$$Y = F(X) = \frac{1}{a}\int_0^x f(x)dx$$

از اینجا معلوم می‌شود که $y = F(x)$ یك منحنی انتگرال

$$y = \frac{1}{a} f(x)$$

است . عدد $\frac{1}{a}$ ثابت بوده و مقیاس منحنی انتگرال را تغییر می‌دهد و در شکل آن بی‌اثر است . بدیهی است که تمام نقاط لغزندهٔ C_2 منحنی های مساوی و موازی را می‌پیمایند پس می‌توان یك مدار در انتهای لغزندهٔ C_2 نصب نمود تا به جای نقطهٔ تماس چرخ D منحنی $Y = F(X)$ را رسم کند .

برای پیدا کردن سطح محصور بین منحنی ، محور xها و دو طول x_1 و x_2 باید تفاوت عرضهای دو نقطه از منحنی $Y = F(X)$ راکه دارای طولهای x_1 و x_2 می‌باشند در a ضرب نمود .

بی آنکه‌عصبانی شوید این مسئله را حل کنید

t_1 ثانیه طول می‌کشد تا ترن A از جلو من رد شود و t_2 ثانیه طول می‌کشد تا همین ترن A از پل به طول a متر بگذرد. طول ترن چقدر است .

پاسخ مسئلهٔ تحت همین عنوان مندرج در شمارهٔ قبل

هریك ازآنها چنین استدلال کند می‌کند: «هرکدام از ما (من ، Bو C) فکر می‌کند که پیشانیش تمیزمی‌باشد. B که خیال می‌کند پیشانیش پاك باقی مانده است از دیدن پیشانی سیاه C به خنده می‌افتد . اما B چنانچه می‌دید که پیشانی من پاك است بایستی ازخندهٔ C دوچارتعجب شود زیرا درچنین‌صورتی‌برای خندهٔ C علتی وجود نداشت . چون B ازخندهٔ C دوچارتعجب‌نشده است چنین استنباط می‌شودکه وی خیال می‌کند به خاطر پیشانی سیاه شدهٔ من است‌که C می‌خندد ، پیشانی من نیزسیاه شده‌است .»

چگونه مسأله‌ای را حل کنیم؟

تألیف : G. POLYA

ترجمهٔ : ه شریف زاده

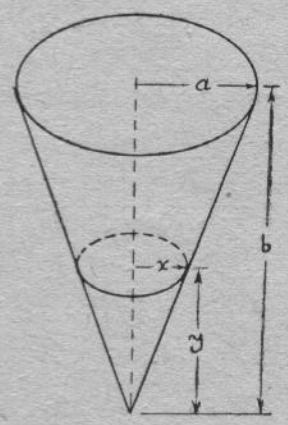
ظرفی است به شکل مخروط که قاعدهٔ آن افقی و رأس آن به طرف پایین است؛ شعاع قاعدهٔ مخروط a و ارتفاع آن b می‌باشد . دراین ظرف آبی جریان دارد که بده (débit) آن برابر q است. وقتی که عمق آب برابر y شده سرعت بالا آمدن آب ، در ظرف ، چقدر است ؟ سپس فرض می‌کنیم که :

$y = ۱dm$ و $q = ۲dm^۳/mn$ و $b = ۳dm$ و $a = ۴dm$

باشد ، مقدار عددی مجهول را بدست آورید .

این مسئله برای دانش‌آموزانی طرح می‌شود که اطلاعات مختصری ازمشتق گیری و «میزان تغییر» (Taux de -variation) بدست آورده‌اند .

معلومات کدامند؟



ـ شعاع قاعدهٔ مخروط :

$a = ۴dm$

ارتفاع مخروط: $b = ۳dm$

بده آبی که در ظرف جریان دارد $q = ۲$ دسیمتر مکعب در هر دقیقه و عمق آب در یك لحظهٔ معین :

$y = ۱dm$

دردست است. ولی از بیان مسئله چنین استنباط می‌شود که شما باید موقتاً مقادیر عددی را کنار بگذارید و از روی حروف استدلال کنید و مجهول را برحسب a و b و q و y بدست آورید و پس از پایان کار، وقتی که عبارتی جبری از مجهول بدست آمد ، مقادیر عددی را بکار ببرید ، استنباط خودرا می‌پذیریم . حالا به این پرسش جواب بدهید :

مجهول چیست ؟

ـ سرعت بالا آمدن آب هنگامی که عمق آب برابر y است .

یعنی ... ! آیا می‌توانید آن را به صورت جمله‌ای دیگر بیان کنید ؟

ـ سرعت با زیاد شدن عمق آب .

یعنی ... ! آیا می‌توانید مسئله را به طریقی دیگر که کاملا متفاوت است بیان کنید ؟

ـ میزان تغییر آب .

درست است : میزان تغییر y . ولی میزان تغییر یعنی چه ؟ می‌توانید آنرا تعریف کنید ؟

ـ میزان تغییر یك تابع عبارت است از مشتق آن تابع .

این هم درست است . ولی آیا y تابع است ؟ همان طور که قبلا گفتیم ، فعلا به مقدارعددی کاری نداریم . آیا می‌توانید تصور تغییر کردن y را بنمایید ؟

ـ بلی : y ، عمق آب ، با گذشت زمان زیاد می‌شود .

پس y تابع چیست ؟

ـ تابع زمان ، t ، است .

بسیارخوب . **یادداشتهایی مناسب بنمایید .** «میزان تغییر y» را به کمك علایم ریاضی چگونه بیان می‌کنید ؟

ـ $\frac{dy}{dt}$

بسیار خوب ، پس این مجهول شماست . آن را بایستی برحسب a ، b ، q ، y بدست آورید . عملا یکی ازاین معلومات یك میزان تغییر است . کدام است ؟

ـ q مقدار آبی را مشخص می‌کند که ، در مدت زمانی معین، درظرف می‌ریزد .

یعنی ...! آیا می‌توانید آن را به صورتی دیگر بگویید ؟

- q میزان تغییر مقدار آب است در ظرف .

یعنی...! آیا می‌توان آن را به طریقی دیگر بیان کرد؟ چطور ممکن است آن را به صورت یادداشتی مناسب نوشت ؟

$$q=\frac{dV}{dt}$$ -

V چیست ؟

- حجم آب است ، در ظرف ، درلحظهٔ t .

بسیار خوب . پس شما $\frac{dy}{dt}$ را باید با عبارتی از a ، b ، $\frac{dV}{dt}$ ، y بیان کنید ، چه‌کار می‌کنید ؟

- . . . . .

اگر نمی‌توانید این‌مسئله را حل کنید ، **سعی کنید که ابتدا مسئله‌ای‌را حل کنید که شمارا به‌آن نزدیک کند**

اگر هنوز رابطه‌ای بین $\frac{dy}{dt}$ ومعلومات نمی‌بینید ، سعی کنید که نسبتی بسیار ساده به نظر آورید که شما را قدم به قدم کمک کند .

- . . .

آیا نمی‌بینید که بین آنها نسبتی دیگروجود داشته باشد؟ مثلاً آیا y و V ازیکدیگر مستقل هستند ؟

- نه ، وقتی که y زیاد می‌شود ، V نیززیاد می‌شود.

پس رابطه‌ای وجود دارد . چه رابطه‌ای است ؟

- آهان ، V حجم مخروطی است که ارتفاعش y است ولی من هنوز شعاع قاعده را نمی‌دانم . فرض کنید که آن را بدانید . به‌آن، نام‌غیرمشخصی مثلاً x بدهید . V راچگونه نمایش می‌دهید ؟

$$V=\frac{\pi x^2 y}{3}$$ -

درست است ، حالا دربارهٔ x چه می‌دانید آیا مستقل از y است .

- نه ، هنگامی که عمق آب ،y، زیاد می‌شود ؛ شعاع متغیر سطح آب نیز زیاد خواهد شد .

پس رابطه‌ای بین آنها هست . آن رابطه کدام است ؟

- مثلثهای متشابهی را می‌بینم که داریم :

$$\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$$

با استفاده از این رابطه ، رابطه‌ای دیگر بدست آورید. فراموش نکنید که شما می‌خواهید رابطه‌ای بین V و y پیدا کنید .

- من دارم :

$$x=\frac{ay}{b}$$

$$V=\frac{\pi a^2 y^3}{3b^2}$$

بسیار خوب ، خیلی خوب جلوآمدید . ولی فراموش نکنید که هدف شما چه بود - مجهول چیست ؟

$$\frac{dy}{dt}$$ -

شما باید رابطه‌ای بین $\frac{dy}{dt}$ و $\frac{dV}{dt}$ و سایر مقادیر بدست آورید . و در اینجا شما رابطه‌ای بین V و y و سایر مقادیر بدست‌آورده‌اید . حالا چه باید بکنید ؟

- مطمئن هستم که حل آن چنین است :

$$\frac{dV}{dt}=\frac{\pi a^2 y^2}{b^2}\frac{dy}{dt}$$

بسیار بسیار خوب . جواب مسئله به‌ازای مقادیرعددی چیست ؟

- اگر

$$y=1 ، \frac{dV}{dt}=q=2 ، b=3 ، a=4$$

در این صورت :

$$2=\frac{\pi\times 16\times 1}{9}\frac{dy}{dt}$$

راهنمائی حل

مسائل مقدماتی هندسه

Rèsolution des Problèmes élémentaires de géomtrie

تألیف: **E. J. Honnet** چاپ هفتم . پاریس: ۱۹۶۳ ــ ترجمهٔ: ع . م.

ــ۳ــ

فصل یکم ـ چگونگی اثبات تساوی دو پاره خط

روش دوم ـ استفادهٔ از خواص مثلث متساوی‌الساقین

الف ــ می‌دانیم که: درمثلث متساوی‌الساقین، زاویه‌های متساوی رو به روی اضلاع متساویند .

بنابراین برای اینکه ثابت کنیم دو پاره خط متساویند کافیست ثابت کنیم که‌این دو پاره‌خط، دوضلع ازیك‌مثلث متساوی‌الساقین می‌باشند .

مسئلهٔ ۲ــ در یك مثلث قائم‌الزاویه ، قائمه در زاویهٔ A ، خط AM را چنان رسم می‌کنیم که با ضلع AB زاویه‌ای مساوی با زاویهٔ B بسازد ، ووتر BC را در M قطع کند . ثابت کنید که ؛ $BM=CM=AM$

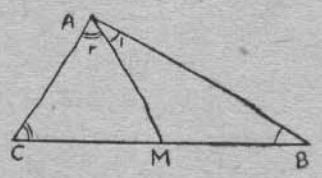
فرض: (۱) $\hat{A}=90^\circ$ ز

(۲) $\hat{A}_1=\hat{B}$ ز

حکم : $AM=MC=MB$

اثبات ــ بنا بر رابطهٔ دوم فرض ، مثلث AMB متساوی‌الساقین است پس :

(۱) $AM=MB$



(ش ۲۰)

چون زاویهٔ A از مثلث ، قائمه است بنابراین :

$\hat{B}+\hat{C}=90^\circ$ ز

$\hat{A}_1+\hat{A}_2=90^\circ$ ز

که از مقایسهٔ این دو رابطه نتیجه می‌شود که : $\hat{A}_2=\hat{C}$ ز، یعنی مثلث AMC متساوی‌الساقین بوده و :

(۲) $AM=MC$

تساویهای (۱) و (۲) نشان می‌دهد که :

$AM=BM=CM$

تبصره ــ خط AM میانهٔ مثلث بوده و می‌دانیم که : در مثلث قائم‌الزاویه ، میانهٔ نظیر وتر برابر است با نصف وتر. خاصیت گفته شده ، در حل بسیاری از مسائل هندسه مورد استفاده واقع می‌شود ، ازجمله مسائل زیر:

تمرینات :

۵ ــ در مثلث متساوی‌الساقین ABC خطی موازی با قاعدهٔ BC رسم می‌کنیم که دو ساق مثلث را در D و F قطع می‌کند . ثابت کنید که $AD=AF$

۶ــ *ثابت کنید در هرمثلث قائم‌الزاویه که یك زاویهٔ حادهٔ آن ۳۰ درجه باشد ضلع مقابل به این زاویه ، برابر با نصف وتر است این خاصیت در حل بسیاری ازمسائل مورد استفاده واقع می‌شود .*

۷ـ درمثلث غیرمشخص ABC زاویهٔ حادهٔ B دوبرابر زاویهٔ C است . ارتفاع AD از مثلث را رسم‌کرده و AB را ازطرف B به اندازهٔ BE=BD امتداد می‌دهیم . خطوط AC و DE یکدیگررا در M قطع می‌کنند . ثابت‌کنیدکه :

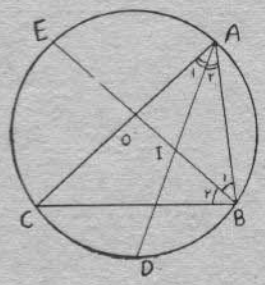
MA=MC=MD

۸ـ مسئلهٔ ۳ را برای حالتی‌که زاویهٔ B منفرجه باشد بررسی‌کنید . در این حالت BE را روی BA، نه درامتداد آن: جدا می‌کنیم .

مسئلهٔ ۳ـ مثلث ABC محاط در دایـرهٔ O را در نظر می‌گیریم . نیمسازهای زاویه‌های A وB را رسم می‌کنیم که یکدیگر را در I و دایـره را به ترتیب در D و E قطع می‌کنند . ثابت‌کنیدکه DI=DB . (شکل ۲۱)

فرض: (۱) $\hat{A}_1=\hat{A}_2$ (۲) $\hat{B}_1=\hat{B}_2$

حکم : DI=DB



(ش ۲۱)

اثبات ـ اندازهٔ زاویهٔ محاطی EBD نصف‌اندازهٔ کمان ED است

$$\widehat{EBD}=\frac{1}{2}\widehat{ED}=\frac{1}{2}(\widehat{EC}+\widehat{CD})$$

اندازهٔ زاویهٔ داخـلی DIB برابر است با نصف مجموع اندازه های دوکمان AE و DB

$$\widehat{DIB}=\frac{1}{2}(\widehat{AE}+\widehat{DB})$$

بنا به روابط (۱) و (۲) از فرض نتیجه می‌شودکه

$$\widehat{AE}=\widehat{EC} \text{ و } \widehat{CD}=\widehat{DB}$$

بنابراین :

$$\widehat{EC}+\widehat{CD}=\widehat{AE}+\widehat{BD}$$

وازآنجا تساوی دو زاویهٔ DIB و EBD نتیجه شـده مثلث DIB متساوی‌الساقین می‌باشد یعنی DI=DB

تمرینات :

۹ـ در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های A و B را رسم می‌کنیم که یکدیگررا در I قطع می‌کنند ؛ از I موازی‌با AB رسم می‌کنیم‌که AC و BC را به ترتیب در D و E قطع می‌کند . ثابت‌کنیدکه :

DE=AD+BE

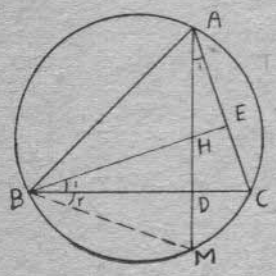
۱۰ـ روی دایرهٔ به مرکز O و به قطر AB یك نقطهٔ M متمایز از A و B اختیار می‌کنیم و قطر CD عمود بر AB را رسم می‌کنیم . مماس در نقطهٔ M بردایره و خطوط MA و MB قطر CD یا امتدادآنرا به ترتیب در N و P و Q قطع می‌کنند . ثابت‌کنیدکه NQ=NP .

ب ـ در مثلث متساوی‌الساقین ، نیمسـاز زاویهٔ رأس ، میانه و ارتفاع قاعده نیز می‌باشد ، از این خاصیت مخصوصـاً برای اثبات تساوی دو قطعه خطی‌که در امتداد یکدیگرواقعند استفاده می‌کنیم .

مسئله۴ـ مثلث ABC محاط‌دردایرهٔ O مفروض‌است. ارتفاعات AD و BE از مثلث را رسم می‌کنیم‌که یکدیگررا در H قطع‌می‌کنند وAD را امتداد می‌دهیم که‌دایره را در M تلاقی می‌کند. ثابت‌کنیدکه : HD=DM (شکل ۲۲) .

فرض: (۱) $AD \perp BC$ (۲) $BE \perp AC$

حکم : HD=DM



(ش ۲۲)

اثبات ـ دو زاویهٔ A_1 و B_2 که هر دو محاطی و روبرو به یك‌کمان هستند متساویند ازطرف دیگر، دو زاویهٔ حادهٔ A_1 و B_1 نیز متساویند زیراکه اضلاع آنها نظیر به نظیر بر یکدیگر عمودند بنابراین نتیجه خواهیم گرفت‌که دوزاویهٔ B_1 و B_2 متسـاوی بوده و خط BD نیمساز زاویهٔ B از مثلث BMH می‌باشد. وچون خط BD ارتفاع همین مثلث می‌باشد بنابراین ، این مثلث‌متساوی‌الساقین بوده و BD میانهٔ قاعدهٔ HM نیزمی‌باشد یعنی : HD=DM

تبصره ـ مسئلهٔ فوق را می‌توان به ترتیب زیربیان‌کرد: قرینهٔ نقطهٔ تلاقی ارتفاعات هرمثلث نسبت به هر ضلع مثلث ، بردایرهٔ محیطی مثلث واقع است .

تمرینات :

۱۱ـ دردایرهٔ به مرکزO وبه‌قطرAB وترAC رارسم می‌کنیم ودرنقطهٔ B نیز مماسی بردایره رسم می‌کنیم . نیمساز زاویهٔ CAB وتر BC را در E ، دایره را در H و مماس مرسوم را در D قطع می‌کند . ثابت‌کنیدکه :

BD=BE و EH=HD

۱۲ـ نیمدایرهٔ به قطر AB و به مرکزO مفروض‌است بـه قطر AO نیمدایرهٔ دیگری رسم می‌کنیم. مماس BC را بر این نیمدایره و خط AC را رسم می‌کنیم‌که نیمدایرهٔ O را در C' قطع‌می‌کند . ثابت‌کنیدکه AC=CC'.

راهنمای ریاضیات متوسطه

اقطار منحنی‌های مقاطع مخروط

ترجمه از کتاب مقدمات هندسهٔ تحلیلی ـ تألیف : افی مف ـ توسط هوشنگ شریف زاده

قضیهٔ زیر خواص مهمی از منحنی‌های درجهٔ دوم[1] (بیضی هذلولی ـ سهمی) را بیان می‌کند .

قضیه ـ اوساط اوتار موازی در یك منحنی درجهٔ دوم روی یك خط قرار دارند .

اثبات : ۱) فرض می‌کنیم معادلهٔ درجهٔ دوم از آن بیضی باشد :

$$(۱) \quad \frac{x^۲}{a^۲}+\frac{y^۲}{b^۲}=۱$$

ضریب زاویهٔ مشترك وترهای موازی را به k نمایش می‌دهیم. معادلهٔ هریك از اوتار طبق فرمول عبارتست از :

$$(۲) \quad y=kx+l$$

که درآن l برای وترهای مختلف متفاوتست . مختصات نقاط برخورد اوتار و منحنی را با استفاده از معادلهٔ (۲) برحسب مقدار غیر مشخص l بدست می‌آوریم .

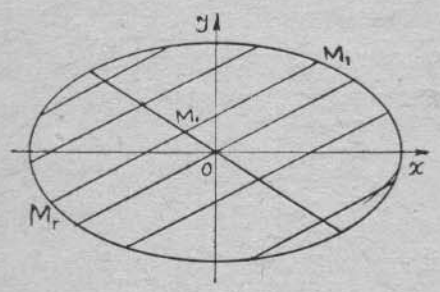
از حل دستگاه معادلات (۱) و (۲) با حذف y خواهیم داشت :

$$\frac{x^۲}{a^۲}+\frac{(kx+l)^۲}{b^۲}=۱$$

و یا بالاخره :

$$(۳) \quad (b^۲+a^۲k^۲)x^۲+۲a^۲klx+a^۲(l^۲-b^۲)=۰$$

$x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم فوق طول نقاط $M_۱$ و $M_۲$ دو انتهای وتر می‌باشند ،



فرض می‌کنیم $M_۰(x_۰$ و $y_۰)$ وسط وتر باشد بنابراین :

$$x_۰=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$$

اما مجموع ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم (۳) برابر است با :

$$x_۱+x_۲=-\frac{۲a^۲kl}{b^۲+a^۲k^۲}$$

۱ـ ثابت می‌شود که معادلهٔ هرمنحنی مقطع مخروطی نسبت به x و y ازدرجهٔ دوم است وبرعکس، هرمعادلهٔ درجهٔ دوم نسبت به x و y معادلهٔ یك منحنی مقطع مخروطی می‌باشد .

بنابراین :

$$x_0 = -\frac{a^2kl}{b^2+a^2k^2}$$

y_0 را به‌کمك معادلهٔ (۲) بدست می‌آوریم :

$$y_0 = kx_0 + l = -\frac{a^2k^2l}{b^2+a^2k^2} + l$$

$$= \frac{b^2l}{b^2+a^2k^2}$$

بنابراین داریم :

$$y_0 = \frac{b^2l}{b^2+a^2k^2} \qquad x_0 = -\frac{a^2kl}{b^2+a^2k^2}$$

با تغییر l مختصات اوساط وترهای مختلف و متوازی یك بیضی بدست می‌آید .

طبق معادلات (۴) می‌توان معادلهٔ زیررا بدست‌آورد :

$$\frac{y_0}{x_0} = -\frac{b^2}{\alpha^2k}$$

و یا بالاخره :

$$y_0 = k'x_0$$

که درآن :

$$(5) \quad k' = -\frac{b^2}{a^2k}$$

بنابراین اوساط اوتار موازی در یك بیضی روی خط :

$$(6) \quad y = k'x$$

قرار گرفته است

۲) فرض می‌کنیم معادلهٔ درجهٔ دوم ازآن هذلولی‌باشد:

$$(7) \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ضریب زاویهٔ مشترك اوتار موازی را به k نمایش می‌دهیم . معـادلهٔ هریك از اوتار به صورت :

$$(8) \quad y = kx + l$$

است . بدواً باید توجه داشت‌که اوتار نباید موازی با مجانبها باشند (زیـرا دراین صورت فقط در یك نقطه منحنی را قطع خواهندکرد) . بهمین جهت باید :

$$k \neq -\frac{b}{a} \quad و \quad k \neq \frac{b}{a}$$

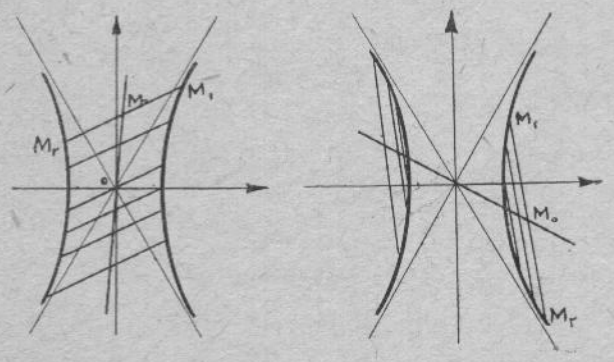
باشد .

مختصات دو انتهای وتر را برای یك مقدار غیر مشخص l بدست می‌آوریم . از حل دستگاه معادلات (۷) و (۸) و با حذف y خواهیم داشت :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{(kx+l)^2}{b^2} = 1$$

ویا بالاخره :

$$(9) \quad (b^2-a^2k^2)x^2 - 2a^2klx - a^2(l^2+b^2) = 0$$



(a) (b)

و چون داشتیم :

$$k \neq \pm\frac{b}{a}$$

و یا:

$$b'^2 - a^2k^2 \neq 0$$

بنابراین معادلهٔ (۹) یك معادلهٔ درجهٔ دوم خواهد بود .

x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ فوق طول نقاط M_1 و M_2 دو انتهای وتر می‌باشند . داریم

$$x_0 = \frac{x_1+x_2}{2}$$

با بکار بردن قضیهٔ مجموع ریشه‌های معـادلهٔ درجهٔ دوم خواهیم داشت :

$$x_1 + x_2 = \frac{2a^2kl}{b^2-a^2k^2}$$

بنابراین :

$$x_0 = \frac{a^2k^2l}{b^2-a^2k^2}$$

و با استفاده از معادلهٔ (۸) مقدار y_0 را بدست می‌آوریم :

$$y_0 = kx_0 + l = \frac{a^2k^2l}{b^2-a^2k^2} + l = \frac{b^2l}{b^2-a^2k^2}$$

بالاخره

$$x_0 = \frac{a^2kl}{b^2-a^2k^2}$$

$$(10) \quad y_0 = \frac{b^2l}{b^2-a^2k^2}$$

با تغییر l مختصات وسط اوتار مـوازی در یك هذلولی بدست می‌آید . از معادلات (۱۰) می‌توان نوشت :

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{b^2}{a^2k^2}$$

و یا بالاخره $y_0 = k'x_0$ که در آن :

$$(11) \quad k' = \frac{b^2}{a^2k^2}$$

بنابراین : اوساط تمام وترهای موازی دریك سهمی برخط:

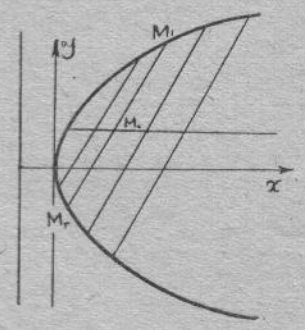
$$(12) \quad y = k'x$$ واقعند

۳)- فرض می‌کنیم معادلهٔ درجهٔ دوم ازآن سهمی باشد:

$$(13) \quad y^2 = 2px$$

ضریب زاویهٔ مشترك اوتار موازی را به k نمایش می‌دهیم. معادلهٔ هریك از اوتار به صورت زیر است :

$$(14) \quad y = kx + l$$



بدو أباید توجه داشت که اوتار سهمی نمی‌توانند با محورش موازی باشند (زیرا تمام خطوط موازی با محورسهمی آن را جز در یك نقطه قطع نمی‌کنند) بنابراین :

$$k \neq 0$$

به‌کمك معادلهٔ (۱۴) دو انتهای وتررا برای یك مقدار غیرمشخص l بدست می‌آوریم . از حل دستگاه معادلات (۱۳) و (۱۴) و با حذف y خواهیم داشت :

$$(kx+l)^2 - 2px = 0$$

و یا بالاخره :

$$(15) \quad k^2x^2 + 2(kl-p)x + l^2 = 0$$

و چون داشتیم $k \neq 0$ بنابراین معادلهٔ (۱۵) یك معادلهٔ درجهٔ دوم خواهد بود . ریشه‌های این معادله x_1 و x_2 طول نقاط M_1 و M_2 دو انتهای وتر می‌باشند . داریم :

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

با بکار بردن قضیهٔ مجموع ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم خواهیم داشت :

$$x_1 + x_2 = -\frac{2(kl-p)}{k^2}$$

بنابراین $x_0 = \frac{p-kl}{k^2}$ و $y_0 = \frac{p}{k}$ (۱۶)

با تعبیر l مختصات اوساط اوتار موازی در یك سهمی بدست می‌آید . از معادلات (۱۶) نتیجه می‌گیریم که y_0 مقداریست ثابت و برابر $\frac{p}{k}$ و بنابراین اوساط تمام وترهای موازی در یك سهمی برخط

$$(17) \quad y = \frac{p}{k}$$

موازی با محور سهمی واقعند .

***

اینك می‌توان گفت که اگر اشتباهی درمحاسبات نشده باشد قضیه کاملا ثابت است . البته ما وترهائی از معادلهٔ درجهٔ دوم را درنظر گرفتیم که معادلهٔ آنها شامل ضریب زاویه بود (معادلهٔ وتر را به صورت : $y = kx + l$ نشان دادیم). اگر وترها به موازات محور yها رسم شوند (در این صورت معادلهٔ خط ضریب زاویه ندارد) ویا اگر به موازات محور xها رسم شوند : اثبات قضیه مستقیماً باتوجه به خاصیت قرینه بودن معادلات بیضی یا هذلولی و یا سهمی (معادلات ۱- ۷ - ۱۳) نسبت به محورهای مختصات Ox و Oy انجام می‌گیرد .

خطی که اوساط وترهای موازی در یك منحنی درجهٔ دوم را به یکدیگر وصل می‌کند **قطر منحنی** نامیده می‌شود .

تمام قطرهای بیضی و هذلولی از مرکز منحنی (مرکز به مفهوم هندسی) می‌گذرند (زیرا مرکز وسط تمام وترهائی است که از مرکز می‌گذرند) .

این مطلب را از معادلات (۶) و (۱۲) نیز می‌توان نتیجه گرفت .

باتوجه به معادلهٔ(۱۷) نتیجه می‌گیریم که تمام قطرهای سهمی به موازات محورش می‌باشند .

چند خاصیت دیگر قطرهای بیضی و هذلولی به قرار زیر است :

قطرهای مزدوج

ابتدا بیضی به معادلهٔ :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

را درنظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم k ضریب زاویهٔ یکی از قطرهای غیرمشخص باشد . به موازات این قطر وترهای بیضی را رسم می‌کنیم . مکان هندسی اوساط این وتر قطر دیگری است که **مزدوج** قطر اول نامیده می‌شود. ضریب زاویهٔ این قطر

k' بوده که از تساوی (۵) بدست می‌آید :

$$kk' = -\frac{b^2}{a^2} \qquad (۱۸)$$

اینك ضریب زاویهٔ قطر مزدوج قطری را که‌ضریب زاویه‌اش k' باشد بدست می‌اوریم . ضریب زاویهٔ این قطررا به k'' نمایش می‌دهیم‌و به طریقهٔ مشابه معلوم می‌کنیم که

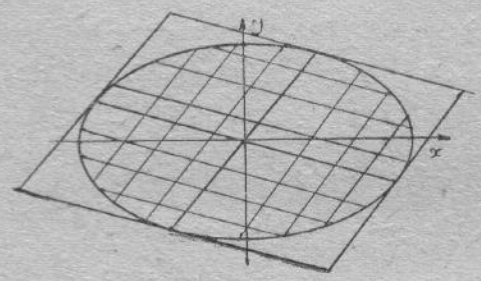
$$kk'' = -\frac{b^2}{a^2}$$

که با توجه به رابطهٔ (۱۸) داریم $k'' = k$

بنابراین اگر دریك بیضی، قطری‌مزدوج‌قطر دیگر باشدقطر دوم نیز فردوج‌قطر اول خواهدبود. بهمین‌علت‌می گوئیم‌این‌قطرها متقابلا مزدوج یکدیگرند . رابطهٔ (۱۸) شرطی است برای اینکه دو قطر با ضریب زاویه‌های k و k' مزدوج باشند .

بنابراین می‌توان در مورد قطرهای مزدوج متقابل‌چنین بیان کرد : اگر یکی از قطرهای بیضی اوساط وترهای موازی با قطردیگر را قطع‌کند ، قطردوم هم اوساط وترهای موازی با قطر اول را قطع خواهدکرد . به شکل زیر نگاه‌کنید ؛ از این شکل نتیجهٔ بسیار جالبی نیز گرفته می‌شودکه به شرح زیر است :

مماسهائی که بر دو انتهای یکی از قطرهای بیضی رسم می‌شوند با یکدیگر و با قطر مزدوج آن قطر موازی هستند .



تمام موارد فوق را دربارهٔ قطرهای هذلولی نیز می‌توان گفت ، منتها با توجه به معادلهٔ هذلولی :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

شرط اینکه دو قطر هذلولی با یکدیگر مزدوج باشند این است که داشته باشیم :

$$kk' = \frac{b^2}{a^2} \qquad (۱۹)$$

این رابطه با توجه به رابطهٔ (۱۱) بدست می‌آید .

تبصره ـ محور های متقارن بیضی وهذلولی قطرهای مزدوج می‌باشند . زیرا هریك از آنها اوساط وترهای موازی با محور دیگری را قطع می‌کند . محورهای متقارن نسبت به سایر قطرها این وجه را دارندکه علاوه برآنکه با یکدیگر مزدوج می‌باشند بریکدیگر عمود نیز هستند .

تمرینات

(این تمرینات ازکتاب «مسائل هندسهٔ تحلیلی» تألیف کلتنیك ترجمه شده است)

۱ـ معادلهٔ قطری از بیضی :

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

را بنویسیدکه از وسط وتری‌که بر خط :

$$2x - y - 3 = 0$$

منطبق است می گذرد .

جواب : $8x + 25y = 0$

۲ـ معادلهٔ وتری از بیضی :

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

را بنویسیدکه از نقطهٔ $A(1 \text{ و } -2)$ عبورکرده و این نقطه وتر را به دو قسمت مساوی تقسیم‌کند :

جواب : $9x - 32y - 73 = 0$

۳ـ معادلهٔ دو قطر مزدوج بیضی :

$$x^2 + 4y^2 = 1$$

را به طریقی‌که یکی ازآنها بامحور Ox زاویهٔ $45°$ بسازد بنویسید .

جواب : $x - y = 0 \qquad x + 4y = 0$

۴ـ معادلهٔ دو قطر مزدوج از بیضی :

$$4x^2 + 9y^2 = 1$$

را بنویسیدکه یکی از قطرها به موازات خط :

$$x + 2y - 5 = 0$$

باشد .

جواب : $x + 2y = 0 \qquad 8x - 9y = 0$

۵ـ معادلهٔ دو قطر مزدوج از بیضی :

$$x^2 + 3y^2 = 1$$

را بنویسیدکه یکی ازآنها عمود بر خط :

$$3x + 2y - 7 = 0$$

باشد .

جواب : $x + 2y = 0 \qquad 2x - 3y = 0$

۶ـ یك بیضی داده شده ، مرکز آنرا به‌کمك پرگار و خط‌کش پیدا کنید .

۷ـ با استفاده از خواص اقطارمزدوج ثابت کنید که تمام اقطار دایره اصلی می‌باشند .

۸ـ الف : مثلث متساوی‌الاضلاعی در یك بیضی محاط شده بطوری‌که یکی از رؤس‌آن بریك رأس بیضی منطبق است ثابت کنید که قاعدهٔ مثلث موازی با یکی از محورهای بیضی‌است

ب : ثابت کنید که اضلاع مستطیل محاط در یك بیضی موازی با محورهای بیضی می‌باشند .

ج ـ بیضی معینی داده شده ، اقطار اصلیش را بکمك پرگار و خط‌کش رسم کنید .

۹ـ ثابت کنید وترهائی که از یك نقطهٔ غیرمشخص بیضی به دوسر یکی از قطرهای بیضی رسم می‌شوند موازی با جفت اقطار مزدوج می‌باشند .

۱۰ـ الف : ثابت کنید که در یك بیضی مجموع مربعات دو نیم قطر مزدوج مقداریست ثابت (مساوی با مجذور نصف بعدکانونی)

ب : ثابت کنید که مساحت متوازی‌الاضلاعهایی که برروی نیم قطرهای مزدوج یك بیضی رسم می‌شوند مقداریست ثابت (مساوی با مساحت متوازی‌الاضلاعی که بر روی نیم محورها ساخته می‌شود)

۱۱ـ معادلهٔ قطری از هذلولی :

$$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$$

راکه از وسط وتر منطبق بر خط : $2x-y+3=0$ می‌گذرد بنویسید .

جواب : $2x-5y=0$

۱۲ـ هذلولی $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{7}=1$

داده شده ؛ معادله وتری راکه از نقطهٔ $A(3 \text{ و } -1)$ گذشته و این نقطه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند بنویسید .

جواب : $7x+y-20=0$

۱۳ـ معادلات دو قطر مزدوج هذلولی :

$$x^2-4y^2=4$$

را بنویسید بطوری‌که از نقطهٔ $A(8 \text{ و } 1)$ بگذرند .

جواب : $2x-y=0 \quad x-8y=0$

۱۴ـ معادلات اقطار مزدوج هذلولی :

$$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{6}=1$$

راکه با یکدیگر زاویهٔ 45° می‌سازند بنویسید :

جواب :

$3x+y=0 \quad x+2y=0 \quad 3x-y=0$

$x-2y=0$

۱۵ـ هذلولی معینی داریم، مرکزش را به‌کمك خط‌کش و پرگار پیدا کنید .

۱۶ـ یك هذلولی داریم ، اقطار اصلیش را به‌کمك پرگار و خط‌کش رسم کنید .

۱۷ـ معادله قطری از سهمی $y^2=12x$ را بنویسید که از وسط وتر منطبق بر خط :

$3x+y-5=0$

می‌گذرد .

جواب : $y+2=0$

۱۸ـ سهمی به معادلهٔ $y^2=20x$ مفروض‌است ، معادلهٔ وتری که از نقطهٔ $A(2 \text{ و } 5)$ گذشته واین نقطه‌آنرا به دوقسمت مساوی تقسیم می‌کند بنویسید .

جواب : $2x-y+1=0$

۱۹ـ سهمی معینی داده شده ، قطر اصلیش را با استفاده از پرگار و خط‌کش رسم کنید .

استفاده از خط کمکی در حل مسائل مثلثات

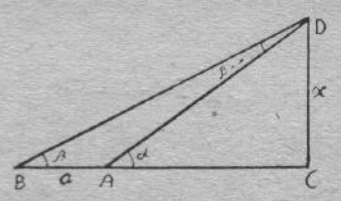
نوشتهٔ : رالول هیلپرن

ترجمهٔ : محمدرضا قسیمی ششم ریاضی دبیرستان خوارزمی ۲

استفاده ازخط کمکی (**Link**) یکی ازبهترین روشهای حل برخی ازمسائل مثلثات می‌باشد . این روش که بـر روی قانون سینوسها پایه گذاری شده است مورد استعمال فراوانی درحل مسائل مختلف دارد ، بخصوص این روش برای‌محاسبات لگاریتمی یاخط کش محاسبه بسیارمناسب است .

اغلب یك دانش آموز خود را در تشخیص راه حل یك مسأله و اینکه حل مسأله را ازکجا شروع کند تاکوتاه‌ترین و بهترین راه حل را بدست آورد عاجز می‌بیند و این موضوع ، مهم وقابل توجه است . مثلا مفروضاتی چند برای حل‌یك‌مسأله داده شده ، مهم استفاده از تمام این مفروضات به بهترین نحو است و تشخیص اینکه چه رابطه‌ای بین این داده‌ها و مجهول موردنظر وجود دارد تا درمدت زمان کوتاه جوابی قانع کننده ساده وجالب بدست‌آید .

درمورد استفادهٔ عملی ازخط کمکی خواهیم دید که‌چطور این روش ، دانش‌آموزان را در تشخیص فوری راه حل صحیح اغلب مسایل کمك می کند .



درشکل I قطعه خط AB برابرطول‌معلوم a و CD طول مجهول x و هریك ازخطوط AD و BD و AC یك خط کمکی را تشکیل می‌دهند و رابطهٔ زیر برقرار است :

$$\frac{\text{طول مجهول}}{\text{طول معلوم}} = \frac{\text{طول مجهول}}{\text{طول خط کمکی}} \times \frac{\text{طول خط کمکی}}{\text{طول معلوم}}$$

برای اینکه بتوان ازیك خط کمکی درمحاسبات استفاده کرد بایدآن خط کمکی وخطی که بوسیلهٔ آن به‌خط‌دیگرمربوط می‌شوددوضلع یك مثلث را تشکیل دهند که‌در آن قانون‌سینوسها را بتوان بکاربردبنابراین درشکل I قطعه خط AD رامی‌توان به‌عنوان یك خط کمکی انتخاب کرد ونوشت :

$$\frac{x}{a} = \frac{x}{AD} \times \frac{AD}{a}$$

این رابطه قابل استفاده است چون (AD و x) دو ضلع مثلث ACD و (a و AD) دو ضلع مثلث ADB را تشکیل می‌دهند .

بهمین ترتیب با بکاربردن BD به عنوان یك خط کمکی می‌توانیم بنویسیم :

$$\frac{x}{a} = \frac{x}{BD} \times \frac{BD}{a}$$

دراینجا مجدداً (BD و x) و (a و BD) به ترتیب دوضلع مثلثهای BCD و ADB را تشکیل می‌دهند ، امـا نمی‌توان قطعه خط AC را به‌عنوان یك خط کمکی اختیار کنیم وبنویسیم :

$$\frac{x}{a} = \frac{x}{AC} \times \frac{AC}{a}$$

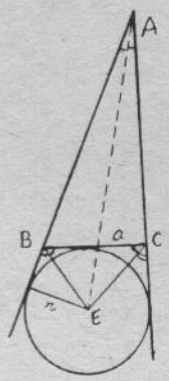
چون‌ملاحظه‌می کنیم که (AC و x)دوضلع مثلث ACD امادوضلع (a و AC) متعلق به‌یك مثلث ومخصوصاً مثلث قبلی نیستند .

شرح روش : در این روش از قـانون سینوسها استفاده می‌شود به این ترتیب که به جای نسبت طولهای اضلاع ، نسبت سینوسهای زوایای مقابلشان را قرار می‌دهیم . مثالهای زیراین روش را بیشتر توجیه می کند :

مثال یك : درشکل I ارتفاع x ازنقطهٔ A به زاویهٔ α دیده می‌شود . اگر a متر به‌عقب برویم این ارتفاع به زاویهٔ β دیده می‌شود . این ارتفاع را بدست‌آورید .

حل ـ BD را به عنوان خط کمکی انتخاب نموده بنابراین خواهیم داشت :

$$\frac{x}{a}=\frac{x}{BD}\times\frac{BD}{a}=\frac{\sin\beta}{\sin 90}\times\frac{\sin(180-\alpha)}{\sin(\alpha-\beta)}$$



$$x=\frac{a\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$$

مثال دوم ـ مطلوبست محاسبهٔ شعاع دایرهٔ محاطی خارجی یك‌مثلث برحسب اضلاع و زوایا.

حل: در شکل II داریم :

$$\frac{r}{a}=\frac{r}{EB}\times\frac{EB}{a}=$$

$$=\frac{\sin\left(\frac{180-B}{2}\right)}{\sin 90}\times\frac{\sin\left(\frac{180-C}{2}\right)}{\sin\left(\frac{180-B}{2}+\frac{180-C}{2}\right)}$$

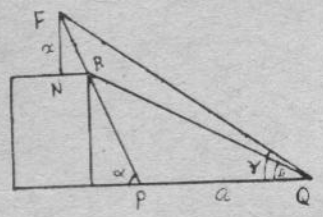
$$=\frac{\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}}{\cos\frac{A}{2}}\Longrightarrow r=a\frac{\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}}{\cos\frac{A}{2}}$$

برای بدست‌آوردن جواب بعضی‌ازمسائل‌بخصوص، استفاده ازیك خط‌کمکی‌کافی نبوده و احتیاج به تعداد بیشتری از آن می‌باشد . این مطلب موقعی اتفاق می‌افتدکه یك خط‌کمکی‌تنها نمی‌توان یافت بطوری‌که با طول معلوم‌وطول مجهول داده‌شده به‌هم مربوط شوند و اضلاع مثلثهایی را تشکیل دهندکه قانون سینوسها درآنها بکار رود دراین‌صورت استفاده ازخطهای کمکی بیشتر ضرورت پیدامی‌کند. رابطهٔ اساسی برای n خط کمکی به شرح زیر است :

$$\frac{\text{طول معلوم}}{\text{طول مجهول}}=\frac{\text{خط کمکی}(1)}{\text{طول مجهول}}\times\frac{\text{خط کمکی}(2)}{\text{خط کمکی}(1)}\times\cdots\cdots\times$$

$$\times\frac{\text{خط کمکی}(n-1)}{\text{خط کمکی}(n)}\times\frac{\text{خط کمکی}(n)}{\text{طول معلوم}}$$

مثال سوم : درشکل III طول FN را مـی‌خواهیم بدست آوریم بـا دانستن اینکه سه نقطهٔ F و R P بریك استقامت وطول PQ برابر a وزوایای فراز α و β و γ دردست هستند ؟



حل :

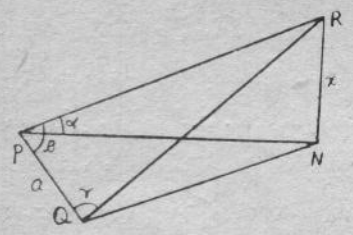
$$\frac{x}{a}=\frac{x}{FR}\times\frac{FR}{RQ}\times\frac{RQ}{a}=\frac{\sin\alpha}{\sin 90}\times\frac{\sin(\gamma-\beta)}{\sin(\alpha-\gamma)}\times$$

$$\times\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$$

$$x=\frac{a\sin^2\alpha\sin(\gamma-\beta)}{\sin(\alpha-\gamma)\sin(\alpha-\beta)}$$

این روش را درحل مسائل فضائی هم‌چنانکه حل مسألهٔ زیرنشان می‌دهد می‌توان بکاربرد

مثال چهارم: درشکل IV طول RN رابدست آورید در صورتی کـه PQN یك صفحهٔ افقی و α زاویهٔ فراز R از صفحهٔ P و β و γ دو زاویهٔ مثلث PQR معلوم می‌باشند .



حل :

$$\frac{x}{a}=\frac{x}{PR}\times\frac{PR}{a}=\frac{\sin\alpha}{\sin 90}\times\frac{\sin\gamma}{\sin(\gamma+\beta)}$$

$$x=\frac{a\sin\alpha\sin\gamma}{\sin(\gamma+\beta)}$$

مثال ۵ـ هواپیمائی در ارتفاع a و سمت مشرق نقطهٔ دیده‌بانی O می‌باشد . زاویهٔ فراز هواپیما از O برابر α است این هواپیما به سمت شمال پرواز می‌نماید و چون به نقطهٔ B می‌رسد ناگهان به اندازهٔ x اوج می‌گیرد تا زاویهٔ فرازآن‌از O برابر β شوداگرتصاویر نقاط A و B را برصفحهٔ افقی E و N و $EON=\beta$ باشدمقدار x را پیداکنید .

(حل به‌عهدهٔ خواننده واگذار می‌شود)

سؤالات امتحانات ثلث دوم دبیرستانها

جبر چهارم ریاضی دبیرستان قطب دزفول

دبیر : فخرعطار ـ فرستنده : داریوش شریفی

۱ـ مخرج کسر زیر را گویا کنید :

$$\frac{۱۴}{\sqrt{۹}+\sqrt{۳}+۳}$$

مقدار m را چنان تعیین کنید که عبارت زیر مربع کامل باشد :

$$A=x^{۲}+۴mx+۱۶$$

۳ـ از رابطهٔ زیر مقادیر a و b و c و d را پیدا کنید.

$$(x-۱)^{۲}(x+۳)=ax^{۳}+۳bx^{۲}-۶cx+d$$

۴ـ معادلهٔ زیر را به کمك مسائل قبل حل کنید :

$$x^{۳}+x^{۲}-۵x+۳=۰$$

۵ـ معادلهٔ درجهٔ دوم زیر مفروض است.

$$(m+۱)x^{۲}-(۲m-۱)x+۱-۴m=۰$$

اولاً m را قسمی تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله برابر ۲ ـ باشد سپس ریشهٔ دیگر را تعیین کنید .

ثانیاً m را قسمی تعیین کنید که یکی از ریشه‌های معادله عکس ریشهٔ دیگر باشد . ثالثاً در وجود و علامت ریشه‌ها بحث کنید و ثابت کنید بین ریشه‌های معادله رابطه‌ای مستقل از m وجود دارد .

۶ـ m را چنان معلوم کنید که بین ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم زیر رابطهٔ داده شده برقرار باشد .

$$(۲m-۱)x^{۲}-(m+۴)x+۵m+۱=۰$$

$$\frac{x'}{x''}+\frac{x''}{x'}=\frac{۱۳}{۶}$$

متمم حساب چهارم ریاضی دبیرستان قطب دزفول

دبیر فخرعطار ـ فرستنده داریوش شریفی

مسئلهٔ اول ـ مجموع سه جمله اول یك تصاعد عددی پانزده وحاصلضربشان هشتاد ـ است تعیین کنید این سه‌عدد را.

مسئلهٔ دوم ـ معادلهٔ زیر را حل کنید .

$$۴^{\sqrt{x+۲}}-۲/۵\times ۲^{\sqrt{x+۲}}+۱=۰$$

مسئلهٔ سوم ـ اگر $\log ۲=۰/۳۰۱۰۳$ و $\log ۳=۰/۴۷۷۱۲$ باشد ـ حاصل عبارت زیر را تا یکصدم تقریب حساب کنید .

$$S=\sqrt[۳]{\frac{۰/۵}{۱۲}}$$

مسئلهٔ چهارم ـ دومتحرك بفاصله ۱۲۴۰ متر ازهم قرار دارند دریك لحظه به‌طرف‌هم‌حرکت می کنند اولی درثانیه اول دومتر و درثانیه دوم چهارمتر ودرثانیه سوم شش‌مترودومی درثانیه اول سه متر ودرثانیه دوم‌هفت‌متر ودرثانیه سوم ۱۱ متر طی میکنند . تعیین کنید پس ازچه مدت بهم میرسند .

جبر کلاس ششم ریاضی دبیرستان طباطبائی

طرح‌کننده : عاطفی ـ فرستنده : عباس اپرناك

مسئلهٔ اول ـ تابع $y=\frac{x^{۲}-x-m}{x+m}$ داده شده است : $(m\neq ۰)$

۱ـ معادلهٔ درجهٔ دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن عرضهای نقاط ماکزیمم ومی‌نیمم این تابع باشند .

۲ـ با استفاده از این معادله ، نشان دهید که به ازاء همهٔ مقادیر m (باستثنای $m=۰$) تابع دارای یك ماکزیمم و یك می‌نیمم است .

۳ـ وقتیکه m تغییر می کند ، از دو نقطهٔ ماکزیمم و می‌نیمم ، جای یك نقطه ثابت مانده‌وجای نقطهٔ دیگر تغییرمکان میدهد مختصات نقطهٔ ثابت ومعادلهٔ مکان نقطهٔ متحرك رابدست آورید .

۵ـ مقدار m را چنان تعیین کنید که نقطهٔ (ω) به‌طول (۲ ـ) مرکز تقارن منحنی باشد .

۶ـ منحنی (c) نمایش تغییرات تابع $y=\frac{x^{۲}-x-۲}{x+۲}$ را رسم کنید . (واحد $\frac{۱}{۲}$ سانتیمتر)

۷ـ بدون هیچگونه محاسبه ، فقط باکمك منحنی (c) اعداد (۰ و ۴ ـ) را با ریشه‌های معادلهٔ :

$$x^{۲}-(۱+\lambda)x-۲(۱+\lambda)=۰$$

مقایسه کنید .

۸ـ خط $y=\lambda$ منحنی (c) را به‌ازاء مقادیری از λ که از روی شکل مربوط به قسمت قبل ، تعیین خواهید کرد در دونقطه‌مانند A و B قطع میکند ـ مکان‌مراکز دوایری به‌قطر AB را بیابید ، خواهید دید که نقاط ماگزیمم ومی‌نیمم‌متعلق باین مکانست ، علت‌آن چیست؟

مسئلهٔ دوم ـ برحسب‌مقادیر مختلف درتعدادریشه‌های معادلهٔ :

$$x^3-px-2=0$$

بحث کرده‌ودرحالتیکه $4p^3+27q^2=0$ می‌باشد، ریشه‌های معادله را بدست آورید .

(حساب استدلالی کلاسهای ششم دبیرستان البرز)

فرستنده : محمد وزیری

۱ـ ثابت‌کنید اگر دوعدد a و b نسبت بهم اول باشند وعدد $N=11a+2b$ بر ۱۹ قابل‌قسمت باشد عدد : $M=18a+5b$ نیز بر ۱۹ قابل‌قسمت است .

۲ـ مطلوبست تعیین عددصحیحی که ۶ مقسوم‌علیه داشته ومجموع مقسوم علیه‌های‌آن برابر ۳۹ باشد .

۳ـ عدد N فقط ازعاملهای ۲ و ۳ و ۵ تشکیل شده است مطلوبست تعیین عدد N درصورتیکه عده مقسوم علیه‌های $8N$ و$9N$ و $5N$ به‌ترتیب ۲۷ و ۱۸ و ۱۹ واحد بیشتر از عده مقسوم علیه‌های عدد N باشند .

۴ـ مطلوبست تعیین عدد چهار رقمی $N=\overline{mcdu}$ درصورتیکه داشته‌باشیم :

$$\begin{cases}\overline{mcdu}+\overline{dumc}=K^2\\ \overline{mcdu}-\overline{dumc}=L^2\end{cases}$$

۵ـ درصورتیکه عدد n با ۷ اول باشد ثابت‌کنید عدد :

$$A=(12^{2n}+5^2\times 2^{3n}-2^{3n}\times 3^{2n}-5^2\times 4^{2n})(n^6-1)$$

بر ۳۵۸۴ قابل قسمت است :

مسئلهٔ هندسه ومخروطات کلاسهای ششم دبیرستان البرز

فرستنده : محمد وزیری

دو دایرهٔ مفروض در نقطهٔ A بر یکدیگر مماسند . از نقطهٔ A قاطع متغیری رسم میکنیم که دوایرمفروض را درنقاط M و M′ قطع‌کند . مطلوبست مکان هندسی نقطهٔ P که قطعه خط MM′ را به‌نسبت معین K تقسیم نماید .

حساب استدلالی ششم ریاضی ثلث اول دبیرستان فرخی آبادان

طرح‌کننده ـ علی‌عمیدی

۱ـ عدد چهار رقمی $\overline{mcdu}$ را چنان بیابید که مربع کامل بوده و $\overline{du}=5\overline{mc}+1$ باشد .

۲ـ معین کنید بازاء چه مقادیرصحیح ومثبت n عبارت $2\times 3^{2n}+2^n+1$ بر ۷ بخش‌پذیر است در حالاتیکه این عبارت بر ۷ بخش‌پذیر نباشد ثابت نمائید مانده‌ها فقط ۴ و ۶ میتواند باشند .

۳ـ ثابت‌کنید عبارت :

$$(K^2+2K)(K+1)^2(K^2+2K+2)$$

بازاء جمیع مقادیر صحیح ومثبت K بر ۶۰ بخش پذیر است .

۴ـ دوعدد $A=x^n+(x+1)^n$ و $B=x^{n+1}+(x+1)^{n+1}$ مفروضند x و n صحیح ومثبت هستند ثابت‌کنید A و B نسبت بهم اولند .

۵ـ عدد a^3-a^2+2a+2 را به‌مبنای $a-1$ ببرید وشرط وجود جواب را بنویسید .

۶ـ دوعدد صحیح A و B را با شرایط :

$$\begin{cases}A+B=12D\\ \frac{M}{D}+1=6(A-B)\end{cases}$$

بیابید و M و D کوچکترین مضرب‌مشترك وبزرگترین عاد مشترك A و B هستند .

هندسهٔ رقومی ششم ریاضی دبیرستان نظام وفا

ثلث اول ـ دبیر : گیتی‌زاده

محل تلاقی محورهای‌کاغذ مرکز کاغذ و واحد سانتیمتر است .

مسئلهٔ اول ـ تصویرخط b_0c_3 برمحوراطول‌منطبق بوده $bc=6$ و b و c نسبت به‌مرکزکاغذ متقارنند .

$a-1$ تصویر نقطهٔ A برمحوراقصر وسمت‌راست‌مرکز واقع بوده خط AC افقیه و $AC=BC$ میباشد ملخص مثلث ABC ومقیاس‌شیبی‌ازآن‌راکه P نامیده میشودبدلخواه رسم‌کنید .

۲ـ برخط AC صفحهٔ دیگر Q را با شیب ۱ مرور دهید یك مقیاس شیب از این صفحه را باختیار رسم‌کرده ترقی رقومهای آنرا بطرف بالا بگیرید .

۳ـ اکنون فرض میکنیم b تسطیح نقطهٔ D ازصفحهٔ Q درحول لولای a_3c_3 باشد تصویر این نقطه و رقوم‌آنراکه‌مثبت فرض میشود تا ۰/۱ تقریب از روی شکل تعیین ومثلث جدید ACD را رسم‌کنید .

۴ـ مثلث ACD فوق‌الذکر قاعدهٔ فوقانی یك منشور

مایل است که ارتفاع وارد براین قاعده بطول $4\sqrt{2}$ بوده و فرجه‌ای که یالش CD است قائمه ویکی از وجوه جانبی منشور درصفحهٔ P واقع است این منشور را رسم کنید وخطوط مرئی ومخفی ملخص آنرا ازیکدیگر تمیز بدهید .

مسئلهٔ دوم ـ مقیاس شیب صفحهٔ P را با شیب ۱ کنار چپ کاغذ طوری رسم کنید که اثر آن برمحور اقصر کاغذ منطبق وترقی رقومها بطرف بالا باشددراین صفحه نقطهٔ a_0 رابرروی محور اطول اختیار کنید .

۱ـ نقطهٔ b_5 ازاین صفحه را با فرض $ab=6$ و نقطهٔ c_3 را با فرض $aC=BC$ بدست آورید (b سمت راست محور اطول است) .

۲ـ امتداد خط ab راکه از a بطرف پائین ادامه‌دارد تصویر خطی فرض میکنیم که از a_0 گذشته و بر a_0c_3 عمود میباشد این خط را مدرج کنید وبرروی آن نقطهٔ a_3 راانتخاب نمـائید .

۳ـ مقدارحقیقی زاویه $\widehat{SaB}$ را بوسیلهٔ تسطیح پیدا کرده نیمساز این زاویه را رسم وآنرا ترفیع نمائید .

۴ـ ملخص منشوری‌را رسم کنید که قاعدهٔ آن‌مثلث aBC ویال جانبیش Sa باشد سپس خطوط ومرئی و مخفی آنـرا از یکدیگر تمیز بدهید .

هندسهٔ رقومی ششم ریاضی دبیرستان دکتر کریم فاطمی اهواز

ثلث اول ـ دبیر : گیتی‌زاده

مسئلهٔ اول :

۱ـ محور اقصر کاغذ افقیه H_0 فرض میشود تصویر نقطهٔ a_3 برروی محور اطول و بالای محور اقصر قرار دارد فاصلهٔ حقیقی این نقطه از افقیه برابر ۵ است جای تصویر نقطه را تعیین کنید .

۲ـ نقطهٔ b_0 برروی افقیهٔ H_0 وسمت چپ محور اطول تصویر شده وشیب خط AB برابر $\frac{1}{2}$ میبـاشد این نقطه را پیدا کنید .

۳ـ مثلث $a_3b_0c_0$ راکه c برمحور اقصر قرار دارد و زاویهٔ $\widehat{ACB}=45^\circ$ درجه میباشد درنظر میگیریم ملخص این مثلث را رسم وتانژانت زاویهٔ A را محاسبه نمائید.

۴ـ صفحهٔ‌مثلث $a_3b_0c_0$ را درحول اثر b_0c_0 باندازهٔ 30° درجه دوران میدهیم تا نقطهٔ A بصفحهٔ مقایسه نزدیکتر شود وضع جدید این نقطه راکه D فرض میشود تعیین و رقوم D را تا ۰/۱ تقریب حساب کنید .

۵ـ عمود مشترك دوخط متنافر bc و AD را رسم نمائید .

۶ـ مثلث ABC قاعدهٔ فوقانی منشور مـایل ABCA'B'C' است که‌یالهای‌جانبی‌بااضلاع CA وBC زوایای متساوی و با صفحهٔ مقایسه زاویهٔ 45° درجه میسازند وجه ACC'A' لوزی و امتداد تصویر یال CC' محور اطول را دربالای محور اقصر تلاقی میکند ملخص این منشور را رسم و خطوط مرئی ومخفی را ازهم تمیز بدهید .

۷ـ مقطع قائم منشور را ازنقطهٔ b_0 رسم کرده قسمتی‌از منشور راکه بین‌این مقطع وقاعدهٔ فوقانی‌واقع میشود نشان‌داده خطوط مرئی ومخفی ملخص جسم حاصل را ازیکدیگر تشخیص دهید (واحد سانتیمتر)

مسئلهٔ دوم ـ محوراقصر کاغذ اثر صفحهٔ P است که با صفحهٔ مقایسه زاویهٔ 45° درجه میسازد یك مقیاس شیب از این صفحه را درکنارچپ کاغذ بطوریکه ترقی رقومهایش بطرف بالا باشد رسم نموده نقطهٔ a_0 از این صفحه را برروی محوراطول کاغذ اختیار کنید .

۱ـ از a_0 خطی درصفحهٔ P رسم کنید که زاویهٔ حقیقی آن با افقیه‌های صفحهٔ 60° باشد برروی این خط نقطهٔ b_3 را سمت چپ a پیدا کرده طول aB را حساب کنید.

۲ـ aB ضلع مثلث aBC واقع در صفحهٔ P است که طول ارتفاع‌ومیانهٔ رأس C بترتیب برابر ۴/۵ و ۵/۵ میباشد و رقوم‌این رأس از رقوم رأس B بیشتر است ملخص مثلث را پیدا کنید .

۳ـ هرم SaBC را درنظر میگیریم تصویر رأس S بر محور اقصر و یال SB افقیه و زاویهٔ $SaB=90^\circ$ میباشد ملخص هرم را رسم کرده خطوط مخفی آنرا مشخص کنید .

(واحد سانتیمتر)

هندسهٔ رقومی‌ششم ریاضی دبیرستان فرهنگ اهواز

ثلث اول ـ دبیر : گیتی‌زاده

محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید محل تلاقـی آنها مرکز کاغذ واحد سانتیمتر ومقیاس $\frac{1}{1}$ است .

مسئلهٔ اول ـ تصویر خط a_0b_0 که $ab=6$ میباشد برمحور اقصرمنطبق بوده a و b نسبت بمرکز کاغذ متقارن ، a سمت چپ و b سمت راست میباشد .

۱ـ از a_0 خط D را که با صفحهٔ مقایسه زاویهٔ 45°

درجه می‌سازد بطریقی رسم کنید که تصویرش بفاصلهٔ ۴ ازمرکز و دربالای آن محور اطول را تلاقی کرده وترقی رقومها بطرف بالا باشد .

۲- برروی خط D نقطهٔ C را با شرط aC = bC پیدا و طول aC را محاسبه کنید .

۳- مقیاس شیبی ازصفحهٔ مثلث abC را رسم و شیب آنرا حساب کنید .

۴- تصویر نقطهٔ s_3 را برمرکز کاغذ انتخاب کرده اقصر فاصلهٔ بین دوخط متنافر a_0b_0 و s_3c_5 را تعیین نمائید .

۵- ثابت کنید زاویهٔ $\widehat{asb} = 90^\circ$ است .

۶- ارتفاع هرم sabc را از رأس s رسم کرده طول حقیقی آنرا پیدا کنید .

مسئلهٔ دوم - مقیاس شیب صفحهٔ P را با اساس واحد طوری رسم کنید که اثر آن برمحور اقصر واقع برده ترقی رقومها از پائین ببالا باشد دراین صفحه نقطهٔ a_0 را بر مرکز کاغذ انتخاب کنید .

۱- افقیه‌ای ازصفحهٔ P راکه بالای صفحهٔ مقایسه قرار دارد وفاصلهٔ حقیقی a_0 از آن برابر $3\sqrt{2}$ است رسم وبرروی آن نقطهٔ B رابفاصلهٔ ۶ از a پیدا کنید (b طرف راست محور اطول است) .

۲- مثلث قائم‌الزاویهٔ aBC (قائمه‌در رأس a) دراین صفحه واقع ومیانه رأس C افقیه میباشد ملخص مثلث را رسم کنید .

۳- هرم SaBC را درنظر میگیریم که درآن رأس S پائین صفحهٔ قاعده وتصویر آن سمت چپ محور اطول قرار دارد ارتفاع وارد از این رأس برقاعدهٔ aBC بطول $3\sqrt{2}$ بوده Sa = SB = ۷ میباشد ملخص هرم را رسم و خطوط مرئی و مخفی آنرا ازیکدیگر تمیز بدهید .

۴- اگرمحور اطول کاغذ اثر یك صفحهٔ قائم فرض کنیم مقطع هرم را بوسیلهٔ این صفحه تعیین و وسعت حقیقی آنرا پیدا کنید .

هندسهٔ رقومی ششم ریاضی دبیرستان فرهنك اهواز

ثلث اول - دبیر : گیتی‌زاده

محل تلاقی محورهای کاغذ مرکز کاغذ واحد سانتیمتر و مقیاس $\frac{1}{1}$ است :

مسئلهٔ اول - نقطهٔ a_0 برروی محور اقصر وبفاصلهٔ ۳ ازمرکز وطرف چپ ونقطهٔ c_4 برروی محور اطول وبفاصلهٔ ۴ بالای مرکز کاغذ تصویرشده است .

۱- نقطهٔ b_0 برروی محور اقصر بطریقی قرار دارد که : AB = BC میباشد ملخص مثلث abC ومقیاس شیبی ازصفحهٔ آنراکه P نامیده میشود رسم کنید .

۲- صفحهٔ P را درحول اثر a_0b_0 آن دوران میدهیم تا به‌صفحهٔ قائم Q تبدیل شود نقطهٔ D وضع جدید C_4 راتعیین و رقوم آنراکه مثبت فرض میشود تا ۰/۱ تقریب حساب کنید .

۳- عمودمشترك دوخط‌متنافر AB و CD را رسم کنید.

۴- صفحهٔ P منصف‌الفرجهٔ محدب PabQ را رسم و شیب آنرا محاسبه نمائید .

۵- هرم SabC راکه رأس S بالاتر از صفحهٔ قاعده است درنظرمیگیریم دراین هرم طول یالهای Sa = ۶/۵ و Sb = ۵ و SC = ۶ است ملخص هرم را رسم و خطوط مرئی ومخفی آنرا ازهم تمیز بدهید .

۶- مقطع صفحهٔ P را درهرم رسم کرده وسعت حقیقی آنرا معین کنید .

مسئلهٔ دوم - محور اقصرکاغذ اثرصفحهٔ P است که با صفحهٔ مقایسه زاویهٔ ۴۵° درجه میسازد و ترقی رقومهای مقیاس شیب آن ازپائین ببالاست این مقیاس شیب را در کنار چپ کاغذ رسم و درصفحهٔ آن نقطهٔ a_0 را برروی محور اطول اختیار کنید.

۱- درصفحهٔ P خط a_0c_5 را باشیب $\frac{5}{6}$ رسم کنید (c طرف راست محور اطول است .

۲- قطعه‌خط aC قطر لوزی aBCD ازصفحهٔ P است است که رقوم B برابر ۳ میباشدملخص این‌لوزی را رسم‌نمائید.

۳- لوزی فوق قاعده متوازی السطوح مایل : ABCD - EFGH میباشدیالهای جانبی‌این‌متوازی‌السطوح افقیه‌هائی میباشند که بموازات محور اطول کاغذ تصویر میشوندو وجوه جانبی متوازی السطوح نیز لوزی هستند ملخص متوازی‌السطوح را رسم وخطوط مرئی ومخفی آنرا از هم تمیز بدهید (efgh تصویر EFGH را دربالای abcd اختیار کنید)

شیمی ثلث دوم دبیرستانهای کازرون

دبیر : حسین جواهری

چهارم طبیعی شعبهٔ الف - دبیرستان بهبهانی

۲/۳۳۵ گرم ازمخلوط کلرات‌دوپتاس وکلرورمجهول y را درقرعی ریخته و درمجاورت MnO_2 حرارت میدهیم .

کاهش وزن ۰/۴۸ گرم میشود .

مطلوبست : اولاً ـ مقدار کلرات را درمخلوط .

ثانیاً ـ اگرجسم باقیمانده رادرآب مقطر ریخته ازصافی عبور داده وزیرصافی را به یك‌لیتر برسانیم و سپس 10^{cc} آن رابانیترات نقره‌ترکیب کنیم تارسوب‌سفیدی بوزن ۰/۰۴۳۰۵ گرم تولید شود . پیداکنید جنس فلز مجهول را در صورتیکه فلز نامبرده اکسیدی بفرمول MO تولید مینماید (محلول‌صاف شده فاقد MnO_2 است) .

ثالثاً ـ فرمول ملکولی مخلوط را .

رابعاً ـ اگر فرض‌کنیم فلزمجهول Ca بوده و مقدار ۱/۱۱ گرم کلرورانیدرآن‌پس‌ازانحلال‌درآب‌وتبخیر و تغلیظ جسم بلورینی بوزن ۲/۱۹ گرم برجای‌بگذارد.فرمول کلرور کلسیم متبلور را پیداکنید .

کلاس چهارم طبیعی شعبه ب ـ دبیرستان بهبهانی‌کازرون

X گرم پیریت ۶۰٪ خالص در تحت فشار متعارفی و ۲۷/۳ درجه سانتیگراد توسط Y سانتیمتر مکعب هوا برشته شده و گازهای‌حاصل وارد Z سانتیمترمکعب‌آب‌اکسیژنه۱۱/۲ حجم وارد شده است . بطوریکه فعل و انفعال بطورکامل انجام گرفته .

محلول حاصل را رقیق نموده و بدو قسمت مساوی تقسیم نموده‌ایم . قسمت اول را با M گرم از فلز مجهول P که اکسیدآن بصورت PO میباشد ترکیب کرده ونتیجه را تبخیر وتغلیظ‌نموده‌ایم جسم جامد بلورینی‌که هرملکولش با ۷ ذره‌آب تبلور همراه است بوزن ۲۷/۸ گرم تولید میشود .

قسمت دوم محلول را با 100^{cc} محلول سود یك‌ملکول گرم درلیتر ترکیب مینمائیم برای تغییر رنگ معرف باید گاز حاصل ازحرارت دادن ۱/۰۷ گرم نشادر ۵۰٪ ناخالص با آهك را وارد این محلول کنیم .

مطلوبست : اولاً ـ معادلات واکنشها .

ثانیاً ـ تعیین مقادیر M-Z-Y-X .

کلاس پنجم طبیعی دبیرستان دختران بهبهانی کازرون

تجربه (۱) ـ ۲ گرم سولفورآهن مصنوعی وناخالص‌را که‌کمی هم سیلیس دارد تحت تأثیرکامل جوهرنمك قرار داده و گازهای حاصل را وارد 200^{cc} محلول ۰/۲ ملکول‌گرم در لیتر پتاس مینمائیم بطوریکه عمل‌کامل باشد . برای خنثی شدن بقیه پتاس و تغییررنگ معرف باید 10^{cc} اسید سولفوریك ۴٪ خالص بچگالی ۱/۲۲۵ مصرف‌کرد .

تجربه (۲) محلول حاصل از تجربه (۱) را صاف کرده و روی صافی را خوب شستشو میدهیم . بز«مادرآب» حاصل ، محلول سود خالص وکافی میریزیم . رسوب سبزرنگی بدست میآیدکه پس ازخشك‌کردن در «اتو» ۲/۲۵ گرم وزن دارد . پیدا کنید مقدار درصد اجزاء مخلوط را در صورتیکه تجزیه‌کیفی‌نشان داده‌که محلول صاف شده چیزی جز Fe^{++} ندارد .

کلاس ششم طبیعی دبیرستان بزرك مجرد ـ کازرون

جسم از تدار A دراختیاراست ۲/۵۹ گرم ازنمك منو-کلرهیدرات این جسم با نیترات نقره رسوب سفیدی بـه وزن ۲/۸۷ گرم تولید مینماید . پیداکنید :

اولا جرم ملکولی جسم A را .

ثانیاً ـ درصورتیکه از احتراق ۱/۸۶ گرم جسم A تولید ۵/۲۸ گرم انیدرید کربنیك و ۱/۲۶ گرم آب و 224^{cc} ازت در شرائط متعارفی شده باشد فرمول خام حقیقی جسم را پیداکنید .

ثالثاً ـ در صورتیکه فرمول بسته این جسم C_6H_7N باشد فرمول تغییری و گسترده آنرا رسم کرده واثر اسید نیترو وبعد حرارت را برجسم تولید شده مطالعه‌کنید .

رابعاً ـ برای تهیه ۰/۹۳ گرم ازجسم A چندگرم آهن وچندگرم جوهر سرکه ۷۵٪ خالص لازم است .

خامساً ـ اگر 10^{cc} ازمحلول این جسم پس ازترکیب باکلروفرو تولید ۰/۴۵ گرم رسوب نموده باشد . پیدا کنید وزن جسم A را دریك لیتر محلول .

سادساً ـ 20^{cc} ازمحلول این‌جسم چند cc جوهرنمك دسی‌نرمال را خنثی میکند . (اگرنتوانستید جرم ملکولی جسم A را حساب‌کنیدآنرا ۹۳ بگیرید) .

C=۱۲ و H=۱ و O=۱۶ .

N=۱۴ و F=۵۶

دبیرستان شاپور کازرون

$\frac{1}{100}$ ملکول گرم از جسم مرکب از : Cl-H-C پس از تجزیه تولید $\frac{1}{40}$ ملکول‌گرم‌آب و ۱/۳۴۴ لیتر انیدرید کربنیك نموده و ازطرفی‌کلر مربوط به $\frac{2}{100}$ ملکول گرم این جسم مطابق ۰/۰۲ ملکول‌گرم‌کلرورنقره‌است.پیداکنید .

اولا ـ فرمول بسته واقعی جسم‌را .

ثانیاً ـ درصورتیکه‌فرمول جسم C^6H^5cl باشدگسترده آنرا رسم‌کنید .

ثالثاً ـ جسم مزبور را باکلرور متیل و درمقابل سدیم

بطریقهٔ (Würtz Fitting) عمل میکنیم تا جسم A بدست آید . جسم A را با کلر ترکیب کرده تا جسم B بدست آید . جسم B را با پتاس رقیق عمل میکنیم تا جسم C بدست . جسم c را با اکسیژن ترکیب میکنیم تا اسید D بدست آید اسید D با چند گرم سنگ آهك ۵۰٪ خالص ترکیب میشود درصورتیکه بدانیم $\frac{1}{100}$ mol از C_6H_5cl وارد عمل شده است (فعل و انفعالات را کامل فرض میکنیم) . رابعاً اگر چگالی بحالت بخاریکی از متشابه التر کیبات جسم A نسبت به A برابر $\frac{53}{46}$ باشدفرمول جسم‌متشابه التر کیب را پیدا کنید و گستردهٔ ایزومرهای آنرا رسم کرده ونامگزاری کنید.

خامساً ـ اسیدی که از اکسیداسیون جسم اخیر بدست میآید چه نام داشته و اثر حرارت را برآن بنویسید .

(نظم ونظافت درتحریر و نحوه استدلال نمره خواهد داشت) .

$Ag=108$ $Cl=35/5$ و $O=16$

$H=1$ و $C=12$ و $Ca=40$

دبیرستان دختران بهبهانی کازرون

I ـ ۰/۳۱ گرم از آمین نوع اول و یکظرفیتی A توسط 100^{cc} جوهر نمك دسی نرمال خنثی‌شده است. مطلوبست:

اولا ـ فرمول بسته جسم A و گسترده ونام آن .

ثانیاً ـ ۰/۳۱ گرم از آمین فوق‌الذکر را با ۱/۱۸ گرم ازیك آمین یکظرفیتی B مخلوط کرده‌ایم . این مخلوط توسط 30^{cc} جوهر نمك نرمال خنثی شده است . ازطرفی اگر همان مقدار ازمخلوط دوآمین‌را بسوزانیم تولید ۳/۰۸ گرم CO_2 و ۲/۰۷ گرم آب‌میشود. درضمن ازت‌مخلوط‌فوق‌الذکر معادل ۰/۵۱ گرم آمونیاك است . پیدا کنید فرمول بسته و گستردهٔ ایزومرهای جسم B را .

ثالثاً ـ اگر میخواستیم جرم ملکولی دوجسم A یا B را بکمك قوانین رائولت بدست آوریم آیا احتیاج به ضریب تفکیك بود یا نه وچرا ؟

II ـ جسمی است مرکب ازکربن وهیدرژن واکسیژن که ترکیب درصدآن بقرار زیر است : کربن ۴۰٪ ، هیدرژن ۶/۶۶٪ و اکسیژن ۵۳/۳۳٪ مطلوبست :

اولا ـ ساده‌ترین فرمول جسم .

ثانیاً ـ فرمول واقعی این جسم درصورتیکه بدانیم جسم مزبور یك عامل منحصر بفرد آلدئیدی داشته و ۱/۸۰ گرم آن $\frac{1000^{cc}}{7}$ محلول قلیائی سولفات مس متبلور (SO_4Cuو$5H_2O$) ۳۵ گرم درلیتر رابیرنگ می کند .

ثالثاً ـ فرمول گسترده وگسترده ایزومری راکه عامل احیاکنندگی ندارد بنویسید .

رابعاً ـ اگرجسم‌مزبور دارای ۴ کربن ناجور (آسیمتریك) باشد تعداد ایزومرهای فضائی‌آن چقدر است؟

(نظم ونظافت در تحریر ونحوه استدلال نمره خواهد داشت)

$Cu=64$ و $S=32$ و $O=16$ و $C=12$

$H=1$ و $N=14$

سؤالات و مسائل امتحان ریاضی جهت تعیین بهترین دانش‌آموز استان خوزستان

طرح وتهیه از: قوام نحوی

الف ـ جبر ۱ـ تابع :

$$y=\frac{ax^2+bx+c}{x+2}$$

مفروض است ضرایب a و b و c را طوری تعیین کنید که‌عرض نقطه ماکزیمم یا مینیمم منحنی این‌تابع صفرشده ومجانب‌مایل آن $y=x-4$ باشد .

۲ـ حدعبارت : $\sqrt{x^3-3x+2}-x$ را بازاء : $x=\pm\infty$ حساب کنید .

۳ـ زاویهٔ بین دومنحنی دوتابع زیر را پیداکنید :

(رسم منحنی‌ها لازم نیست)

$$\begin{cases} x^2+y^2-4x=1 \\ x^2+y^2-2y=9 \end{cases}$$

۴ـ فاصلهٔ بین دوخط زیر را پیداکنید :

$6x-8y=6$ و $3x-4y=8$

۵ـ معادلهٔ زیر مفروض است :

$$x^2-(a+b)x+a^2=0$$

که a و b مختصات نقطهٔ M می‌باشندمحل نقطهٔ M را طوری پیداکنید که این معادله دارای دو ریشهٔ مساوی باشد یا اینکه عدد یك بین ریشه‌های معادله واقع باشد .

ب ـ مثلثات

۶ـ معادلهٔ زیر را حل کنید :

$$\mathrm{Arctg}\frac{x-1}{2x}+\mathrm{Arctg}\frac{2x}{x+1}=\frac{\pi}{4}$$

۷ـ قوسهائی پیداکنید که tg آنها مساوی نصف عکس cos آنها باشد .

۸ـ ثابت کنید مساحت هر متوازی‌الاضلاع مساوی است با نصف حاصلضرب دوقطر درسینوس زاویهٔ بین آنها .

۹ـ درنیمدایرهٔ به قطر AB از A خطی رسم می‌کنیم که نیمدایره رادر C و مماس نقطهٔ B را در D قطع کندبقسمی که $AD=4AC$ باشد . زاویهٔ A را تعیین کنید .

ج ـ حساب

۱۰ـ عدد $\overline{aba}$ و x را از رابطه زیر بدست آورید .

$$(\overline{aba})_6=(\overline{aba})_5+(\overline{aba})_x$$

۱۱ـ عدد سه‌رقمی $\overline{abc}$ راطوری تعیین کنید که باقیماندهٔ تقسیم آن بر ۴ و بر ۱۱ مساوی یك بوده و باقیماندهٔ تقسیم آن بر ۲۵ مساوی ۲۲ باشد .

۱۲ـ صحت رابطهٔ زیرراتحقیق کنید :

$$\log_b a\times\log_c b\times\log_a c=1$$

۱۳ـ دوعدد پیداکنید که مجموع واسطه های عددی و هندسی آنها ۱۳/۵ وتفاضل این واسطه‌ها ۱/۵ باشد .

د ـ هندسه

۱۴ـ مکان هندسی نقاطی را درفضا پیدا کنید که از سه رأس یك مثلث بیك فاصله باشند .

۱۵ـ مربع DEKF درمثلث قائم‌الزاویهٔ ABC قائمه در زاویهٔ A محاط شده است . ثابت کنید که DE واسطهٔ هندسی است بین BD و EC .

۱۶ـ معادلهٔ مکان هندسی نقاطی را پیدا کنید که ازآن نقاط قطعه خط AB بزاویهٔ قائمه دیده شود درصورتیکه بدانیم $A(2R,0)$ و $B(-2R,0)$

۱۷ـ ملخص منصف‌الزاویهٔ دوخط متقاطع a_0b_2 و a_0c_4 را رسم کنید .

۱۸ـ فاصله افقیهٔ رقوم ۳ (H_3) وخط c_1d_4 را پیدا کنید .

هـ ـ هیئت

۱۹ـ مواقع اعتدالین و انقلابین را تعریف کرده معین کنید میل خورشید دراین مواقع چقدر است .

۲۰ـ حجم زمین چند برابر حجم ماه بوده وفاصله ماه تا زمین چندبرابر شعاع است .

(سؤالات اطلاعات عمومی ریاضی)

۱ـ عدد π را تا ۵ رقم اعشارصحیح نوشته ومعین کنید ازنظر ریاضی این‌عدد چه نام دارد .

۲ـ اولین‌بار ارقام نه‌گانهٔ ۱ـ۲ـ۳ـ۴ .... ۹ در چه مملکتی وضع گردید وآیا صفرهم جزوآنها بود یانه ؟

۳ـ خواص مثلث قائم‌الزاویه اولین بار در چه مملکتی شناخته شد وبرای چه منظوری بود .

۴ـ غربال‌اراتستن ـ نردبان افلاطون ـ اجسام‌افلاطونی دوجمله‌ای (خیام ـ نیوتن) را شرح دهید .

۵ـ ریشه و اصل کلمه لگاریتم ازچیست ؟

۶ـ کتاب جبر ومقابله ومخصوصاً کلمه (جبر و مقابله) اولین‌بار توسط کدام دانشمند ایرانی متداول گردید .

۷ـ مختصات نقطهٔ (مختصات معمولی) منسوب به‌کدام دانشمند است .

۸ـ چه اعدادی هستند که‌جذرشان ازخودشان بیشتراست

۹ـ کتاب المجسطی دربارهٔ چه موضوعی است ومنسوب بکدام دانشمند است .

۱۰ـ اگر بخواهیم کف اطاقی را آجر فرش کنیم بدون آنکه رخنه و شکافی باقی بماند غیر از آجرهای مربع شکل آجرها بشکل دیگری هم می‌توانند باشند ؟ بچه شکل .

مسائل برای حل

مهلت قبول پاسخ تا آخر فروردین ۱۳۴۵ ـ از پاسخهای رسیده فقط آنهایی مورد بررسی واقع می‌شود که روی ورقهٔ مربوط نام و کلاس فرستنده نوشته شده باشد . از ارسال حل مسائل مربوط به کلاس پائینتر از کلاس خود ، خود داری نمائید .

کلاس چهارم طبیعی

۴۶۵۴ـ در معادلهٔ درجهٔ دوم :

$$3x^2-4mx+m^2+2m\sqrt{30}-6=0$$

مقدار m را چنان معلوم کنید که ریشه های معادله به ترتیب برابر با $tg\alpha$ و $cotg\alpha$ باشند . اندازهٔ زاویهٔ حادهٔ α را تعیین کنید .

۴۶۵۵ـ مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین ABC قائمه در زاویهٔ A مفروض است . وفرض می‌کنیم $BC=2a$ اگر O وسط BC و P نقطهٔ دلخواهی از وتر BC باشد ، عمودهای PH و PK را به ترتیب بر AB و AC رسم می‌کنیم .

اولا ثابت کنید پنج نقطهٔ A و H و O و P و K بر محیط یك دایره واقعند .

ثانیاً ثابت کنید که مثلث HOK قائم‌الزاویهٔ متساوی ـ الساقین است .

ثالثاً ـ به فرض اینکه اندازهٔ زاویهٔ PAO برابر با ۳۰ درجه باشد مساحت مثلث HOK را برحسب a حساب کنید .

کلاس چهارم ریاضی

۴۶۵۶ـ معادلهٔ زیر مفروض است .

$$x^2-(a+c)x+ac-b^2=0$$

۱) ثابت کنید که این معادله درازاء جمیع مقادیر a و b و c دارای دو جواب x' و x'' است .

۲) ثابت کنید که a و c در معادلهٔ زیر صدق می‌کنند .

$$(y-x')(y-x'')+b^2=0$$

(ترجمه ازفرانسه)

۴۶۵۷ـ مطلوبست حل و بحث معادلهٔ زیر :

$$\left(\frac{a+x}{a-x}\right)^2=1+bx$$

۴۶۵۸ـ دو تصاعد ، یکی حسابی و دیگری هندسی چنان تعیین کنید که مجموع جملات اول دو تصاعد برابر با ۱۳ مجموع جملات دوم آنها برابر با ۲۵ ، مجموع جملات سومشان برابر با ۵۳ و بالاخره مجموع جملات چهارم آنها برابر با ۱۲۹ باشد .

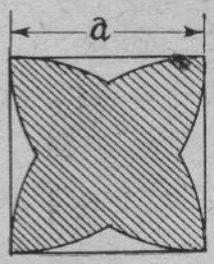
۴۶۵۹ـ ثابت کنید که سه عدد ۲۷و۷۵و۱۲۵ می‌توانند سه جمله از یك تصاعد هندسی باشند . این تصاعد را مشخص

کنید بنابر آنکه قدر نسبت آن بزرگترین مقدار ممکن را داشته باشد .

(E.P.M.)

۳۶۶۰ـ مطلوبست رسم مثلثی که طول یك ضلع آن معلوم بوده و فواصل نقطهٔ G (نقطهٔ تلاقی سه میانه) از سه رأس مثلث برنسبت مقادیر معلوم m و n و p باشند .

(سید جلال آشفته)



۳۶۶۱ـ در شکل مقابل، مساحت سطح هاشور خورده را بر حسب a طول ضلع مربع ، حساب کنید .

(فرستنده : حسین محلوج چی)

کلاس پنجم طبیعی

۳۶۶۲ ـ اولا تابع :

$$y=x^2+mx+m-4$$

را چنان مشخص کنید که رأس منحنی نمایش آن برمحور عرضها واقع باشد . منحنی نمایش تابع را رسم کنید . در نقاط تلاقی منحنی با محور طولها مماسهایی بر آن رسم کنید . معادلهٔ این مماسها و مختصات نقطهٔ تلاقی آنها را تعیین کنید .

۳۶۶۳ـ معادلهٔ زیررا حل کرده جوابهای بین صفر و 2π ازآنرا تعیین کنید .

$$4tg a=1-tg^2 a$$

کلاس پنجم ریاضی

۳۶۶۴ـ ۱) تابع به شکل .

$$y=\frac{ax+1}{x+b}$$

را چنان مشخص کنید که منحنی نمایش تابع محورهای مختصات را در جهت مثبت آنها قطع کرده و از تلاقی مجانبهای آن با محورهای مختصات مربعی به مساحت یك واحد سطح بدست آید

۲) منحنی نمایش تابع :

$$y=\frac{-x+1}{x+1}$$

را رسم کنید و ثابت کنید در صفحهٔ محورهای مختصات غیر از نقطهٔ تلاقی مجانبها ، نقطهٔ دیگری یافت نمی‌شود که ازآن بتوان دو مماس عمود برهم برمنحنی رسم کرد .

۳۶۶۵ـ برمحور عرضها نقطهٔ P را چنان تعیین کنید که اگر از آن ، دو مماس بر منحنی تابع :

$$y=x^2-2x$$

رسم شود زاویهٔ بین مماس‌ها برابر با $Arctg^2$ باشد .

۳۶۶۶ـ به فرض آنکه هیچیك از اعداد مثبت a و b مربع کامل نباشند مطلوبست تعیین اندازهٔ کلی زاویهٔ α برای آنکه داشته باشیم .

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{c} \quad و \quad \sin 3\alpha=\frac{2\sqrt{b}}{c}$$

(احد جعفری فرد ششم ریاضی دبیرستان خوارزمی۲)

۳۶۶۷ ـ به فرض :

$$A+B+C=\frac{k\pi}{2}$$

صحت اتحاد زیررا محقق کنید .

$$2\sin\frac{A}{K}\sin\frac{B}{K}\sin\frac{C}{K}=\sin^2\frac{A}{K}+\sin^2\frac{B}{K}+\sin^2\frac{C}{K}$$

(بهرام داها)

۳۶۶۸ـ حجم بشقاب پرنده‌ای را حساب کنید با تصور اینکه این بشقاب پرنده فصل مشترك دو کرهٔ به شعاعهای R و R' بوده و یکدیگر را به زاویهٔ قائمه قطع کرده باشند .

(داود روحانی)

۳۶۶۹ ـ یك منبع نوررا به چه فاصله ازکرهٔ به شعاع R باید قرار داد تا $\frac{1}{n}$ سطح کره را روشن کند .

(اکبر حسنی دبیردبیرستانهای تویسرکان)

کلاس ششم طبیعی

۳۶۷۰ـ ۱) تابع :

$$y=ax^3+bx^2+cx+d$$

را چنان معین کنید که منحنی نمایش آن درنقطهٔ به طول(۱ −) برسهمی $y=x^2+x$ عمود ودرنقطهٔ به طول ۱ برخط به معادلهٔ $y=5x-3$ مماس باشد .

۲) منحنی (C_1) نمایش‌هندسی تابع :

$$y=x^3+x^2$$

و سهمی (P) به معادلهٔ $y=x^2+x$ را در یك دستگاه محورهای مختصات رسم کنید معادلهٔ خط هادی ومختصات کانون سهمی را تعیین کنید .

۳) معادلهٔ هذلولی را بنویسید که دریك رأس و یك کانون با سهمی (P) مشترك بوده مرکز آن $C(-\frac{1}{2}$ و $-\frac{5}{4})$ باشد . این هذلولی را نیز درشکل قبل رسم کنید .

(حسین صالحی دبیرد بیرستانهای بروجرد)

۳۶۷۱ـ منحنی‌نمایش هندسی تابع زیررا در فاصلهٔ صفر و 2π رسم کنید و سطح محصور بین منحنی و محور طولها و عرضهای نقاط به طول صفر و $\frac{\pi}{2}$ را حساب کنید .

$$y=\sqrt{3}\sin x-\cos x+2$$

کلاس ششم ریاضی

۳۶۷۲ـ تابع : $y=\frac{2x^3+1}{2x^2}$

مفروض است .

۱) جدول تغییرات و منحنی نمایش هندسی تابع را رسم کنید .

۲) سطح محصور بین منحنی و مجانب مایل‌آن و دوخط $x=1$ و $x=\lambda>1$ را برحسب λ حساب‌کرده و حدآنرا وقتی‌که $\lambda\to+\infty$ بدست‌آورید .

۳) خطی با ضریب زاویهٔ m و از نقطهٔ به عرض $\frac{3}{2}$ واقع بر محور yها می‌گذرد . در تعداد نقاط تلاقی این خط و منحنی برحسب مقادیر مختلف m از راه محاسبه و از روی شکل منحنی بحث کنید .

۳۶۷۳ـ تابع زیر مفروض است :

$$y=\sqrt[3]{x^3+px+q}$$

در ازاء مقادیر مختلف p و q درتعداد نقاط عطف منحنی تابع فوق بحث کنید .

۳۶۷۴ـ در مثلث ABC ارتفاع :

$$b+c=l \text{ و } AH=h$$

معلوم است و می‌دانیم $B=C+\frac{\pi}{2}$

مثلث را حل و بحث کنید و در حالت مخصوص :

$$l=24 \text{ و } h=7$$

طول اضلاع وزوایای مثلث را حساب کنید .

(قوام‌نحوی‌دبیردبیرستانهای اهواز)

۳۶۷۵ـ در مثلث ABC شعاعهای دایره‌های محیطی و محاطی داخلی را به‌ترتیب R و r ومرکز دایرهٔ محاطی داخلی را I می‌نامیم . ثابت کنید :

$$IA\cdot IB\cdot IC=4Rr^2$$

(ترجمهٔ: بهزاد سوفرششم ریاضی دبیرستان هدایت سنندج)

۳۶۷۶ـ عددی چهار رقمی به شکل $\overline{mcdu}$ پیدا کنید که ارقامش در روابط زیر صدق کند .

$$\begin{cases} c+u=(m+d)k \\ \overline{du}-\overline{mc}=k^3 \\ mcdu=(2k)^3 \end{cases}$$

(ترجمهٔ : قوام نحوی)

۳۶۷۷ـ ثابت کنید که مجموع حاصل‌ضربهای دوبه‌دوی سه عدد فرد دلخواه ، هیچگاه ، نه مربع‌کامل و نه دو برابر مربع‌کامل یك عدد است.

۳۶۷۸ـ دایرهٔ ثابت (O) ونقطهٔ ثابت A مفروض‌است از A دو قاطع متغیر رسم می‌کنیم که اولی دایره را در P و Q و دومی آنرا در M و N قطع می‌کند . دوایر AMP و ANQ یکدیگر را در B و دوایر ANP و AMQ یکدیگر را در نقطهٔ دیگر C قطع می‌کنند . مکان هندسی نقاط B و C را تعیین کنید .

۳۶۷۹ـ در صفحهٔ P به شیب ۱ لوزی ABCD را با معلومات زیر رسم کنید . رقوم نقطهٔ A برابر با۱۲ و ۵ واحد سمت راست مقیاس شیب واقع است . زاویهٔ A از لوزی برابر ۴۵ درجه است و قطر BD افقیه بوده و طول آن برابر با ۶ است .

این‌لوزی قاعدهٔ هرمی است که تصویررأس‌آن برسطح قاعده بر مرکز ثقل مثلث ABC واقع است و ارتفاع‌آن با قطر AC لوزی برابر است . ملخص هرم را رسم کنید و مرئی و مخفی نمائید .

مسائل متفرقه

۳۶۸۰ـ حد مجموع زیررا وقتی که $n \to \infty$ تعیین کنید :

$$S_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+\cdots+n}$$

(فرستنده : جعفرداوری ششم ریاضی دبیرستان صمصامی اراك)

۳۶۸۱ـ دستگاه زیررا حل کنید .

$$\begin{cases} (x+y+z)(y+z-x)=a \\ (x+y+z)(z+x-y)=b \\ (x+y+z)(x+y-z)=c \end{cases}$$

(ترجمهٔ : رضا مؤمنی دانشجوی دانشسرای عالی)

۳۶۸۲ـ دستگاه زیررا حل کنید :

$$\begin{cases} \dfrac{x-y}{y^2}+\dfrac{x-z}{z^2}=ax \\ \dfrac{y-z}{z^2}+\dfrac{y-x}{x^2}=by \\ \dfrac{z-x}{x^2}+\dfrac{z-y}{y^2}=cz \end{cases}$$

(ترجمهٔ : اسمعیل علی‌پور دانشجوی دانشسرایعالی)

۳۶۸۳ـ دایرهٔ به مرکز (C) مفروض است. قطر AD ازآنرا رسم کرده و از طرف A امتداد می‌دهیم و برآن نقطهٔ O راچنان‌تعیین‌می‌کنیم که $OA=nR$ باشد . از O قاطعی رسم می‌کنیم که دایره را در B و E قطع کرده ودوکمان AB و BE متساوی باشند . طول DE را برحسب n و R حساب کرده در ازاء مقادیر ۱ و ... و ۳ و ۲ و ۱ = n حاصل‌ضرب مقادیر نظیر DE را حساب کنید .

(غلامرضا فرزین ششم ریاضی دبیرستان نظام)

۳۶۸۴ـ ربع دایرهٔ AOB به مرکز O و به شعاع ۲R مفروض است . به قطر OA و در داخل ربع دایره نیمدایره‌ای رسم می‌کنیم و از O خطی رسم می‌کنیم تانیمدایره را در M و ربع دایره را در N قطع کند . اندازهٔ زاویهٔ AON را α فرض می‌کنیم . مساحت سطح قطعهٔ محصور بین کمان OM از نیمدایره و وتر OM را با S_1 ومساحت سطح محصور بین کمانهای AM و AN و قطعه خط MN را با S_2 می‌نمائیم. مقدار $S=S_1+S_2$ را برحسب α بدست آورده و مینیمم آنرا تعیین کنید و تحقیق کنید که در حالت مینیمم S_1 و S_2 باهم مساوی می‌باشند .

(احمد حاج عظیم پنجم ریاضی دبیرستان هدف ۱)

۳۶۸۵ـ کنج S.xyz که اندازهٔ زوایای xSy و ySz و zSy به ترتیب برابر با a و b و c و اندازهٔ فرجه های Sx و Sy و Sz به ترتیب برابر با A و B و C و اندازهٔ زاویه‌ای که یالهای Sx و Sy و Sz با وجوه‌مقابل می‌سازند به ترتیب برابر با α و β و γ است مفروض‌می‌باشد . صحت روابط زیررا محقق کنید :

$$1)\quad \frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}$$

$$2)\quad \sin\alpha \sin a=\sin\beta \sin b=\sin\gamma \sin c$$

(ترجمهٔ : بهزاد سوفر ششم ریاضی دبیرستان هدایت سنندج)

۳۶۸۶ـ به فرض آنکه داشته باشیم :

$$\log_a u+\log_b u+\log_c u=\log_{abc} u$$

چه رابطه‌ای بین a و b و c برقرار است .

۳۶۸۷ـ معادلهٔ زیر را حل کنید بنابرآنکه یکی از ریشه‌هایش برابر ma بوده و m عدد صحیح می‌باشد .

$$27x^2(x-2a)-32(x-a)^3=0 \quad (a\neq 0)$$

۳۶۸۸ـ منحنی نمایش هندسی تابع زیر را در فاصلهٔ $[-\pi \text{ و } \pi]$ رسم کنید .

$$y=\sqrt{\sqrt{3\sin x-\cos x}+2}$$

۳۶۸۹ـ فرض می‌کنیم .

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

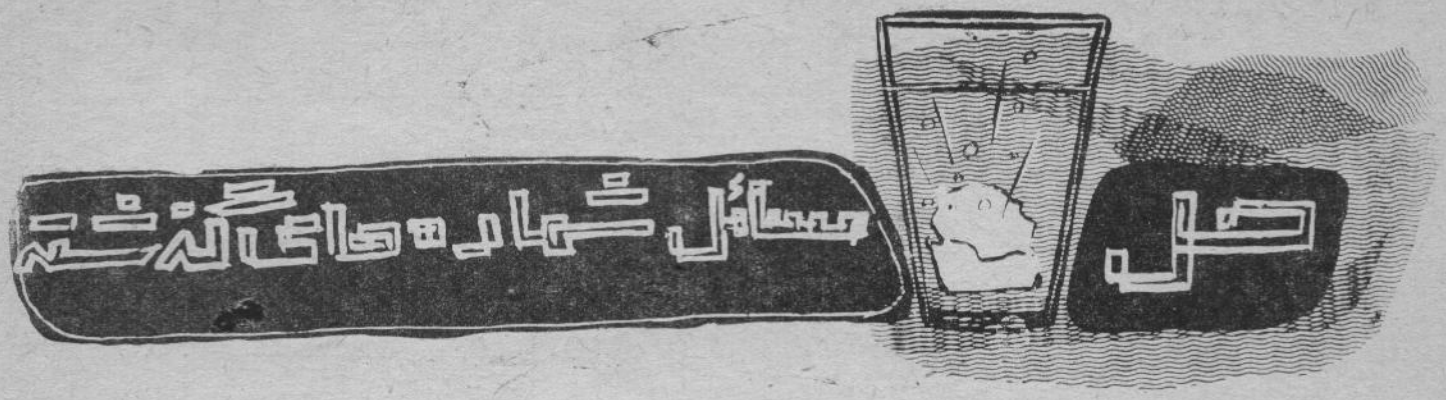
اولا ثابت کنید که به ازاء جمیع مقادیر مثبت x داریم

$$x-\frac{x^2}{2}<f(x)<x$$

ثانیاً به فرض اینکه n عدد صحیح مثبت باشد بااستفادهٔ ازقسمت قبل ، حد مجموع زیررا وقتی که $n\to\infty$ تعیین کنید

$$S_n=f\left(\frac{1}{n^2}\right)+f\left(\frac{2}{n^2}\right)+\cdots+f\left(\frac{n-1}{n^2}\right)+f\left(\frac{n}{n^2}\right)$$

(ترجمه از فرنسه)



اگر حل مسئله‌ای را فرستاده‌اید اما نام شما ذیل حل آن دراین مجله ذکر نشده است به یکی از علل زیر می‌باشد ؛ راه حل انتخابی شما درست نبوده یا ناقص بوده است، روی ورقه‌ای که حل مسئله را نوشته‌اید نام ومشخصات کلاس خود راذکر نکرده‌اید مسئله مربوط به کلاس پائین‌تر ازکلاس شما بوده است ، نامهٔ شما دیرتر ازمهلت مقرر به دست ما رسیده است

کلاس چهارم طبیعی

۳۵۸۱ـ به فرض $x>0$ و :

$$a=x^2-x \quad و \quad b=x^2 \quad و \quad c=x^2+x$$

۱) حدود x را تعیین کنید که a و b و c بتوانند اندازه‌های اضلاع یك مثلث باشند .

۲) به ازاء چه مقدار x ، این مثلث قائم‌الزاویه خواهد بود .

شرط لازم وکافی برای اینکه a و b و c اندازه‌های اضلاع مثلثی باشند آنست که هریك از آنها محصور باشد بین مجموع وتفاضل دوتای دیگر و هیچکدام از آنها صفر یا منفی نباشد . چون x مثبت است پس c و b ومثبت بوده وباید داشته باشیم :

$$|a-c|<b<a+c \quad و \quad a>0$$

c بزرگترین ضلع و a کوچکترین ضلع است بنابراین:

$$a=x^2-x>0$$

$$(x^2+x)-(x^2-x)<x^2<(x^2+x)+(x^2-x)$$

$$2x<x^2<2x^2$$

این نامساوی مضاعف با دستگاه دو نامساوی زیر معادل است .

$$\begin{cases} x^2>0 \\ x^2-2x>0 \end{cases} \quad یا \quad \begin{cases} x^2<2x^2 \\ 2x<x^2 \end{cases}$$

نامساوی $x^2>0$ همواره برقرار است ونامساوی دوم چنین می‌شود :

$$x^2-2x=x(x-2)>0$$

چون x مثبت است آنرا حذف می‌کنیم ، می‌شود :

$$x-2>0 \quad یا \quad x>2$$

ازنامساوی $x^2-x>0$ یا $x(x-1)>0$ نتیجه می‌شود $x>1$ بنابراین جواب مسئله عبارت خواهد بود از :

$$x>2$$

۲ـ باید داشته باشیم :

$$c^2=a^2+b^2$$

$$(x^2+x)^2=(x^2-x)^2+x^4$$

بعد از اختصار خواهیم داشت :

$$x^4-4x^2=0 \quad یا \quad x^2(x-4)=0 \quad و \quad x\neq 0$$

پس

$$x=4$$

پاسخهای درست رسیده از : پریچهر جمشیدی دبیرستان انوشیروان دادگر ـ احمد ماشینچی دبیرستان خوارزمی ۲ـ بهنام آویج دبیرستان هدف ۱ـ عباس کشاورز دبیرستان کورش ـ حسن حسین زاده دبیرستان رازی شاهی ـ مسعود آوینی دبیرستان خوارزمی ۲ـ علاءالدین رأفت کلاس دوم دبیرستان آذر ـ منوچهر سلوکی دبیرستان خوارزمی ۲ـ ارسلان علی‌نژاد دبیرستان رازی شاهی .

۳۵۸۲ـ مربع مستطیل ABCD مفروض است: برضلع AB نقطهٔ M را چنان انتخاب کرده‌ایم که داریم :

$\overline{AM}^2 = AB \cdot BM$ و از M به C و D وصل می‌کنیم .

ثابت کنید :

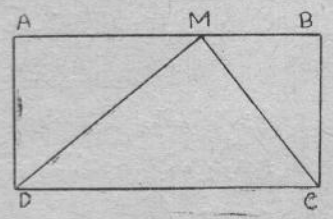
$$MB \cdot MA = |\overline{MC}^2 - \overline{MD}^2|$$

رابطهٔ مفروض را چنین می‌نویسیم :

$$AM^2 = (AM + BM)BM$$

$$AM^2 = AM \cdot BM + BM^2$$

$$AM^2 - BM^2 = AM \cdot BM$$



با استفادهٔ از رابطهٔ فیثاغورث در مثلثهای AMD و BMC رابطهٔ اخیر چنین می‌شود :

$$(DM^2 - AD^2) - (MC^2 - BC^2) = AM \cdot BM$$

با توجه به اینکه $AD = BC$ خواهیم داشت :

$$DM^2 - MC^2 = AM \cdot BM$$

پاسخهای درست رسیده : بهجت‌آذر دبیرستان ثریا شمس‌الملوك زندپور دبیرستان ثریا ـ اعظم صمدنوری ـ پریچهر جمشیدی ـ اعظم آشفته دبیرستان حکمت ـ سیدمحمدرضامرعشی دبیرستان بایندر خرمشهر ـ مسعود آوینی ـ محسن هاشمی‌نژاد دبیرستان ابن‌سینا رضائیه ـ مهدی تراکمه کلاس سوم دبیرستان دکتر نصیری ـ محمود خدام‌الحسینی دبیرستان قناد بابل ـ محمد مقدسی دبیرستان پهلوی ساری ـ ارسلان علی‌نژاد ـ منوچهر سلوکی ـ فریورسجادی دبیرستان پهلوی ساری ـ حسن‌حسین‌زاده عباس کشاورز ـ احمد ماشینچی .

کلاس چهارم ریاضی

۳۵۸۳ـ به‌فرض آنکه داشته باشیم :

$$a = \frac{1}{2} \quad و \quad b = \frac{x-1}{2(x+1)} \quad و \quad c = \frac{x}{x^2-1}$$

۱) حدود x را تعیین کنید برای آنکه a و b و c بتوانند اندازه‌های اضلاع یك مثلث باشند .

۲) به ازاء چه مقادیر از x ضلع a بزرگترین ضلع مثلث است و دراین حالت مقدار x را چنان تعیین کنید که مثلث قائم‌الزاویه باشد .

اولاً باید داشته باشیم :

$$\frac{x-1}{2(x+1)} > 0 \quad و \quad \frac{x}{x^2-1} > 0$$

$$\frac{x}{x^2-1} - \frac{x-1}{2(x+1)} < \frac{1}{2} < \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{x}{x^2-1}$$

این نامساویها بعد از اختصار به نامساویهای زیر تبدیل خواهند شد .

$$(1) \quad \frac{(x-1)}{x+1} > 0 \quad و \quad (2) \quad \frac{x}{(x-1)(x+1)} > 0$$

$$(3) \quad \frac{1}{(x-1)(x+1)} > 0$$

و

$$(4) \quad \frac{x(x-2)}{(x-1)(x+1)} > 0$$

بعد از آنکه علامت‌عبارت هر نامساوی‌را تعیین کنیم‌جدول زیر را خواهیم داشت :

x		−۱		۰		۱		۲	
(۱)	+	∞	−		−	۰	+		+
(۲)	−	∞	+	۰	−	∞	+		+
(۳)	+	∞	−		−	∞	+		+
(۴)	+	∞	−	۰	+	∞	−	۰	+

و جواب مشترك دستگاه چهار نامعادله عبارتست از $x>2$

۲) چون $x>2$ است کسر $\frac{x-1}{x+1}$ کوچکتر از واحد بوده و درنتیجه b از a کوچکتر است .

نامساوی زیر را در نظر می گیریم :

$$a>c \text{ یا } \frac{1}{2}>\frac{x}{x^2-1} \Rightarrow \frac{-x^2+2x+1}{2(x^2-1)}>0$$

مخرج کسر مثبت است بنابراین باید :

$$x^2-2x-1<0 \Rightarrow x>1+\sqrt{2}$$

برای اینکه مثلث قائم‌الزاویه باشد :

$$a^2=b^2+c^2 \text{ یا } \frac{1}{4}=\frac{(x-1)^2}{4(x+1)^2}+\frac{x^2}{(x^2-1)^2}$$

بعد از اختصار خواهیم داشت :

$$4x^3-12x^2+4x=0 \text{ یا } 4x(x^2-3x+1)=0$$

چون $x>1+\sqrt{2}$ است بنابراین جواب قابل قبول‌می‌شود:

$$x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

پاسخهای درست رسیده از : محمد حسن تقی‌زاده دبیرستان حکیم سنائی اصفهان ـ عباس کشاورز ـ محمدمقدسی.

۳۵۸۴ـ دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x^2+x(y+z)=a^2 \\ y^2+y(z+x)=b^2 \\ z^2+z(x+y)=2ab \end{cases}$$

حل ـ طرفین معادلات را نظیر به نظیر جمع می کنیم حاصل می‌شود :

$$(x+y+z)^2=(a+b)^2 \Rightarrow x+y+z= \\ =\pm(a+b)$$

مقادیر $(y+z)$ و $(z+x)$ و $(x+y)$ را از تساوی اخیر حساب کرده و درمعادلات دستگاه قرار می‌دهیم .

جوابهای دستگاه به ترتیب زیرحساب می‌شوند :

$$x=\pm\frac{a^2}{a+b} \text{ و } y=\frac{\pm b^2}{a+b} \text{ و } z=\frac{\pm 2ab}{a+b}$$

پاسخهای درست رسیده : عزیزقائمی چهارم ریاضی دبیرستان دکتر هوشیار ـ علیرضا حسینی دبیرستان دکترهوشیار سید مهدی نظیری چهارم ریاضی دبیرستان کورش کبیر تبریز محسن هاشمی نژاد چهارم ریاضی دبیرستان ابن سینای رضائیه علی نصر چهارم ریاضی دبیرستان البرز ـ محمد مهاجرانی چهارم ریاضی دبیرستان رازی تربت حیدریه ـ یدالله صادقی چهارم ریاضی دبیرستان پهلوی شهسوار ـ توما خسرو آبادی چهارم ریاضی دبیرستان اندیشه ـ فرزاد مجیدی آهی چهارم ریاضی دبیرستان بابکان ـ محمد مقدسی .

۳۵۸۵ـ دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x(px+qy+rz=a \\ y(px+qy+rz)=b \\ z(px+qy+rz)=c \end{cases}$$

حل ـ طرفین معادلات دستگاه را به ترتیب در p و q و r ضرب کرده نظیر به نظیر باهم جمع می کنیم نتیجه می‌شود :

$$(px+qy+rz)^2=ap+bq+cr$$

$$px+qy+rz=\pm\sqrt{ap+bq+cr}$$

شرط آنکه دستگاه جواب داشته باشد آنست که‌مقدار زیررادیکال مثبت باشد یعنی $ap+bq+cr>0$

با این شرط جوابهای دشتگاه با قراردادن مقدار به دست‌آمده درمعادلات حساب می‌شوند :

$$x=\frac{\pm a}{\sqrt{ap+bq+cr}} \text{ و } y=\frac{\pm b}{\sqrt{ap+bq+cr}}$$

$$z=\frac{\pm c}{\sqrt{ap+bq+cr}}$$

پاسخهای درست رسیده : محمودنمازی‌چهارم‌ریاضی هدف۱ ـ عزیز قائمی ـ علیرضا حسینی ـ محسن هاشمی نژاد محمد مقدسی ـ حسن حسین‌زاده چهارم ریاضی دبیرستان رازی شاهی ـ مسعودآوینی چهارم ریاضی خوارزمی۲ ـ محمد علی عامری مهاباد چهارم ریاضی هدف۱ ـ محمد قلی‌قلیان چهارم طبیعی دبیرستان ۱۵ بهمن رودسر ـ فرزاد مجیدی‌آهی .

۳۵۸۶ـ تعداد n خط در یك نقطه متقاربند . تعداد نیمسازهای زاویه‌هایی را که این خطوط دو به دو با یکدیگر می‌سازند بدست آورید .

حل ـ اگرفرض کنیم A_{n-1} تعدادنیمسازها برای $(n-1)$ خط باشد وخط nامی به‌خطوط مزبور اضافه‌کنیم این خط باهر یك از $(n-1)$ خط دیگر دوزاویه‌که دو به دومتقابل‌به‌رأسند می‌سازد باهریك از آنها دو نیمساز بوجود می‌آورد پس تعداد نیمسازهای جدید مساوی با $2(n-1)$ و در نتیجه A_n از رابطهٔ زیر بدست می‌آید :

$$A_n=A_{n-1}+2(n-1)$$

$$A_{n-1}=A_{n-2}+2(n-2)$$

$$A_{n-2}=A_{n-3}+2(n-3)$$

$$\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ$$

$$\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ$$

$$A_3=A_2+2\times 2$$

$$A_2=2$$

طرفین تساویهای اخیر را نظیر بـه نظیر باهم جمع می کنیم . نتیجه می‌شود:

$$A_n = ۲ + ۲\times۲ + ۲\times۳ + \dots + ۲\times(n-۱)$$

پس A_n مساوی با مجموع جملات تصاعدی است که جملهٔ اول آن ۲ وجملهٔ آخرش $۲(n-۱)$ وتعداد جملاتش $(n-۱)$ است مجموع آن می‌شود : $A_n = n(n-۱)$

پاسخهای درست رسیده : محمد مقدسی-حسین علوی چهارم ریاضی دبیرستان پهلوی ساری.

۳۵۸۷ـ معادلهٔ زیرمفروض است :

$$\log_a x + \log_a x^۲ + \dots + \log_a x^n = k$$

اولاً ـ مقدار $\log x$ را برحسب a و n و k بدست آورید

ثانیاً ـ به ازاء $a=۵$ و $n=۱۰$ و $k=۵۰$ مقدار واقعی x ومقدار تقریبی آنرا با استفاده ازجدول حساب کنید

حل ـ اولاً معادلهٔ داده شده پس از اختصار به صورت زیر درمی‌آید : $(۱+۲+۳+\dots+n)\log_a x = k$

و چون : $۱+۲+۳+\dots+n = \frac{n(n+۱)}{۲}$

پس : $\log_a x = \frac{۲۴}{n(n+۱)}$

ثانیاً ـ مقادیر مزبور را در تساوی بالا قرار می‌دهیم می‌شود :

$$\log_۵ x = \frac{۱۰}{۱۱} \Longrightarrow x = ۵^{\frac{۱۰}{۱۱}}$$

ازطرفین رابطهٔ اخیردر مبنای ۱۰ لگاریتم می گیریم :

$$\log x = \frac{۱۰}{۱۱}\log ۵$$

با استفاده ازجدول لگاریتم اعداد داریم :

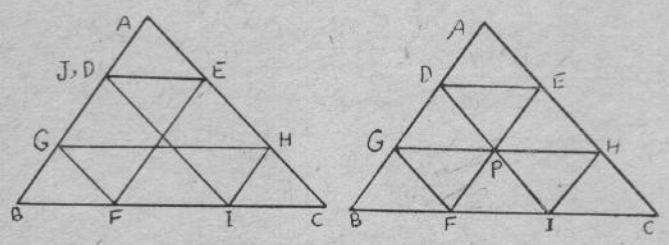
$$\log x = \frac{۱۰}{۱۱}\times ۰/۶۹۸۹۷ = ۰/۶۳۵۴۲ \Longrightarrow x \neq ۴/۳$$

پاسخهای درست رسیده : محمود نمازی ـ محسن هاشمی‌نژاد ـ حجت‌اله عادلی چهارم ریاضی دبیرستان مهرگان حسن حسین‌زاده ـ حسین علوی .

۳۵۸۸ـ مثلث ABC مفروض است. برضلع AB یك نقطهٔ D انتخاب می کنیم ، از D موازی با BC رسم می کنیم تا AC را در E قطع کند ، بعد EF راموازی AB ومحدود به BC ، FG را موازی با AC ومحدود به AB ، GH را موازی با BC ومحدودبه AC ، HI را موازی با AB ومحدود به BC وبالاخره IJ را موازی با AC ومحدود به AB رسم می کنیم :

۱ـ ثابت کنید I بر D منطبق است .

۲ـ نقطهٔ D چگونه انتخاب شود تا خطوط EF وHG و ID متقارب باشند .



حل ـ ۱ـ داریم :

$$\frac{AJ}{AB} = \frac{EJ}{BC} = \frac{FB}{BC} = \frac{FG}{AC} = \frac{CH}{AC} = \frac{IH}{AB} = \frac{AD}{AB}$$

پس : $AJ = AD$ و J بر D منطبق است .

۲ـ اگرفرض کنیم EF و DI و GH درنقطهٔ P متقارب باشند چهارضلعی‌های PEAD و PFGD و PFBG و PEGD متوازی الاضلاعند پس :

$DG = EP$ و $AD = EP$

و $BG = PF = DG = EP$

بنابراین $BG = GD = DA$

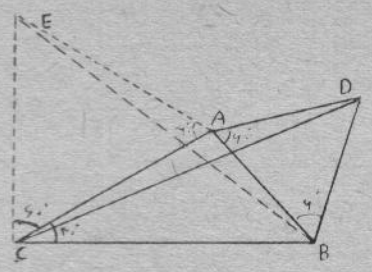
یعنی D نقطه‌ای است که فاصله‌اش از A برابر $(\frac{۱}{۳}AB)$ و یا $(\frac{۲AB}{۳})$ باشد .

پاسخهای درست رسیده : محمود نمازی ـ حسین علوی ـ جلال اشجعی چهارم ریاضی دبیرستان دین و دانش قم محمد مقدسی ـ منصورتوفیقی چهارم ریاضی دبیرستان پهلوی ـ شهریار دیانت چهارم ریاضی دبیرستان فردوسی تبریز ـ محمد علی عالمزاده چهارم‌ریاضی‌دبیرستان شاهپور کرمان ـ عبدالمحمد وصله‌چی چهارم ریاضی دبیرستان بحرالعلوم بروجرد .

۳۵۸۹ـ درمثلث ABC اندازهٔ زاویهٔ C برابربا ۳۰° است به ضلع AB و درخارج مثلث ، مثلث متساوی الاضلاع ABD را می‌سازیم . ثابت کنید که بین طولهای CA و CB و CD رابطهٔ فیثاغورث برقراراست .

حل ـ حالت اول: $CAB \neq ۱۲۰^\circ$: مثلث متساوی‌الاضلاع ACE را درخارج مثلث می‌سازیم دومثلث ADC و ABE متساویند نتیجه می‌شود : $BE = CD$ ومثلث CEB قائم‌الزاویه است پس : $CD^۲ = CA^۲ + CB^۲$

حالت دوم) :



$A = ۱۲۰^\circ$

دراین حالت مثلث ABC متساوی‌الساقین بوده و DBC قائم‌الزاویه‌است.

پس :

$CD^۲ = BD^۲ + CB^۲$

$= BC^۲ + CA^۲$

پاسخهای درست رسیده : محمد مقدسی ـ حسین علوی ـ شهریار دیانت ـ مجید علوی سرمدی چهارم ریاضی دبیرستان فردوس تبریز .

کلاس پنجم طبیعی

۳۵۹۰ـ دو نقطهٔ :

$M(۲t+۱ \text{ و } t^۲-۱)$ و $N(۱ \text{ و } -۴)$

مفروضند با استفاده ازمشتق مقدار t را چنان تعیین کنید که طول MN مینیمم باشد .

حل :

$$MN^۲ = (۲t+۱-۱)^۲ + (t^۲-۱+۴)^۲$$

$$y = MN = \text{oooo} = \sqrt{t^۴+۱۰t^۲+۹}$$

$$y' = \frac{۴t^۳+۲۰t}{\sqrt{t^۴+۱۰t^۲+۹}} = ۰ \Longrightarrow t = ۰$$

مشتق در ازاء $t=۰$ صفر شده از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد پس به ازای $t=۰$ مقدار MN مینیمم بوده و مقدارآن ۳ می‌باشد .

پاسخهای درست‌رسیده : هماراز پوش‌دبیرستان‌پیشرو حسن مهدی‌زاده دبیرستان خوارزمی۱ ـ محمودعبادی‌دبیرستان فردوسی رضائیه ـ علی‌ثناجوفریدون امین‌زاده دبیرستان‌فردوسی رضائیه ـ اسمعیل حسین‌نیا ـ عیسی فخرذاکری دبیرستان‌صفوی اردبیل ـ حسین جعفری .

۳۵۹۱ـ صحت اتحاد زیر را محقق کنید :

$$\frac{\cos ۳۳۰^\circ}{\cos ۱۰^\circ} + \frac{\sin ۱۵۰^\circ}{\sin ۱۰^\circ} - \frac{tg ۶۰^\circ}{\sin ۸۰^\circ} = ۲$$

حل ـ طرف اول رابطه را به ترتیب به صورتهای زیر می‌نویسیم :

$$\frac{\cos ۳۰^\circ}{\cos ۱۰^\circ} + \frac{\sin ۳۰^\circ}{\sin ۱۰^\circ} - \frac{۲\cos ۳۰^\circ}{\cos ۱۰^\circ} =$$

$$= \frac{\sin ۳۰ \cos ۱۰ - \cos ۳۰ \sin ۱۰}{\sin ۱۰ \cos ۱۰} = \frac{\sin ۲۰}{\sin ۱۰ \cos ۱۰} =$$

$$= \frac{۲\sin ۱۰ \cos ۱۰}{\sin ۱۰ \cos ۱۰} = ۲$$

پاسخهای درست رسیده: آفری‌تاج الدینی دبیرستان آزرم فریدون امین‌زاده دبیرستان فردوسی رضائیه ـ گیورك ملکم کمرزریان دبیرستان حکیم سنائی ـ حسن‌آذر ـ محمد رضا یزدان دبیرستان قریب ـ عیسی‌فخرذاکری ـ منصورنهاوندی پور ـ ناصر نهاوندی پور دبیرستان مروی ـ حسین خرمی دبیرستان دکتر داورپناه ـ حسن خدابخش دبیرستان تقوی ـ علی ثناجو ـ محمود عبادی ـ محمد رضا کمالی دبیرستان‌فردوسی رضائیه ـ هادی حسن‌زاده دبیرستان‌پهلوی ساری ـ سعیدرستگار دانش دبیرستان قطب دزفول ـ جمال آشفته ـ غلامحسین‌اسداللهی

کلاس پنجم ریاضی

۳۵۹۲ـ اندازهٔ شعاع دایره‌ای $x+۱$ و اندازهٔ شعاع دایرهٔ دیگر $۲x-۱$ وطول خط‌المرکزین‌آنها y فرض میشود معلوم‌کنید نقطهٔ $M(x \text{ و } y)$ درچه ناحیه ازصفحهٔ محورهای مختصات واقع باشد تا این دو دایره متقاطع باشند .

حل ـ باید دستگاه نامساویهای زیر برقرار باشد .

$$\begin{cases} x+۱>۰ \\ ۲x-۱>۰ \\ y>۰ \\ |(x+۱)-(۲x-۱)|<y<(۲x-۱)+(x+۱) \end{cases}$$

نامساوی چهارم دستگاه به‌صورت زیر درمی‌آید :

$$|x-۲| < y < ۳x$$

اگر $x \geqslant ۲$ باشد داریم :

$$|x-۲| = x-۲$$

اگر $x<۲$ باشد داریم :

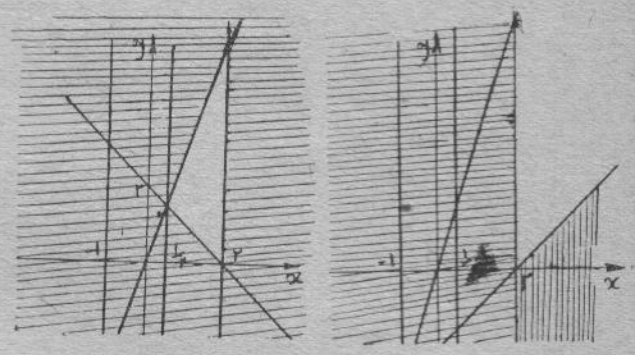
$$|x-۲| = ۲-x$$

بنابراین دستگاه نامعادلات فوق به دودستگاه نامعادلات

زیر تبدیل می‌شوند :

$$\begin{cases} x+1>0 \\ 2x-1>0 \\ y>0 \\ x<2 \\ 2-x-y<0 \\ 3x-y>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+1>0 \\ 2x-1>0 \\ y>0 \\ x\geqslant 2 \\ x-2-y<0 \\ 3x-y>0 \end{cases}$$

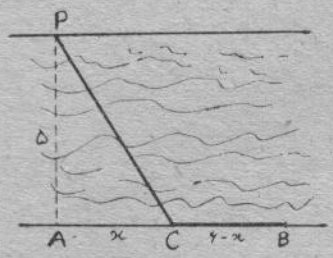
ناحیهٔ جواب مطابق شکلهای زیر ، ناحیه‌ای است که هاشور نخورده است .



$x<2$ $\qquad$ $x>2$

همهٔ پاسخهای رسیده ناقص می‌باشد .

۳۵۹۳ـ P و A دو نقطهٔ ساحلی واقع در طرفین یك رودخانه می‌باشند نقطهٔ B نیز یك نقطهٔ ساحلی رودخانه بوده‌و درهمان طرفی واقع است که A قراردارد به‌طوری که AB بر PA عمود بوده فاصلهٔ دونقطهٔ A و B برابر ۶ میل وعرض رودخانه یعنی فاصلهٔ دونقطهٔ P و A برابر با ۵ میل است . شخصی ازنقطهٔ P با قایق با سرعت ۲ میل‌درساعت حرکت کرده دریك نقطهٔ C درساحل AB پیاده شده‌وفاصله BC راباسرعت ۴ میل درساعت می‌پیماید محل نقطهٔ C را تعیین کنید برای آنکه این شخص فاصلهٔ P تا B را در کوتاهترین مدت طی کرده باشد .



حل ـ فرض می‌کنیم :

$AC=x$

پس :

$PC=\sqrt{25+x^2}$

زمان لازم برای طی مسافت از P به C و از C به B برابر خواهد شد با :

$$t=\frac{\sqrt{25+x^2}}{2}+\frac{6-x}{4}$$

$$t'=\frac{x}{2\sqrt{25+x^2}}-\frac{1}{4}$$

$$t'=0 \Longrightarrow x=\frac{5\sqrt{3}}{3}$$

پاسخهای درست رسیده : آفری تاج‌الدینی‌جواد منیرواقفی دبیرستان‌سعدی اصفهان ـ اسمعیل‌حسین‌نیا ـ مهدی یزدان پناه ـ علی‌ثناجو ـ محمودعبادی ـ کامبیزعلوی‌دبیرستان هدف ۱ ـ

۳۵۹۴ـ درصورتی که داشته باشیم :

$$\cos 4x=-2a^4+4a^2-1$$

مقدارعبارت زیر را برحسب a بنویسید :

$$S=\sin^5 x+\cos^5 x$$

حل :

$$\frac{1-\cos 4x}{2}=a^4-2a^2+1=(a^2-1)^2$$

$$\sin^2 2x=(a^2-1)^2 \Longrightarrow \sin 2x=\pm(a^2-1)$$

و $\qquad 0<a<2$

$$1\pm\sin 2x=\sin^2 x+\cos^2 x\pm 2\sin x\cos x=a^2$$

$$(\sin x\pm\cos x)^2=a^2 \quad \text{و} \quad \sin x\pm\cos x=\pm a$$

$$0<a<\sqrt{2}$$

با استفاده از تجزیهٔ a^5+b^5 و با استفاده از روابط مثلثاتی خواهیم داشت :

$$\cos^5 x+\sin^5 x=(\cos x+\sin x)\left(1-\frac{1}{4}\sin^2 2x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)$$

و دوجواب زیر بدست می‌آید :

$$S_1=\pm\frac{1}{4}a(1+4a^2-a^4) \quad \text{و} \quad S_2=\pm\frac{1}{4}a(5-a^4)$$

پاسخهای درست رسیده : ناصر نهاوندی پور ـ منصورنهاوندی پور ـ محمد رضا یزدان‌ـچنگیز آزادی‌دبیرستان رضا شاه‌کبیر همدان ـ جمال آشفته ـ فریدون امین‌زاده .

۳۵۹۵ـ بین روابط زیر کمان φ راحذف کنید :

$$\begin{cases} a\sin(\varphi-\alpha)=b\sin(\varphi-\beta) \\ c\cos(\varphi-\alpha)=d\cos(\varphi-\beta) \end{cases}$$

بعد از بسط هریك از نسبتهای مثلثاتی و اختصار خواهیم

داشت :

$$\begin{cases} \sin\varphi(a\cos\alpha - b\cos\beta) = \cos\varphi(a\sin\alpha - b\sin\beta) \\ \sin\varphi(c\sin\alpha - d\sin\beta) = \cos\varphi(d\cos\beta - c\cos\alpha) \end{cases}$$

طرفین روابط را نظیر به‌نظیر بر هم تقسیم می‌کنیم ، φ حذف می‌شود . رابطهٔ حاصل را طرفین و وسطین کرده بعداز اختصارخواهیم داشت :

$$(ad+bc)(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)=ac+bd$$

$$\cos(\alpha-x)=\frac{ac+bd}{ad+bc}$$

پاسخهای درست رسیده : مهنازجعفری‌پوردبیرستان گوهرشاد- آفری تاج‌الدینی-صمدفرهنج - ابوالفضل فراهانچی دبیرستان هدف۱ - جواد منیرواقفی - گیورك ملکم کمرزریان حسن مهدی زاده - منصور وناصر نهاوندی پور - سعید رستگار غلامحسین اسداللهی - نصرالله حقیقت - احمد داروئی - جواد جمشیدی دبیرستان محمدعلی فروغی - مسعوداکرامی‌دبیرستان مهرگان لاهیجان - علی اکبر صنعتی دبیرستان محمدرضاپهلوی رشت - چنگیز آزادی - حسن‌آذر - جوادمددی دبیرستان‌پهلوی همدان - جمال‌آشفته - علی ثناجو - محمود عبادی - نصرالله سومندر - حمیدرضا مولا - صمدحیاتی- فریدون امین‌زاده-عیسی فخر ذاکری - اسماعیل گلجاریان - مهدی یزادن‌پناه - احمد درفش‌دار دبیرستان بحرالعلوم بروجرد - علیرضا اقبالی-جمشید آرمند دبیرستان هدایت - اکبر باستانی‌پور دبیرستان امیرخیزی تبریز - مسعود رحمتیان دبیرستان پهلوی ساری- فرخ صادقی دبیرستان خوارزمی۱ - کامبیزعلوی - غلامرضا نخعی دبیرستان علم بیرجند - محمدرضا سعید یوسفی دبیرستان مهران زاهدان غلامحسین باغانی دبیرستان نظام - محمد رضا بلورانی دبیرستان نظام - فرهاد غفاری دبیرستان قریب .

۳۵۹۶- معادلهٔ زیر را حل کنید :

$$\frac{\cos 5x}{\cos^2 2x}=1-tg^2 2x$$

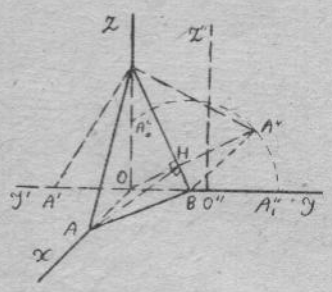
$$\cos 5x=\cos^2 2x(1-tg^2 x)=\frac{1-tg^2 2x}{1+tg^2 2x}=\cos 4x$$

$$5x\pm 4x=2K\pi \quad \text{یا} \quad x=2K\pi \quad \text{یا} \quad x=\frac{2K\pi}{9}$$

پاسخهای درست رسیده : آفری تاج‌الدینی - احمد داروئی - کامبیزعلوی - جمشید آرمند - صمد حیاتی - حمیدرضا مولا - سعید رستگار - حسن خدابخش - ناصر ومنصور نهاوندی پور - محمدرضا یزدان - نصرالله حقیقت- حسین جعفری - حسن مهدی زاده - گیورك ملکم کمرزریان - جعفر اعتماد - سعید شریعتمداری - داود حسینی - ابوالفضل فراهانچی .

حسن‌آذر - فریدون امین‌زاده - صمد فرهنج - مرتضی خرمی - میرزا سروش کلانتری دبیرستان فیروزبهرام - منوچهر بنی‌اسدی جمال‌آشفته - علی ثناجو - محمود عبادی - محمد رضا کمالی - عیسی فخر ذاکری - مهدی یزدان پناه - بهنام زرقانی - احمد درفش‌دار - مسعود رحمتیان - غلامرضا نخعی - امین رعایائی دبیرستان مهران زاهدان - جوادمدوی - علی محمدزاده‌روحانی فرهاد غفاری - هادی حسن‌زاده دبیرستان پهلوی ساری .

۳۵۹۷- کنج‌سه‌قائمهٔ $Oxyz$ مفروض است. A نقطه‌ای از Ox و B نقطه‌ای از Oy بوده و طولهای $OA=a$ و $OB=b$ ثابت می‌باشند . بر Oz نقطهٔ M را چنان تعیین کنید که مجموع وجوه کنج $MOAB$ برابر با دوقائمه باشد.



حل- اگر M نقطهٔ مطلوب باشدمثلث MOA را حول OM و مثلث MAB را حول MO دوران‌می‌دهیم تا برصفحهٔ yOz و طرفین وجه MOB به‌وضع MOA' و MBA'' واقع شوند دراین‌صورت اندازهٔ زاویهٔ $A'MA''$ برابر با مجموع وجوه کنج مزبورمی‌باشد وکافیست نقطهٔ M را چنان انتخاب کنیم که زاویهٔ $A'MA''$ برابر با دوقائمه باشد. معلومات زیر را داریم :

$$OA'=OA=a \text{ و } BA''=BA=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$MA'=MA=MA''$$

عمود AH را بر MB رسم می‌کنیم ، HA'' نیز بر MB عمود بوده وبنابر قضیهٔ سه عمود OH نیز بر MB عمود خواهد بود ونقطهٔ H برنیمدایرهٔ به‌قطر OB مرسوم درصفحهٔ yOz واقع است ، A'' نیز بر دایرهٔ (γ) به مرکز B و به شعاع $\sqrt{a^2+b^2}$ مرسوم در همین صفحه قرار دارد .

سه‌نقطهٔ A' و M و A'' وقتی بریك استقامت واقع‌باشند نقطهٔ A'' برنیم خط $O''Z''$ قرارخواهد داشت :

$$(OO''=OA'=a)$$

و ازآنجا راه حل مسئله بدین‌قرار می‌شود :

بر Oy نقطهٔ O'' را به فاصلهٔ a از O تعیین کرده عمود $O''z''$ را بر Oy رسم می‌کنیم ، در صفحهٔ yOz به مرکز B و به شعاع $\sqrt{a^2+b^2}$ دایره‌ای‌رسم می‌کنیم تا $O''Z''$ را در A'' قطع کند خط $A'A''$ راکه رسم کنیم Oz را در M قطع می‌کند که نقطهٔ مطلوب است .

پاسخهای درست رسیده : عبدالحمید چیت سازان- صمد حیاتی -

کلاس ششم طبیعی

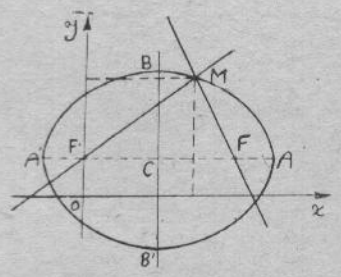
M-۳۵۹۸ نقطه‌ای‌ازبیضی باکانونهای F و 'F می‌باشد معادلات MF و 'MF و 'FF به ترتیب عبارتند از:

$$y=1 \text{ و } 4y-3x=4 \text{ و } 8y+15x=68$$

مطلوبست تعیین معادله و رسم این بیضی .

حل- ازحل دوبه دوی معادلات‌داده شده خواهیم‌داشت:

$$F(4,1) \text{ و } F'(0,1) \text{ و } M\left(\frac{20}{7},\frac{22}{7}\right)$$



C مرکز بیضی وسط 'FF بوده و داریم :

$$C(2,1) \text{ و } 2c=FF'=4 \text{ و } c=2$$

$$2a=MF+MF'=6 \text{ و } a=3$$

$$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{5}$$

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$$

$$\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{5}=1$$

$$5x^2+9y^2-20x-18y-16=0$$

پاسخهای درست رسیده : رمضانعلی صفائی‌دبیرستان خرد - محمدرضا فوشریان - حسین محسنی افشار دبیرستان خوارزمی - بهزاد سرفر دبیرستان هدایت سنندج - جوادهاشمی نژاد دبیرستان ابن‌سینا رضائیه - حسین رزاقی‌زاده ، فرخ کیان ارثی ، جواد محمدزاده - کامبیز علوی -

۳۵۹۹- درچه نقاطی ازمنحنی هندسی نمایش تابع :

$$y=\sin x-\cos x-\cos 2x$$

مماس برمنحنی با نیمساز ربع اول وسوم موازی است :

$$y'=\cos x+\sin x+2\sin 2x$$

$$\cos x+\sin x+2\sin 2x=1$$

معادلهٔ مثلثاتی کلاسیك نوع چهارم بوده وخواهیم‌داشت:

$$4\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-3=0$$

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\Longrightarrow x=2k\pi \text{ یا } 2k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$M(x=2k\pi \text{ و } y=-2) \text{ و } M'\left(x=2k\pi+\frac{\pi}{2} \text{ و } y=2\right)$$

پاسخهای درست رسیده از : رمضانعلی صفائی - محمد رضا فوشریان - جواد هاشمی‌نژاد - حسین رزاقی زاده - فرخ کیان ارثی ، جواد محمدزاده - بهزاد سوفر -

کلاس‌ششم ریاضی

۳۶۰۰- با استفاده از رسم منحنی نمایش‌تابع :

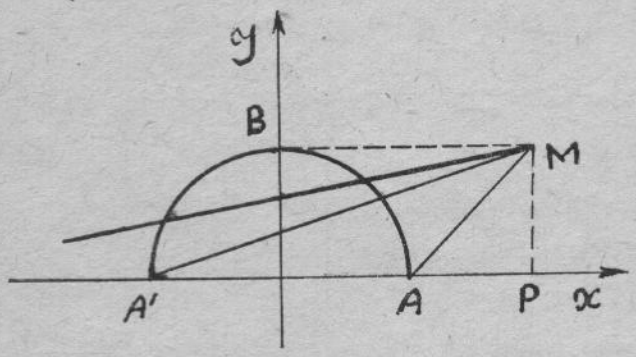
$$y=\sqrt{1-x^2}$$

در وجود وعلامت ریشه‌های معادلهٔ زیربحث کنید :

$$\sqrt{1-x^2}-mx+2m=1$$

حل- تابع به‌صورت زیر نوشته می‌شود :

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ y>0 \end{cases}$$



نمایش هندسی تابع نیمدایره‌ای است به مرکز O و به شعاع ۱ و واقع دربالای محور طولها .

ثانیاً - معادلهٔ مفروض چنین نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} y=\sqrt{1-x^2} \\ y=mx-2m+1 \end{cases}$$

خط به معادلهٔ :

$$y=mx-2m+1$$

در ازاء جمیع مقادیر m ازنقطهٔ ثابت $M(2,1)$ می گذرد و مطابق شکل بحث زیر را نتیجه خواهیم گرفت :

m	
$+\infty$	ریشه ندارد
۱	یك ریشه
	یك ریشه
$\frac{1}{3}$	دو ریشه
	دو ریشه
۰	ریشهٔ‌مضاعف صفر
	ریشه ندارد
$-\infty$	

پاسخهای درست رسیده از : بهزاد سوفر ـ حسن تمدن دبیرستان قناد بابل ـ رمضانعلی صفائی ـ محمدهاشم‌شفیعی دبیرستان مروی ـ محمدرضافوشریان ـ محمد زاده، رزاقی‌زاده کیان ارثی ـ پرویز خواجه خلیلی دبیرستان رازی‌آبادان .

۳۶۰۱ـ نقطه $A(-a \text{ و } ۰)$ مفروض است . از A خطی رسم می‌کنیم که محور yy' را در B قطع کند و برخط AB دونقطهٔ M و N را چنان انتخاب می‌کنیم که :

$$BM = BN = BO$$

باشد . معادلهٔ مکان M و N را وقتی که B محور $y'y$ را بپیماید یافته وبه‌فرض $a = ۱$ منحنی نمایش هندسی آنرا رسم کنید . a مثبت ومحورهای مختصات متعامد فرض شوند .

فرض می‌کنیم :

$$N \text{ یا } M(x \text{ و } y) \text{ و } B(۰ \text{ و } b)$$

داریم :

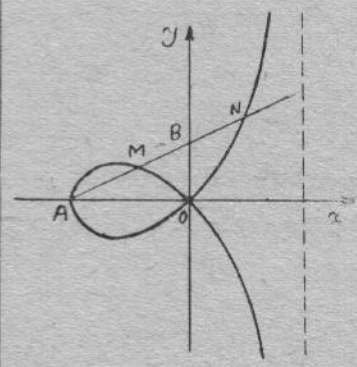
$$\begin{cases} \dfrac{y-b}{y} = \dfrac{b}{a} \\ x^۲ + (y-b)^۲ = b^۲ \end{cases}$$

بین این دومعادله پارامتر b را حذف می‌کنیم بعد از اختصار نتیجه خواهیم گرفت :

$$y = \pm x\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$$

به فرض $a = ۱$ داریم :

$$y = \pm x\sqrt{\frac{۱+x}{۱-x}}$$



تابع در فاصلهٔ :

$$[-۱ \text{ و } ۱[$$

معین بوده وخط به‌معادلهٔ $x = ۱$ مجانب قائم منحنی است .

$$y' = \frac{-x^۲ + x + ۱}{\pm(۱-x)^۲\sqrt{\dfrac{۱+x}{۱-x}}}$$

تابع در ازاء $x = \dfrac{۱-\sqrt{۵}}{۲}$ دارای ماکزیمم یا مینیمم می‌باشد . منحنی نمایش تابع مطابق شکل بالا است.

پاسخهای درست رسیده از : محمد هاشم شفیعی ـ کیان ارثی ، رزاقی‌زاده ، محمدزاده ـ وحید طباطبا وکیلی دبیرستان فردوسی تبریز ـ احمد جلیلی تنها دبیرستان دکتر نصیری ـ بهزاد سوفر ـ پرویز خواجه خلیلی .

۳۶۰۲ـ اندازهٔ کمانهای حادهٔ x و y را از دستگاه روابط زیر بدست آورید :

$$\begin{cases} \sqrt{۲}\sin^۳ x = \cos x \sin y \\ \sqrt{۲}\cos^۳ x = \sin x \cos y \end{cases}$$

$$\sin y = \frac{\sqrt{۲}\sin^۳ x}{\cos x} \quad \text{و} \quad \cos y = \frac{\sqrt{۲}\cos^۳ x}{\sin x}$$

$$\frac{۲\sin^۶ x}{\cos^۲ x} + \frac{۲\cos^۶ x}{\sin^۲ x} = ۱$$

$$۲(\sin^۸ x + \cos^۸ x) - \sin^۲ x \cos^۲ x = ۰$$

با انتخاب مجهول معاون :

$$\sin^۲ x \cos^۲ x = Z$$

بعد از اختصار خواهیم داشت :

$$۴Z^۲ - ۹Z + ۲ = ۰ \Longrightarrow Z = \frac{۱}{۴}$$

$$\sin^۲ x \cos^۲ x = \frac{۱}{۴} \Longrightarrow \sin^۲ ۲x = ۱$$

$$\sin ۲x = ۱ \Longrightarrow x = \frac{\pi}{۴}$$

$$\sin y = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad \text{و} \quad y = \frac{\pi}{۴}$$

پاسخهای درست رسیده از : سید امیرناصر هاشمی سجادی‌دبیرستان‌رهنما ـ حسین‌علوی ـ حسین‌شاهمیری‌دبیرستان خرد ـ محمدزاده ، رزاقی‌زاده ، کیان ارثی ـ مسعودرحمتیان حسین فالینوس دبیرستان رهنما ـ مرتضی احسانی دبیرستان فارابی‌کرج ـ جواد هاشمی نژاد ـ هادی حسن‌زاده دبیرستان پهلوی ساری ـ هوشنگ پورکریمی دبیرستان فارابی کرج ـ مجید خرمی دبیرستان حکیم‌نظامی ـ فریبرز جمشیدی‌دبیرستان فیروز بهرام ـ محمد رضا توکلی دبیرستان دکترنصیری‌ـ کامبیز علوی ـ پرویز بربری دبیرستان دارالفنون ـ بهزاد سوفر ـ وحید طباطبا وکیلی ـ محمد هاشم شفیعی ـ پرویزخواجه‌خلیلی علی‌صحرانورد ـ دبیرستان‌دارالفنون ـ مهدی‌خواجوی‌دبیرستان علم بیرجند ـ فرهاد مجیدی‌آهی دبیرستان‌بابکان ـ محمدمقدسی

۳۶۰۳ـ ثابت کنید که اگرعدد صحیح ومثبت n مضرب ۳ نباشد عدد :

$$A = a^{۲n} + a^n + ۱$$

به ازاء جمیع مقادیر n برعدد :

$$B = a^۲ + a + ۱$$

بخش‌پذیر است .

موارد استعمال ـ ثابت کنید که اگر n مضرب ۳ نباشد

عدد $2^{2n}+2^n+1$ بر ۷ وعدد $3^{2n}+3^n+1$ بر ۱۳ و... بخش‌پذیر است و با انتخاب $n=a^p$ موارد دیگری ازاستعمال این مسئله را بدست‌آورید .

حل- داریم :

$$a^3=a^3-1+1=(a-1)(a^2+a+1)+1$$
$$=\text{مضرب } B+1$$

$$n=3m+1 \text{ یا } 3m+2$$

به ازاء $n=3m+1$ داریم :

$$A=\dots=a^2(a^3)^{2m}+a(a^3)^m+1$$
$$A=a^2(KB+1)^{2m}+a(K'B+1)^m+1$$

چون : $(a+b)^n=\text{مضرب } a+b^n$

پس :

$$A=\text{مضرب } B+\text{مضرب } B+a^2+\text{مضرب } B+a+1=\text{مضرب } B$$

به ازاء $n=3m+2$ داریم :

$$A=\dots=a(a^3)^{2m+1}+a^2(a^3)^m+1=\dots$$
$$=\text{مضرب } B$$

پاسخهای درست رسیده از : حسین شاهمیری - محمد هاشم شفیعی - بهزاد سوفر - رزاقی‌زاده ، کیان ارثی ، محمدزاده - فریبرز جمشیدی - رمضانعلی صفائی - محمد رضا فوشریان- حسین فالینوس - سیدامیر ناصر هاشمی - مسیح‌الدین صفوی دبیرستان ابن‌سینارضائیه - نصرت نصرت‌آبادی‌دبیرستان فیروزبهرام .

۳۶۰۴- عددی‌درمبنای‌مجهولی به‌فرم $\overline{aaaa}$ می‌باشد و اگرمبنا را مربع‌کنیم و عدد را به مبنای جدید ببریم به فرم $\overline{bb}$ نوشته می‌شود $a<10$ و $b<10$ را پیداکنید .

حل -

$$(\overline{aaaa})_x=(\overline{bb})_{x^2}$$
$$a(x^3+x^3+x+1)=b(x^2+1)$$
$$a(x+1)(x^2+1)=b(x^2+1) \text{ یا } a(x+1)=b$$

باید داشته باشیم :

$$a<x \text{ و } b<x^2$$

و از رابطهٔ بالا می‌فهمیم که $a<3$،در ازاء $a=1$ برای x مقادیر ۲و۳و۴و....و۸ و برای b مقادیر ۳و۴و۵ و... و۹ نظیر به‌نظیر بدست خواهدآمد . (۷ دسته جواب)

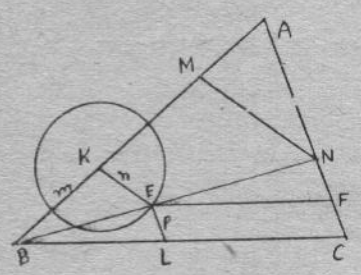
در ازاء $a=2$ یك جواب $(x=3 \text{ و } b=8)$ خواهیم داشت .

پاسخهای درست‌رسیده از : مرتضی‌احسانی-فریدون امین‌زاده - محمد رضا توکلی - وحید طباطبا وکیلی - نصرت نصرت‌آبادی - پرویز خواجه خلیلی - حسین سپاهی دبیرستان مهران زاهدان سید ناصر هاشمی سجادی - حسین شاهمیری - فریبرز جمشیدی - اسدالله حسین‌زادگان - محمد هاشم شفیعی- رمضانعلی صفائی - محمد رضا فوشریان - مصطفی فاطمی زاده دبیرستان پهلوی اراك - محمد شریفی دبیرستان بحرالعلوم بروجرد - بهزاد سوفر - احمد سیاحیان دبیرستان فردوسی تبریز - جواد هاشمی نژاد - اصغر شیبانی دبیرستان کسری اردبیل - مصطفی سر گلزائی دبیرستان مهران زاهدان - محمد رضا موسویان دبیرستان هدف۱ - پرویز بربری - حسین فالینوس - جمال‌آشفته - فرهاد مجیدی آهی - مهدی خواجوی مسیح‌الدین صفوی - رزاقی‌زاده ، کیان ارثی ، محمدزاده .

۳۶۰۵- مثلث ABC مفروض است نقطهٔ M را بر AB و نقطهٔ N را بر AC چنان تعیین‌کنیدکه داشته باشیم:

$$\frac{BM}{m}=\frac{MN}{n}=\frac{NC}{p}=K$$

حل- مسئله را حل شده فرض می‌کنیم وبر AB نقطهٔ K را به فاصلهٔ m از B اختیار می‌کنیم درتجانس (B،K) مجانس چهار ضلعی BMNC چهار ضلعی BKEL می‌شود بقسمی که $KE=n$ و $EL=p$ و راه حل مسئله بدین قرار می‌شود :



نقطهٔ K را بر AB به فاصلهٔ m ازB اختیارمی‌کنیم به مرکز K و به شعاع n دایره‌ای‌رسم می‌کنیم وخطی‌موازی با CA وبه‌طول p متکی‌براین دایره وضلع BC رسم‌می‌کنیم بعد ازتعیین نقطهٔ E نقطهٔ N و از آنجا نقطهٔ M بدست خواهد آمد .

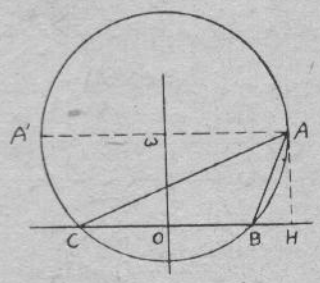
پاسخهای درست رسیده : فریبرز جمشیدی- کامبیز علوی - داریوش‌آزادی دبیرستان نمازی شیراز - محمد مقدسی محمد هاشم شفیعی - حسین علوی - نصرت نصرت آبادی - جمال‌آشفته .

۳۶۰۶- مثلث ABC که در آن $|B-C|=\frac{\pi}{2}$ است مفروض است اولاً اگررأسهای B و C ثابت باشند مکان‌رأس A چیست ؟ ثانیاً اگر H تصویر A برامتداد BC باشد ثابت‌کنید دوایر به مرکز H و به‌شعاع HA بردوایرمحیطی مثلثهای ABC عمود می‌باشند .

حل -

$$B-C=\pm\frac{\pi}{2} \Longrightarrow tgB=-cotgC$$

$$tgB\,tgC=-1$$



اگر BC را منطبق بر محور x'x وعمود منصف آنرا منطبق برمحور y'y ومختصات A را x و y وطول BC را برابر با ۲a اختیار کنیم داریم :

$$tgB=\frac{y}{a-x} \quad و \quad tgC=\frac{y}{a+x}$$

$$\frac{y^2}{a^2-x^2}=-1 \Longrightarrow \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2}=1$$

یعنی مکان A هذلولی متساوی المحورین بـه رأسهای B و C می‌باشد .

ثانیاً - رابطهٔ اخیر به‌صورت زیر نوشته می‌شود :

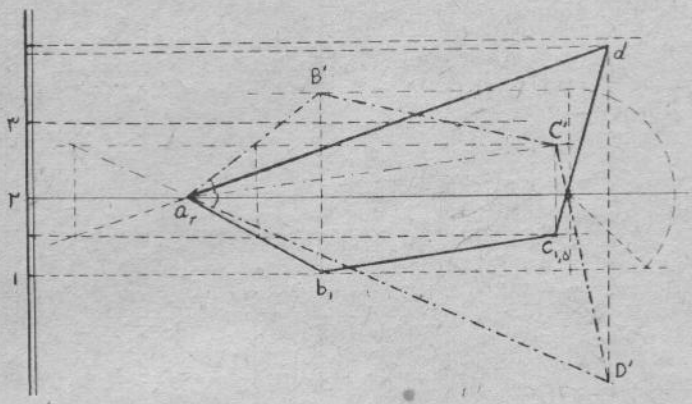
$$y^2=x^2-a^2 \quad یا \quad \overline{HA}^2=\overline{HB}\cdot\overline{HC}$$

یعنی قوت H نسبت به‌دایرهٔ ماربر B و C برابراست با $\overline{HA}^2$ بنابراین دایرهٔ به‌مرکز H و به شعاع HA براین دایـره عمود است .

۳۶۰۷- مقیاس شیب صفحهٔ P به‌موازات لبهٔ چپ کاغذ مفروض است . شیب صفحه‌برابر با ۱ و افقیهٔ‌رقم ۲ آن‌برمحور اقصر کاغذ منطبق بوده ترقی رقوم نقاط آن از پائین به بالااست ملخص چهارضلعی محاطی ABCD واقع درصفحهٔ P را بـا معلومات زیر رسم کنید :

راس a_2 به فاصلهٔ ۲ سمت راست مقیاس شیب واقع است شیب ضلع AB برابربا $\frac{1}{2}$ و b_1 سمت راست A قرار دارد رقوم رأس C برابر با ۱/۵ و این نقطه نیزسمت راست A واقع است . شیب ضلع AD برابر $\frac{1}{3}$ و ترقی رقوم نقاط آن‌ازچپ به‌راست است . دوضلع CB و CD متساویند .

حل - چون‌چهارضلعی‌محاطی‌بوده بعلاوه CB=CD پس قطر AC نیمساز زاویهٔ BAD است . بعد ازرسم خطوط AB و AD وتسطیح صفحه حول‌افقیهٔ رقوم ۲ نیمساز BAD را رسم می‌کنیم تا تسطیح افقیهٔ رقوم ۱/۵ را قطع کند و C' تسطیح C بدست می‌آید و ازآنجا چهارضلعی را مشخص نموده ترفیع می‌کنیم .



پاسخهـای درست رسیده : پرویز خواجه خلیلی- محمود بابائی دبیرستان گروه‌فرهنگی۱۶ مهر - احمدسیاحیان محمد رضا فوشریان - رمضانعلی صفائی - محمد هاشم شفیعی - فریبرز جمشیدی - سید ناصر هاشمی سجادی - حسین شاهمیری مرتضی احسانی - محمدزاده ، کیان ارثی ، رزاقی‌زاده - نصرت نصرت‌آبادی -

مسائل متفرقه

۳۶۰۸- به فرض :

$$x \neq y \neq z$$

صحت اتحاد زیر را محقق کنید :

$$\frac{1}{(x-y)^2}+\frac{1}{(y-z)^2}+\frac{1}{(z-x)^2}=$$

$$\left(\frac{1}{x-y}+\frac{1}{y-z}+\frac{1}{z-x}\right)^2$$

طرف دوم را بسط می‌دهیم با توجه به‌اینکه :

$$2\left[\frac{1}{(x-y)(x-z)}+\frac{1}{(y-z)(z-x)}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{(z-x)(x-y)}\right]=0$$

است طرف اول به‌دست می‌آید .

پاسخهای درست رسیده : فریده محمدیان دبیرستان داور- نصرت‌نصرت‌آبادی - مرتضی احسانی - حسین علوی -

محمد مقدسی - داریوش آزادی - فرهادمجیدی آهی - محمدرضا موسویان - مصطفی فاطمی‌زاده - اسدالله حسین‌زادگان - پرویز خواجه خلیلی - وحید طباطباوکیلی - احمد داروئی - فریبرز جمشیدی - مصطفی شریفی - احمد جلیلی‌تنها - ابوالفضل‌زاهدی - عبدالحمید چیت سازان - حسن خدابخش - محمدرضا یزدان - هوشنگ پورکریمی - فریدون امین زاده - محمد رضا بلورانی غلامحسین باغانی - حسن‌آذر - منوچهر مسگری - محمودنمازی علی‌اکبر صنعتی - محمد هاشم شفیعی - احمدعبادی - نورالدین طباطبا وکیلی - چنگیز آزادی - عبدالله سعیدی - مسعود نجفی - منوچهر بنی‌اسدی - مسعود اکرامی - حسین شاهمیری - جمال آشفته - محمد حسین راجعی - رمضانعلی صفائی - عبدالحمید ریاضی - محمدرضا فوشریان - حسین مهدی‌زاده - علی ثناجو - محمود عبادی - احمد سیاحیان - بهزادسوفر - محمدرضاکمالی جواد جمشیدی - جواد هاشمی‌نژاد - حمید رضا مولا - شهرام انصاری - اصغر شیبانی - حسین مظفریان - ارسلان علی‌نژاد - پشوتن بهین‌آئین - مهدی تراکمه - مصطفی‌سرگلزائی - غلامرضا نخعی - حسین فالینوس - امین رعایائی - محمدرضا خمسه‌پور - مهدی خواجوی - سید مرتضی باقری - عباس کشاورز - فرهاد غفاری - حبیب موسی‌زاده - سید امیر ناصر هاشمی - رستم پور محمد شاهوار ازمهاباد .

۳۶۰۹ـ مجموع زیر را حساب کنید :

$$S=\frac{1}{(1+x)(1+x^2)}+\frac{x}{(1+x^2)(1+x^3)}+\dots+\frac{x^{n-2}}{(1+x^{n-1})(1+x^n)}$$

$$\frac{1}{(1+x)(1+x^2)}=\frac{1}{x(1-x)}\left[\frac{1}{1+x^2}-\frac{1}{1+x}\right]$$

$$\frac{x}{(1+x^2)(1+x^3)}=\frac{1}{x(1-x)}\left[\frac{1}{1+x^3}-\frac{1}{1+x^2}\right]$$

$$\frac{x^{n-2}}{(1+x^{n-1})(1+x^n)}=\frac{1}{x(1-x)}\left[\frac{1}{1+x^n}-\frac{1}{1+x^{n-1}}\right]$$

$$S=\frac{1}{x(1-x)}\left[\frac{1}{1+x^n}-\frac{1}{1+x}\right]$$

۳۶۱۰ـ صحت نامساوی زیر را محقق کنید (n عدد صحیح ومثبت) .

$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{3n+1}>\frac{2n+1}{n(3n+1)}$$

$$\frac{1}{n+1}>\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

$$\frac{1}{n+2}>\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$$

. . . . . .

$$\frac{1}{3n+1}>\frac{1}{3n}-\frac{1}{3n+1}$$

طرفین نامساوی‌یها را عضو به‌عضو با هم جمع می‌کنیم حاصل طرف دوم برابر می‌شود با :

$$\frac{1}{n}-\frac{1}{3n+1}=\frac{2n+1}{n(3n+1)}$$

ونامساوی محقق می‌شود .

پاسخهای درست رسیده : محمد حسین راجعی - رمضانعلی صفائی - حبیب‌الله ریاضی - محمد رضا فوشریان - علی صحرانورد - محمد رضا کمالی - فریدون‌امین‌زاده - مجیدخرمی اصغر شیبانی - پرویز خواجه خلیلی - بهزاد سوفر - جواد هاشمی‌نژاد - پشوتن بهین‌آئین -

۳۶۱۱ـ مجموع زیر را حساب کنید :

$$S=2\times3^2+5+4^2+\dots+(3n-1)(n+2)^2$$

$$(3n-1)(n+2)^2=3n^3+11n^2+8n-4$$

$$S=3\Sigma n^3+11\Sigma n^2+8\Sigma n-4n$$

$$S=3\times\frac{n^2(n+1)^2}{4}+11\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+8\times\frac{n(n+1)}{2}-4n$$

پاسخهای درست رسیده : حبیب‌الله ریاضی - بهزاد سوفر - جواد هاشمی نژاد - مجید خرمی - محمد رضا یزدان - کامبیز علوی - علی صحرانورد - پشوتن بهین آئین - حسین شاهمیری - جمال‌آشفته .

۳۶۱۲ـ به فرض‌آنکه داشته باشیم :

$log_{27}1/125=b$ و $log_{0/0625}98=a$

ثابت کنید که :

$$log_3 7=\frac{(4a+1)(3b-2)}{6}$$

$$a=\frac{\log 98}{\log 0/0625}=\frac{2\log 7+\log 2}{-4\log 2}=$$

$$-\frac{1}{2}\log_2 7-\frac{1}{4}$$

$$b=\frac{\log 1/125}{\log 27}=\frac{2\log 3-3\log 2}{3\log 3}=\frac{2}{3}-\log_3 2$$

نتیجه خواهیم گرفت که :

$$\log_2 7=\frac{-4a-1}{2} \quad \text{و} \quad \log_2 3=\frac{3}{2-3b}$$

$$\log_3 7=\frac{\log_2 7}{\log_2 3}=\frac{(4a+1)(3b-2)}{6}$$

پاسخهای درست رسیده : حسین شاهمیری- حبیب‌الله ریاضی ـ مسعود اکرامی ـ ارسلان علی نژاد ـ محمد رضا ـ یزدان ـ محمد حسین راجعی ـ بهزاد سوفر ـ فرهاد غفاری محمدهاشم شفیعی- احمد عبادی ـ فریدون امین‌زاده ـ محمد مقدسی ـ حسین علوی ـ پشوتن بهین‌آئین .

۳۶۱۳ـ ثابت کنید که :

$$A=1^{88}+2^{88}+3^{88}+\dots+88^{88}+1$$

بر ۸۹ بخش‌پذیر است .

حل ـ بنابرقضیهٔ فرما داریم :

$$1^{89-1}-1=1^{88}-1=89K_1$$

$$2^{88}-1=89K_2$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$88^{88}-1=89K_{88}$$

از جمع طرفین روابط نتیجه می‌شود که $A+1-89$ و در نتیجه $A+1$ بر ۸۹ بخش پذیر است .

پاسخهای درست رسیده : محمدرضا توکلی- بهزاد سوفر ـ محمد حسین راجعی ـ شهرام انصاری ـ اسدالله حسین‌زادگان ـ محمدرضا موسویان ـ فریبرز جمشیدی ـ وحید طباطبا وکیلی ـ مصطفی شریفی- رضاآهنگری- مهدی خواجوی پشوتن بهین‌آئین ـ رستم پور محمد شاهوار .

۳۶۱۴ـ معادلهٔ زیررا حل کنید .

$$(3x^2+2x-3)^2-(2x^3+3x^2-2x)=0$$

راه اول ـ از بسط معادله و مرتب کردن آن یك معادلهٔ معکوسهٔ درجهٔ چهارم کامل بدست می‌آید که به‌آسانی حل‌می‌شود

راه دوم ـ به ترتیب زیر عیل می کنیم .

$$[3(x^2-1)+2x]^2-[2x(x^2-1)+3x^2]=0$$

$$\left(3\frac{x^2-1}{x}+2\right)^2-\left(2\frac{x^2-1}{x}+3\right)=0$$

$$\frac{x^2-1}{x}=y \Longrightarrow 9y^2+10y+1=0$$

$$y=-1 \quad \text{یا} \quad -\frac{1}{9} \Longrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \quad \text{یا}$$

$$\frac{-1\pm 5\sqrt{13}}{18}$$

پاسخهای درست رسیده : چنگیز آزادی ـ موسی صنوبری ـ داود حسینی ـ جواد هاشمی‌نژاد ـ مرتضی احسانی هوشنگ پورکریمی ـ محمود نمازی ـ نورالدین طباطبا وکیلی مسعود اکرامی ـ جواد جمشیدی ـ محمدرضا یزدان محمدرضا خمسه پور ـ علی‌صحرانورد ـ پرویز خواجه خلیلی ـ سیدمرتضی باقری ـ منصور نهاوندی‌پور ـ ناصر نهاوندی پور ـ وحید طباطباوکیلی ـ محمدحسین راجعی ـ محمدهاشم شفیعی ـ بهزاد سوفر- مرتضی خرمی ـ نصرالله حقیقت ـ علی‌اکبر صنعتی ـ جهانگیر چراغچی ـ آرمن یوسفی ـ اسماعیل گلجاریان ـ رستم پور محمد شاهوار ـ محمدقلی قلیان ـ منوچهر مسگری ـ مجید خرمی ـ جمال آشفته- علی ثناجو- محمود عبادی ـ عبدالحمید چیت سازان ـ محمدرضا کمالی ـ احمد شیاحیان ـ فریدون امین‌زاده ـ حسین مظفریان ـ امین رعایائی ـ عبدالله سعیدی منوچهر بنی‌اسدی ـ فرهاد غفاری ـ فرهاد مجیدی‌آهی ـ احمد جلیلی تنها .

۳۶۱۵ـ حل دستگاه زیر :

$$\begin{cases} 31x^2y^2-8x^2-56xy-32y^2-7y^4=0 \\ x^2-7xy+4y^2+8=0 \end{cases}$$

حل ـ در دو معادله $x=Ky$ اختیار نموده از حذف y^2 در دو معادله خواهیم داشت :

$$\frac{-8}{K^2-7K+4}=\frac{8K^2+56K+32}{31K^2-7}$$

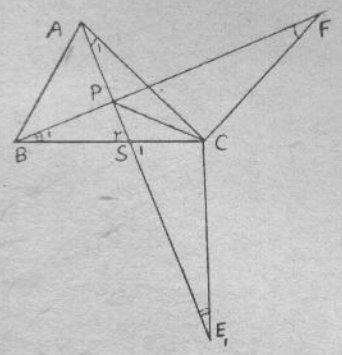
$$K^4-10K^2+9=0 \Longrightarrow K\pm 1 \text{ و } \pm 3$$

$$(x=y=\pm 2) \text{ و } (x=\pm 3 \text{ و } y=\pm 1)$$

پاسخهای درست رسیده : احمد عبادی ـ اسماعیل گلجاریان ـ محمودعبادی ـ محمدرضا کمالی- فریدون‌امین‌زاده حسین شاهمیری ـ مرتضی خرمی ـ بهزاد سوفر ـ موسی صنوبری .

۳۶۱۶ مثلث ABC که در آن $A<135^\circ$ مفروض است . در نقطهٔ C ودر خارج مثلث CF را به اندازهٔ CA بر AC و CE را به اندازهٔ BC بر BC عمود می کنیم. خطوط AE وBF را رسم می کنیم که یکدیگر را درP تلاقی‌می کنند. ثابت کنید که PC نیمساز زاویهٔ EPF است .

حل ـ دو مثلث ACE و BCF در حالت تساوی دو ضلع و زاویهٔ بین باهم برابر بوده نتیجه می‌شود .



$$\text{زاویه}\ A_1 = \text{زاویه}\ F$$

$$\text{زاویه}\ B_1 = \text{زاویه}\ E$$

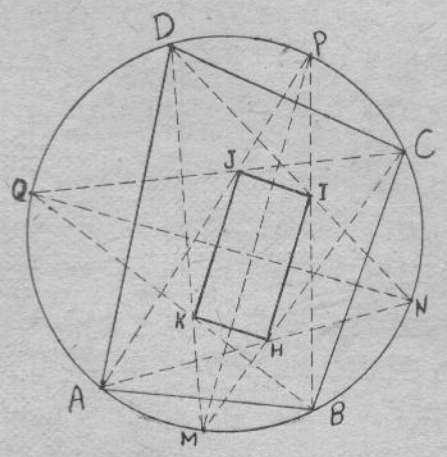
$$\text{زاویه}\ S_1 + \text{زاویه}\ E = 90^\circ \Longrightarrow \text{زاویه}\ B_1 + \text{زاویه}\ S_2 = 90^\circ$$

یعنی دوخط AE وBF بریکدیگر عمودند و در نتیجه چهار ضلعی BPCE محاطی بوده دو زاویهٔ EPC و EBC متساوی می‌باشند وچون زاویهٔ EBC برابر ۴۵درجه‌است پس زاویهٔ EPC نیز برابر ۴۵ درجه بوده و خط PC نیمساز زاویهٔ EPF می‌باشد .

پاسخهای درست رسیده : بهزاد سوفر ـ محمد رضا خمسه پور ـ منصور توپیقی ـ حسین شاهمیری ـ احمد جلیلی ـ تنها ـ رستم پور محمد شاهوار ـ حبیب‌الله ریاضی ـ احمد عبادی محمدضا توکلی ـ رضا آهنگری ـ غلامحسین اسداللهی ـ محمد مقدسی ـ جواد هاشمی نژاد ـ پشوتن بهین‌آئین ـ نصرت نصرت‌آبادی ـ مسیح‌الدین صفوی ـ منوچهر بنی‌اسدی ـ جمال آشفته .

۳۶۱۷ـ چهارضلعی محدب ومحاطیABCD مفروض است . مراکز دایره‌های محاطی داخلی مثلثهای BCD و CDA و DAB و ABC را به ترتیب I و J و K و H می‌نامیم . ثابت‌کنید چهارضلعی IJKH مربع مستطیل است .

حل ـ دایرهٔ محیطی چهارضلعی را درنظر گرفته اوساط کمانهای AB و BC و CD و DA را به ترتیب M و N و P و Q می‌نامیم . I مرکز دایرهٔ محاطی مثلث BCD نقطهٔ تلاقی خطوط DN و BP می‌باشد ، J نقطهٔ تلاقی AP



و CQ و K نقطهٔ تلاقی DM و BQ و بالاخره H نقطهٔ تلاقی AN وCM می‌باشد .

روابط زیررا داریم (چرا؟)

$$MA = MB = MK = MH$$

$$NB = NC = NH = NI$$

$$PC = PD = PI = PJ$$

$$QD = QA = QJ = QK$$

نتیجه می‌شود که خط MP عمود منصف قطعه خطهای KH و IJ وخط QN عمودمنصف قطعه خطهای HI و KJ باشد. از طرف‌دیگر :

$$(\widehat{PMNQ}) = \frac{1}{2}(\widehat{PDQ} + \widehat{MBN})$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(\widehat{CD} + \widehat{DA} + \widehat{AB} + \widehat{BC})\right] = 90^\circ$$

دو خط PM و QN بریکدیگر عمود بوده در نتیجه چهار ضلعی IJKH مستطیل است .

پاسخهای درست رسیده : وحید طباطبا وکیلی ـ جواد هاشمی نژاد .

از جمله نامه‌های رسیده بقیه از صفحهٔ ۵۶

مسائل فیزیك اتخاذ شده است از این پس حل مسائل فیزیك و شیمی که درمجله مطرح می‌شود در شمارهٔ بعدی‌آن ارائه خواهد شد . بدیهی است که اگر اشکالی در مسئله‌ای پیش آمده باشد ضمن حل‌آن برطرف خواهد شد. جواب مسئلهٔ مزبور $tg\alpha = f$ می‌باشد .

آقای **احمد سیاحیان** دانش‌آموزششم ریاضی دبیرستان فردوسی تبریز راجع به حل دو مسئله که در یکی ازکتابهای حل‌المسائل‌حساب‌استدلالی مندرج است دوایراد اساسی گرفته‌اند یکی اینکه در حل مسئله‌ای برای رقمی که در دستگاه به مبنای ۷ بکار رفته است مقدار ۸ بدست‌آمده است ! و دیگراینکه در حل یکی از مسائل امتحانات نهایی دو جواب قابل قبول مسئله‌ای اصلا حساب نشده است .

***

آقای **مصطفی تقی‌زادگان** دبیرمحترم دبیرستان محمدرضا شاه دربارهٔ راه حل مسئله‌ای که در یکی از کتابهای حل‌المسئلهٔ هندسه ارائه شده است ایرادگرفته و اشتباه فاحشی راکه مؤلف این‌حل‌المسئله مرتکب شده‌است یادآوری نموده‌اند

***

یکان ـ ضروری به نظرمی‌رسدکه بخشی از مجله به ـ اشتباهات کتابهای حل‌المسائل اختصاص یابد . خوانندگان محترم نظری داشته باشند مرقوم دارند .

پرسش : لطفاً بفرمائید منظور از حجم شناسی که یك قسمت از مواد امتحانی دانشکدهٔ هنرهای زیبا بود چیست ؟

علیرضا فاضلی

پاسخ : طی نامه‌ای‌ازمسئولان محترم دانشکدهٔ‌هنرهای زیبا خواستیم تا دراین مورد اطلاعاتی برای درج در مجله در اختیارما بگذارند . پاسخی که دریافت شده است عیناً چاپ می‌شود :

« دانشکدهٔ هنرهای زیبا مشغول تهیه و تدوین راهنمائی برای داوطلبان رشته‌های پنجگانه (معماری ، نقاشی، حجاری هنرهای تآتری وموسیقی) می‌باشد . البته در راهنمای مـزبور توضیحات لازم‌هم راجع به‌حجم‌شناسی که منظورمحاسبهٔ‌حجمهای هندسی می‌باشدداده خواهد شد .»

***

پرسش ـ اگر مایعی در لوله‌ای جریان داشته باشد چگونه جهت جریان را دریابیم بدون اینکه لوله را قطع یـا سوراخ کنیم .

خیرالله گدازگیر

پاسخ : این پرسش که مدتها پیش‌آنرا مطرح کرده‌اید توسط جناب‌آقای **مهندس احمد روحانی** به شرح زیـر پاسخ داده شده است :

«برای تعیین جهت حرکت مایع درون لوله بدون قطع یا سوراخ کردن‌آن می‌توان با استفاده ازرابطهٔ برنولی‌به‌طریق زیرعمل کرد :

دردونقطهٔ ازلوله مانند A و B که امکان تقدیر فشار مایع باشد (فشارسنج وجود داشته ویا آنکه بتوان درآن نقاط فشار سنج قراردارد) فشار رااندازه می‌گیریم . فرض می‌کنیم P_B و P_A بدست‌آید . ارتفاع نقاط مزبور را از یك صفحهٔ افقی مفروض h_A و h_B و وزن‌مخصوص‌مایع را π فرض‌می‌کنیم حال اگرجهت حرکت مایع از A و B باشد مطابق رابطهٔ برنولی خواهیم داشت :

$$\pi h_A + P_A = \pi h_B + P_B + \mu$$

(سرعت خطی دردوسقطع A و B مساوی‌فرض‌شده‌است)

که درآن μ افت فشارمایع از A تا B بوده و مثبت می‌باشد . پس :

$$(\pi h_A + P_A) - (\pi h_B + P_B) > 0$$

هرگاه‌جهت حرکت‌از B به A باشدچنین‌نتیجه‌می‌شود

$$(\pi h_A + P_A) - (\pi h_B + P_B) < 0$$

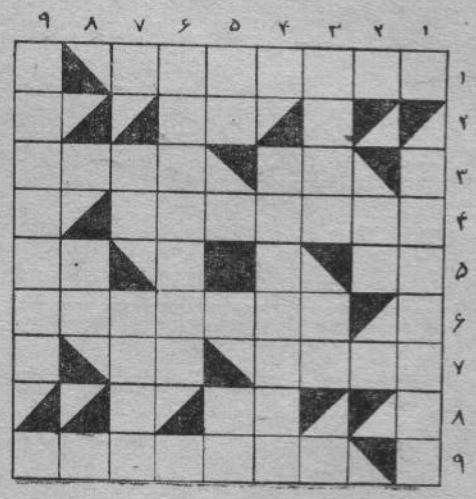
بنابراین بوسیلهٔ مقادیر P_A و P_B و h_A و h_B و π وتعیین علامت μ می‌توان جهت حرکت مایع را تشخیص داد. توضیحاً اضافه می‌شود که بوسیلهٔ رابطهٔ برنولی نه‌تنها مطلب کیفی فوق یعنی جهت حرکت مایع قابل پیش بینی است بلکه می‌توان مقدارفشار را نیز درنقطهٔ غیرمشخص M از لوله کـه مختصات افقی و ارتفاعی‌آن دردست است بدون قطع یا سوراخ کردن لوله معلوم کرد.»

***

سرگرمی

جدول کلمات متقاطع

طرح از : مصطفی گودرزی طائمه



افقی : ۱ـ مجله یکان مربوط به‌آن‌است. ۲ ـ دو حرف دیگر لازم دارد تاکافی شود . ۳ـ بزرگتر از جزء ـ معکوسش نوعی‌چهار-ضلعی‌است که شش‌رأس وسه قطر دارد. ۴ـ مجموع دیفرانسیل‌ها که در تحصیلات متوسطه تابع اولیه عنوان می‌شود . ۵ ـ مبنای شمار معمولی ـ محور دارد . ۶ ـ درجهٔ گرما را نشان می‌دهد . ۷ـ ریاضیدان ایرانی ـ ثلثش به‌آن اضافه شود برابر با نود گردد . ۸ ـ با تخته‌رسم‌است. ۹ـ ریاضیدان‌معروف‌ایرانی‌که بسط دوجمله‌ای نیوتن را قبلا بکار برده است .

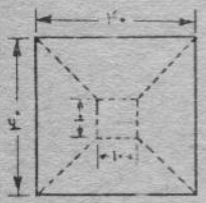
قائم : ۱ ـ نمایش ریشهٔ اعداد . ۲ ـ سه برابر شود مکعب گردد . ۳ـ آخرش اول بیاید رأس شود ـ وارونهٔ هواپیمایی‌که با نیروی عکس ـ العمل‌کار می‌کند . ۴ـ نیرآنرا وضع‌کرد . ۵ـ مادر اعداد ـ هرم بدون پایه ۶ـ فیلسوفی‌که هرکس راکه هندسه نمی‌دانست به محضر درس خود راه نمی‌داد . ۷ـ وارونه‌اش قضیهٔ‌کمکی ـ فرزندانش ریاضیدانهای مشهور زمان مأمون بوده‌اند . ۸ـ شش عربی . ۹ـ ریاضیدان و مهندسی‌که یك رابطه در آنالیز به نام او است .

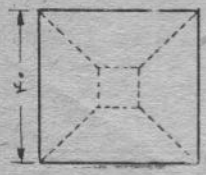
پول چینی

درزمانهای‌قدیم، پولهای‌رایج درچین‌عبارت بوداز سکه‌های مثلث شکل، مربع‌شکل ودایره شکل که‌این سکه‌هارا به‌نخ کشیده و باخودمی‌بردند. هر یازده سکهٔ دایره شکل ارزش پانزده واحد ، هر یازده سکهٔ مربع شکل ارزش ۱۶ واحد و هریازده سکهٔ مثلث شکل ارزش ۱۷ واحد داشت. بانوئی‌که می‌خواهد سکی را بخرد که یازده واحد ارزش دارد ، چه نوع سکه‌هایی و ازهرنوع چند عدد باید بپردازد.

SAM. LOYD

رسم فنی





تصویر نمای جانبی و پرسپکتیو جسمی را مشخص کنید که تصویرهای قائم وافقی آن به ترتیب شکل مقابل است .

حسین محلوج چی

گفتگوی یك با صفر

بهر صفر از غرور بیحد خود — عدد یك زبان به طعنه گشود
گفت ای صفر دون بی مایه — تاکنون داشتی به‌کی تو چه‌سود
گر که شاگردگیردت ز استاد — اشك‌چشمش به‌رخ شودچون‌رود
گر شوی تو نصیب بازیکن — ازسرش خیزدآه وغم چون دود
من ولی ، مادر عددهایم — گر نبودم صد و هزار نبود
گر شود ضرب هر عدد در من — نکند فرق آن ز تار و ز پود
گر بیفتم به زیـر رادیکال — دربیایم بدون گفت و شنود
صفر خندید و گفت غره مشو — عدد یك چو قوم عاد و ثمود
گر بیفتی به زیر رادیکال — خواهم آغوش گرم تو بغنود
می‌شوی ده اصم وانگه تو — به‌کجا راه می‌توان پیمود
نزد من می‌شوی تو زنـدانی — از در و درگه همه مطـرود
با عـدد بود کار تو منصور — آمد این ذوق بهر تو به وجود

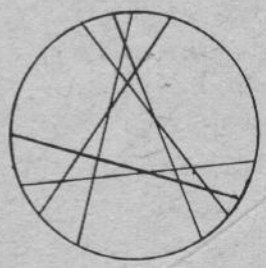
منصور اصلان زاده چهارم ریاضی دبیرستان مروی

حل مسائل صفحهٔ سرگرمی شمارهٔ پیش

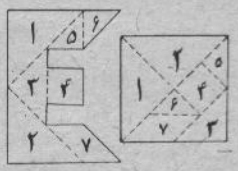
جدول اعداد

۱	۹	۳	۶		۹
۱	۶	۹		۹	۱
۸	۱	۶	۱	۴	۰
۴		۹	۶	۸	۰
	۲		۸	۴	۱
۱	۳	۳		۹	۹

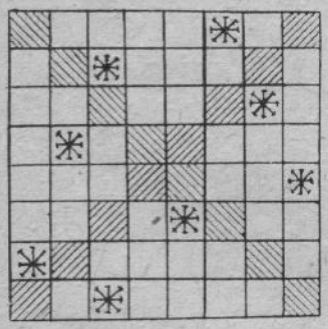
تقسیم دایره



مسئلهٔ برش



هشت ستاره



آیا شما هم می‌توانید

از : شهرام انصاری

۹۴۷۶۳۵+۳۵۱۲۶۷=۵۳۶۷۴۹+۷۶۲۱۵۳

۸۳۵۴۶۵+۶۴۸۹۱۹=۵۶۴۵۳۸+۹۱۹۸۴۶

۳۷+۹۵=۷۳+۵۹
۴۵+۸۷=۵۴+۷۸
۲۸+۸۳=۷۲+۳۸
۵۲+۱۴=۲۵+۴۲

۹۶۳۶۱۲۹۵۹۸+۷۴۹۷۵۴۴۷۱۸=۸۹۵۹۲۱۶۳۶۹+۸۱۷۴۴۵۷۹۴۷

اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها

۱۵- سطوح مخروطی و استوانه‌ای

Conical and Cylindrical Surfaces

تنظیم از : مهندس ایرج ارشاقی

Conical Surface	سطح مخروطی
Generatrix	مولد
Directrix	هادی
Nappe	دامنه
Vertex	رأس
Cone	مخروط
Circular Cone	مخروط مستدیر
Right Circular Cone (Cone of - Revolution	مخروط دوار

Frustum of a Cone	مخروط ناقص
Slant Height	مولد
Cylindrical Surface	سطح استوانه‌ای
Right Cylinder (Cylinder of - Revolution	استوانهٔ دوار
Oblique Cylinder	استوانهٔ مایل
Circular Cylinder	استوانهٔ مستدیر

***

***

Exercises

1- The slant height of a right circular cone is 15, and the radius of the base is 5. Find the lateral area and the total area.

2- Prove that the volume of the solid formed by revolving a square with side a about one diagonal is $\frac{1}{6}\pi a^3\sqrt{2}$.

3- A cylindrical water tank is lying on its side in a horizontal position. If the tank it 3.5 feet long and 16 inches in diameter, how many litres does it contain when the depth of water is 4 inches?

***

بیان جدید

ریاضیات مقدماتی

تألیف : Lucienne FÉLIX ترجمهٔ : ع . م

§٤ـ توجه به اعداد حقیقی

ملاحظه کردیم که مجموعهٔ اعداد منطق برای موارد استعمال عملی در علوم تجربی کفایت می‌کند . اما بررسیهایی که توسط فیثاغورثیان در هندسهٔ نظری انجام گرفت به خاصیتی منجر گردید که ما اکنون به شرح زیر بیان می‌کنیم : اگر اندازهٔ هریك ازاضلاع مربعی برابر یك واحد باشد، اندازهٔ قطر آن عددی مانند x خواهد بود به قسمی که $x^2=2$ ؛ هیچ عدد صحیحی در این معادله صدق نمی‌کند . اگر فرض کنیم که کسری مانند $\frac{p}{q}$ وجود داشته باشد چنانچه داشته باشیم :

$$(\frac{p}{q})^2=2$$

و این کسر غیرممکن‌التحویل باشد می‌توانیم بنویسیم :

$$p^2=2q^2$$

و این تساوی می‌رساند که p باید زوج باشد، در نتیجه q فرد خواهد بود . اگر $p=2p'$ اختیار شود داریم $4p'^2=2q^2$ یا $4p'^2=q^2$ ، رابطه‌ای که می‌رساند q باید زوج باشد و تناقض بوجود می‌آید . بنابراین کسر $\frac{p}{q}$ با خاصیت فوق وجود ندارد .

نتیجه آنکه معادلهٔ $x^2=2$ نه دارای جواب صحیح است و نه جواب کسری دارد .

بعد ازظهور افلاطون (قرن پنجم قبل از میلاد) خاصیت فوق‌الذکر برای معادلات $x^2=3$ و $x^2=5$ و.. تا $x^2=17$ سوای معادلات ۱۶ و ۹ و $x^2=4$ تعمیم یافت .

بررسی موضوع از نظر ریاضی

همانطورکه مجموعهٔ N اعداد طبیعی را به صورت مجموعهٔ Z اعداد نسبی گسترش دادیم به قسمی که معادلهٔ

$$b+x=a$$

همواره دارای جواب باشد ، و همانطورکه مجموعهٔ اخیر را به صورت مجموعهٔ Q اعداد منطق گسترش دادیم تا معادلهٔ $bq=a$ همواره جواب داشته باشد $(b\neq 0)$ ، همانطور ، لازم است که مجموعهٔ Q را گسترش دهیم برای اینکه معادلهٔ $x^2=a$ در حالت $a>0$، همواره دارای جواب باشد ، بدیهی است که هریك از مجموعه های مشخص شده با زیر مجموعه‌ای از مجموعهٔ مورد نظر ایزومورف خواهند بود .

گسترشی راکه انجام می‌دهیم شاید کما بیش محدود باشد؛ معادلات دیگری هستند که در مجموعهٔ اعداد منطق‌دارای جواب نخواهند بود . ابتدا خودرا به جذر اعداد محدود می‌کنیم .

I ـ مقدمهٔ جذر اعداد

آیا مجموعهٔ Q اعداد منطق برای بررسی

معادلهٔ $x^2=a$ که a عدد صحیح مثبت باشد کفایت می‌کند؟ اگر این معادله درمجموعهٔ Q اعداد منطق غیرممکن باشد این مجموعه به دو طبقه تقسیم خواهد شد: یکی Q' شامل اعداد q' خیلی کوچك: $q'^2<a$، و دیگری Q'' شامل اعداد q'' خیلی بزرگ: $q''^2>a$.

الف ـ مجموعهٔ Q' بزرگترین عنصر ندارد. یعنی اینکه هرچه باشد $q'\in Q'$ عنصر دیگری از Q' بزرگتر از آن وجود خواهد داشت.

فرض می‌کنیم $q'=\frac{m}{p}$ و بنابراین $(\frac{m}{p})^2<a$. و از آنجا $ap^2-m^2=d$ عدد صحیح مثبت بوده و $d\geqslant 1$ است.

مسلم است که عدد منطق $\frac{km+1}{kp}$ از q' بزرگتر خواهد بود. محقق می‌کنیم که k هرقدر بزرگ اختیارشود، این عدد منطق بازهم در مجموعهٔ Q' باقی می‌ماند، یعنی اینکه داریم:

$$ak^2p^2>(km+1)^2 \text{ یا } k^2d>2km+1$$

کافیست که مثلا $k=2dm$ اختیارشود، چه نامساوی به‌صورت

$$4dm^2(d^2-1)>1$$

نوشته شده و برای $d>1$ برقرار است. اگر $d=1$ باشد، $k>2m$ اختیار می‌شود.

ب ـ مجموعهٔ Q'' هم کوچکترین عنصر ندارد.

اگر $q''=\frac{m}{p}$ اختیارشود این دفعه $\frac{km-1}{kp}$ را در مجموعهٔ Q'' خواهیم یافت. بنابر:

$$m^2-ap=d\geqslant 1$$

باید نامساوی $(km-1)^2>ak^2p^2$

یا نامساوی $k^2d>2km-1$

را محقق کنیم که با انتخاب $k=2dm$ میسر می‌شود.

ج ـ نظیر هرعنصر q' از Q' یك‌عنصر q'' از Q'' را چنان درنظر می‌گیریم که در ازاء هرمقدار عدد منطق و مثبت و دلخواه ε داشته باشیم:

$$\forall\varepsilon<0 \text{ و } \varepsilon\in Q \text{ و } \exists q'\in Q' \text{ و}$$

$$\exists q''\in Q' : q''-q'<\varepsilon$$

می‌توانیم عدد صحیح مثبت p راچنان انتخاب کنیم که:

$$0<\frac{1}{p}<\varepsilon$$

فرض می‌کنیم:

$$q'=\frac{m}{p} \quad \text{و} \quad q''=\frac{m+1}{p}$$

$$(\frac{m}{p})^2<a<(\frac{m+1}{p})^2$$

عدد m وجود دارد زیرا رشتهٔ:

$$1 \text{ و } 2^2 \text{ و } 3^2 \text{ و } \ldots \text{ و } n^2$$

فراگیرندارد و هر عدد صحیح k و بالاخره ap^2 را رد می‌کند.

خاصیت (ج) را می‌توان چنین توضیح داد: می‌توان‌زوج q' و q'' را چنان انتخاب کرد که $q''-q'$ به سمت صفر میل کند.

اکنون به‌طرح‌اصل موضوعی که واضع‌اعدادواقع‌بین q'و q'' می‌باشد می‌پردازیم:

II ـ اصل موضوع تکمیلی[1]

$[\Gamma]$ هر زیر مجموعهٔ فراگرفته شده[2] یك کوچکترین فراگیر دارد.

الف ـ مجموعه‌ای که در آن خواص مجموعهٔ Q اعداد منطق وعلاوه برآن، اصل (Γ) محقق باشد، مجموعهٔ اعداد حقیقی نامیده شده و با R نشان داده می‌شود. اصل مزبور در حقیقت شامل دو اصل است که فعلاآنها را مجزا بیان می‌کنیم:

(Γ_1) هر زیر مجموعهٔ فراگرفته شده‌ای از Q یك کوچکترین فراگیردارد که به R تعلق داشته و از Q مستثنی است.

$[\Gamma_2]$ هر زیر مجموعهٔ فراگرفته شده‌ای از R یك کوچکترین فراگیردارد که به R تعلق دارد. این کوچکترین فراگیر راکنارهٔ بالائی زیرمجموعه می‌نامند.

سازگاری اصول معرف اعداد حقیقی را قبول می‌کنیم- مجموعه شامل عملیات جمع و ضرب با خواص مربوط به Q بوده و تماماً مرتب است؛ هرعدد حقیقی، یا مثبت یا منفی ویا صفر است.

ب ـ با این شرایط، وجود عددی حقیقی مانند r راکه

1- Axiome de complétion.

2- Majoré.

در معادلهٔ $x^2=a$ صدق کند ثابت می‌کنیم (a عدد صحیح مثبت بوده و مجذور یك عدد منطق نیست).

تقسیم Q را به دوطبقهٔ Q' و Q'' مجدداً درنظر می‌گیریم چون Q' فراگرفته شده است یك کوچکترین فراگیر در R دارد که آنرا r فرض می‌کنیم (می‌دانیم که r به Q تعلق ندارد) اما هرعدد $q''\in Q''$ فراگیر Q' است وبنابراین از r بزرگتر است. بعلاوه می‌توان گفت که r ازهرعنصرمتعلق به Q'' کوچکتر است. پس:

$$\forall q'\in Q' \text{ و } \forall q''\in Q'' \text{ و } q'<r<q''$$

آیا عدد دیگری مانند $s\in R$ وجود دارد که؟

$$q'<s<q''$$

چنین نتیجه می‌گیریم که:

$$\forall q'\in Q' \text{ و } \forall q''\in Q'' : 0<|s-r|<q''-q'$$

زیرا، هرچه باشد عدد مثبت ε، اعداد s و r نامساوی:

$$0<|s-r|<\varepsilon$$

را محقق کرده بنابراین $s=r$

بنابراین، در R یك عدد و فقط یك عدد r وجود دارد به قسمی که:

$$\forall q'\in Q' \text{ و } \forall q''\in Q'' : q'^2<r^2<q''^2$$

و چون $q'^2<a<q''^2$ پس:

$$0<|a-r^2|<q''^2-q'^2<3\varepsilon q'' \text{ و } A\varepsilon$$

آنچه که ایجاب می‌کند: $r^2=a$. یعنی اینکه r ریشهٔ معادلهٔ $x^2=a$ بوده و تنها جواب مثبت آن می‌باشد که آنرا به صورت $r=\sqrt{a}$ می‌نویسیم. معادله یك ریشهٔ منفی نیز دارد که به‌صورت $-\sqrt{a}$ نوشته می‌شود. $\sqrt{a}$ خوانده می‌شود: «ریشهٔ دوم a»

ج ـ با قبول سازگاری اصول، وجود جذر مثبت را برای یك عدد صحیح مثبت اثبات نمودیم؛ با روشهای مشابه، وجودجذر برای هرعددحقیقی مثبتی ثابت خواهد شد و علاه برآن ثابت خواهد شد که برای هرعدد حقیقی مثبتی ریشهٔ سوم، ریشهٔ چهارم و ... و ریشهٔ n ام وجود دارد: برای مثال معادلهٔ

$$f(x)\equiv x^7+x-3=0$$

را درنظرمی گیریم که درآن $0<x<2$ باشد. می‌توانیم محقق کنیم که نامساوی $x_1<x_2$ نامساوی $f(x_1)<f(x_2)$ راایجاب می‌کند در مجموعهٔ اعداد حقیقی محصور بین ۰ و ۲ مجموعهٔ X' از عناصر x' با شرط $f(x')<0$ ومجموعهٔ X'' از عناصر x'' را با شرط $f(x'')\geqslant 0$ تعیین می‌کنیم، نتیجه خواهیم گرفت که یك عدد حقیقی r وجود دارد به قسمی که $f(r)=0$.

یك چنین عددی که ریشهٔ معادلهٔ به صورت چند جملهٔ با ضرایب صحیح می‌باشد **عددجبری**[1] نامیده می‌شود. مجموعهٔ اعداد جبری‌شامل مجموعهٔ ریشه‌های مختلف اعداد خواهدبود.

موضوع قابل توجه آنکه. مطالعهٔ نظری خواص دایره، وجود عدد π را در مجموعهٔ اعداد حقیقی مسلم می‌سازد. به دنبال استدلالهای **لامبر** (۱۷۶۱) و **هرمیت** (۱۸۷۲)، ریاضیدان انگلیسی **لیندمن** در ۱۸۸۲ ثابت کرد که π عدد جبری نیست. اینگونه اعداد، **اعداد اصم غیر جبری (ترانساندان)**[2] نامیده می‌شوند.

ملاحظه می‌شود که اصل (Γ) اعداد مختلفی را به طور درهم و برهم نتیجه می‌دهد، آنچه که برای **کامل** بودن مجموعه لازم است. با وجود این، اعداد دیگری در ریاضیات دخالت دارند مثلا برای اختصاص دادن ریشه‌هایی به معادلهٔ $x^2+1=0$ لازم است که اصول دیگری وضع کرد آنچه که دربخشهای بعدی کتاب دربارهٔ آن بحث خواهد شد (کتاب سوم بخش اعداد مختلط)

III ـ خواص مجموعهٔ R اعداد حقیقی

مجموعهٔ R اعداد حقیقی را با شروع از مجموعهٔ اعداد منطق و به استعانت اصل (Γ) وضع کردیم، این اصل به طور ایجاز چنین بیان می‌شود:

(Γ) اصل تکمیلی ـ هرزیرمجموعهٔ A از R که فراگرفته شده باشد یك کوچکترین فراگیر دارد به نام **کنارهٔ بالائی**[3] A و به صورت $(\mathrm{Sup}\cdot A)$ نمایش داده می‌شود.

به همان ترتیب، با بیان درجهت عکس، **کنارهٔ پائینی**[4] A «$\mathrm{Inf}\cdot A$» برای هر زیرمجموعه‌ای از A که عنصرهایی کوچکتر از همهٔ عنصرهایش وجود داشته باشد تعریف می‌شود.

قضیه

الف ـ مجموعهٔ اعداد حقیقی ارشمیدسی است. به این دلیل که رشتهٔ:

$$r \text{ و } 2r \text{ و } 3r \text{ و } \ldots \text{ و } nr \text{ و } \ldots$$

از مضارب r فراگرفته نمی‌شود، زیرا اگر کوچکترین فراگیری مانند s داشته باشد و $s-r$ توسط جملات رشته رد شده باشد، s هم رد خواهد شد (استقراء ریاضی)

1- Nombre algébrique
2- Transcendant
3- Borne supérieure
4- Borne inférieure

ب ـ قضیهٔ فاصله های[1] متشارك[2]

تعریف ـ اگر a و b دو عددمتعلق به مجموعهٔ R باشند، مجموعهٔ اعداد حقیقی محصور بین a و b را فاصلهٔ a و b می‌نامند که به صورت (a و b) نوشته می‌شود . با بیان دقیقتر چنین می گوئیم :

فاصلهٔ بسته ، [a و b] مجموعهٔ x هایی است که :

$a \leq x \leq b$

فاصلهٔ باز ،]a و b[، مجموعهٔ x هایی است که :

$a < x < b$

فاصلهٔ ازچپ بسته واز راست باز ، [a و b[، مجموعهٔ x هایی که : $a \leq x < b$

فاصلهٔ ازچپ باز و از راست بسته ،]a و b] ، مجموعهٔ x هایی که : $a < x \leq b$

مجموعه‌های $a < x$ و $a \leq x$ را بـه‌ترتیب به صورت $]a$ و $+\infty[$ و $[a$ و $+\infty[$ ومجموعه‌های $x < a$ و $x \leq a$ را به‌ترتیب به‌صورت $]-\infty$ و $a[$ و $]-\infty$ و $a]$ می‌نویسند.

رشتهٔ فاصله‌های متشارك ـ بنا به‌تعریف : رشته‌ای از فاصله‌های

$(a_1$ و $b_1)$ و $(a_2$ و $b_2)$ و ... و $(a_n$ و $b_n)$ و ...

وجود دارد به قسمی که :

$a_1 < a_2 < \cdots < a_n < \cdots < b_n < \cdots b_2 < b_1$

ممکن است که بعضی از این نامساویها به صورت تساوی باشد به‌شرط اینکه نامساویهائی وجود داشته باشد وقتی که n به اندازهٔ کافی بزرگ باشد .

قضیه ـ یك رشته فاصله‌های بستهٔ متشارك که طول آن به سمت صفر میل می کند مفروض است ، یك وفقط یك عدد حقیقی وجود دارد که داخل همهٔ این فواصل می‌باشد .

مفروضات عبارتند از :

$$\begin{cases} [a_1 و b_1] \supset [a_2 و b_2] \supset \cdots \supset [a_n و b_n] \supset \cdots \\ \forall \varepsilon \text{ و } \exists N : n > N \Longrightarrow b_n - a_n < \varepsilon \end{cases}$$

رشتهٔ اعداد a_1 و a_2 و ... و a_n و ... غیرنزولی است وتوسط هرعدد b فرا گرفته شده است بنابراین‌دارای یك کنارهٔ بالایی است که به‌فصل مشترك فاصله‌ها تعلق دارد. امافصل‌مشترك نمی‌تواند جز یك عدد را شامل بـاشد (زیرا اختلاف دوعدد می‌تواند حداقل بزرگتر از ε باشد) .

فصل مشترك فواصل به عدد ξ منتهی می‌شود . می گوئیم که رشته «دامی» است که عدد ξ را معین‌می کند .

IV- مجموعهٔ Q اعداد منطق همچون زیر مجموعهٔ مجموعهٔ R اعداد حقیقی

فرض‌می کنیم r عددی حقیقی باشد ؛ هرچه باشد ε مثبت درفاصلهٔ $(r+\varepsilon$ و $r-\varepsilon)$ اعداد منطقی‌وجود دارند.هرچقدر که ε مثبت کوچك انتخاب شود ، یعنی هرچقدر که فاصلهٔ شامل r کوچك اختیارشود ، این فاصله شامل اعدادی منطق خواهد بود .

$$\forall r \in R \,,\ \forall \varepsilon > 0 \,,\ \exists q \in Q :$$
$$r - \varepsilon > q > r + \varepsilon$$

این قضیه به‌کمك مجموعه‌های Q' و Q'' شامل اعدادی که مقادیر تقریبی نقصانی و اضافی r را دارند ثابت مـی‌شود همچنانکه برای تعیین $\sqrt{2}$ عمل کردیم .

بنابراین ، هرفاصله‌ای (هرچقدر هم‌کوچك اختیارشده باشد)شامل یك‌عدد منطق و همچنین شامل تعدادی نامحدود از اعداد منطق است . این امر را چنین‌توضیح می‌دهند که‌مجموعهٔ Q اعداد منطق نسبت به مجموعهٔ K اعداد حقیقی **درهمه‌جا متراکم**[3] است .

***

بررسیهایی که انجام گرفت هرچند اجمالی وناتمام بود معهذا برای رفع نیازمندیهای ماکافی می‌باشد.درجبر،درآنالیز و درهندسه وقتی کـه از «عدد» صحبت می کنیم‌مقصود یك عدد حقیقی است که مشخص نیست عدد مطلق ، عدد صحیح با علامت دلخواه ، عدد منطق یا عدد غیرمنطق می‌باشد . برخلاف آن ، درحساب یعنی درنظریهٔ اعداد ، بعضی خواص عنصرهای هریك ازمجموعه‌های N ، Z ، Q و R را متوالیاً ودرفصول‌جداگانه بررسی خواهیم کرد .

1- Intervalle 2- Emboité 3- Partout dense

از جمله نامه‌های رسیده

آقای **مهدی ربانی فر** دانش‌آموز سال ششم ریاضی مشهد ضمن نامهٔ خود متذکر شده‌اند که دبیرستانها آنطوری که باید دربارهٔ تفهیم مفاهیم حد و مشتق ابراز علاقه نمی‌شود بلکه فقط به ذکر تعریف فرمولیتهٔ ! مشتق و چند تا فرمول مربوط به‌آن اکتفا می‌شود . درصورتی که خوددبیران گرامی ریاضیات بارها از اهمیت مشتق صحبت کرده‌اند .

***

آقای **غلامرضا فرزین** دانش‌آموز سال ششم ریاضی دبیرستان نظام تذکر کرده‌اند که درحل‌المسائل فیزیك «ن.م.» که اخیراً خریداری کرده‌اند اشتباهات زیادی درحل مسائل مشاهده نموده‌اند که اغلب این اشتباهات چاپی نبوده بلکه حاکی از عدم توجه نویسندهٔ کتاب به نکات درسی بوده است. آقای فرزین برای مثال حل مسئله‌را از کتاب نقل کرده و دو اشتباه اساسی آنرا متذکر شده‌اند .

***

آقای **عزیز صفائی** در نامهٔ خود یادآوری نموده‌اند که قاعدهٔ بخش‌پذیری اعداد بر ۷ که در صفحهٔ ماقبل آخر یکان شمارهٔ ۱۹ چاپ شده است قبلا در سه سال پیش توسط قنبر طاهری کودك برازجانی بیان شده وضمناً درحل‌المسائل حساب استدلالی تألیف جزایری نیز مندرج می‌باشد .

***

آقای **ناصر احمدی** دانش‌آموز پنجم ریاضی دبیرستان میر افضلی برای تجزیهٔ رایکالهای مرکب با فرجهٔ ۳ در حالت خاص دستوری ارائه داده‌اند بدین صورت :

$$\sqrt[3]{a \pm b\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{b-c}{3}} \pm \sqrt{c}$$

شرط : $a = \sqrt{\frac{b-c}{3}}\left(\frac{b+8c}{3}\right)$

و متذکر شده‌اند که این دستور برای محاسبهٔ ریشهٔ معادلهٔ درجهٔ سوم ازروی دستورکاردان مفید می‌باشد .

***

آقای **محسن عابدی** دانش‌آموز پنجم ریاضی دبیرستان ارشاد رابطه‌ای بین ضرایب معادلهٔ درجهٔ دوم ارائه داده‌اند برای اینکه یك ریشه n برابر ریشهٔ دیگر باشد .

***

آقای **فریدون امین زاده** دانش‌آموز پنجم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیه و دوستدار یکان جدول ضرب : ۲۵×۲۵ و جدول مجذورات اعداد ۱ تا ۱۰۴ و مطالب دیگری را برای درج در مجله ارسال داشته‌اند که حاکی از علاقهٔ شدید ایشان نسبت به پیشرفت مجلهٔ یکان می‌باشد .

آقای امین‌زاده در نامهٔ دیگر اطلاع داده‌اند که سی و یك سال قبل یعنی به سال ۱۳۱۳ شمسی دو مجلهٔ علمی یکی به نام «دانش‌آموز» به مدیریت عدل امین ، رضا جعفری و رسول هندی و دیگری به نام « اطلاع » به مدیریت امر نظمی افشار در رضائیه چاپ شده و حاوی مطالب و مسائلی دربارهٔ ریاضیات بوده است .

***

آقای **هنری غازاریان** دانش‌آموز سال ششم ریاضی دبیرستان ادب اصفهان جدولی دربارهٔ گامهای موسیقی تنظیم نموده و برای درج در مجله ارسال داشته‌اند .

***

آقای **خدامراد نادری** راجع به مسئلهٔ فیزیك که به شمارهٔ ۳۵۷۹ در یکان شمارهٔ ۲۰ چاپ شده است دو اشکال گرفته‌اند که یکی مربوط به شکل مسئله است و دیگری راجع به موضوع مطلوب مسئله .

با تصمیمی که دربارهٔ اختصاص صفحاتی از مجله به حل

بقیه درصفحهٔ ۴۷

دربارهٔ مسائل مندرج دریکان

سعی ما برآن است که مسائلی راکه درکتابهای درسی‌یا کتابهای حل‌المسائل چاپ ایران یافت‌می‌شود حتی‌المقدور در مجله چاپ نکنیم بلکه بجای‌آن مسائلی درج کنیم که برای خوانندگان مجله تازگی داشته‌باشد وبرای‌آنها تکراری‌نباشد ازطرف دیگر ، همکاری دبیران محترم و دانش آموزان عزیز رشتهٔ ریاضی برای ما مغتنم بوده و کوشش داشته‌ایم در درجهٔ اول مسائل ارسالی ایشان درمجله چاپ بشود . متأسفانه بعضی ازدانش‌آموزان مسائلی را می‌فرستند و ما با اطمینان به اینکه طرح خود ایشان است این مسائل رابه‌نام ایشان درمجله‌چاپ می‌کنیم وبعد ، خوانندگان به ما اطلاع می‌دهندکه‌این‌مسائل قبلا در نشریهٔ دیگر چاپ شده است . با سپاسگزاری از این خوانندگان محترم، یادآوریهای‌ایشان رادر زیرچاپ‌می‌کنیم:

مسئلهٔ ۳۵۱۶ـ یکان شمارهٔ ۱۹

درکتاب هفتصد مسئله چاپ شده است.

بهزادسوفر

درکتاب ۴۵۰ مسئلهٔ ریاضی‌تألیف پرتوی‌چاپ‌شده است

سید جمال آشفته

مسئلهٔ ۳۵۶۸ یکان شمارهٔ ۲۰

درحل‌المسایل جبر تألیف صداقت‌کیش و جعفری

چاپ شده است **احمد میرنژاد**

درحل‌المسایل جبر ششم تألیف پرتوی وفرداری

چاپ شده است **مهدی مقدسیان**

مسئلهٔ ۳۵۹۵ یکان شمارهٔ ۲۱

درهفتصد مسئله چاپ شده است

فریدون امین‌زاده ـ فرهاد غفاری ـ بهزادسوفر

مسئلهٔ ۳۶۳۲ یکان شمارهٔ ۲۲

ازجمله سؤالهای شهریور ۴۲ دبیرستان البرزبوده است

احمدمیرنژاد

درجبرسال ششم ریاضی تألیف‌آذرنوش و...یافت‌می‌شود

محمود نقاش ـ حسین رزاقی زاده

درحل‌المسایل‌جبرششم تألیف شهریاری و... مندرج‌است

بهزاد سوفر

مسئلهٔ ۳۶۴۲ یکان شمارهٔ ۲۲

درکتاب درسی مثلثات ششم تألیف زاوشی و...چاپ شده است

بهزاد سوفر

مسئلهٔ ۳۶۴۷ یکان شمارهٔ ۲۲

درهفتصد مسئله مندرج است

بهزاد سوفر

مسئلهٔ ۳۶۵۰ یکان شمارهٔ ۲۲

درحل‌المسائل مثلثات ششم تألیف زاوشی و...مندرج است

بهزاد سوفر

فعالیتهای علمی دردبیرستانها

آقای **گلستان زاده** دبیر ریاضی دبیرستانهای کازرون اطلاع داده‌اندکه در سال تحصیلی جاری ، دانش آموزان‌دورهٔ دوم **دبیرستان بو اسحق کازرون** اقدام‌به نشر چندروزنامه و نشریهٔ علمی نموده‌اندکه بین همه آنها نشریهٔ ماهانهٔ**گوهر ریاضیات** خیلی جالب و مفید می‌باشد . این نشریه زیر نظر آقای گلستان زاده و به‌کوشش آقایان : **اصغر بوستانی ، عباسعلی دانشور ، صدارت** دانش‌آموزان سال پنجم‌ریاضی تهیه می‌شود.

***

در**دبیرستان بابکان تهران** همه‌هفته مجموعه‌ای شامل مطالب ریاضی ، فیزیك و شیمی تقدیم دوستداران می‌شود . این مجموعه زیر نظر آقای **محمد باقر ازگمی** دبیر ریاضی و به‌کوشش‌آقایان : **فرهاد مجیدی‌آهی ، عباس ثابت‌پور مهدی ارجمندپور، غلامرضاثابتی**دانش‌آموزان‌دبیرستان بابکان تهیه می‌شود . نسخه‌ای ازاین نشریهٔ مفیدبه ادارهٔ مجله یکان واصل شده است که‌مبین علاقمندی اولیاء محترم دبیرستان بابکان به فعالیتهای علمی دانش آموزان می‌باشد . پشتکاری که آقای مجیدی آهی در تنظیم این مجموعه ابراز داشته‌اند قابل تحسین است ؛ مجموعه مشامل ۱۸ صفحهٔ قطع نیم ورقی‌بزرگ بوده و به صورت پلی‌کپی تهیه شده‌است وحاوی مطالب ومسائل ارزنده‌ای برای محصلین کلاسهای مختلف می‌باشد .

***

آقای **صمدراستی کردار** دانش‌آموز سال پنجم‌ریاضی **دبیرستان حکمت فسا** نوشته‌اندکه‌در سال تحصیلی جاری‌با همکاری آقایان : **اسلامپور ، جلال بامداد ، ابوطالب فنائی ، غلامرضا عرفانی ، قائمی** دانش‌آموزان دبیرستان حکمت وزیر نظر آقایان **علیمرادی و دباغ** دبیران ریاضی اقدام‌به تهیهٔ نشریه‌ای نموده‌اندکه هربیست روز یك بار منتشر شده و مورد استقبال دانش آموزان دبیرستانهای فسا می‌باشد.

***

آقای **فریدون امین زاده** دانش‌آموزسال پنجم ریاضی **دبیرستان فردوسی‌رضائیه** نوشته‌اندکه باکوشش عده‌ای از محصلین علاقمندکلاسهای ۵ و ۶ ریاضی دبیرستان مزبور نشریهٔ دیواری جالبی تنظیم شده است‌که آقای **علی رضائی** بازرس فنی دبیرستانهای رضائیه مشوق وراهنمای محصلین جهت تدوین این نشریه بوده‌اند . در این نشریه علاوه بر مسائل ریاضی و مقالات علمی شرح مؤثری در بارهٔ ارزش واهمیت مجلات علمی و سهم ارزندهٔ آنها در بالا بردن سطح معلومات دانش‌آموزان توسط آقای امین زاده به رشتهٔ تحریر آمده است .

یکان سال ۱۳۴۴

مجموعهٔ یکان سال ، شمارهٔ فوق‌العاده سال ۱۳۴۴ مجلهٔ یکان منتشر شد

در این مجموعه مطالب زیر مندرج است :

حل مسائل ریاضی ، فیزیك و شیمی امتحانات نهایی

کلاسهای ششم طبیعی و ریاضی - خرداد و شهریور ۴۴

حل‌مسائل ریاضی ، فیزیك و شیمی امتحانات ورودی

دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران ، دانشکدهٔ فنی دانشگاه تهران

دانشکدهٔ پلی تکنیك تهران ، دانشکدهٔ علوم مشهد

دانشسرای عالی تهران

حل مسائل ریاضی و فیزیك و شیمی نمونه

از مسائل امتحانات نهایی کشورهای خارج

نمونهٔ مسائل امتحانات نهایی و کنکور بعضی از کشورهای خارج

مسائل المپیاد ریاضی ۱۹۶۲ هلند