

دوره دوم - شماره :

۹

شماره مسلسل:

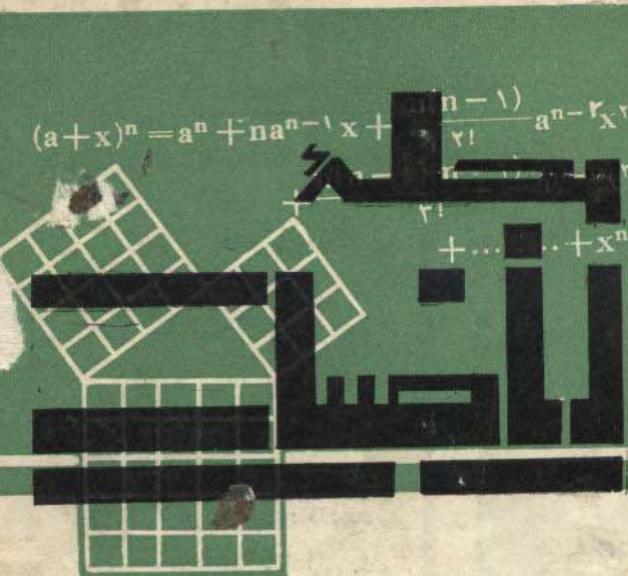
۲۲

در این شماره:

- سالروز انتشار یکان
نحو گرافی
کسرهای مسلسل
چگونه مسئله‌ای را حل کنیم
راهنمای حل مسائل هندسه
مسائل امتحانات ثلث اول دبیرستانها
مسائل برای حل
بی‌آنکه عصبانی شوید
حل مسائل شماره گذشته
اشتباه از چیست
اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها
ریاضیات جدید
سرگرمی

۱	عبدالحسین مصطفی
۲	مهندس احمد روحانی
۸	ترجمه: مکردیج تومانیان
۱۲	ترجمه: ه. شریف زاده
۱۳	ترجمه: ع. م
۱۶	-
۴۵	-
۴۸	-
۴۹	-
۶۶	-
۶۷	مهندس ایرج ارشاقی
۶۸	ترجمه
۷۳	-

بهمن ماه ۱۳۴۴



عظام خملک تحت التراب بالایه



شادروان رضوان جایگاه
سید ضیاء الدین -
جزایری کدربهمن ۴۴
دارفانی را بدرود گفت
در سال ۱۲۸۶ در یک
خانواده محترم و روحانی
پا به عرصه وجود گذاشت
تحصیلات ابتدائی و
متوسطه خود را در تهران

به پایان رسانیده و در سال ۱۳۱۷ نیز به اخذ لیسانس ریاضیات
و علوم تربیتی از دانشسرای عالی نائل شد و چون سابقه تدریس
قبل از شروع خدمت رسمی داشت در آبانماه سال جاری جزء
بازنیستگان وزارت آموزش و پرورش منظور گردید در حالی که
سی سال تمام خدمت فرهنگی خود را در سمت‌های دبیری ریاضیات
ورئیس دبیرستان و رئیس بازرگانی و بازرس مخصوص وزیر فرهنگ
و بازرس تعیماتی به انجام رسانیده بود. با اینکه مرحوم جزایری
از خانواده متندبود و می‌توانست در پست‌های اداری پیش بر دلیکن
ترجیح داد در خدمات آموزشی با معلمین و کارهای مریوط به
آموزش بیشتر تماس داشته باشد تا اینکه در جلد یک کارمند
کاملاً اداری در بیاید.

مرحوم جزایری یکی از دبیران باتقوی و با ایمان ویکی
از کارمندان صدیق و درستکار وزارت آموزش و پرورش بشمار می‌
رفت، در کار تدریس ریاضیات بخصوص در عملی کردن مسائل
ذهنی و فلسفی برای دانش آموزان و نوanelan استعداد و علاقه
فرابون داشت. با همکاری دوستان خود و منفردآ کتابهای درسی
مخالف تأثیف کرده در مجله آموزش و پرورش مقالات متعددی
در مسائل مریوط به علم حساب انتشار داده و کتاب حساب مصور
او برندۀ جایزه سلطنتی شده است.

مرحوم جزایری موقع تدریس استاد مسلط و مبرز بشمار
می‌رفت و در موقعی که از کسی یک سؤال علمی می‌کرد خود را به
حدیک شاگرد کوچک تنزل می‌داد، برخلاف بعضی که عفریت جهل
را با پرده کثیف و سیاه تکبر مستور می‌دارند این فقید روش
ضمیر جمال باصفای دانش خود را با نور تواضع بیشتر متجلی
می‌ساخت. مرحوم جزایری به کار معلمی خود ایمان فوق العاده
داشت و وظیفه معلم را تنها یادداهن بر نامه‌های درسی نمی‌دانست
بلکه اورا بین جوانان رهبر اخلاق و سجایای پسندیده و نگهبان
مواریث و سنت ملی و سر بازمیهن شاهنشاهی درجه به جهل و نادانی
و بالاخره خدمتگزار بی‌دیای حق و حقیقت و خداوند متعال می‌
دانست. الحق خود او نیز نمونه کامل این اعتقاد بود در سالهای گذشته
که در اثر تبلیغ بعضی از احزاب تخطیه سنتهای ملی و عقاید مذهبی
رواج پیدا کرده بود و احیاناً اگر معلمی سر کلاس درس نام خداوند
یگانه را بر زبان می‌آورد او را از مدافعت اد و کهنه پرست می‌نامیدند
مرحوم جزایری شاگردان خود را در جاده دین و دانش رهبری
می‌کرد. روزی جزایری به شاگردان خود گفته بود که قمار بازی
کار غلطی است چون به جسم و جان انسان ضربه ویا به اصطلاح

وان تلعب فوق التراب كالاطفال

فیزیکی شک وارد می‌کند. شاگردان توضیح خواسته بودند، استاد
اضافه کرده بود اگر کسی در یک ثانیه مثلاً صدهزار تومان بپردازد
یا بیاخد روح او آن در زمان فوق العاده کوچک تحت تأثیر نیروی
فوق العاده بزرگ قرار می‌گیرد و روحیه او در اثر این ضربه شدید
مثبت و یامنی از جاده سلامت و توازن منحرف خواهد شد و این
شخص در اجتماع فرد غیر عادی و غیر سالم خواهد گردید.

مرحوم جزایری معمولاً از نعمت سلامت مزاج برخوردار
بود لیکن دفعه‌یه مرض خطرناکی مبتلا شد که معالجه بذیر واقع
نگردید و بالآخره از این جهان فانی به سرای جاودانی شافت
و در داخل حرم مطهر حضرت معصومه در قم مدفون گردید

عاش سعیداً ومات سعیداً

بعمه در پائین صفحه ۶۵

یکان

محله ریاضیات

دوره دوم - شماره نهم (شماره مسلسل: ۲۲)
بهمن ۱۳۴۴

صاحب امتیاز و مدیر مسئول: عبدالحسین مصطفی

مدیر داخلي: داود مصطفی

زیر نظر شورای نویسندگان هر ماه یک بار منتشر می‌گردد
نشانی اداره: تهران، خیابان لاله‌زار نو، نزدیک شاهراه ضا-شماره ۸۱

نشانی پستی: صندوق پستی ۴۴۶۳
تلفن اداره: ۳۳۱۸۱

وجه اشتراک برای ۱۲ شماره ۲۰۰ ریال

(برای کشورهای خارج بضافه هزینه پست)

حساب بانکی: جاری ۳۰۹۵ شعبه لاله‌زار نوبانک صادرات

YEKAN

Mathematical Magazine

volume II , number 9, Feb. 1966

subscription : \$3

TEHERAN, P.O.B.: 2463

چاپ آذر تلفن ۶۴۰۲۸

جناب آقای عبدالحسین مصحّفی مدیر مجلهٔ یکان
 سالروز مجلهٔ مفید علمی یکان را به جنابعالی شادباش
 می‌گویم .
 امیر عباس هویدا

سالروز انتشار یکان

اولین شمارهٔ مجلهٔ یکان در بهمن‌ماه دو سال قبل تقدیم علاقمندان گردید . استقبالی که از این مجلهٔ صد درصد علمی بعمل آمد برای وی این امکان را فراهم ساخت که قائم بالذات به حیات علمی خویش ادامه دهد و انکاء وی منحصرأ به خوانندگان و علاقمندان خویش باشد . کوشش‌هایی که تاکنون بعمل آمده است تنها در راه ببود وضع مجله در جهت مطلوب آن و در جهت تمایلات خوانندگان آن انجام گرفته است وغیر از آن، حتی برای شناساندن مجله به مقامات ذی نفوذ، کوچکترین اقدامی معمول نشده است «گر آنچه که آئین نامه و قانون مطبوعات ایجاد می‌نموده است . اما ، نامهٔ جناب آقای نخست وزیر نشان داد که مقامات کارآگاه مملکتی به‌فعالیت علمی مجنبه یکان وقوف دارند و آنرا مفید تشخیص می‌دهند ، این خود مشوقی است که در ادامه خدمات علمی انتشار یکان بیش از پیش کوشش بعمل آید .

تحولات اجتماعی مطابقی که سالهای اخیر در جامعه ایران صورت گرفته و محیط امنی که برای آحاد افراد مملکت به وجود آمده است وبالآخره پیشرفت‌های شگفت‌انگیز علمی که بعضی از کشورها بدان نایبل آمده‌اند ، توجه عمومی را به مطالب علمی معطوف داشته است در حالی که در کشورها ، نشریات علمی به اندازه کافی وجود ندارد .

حمایت‌های جدی دستگاه اجرائی مملکت از مطبوعات علمی ، وضع مجالات علمی موجود را ببود می‌بخشد و انتشار نشریات علمی تازه‌ای را باعث می‌شود . در نتیجه ، طبقات بیشتری از مردم به مسائل علمی توجه پیدا می‌کنند و این خود ، کار انتشار نشریات علمی را رونق می‌بخشد و متقابلاً ، موجبات توسعه بیشتر سطح اطلاعات عمومی فراهم می‌آید . آنچه که خواست شخص اول مملکت و سایر علاقمندان به اصلاحات اساسی و عمیق می‌باشد .

نمودارگرافی

Nomography

اقتباس از منابع خارجی

مهندس احمد روحانی

که در آن $f_1(u)$ ، $f_2(v)$ و $f_3(t)$ به ترتیب توابعی از u ، v و t می‌باشند. کوچکترین و بزرگترین مقدار u به ترتیب u' و u'' کوچکترین و بزرگترین مقدار v به ترتیب v' و v'' و بالاخره عرض و ارتفاع کاغذ به ترتیب l و h فرض می‌شود.

بدوای دو خط قائم به فاصله $l < k$ رسم کرده و آنها را مقیاس‌های u و v می‌نامیم. پائین ترین نقطه آنها را به عنوان نقطه شروع کاربرای درج کردن مقیاسها بر گردیده و در مقابل آنها به ترتیب اعداد u' و v' را می‌نویسیم. سپس مقیاسهارا به ترتیب زیر مدرج می‌کنیم:

به ازاء مقادیر مختلف u مقادیر نظیر (u) f_1 را روی مقیاس u و به ازاء مقادیر مختلف v مقادیر نظیر (v) f_2 را روی مقیاس v نقل می‌کنیم. برای نقل این مقادیر لازم است مدولی (طول بهازاءه واحد) برای هر کدام از مقیاس‌ها انتخاب کنیم. اگر مدولها برای مقیاس‌های u و v به ترتیب m_1 و m_2 فرض شود، با توجه به حدود تغییرات (u) و (v) لازم است:

$$m_1[f_1(u'') - f_1(u')] \leq h$$

$$m_2[f_2(v'') - f_2(v')] \leq h$$

بعداز انتخاب مدول بهازاءه هر مقدار از u مقدار نظیر $m_1 f_1(u)$ را محاسبه و روی مقیاس u جدا کرده و آنرا با

برای حل بعضی از معادلات می‌توان از نمودارهایی که قبل از تهیه شده است استفاده نمود. این طریقه برای معادلاتی بکار می‌رود که دارای ضرایب عددی بوده و کلیه متغیرهای آن به استثنای متغیر مجهول عددی معلوم باشند تهیه این نوع نمودارها به نمودارگرافی موسوم است.

معمولًا نمودارگرافی برای معادلاتی بکار می‌رود که حل آنها از طریق محاسبه مستلزم وقت و زحمت زیاد بوده و یا آنکه احتمال به وجود آمدن اشتباه در حل آنها زیاد است. به عبارت دیگر مزایای طریقه نمودارگرافی سرعت، سهوالت و دقیق می‌باشد. ما در این مقاله طرز تهیه و کاربردن نمودارها را برای بعضی از انواع معادلات شرح می‌دهیم:

۱- معادلات شامل سه متغیر

در تمام حالات زیر اساس کار اینست که برای هر کدام از متغیرها یک خط (مستقیم یا منحنی) مدرج به نام مقیاس تهیه می‌گردد. با معلوم بودن دو متغیر، آنها را روی مقیاس‌های مربوطه مشخص نموده و تقاطع خط واصل مابین نقاط مشخص شده را با مقیاس متغیر سوم تعیین می‌کنیم. روی نقطه تقاطع مقدار متغیر مجهول خوانده می‌شود.

۱- معادلات قابل تبدیل به شکل زیر:

$$(1) \quad f_1(u) + f_2(v) = f_3(t)$$

$$\frac{m_1[f_v(v_0) - f_v(v)] - m_1[f_v(t_0) - f_v(t)]}{m_2[f_v(t_0) - f_v(t)] - m_2[f_v(u_0) - f_v(u)]} = \frac{m_1 + m_2}{m_2}$$

با درنظر گرفتن روابط (۲) و (۳) و بعد از اختصارات لازمه خواهیم داشت :

$$f_v(u) + f_v(v) = f_v(t)$$

مثال : منظور تهیه نمودار برای معادله $uv^{1/41} = t$ می باشد . تغییرات u و v مابین ۱۰ و ۱ می بوده و عرض و ارتفاع کافد به ترتیب $6 = 1$ و $h = 10$ است .

از طرفین معادله لگاریتم می گیریم :

$$\log u + 1/41 \log v = \log t$$

اکنون این معادله به شکل معادله (۱) درآمده است :

$f_v(u) = \log u$ و $f_v(v) = 1/41 \log v$ و $f_v(t) = \log t$ را برابر ۵ اختیار نموده ، دو مقیاس u و v را به فاصله ۵ واحد از یکدیگر رسم کرده و پائین ترین نقاط مقیاس هارا با u و v یعنی عدد یک مشخص می کنیم . m_1 و m_2 باید در نامساوی های زیر صدق کنند :

$$m_1[\log 10 - \log 1] \leq 10$$

$$m_2[1/41 \log 10 - 1/41 \log 1] \leq 10$$

بنابراین می توان m_1

را معادل ۱۰ و m_2 را معادل

$$\frac{10}{1/41} = 7/00$$

اختیار کرد . با درنظر گرفتن این مدلها مقیاس های u و v را مدرج می کنیم .

سپس مقیاس t را به فاصله

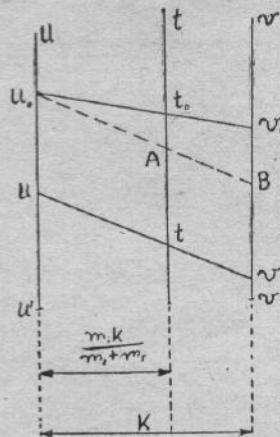
$$\frac{10 \times 5}{10 + 7} = 2/92$$

از مقیاس u رسم می کنیم .

نقطه شروع را با وصل کردن نقاط $1 = u_0 = 1$ و $v_0 = 1 = v_1$ بدست آورده و آنرا یک می نامیم . مدل مقیاس t را مساوی

$$\frac{10 \times 7}{10 + 7} = 4/15$$

اختیار کرده و آنرا مدرج می کنیم . به این ترتیب نمودار کامل می شود :



با عدد u مشخص می کنیم . نظری این عمل را برای مقیاس v نیز انجام می دهیم به این ترتیب مقیاس های u و v مدرج می گردند .

حال خط قائم t را طوری رسم می کنیم که نسبت فاصله آن از مقیاس v مساوی m_1 باشد و به عبارت دیگر فاصله آن از مقیاس u معادل

باشد . آن خط مقیاس t خواهد بود .

اینک باید آنرا مدرج نمائیم . برای این منظور لازم است نقطه شروع کار را بدست آوریم . این کار با انتخاب دو مقدار دلخواه برای u و v و محاسبه t تظیر از معادله (۱) به سهولت امکان پذیر است . اگر مقادیر انتخابی u و v و t و محاسبه شده t_0 باشد ، کافیست u و v را رسم کرده و محل تقاطع آنرا با مقیاس t تعیین و آنرا t_0 بنامیم . بعد از تعیین نقطه شروع مدل مقیاس t را از رابطه زیر بدست می آوریم :

$$(2) \quad m_2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

حال می توانیم به ازاء مقادیر مختلف t مقادیر تظیر $f_v(t)$ را محاسبه و $m_2 f_v(t)$ را روی مقیاس t نقل و در برابر آن مقادیر t را یادداشت کنیم . به این ترتیب هر سه مقیاس مدرج گردیده و آماده استفاده می باشند .

اثبات : می دانیم $u_0 = u$ و $v_0 = v$ بر یک استقامت بوده و در معادله (۱) صدق می کنند . پس خواهیم داشت .

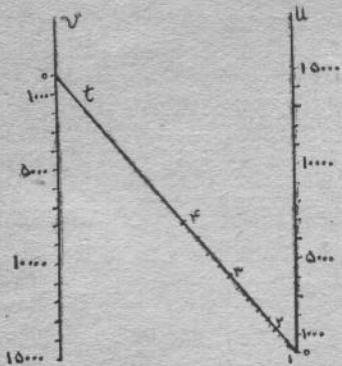
$$(3) \quad f_v(u_0) + f_v(v_0) = f_v(t_0)$$

حال فرض می کنیم نقاط u و v بر یک استقامت باشند .

$$f_v(u) + f_v(v) = f_v(t)$$

از u خطی به موازات v رسم می کنیم تا مقیاس های v و t را به ترتیب در نقاط A و B قطع نماید . خواهیم داشت :

$$\frac{\overline{Bv_0}}{\overline{At_0}} = \frac{K}{m_2 K} = \frac{m_1 + m_2}{m_1}$$



مثال: منظور تهیه نمودار
برای معادله:

$$u = 10v \quad \text{و} \quad v = 10u$$

می باشد که در آن u از صفر تا 150000 و v از صفر تا 15000 تغییر می کند.
برای آنکه مقیاسهای u و v دارای مدلها را مناسب باشند می توان معادله را به صورت:

$$u = (10v)(0/100t)$$

نوشت در این صورت:

$$f_1(u) = u \quad \text{و} \quad f_2(v) = 10v \quad \text{و} \quad f_1(t) = 0/100t$$

مطابق قواعد فوق نمودار مطلوب مانند شکل بالا تهیه می گردد.

۳-۱ معادلات قابل تبدیل به شکل زیر:

$$U \cdot F_1(t) + V \cdot F_2(t) = 1$$

که در آن U تابعی از u و V تابعی از v و $F_1(t)$ و $F_2(t)$ توابعی از t می باشند.
بادر نظر گرفتن عرض کاغذ دو خط موازی به نام مقیاسهای u و v رسم می کنیم. نقاط صفر دو مقیاس را که به ترتیب A و B نامیده ایم طوری انتخاب می کنیم که خط AB پائین کاغذ فرار گیرد.

با در نظر گرفتن حدود تغییرات U و V و ارتفاع کاغذ مدل مشترکی مانند m برای هر دو مقیاس u و v انتخاب آنها را مدرج می کنیم. وقت شود که روی مقیاسها مقادیر U و V بوسیله مدلها نقل می گردد. منتها روی مقیاسها با استی مقادیر u و v درج گردد.

حال به ازاء مقادیر مختلف t مقدار AP و PQ را از روابط زیر حساب کرده و نقاط نظری Q را بحسب آورده و پہلوی آن مقدار نظری t را می نویسیم:

$$AP = \frac{F_1(t) \cdot AB}{F_1(t) + F_2(t)}$$

$$PQ = \frac{m}{F_1(t) + F_2(t)}$$

۳-۲ معادلات قابل تبدیل به شکل زیر:

$$f_1(u) = f_2(v) \cdot f_3(t)$$

کوچکترین مقدار u و v صفر می باشد.

بدوآ با توجه به حدود تغییرات u و v و عرض و ارتفاع کاغذ مانند حالت (۱-۱) دو خط قائم به نام مقیاسهای u و v رسم کرده و مدلها آنها را m_1 و m_2 انتخاب می کنیم مبدأ B یکی از مقیاسها مثلا u را نقطه A و در بالا و دیگری را نقطه B و در پائین گرفته و به وسیله مدلها انتخاب شده مقیاسها را در خلاف جهت یکدیگر (برخلاف حالت قبل) مدرج می کنیم (درجات مقیاس u را سمت چپ و درجات مقیاس v را سمت راست یادداشت می کنیم). خط AB مقیاس t خواهد بود. برای $BP = d$ مدرج کردن آن روی مقیاس v نقطه P را به فاصله P اختیار می کنیم. سپس به ازاء مقادیر مختلف t مقدار نظری:

$$d \frac{m_1}{m_2} f_3(t)$$

را حساب کرده و معادل آن روی مقیاس u از نقطه A به سمت پائین جدا می کنیم تا نقاطی نظری Q حاصل گردد. سمت راست آنها مقادیر t را موقعیت می نویسیم. حال از نقطه P به این نقاط وصل کرده و تقاطع آنها را با مقیاس t معین می کنیم. اعداد مندرج در سمت راست مقیاس u را به مقیاس t نقل کرده و سمت

راست مقیاس u را پاک می کنیم. به این ترتیب مقیاس t مدرج می گردد. از آنجاکه این نمودار به شکل زیر خواهد است به:

«نمودار Z» موسوم می باشد.

اثبات: باید ثابت کنیم که مقدار t که روی نقطه تقاطع خط PQ با مقیاس t نوشته شده و v و u به ترتیب نظری نقاط P و Q در معادله اصلی صدق می کند. اینک تحقیق این مطلب: مقدار $f_2(v) \cdot f_3(t)$ نقطه Q :

$$\frac{d}{m_2}$$

مقدار $f_1(u)$ نظری نقطه Q :

$$d \frac{m_1}{m_2} f_3(t) \div m_1 = \frac{d}{m_2} f_3(t)$$

مقدار $f_2(v) \cdot f_3(t)$ نقطه تقاطع PQ و مقیاس t :

بسهولت دیده می شود این مقادیر در معادله اصلی صدق می کنند.

به ازاء مقادیر مختلف t مقدار PQ را از روابط زیر حساب کرده و نقاط نظری Q را بدست آورده و پہلوی آن مقدار نظری t را می‌نویسیم.

$$OP = m_1 F_1(t)$$

$$PQ = m_1 F_1(t)$$

با اتصال نقاط نظری Q یک منحنی مدرج بدست می‌آید که مقیاس t خواهد بود.

اثبات: از نقطه u به نقطه v وصل می‌کنیم تا مقیاس t را در نقطه Q نظری t قطع نماید. باید ثابت کنیم:

$$\frac{F_1(t)}{U} + \frac{F_1(t)}{V} = 1$$

به سهولت نتیجه می‌شود:

$$\frac{\overline{Ov}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{Ou}}{\overline{Ou - OP}}$$

یا:

$$\frac{m_1 V}{m_1 F_1(t)} = \frac{m_1 U}{m_1 U - m_1 F_1(t)}$$

یا:

$$\frac{F_1(t)}{U} + \frac{F_1(t)}{V} = 1$$

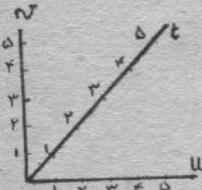
مثال: نموداری برای

معادله:

$$t = \frac{uv}{u+v}$$

تهیه کنید.

این معادله را می‌توان به صورت



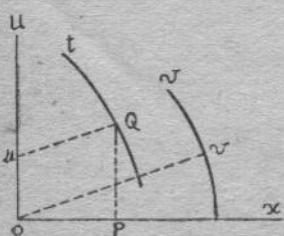
$$\frac{t}{u} + \frac{t}{v} = 1$$

نوشت. مطابق قاعدة فوق نمودار بالا بدست می‌آید.

۵-۱ معادلات قابل تبدیل به شکل زیر:

$$F_1(t) = V \cdot F_1(t) + U$$

دو محور متعامد به مبدأ O را رسم کرده، محور قائم را به u اختصاص داده، مدول آن n را طوری انتخاب می‌کنیم که



ارتفاع کاغذ برای
حداکثر هر دو مقدار
 U و $F_1(t)$ مناسب باشد.

سپس مقیاس u را
به مبدأ O مدرج

با اتصال نقاط نظری Q یک منحنی مدرج بدست می‌آید که مقیاس t خواهد بود.

اثبات: از نقطه u روی مقیاس u به نقطه v روی مقیاس v خطی وصل می‌کنیم. این خط مقیاس t را در نقطه مانند Q نظری t قطع خواهد کرد باید ثابت کنیم:

$$U \cdot F_1(t) + V \cdot F_1(t) = 1$$

که در آن U و V به ترتیب نظری u و v می‌باشند.

از v خطی به موازات AB رسم می‌کنیم تا خطوط PQ را به ترتیب در نقاط Q' و P' قطع نماید. داریم:

$$\frac{\overline{Q'Q}}{\overline{u'u}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{AB}}$$

یا:

$$\frac{\overline{PQ} - \overline{Bv}}{\overline{Au} - \overline{Bv}} = \frac{\overline{AB} - \overline{AP}}{\overline{AB}}$$

یا:

$$\frac{\frac{m}{F_1(t) + F_1(t)} - mV}{mU - mV} = \frac{AB - \frac{F_1(t) \cdot AB}{F_1(t) + F_1(t)}}{AB}$$

بعد از اختصارات لازم نتیجه می‌شود:

$$U \cdot F_1(t) + V \cdot F_1(t) = 1$$

مثال: نموداری برای

معادله:

$$v = ut + \frac{1}{16}t^2$$

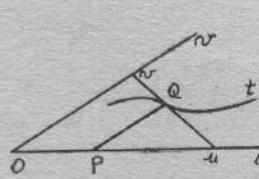
این معادله را می‌توان به شکل

$$\left(\frac{-u}{t} \right) \left(\frac{1}{t} \right) + \left(\frac{v}{16} \right) \left(\frac{1}{t^2} \right) = 1$$

نوشت. چنانچه مطابق قاعدة فوق عمل کنیم نمودار شکل بالا بدست می‌آید.

۵-۲ معادلات قابل تبدیل به شکل زیر:

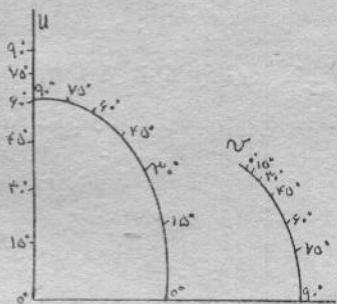
$$\frac{F_1(t)}{U} + \frac{F_1(t)}{V} = 1$$



دو محور متقاطع در نقطه O

را رسم کرده و آنها را مقیاسهای u و v می‌نامیم. نقطه Q برای O هر دو مقیاس مبدأ خواهد بود. با

انتخاب مدولهای m_1 و m_2 آنها را مدرج می‌نمائیم. باز یاد آورمی شویم که روی محورها مقادیر U و V نقل گردیده و در برای تقسیمات u و v درج می‌گردد. حال



تهیه کنید . این - معادله را می توان به صورت :

$$\begin{aligned} & \sin 60^\circ \sin t \\ & = \cos v (\cos 60^\circ \cos t) \\ & + \sin u \end{aligned}$$

نوشته و مطابق قاعدة فوق نمودار مطلوب را تهیه نمود .

۳- معادلات شامل چهار متغیر

۱-۲- معادلات قابل تبدیل به شکل زیر :

$$f_1(u) + f_2(v) + f_3(w) = f_4(t)$$

$$f_1(u) + f_2(v) = q$$

که در آن q تابع غیر مشخصی از متغیر جدیدی می باشد . فرض می کنیم بخواهیم مطابق حالت (۱-۱) نموداری برای این معادله تهیه کنیم . بعداز تکمیل مقیاسهای u و v به سهولت می توان محل و مدول مقیاس q را معین نمود . ولی تعیین نقطه شروع و مدرج کردن مقیاس q مستلزم مشخص بودن تابع q می باشد . حال فرض می کنیم بخواهیم نموداری برای معادله

$$q + f_3(w) = f_4(t)$$

تهیه کنیم . مقیاس w را در محل مناسبی رسم کرده ، مبدأ و مدول مناسبی برای آن انتخاب کرده و آنرا مدرج می کنیم . با معلوم بودن مدولهای q و w می توان محل و مدول مقیاس t را تعیین کرد . نقطه شروع مقیاس t به این ترتیب بددست می آید که مقادیر دلخواهی مانند u ، v و w به سه متغیر اول داده و مقدار t را برای متغیر چهارم از معادله اصلی بدست می آوریم : حال محل تقاطع خط u و v را با محور q معین کرده سپس نقطه تقاطع را به w وصل کرده محل تقاطع خط واصل را با مقیاس t معین کرده و آنرا t می نامیم . با این ترتیب می توان مقیاس t را نیز مدرج کرد . پس چهار مقیاس مدرج و یک مقیاس غیر مدرج q بددست می آید .

برای استفاده از نمودار باید در نقطه بگیریم که دو خط uv و tw روی خط q تلاقی می کنند .

$$t = w\sqrt{uv}$$

مثال - معادله :

می کنیم . محور افقی را ox نامیده و مدول آن m را طوری انتخاب می کنیم که برای حداکثر $F_v(t)$ مناسب باشد . بعد به ازاء مقادیر مختلف t مقدار PQ را ازروابط زیر حساب کرده و نقاط نظری Q را بددست آورده و پهلوی آن مقدار نظری t را می نویسیم :

$$OP = mF_v(t)$$

$$PQ = MF_v(t)$$

با اتصال نقاط نظری Q یک منحنی مدرج بددست می آید که مقیاس t خواهد بود .

حال دایره به مرکز O وشعاع دلخواه رسم کرده و آنرا مقیاس V بر می گزینیم . برای مدرج کردن آن به ازاء مقادیر مختلف V مقادیر نظری V را حساب کرده ، از نقطه O شعاعهایی از دایره را رسم می کنیم که ضریب زاویه آنها نسبت به محور ox مساوی $\frac{n}{m}V$ باشد . روی نقاط تلاقی شعاعها با دایره O مقادیر V را یادداشت می کنیم . به این ترتیب سه مقیاس مدرج بددست می آید . موقع بکار بردن نمودار باید در نقطه V که خط واصل مابین u و t با خط واصل مابین o و v موازی می باشند بنابراین باید وسیله ای برای رسم دو خط موازی در اختیار داشته باشیم .

اثبات : از u به t وصل کرده ، از O خطی به موازات ut رسم می کنیم تا دایره O را در نقطه V قطع کند باید ثابت کنیم سه مقدار u و t و v در معادله اصلی صدق می کند . ضریب زاویه خط ut عبارتست از :

$$\frac{PQ - nU}{OP}$$

ضریب زاویه ov عبارتست از $\frac{n}{m}V$ چون این دو خط موازیند بنابراین :

$$\frac{PQ - nU}{OP} = \frac{n}{m}V$$

یا :

$$\frac{nF_v(t) - nU}{mF_v(t)} = \frac{n}{m}V$$

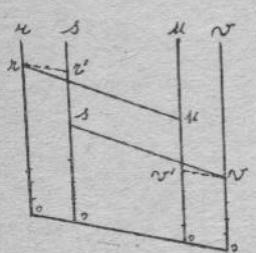
یا :

$$F_v(t) = VF_v(t) + U$$

مثال : نموداری برای معادله :

$$\sin u = \sin 60^\circ \sin t - \cos 60^\circ \cos t \cos V$$

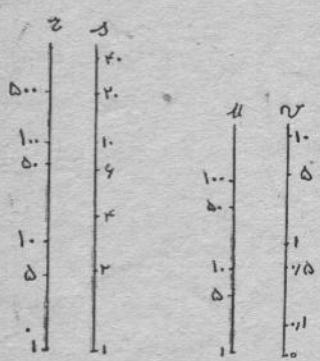
r و u و v می باشند . مقیاسهای r و s را به فاصله معین رسم کرده و مقیاسهای u و v را طوری رسم می کنیم که فاصله آنها مساوی با فاصله مقیاسهای r و s باشد . نقاط صفر هر چهار مقیاس را روی یک خط مستقیم برگزیده و مدول هر چهار مقیاس



را مساوی m گرفته و آنها را مدرج می کنیم . به این ترتیب که mV و mU و mS و mR مقادیر را روی مقیاسها نقل نموده و متقابل آنها مقادیر r و s و u و v را می نویسیم .

برای استفاده از نمودار باید در نظر گرفت که خطوط ru و sv موازی می باشند .

اثبات - فرض می کنیم خطوط ru و sv موازی می باشند .



باید ثابت کنیم چهار مقدار r ، u ، v و s در معادله اصلی صدق می کنند . از نقاط r و v به موازات خط u و s و اصل ما بین نقاط صفر چهار مقیاس رسم می کنیم تا به ترتیب مقیاسهای s و u را

را در نقاط r' و v' قطع نماید . به سهولت می توان دریافت . $R - S = U - V$

مثال - معادله $us = 32/2vr$ را می توان به شکل

زیر نوشت :

$$\log r - 2 \log s = \log u - \log (32/2v)$$

مطابق قاعده فوق نمودار بالا بدست می آید .

در پایان بعضی از منابع موجود درباره موضوع مورد

بحث جهت مراجعت علاقمندان نامبرده می شود :

مؤلف

d'Ocagne

Douglass and Adams

Runge

Peddle

Kraitchik

Brodetsky

Schwerdt

را می توان به شکل زیر

نوشت :

$$\frac{1}{2} \log v + \frac{1}{2} \log u + \log w$$

= $\log t$

پس :

$$f_1(u) = \frac{1}{2} \log u$$

$$f_2(v) = \frac{1}{2} \log v$$

$$f_3(w) = \log w$$

$$f_4(t) = \log t$$

به سهولت می توان نمودار را تهیه کرد .

۳-۳ تهیه نمودار جهت معادلات به شکل :

$$U \cdot F_1(r+s) + V \cdot F_2(r+s) = 1$$

$$\frac{F_1(r+s)}{U} + \frac{F_2(r+s)}{V} = 1$$

$$F_2(r+s) = V \cdot F_1(r+s) + U$$

که در آنها U تابعی از v ، U تابعی از v و $F_1(r+s)$ توابعی از $r+s$ می باشند .

(۵-۱) و (۴-۱) و (۵-۱) می توان به ترتیب از طرق ۳-۱، ۴-۱ و ۵-۱ استفاده نمود . به این ترتیب که به ازاء $r = 1$ معادلات بالا بدحالات قبل راجع گردیده و به سهولت می توان نمودار برای آنها تهیه کرد . البته سه مقیاس u و v و w بدست خواهد آمد . حال اگر $r = 2$ فرض شود و مقیاسهای u و v ثابت فرض گردد ، مقیاس دیگری برای w بدست خواهد آمد . و به همین ترتیب به ازاء سایر مقادیر r مقیاسهای دیگری برای w بدست می آید روى این مقیاسها r مربوطه را یادداشت می کنیم . به همین ترتیب به ازاء مقادیر مختلف s مقیاسهای مختلف جهت r بدست می آید .

به سهولت می توان نمودار را تهیه کرد .

۳-۲ معادلات قابل تبدیل به شکل زیر :

$$R - S = U - V$$

که در آن R و S و U و V به ترتیب تابعی از r و

کتاب

Traité de Nomographie

Elements of Nomography

Graphical Methods

Construction of Graphical Charts

Alignment Charts

A First Course in Nomography

Lehrbuch der Nomographie

کسر های مسلسل

ترجمه هگردیج تومانیان دانشجوی ریاضی دانشکده علوم

از مباحث مهم نظریه اعداد ، مبحث کسر های مسلسل است که ابتدا یونانیان به آن پرداخته اند و بعد از مخصوصاً نزد ریاضیدانهای اسلامی مورد توجه بوده است . ریاضیدان فاغل ایرانی خیاث الدین جمشید کاشانی در باره کسر های مسلسل کارهای با ارزشی انجام داده است . استاد دکتر هشت روی در دروس خود برای دانشجویان رشته ریاضی دانشرای عالی در باره کسر های مسلسل و خواص و موارد استعمال آن به تفصیل صحبت گرده اند و در این باره جزو های از ایشان فراهم شده است . آنچه که در زیر چاپ می شود از یک کتاب درسی ارمنستان هوروی ترجمه شده است .

$$1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$1 : \frac{5}{4} = \frac{4}{5}$$

$$3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$$

$$1 : \frac{19}{5} = \frac{5}{19}$$

$$2 + \frac{5}{19} = \frac{43}{19}$$

$$(293 \cdot 1 \cdot 4) = \frac{43}{19}$$

در نتیجه

تبديل کسر معکارفی به کسر مسلسل :

هر کسر معکارفی را می توان به کسر مسلسل تبدیل کرد :

کسر $\frac{A}{B}$ را در نظر می گیریم . خارج قسمت تقسیم صورت را

بر مخرج a و باقیمانده آن r می نامیم پس می توان نوشت :

$$\frac{A}{B} = a + \frac{r}{B}$$

عبارتی مانند :

$$a + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots + \frac{1}{a_n}}}}$$

که به اختصار به صورت $(a_1 \dots a_n)$ نوشته می شود کسر مسلسل نامیده می شود و در آن $(a_1 \dots a_n)$ اعداد صحیح و مثبت اند .

کسر های :

$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n}$ را کسر های ترسیب گفته یا تحریه نامند .

تبديل کسر مسلسل به کسر معکارفی :

کافیست اعمال نشان داده شده ، در کسر مسلسل را به -

صورت بر گشت انجام دهیم :

مثال :

$$2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{4}{9}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{4}{13}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{4}{17}}$$

۱- در اصطلاح ریاضیدانهای گذشته ، حلقة محوله

$$\frac{A}{B} = a + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots + \frac{1}{a_n}}}$$

تبصره: در اعمال فوق ملاحظه می شود که:

$$(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

مقسوم علیه هایی هستند که از تقسیم A بر B و B بر اولین باقیمانده و اولین باقیمانده بر دومن باقیمانده ... بدست می آیند به عبارت دیگر (a_n, a_2, \dots, a_1) مقسوم علیه هایی هستند که در هنگام پیدا کردن بزرگترین مقسوم علیه A و B از طریق تقسیمات متواتی پیدا می شوند و بهمین جهت آنها را مقسوم علیه هایی کسر مسلسل می خوانند:

مثال: کسر $\frac{40}{17}$ را به کسر مسلسل تبدیل کنید:

	2	2	1	5
40	17	6	5	1
6	5	1	0	

در نتیجه:

$$\frac{40}{17} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}$$

کسرهای تقریب:

اگر چندگرہ از ابتدای کسر مسلسل را انتخاب کرده و از بقیه صرف نظر نمائیم و کسر منتخب را به کسر متعارف تبدیل کنیم، نتیجه مقدار تقریبی کسر مسلسل خواهد بود: برای یافتن اولین کسر تقریب، اولین گره و برای تعیین دومن کسر تقریب، دوگره اول و برای سومین کسر سه گره اول را به کسر متعارف تبدیل می کنیم:

مثال: سه کسر تقریب از کسر زیر را می نویسیم:

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

اولین کسر تقریب $= \frac{3}{1}$

فرض شده است در صورتی که $A > B$ باشد $a = 0$

و $r = A$ خواهد بود)

صورت و مخرج کسر $\frac{r}{B}$ را بر r بخش نموده و خارج قسمت

را a_1 و باقیمانده آنرا r_1 می نامیم:
داریم:

$$\frac{r}{B} = \frac{1}{B} = \frac{1}{a_1 + \frac{r_1}{r}}$$

صورت و مخرج کسر $\frac{r_1}{r}$ را بر r_1 بخش نموده و خارج قسمت را a_2 و باقیمانده را r_2 می نامیم:

$$\frac{r_1}{r} = \frac{1}{r} = \frac{1}{a_2 + \frac{r_2}{r_1}}$$

عمل را به همین منوال ادامه می دهیم:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{r_1} = \frac{1}{a_2 + \frac{r_2}{r_1}}$$

$\dots = \dots = \dots$

$$\frac{r_{n-1}}{r_{n-2}} = \frac{1}{r_{n-2}} = \frac{1}{a_n + \frac{r_n}{r_{n-1}}}$$

اگر $r_n = 0$ باشد عمل خاتمه می یابد و خواهیم داشت:

$$\frac{r_{n-1}}{r_{n-2}} = \frac{1}{a_n}$$

حال اگر در کسر $\frac{A}{B} = a + \frac{r}{B}$ به جای $\frac{r}{B}$ و در کسر:

$$\frac{1}{a_1 + \frac{r_1}{r}} = \frac{r}{B}$$

به جای $\frac{r}{B}$ الى آخر مقادیر پیدا شده را جایگزین نمائیم
خواهیم داشت:

$$\frac{A}{B} = a + \frac{r}{B} = a + \frac{1}{a_1 + \frac{r_1}{r}}$$

خارج قسمت تقسیم ضرایب x و y را به کسر مسلسل تبدیل می‌کنیم :

$$\frac{43}{15} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{2}}}$$

کسر تقریب آخر و ماقبل آخر را پیدا می‌کنیم اختلاف آن دو کسری است که صورت آن $\underline{+1}$ و مخرج آن حاصل ضرب مخرج‌های دو کسر خواهد بود پس داریم :

$$\frac{43}{25} - \frac{20}{7} = \frac{1}{15 \times 2}$$

طرفین را در 15×2 ضرب می‌کنیم :

$$(43)(2) - (20)(15) = 1$$

طرفین را برابر می‌کنیم :

$$43(56) + 15(-160) = 8$$

با مقایسه تساوی اخیر و معادله مفروض تیجه می‌شود :
که $x = 56$ و $y = -160$ و جوابهای معادله به صورت کلی زیرنوشته می‌شوند :

$$y = 43t - 160 \quad x = 56 - 15t$$

تعیین مقدار تقریبی جذر اعداد به کمک کسر مسلسل :

مثال : مطلوبست مقدار $\sqrt{41}$

بزرگترین عدد صحیح موجود در $\sqrt{41}$ عدد ۶ می‌باشد

و چنین می‌نویسیم :

$$\sqrt{41} = 6 + \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \sqrt{41} - 6$$

$$(1) \quad x = \frac{1}{\sqrt{41} - 6} = \frac{\sqrt{41} + 6}{5}$$

بزرگترین عدد صحیح موجود در x برابر ۲ می‌باشد پس داریم :

$$\frac{\sqrt{41} + 6}{5} = 2 + \frac{1}{y}$$

$$(2) \quad y = \frac{\sqrt{41} + 4}{5}$$

به همین ترتیب داریم :

$$\frac{\sqrt{41} + 4}{5} = 2 + \frac{1}{z}$$

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \quad \text{دومین کسر تقریب}$$

$$3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}} = \frac{10}{3} \quad \text{سومین کسر تقریب}$$

چهارمین کسر تقریب مقدار حقیقی کسر مسلسل فوق خواهد بود که برابر $\frac{27}{8}$ است.

قضیه : اختلاف دو کسر تقریب متوالی برابر کسری است که صورت آن $\underline{+1}$ و مخرج آن حاصل ضرب مخرج‌های این دو کسر تقریب خواهد بود : برای اثبات حالت کلی را در نظر گرفته و کسرهای تقریب a_1, a_2, \dots, a_n را می‌نویسیم :

$$1) \quad \frac{a}{1}$$

$$2) \quad \frac{a}{1} + \frac{1}{a_1} = \frac{aa_1 + 1}{a_1}$$

$$3) \quad \frac{a}{1} + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2}} = a + \frac{1}{a_1 a_2 + 1}$$

$$= a + \frac{a_2}{a_1 a_2 + 1} = \frac{aa_1 a_2 + a + a_2}{a_1 a_2 + 1}$$

$$= \frac{(aa_1 + 1)a_2 + a}{a_1 a_2 + 1}$$

حال اختلاف دو کسر متوالی را می‌یابیم .

$$\frac{(aa_1 + 1)a_2 + a}{a_1 a_2 + 1} - \frac{aa_1 + 1}{a_1}$$

$$= \frac{(aa_1 + 1)a_1 a_2 + aa_1 - (aa_1 + 1)(a_1 a_2 + 1)}{a_1(a_1 a_2 + 1)}$$

$$= \frac{(aa_1 + 1)(a_1 a_2 - a_1 a_2 - 1) + aa_1}{a_1(a_1 a_2 + 1)}$$

$$= \frac{aa_1 - aa_1 - 1}{a_1(a_1 a_2 + 1)} = \frac{-1}{a_1(a_1 a_2 + 1)}$$

قضیه برای سه کسر اول صادق بوده و به کمک استقراء ریاضی ثابت می‌شود که برای کسرهای دیگر نیز صادق است .

حل معادله سیاله به کمک کسر مسلسل :

مثال مطلوبست حل معادله دو مجهولی :

$$43x + 15y = 8$$

$$10^{\frac{1}{z}} = 2 \Rightarrow 10 = 2^z \quad 3 < z < 4$$

$$\Rightarrow z = 3 + \frac{1}{z_1}$$

$$10^1 = 2^{z_1} = 8(2)^{1/z_1} \Rightarrow (2)^{1/z_1}$$

$$= \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \Rightarrow 2 = \left(\frac{5}{4}\right)^{z_1}$$

با کمی دقت معلوم می‌شود که :

$$z_1 = 3 + \frac{1}{z_2} \text{ یا } 3 < z_1 < 4$$

$$2 = \left(\frac{5}{4}\right)^{z_1} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 \left(\frac{5}{4}\right)^{1/z_2} = \left(\frac{125}{64}\right) \left(\frac{5}{4}\right)^{1/z_2}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{1/z_2} = 2 : \frac{125}{64} = \frac{128}{125}$$

$$\frac{5}{4} = \left(\frac{128}{125}\right)^{z_2} \quad 9 < z_2 < 10$$

در صورت کفايت تقریب $z_2 = 9$ فرض می‌کنیم.

$$z_1 = 3 + \frac{1}{z_2} = 3 + \frac{1}{9}$$

$$z = 3 + \frac{1}{z_1} = 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{9}}$$

$$x = \frac{1}{z} = \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{9}}} \quad \# 0 / 30107$$

جواب تا یک ده هزارم تقریب صحیح بوده و ادامه عمل مقدار صحیحتری برای x به دست می‌دهد.

$$(3) \quad z = \sqrt{41} + 6$$

$$\sqrt{41} + 6 = 12 + \frac{1}{v}$$

$$(4) \quad v = \frac{\sqrt{41} + 6}{5}$$

با مقایسه (1) و (4) نتیجه می‌شود $x = v$ و به کمک تساویهای (۱ و ۲ و ۳ و ۴) داریم :

$$\begin{aligned} \sqrt{41} &= 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{12 + \frac{1}{x}}}} \\ &= 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{12 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{12}}}}}}} \end{aligned}$$

به کمک کسر مسلسل اخیر می‌توان $\sqrt{41}$ را با تقریب مطلوبی محاسبه کرد.

تعیین مقدار نظریه لگاریتم اعداد

به کمک کسرهای مسلسل :

مثال - مطلوب است تعیین $\log_{10} 2$ ، فرض می‌کنیم :

$$\log_{10} 2 = x$$

$$10^x = 2$$

بزرگترین مقدار صحیح x را با تجسس پیدا می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} 10^0 = 1 \\ 10^1 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 < x < 1 \quad x = \frac{1}{z}$$



چگونه مسئله‌ای را حل کنیم؟

ترجمه: هشتمین زاده

تألیف: G. POLYA

-۴-

مسئله ثابت کردنی

ظر داشته باشد که باید یادداشت‌های را که روی شکل کرده‌اید بکار ببرید.

$A \parallel B$ و C در یک صفحه‌اند و A' و B' و C' در صفحه‌ای دیگر. داریم $AC \parallel A'C'$ ، $AB \parallel A'B'$. بعلاوه AB همجهت با $A'B'$ و نیز AC همجهت با $A'C'$ است.

حکم چیست؟

$$\wedge \quad \wedge \\ BAC = B'A'C'$$

درست به حکم دقیق کنید و سعی کنید قضیه‌ای را به خاطر بیاورید که دارای همین حکم یا حکمی مشابه باشد.

- اگر دو مثلث متساوی باشند، زوایای متناظر آنها متساوی هستند.

بسیار خوب. پس این قضیه‌ای است که شمارا به مسئله مطرح شده نزدیک می‌کند و به کمک آن می‌توانید مسئله را ثابت کنید. آیا می‌توانید از این قضیه استفاده کنید؟

- فکر می‌کنم که بتوانم، ولی خوب نمی‌دانم که چطور باید عمل کرد.

آیا برای استفاده از این قضیه، باید از یک چیز دیگری کمک بگیرید؟

-

خوب! نگاه کنید! در قضیه‌ای که هم‌اکنون بیان کردید، صحبت از یک جفت مثلث متساوی کردید. آیا در شکلی که کشیده‌اید، اصولاً مثلثی وجود دارد؟

- نه، ولی می‌توانم آنها را بمنظر بیاورم. B را به C وصل می‌کنم و B' را به A' . حالا دو مثلث دیده می‌شود،

دو زاویه در دو صفحه مختلف واقعند، و هر یک از اضلاع یکی موازی و همجهت با اضلاع متناظر از دیگری است، ثابت کنید که این دو زاویه برابرند. این مسئله این یکی از قضایای اصلی هندسه فضایی است. این مسئله را می‌توان برای دانش آموزانی مطرح کرد که درباره هندسه مسطوحه کما بیش تجربیاتی اندوخته و از هندسه فضایی مقدماتی می‌دانند. (قضیه‌ای را که عنوان کردیم وهم اکنون به حل و اثبات آن خواهیم پرداخت، در بند ۱۵ کتاب نهم مقدمات اقلیدس آمده است).

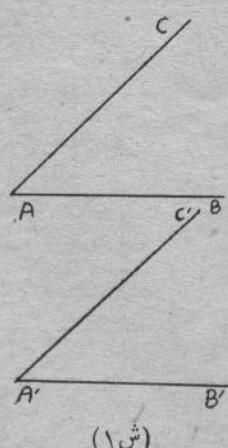
«فرض چیست؟

- دو زاویه در دو صفحه مختلف واقعند. هر یک از اضلاع یکی موازی و همجهت با اضلاع متناظر دیگری است.

حکم چیست؟

زوايا متساوی هستند.
شکلی مناسب رسم کنید. یادداشت‌های لازم را روی شکل انجام دهید».

دانش آموز شکلی
نظیر شکل ارسم می‌کند،
و در انتخاب حرروف
شکل، کما بیش، از
معلم کمک می‌گیرد.



«فرض چیست؟

آن را به صورت
فرمول بیان کنید. در

ختم می شود : «.... در نتیجه دو پاره خط متساویند.»، ولی در این حالت مناسب نیست.

آیا برای آنکه بتوانید از آن استفاده کنید؟ باید از یک چیز غیر مشخص دیگر کمک بگیرید؟

چطور ممکن است که ثابت کنید که $BC = B'C'$ ، در حالی که در شکلی که کشیده اید ، هیچ ارتباطی بین BC و $B'C'$ وجود ندارد

آیا فرض را بکار بردید؟ فرض چیست؟

- مافرض کردیم $AB \parallel A'B'$ و $AC \parallel A'C'$ ، بلی مسلماً باید از این فرض استفاده کنیم.

آیا فرض را به طور کامل بیان کردید؟ شما گفتید آیا تمام اطلاعاتی که درباره این پاره خطها دانید همین است؟

- نه ، طبق ترسیمی که کردیم AB مساوی $A'B'$ است در حقیقت این دو قطعه خط با یکدیگر متساوی و متوازی هستند همچنین است درباره پاره خطهای AC و $A'C'$.

دو پاره خط که هم متوازیند و هم متساوی - شکل خارجی جالبی دارد. آیا بخاطر می آورید؟

- البته ، مسلم است: شکل خارجی آنها یک متوازی الاضلاع است . من A را به A' ، B را به B' و C را به C' وصل می کنم .

فکر بدی نیست . حالا چندتا متوازی الاضلاع دارید؟ - دو تا . نه ، سه تا . نه ، دو تا . من با اطمینان کامل می توانم به شما بگویم که می توان فوراً پی به وجود دو متوازی الاضلاع برد .

یک متوازی الاضلاع ثالثی نیز ظاهرأ به چشم می خورد . امیدوارم که بتوانم ثابت کنم که یک متوازی الاضلاع دیگر هم هست ، و در نتیجه کار تمام است .

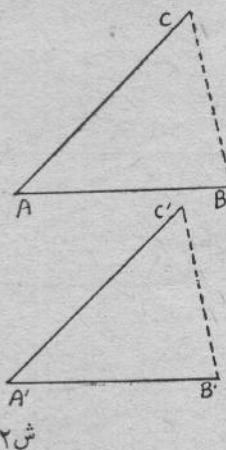
در آغاز مکالمه تصویر اینکه با داش آموزی با هوش رو برو هستیم طبیعی بود : ولی توجه اخیر این داش آموز هیچ گونه شکی باقی نمی گذارد که او با هوش است ، اولیا قت دارد که یک نتیجه ریاضی را پیش بینی کند و می تواند بطور وضوح بین آنچه که پیش بینی کرده و آنچه که باید ثابت کند رابطه ای برقرار سازد . او تا آنجا پیش رفته است که به پیش بینی خود اعتماد کامل دارد ، بنابراین او از دروس ریاضی خود حقیقتاً بهره مند شده است : او حالا دارای تجربه ای است عملی بطوری که می تواند جواب مسأله را حدس بزند و طرح حل مسأله را ارائه بدهد و نتیجه آن را عمیقاً بررسی نماید .

$A'B'C'$ کاملاً درست است ، ولی این مثلثها به چه کاری می خورند؟

- برای اثبات حکم ،
یعنی اینکه

$$\triangle BAC = \triangle B'A'C'$$

خوب اگر می خواهید
این حکم را ثابت کنید ،
به چه نوع مثلثهایی
احتیاج دارید؟
- به مثلثهای متساوی .



ش ۲

بلی ، کاملاً متوجه شدم و مطمئن هستم که درست فهمیدم . باید B ، C و C' را طوری انتخاب کنم که

$$AB = A'B' \text{ و } AC = A'C'$$

بسیار خوب . حالا ، چگونه آن را ثابت می کنید؟
- من ثابت می کنم که دو مثلث متساویند .

$$\triangle ABC = \triangle A'B'C'$$

اگر بتوافقیم تساوی دو مثلث را ثابت کنم ، حکم

$$\triangle BAC = \triangle B'A'C'$$

فوراً از آن نتیجه می شود .

احست . شما یک هدف جدید بدست آورید به عبارت دیگر حکم جدیدی را جستجویی کنید . به حکم جدید دقت کنید و سعی کنید که قضیه ای را بخاطر بیاورید که از همین نوع و دارای همین حکم یا حکمی مشابه باشد .

- اگر سه ضلع یک مثلث به ترتیب با سه ضلع مثلث دیگر برابر باشند ، آن دو مثلث متساویند .

خوب ، انتخاب نسبتاً خوبی است . این قضیه نیز شما را به حل مسأله نزدیک می کند و قبل آن را اثبات کرده اید . آیا می توانید از این قضیه در حل مسأله استفاده کنید؟

- بلی ، البته به شرط آنکه بدانم

درست است ، پس حالا هدف شما چیست؟

$$BC = B'C'$$

- اثبات اینکه

سعی کنید که قضیه ای را به خاطر بیاورید که از همین نوع و دارای همین حکم یا حکمی مشابه باشد .

- من چنین قضیه ای را می شناسم که بالاخره به این جمله

راهنمای حل

مسائل مقدماتی هندسه

Résolution des problèmes élémentaires de géométrie

تألیف : E. J. Honnet - ترجمه : ع. م. جاپ هفتم . پاریس : ۱۹۶۳

-۳-

بخش دوم

مسائل مربوط به خواص توصیفی اشکال

بردايره رسم شود از وسط AD می گذرد (شکل ۱۷) .
مقصود از حل مسئله اثبات تساوی دو قطعه خط AM و MD است.

اولین عمل : اثبات تساوی دو قطعه خط MC و MD
دومین عمل : اثبات اینکه مثلث CMD متساوی الساقین
است که باید ثابت کرد دو زاویه C و D متساویند و نتیجه گرفت
که دو قطعه خط MC و MD متساویند.

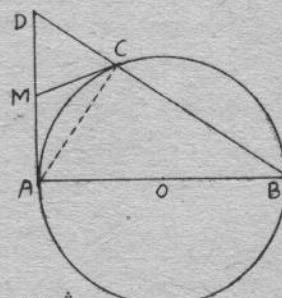
سومین عمل : نتیجه گرفتن از عملیات فوق برای تساوی

$AM = MD$

مالحظه می شود که حل مسئله مستلزم شناسائی مراحل
فوق الذکر یعنی حل چند مسئله ساده گفته شده می باشد.
در فصلهای آینده روشهای اساسی حل یک چنین مسائل
ساده‌ای مطرح می شود.

یک مسئله حساب ترکیبی است از مسائل ساده مقدماتی
که حل هریک با بکار بستن یک عمل ساده جمع ، تفریق ،
.... تناسب ، انجام می پذیرد. عموماً یک مسئله هندسه نیز چنین
است؛ دنباله‌ای است از مسائل مقدماتی که شامل یکی از
عملیات زیراست : اثبات تساوی دو قطعه خط ، اثبات تساوی دو
زاویه ، اثبات توازی دو خط ، اثبات اینکه دو خط بر یکدیگر
عمودند وغیره ...

مثال_ در یک دایره
به مرکز O و به قطر
 AB ، وتر BC را
رسم می کنیم و امتداد
می دهیم تا ماس مرسوم
در نقطه A را در
قطع کند. ثابت کنید
هماسی که در نقطه C



ش ۱۷

فصل یکم

چگونگی اثبات تساوی دو قطعه خط

مثلث یا یک ذوزنقه متساوی الساقین است یا اینکه چند نقطه برای
دایره واقعند و یا اینکه یک چندضلعی منتظم است، وغیره.

نخستین روش - انطباق دو قطعه خط

این روش مبتنی بر تعریف تساوی دو قطعه خط است و در

مسئله تساوی دو قطعه خط ، مسئله ساده‌ای است که زیاد
با آن مواجه می شویم ، زیرا ، علاوه بر حالاتی که موضوع اصلی
مسئله اثبات تساوی دو قطعه خط است در بسیاری از مسائل دیگر
من غیرمستقیم مورد استفاده می باشد؛ مثل ادار مورد تساوی دو مثلث ،
دو چندضلعی ، اثبات اینکه یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع ،
لوژی ، مربع مستطیل و یا مربع است؛ برای اثبات اینکه یک

$$\text{حکم : } CF = DG$$

حل - قطر PN را در میان M و سط AB بگذارد.

این قطر بر AB عمود است. حال اگر این قطر PN را لولا فرض کرده صفحه شکل را حول آن تا کنیم MA و MB بر یکدیگر منطبق شده و DG هم برهم منطبق خواهد شد زیرا $MD = MC$ و $CF = MA$ و $DG = MB$ عمود است سپس PN نیز بر یکدیگر منطبق می‌شوند و چون دو نیم‌دایره DG در این دوران برهم منطبق خواهد شد پس دو نقطه F و G نیز بر یکدیگر منطبق شده و نتیجه می‌شود که :

$$CF = DG$$

تمرینات

تمرینهای زیر راه حلی از نوع مسئله فوق الذکر دارند.

۱ - دو دایره متحوالمر کر مفروض است . و تری رسم می‌کنیم که دایره کوچکتر را در A و B دایره بزرگتر را در C قطع می‌کند . ثابت کنید که :

$$AD = BC \quad AC = BD$$

۲ - در دایره به مرکز O و تر AB را در رسم می‌کنیم و سط کمان بزرگتر AB را M و سط کمان کوچکتر آنرا M' می‌نامیم . خطوط AM و $M'BM$ و MAB را در رسم می‌کنیم که دایره را در D و F قطع می‌کنند . و خط DF را نیز رسم می‌کنیم که MM' را در H تلاقی می‌کند . ثابت کنید :

$$DH = HF \quad (1)$$

را در I روی MM' قطع می‌کنند.

۳ - مسئله کوتاهترین راه - خط xy و دو نقطه A و B واقع در یک طرف آن مفروض است ، روی xy یک نقطه C را چنان تعیین کنید که $AC + CB$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد . راهنمائی - قرینه B را نسبت به xy درنظر بگیرید .

۴ - زاویه Oy و دو نقطه A و B واقع در داخل آن مفروض است . متوجه کی از A شروع به حرکت کرده بعد از آنکه دو پل زاویه را تلاقی می‌کند در B متوقف می‌شود . کوتاهترین مسیر ممکن را تعیین کنید .

متن درس برای اثبات قضیه زیر بکار رفته است:

نیمساز زاویه رأس مثلث متساوی الساقین میانه قاعده می‌باشد .

این روش در حل مسائل به صورت کاملاً خاص زیر استعمال می‌شود : دو قطعه خط که نسبت به یک محور قرینه باشند متساویند خطوط متقابن نسبت به یک محور - یک محور یعنی یک خط نامحدود باوضع ثابت ، صفحه را به دو نیم صفحه تقسیم می‌کند . محور صفحه Px را به دو قسم

صفحة P_8 و P_9 تقسیم

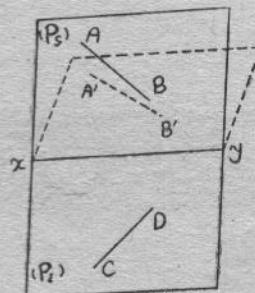
کرده است (شکل ۱۸)

قطعه خط AB را در

نیم صفحه P_8 در نظر می‌

گیریم این نیم صفحه را

حول لوای xy می-



ش ۱۸

چرخانیم تا بر نیم صفحه P_1 منطبق شود ، در این حال قطعه خط AB در وضعی ما نند CD بر نیم صفحه P_8 واقع خواهد شد . قطعه خط CD « قرینه AB نسبت به محور xy » نامیده می‌شود . مسلم است که دو قطعه خط AB و DC با یکدیگر متساویند .

مسئله - روی وتر AB از دایره O دونقطه C و D را

به یک فاصله از M وسط

AB اختیار می‌کنیم و

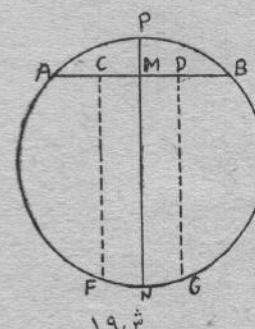
در این دونقطه عمدهای

AB را BG و CF

ومحدود به دایره رسم

می‌کنیم . ثابت کنید که

(شکل ۱۹) $CF = DG$



$$AM = MB \quad (1) \quad \text{و سط } AB \text{ میانی:}$$

$$MC = MD \quad (2) \quad \text{و سط } AB \text{ میانی:}$$

$$AB \perp CF \quad (3) \quad \text{و سط } AB \text{ عمود است}$$

$$AB \perp DG \quad \text{و سط } AB \text{ عمود است}$$

فرم:



مسائل امتحانات ثلث اول دبیرستانها

دبیله از شماره قبل؛ مسائلی که تا آخر دیماه واصل شده است در این شماره چاپ می‌شود.
عبارات مسائل به همان نحو که روی اوراق مربوط نوشته شده است بدون هیچگونه تغییری چاپ می‌گردد. بعضی از
دانش آموzan مسائل ارسالی را در دو روی کاغذ نوشته‌اند که فقط مطالب یک روی کاغذ چاپ شده است.

کلاس چهارم طبیعی

جبر

دبیرستان شاهپور بابل - فرستنده: محسن قاجارالدینی

۱- مخرج کسر زیر را گویا کنید:

$$\frac{37}{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$$

۲- ضرب زیر را انجام دهید:

$$\sqrt[3]{a^2b} \times \sqrt[3]{b^2c} \times \sqrt[3]{a^2bc}$$

۳- کسر زیر را ساده کنید:

$$\frac{(a-b-x)[x^2-(a+b)^2]}{(x-a-b)[a^2-(x+b)^2]}$$

۴- عبارت زیر را ساده کنید:

$$(x+y)^3 - z^3$$

۵- صحت تساوی زیر را تحقیق کنید:

$$\sqrt{x+\sqrt{40}} - \sqrt{7-\sqrt{40}} = 2\sqrt{2}$$

فیزیک

دبیرستان علامه دهخدا - دبیر: احمد مرشدی

۱- واحد زمان را تعریف کنید.

۲- نیرو را تعریف کنید.

۳- شرط تعادل یک جسم.

۴- طرق کم کردن نیروی اصطکاک.

۵- تعریف توان و واحدهای آن.

«سؤال امتحان جبر ثلث اول سال دوم

دانش‌آموزی دختران بروجرد»

طرح - حسین صالحی

نقاط (۱) A و (۲) B و C به طول

روی محور X ها مفروضند.

۱- m را طوری تعیین کنید که نقطه C روی خط:

$5y+x=3$ واقع باشد.

۲- هر گاه $m=3$ باشد ثابت کنید مثلث ABC

متساوی الساقین است.

۳- تحقیق کنید مثلث قائم الزاویه است.

۴- معادله میانه های AM و BM' را نوشته مختصات

نقطه G محل برخورد سه میانه مثلث را بدست آورید و تحقیق

کنید طول G مساوی ثلث مجموع طولهای رؤس و عرض G

مساوی مثلث مجموع عرضهای رؤس مثلث می‌باشد.

۵- ثابت کنید $AG = \frac{2}{3}AM$ می‌باشد.

۶- تحقیق کنید $BM' = \frac{1}{2}AC$ است سپس شعاع دایره

محیطی مثلث و مختصات محل برخورد سه عمود منصف اضلاع

آنرا بدست آورید.

۷- مقدار خطوط مثلثاتی زاویه A را محاسبه کنید.

۸- مطلوب است مختصات رأس D از مربع ABCD.

۹- اگر مبدأ مختصات را به محل تلاقی سه ارتفاع مثلث

و محور هارا به موازات خود انتقال دهیم مطلوب است مختصات

جدید رؤس B و D و معادله جدید ضلع AC.

- نامعادله زیر را حل کنید :

$$|x| > -3$$

- مطلوبست حاصل عبارت

$$\sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}}$$

- ثابت کنید کلیه عدد هایی که به صورت $\frac{1}{10^{2p}+1} + \frac{1}{4^{2p}-1}$ می باشند بر ۱۱ و کلیه اعدادی که به صورت $3^{2p} - 4^{2p}$ می باشند بر ۷ بخش پذیرند.

- کثیرالجمله $x^4 - 3x^3 + x^2 + 1$ را بر حسب قوای $(x+1)$ بنویسید.

- چند جمله‌ای درجه دوم $f(x)$ را طوری بنویسید که $f(2) = f(3) = 0$ بوده و $f(4) = 0$ باشد.

- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید :

$$\frac{a-b}{\sqrt[3]{a^3} + \sqrt[3]{b^3} + \sqrt[3]{ab}} \quad \text{و} \quad \frac{\sqrt[3]{48} + \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{108} - \sqrt[3]{180}}$$

دیبرستان ۱۵ بهمن بهشهر - دیبر: تهرانی، فرستنده: یزدان پناه

سؤال اول : نقصیم زیر را حل کنید

$$(x^{-1} - y^{-1}) : (x^{-\frac{1}{4}} - y^{-\frac{1}{4}})$$

سؤال دوم : مقدار عددی عبارت زیر را حساب کنید .

$$[9^{-\frac{1}{25}} + (\frac{1}{3^{-\frac{1}{15}}} - \frac{2}{4})] [9^{-\frac{1}{25}} - (3\sqrt{2})^{\frac{1}{2}}]$$

دیبرستان پهلوی ساری - دیبر: جوادزاده - فرستنده: محمد تقی‌سی

- تابع $f(x) = x^3 - ax^2 + x - b$ مفروض است :
اولا - $f(a)$ را باید .

ثانیاً - به ازاء چه مقادیری از a و b تابع فوق بر $x^2 - x - 2$ بخش پذیر است .

ثالثاً اگر $a = 4$ و $b = -6$ باشد $f(x)$ را به عوامل درجه اول تجزیه کنید .

- اولا معادله زیر را حل کنید .
ثانیاً - به ازاء چه مقادیری از a و b معادله زیر مبهم می شود .

$$\frac{ax+1}{a^m} + \frac{ax-1}{b^m} - \frac{x}{a^{m-1}} - \frac{1}{b^{m-1}} - \frac{1}{a^m} = 0$$

- توزین ماضع .

- سطح شب دار و فرمولهای آن .

- اصل تساوی کارها در اهرم نوع اول .

مسئله ۱ - شاع هسته اتم اکسیژن ${}^{12}_{15}\text{O}$ سانتیمتر است و جرم آن ${}^{10}_{15}\text{O} \times 2 \times 7 \times 10^{-23}$ گرم می باشد وزن مخصوص آن را حساب کنید .

مسئله ۲ - دو گلوله به شعاعهای ۲۰ سانتیمتر و وزن هر یک ۵ کیلو گرم است مطابق شکل به یک قلاب آویزان شده‌اند طول طنابهای هر یک از دو گلوله ۱۵ سانتیمتر است نیروی کشش هر یک از دو طناب را نیز وئی که دو گلوله بهم وارد می‌آورند حساب کنید .

مسئله ۳ - جسمی به وزن ۸۰ کیلو گرم روی سطح شب داری به زاویه ۳۵ درجه قرار دارد در صورتی که بدانیم ضریب اصطکاک سطح شب دار 8% است تعیین کنید که آن جسم را به طرف بالا با سرعت ۵ متر بر ثانیه می‌کشد بر حسب وات واسب بخار .

کلاس چهارم ریاضی

جبر

دیبرستان ایرانشهر یزد-دیبر: نوابزاده، فرستنده: قانع

عبارت زیر را به حاصلضرب عوامل اول تجزیه کنید :

$$a(a+1)(a+2)(a+3)+1$$

- صحت اتحاد زیر را ثابت کنید به فرض اینکه :

$$x+y+z=0$$

$$\frac{x^3+y^3+z^3}{3} \cdot \frac{x^2+y^2+z^2}{2} = \frac{x^5+y^5+z^5}{5}$$

- معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} = \frac{4x-1}{2}$$

- دو معادله سه مجهولی درجه اوا مفروض است:

$$ax+bz=0, \quad x^2+y^2+z^2=0$$

چه روابطی بین x و y و z برقرار است .

بهبهان - دیبر اشرف العقلائی - فرستنده: داد بود

- معادله اصم زیر را حل کنید

$$\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[6]{1-x^2}$$

۳- معادله اصم زیر را حل کنید :

$$\sqrt{2x} + \sqrt{x^2 + 4a} \sqrt{2a^2 - \frac{2}{3}x^2} =$$

$$= \sqrt{x+a} + \sqrt{x-a}$$

۴- اگر $a+b+c=s$ باشد ثابت کنید :

$$(s-3a)^3 + (s-3b)^3 + (s-3c)^3$$

$$- 3(s-3a)(s-3b)(s-3c) = 0$$

۵- مخرج کسر زیر را گویا کنید ،

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2} - \sqrt{2}}$$

دیبرستان پهلوی ملایر دیبر: گلستانی - فرستنده: بستان بخش

۱- عبارت زیر را خلاصه کنید .

$$(x+y+z)^3 - (x+y-z)^3 - (x+z-y)^3$$

$$-(z+y-x)^3$$

۲- مقدار عددی زیر را حساب کنید .

$$[\frac{1}{9^{1/25}} + (\frac{1}{3^{1/15}})^{-\frac{4}{3}}] [9^{-1/25}]$$

$$-(3\sqrt[3]{2})^{-1-\frac{1}{2}}$$

۳- عبارت زیر را به حاصلضرب دو عامل تبدیل کنید

$$bc\sqrt{ac} - b^2c + a^2b - c^2a + bc\sqrt{ac}$$

۴- چه رابطه‌ای باید بین p و q برقرار باشد تا عبارت

$$x^6 + 5x^4 + px^2 + q$$

۵- مخرج کسر های زیر را گویا کنید .

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt{2} + \sqrt[3]{6}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt{2}}$$

۶- حاصل عبارت زیر را بدست آورید .

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{m\sqrt[5]{\sqrt[8]{m}}}}$$

دیبرستان شاهیور شهر از- دیبر: موسوی، فرستنده: اسکر و چی

۱- عبارت زیر را تجزیه کنید .

$$x^5 + x^4y + x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4 + y^5$$

۴- m را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه‌های معادله زیر

برابر $\frac{1}{2}$ باشد و سپس ریشه‌های دیگر آنرا حساب کنید .

$$2x^3 - 7x^2 + x + 4 = 0$$

۳- کسر های زیر را گویا کنید .

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} \quad \text{و} \quad \frac{1}{5 - \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}}$$

۴- معادله زیر را حل کنید .

$$\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$$

۵- معادله زیر را حل و بحث کنید .

$$\sqrt{a^2 + x\sqrt{x^2 - a^2}} = a - x$$

۶- نامعادله زیر را حل کنید .

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{a(x-2)^3} < 0$$

دیبرستان دخترانه شهناز پهلوی - دیبر: یزدی. فرستنده: بحثیار سلطانی

سؤال اول . مطلوب است حل معادله زیر

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x} = \frac{1}{a+b+x}$$

سؤال دوم - عبارت زیر را تجزیه کنید .

$$x^4 + y^4 - 11x^2y^2$$

سؤال سوم - عبارات زیر را به ساده ترین صورت

خود بنویسید :

$$\begin{aligned} \frac{4x^3 - (x-3)^3}{9(x^2-1)} - \frac{x^2 - 9}{(2x+3)^2 - x^2} \\ + \frac{(2x+3)^2 - x^2}{-[4y^2 + (x+3)^2]} = ? \end{aligned}$$

$$\frac{[(2-x^2 - \frac{1}{x^2})(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2)]^2}{[(x^2 - \frac{1}{x^2})^{-2}(x^2 - \frac{1}{x^2})^2]^{-\frac{3}{2}}} -$$

$$[(x^2 - \frac{1}{x^2})^{-3}(x^2 - \frac{1}{x^2})^2]^{-\frac{3}{2}}$$

سؤال چهارم - معادله اصم زیر را حل کنید ،

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} = \frac{2}{\sqrt{x-3}} + \frac{3}{\sqrt{x-2}}$$

- پیموده است .
- ۵ - ثابت گنید که جمله $n+1$ ام یک تصاعد هندسی که جمله اولش a و جمله سومش b باشد مساوی جمله $2n+1$ ام تصاعد هندسی است که جمله اولش a و جمله پنجم آن b باشد
- ۶ - مطلوب است حد مجموع جمله های تصاعد هندسی غیر محدود زیر :
- $$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$$

دیبرستان پهلوی‌ساری-دیبر: احسان چواه زاده ، فرستنده: محمدتقی

- ۱ - به ازاء چه مقداری از x رابطه :

$$\log \frac{1}{2\sqrt{2}} = x \quad \text{درست است ؟}$$

- ۲ - تساوی زیر را ثابت کنید :

$$\begin{aligned} \log \sqrt{a^4+a^2} + \log \sqrt{a^2+a} + \log \sqrt{a+a^2} + \\ + \log \sqrt{a-a^2} = \log a^2 \sqrt{a^4-1} \end{aligned}$$

۳ - معادله زیر را حل کنید :

$$2 \log x - \log a^2 + \log b^2 - 2 = 0$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad \text{ثابت کنید :}$$

- ۴ - در صورتیکه $\log 3 = 0.16$ و $\log 2 = 0.30$ باشد

مطلوب است محاسبه P از طریق لگاریتمی :

$$P = 100 \sqrt{\frac{22 \times 5}{22}} \times \sqrt{81}$$

- ۵ - دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \log x - \log y = 1 + \log 0.13 \\ 2x+y = 16 \end{cases}$$

دیبرستان علامه دهخدا - دیبر: باقری

- ۱ - مطلوب است تعیین حد مجموع محیط های دایره های محاطی مثلث متساوی الاضلاع $A'B'C'$ و $A'B'C$ در صورتی که C' و B' نقاط تمسیح دایره محاطی بر مثلث ABC باشد .

- ۲ - مولد کسر اعشاری زیر را پیدا کنید :

$$0.113494949$$

- ۳ - جمله سی و دوم از تصاعد عددی را پیدا کنید که قدر نسبت آن ۲ و جمله هفتم آن ۱۳ باشد .

- ۴ - مایبن دو عدد ۴ و ۲۰ پنج واسطه عددی و سه واسطه هندسی پیدا کنید .

دیبرستان صمصامی اراک - دیبر: ناظمی - فرستنده: مهدی اوری

- ۱ - مخرج کسر زیر را گویا کنید :

$$\frac{a}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a}}$$

- ۲ - عبارت زیر را تجزیه کنید (بحاصل ضرب عوامل)

$$4x^6 + 3x^4 + 1$$

- ۳ - معادله زیر را حل کنید :

$$\frac{(x^2+1)^2}{(x^2-x+1)(x+1)} = 1$$

- ۴ - بكمک یعنی نیوتن عدد مقابل را بسط داده حاصل را بدست آورید .

- ۵ - در صورتیکه $a+b+c=1$ باشد ثابت کنید :
- $$(1-2C)^3 + (1-2a)^3 + (1-2b)^3 + 24abc = 1$$

متدهای حساب

دیبرستان ایرانشهریزد - دیبر: نوابزاده، فرستنده: قانع

- ۱ - تصاعد عددی بنویسید که جمله اول آن ۵ و قدر نسبت آن عددی صحیح است و اعداد ۵۷ و ۱۱۳ جملاتی از تصاعد می باشند .

- ۲ - بفرض آنکه $\log_{1.5} 3$ معلوم باشد لگاریتم ۲۵ را در همان مبنای بسط آورید .

- ۳ - اگر c^2 و b^2 و a^2 جملات متوالی تصاعد عددی باشند نشان دهید که $b+c$ و $a+b$ و $a+c$ و $b+c$ جملات متوالی یک تصاعد توافقی می باشند .

بهبهان - دیبر، اشرف العلاقائی؛ فرستنده: دادبور

- ۱ - مجموع n جمله تصاعد زیر را تعیین کنید :

$$\dots + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \dots$$

- ۲ - مجموع ۷ جمله یک تصاعد عددی ۴۹ و مجموع ۱۷ جمله آن ۲۸۹ است مطلوب است مجموع n جمله آن .

- ۳ - تصاعد عددی چنان تعیین کنید که جمله اولش واحد باشد و جمل دوم و دهم و سی و چهارم آن تشکیل تصاعد هندسی بدهند .

- ۴ - توپی از ارتفاع ۱۵ متری ساقط می شود و پس از برخورد به زمین $\frac{4}{5}$ ارتفاعی را که سقوط کرد بالا میرود تعیین کنید این توپ قبل از اینکه به حال سکون درآید چقدر راه

دیبرستان گلشن راز شبستر - دیبر با همت فرستنده: حسین حکم

- ۱ - با استفاده از جدول لگاریتم حاصل عبارت زیر را بدست آورید:

$$A = (29 \log_{10})^{1/2} \times \frac{\sqrt[7]{23/54}}{\sqrt[11]{2}}$$

۲ - معادلات زیر را حل کنید:

$$1) \quad 3 \log_5 \frac{x}{5} - \frac{2}{5} \log_5 2 = \log_5 x$$

$$2) \quad \begin{array}{rcl} 5x - 1 & & 10x + 3 \\ 4 & - & 2 \\ \hline & & = -31 \end{array}$$

۳ - درستی رابطه زیر را ثابت کنید:

$$\log_5 [\log_7 (\sqrt[7]{\log_5 x} + 3 \log_5 a^5 + 22) + 21] = 2$$

$$\sqrt[7]{\log_5 x} + 3 \log_5 a^5 + 22 + 21 = 2$$

۴ - دستگاه زیر را حل کنید:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y \\ \frac{3}{x+2y} = \frac{1}{9} \\ 3 \end{array} \right.$$

$$\log_2 x + \log_2 y = 2$$

دیبرستان وحید - فرستنده: عارف حکیمی

- ۱ - در یک تصاعد عددی مجموع جملات سوم و ششم یک واحد کمتر از جمله آخر آنست و تعداد جملات آن مساوی و دو برابر جمله اول آنست در صورتیکه جمله پنجم آن عدد ۱۷ باشد تصاعد را مشخص کرده مجموع جملات را بدست آورید

هنر سه

دیبرستان ایرانشهر بیزد - دیبر: نوابزاده، فرستنده: قانغ

- ۱ - دو نیم خط عمود بر هم oy و ox مفروض است بر روی ox دو نقطه A و B را اختیار میکنیم نقطه‌ای مثل B بر oy چنان اختیار کنید که داشته باشیم:

$$\triangle AMB = \triangle ABM$$

- ۲ - خط xy و دو نقطه A و B در خارج آن مفروضند نقطه‌ای مثل M چنان اختیار کنید بطوریکه داشته باشیم:

$$\triangle BMy = \triangle AMx$$

- ۳ - از مثلث قائم الزاویه ABC وتر $BC=a$ و نیمساز $BD=d$ معلوم است مثلث را رسم کنید.

- بهبهان - دیبر: اشرف العقلائی، فرستنده: دادبور
۱ - مطلوبست تعیین مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصل آن ازدو ضلع زاویه xoy برابر طول معلوم ۱ باشد.
۲ - از مثلث متساوی الساقین مجموع یکساق « ارتفاع وارد بر قاعده و همچنین زاویه مجاور بساق در دست است آنرا رسم کنید.

- ۳ - ارتفاع AH از مثلث ABC را رسم کرده و سطح AC توسط خط MP وصل می‌کنیم و پای ارتفاع را به نقطه P و سطح AC وصل میکنیم ثابت کنید زاویه:

$$HPM = |B - C|$$

- ۴ - دایره (c) به مرکز O داده شده است نقطه ثابت A را روی محیط آن فرض می‌کنیم و از آن نقطه قاطعی رسم می‌کنیم تا محیط دایره را در نقطه N قطع نماید هر گاه نقطه M قرینه نقطه N نسبت بنقشه A باشد مطلوبست مکان هندسی نقطه M موقعیکه نقطه N محیط دایره (c) را میکند.

- دیبرستان پهلوی‌ساری - دیبر: محمود‌مهران، فرستنده: مقدسی
۱ - از مثلثی سه‌نیمساز و یک رأس واقع بر یکی از سه نیمساز معلوم است مثلث را رسم کنید.

- ۲ - مثلث ABC و نقطه M در داخل آن مفروض است دایره‌ای به مرکز M چنان رسم کنید که ضلع AB و AC را در نقاط P و N قطع کند و تر PN موازی ضلع BC باشد.

- ۳ - مثلث ABC مفروض است قاطعی چنان رسم کنید که اضلاع AC و AB و BC را به ترتیب در C' و B' و A' قطع کند بطوریکه $C' = A'B' = A'B$ باشد.

- دیبرستان گلشن راز شبستر - دیبر: با همت، فرستنده: حکم
۱ - دو دایره O و O' مفروضند خطی چنان رسم کنید که آنها را قطع کند و ترها ای بطولهای ۱ و ۱ ایجاد نماید (در تعداد جوابها بحث کنید).

- ۲ - از مثلث ABC زاویه A و میانه AM و ارتفاع AH معلوم است آنرا رسم کرده و طریقه رسم را شرح دهید.

- ۳ - ثابت کنید محل برخورد اقطار هر چهار ضلعی نقطه‌ای است که مجموع فواصلش از رئوس چهار ضلعی کمترین مقدار را دارد.

- ۴ - اولاً ثابت کنید که تفاضل فواصل هر نقطه واقع بر امتداد قاعده مثلث متساوی الساقین از دو ساق برابر ارتفاع وارد بر ساق است. ثانیاً: مکان هندسی نقاطی را بدست آورید که تفاضل فواصل آنها از دو خط متقاطع مقدار ثابت ۱ باشد طریق رسم این مکان را نیز شرح دهید.

فیزیک

مسئله ۴ - دو نیروی ششصد کیلو گرمی و ۱۰۰۰ کیلو گرمی بریک نقطه اثر می کنند اندازه بر آیندها ۱۲۰۰ گیلو گرم است زاویه بین آن دو نیرو را از طریق ترسیم بددت آورید.

شیوه هایی

دیبرستان پهلوی گلپایگان - دیبر : فناعتی - فرستنده : حسین جعفری

۱ - مقداری پر منگنات دوپاس را با اسید کلریدریک به غلظت ۷۳ گرم در لیتر ترکیب کرده ایم و گاز حاصل را با آهک مرده ترکیب می کنیم، مشاهده می کنیم ۵۰۸ گرم کلرور دوشو تولید می شود.

- اولا - مقدار پر منگنات را حساب کنید.
- ثانیاً - حجم اسید کلریدریک بکار رفته را.
- ثالثاً - حجم کلر را بددت آورید.

۲ - مقداری روی را در ۱۰۰۰ اسید کلریدریک می اندازیم ۵۰/۳۹ گرم از وزن روی کم می شود. غلظت اسید مزبور را حساب کنید. اگر گاز حاصل را با اکسید مس ترکیب کنیم چقدر مس آزاد می گردد.

دیبرستان علامه دهخدا - دیبر : رفعتی

مسئله ۱ - مخلوطی است از اکسیژن و یورئن به حجم ۲۸۰ سانتیمتر مکعب آنها را آتش می زنیم و پس از سرد کردن مخلوط گاز با قیمانده را خشک نموده و از لوله محتوی اکسید مس سرخ شده عبور می دهیم در نتیجه ۳۲ ۵۰ گرم مس در لوله ظاهر می شود درصد حجم این مخلوط را حساب کنید.

مسئله ۲ - ۱۰ سی سی اسید کلریدریک را با آب مقطر به ۱۰۰ سی سی رسانده بر ۱۰۰۰ از آن نیترات نقره می ریزیم در نتیجه ۵۰۲۸۷۰ گرم رسوب بددت می آید غلظت اسید اولیه را حساب کنید.

کلاس پنجم طبیعتی

جبر

دیبرستان پهلوی ساری : دیبر - جواد زاده - فرستنده : مقدسی

۱ - m را چنان بگیرید که نقاط $(2 - 2)$ و A و $B(m+1 - m)$ محل برخورد خط $x + 1$ با محور y بر روی خط راست باشند.

دیبرستان پهلوی گلپایگان - دیبر : دخانی - فرستنده : حسین جعفری

۱ - خط کشی به طول ۵۵ سانتی متر. وسط آنرا روی لبه کارده قرار داده ایم. به یک انتهای آن ۲۰۰ گرم وزنه آویخته ام در طرف دیگر در ۲۵ سانتی کارد چه وزنه ای قرار دهیم تا تعادل برقرار گردد.

۲ - تلمبه ای در هر دقیقه ۶ متر مکعب آبرا از چاهی به عمق ۱۲ متر بالا می کشد. $\frac{3}{4}$ قدرت تلمبه صرف بالا کشیدن آب شده است. قدرت تلمبه را حساب کنید.

۳ - سه نیروی F_1 و F_2 و F_3 از لحاظ مقدار باهم برابرند. زاویه بین F_1 و F_2 60° است. و زاویه بین F_2 و F_3 60° است مطلوبست منتوجه این سه نیرو.

۴ - یک صفحه مسی به شکل دایره است، از این صفحه مسی دایره ای را طوری درمی آوریم که قطر دایره دوم به اندازه شعاع دایره اول باشد. مطلوبست هر کز نقل صفحه مسی را بر حسب R شعاع صفحه مسی.

۵ - جرم مقدار اسانس $133/2$ گرم و حجم آن ۱۸۴ سانتی متر مکعب است.

اولا - جرم مخصوص آنرا حساب کنید.

ثانیاً - اگر حجم اسانس با ۲ سانتی متر مکعب تقریب بددت آمده باشد، چگالی جسم بین چه حدودی خواهد بود.

دیبرستان علامه دهخدا - دیبر مرشدی

مسئله ۱ - شش ضلعی منتظم ABCDEF در دست است بر رأس A نیروهای که از لحاظ امتداد و اندازه برابر با AB و AE و AD و AC و AF است وارد می آید بر آیندها را از راه ترسیم و محاسبه بددت آورید.

طول ضلع $AB = 5\text{cm}$

مسئله ۲ - وزن مخصوص یک جسم $62/4$ پوند بر فروت مکعب است وزن مخصوص آن را بر حسب گرم بر سانتیمتر مکعب حساب کنید.

مسئله ۳ - یک چراغ به وزن ۱۵ کیلو گرم به ریسمانی آویخته شده و ریسمان بر قطعه چوبی به طول ۴۰ سانتی متر تکیده دارد امتداد چوب بر دیوار عمود است و امتداد ریسمان بادیوار زاویه 30° درجه می سازد نیروی کشنش ریسمان و فشاری که چوب بر دیوار وارد می آورد حساب کنید سطح اتکاء چوب بر دیوار ۵ سانتیمتر مربع است از وزن چوب ریسمان صرف نظر شود.

اولا m را طوری تعیین کنید که $PQ = \sqrt{m+1}$ باشد.
ثانیاً به ازای $m=1$ معادله عمود منصف PQ را نوشه آنرا رسم کنید.

ثالثاً روی خط L به معادله $y=2x$ نقطه M را طوری پیدا کنید که زاویه PMQ قائم باشد.

رابعاً مختصات P' و Q' قرینه های P و Q را نسبت به خط L پیدا کرده نوع چهارضلعی $PP'Q'O'$ را تعیین کنید.

فیزیک

دبيرستان علامه دهخدا - دبیر: مرشدی

مسئله ۱- تعیین کنید یک شمع فوت چند لوکس است (هر فوت سی سانتیمتر).

مسئله ۲- در ظرفی مایعی به ضریب شکست $\sqrt{2}$ ریخته ایم و روی آن را با ورقه کدر نازکی پوشانده ایم در وسط این ورقه سوراخی دایره شکل به شعاع ۲ سانتیمتر وجود دارد در بالای ظرف به فاصله ۲ سانتیمتر از مرکز سوراخ نقطه ای نورانی قرار دارد که در ته ظرف لکه ای نورانی به شعاع ۴ سانتیمتر می اندازد ارتفاع مایع را حساب کنید.

مسئله ۳- یک آینه مقعر به فاصله کانونی ۲۵ سانتیمتر در بالای سطح آب طوری قرار گرفته که محور اصلی آن بر سطح آب عمود است نقطه ای نورانی روی محور اصلی به فاصله ۳۰ سانتیمتری آینه قرار دارد تصویر حقیقی آن در داخل آب و در فاصله پانزده سانتیمتری سطح آن تشکیل می شود فاصله آینه را

تا سطح آب حساب کنید ضریب شکست آب $\frac{4}{3}$ است.

مسئله ۴- در چه نقطه ای از پاره خط واصل بین دو منبع نور به طول ۳ متر از هر دو منبع نور به یک اندازه می رسد شدت روشنایی یکی از منبعها پنج شمع و از آن دیگری ۲۰ شمع است.

شیمی

دبيرستان داش- دبیر تقیزاده ماکویی - فرستنده: خلیل علمداری

۱- ۲/۸۶ گرم کربنات سدیم متبلور را در آب حل کرده و حجم محول را به 100cc می رسانیم بر 100cc از آن نیترات باریم اضافه می کنیم وزن رسوب حاصل $50/197$ گرم می شود تعداد آب تبلور کربنات سدیم را حساب کنید.

۲- خطی به معادله $y=x(m+1)+2$ مفروض است اولاً m را طوری باید که خط فوق با خطی که از $A(1, 2)$ و $B(2, 4)$ می گذرد موازی باشد.

ثانیاً براین خط عمود گردد.
۳- به ازاء چه مقادیری از a خط $y=2x-2$ و $y=2x-1$ از نقطه تلاقی دو خط به معادلات $1-x=y$ و $x-y=2$ می گذرد (سه خط متساقيند) پس از یافتن a سه خط را رسم کنید.

۴- نقاط $(1, 1)$ و $(2, 2)$ و $(5, -2)$ و $(-5, -2)$ رئوس مثلث ABC هستند.

اولاً- مثلث ABC را رسم کنید.
ثانیاً- معادله عمود منصف BC را نوشه و ثابت کنید از نقطه A می گذرد.

ثالثاً- با محاسبه طول AB و AC ثابت کنید که مثلث ABC متساوی الساقین است.

۵- نقطه $(5, 1)$ یک رأس مثلث قائم الزاویه بوده و رأس زاویه قائم B این مثلث بر روی نیمساز ربع دوم قرار دارد و مبدأ مختصات رأس سوم مثلث است.
اولاً مختصات B را باید.

ثانیاً طول ارتفاع BH را حساب کنید. (ارتفاع وارد از B بر پل AO).

ثالثاً اگر محورهای مختصات با حفظ امتداد و جهت بر نقطه $(1, 0)$ M منتقل گردند مختصات جدید سه رأس مثلث را بنویسید.

دبيرستان علامه دهخدا - دبیر: هؤمنی

۱- نقاط $(9, -5)$ و $(0, 7)$ و $(0, 0)$ مفروضند.

اولاً مطلوب است تعیین مختصات رأس D بطوری که چهار ضلعی $ABCD$ در رأس ذوزنقه قائم الزاویه باشد.

ثانیاً طول اقطار و زوایای بین آنها را پیدا کنید.

ثالثاً محیط و مساحت ذوزنقه را پیدا کنید.

۲- دو خط D و D' به معادلات:

$$x = 2(y-1) + 3x - 2y = 6$$

مفروض است معادله خطی را بنویسید که از نقطه M محل تلاقی آنها گذشته و سطح حادث از این خط با محورهای مختصات مساوی 24 سانتیمتر مربع باشد.

۳- نقاط $(1, 1)$ و $(2, 2)$ و $(3, 3)$ مفروضند.

کلاس پنجم ریاضی

جبر

دیبرستان بهبهان - دیبر، اشرف العقالئی: فرستنده داد بود

$$\begin{cases} x^4 + x^2y^2 + y^4 = 91 \\ x^2 - xy + y^2 = 7 \end{cases}$$

۱- دستگاه

حل کنید.

۲- تحقیق کنید که جوابهای معادله درجه دوم

$$x^2 - 2bx + 2a = 0$$

عبارتند از طولهای نقاط برخورد نیمساز ناحیه اول با منحنی

$$y = x - \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} - \frac{1}{2}$$

۳- خط D به معادله $x + 3y = 14$ مفروض است

معادلات دو خط دیگر را بنویسید به طوری که مثلث حاصل از برخورد این سه خط متساوی الساقین و به زاویه رأس 120° باشد و نیز قاعده اش روى خط D واقع و مرکز تقاطع (۱) G باشد.

۴- مطلوب است معادله دو خطی که با خط D به معادله:

$$3x + 2y - 5 = 0$$

تشکیل زاویه 45° درجه داده و از نقطه به مختصات (۱ - ۲۹) بگذرد همچنین مطلوب است معادله دو خطی که با دو خط مزبور تشکیل یک مربع بدene که قطر آن مربع منطبق بر خط D باشد. معادله قطر دیگر مربع را بنویسید.

$$5- \text{دو خط } x + 2y - 1 = 0 \text{ مفروضند.}$$

اولاً معادلات نیمسازهای زوایای این دو خط را بنویسید.

ثانیاً دو خط مزبور به ترتیب محورها را در نقاط A و B و نیمسازهای زوایای این دو خط همان محور را در نقاط C و D قطع می کنند ثابت کنید :

$$\frac{CA}{CB} + \frac{DA}{DB} = 0$$

دیبرستان بواسحق کازرون - دیبر: معنویان، فرستنده: ریاضی

۱- نقطه A به عرض ۲ روی محور عرضها و نقطه B به طول ۴ روی محور طولها و نقطه C به طول ۲ روی نیمساز

ربع اوّل

ثانیاً ۲۰۸۶ گرم از کربنات مزبور با چند سانتی متر مکعب اسید سولفوریک نیم نرمال خنثی می شود.

۲- بر ۲۰۰ سودنرمال ۱۹۸۶ گرم آب مقطر اضافه می کنیم محلول حاصل را حساب کنید.

دیبرستان علامه دهخدا - دیبر: ملاردی

۱- PH محلول دسی نرمال اسید کلریدریک را حساب کنید (به فرض اینکه کاملاً یونیزه است).

۲- طرز ساختن نمکهای باریم را بنویسید (به کمک شعله و به کمک مواد شیمیائی).

۳- گاز کربنیک بر آب آهک چه اثری دارد اگر به ورود گاز کربنیک در آب آهک ادامه دهیم چه می شود فرمول اعمال را بنویسید.

۴- هیدرولیز یعنی چه؟ محلول کربنات سدیم بر معرفات شیمیائی چه اثری دارد علت را با ذکر دلیل بنویسید.

۵- معادله یونی فعل و انفعال کلرور سدیم و نیترات نقره را بنویسید و علت کامل بودن و یا ناقص بودن آنرا هم از روی تئوری یونیزاسیون وهم از روی قوانین بر توله بیان کنید.

۶- در جدول مندلیف شماره هر ستون و هر ردیف معرف کدامیک از مشخصات اتمی عناصر آن ستون یا آن ردیف می باشد. فرق فلز با غیرفلز از نظر ساختمان الکترونی در چیست. عنصری دارای دوازده الکترون است ساختمان الکترونی آن را نشان داده و محل آن را در جدول مشخص نمایید و معلوم کنید که این عنصر فلز است یا غیر فلز و چند ظرفیتی می باشد.

۷- طرز تهیه کربنات سدیم از طریقه سلوی بنویسید.

۸- فرمول ترکیب پرمنگنات پتاویم را با سولفات فرو در مجاورت اسید سولفوریک بنویسید و ضرائب آن را از روی تغییر درجه اکسیداسیون عناصر مربوطه تعیین نمایید.

۹- ۱/۴۳ گرم کربنات سدیم متبولور را حرارت داده ایم ۰/۹ گرم از وزن آن کاسته شده است علت را بیان کنید و تمداد مولکولهای آب تبلور کربنات سدیم را حساب نمایید.

۱۰- ۲۰ سی سی محلول نرمال اسیدی موجود است معلوم کنید به هرسی سی آن باید چند سی آب اضافه کنیم تا به محلول دسی نرمال تبدیل شود.

۱۱- محلولی است از اسید کلریدریک و اسید نیتریک ۱۰ سی سی آن به وسیله ۳ سی سی محلول نرمال سود خنثی می شود ۱۰ سی سی دیگر از این محلول با نیترات نقره رسوبی به وزن ۱۴۳۵/۰ گرم می دهد غلظت و فاکتور هریک از اسیدها را در محلول حساب کنید.

ثانیاً مطلوب است تبیین رابطه مستقل بین ریشه‌های معادله درجه دوم فوق که به پارامتر m بستگی نداشته باشد.

دیبرستان پهلوی گلپایگان - دیبرآشتی - فرستنده: حسین جعفری
۱- نقطه (۱ و ۲) A و O دور اُس مربعی است. مطلوب است مختصات رؤس مربع

۲- معادله زیر را حل کنید:

$$x^2 - 6x = 4\sqrt{x^2 - 6x + 6} - 9$$

۳- m و a را طوری تعیین کنید که عبارت:

$$A = 6x^4 - 7x^3 + ax^2 + 2x + 2$$

بر $x^2 + x + m$ بخش پذیر باشد.

۴- اگر ماین x و y مختصات نقطه‌ای رابطه

$$9x^2 + 9y^2 - 24x - 30y - 13 = 0$$

برقرار باشد. چنانچه مبدأ را به نقطه (۳ و ۴) O' منتقل کنیم

رابطه فوق بجه صورت درمی‌آید.

۵- نقطه (۲ و ۴) A مفروض است.

اولاً مختصات پای عمودی که از این نقطه بر محور x ها

فروند می‌آید حساب کنید.

ثانیاً معادله خطی را بنویسید که از وسط AB گذشته و

با خط $y - x = 0$ زاویه 30° تشکیل دهد.

دیبرستان تقوی - فرستنده: آشغه

۱- تابع $y = x^2 - 4x + 4$ مفروض است تابع را بهجه

نقطه‌ای انتقال دهیم تا معادله به صورت $X = Y$ درآید.

۲- $y = 9x^2 + 2$ مطلوب است رسم منحنی و

تغییرات آن بویلله مشتق:

۳- در ذوزنقه متساوی الساقین ABCD مختصات

$A(2, -3)$ و $B(-4, -5)$ و $C(2, 5)$ مطلوب است

مختصات رأس چهارم

دیبرستان گروه فرهنگی خوارزمی

طرح گنندگان - محمود صدوق، محمد عابدی، پرویز شهریاری

۱- ثابت کنید سه خط زیر متقارن بند (مختصات نقطه تقارب

را معین کنید):

$$\begin{cases} (m-1)x + 2my = 5m - 1 \\ y = 2x \\ x + y = 3 \end{cases}$$

۲- اگر $(2, 2)$ و $(-2, 4)$ و $(0, -1)$ و $(3, 5)$

باشد. ثابت کنید عمود منصف پاره خط BC از نقطه A

می‌گذرد.

۳- ثابت کنید خط زیر به ازاء جمیع مقادیر m از نقطه

الف - مثلث ABC را رسم کنید.

ب - معادلات اضلاع مثلث را بنویسید.

ج - تحقیق کنید که مثلث قائم الزاویه است.

د - تأثراً از زاویه B و اندازه زاویه B را بدست آورید

ر - اگر محورهای مختصات را به نقطه C محل تلاقی

میانه‌ها انتقال دهیم مختصات A و B و C را در دستگاه

جدید بدست آورید.

۲- مطلوب است تعیین مقادیر x که به ازاء آنها دو نامعادله زیر باهم برقرار باشند:

$$\begin{cases} x^2 + 7x + 6 < 0 \\ x^2 + x - 6 > 0 \end{cases}$$

۳- معادله اصم زیر را حل کنید:

$$\sqrt{6x + 4} + \sqrt{x^4 + 10x^3 + 5x^2 - 1 - 8x^3} = x + 1$$

۴- دو خط به معادلات:

$$\begin{cases} ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0 \\ 3ax - (3a+1)y - (5a+4) = 0 \end{cases}$$

مفروضند.

اولاً - a را طوری تعیین کنید که دو خط باهم موازی باشند

ثانیاً - دو خط برهم عمود باشند.

۵- مطلوب است بحث در وجود و علامت ریشه‌های معادله درجه دوم:

$(m+1)x^2 - 8x + m + 1 = 0$

۶- m را چنان تعیین کنید که نامساوی زیر به ازاء جمیع

مقادیر x برقرار باشد:

$$(4-m)x^2 - 3x + 4 + m > 0$$

۷- می‌دانیم x' و x'' ریشه‌های معادله درجه دوم:

$$x^2 + mx - m + 2 = 0$$

می‌باشند معادله درجه دوم تشکیل دهید که ریشه‌های آن:

$$Z'' = \frac{x'' - 1}{2x'} \quad Z' = \frac{x' - 1}{2x''}$$

باشند.

۸- معادله درجه دوم:

$$mx^2 - 2x - 4m - 1 = 0$$

مفروض است.

اولاً m را طوری تعیین کنید که مجموع مربعات ریشه‌ها

باضافه مجموع ریشه‌ها برابر ۱۱ باشد.

روی خط فوق و طول ضلع دیگر ۸ باشد مختصات رئوس را پیدا کنید.

$$y = mx + 6 \quad \text{خطی بر خط A}$$

شده است ثابت کنید که این خط بر نقطه ثابتی می‌گذرد
مثلاً بسته مختصات دو رأس متقابل مربعی که مختصات
دو رأس دیگر آن A(۵, ۰) و B(۲, ۴) باشد

دیبرستان شهناز پهلوی — دیبر: یزدی فرستنده: سلطانی

سؤال ۱- دو نقطه (۱, ۲) A و (۵, ۳) B مفروض
است نقطه M را چنان تعیین کنید که داشته باشیم

$$\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$$

$$\text{سؤال ۲- نقطه } (m+2, m+6) \text{ روی نیمساز ربع}$$

اول و سوم یک رأس از ذوزنقه قائم الزاویه ABCD قائم در رأس A است و قاعده بزرگ CD روی خط $x + 12 = y$ قرار دارد در صورتی که عرض رأس C برابر ۲ باشد مختصات رؤس و مساحت ذوزنقه را حساب کنید

سؤال ۳- نقطه (۶, ۴) A و (۴, ۶) C متقابن نقطه A نسبت به نقطه H(۰, ۰) دو رأس لوزی ABCD است که دو زاویه آن برابر 120° می‌باشد مثلاً بسته مختصات رؤس این لوزی

دیبرستان علامه ۵ هنده خدا — دیبر: یحییوی

۱- m را بطریقی تعیین کنید که علامت سه جمله‌ای زیر بازه جمیع مقادیر x منفی باشد

$$(m-1)x^2 - 4x + 2m < 0$$

۲- دستگاه زیر را حل کنید

$$\begin{cases} 2x^2 + xy = 6 \\ 2x^2 + 2xy = -4 \end{cases}$$

۳- نقاط (۹, -۵) A و (۷, ۰) B و (۰, ۵) C مفروض اند

M مثلاً بسته مختصات نقطه D بقسمی که چهار ضلعی ABCD

ذوزنقه قائم الزاویه باشد ($A = 90^\circ$)

۴- نقاط (۱, ۰) A و (-۴, ۰) B و (۰, ۲) C مفروض اند.

اولاً مثلث ABC را رسم کرده و معادلات اضلاع آن را بدست آورید

ثانیاً اندازه ارتفاع AH و مساحت مثلث ABC را بدست آورید

ثابتی می‌گذرد (مختصات این نقطه را پیدا کنید:

$$(2m^2 + m + 1)x + (m^2 - m + 1)y - (m^2 + 5m - 1) = 0$$

۴- معادله خطی را پیدا کنید که از نقطه (۱, ۰) می‌گذرد
گذشته و با خط $x - y + 1 = 0$ زاویه 45° درجه بسازد (دو جواب).

۵- دونقطه (۳, ۰) R و (۰, ۴) B مختصات دور اس مثلث قائم الزاویه ABC است که در آن رأس C بطول ۳، رأس زاویه قائم می‌باشد. عرض رأس C را پیدا کنید.

۶- از نقطه (۰, ۴) A بر خط $x + 3 = 2y$ عمود کرده ایم. مختصات پای عمود را پیدا کنید.

۷- نقطه‌ای روی خط $y = 2x + 1$ را پیدا کنید که از خط $3x - 4y = 5$ بفاصله ۲ باشد.

۸- نقطه (۳, ۰) A رأس یک لوزی است که قطر BD از آن روی خط $x + y = 0$ واقع شده است. اگر طول رأس B برابر ۴ باشد مختصات رأس لوزی را پیدا کنید.

دیبرستان رازی شاهی — دیبر: سخاوت، فرستنده: حسین توکلی

۱- معادله زیر را حل کنید

$$(y + \sqrt{y})^4 - (y - \sqrt{y})^4 = 159600$$

۲- a و b را بطریقی تعیین کنید که تفاضل ریشه‌های معادله $y^4 + ay + b = 0$ مساوی ۴ و تفاضل مکعبات ریشه‌ها مساوی ۰ شود

۳- بازاء چه مقادیر m معادله زیر

اولاً دارای دوریشه مثبت

ثانیاً دارای دو ریشه منفی خواهد بود

$$x^2 - 2(m-2)x + 2m^2 - 15m + 8 = 0$$

۴- اگر ۴ نقطه D و C و B و A روی یک محور طوری

واقع باشند که رابطه $\frac{CA}{CB}$ و $\frac{DB}{DA}$ برقرار باشد ثابت کنید که نقطه M در وسط AB واقع است بر وسط CD نیز قرار دارد

۵- a را بطریقی تعیین کنید فاصله نقطه (۲, ۰) A از نقطه (-۳, ۰) B برابر ۵ باشد

دیبرستان سعید العلما دیبر: یزدی، فرستنده: بختیار سلطانی

۱- الف نقطه (۴, ۰) A روی نیمساز ربع

دوم مفروض است از این نقطه خطی بر خط $3x + 4y = 12$

عمود شده است مثلاً بسته محل تلاقی دو خط و طول آن

ثانیاً اگر این نقطه رأس مستطیل باشد که یک ضلع آن

- الف : مساحت مثلث ABC را محاسبه کنید.
- ب : معادله خطی بنویسید که از نقطه تقاطع نیمساز ربع اول دستگاه مختصات و خط BC گذشته و با خط BC زاویه 45° بسازد.
- ج : نقطه‌ای روی ضلع BC بدست آورید که فاصله آن نقطه تاضلع AB برابر $\sqrt{2}$ شود.

دیبرستان هدف - ۳ - دیبر : قوامی - فرستنده : همایون مهاجری
مسئله اول - سه نقطه $(A(19-3), B(19-3), C(0-2))$ مفرض وضند :

۱ - مثلث ABC را رسم کنید و تابع زوایای آن را حساب

کنید.

۲ - اگر AB قطر مربع $AMBN$ باشد مططلوب است
محاسبه مختصات رأسهای M و N و محاسبه نسبت مساحت های
مربع و مثلث

۳ - اگر رأس C بر روی خطی با ضریب زاویه ۱ حرکت
کند معادله مکان هندسی نقطه G محل تلاقی سه میانه مثلث را
بدست آوردید

مسئله دوم - دو خط D و D' به معادلات زیر مفرض وضند
 $D \rightarrow (m-1)x - my = 1$ و $D' \rightarrow mx - (m-3)y = 4$

$m-1$ را طوری تعیین کنید که نقطه تلاقی دو خط بطول
باشد و مختصات این نقطه را پیدا کنید
۲ - دو خط مفرض وضن بالا بازه جمیع مقادیر m از دو نقطه ثابت A و B میگذرند مططلوب است مختصات P رأس چهارمند متوازی
الاضلاع $ABCP$ درربع چهارم قرارداد (C) $ABCP$ مسئله سوم - دستگاه زیر را حل کنید

$$\begin{cases} 8(x+y) = 21 \\ \frac{8x}{y} - \frac{8y}{x} = 63 \end{cases}$$

مسئله چهارم - معادله اصم زیر را حل کنید

$$\sqrt{a-x+2\sqrt{a+x}} = \sqrt{a-x+(ax+x^2)}$$

$$y = \pm \sqrt{3-2x^2}$$

فرض وضن است:

- ۱ - محورهای مختصات را بجهه نقطه‌ای منتقل کنیم تا معادله جدید منحنی بصورت $y^2 + x^2 = 4$ درآید
- ۲ - منحنی مفرض وضن را وقتی x در فاصله $(-3, 1)$ تعیین میکند رسم کنید.

دیبرستان قناد بابل - دیبر : خیرخواه ، فرستنده : گلزاریان
۱ - دو نقطه $A(19-2)$ و $B(20-1)$ مفرض وضن است از این دو خطی که از این نقاط میگذرند و بر ترتیب با جهت مثبت x^{ox} زوایای 135° و 45° می‌سازند تعیین کنید و مختصات برخورد این دو خط که C مینامیم تعیین نمائید معادله عمود منصف AB و میانه CM نظیر ضلع AB را بنویسید مختصات G مرکز مثلث را تعیین نمائید همچنین مطلوب است محاسبه اضلاع مثلث و سطح سه بر مذکور مختصات رأس چهارمند متوازی - الاصلی AB قطر آن باشد تعیین کنید و ثابت کنید متوازی - الاصلی مذکور مستطیل میباشد ۵ محورهای مختصات را به محل ثقل مثلث ABC انتقال داده مختصات C و معادله CM میانه مثلث را در دستگاه جدید بنویسید.

۲ - منحنی تابع

$$y = (a-3)x^2 - 6ax + 5a + 20$$

فرض وضن است

اولاً a را طوری تعیین کنید که منحنی تبدیل به خط راست گردد سپس خط را رسم کنید

ثانیاً ثابت کنید بازه جمیع مقادیر a منحنی مذکور از دو نقطه ثابت که مختصات آنرا تعیین خواهید کرد میگذرد
ثالثاً معادله خطی که از این دو نقطه میگذرد بنویسید

دیبرستان گویرش - دیبر : چاوشیان ، فرستنده : آرمون یوسفی

۱ - دستگاه دو معادله دو مجهولی

$$\begin{cases} x^2 - y^2 - xy = 1 \\ \frac{2y^2}{x} + \frac{2x^2}{y} = 3x + 3y \end{cases}$$

را حل کنید.

۲ - معادله

$$(m-1)x^2 - 2(m-2)x - 7m - 1 = 0$$

فرض وضن است حدود m را طوری معلوم کنید تا رابطه

$$-2 < 2x^2 + 2x'' + x'x'' < 1$$

بین ریشه‌ها برقرار باشد :

$$(m-1)x + (2m-3)y + m = 0$$

فرض وضن است .

الف : مطلوب است مقدار m تا خط d با محور x زاویه 135° بسازد.

ب : مقدار m را چنان معلوم کنید تا فاصله مبدأ از

خط d برابر $\sqrt{2}$ شود:

۴ - نقاط $A(4-2), B(20-2)$ و $C(4-4)$ سه رأس

مثلث ABC است:

مثلثات

باشد مطلوبست اولاً محاسبه $\sin(\alpha + \beta)$ و $\sin(\alpha - \beta)$

$$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

میباشد.

دیگرستان بواسحق کازرون-دیگر معنویان، فرستنده عبدالحمدیدر یاضی

$$1 - \text{در صورتیکه } \operatorname{tg}\alpha = -\frac{5}{12} \text{ باشد و انتهای کمان}$$

در ربع دوم باشد خطوط مثلثاتی کمان(α) را حساب کنید

$$2 - \text{در صورتیکه } \cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ باشدو}$$

انتهای کمان در ربع اول باشد مطلوبست محاسبه خطوط مثلثاتی کمان($\alpha + \pi$) را.

3 - ثابت کنید عبارت:

$$2(\sin^2 x + \cos^2 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x) \text{ بستگی به } x \text{ ندارد.}$$

4 - درستی اتحادهای زیر را تحقیق کنید:

$$\sin^2 x(1 + \cot g x) + \cos^2 x(1 + \operatorname{tg} x) = \sin x + \cos x$$

$$\frac{\operatorname{tg}^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot g^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg}^2 x + \cot g^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(x - \pi)\cos(x - 2\pi) +$$

$$\operatorname{tg}(-x)\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1$$

$$5 - \text{اگر } y = \frac{\pi}{3} \text{ و } x = \frac{\pi}{4} \text{ باشد مطلوبست محاسبه}$$

مقدار عبارت زیر:

$$A = \frac{\sin\frac{\pi}{2} \sin x \operatorname{tg} y + \sin z \cot g x}{2 \cos \pi \sin x (\cot g 2y - 2 \cos z - \operatorname{tg} z)}$$

6 - عبارت زیر را بر حسب سینوس x بنویسید:

$$4 \cos^2 x + \cos^2 x(1 + \operatorname{tg}^2 x) - \cos^2 x \operatorname{tg}^2 x$$

7 - معادلات زیر را حل کنید و جوابهای کلی آنها

را بدست آورید:

$$\sin(3x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(x + \frac{\pi}{2})$$

$$\operatorname{tg}^2 x - 1 = 0$$

$$2 \sin x + \sin^2 x - 3 = 0$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

دیگرستان ایرانشهر بزد - دیگر: مشارک ازده، فرستنده: قانع

1 - زوایای یک چهار ضلعی بترتیب برابر با $\frac{270^\circ}{4}$ درجه

و $\frac{250^\circ}{6}$ گرادو $\frac{2\pi}{3}$ رادیان و $\frac{4x}{3}$ قائمه میباشد هر یک از

زوایای چهار ضلعی را بر حسب درجه بدست آورید.

2 - ثابت کنید که عبارت زیر به α بستگی ندارد:

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 1)^4 - 81 \sin^4 \alpha \cos^4 \alpha$$

3 - بین روابط زیر φ را حذف کنید:

$$\begin{cases} \sec \varphi - \cos \varphi = a \operatorname{tg} \varphi \\ \cosec \varphi - \sin \varphi = b \operatorname{ctg} \varphi \end{cases}$$

4 - ثابت کنید که سینوس مجموع دو قوس حاده کمتر از مجموع سینوسهای آنها است.

جبر: 1 - مطلوبست حل معادله زیر:

$$x^4 + x^2 - 38\sqrt{x^4 + x^2 + 1} + 106 = 0$$

2 - مطلوبست محاسبه:

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

3 - (۱۹۲) M یکی از رؤس مستطیلی است که يك ضلع روى خط $2y - 2x = 6$ و يك رأس y بر روی محور x ها واقعست مطلوبست مختصات رؤس اين مستطيل.

بهبهان - دیگر: اشرف العقلائی، فرستنده: دادبو

1 - معادله زیر را حل کنید

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2}$$

2 - ثابت کنید که عبارت زیر بازاء جمیع مقادیر x مرتع کامل است.

$$A = (1 + \sin x)(3 \sin x + 4 \cos x + 5)$$

3 - اگر زوایای x متم باشند معادله

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \sqrt{2} + 1$$

را حل نمایید

4 - صحت اتحاد زیر را ثابت کنید

$$(1 - \cos b \cos c)^2 - \sin^2 b \sin^2 c = (\cos b - \cos c)^2$$

5 - بفرض آنکه

$$\cos \beta_1 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}}, \cos \alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sin(180^\circ - \alpha) \sin(90^\circ + \alpha)}{\cos(-\alpha) - \cos(270^\circ - \alpha)}$$

سؤال سوم — مطلوب است تعيين x از معادله درجه دوم

زير :

$$x^2 - x(\tan \alpha + \cot \alpha) + 1 = 0$$

سؤال چهارم — α را از رابطه زير حذف کنيد :

$$\begin{cases} x = a \cdot \tan \alpha + b \cdot \cot \alpha \\ y = a' \cdot \tan \alpha + b' \cdot \cot \alpha \end{cases}$$

دبيرستان شهناز پهلوی—دبير : يزدي ، فرستنده : سلطانی

سؤال ۱ — تفاضل دو زاویه 1 گراد و مجموع آنها

1 درجه است آن دو زاویه را پيدا کنيد .

سؤال ۲ — چه رابطه‌ای بين a و b باشد تا معادله زير

داراي ريشه باشد :

$$a \cos^2 x + b \sin^2 x = C$$

سؤال ۳ — عبارت زير را ساده کنيد :

$$\sin 148^\circ 10' \times \cos 192^\circ 20' + \sin 31^\circ 50' \times \cos 12^\circ 20'$$

سؤال ۴ — در صورتيکه داشته باشيم :

$$\begin{cases} \frac{1}{\cos x} - \cos x = a \\ \frac{1}{\sin x} - \sin x = b \end{cases}$$

چه رابطه‌ای ما بين a و b موجود است؟

دبيرستان علامه دهخدا—دبير عابدی

۱ — اگر $\tan x + \cot x = 2$ باشد و انتهای x در ربع

اول خطوط مثلثاتي x را حساب کنيد .

۲ — ثابت کنيد

$$\frac{1 - \sin x}{\cos x} + \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} + \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$$

۳ — ثابت کنيد عبارت

$$\sin^2 x + \cos^2 x - 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

بستگي به x ندارد .

۴ — تحقيق کنيد :

$$\frac{1}{1 + \tan^2 x} - \frac{1}{1 + \cot^2 x} = 1 - 2 \sin^2 x$$

۵ — ثابت کنيد :

$$\frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

دبيرستان پهلوی‌ساري —دبير : احسان جواذزاده ، فرستنده : محمد مقدسی

۱ — مقدار عبارت زير را تعیین کنيد :

$$\sin(x + \frac{\pi}{2}) \cdot \sin(x - \frac{\pi}{2}) + \cos(x + \pi) \cdot \cos(x - \pi) +$$

$$\tan(2\pi - x) \cdot \cot(2\pi + x) = ?$$

۲ — در مثلث A و B ميباشد $\cot B = 3$ و $\cot A = 2$

$\tan C + \cot C$ را حساب کنيد .

۳ — معادله زير را حل کرده جوابهاي بين صفر و

2π را محاسبه نمايد :

$$2 \cos^3 x + 4 \sin^3 x - 3 \sin x = 0$$

۴ — درستي اتحاد زير را ثابت کنيد :

$$\frac{\cos(x + 60^\circ)}{\sin 60^\circ} + \frac{\sin(x + 60^\circ)}{\cos 60^\circ} = 4 \cos x \tan \frac{\pi}{6}$$

۵ — عبارت $\frac{9 \cos x - 3 b \sin^2 x}{(b \cos x - 1)(a \cos x - 10)}$ مفروض

است اولا ضرائب a و b را طوري تعیین کنيد که عبارت زير به x بستگي نداشته باشد ثانيانا به ازاء $5 = a$ و $2 = b$ ثابت

$$\text{کنيد کسر فوق برابر } \frac{3 \cos x + 6}{5 \cos x - 10} \text{ ميباشد .}$$

دبيرستان رازی شاهی—دبير : باقری ، فرستنده : توکلی

۱ — عبارت زير را ساده کنيد .

$$3 \cos^4 x + 3 \sin^4 x - 2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$$

۲ — کمانی را بدست آوريد که اختلاف مقدار آن

نسبت به درجه و گراد برابر 15° باشد .

۳ — در صورتيکه $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{4}$ باشد

مقدار k را حساب کنيد :

$$k = \frac{\cos 142.5^\circ - \sin 195^\circ + 1}{\tan 165^\circ - \cot 15^\circ}$$

دبيرستان سعيد العلماء—دبير : يزدي ، فرستنده : سلطانی

سؤال اول — عبارت زير را ساده کنيد :

$$\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \right)$$

سؤال دوم — صحت تساوي زير را معلوم کنيد :

$$\frac{\sin(90^\circ + \alpha) + \cos(270^\circ - \alpha)}{\cot(180^\circ + \alpha) + (\tan 360^\circ - \alpha)} =$$

دیبرستان قناد بابل دبیر خیرخواه، فرستنده: گلچاریان

$$0 < x < \frac{\pi}{2} \cos x \cdot \cot x = \frac{9}{20} \quad 1 - \text{اگر}$$

باشد سایر خطوط مثلثاتی کمان x را تعیین کنید:
۲ - هرگاه C و B و A زوایای مثلثی باشند صحبت اتحاد زیر را اثبات کنید:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3A+2B+2C}{2}\right) = \cotg\frac{C}{2}$$

۳ - صحبت تساوی زیر را اثبات نماید:

$$\sin^2 x \cos^2 x \left(\frac{1}{\frac{1}{\cos^2 x} - \cos^2 x} + \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 x} - \sin^2 x} \right) = \frac{1 - \sin^2 x \cos^2 x}{2 + \sin^2 x \cos^2 x}$$

$$4 - \text{هرگاه } 1 - \operatorname{tg} 22/5 = \sqrt{2} - 1 \text{ باشد مقدار عددی رابطه زیر را تعیین کنید:}$$

$$B = \frac{\operatorname{tg} 112/5 + \cotg 292/5}{\operatorname{tg} 157/5 + \cotg 382/5}$$

دیبرستان کورش - دبیر: رجبی، فرستنده: یوسفی

$$\text{سؤال اول} - \alpha \text{ کمانی است حاده وداریم: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4} \text{ سایر}$$

خطوط مثلثاتی α را حساب کنید.

سؤال دوم - در صورتی که:

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \quad 4 \sin x + 3 \cos x = 5$$

و α حاده باشد صحبت تساوی زیر را تحقیق کنید:

$$\sin(\alpha + x) = 1$$

سؤال سوم - معادله زیر را حل کنید و جواب بین صفر

و 2π را بر حسب α حاده محاسبه کنید در صورتی که:

$$\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$$

$$4 \sin x + 3 \cos x - 5 = 0 \quad \text{باشد}$$

$$4 \sin x + 3 \cos x - 5 = \text{مقادیر}$$

را به ازاء $\frac{\pi}{6} = x$ محاسبه کنید.

سؤال پنجم - به ازاء چه مقادیری از x عبارت

$$4 \sin x + 3 \cos x - 5 =$$

ماکریم یا مینیم است.

سؤال ششم - به ازاء چه مقادیری از a تساوی زیر

میتواند صحیح باشد:

$$4 \sin x + 3 \cos x = a$$

۶ - ثابت کنید:

$$\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x) +$$

$$\operatorname{tg}(2\pi - x) \cotg x + \cos 0 = \sin x$$

۷ - معادله $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$ را حل کنید.

$$8 - \text{معادله } 4 \sin(x + \frac{\pi}{3}) \sin(x - \frac{\pi}{3}) = 1 \text{ را حل کنید.}$$

۹ - ثابت کنید $\operatorname{tg} 75 = 2 + \sqrt{3}$

۱۰ - بازاء چه مقدار $b \operatorname{ga}$

$$1 \equiv (2a+1) \sin^2 x + (b-1) \cos^2 x$$

۱۱ - معادله $\cos 2x - \sin x = 0$ را حل کنید.

۱۲ - ثابت کنید

$$\operatorname{ArCs} \frac{12}{13} + \operatorname{ArCs} \frac{5}{13} = \frac{\pi}{2}$$

۱۳ - a را در کسر

$$\frac{(2a+1) \sin x + (3a-4) \cos x}{(3a-4) \sin x + (2a+1) \cos x}$$

چنان بدست آورید که کسر بستگی به x نداشته باشد

۱۴ - ثابت کنید

$$\cos(a+b) \cos(a-b) = \cos^2 a - \sin^2 b$$

دیبرستان علم بیرجند ۵ بیر شریفی

$$1 - \text{اگر } \frac{3}{5} \sin A = \text{باشه ای کمان در ربع دوم باشد اندازه}$$

سایر خطوط مثلثاتی کمان A را حساب کنید

۲ - تفاضل دو زاویه 1 گراد و مجموع آنها یک درجه است

آن دو زاویه را بر حسب درجه و گراد و رادیان حساب کنید

۳ - صحبت اتحادهای زیر را بدست آورید

$$\left(\frac{1}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \cos \alpha \right) = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$2 \sin 36^\circ \cos 54^\circ + \operatorname{tg} 36^\circ \operatorname{tg} 54^\circ + \sin 144^\circ \sin 216^\circ$$

$$- \cos 126^\circ \sin 324^\circ + \sin(-36) \sin 144^\circ =$$

$$\sin^2 54^\circ$$

۴ - در عبارت

$$a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin^2 x \cos^2 x$$

مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که اندازه این عبارت

برابر 2 باشد، بازاء جمیع مقادیر x

۵ - اگر داشته باشیم

$$3 \sin P \cos P - 2 \cos P = 0$$

اندازه قوس P را بدست آورید

دیبرستان مرجان - دبیر - چاوشیان

$$(\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{8}{17}$$

انتهای قوس β درربع دوم دایره مثلثاتی باشد مقادیر $\operatorname{tg}(\alpha - \beta - 45^\circ)$ و $\sin(\alpha + \beta)$ را محاسبه کنید.

مسئله دوم - تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\operatorname{Arctg} \frac{3}{4} - \operatorname{Arcosec} \frac{17}{8} + \operatorname{Arccos} \frac{13}{85} = 90^\circ$$

مسئله سوم - اگر رابطه :

$$\sin(\frac{\pi}{4} + a) \cos(x + b) = \sin(\frac{\pi}{4} - a) \cos(x - b)$$

را داشته باشیم رابطه :

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a \operatorname{cot} g b$$

را ثابت کنید.

مسئله چهارم - معادله :

$$2 \cos^2 x + (2 - \sqrt{2}) \sin x - 2 + \sqrt{2} = 0$$

جوابهای در فاصله صفر و 2π بدست آورید.

مسئله پنجم - معادله :

$$\sqrt{2} (\operatorname{tg} x + \operatorname{cot} g x) = -4$$

را حل کرده جوابهای در فاصله صفر و 2π بدست آورید.

دیبرستان هدف - ۳ - دبیر، قوامی، فرستنده : همایون مهاجری

۱ - مطلوب است تعیین اندازه زاویه‌ای بر حسب هر سه واحد مثلثاتی کمان به قسمی که خارج قسمت مجموع بر تقاضل آن بر حسب گراد و درجه برابر اندازه آن بر حسب رادیان بر

$$\frac{\pi}{95} \text{ باشد.}$$

۲ - مقدار عددی عبارتهاي زير را حساب کنيد.

$$x = 45^\circ$$

$$A = \sin(7x + 15^\circ) - 2 \cos(5x + 15^\circ) + 3 \sin(3x - 15^\circ) - 4 \cos(x + 15^\circ)$$

$$B = \sin^4 \frac{\pi}{12} + \sin^4 \frac{4\pi}{12} + \sin^4 \frac{7\pi}{12} + \sin^4 \frac{10\pi}{12}$$

۳ - اگر A و B و C زوایای مثلثی باشند ثابت کنید

رابطه زیر محقق است.

$$\sin \frac{C-A}{2} = -\cos \frac{B+2C}{2}$$

۴ - اگر داشته باشیم :

$$(\frac{1}{\sin x} - m)(\frac{1}{\cos x} + m) = \frac{1-m}{\sin x \cos x}$$

مطلوب است محاسبه $\sin x \cdot \cos x$ و $\sin x - \cos x$ بر حسب m

۵ - اتحاد زیر را ثابت کنید :

$$\cos^{-2} x - 1 = \operatorname{tg}^2 x (\operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x + 3)$$

۶ - اگر داشته باشیم :

$$\begin{cases} a \sin x + b \cos x = P \\ b \sin x + a \cos x = q \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{cot} g x = \frac{ab}{p+q} \end{cases}$$

ثابت کنید رابطه زیر محقق است :

$$\frac{p-4}{q} + \frac{q-4}{p} = \frac{a^2 + b^2}{pq}$$

مسائل امتحانات هندسه

بهبهان - دبیر، اشرف العقلاي، فرستنده : داد بود

۱ - لوزی ABCD به اقطار AC و BD مفروض

است خط Δ صفحه لوزی را در نقطه E تلاقی نموده و نقطه متغیر M بر روی Δ قرار دارد نقطه M را طوری تعیین کنید که دو مثلث MCD و MAD مساوی باشند. (بحث)

۲ - دو صفحه متقاطع P و Q مفروضند در روی صفحه P مثلث متساوی الساقین ACD و در روی صفحه Q مثلث متساوی الساقین BCD طوری رسم شده‌اند که این دو مثلث باهم برابرند اگر M وسط AB و N وسط CD باشد ثابت کنید عمود مشترک دو خط AB و CD می‌باشد.

۳ - دو خط متنافر D و C اختیار شده است مطلوب است تعیین نقطه A روی D و B روی C از طوری که زاویه B قائم باشد.

۴ - فرجه قائم (P و AB و Q)

مفروض است.

اولاً - مطلوب است تعیین صفحاتی که از نقطه M واقع بر یال AB گذشته و فصل مشترک آن با دو وجه فرجه زاویه قائم باشد.

ثانیاً از نقطه ثابت C واقع بر یال AB عمودهایی بر

صفحات مذبور فرود می‌آوریم مکان هندسی این خطوط عمود و همچنین مکان هندسی پای عمودهای را تعیین کنید.

فیزیک

دیبرستان فردوسی رضائیه - دبیر : صحابی ، فرستنده: امینزاده

- ۱- یکدسته شعاع تحت زاویه 46° درجه از محیط A به ضریب شکست $\frac{2}{\sqrt{2}}$ به محیط دوم به ضریب شکست ۲ وارد می شود آیا این اشعه می توانند وارد محیط دوم شوند یا نه و چرا و اگر این اشعه از یک نقطه نورانی S بتابند تصویر در کجا تشکیل می شود (شکل)
- ۲- جسمی به فاصله ۶ سانتی متر از آینه محدبی به شعاع ۱۲ cm واقع شده جای تصویر و بزرگنمایی دستگاه را حساب کنید.
- ۳- اگر آئینه مسطح دیگری روی کانون آئینه محدب قرار دهیم تصویر انتهایی را به طریق رسم پیدا کنید (جواب قسمت دوم، غیرممکن)
- ۴- مقدار روشنایی حاصل از منبع نوری به شدت ۳ ویول روی صفحه می کند با متداد اشعه از این 35° می سازد $\frac{1}{\sqrt{3}}$ لوکس است فاصله منبع را تا صفحه حساب کنید.
- ۵- اگر طول سیمی را 10 cm برابر و قطر آنرا 1 mm برابر کنیم مقاومت چند برابر می شود.

مسئل شیمی

دیبرستان علامه دهخدا - دبیر : رفعتی

مسئله - مخلوطی است از کربنات سدیم و کربنات کلسیم به وزن $20/6$ گرم روی آن به مقدار کافی اسید کلریدریک می ریزیم حجم گاز حاصله در شرایط متعارفی $4/48$ لیتر می شود تعیین کنید مقدار درصد هریک از نمکهای در مخلوط مسئله - $2/5$ گرم از یک نمونه کربنات سدیم آلوده به نمک طعام را با 40 ml محلول اسید کلریدریک $18/25$ گرم در لیتر خنثی کرده ایم مقدار ناخالصی کربنات را در نمونه حساب کنید.

دیبرستان فردوسی رضائیه - دبیر : فرزام، فرستنده امینزاده

- ۱- 20 cc محلول نمک قلیا در مجاورت محلول تورنسل با 15 cc محلول مولکول گرم در لیتر اسید سولفوریک خنثی می شود و معرف تغییر رنگ می دهد از این آزمایش ساده غلظت محلول قلیای متبلور را حساب کنید.
- ۲- مخلوطی از نمک طعام و کلرورباریم بی آب $4/394$ گرم جرم دارد و چون آندو را در آب حل کرده ایم و حجم

دیبرستان فردوسی رضائیه - دبیر : دیلمقانی، فرستنده امینزاده

۱- مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع a در صفحه P مفروض است از نقطه H محل تلاقی ارتفاعات مثلث خطی بر صفحه مثلث عموداً اخراج می کنیم ثابت کنید :

اولاً هر صفحه بی که بر یکی از رئوس مثلث ABC واین خط می گذرد بر ضلع مقابل آن زاویه از مثلث ABC عمود است.

ثانیاً در روی خط عمود x فرض می کنیم (H) محل تلاقی ارتفاعات مثلث) از نقطه M عمودهایی بر صفحات MAC و MAB و MBC اخراج می کنیم این عمودها صفحه P را در نقاط A' و B' و C' قطع می کنند ثابت کنید مثلث A'B'C' با مثلث ABC متشابه است نسبت تشابه را تعیین کنید.

۲- مطلوب است تعیین مکان هندسی نقاطی که از دو خط موازی به یک فاصله باشند.

۳- مطلوب است تعیین مکان هندسی نقاطی که نسبت فواصل آنها از دو صفحه متقاطع برابر عدد معلوم m باشد.

دیبرستان قناد بابل - دبیر : رودباریان، فرستنده: گلزاریان

۱- مطلوب است مکان هندسی نقاطی از فضای از دو خط متقاطع به یک فاصله باشد.

۲- مثلث ABC در صفحه P و نقطه O در خارج آن مفروض است روی OA و OB به ترتیب نقاط D و E را طوری انتخاب کنید که نسبت $\frac{OD}{OA} = \frac{OE}{OB}$ برابر باشد. ثابت کنید فصل مشترک صفحه CDE و صفحه AB موازی است

دیبرستان هدف ۳ - دبیر : احسانی، فرستنده: همایون مهاجری

۱- از نقطه معلوم O صفحه ای بگذرانید که با خط راست معلوم D موازی و خط D از آن صفحه به فاصله معلوم l باشد.

۲- صفحه P و خط D خارج مفروض است از این خط صفحه ای مورده بحث که با صفحه P زاویه α بسازد.

۳- دو صفحه متقاطع P و Q مفروضند و پاره خط MN روی صفحه P قرار دارد روی صفحه Q نقطه A چنان پیدا کنید مثلث AMN قائم الزاویه متساوی الساقین گردد (رأس قائم باشد)

۴- خط D بر صفحه P عمود است ثابت کنید خط D' تصویر خط D روی هر صفحه دلخواه Q بر فعل مشترک دو صفحه P و Q عمود است.

در حالیکه معادله دارای دوریشه حقیقی $x^1 + x^2$ میباشد
 خط (D) نقاط P و Q را بقسمی انتخاب میکنیم که طولهای آنها بترتیب $x^1 + x^2$ ریشه های معادله (1) باشد ثابت کنید که نقاط P و Q نسبت به A قرینه یکدیگرند و نیز ثابت کنید مانندی این نقاط بصورت

$$y = \frac{x^1 + x^2}{2x + 1}$$

است.

دیبرستان البرز - فرستنده: محمد وزیری
 ۱- مطلوب است رسم جدول ومنحنی نمایش تغییرات تابع:

$$y = \frac{x\sqrt{x^2 - 1}}{x + 2}$$

۲- تابع $y = \sqrt{x^2 + 1}$ و نقطه L عرض روى محور عرضها فرض میشود - حدود λ را طوری تعیین کنید که بتوان از نقطه L دو قائم بر منحنی تابع مزبور رسم نمود
 ۳- مطلوب است تعیین تابع ضمنی y^1 و y^2 در صورتیکه y^1 و y^2 مشتقات مرتبه اول و دوم تابع مزبور عکس بکدیگر بوده.

و ثانیاً منحنی نمایش تغییرات تابع مزبور را مبدأ مختصات بر محور طولها مماس باشد

دیبرستان ایرانشهر ریزد - دیبر: نوابزاده، فرستنده: قانع الف - مکان هندسی نقطه

$$M(\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha})$$

را تعیین کرده مرکز تقارن آنرا بدست آورید.

ب - تحقیق کنید بین y^1 و y^2 مشتق اول و دوم تابع:

$$y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^m$$

رابطه زیر برقرار است:

$$(x^1 - 1)y^2 + xy' - m'y = 0$$

ج - مجموع زیر را بدست آورید :

$$1 + x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n + \dots$$

د - حد تابع

$$y = \frac{(\cos x - 1)\operatorname{tg} x \sin x}{x^4}$$

را باز از $x = 0$ بدست آورید.

دیبرستان ششم بهمن خوی - دیبر: ملاحسنی، فرستنده: بهادری نماینده بکان

۱- حد عبارات زیر را از راه مستقیم و از روش هوپیتال

$$x = 0$$

پیدا کنید باز از

محلول را به $100cc$ بر سایم و به $20cc$ از محلول حاصل سوپرات سدیم کافی اثر بدهیم مقدار 0.932 . گرم رسوب بدست میآید تعیین کنید جرم هر یک از نمکها را در محلول ثانیاً از اثر محلول نیترات نقره کافی به $20cc$ از محلول فوق چقدر رسوب حاصل میشود؟

کلاس ششم ریاضی

جبر

دیبرستان ادب - دیبر:

$$y = \frac{ax^1 + bx - 5}{x + c}$$

مفروض است ضرایب a و b و c را چنان تعیین کنید تا خطوط

$$y = 2x + 76x = 4$$

مجاذب های منحنی باشند

۲- مختصات مرکز تقارن منحنی معادله

$$xy - 4y - 2x^1 + x + 5 = 0$$

را تعیین کنید.

$$3- از نقطه (1, 0) و $M(\frac{1}{\mu}, 0)$ دو مماس بر منحنی$$

$$y = \frac{x^1 + x - 2}{x + 1}$$

میتوان رسم کرد معادلات خطوط مماس و مختصات نقاط تماس را تعیین کنید.

۴- جهت تحدب تقارن و مختصات نقطه عطف منحنی معادله:

$$y = \frac{x^1 + x}{(x - 1)^2}$$

را تعیین کنید

۵- معادلات خطوط مجاذب منحنی معادله

$$y = x \pm \sqrt{4x^2 - x - 3}$$

را تعیین کنید.

۶- خط (D) به معادله

$$y = 2mx + m$$

مفروض است

اولاً ثابت کنید که خط D از نقطه ثابت A میگذرد مختصات

نقطه A را تعیین کنید

ثانیاً معادله درجه دوم ذیل مفروض است

$$(1 - 4m)x^1 + (1 - 4m)x - m = 0$$

حقيقی y بازاء ∞ با در نظر گرفتن درجه صورت ومخرج در حالات مختلف؛

۳- معادله $(y+x-1=4(y+2x-4))$ مفروض است تحقیق کنید منحنی نمایش تغییرات مربوط آن دارای محور تقارنی بموازات محور x است معادله آن را بنویسید

۴- مطلوب است مکان هندسی نقاطی که مجموع آنها از نقطه $(M' - 3x^2 - 4)$ مساوی ۲۵ باشد

۵- نقطه $(A(1, 0))$ و منحنی

$$x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$$

مفروضند از نقطه A چند مماس برای منحنی می‌توان رسم کرد معادلات مماسها را بنویسید.

۶- تابع $y = x^2 + ax^2 + bx + c$ مفروض است a و b را چنان معین کنید که نقطه A بطول اری محور x ها ماکزیمم منحنی باشد و محور y را در نقطه B بعرض ۲ قطع کند آن گاه مختصات نقطه عطف این منحنی را بدست آورده و جهت تقریب آن را در ازاء مقادیر x پیدا کنید و معادله مماس بر منحنی را در نقطه عطف بدست آورید

$$y = (x-2)\sqrt{\frac{x-3}{x-1}} \quad \text{تابع ۷}$$

محابهای آن را بدست آورید

$$y = \frac{x^2 - 2x^2 + 4x}{x^2 - 5x + 6} \quad \text{معادلات محابی}$$

را بدست آورید

۹- مقدار حقيقی تابع

$$x = \pm \infty \quad y = 2x + \sqrt{x^2 - 3x} \quad \text{بدست آورید}$$

دیبرستان علوی - دبیر: باقر نحوی . فرستنده: مس فروش
۱- مکان هندسی نقطه M را طوری تعیین کنید بطوریکه $\angle AMB = 45^\circ$ و $\angle B = 70^\circ$ درجه باشد.

۲- معادله قائم بر منحنی بطول α را حساب کنید

$$y = -2 + \sqrt{-x^2 - 2x + 8}$$

و ثانیاً ثابت کنید این معادله از نقطه ثابتی بازاء جمیع مقادیر α میگذرد مختصات آن نقطه را حساب کنید

۳- محابی منحنی زیر را تعیین کنید

$$y = \sqrt{x-2}(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2})$$

۴- مکان هندسی نقطه M را بدست آورید

$$M(\sin\alpha \cos\alpha, \frac{1 + 2\tan\alpha - \tan^2\alpha}{1 + \tan^2\alpha})$$

$$\frac{\sin x \cos x - \sin x - 1 + \cos x}{2 \sin^2 x \cos x + \sin^3 x}$$

۲- حد عبارت زیر را به ازاء ∞ پیدا کنید

$$\sqrt{x^2 + 2x - 1} - \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$\operatorname{tg}^3 x \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{6})$$

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{x+2} \quad \text{تابع ۴}$$

مفروض است

اولاً a و b و c را چنان تعیین کنید که منحنی فوق محور عرضها را در نقطه‌ای بعرض $\frac{1}{2}$ و نیمساز مربع دوم را در نقطه‌ای بعرض ۱- قطع کرده در نقطه اخیر \min باشد.
ثانیاً مطلوبست رسم جدول و منحنی تابع

$$y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x+2}$$

ثالثاً اگر از نقطه $(7-4)$ دوم مماس بر منحنی رسم کنیم

معادلات آنها را نوشته مختصات B و D نقاط تماس را محاسبه کنید.

رابعاً معادلات قائم‌های بر منحنی C را در نقاط B و D بنویسید و مختصات محل تلاقی آنها را پیدا کنید.

خامساً مکان هندسی نقاطی از صفحه محورهای مختصات را تعیین کنید که بتوان از آنها دو مماس متعامد بر منحنی C رسم کرد و تحقیق کنید که این مکان دایره است که مرکز محل تلاقی محابهای منحنی C و شاعاش است.

سادساً تحقیق کنید چهار نقطه از مکان فوق وجود دارد که از آنها فقط یک مماس می‌توان بر منحنی رسم کرد که نقطه تماس در بینهایت دونباشد. مختصات چهار نقطه پیدا کنید

دبیرستان علم بیرجند - دبیر: عابدی

۱- ریشه‌های معادله

$$mx^2 - mx = 2x - 2m$$

را با اعداد ۲ و ۱- بازاء مقادیر مختلف m مقایسه کنید

$$2 - \text{تابع } y = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ که در آن } f(x) \text{ و } g(x) \text{ بصورت}$$

کثیرالجمله هایی از x هستند مفروض است مطلوبست مقدار

از مبدأ مختصات گذشته و تفاصیل بین مقادیر ماکریم و می نیم
تابع برابر $\sqrt{5}$ باشد
۲- تحقیق کنید که منحنی معادله

$$y = \frac{x^2 - 4x}{x+1}$$

دارای مرکز تقارنی است که مختصات آنرا تعیین خواهید
کرد.

۳- جدول تغییرات و منحنی (c) نمایش تابع فوق یعنی

$$y = \frac{x^2 - 4x}{x+1}$$

را رسم کنید

۴- تحقیق کنید که از نقطه (۵، ۰) M دوماس بر منحنی
(c) میتوان رسم کرد معادلات مماسهارا بنویسید و تأثیر اندازه
یین دوماس را محاسبه کنید

۵- اگر خط $y = m$ منحنی (c) را در دو نقطه A و B
قطع کند معادله مکان هندسی نقطه P وسط AB چیست؟

II - معادلات مجانب‌های منحنی نمایش تابع

$$y = -2x + \sqrt{x^2 + 2x}$$

را یابید

III - مقدار واقعی تابع

$$y = \frac{\tan x - \sin x \cos x}{1 - \cos x}$$

را بازه $x \in [0, \pi]$ بدست آورید

IV - a و b را طوری تعیین کنید که مجانب منحنی

$$y = \frac{ax^2 - bx + 1}{x+2}$$

معادله $4x - 3y = 0$ باشد

دیبرستان هدایت سنتندج ۵ بیر: حسام الدین، فرستنده: بهزاد سوفر
مسئله اول - اولاً منحنی نمایش تابع

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$$

را رسم نمایید

ثانیاً قوسهای محدب و مقعر منحنی را
محور y-ها بدست آورید و نقطه عطف آنرا تعییر
بعرص

III - واقع روی محور y-ها میگذرد بنویسید

$$x = \frac{x^2 - 2ax + 1}{x - 2a}$$

مسئله دوم - تابع

دیبرستان قناد بال - ۵ بیر: خیرخواه، فرستنده: محمدگریم روش

۱- در تابع

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

مطلوب است تعیین مقادیر a و b و c و d بقسمی که تابع
بازه $x \in [0, 2]$ ماکریمی برابر ۴ و بازه $x \in [2, 4]$ می‌نمی
برابر صفرداشته باشد

ثانیاً - تعیین کنید تابع

$$y = x^3 - 3x^2 + 4$$

در چه فاصله محدب یا مقعر است و نقطه عطف منحنی
را تعیین کنید و تحقیق کنید که نقطه عطف مرکز تقارن منحنی
میباشد.

ثالثاً - منحنی مفروض را رسم کنید

۲- اولاً مقدار حقیقی تابع زیر را بازه $x \in [-\infty, 5]$ تعیین
کنید.

$$y = 2x + 2 \pm \sqrt{9x^2 + 2x + 5}$$

ثانیاً - مجانب منحنی مفروض را تعیین کنید

$$y = \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 + 1}$$

را در قدر میگیریم و منحنی نمایش تغییرات آنرا (c)

مینامیم

اولاً بازه $x \in [-\infty, 1]$ میگذرد که مختصات آنرا حساب خواهید کرد
ثابت کنید که m هرچه باشد A مرکز تقارن منحنی (c)
میباشد

ثانیاً - مطلوب است مقادیری از x که بازه آن $y = m$ میگیریم
یا می‌نمیم میشود و ماکریم و می‌نمیم تابع را نیز حساب کنید و
بازه مقادیر مختلف m تعیین کنید مکان هندسی نقاطی از منحنی
(c) را که در آنجا $y = m$ میگیریم یا می‌نمیم است

ثالثاً - منحنی مفروض را بازه $x \in [-1, 1]$ رسم کنید

رابعاً - بازاعچه مقادیری از a منحنی مفروض خط $y = a$

را قطع میکند

خامساً - مکان ماکریم و می‌نمیم تابع

$$y = \frac{x^2 - 2x + m}{x^2 + m}$$

را تعیین کنید.

دیبرستان گلشن راز شuster - ۵ بیر: باهمت

$$y = \frac{ax^3 - 4x + b}{x + a}$$

I- تابع

مفروض است.

۱- a و b را طوری تعیین کنید که منحنی نمایش تابع فوق

مفترض است :

مثلثات

دیبرستان ادب

I - عبارت زیر را قابل محاسبه با لگاریتم نمائید :

$$S = \cos(\alpha + \beta) \cos \gamma + \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \\ - \sin(\alpha + \beta) \sin \gamma$$

II - معادله مثلثاتی زیر را حل کنید :

$$16 \cos^9 x - 6 \cos^2 x - 3 \cos^4 x = 4 / 75$$

III - اولاً معادله مثلثاتی :

$$(m-1) \sin^3 x + m \sin^2 x + (m+1) \sin x = 0$$

را به یک معادله درجه اول و یک معادله درجه دوم بر حسب یکی از خطوط مثلثاتی x تبدیل کنید و پس در تعداد ریشه های

$$\text{معادله درجه دوم حاصل بفرض اینکه } x < \frac{\pi}{3}$$

باشد بحث کنید .

IV - دایره بمرکز O و شعاع R مفترض است از نقطه A خارج دایره بفاصله $OA = 2R$ قاطع ABC دارد. میکنیم و سط وتر BC را E مینامیم زاویه OAB = x را طوری تعیین کنید که مساحت مستطیل باعده AE و OE مساوی m باشد مساحت مربعی بضلع BE باشد (بحث بر حسب

$$\text{و بازاء } m = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \text{ زاویه } x \text{ را تعیین کنید .}$$

V - دستگاه در معادله درجه چهارم زیر را حل و بحث کنید .

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3} \\ \sin^3 x + \sin^3 y - m \sin x \sin y = 0 \end{cases}$$

دیبرستان البرز - فرستنده : محمد وزیری

۱ - اگر $\cos y \cot g x = \cot g a$ و $\sin x \cot y = \cot b$ باشد $\sin y \cos x$ را بر حسب خطوط مثلثاتی a و b حساب کنید .

۲ - بفرض آنکه $\frac{b}{a} = \cot \alpha$ باشد عبارت :

$$x = \frac{a+b+\sqrt{a^2+b^2}}{a-b}$$

را قابل محاسبه لگاریتمی کنید .

۳ - معادله :

$$m(\sin x + \cos x) + 2 \sin 2x = 2 \sqrt{6} + 1$$

۱ - پارامتر a را چنان تعیین کنید که فقط یکی از دو مقدار ماکریم و یا می نیم تابع برابر ۴ شود در اینحال دیگری را نیز محاسبه کنید . در این محاسبه خواهید دید برای a دو مقدار بدست می آید تحقیق کنید که بازاء هر یک از دو مقدار a کدامیک از ماکریم یا می نیم برابر ۴ است .

۲ - منحنی (C₁) نمایش تابع :

$$y = \frac{(x-1)^2}{x-2}$$

و منحنی (C₂) نمایش تابع

$$y = \frac{1-4x}{2x}$$

را دقیقاً در یکدستگاه محورهای مختصات رسم کنید .

۳ - خط (D) بمعادله $y = m$ عموماً منحنی (C₁) را در دو نقطه M و N قطع میکند معادله ای تشکیل دهد که ریشه هایش طولهای نقاط تقاطع باشند و نیز همین خط منحنی (C₂) را در نقطه P که مختصات آنرا پیدا خواهید کرد قطع میکند مکان هندسی مزدوج های توافقی P را نسبت به M و N میکند که نقاط نظری Q است پیدا کنید .

۴ - بازاء دو مقدار m که آنرا خواهید یافت نقطه P در وسط MN قرار دارد اگر P₁ و P₂ نقاط تغییر دو مقدار O₁ و O₂ مراکز تقارن دو منحنی (C₁) و (C₂) باشند ثابت کنید چهار نقطه P₁ و P₂ و O₁ و O₂ روی یک خط راست قرار دارند .

مسئله سوم - تابع :

$$y = \frac{mx - 2m}{x^2 - 2m}$$

مفترض است :

۱ - ثابت کنید بازاء جمیع مقادیر m منحنی های فوق از دو نقطه ثابت میگذرند و در یکی از این دو نقطه بر خط ثابتی مماس میباشند نقطه تقاطع مماس ثابت را با منحنی فوق بدست آورید .

۲ - ثابت کنید مکان هندسی ماکریم یا می نیم های توایع فوق خطی است مستقیم .

۳ - نشان دهید که منحنی های فوق همواره دارای سه نقطه عطف واقع بر یک استقامه تند که معادله آنرا بدست می آورید .

مجهولی زیر :

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1 \\ \cos^2 x + \cos^2 y = m \end{cases}$$

دیبرستان خسروی - دیبر : عالی تر از

- معادله

$$(\sin x + \cos x) + m \sin 2x = 3m - \sqrt{2}$$

مفروض است m را چنان تعیین کنید که معادله دو ریشه قابل قبول داشته باشد :

۲ و ۳ - دستگاههای زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \cos x \cdot \cos y = -\frac{3}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x + \cos y = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos y} = 3 \end{cases}$$

۴ - معادله زیر را حل و بحث کنید

$$\sin^4 x + \cos^4 x \sin^2 x + \cos^4 x = m \cos^4 x$$

۵ - نامعادله زیر را حل کنید .

$$0 \leq \cos x + \sqrt{2} \sin x > \sqrt{2}$$

۶ - در معادله

$$2 \cos^4 x + \cos \alpha \sin x \cos x = \sin \alpha \cos 2x$$

مقدار α را چنان تعیین کنید که مجموع مقادیر اصل جوابهای معادله ۱۳۵ درجه باشد .

دیبرستان علم بیرجند - دیبر : شریفی

۱ - عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید .

$$15 \sin a - 5\sqrt{3} \cos a + 10 + 10 \cotg \frac{\pi}{6} \sin a$$

۲ - معادله زیر را حل کرده جوابهای بین صفر و 2π آن را بدست آورید .

$$\sin x + \cos x = \cos 3x$$

۳ - در معادله زیر به ازاء مقادیر مختلف m در تعداد جوابها بحث کنید .

$$2m \cos x + m \sin^2 x = 4 + 2 \sin^2 x$$

۴ - دستگاه دو معادله زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1 \\ \cos \frac{x}{2} + \cos \frac{y}{2} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

۵ - در عبارت :

$$a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin^2 x \cos^2 x = K$$

مفروض است اولاً - حدود m را طوری تعیین کنید که :

$$\frac{\pi}{4} < x < \frac{7\pi}{12}$$

ثانیاً بازاء $m = 4$ معادله را حل کنید .

۴ - دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} \cos^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4} \\ \frac{\tan x}{\tan y} = \sqrt{3} \end{cases}$$

دیبرستان ایرانشهر یزد - فرستنده : قانع

الف - اگر $\cos x = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$ باشد

$\tg \frac{x}{2}$ را قابل محاسبه بوسیله لگاریتم نمایید .

ب - مجموع زیر را حساب کنید :

$$S = \frac{1}{\sin 2a} + \frac{1}{\sin a} + \frac{1}{\sin \frac{a}{2}} + \frac{1}{\sin \frac{a}{2n}}$$

ج - معادله زیر را حل و بحث کنید :

$$\cos x \cos(2x - a) = \cos x + \cos(2x - a)$$

د - دستگاه زیر را حل و بحث کنید :

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1 \\ \cos \frac{x}{2} + \cos \frac{y}{2} = m \end{cases}$$

دیبرستان پهلوی ساری - دیبر : احسان جوازداده، فرستنده: مقدسی

۱ - جوابهای معادله $x \tan \alpha + 2x - \tan \alpha = 0$ را قابل

محاسبه بوسیله لگاریتم نمایید .

۲ - اولاً معادله زیر را حل و بحث کنید .

$$\sin x + \cos x + \tan x + \cotan x + \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = m$$

ثانیاً به ازاء $m = 2$ جوابهای بین 0 و $\frac{\pi}{2}$ آنرا بدست

آورید .

۳ - معادله زیر را حل و بحث کنید :

$$(m+1) \cos 2x - 8m (\cos^4 \frac{x}{2} + \sin^4 \frac{x}{2}) +$$

$$7(m-1) = 0$$

۴ - مطلوبست حل و بحث دستگاه دو معادله دو

ثانیاً به ازاء $\bar{a} = \sqrt{2}$ معادله را حل کنید .
 $\sqrt{2}(\sin^2 x - \sin^2 2x) + a \cos^2 x = a - 1$
 ۳- نامعادله زیر را حل کنید .

$3\sin x + \sqrt{2}\cos x \leq \sqrt{3}$
 ۴- دستگاه دو مجهولی زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} \sin 2x + \sin 2y = \sqrt{2} \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 1 \end{cases}$$

۵- جدول تغییرات منحنی نمایش تابع :

$$y = \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$$

را رسم کنید در صورتی که $0^\circ \leq x \leq 2\pi$

دیبرستان نظام وفا اهواز - دبیر : قوام نحوی

۱- می دانیم x زاویه‌ای است بین صفر و 90° درجوابهای معادله زیر بر حسب مقادیر m بحث کنید .

$$\operatorname{tg} x + \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = m$$

۲- معادله زیر مفروض است :

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin x + b \cdot \cos x + 3 \operatorname{cotg} \alpha - 2\sqrt{3} = 0$$

$\frac{\pi}{6}$ را طوری پیدا کنید که ریشه‌های این معادله مساوی

$$\text{و } \frac{\pi}{2} \text{ باشد .}$$

۳- معادله مثلثاتی زیر را حل کنید .

$$1 + (1 + \sqrt{2}) \cos x - (1 + \sqrt{2}) \sin x - 2 \sin x \cos x + \sqrt{2} = 0$$

۴- دستگاه زیر مفروض است :

$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x + \sin y - \cos x \cdot \cos y = m \end{cases}$$

اولاً بر حسب مقادیر m در جوابهای دستگاه بحث کنید

ثانیاً به ازاء $m = \frac{3}{2}$ دستگاه را حل کنید .

۵- عبارتهای زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید :

$$1 + \cos a + \cos b + \cos(a+b)$$

$$\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \text{ و } \frac{a - \sqrt{a^2 + b^2}}{b}$$

مقادیر a و b و k را چنان تعیین کنید که این عبارت مستقل از x باشد .

دیبرستان علوی - دبیر : ریاضی، فرستنده : مس فروش
 مسئله اول - عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید
 حاصل را به ساده‌ترین صورت ممکن درآورید .

$$S = a^x \operatorname{tg} x - b^x \operatorname{cotg} x$$

مسئله دوم - منحنی نمایش تغییرات تابع زیر را در يك دوره تناوب رسم کنید .

$$y = \frac{\sin 2x}{1 + 2 \cos 2x}$$

مسئله سوم - معادله

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = m$$

$$-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

می باشد مفروض است .

۱- در تعداد ریشه‌های معادله مفروض بر حسب مقادیر مختلفه m بحث کنید .

۲- به ازاء $m = 2\sqrt{2}$ جواب قابل قبول معادله را تعیین کنید .

مسئله چهارم - دستگاه دو مجهولی زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} x + y = \frac{2\pi}{3} \\ \sin x \sin y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

مسئله پنجم - مطلوبست حل معادله :

$$\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x)$$

حدود K را تعیین کنید و به ازاء مقداری که برای K پیدا خواهید کرد معادله را حل کرده و جواب کلی آنرا بنویسید .

دیبرستان گلشن راز شبستر

دبیر - باهمت - فرستنده - محمد علیزاده

۱- عبارت زیر را قابل محاسبه لگاریتمی کنید .

$$1 + \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2(a-b)$$

۲- اولاً در معادله زیر a را چنان تعیین کنید که بین

$$x' + x'' = \frac{\pi}{2}$$

ریشه‌های معادله رابطه :

برقرار باشد .

دیبرستان هدایت سنتندج - دبیر، عطائی - فرستنده - سوfer

۱ - دستگاه دومعادله دو مجهولی زیررا حل کنید .

$$\begin{cases} \sin 2x - \sin^2 y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \\ \cot x = 2\sqrt{3} + 3 \end{cases}$$

۲ - صحیح تساوی زیر را ثابت کنید :

$$\cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{3\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{5\pi}{15} \cos \frac{6\pi}{15} \cos \frac{7\pi}{15} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

۳ - نامعادله زیر را حل کنید :

$$\frac{\tan^2 x - 2}{\tan^2 x - 1} < \frac{1}{2} (0 < x < \pi)$$

۴ - معادله :

$$3(\sin x + \cos x) = 4m \sin x \cos x$$

مفروض است .

۵ - اولاً آنرا به ازاء $m = 1$ حل کنید .

ثانیاً به ازاء $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ معادله فوق را حل و بحث کنید .

حساب استدلالی

دیبرستان ادیب

۱ - سه رقم سمت راست مضروب ۱۲۳ و سه رقم سمت راست حاصلضرب ۵۷۱ است سه رقم سمت راست مضروب فيه را بدست آورید .

۲ - حاصلضرب $N(hkl)(mcdu)$ در پایه N چندرقمی ممکن است باشد .

۳ - از تفريع $N(105)N = N(204)N - N(213)N$ مبنای (N) را حساب کنید و از روی آن (N) رقم p را چنان بدست آورید که باقیمانده تقسیم $N(314)N$: $(424p4)N$ مساوی صفر گردد خارج قسمت را نیز بدست آورید .

(تقسیم درهمان مبنای محاسبه شده انجام پذیرد)

۴ - به فرض اینکه :

$$k = 8a \quad r = 4a \quad s = 2a \quad t = a \quad c = \frac{a}{2}$$

باشد از رابطه $P = (rst)k = tcs$ عدد P را در پایه ۱۲ بدست آورید .

دیبرستان عترت - دبیر، حسن مولایی، فرستنده: گیتی شهرام

۱ - در صورتی که n مضرب ۳ نباشد ثابت کنید :

$$A = 2^{2n} + 2^n + 1$$

مضرب ۷ است

۲ - اعداد a و b و c را پیدا کنید به طریقی که :

$$(abc)_7 = (cba)_1$$

دیبرستان گلشن راز شبستر - دبیر - باهمت

۱- عددی در دومینای فرد متولی به صورتهای ۸۶ و ۱۴۱ نوشته شده مطلوبست تعیین مبنایها و عدد مزبور در مبنای ۱۱ .

۲- عددی بیابید که چون بر ۴۲۵ تقسیم شود باقیمانده ۲۷۹ گردد و چون بر ۳۵۲ تقسیم شود خارج قسمت ۴ واحد زیادترشده و باقیمانده جدید ۳۹ گردد .

۳- به ازاء چه مقادیری از a عدد $6a^3 - a + 7$ بر عدد $2a + 1$ بخش پذیر است .

۴- ثابت کنید عدد $5 + 5^{2m} + 5^{3m} + 5^{4m}$ به ازاء جمیع مقادیر m مضرب ۷ است .

۵- در عدد 5 رقمی $2a32b$ ارقام a و b را چنان تعیین کنید که عدد مزبور مضرب ۷۲ شود .

۶- عدد چهار رقمی چنان تعیین کنید که ۳۰۰ برابر مجموع مطلق ارقامش باشد .

۷- مطلوبست تعیین عدد چهار رقمی :

$$N = \overline{mcdu}$$

که مضربی از ۵۰ بوده و باقیمانده اش بر ۹ برابر ۴ باشد و $m + c + d + u > 14$ داشته باشیم

دیبرستان هدایت سندنج - دبیر: عطائی فرستنده - سوfer

۱- مطلوبست تعیین a و b و A از رابطه زیر (۱) و (۲) دو عدد صحیح متولی اند:

$$A_{10} = (2501)_a = (1754)_b$$

۲- ثابت کنید عبارت :

$$b = 7^n - 7^{n-2} - 12$$

بر ۳۶ بخش پذیر است .

۳- اگر n عدد صحیحی باشد ثابت کنید عبارت زیر نیز عدد صحیحی است .

$$y = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$

۴- کوچکترین عدد چهار رقمی را بدست آورید که در رابطه زیر صدق کنند u و d و c و e به ترتیب سه جمله یک تصاعد عددی باشند .

$$c > d > u \quad N = \overline{mcdu}$$

۵- مطلوبست تعیین عدد دورقمی a برای آنکه عدد $3a + 1$ سه رقمی و عدد $a^2 + a + 3$ چهار رقمی و مجموع این دو عدد پنج رقمی باشد .

۳- ثابت کنید اعداد a و a^5 آحاد مشترکی دارند .

۴- ارقام $13ab$ را طوری تعیین کنید که مضرب ۱۱ و ۵ باشد .

۵- اگر a, b, c اعداد صحیح باشند ثابت کنید $abc = M \cdot 6^0$

۶- ثابت کنید که مجدور $aaaa$ در مبنای c به صورت $aaab0001$ نوشته می شود . اعداد a و b و c اعداد صحیح و متولی می باشند .

۷- دستگاه زیر را حل کنید و اعداد :

$$N = \overline{mcdu}$$

را بدست آورید .

$$\overline{mcdu} = (\overline{du})^2 - (\overline{mc})^2$$

۸- ثابت کنید اگر n عددی صحیح باشد عدد :

$$\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$

نیز عدد صحیح است .

دیبرستان فرهنگ اهواز - دبیر: قوام نحوی

۱- عددی در مبنای ۳ به فرم ۱۲۰۰۲۱ نوشته شده معین کنید در چه مبنایی به فرم ۲۵۹

معین کنید در چه مبنایی به فرم ۲۶۶۲ به مبنای x را به مبنای $1 + x$ ببرید .

۲- عدد ۲۶۶۲ به مبنای x را به مبنای ۱ به فرم ۱۶ پیدا کنید که حاصل ضربشان برابر مجموعشان باشد .

۳- سه عدد صحیح متولی پیدا کنید که حاصل ضربشان برابر مجموعشان باشد .

۴- باقیمانده عبارت $A = 1 + 5^{2x} + 5^{3x}$ را بر ۱۳ پیدا کنید (x عدد است فرد)

۵- عدد ۶ رقمی $aaabb$ مفروض است .

۶- اولاً ثابت کنید این عدد همیشه بر ۳ و ۳۷ بخش پذیر است .

ثانیاً a و b را طوری بگیرید که این عدد یک دفعه بر ۴۴ و دفعه دیگر بر ۳۶ بخش پذیر شود .

۷- عددی دو رقمی پیدا کنید که اگر آنرا به عکس نویسیم عدد حاصل از ثلث عدد مزبور سه واحد بیشتر باشد .

۸- عددی چهار رقمی به فرم $aabb$ پیدا کنید که مجموع ارقامش ۱۳ بوده و خودش نیز مضرب ۱۳ باشد .

۹- عددی در مبنای x به فرم $aaaa$ و در مبنای x^2 به فرم bb می باشد پیدا کنید a و b و مبنای x را (۱) و (۲) ده کمتر ند .

رقومی و قرسیمی

دیبرستان ادیب

هم تمیز دهد (صفحة مقایسه حاکی مادراء فرض شود).
۶- فصل مشترک یالهای این منشور را با صفحه مقایسه پیدا کنید.

قرسیمی :

- ۱- مطلوبست ملخص 'aa' بنا بر آنکه فاصله اش از صفحه نیمساز ناحیه اول (۱) و از خط زمین برابر ۴ و بعدش از ارتفاعش بیشتر باشد.
- ۲- قائم 'VV' به بعد ۲ و منصب 'DD' به ارتفاع ۳ مفروضند. خطی متقطع با 'yx' چنان رسم کنید که قائم و منصب را قطع کرده و نسبت بعد به ارتفاع نقاطش $\frac{3}{2}$ باشد.
- ۳- خط افقی 'HH' و منصب 'DD' مفروضند خطی چنان رسم کنید که این دو خط را قطع کند و در صفحه نیمساز اول واقع باشد.
- ۴- از نقطه A به ارتفاع ۳ روی نیمساز ناحیه اول. نیمرخی چنان رسم کنید که فاصله اش از خط زمین $2\frac{1}{5}$ باشد.
- ۵- نقطه 'aa' به بعد ۲ و ارتفاع ۳ مفروض است براین نقطه خطی مرور دهد که با صفحه افق زاویه 30° ساخته و موازی صفحه نیمساز ربع اول باشد.

دیبرستان ششم بهمن خوی - دیبر - ملاحسنی - فرستنده بهادری
محورهای کاغذ را محورهای مختصات و مرکز آن مبدأ

مختصات فرض می‌کنیم واحد سانتی‌متر. مقیاس $\frac{1}{1}$ است.

- ۱- نقطه o به مختصات (۰ و ۲) دا تبیین کنید و از نقطه o خط l را به شیب $\frac{1}{2}$ چنان رسم کنید که با محور اقصر کاغذ زاویه 60° ساخته و محور اطول را در بالای آن قطع کند و ترقی رقوم از پائین به بالا باشد.
- ۲- بر خط l صفحه‌ای به اساس $\sqrt{3}$ مرور دهد و مقیاس شیب آنرا در کنار چپ کاغذ رسم کنید.

- ۳- از نقطه b واقع بر خط l خط d را به شیب $\frac{1}{3}$ رسم کنید (از دو جواب آن را اختیار کنید) که مقیاس شیب صفحه را در بالای محور اقصر قطع کند.
- ۴- نقطه IQ را در صفحه P چنان اختیار کنید که از دو خط l و d به فاصله حقیقی $1\frac{1}{5}$ باشد (از دو جواب آن را اختیار کنید) که رقوم بیشتر است).
- ۵- نقطه I مرکز مربع ABCD است که نقطه A سمت

- ۱- نقطه 'cc' و نیمرخ 'aba'b' مفروضند. بر روی نیمرخ نقطه‌ای به فاصله ۱ از نقطه 'cc' معین کنید.
- ۲- عمود مشترک دو خط را در حالات زیر بدست آورید.
 - الف - یک خط قائم و یک خط غیرمشخص.
 - ب - یک خط قائم و یک خط جبهی.
 - ج - یک خط قائم و یک خط مواجه.
- ۳- بر نقطه مفروض 'aa' صفحه‌ای عمود بر نیمساز دوم طوری مرور دهد که آثارش با خط زمین زاویه 30° بسازند.
- ۴- صفحه 'aa' خط زمین را قطع کنند.
- ۵- صفحه 'PaQ' و m مفروض است 'm' را طوری بیاید که 'mm' به فاصله ۱ از صفحه 'PaQ' قرار گیرد.

دیبرستان پهلوی اراك - دیبر - نشوادیان

فرستنده: محمدآبادی

رقومی: محور اطول و اقصر کاغذ رسم کنید محل تلاقی

- آنها مرکز کاغذ واحد سانتی‌متر و مقیاس $\frac{1}{1}$ است.
- ۱- روی محور اقصر و به فاصله $3\sqrt{3}$ سمت چپ مرکز کاغذ نقطه a را اختیار کنید از این نقطه خط x را رسم کنید بنا بر آنکه b روی محور اطول به فاصله ۳ بالای مرکز کاغذ باشد در صورتی که $AB = 2\sqrt{5}$ و رقوم A را بیشتر از B باشد رقوم B را حساب کنید.
- ۲- بر خط AB صفحه‌ای به شیب ۱ بگذرانید و از دو جواب آنرا اختیار کنید که ترقی رقوم مقیاس شبیش از بالا به پائین باشد.
- ۳- در صفحه فوق ملخص مثلث a.b.C را بسازید بنابر آنکه مساحت مثلث ABC مساوی $9\sqrt{5}$ باشد.
- (تبصره): اگر توانستید نقطه C را بیاید آنرا روی افقیه رقوم ۴ به فاصله تقریباً $2\frac{1}{6}$ سمت راست محور اطول اختیار کنید.
- ۴- از نقطه a خط AE را بر صفحه مثلث ABC عمود اخراج کنید بنابر آنکه $AE = 3\sqrt{2}$ و رقوم E کمتر از A باشد.

- ۵- ABC-ABC-ABC-ABC قاعده و AE یا منشور قائم است ملخص این منشور را کامل کرده و خط مرئی و مخفی را از

۳- خط قائم 'vv و منصب' DD مفروض اند افقیهای رسم کنید که این دو خط را قطع کند بنابر آنکه تصویر افقیش با صفحه تصویر زاویه 35° درجه بسازد (مسئله چند جواب دارد) .

۴- از نقطه (۳ و ۲) A خطی رسم کنید که تصویر قائمش با yx زاویه 45° درجه بسازد و زاویه حقیقی این خط با افق 30° درجه باشد .

دبیرستان قناد بابل - دبیر : خیرخواه ، فرستنده : روش محورهای مختصات را محورهای اطول و اقصر کاغذ انتخاب کنید . واحد سانتیمتر ، مقیاس $\frac{1}{1}$

۱- از نقطه a_3 بمختصات (۴ و ۳) خطی رسم کنید که با صفحه مقایسه زاویه 45° تشکیل داده و از مبدأ مختصات بگذرد و این خط را از پائین به بالا مدرج کنید .

۲- صفحه ای رسم کنید که محور اقصی کاغذ اثر صفحه بوده و از نقطه a_3 بگذرد و تصویر بزرگترین شبیب بفاصله ۶ بطرف چپ محور اطول کاغذ باشد .

۳- در داخل صفحه مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که OA قاعده آن بوده و رأس آن روی افقیه رقم ۴ باشد .

۴- هری دیگر رسم کنید که طول ارتفاع آن برابر ۷ بوده و از مبدأ مختصات بگذرد و رأس آن در روی محور اطول کاغذ باشد و از دو جواب آنرا انتخاب کنید که در زیر صفحه مقایسه قرار داشته باشد .

محور اقصی کاغذ افقیه رقم صفر صفحه P است که شبیب آن 3° اختیار شده و ترقی رقم از پائین به بالا و به فاصله ۵ به طرف چپ محور اطول است .

۱- نقطه a را روی محور اطول در داخل صفحه P اختیار کرده مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که OA یک ضلع مجاور به زاویه قائم بوده و زاویه 35° مساوی 35° درجه باشد رأس سوم مثلث را B بنامید . از دو جواب آنرا تعیین کنید که به طرف راست محور اطول باشد .

۲- رأس چهارم مستطیلی را تعیین کنید که OB یک قطر آن باشد . رقم محل تلاقی دو قطر را تعیین کرده از نقطه تقاطع دو قطر خطی رسم کنید که با دو قطر مفروض زوایای 35° و 65° بسازد .

راست محور اطول قرار دارد و ملخص مربع را کامل کنید
۶- این مربع قاعده فوقانی مکعب ABCDEFGH است ملخص مکعب را کامل کنید .

۷- خطوط مرغی و مخفی را از هم تمیز دهید .
۸- مقطع مکعب را با صفحه مقایسه پیدا کنید و وسعت حقیقی آنرا اندازه بگیرید .

دبیرستان شکرائی اراك - دبیر : نشادیان ، فرستنده : مرندی محورهای اطول و اقصر کاغذ رسم کنید واحد سانتیمتر و مقیاس $1:1$ است .

۱- نقطه a_3 را به فاصله ۳ سمت چپ محور اطول و به فاصله ۳ بالای محور اقصی کاغذ انتخاب کنید . و بر آن صفحه P به اساس $\frac{3}{2}$ را مرور دهید مقیاس شبیب آن موازی محور اطول و کنار چپ کاغذ و ترقی رقومش از پائین به بالا .

۲- ملخص خط AD را در این صفحه رسم کنید بنابر آنکه تصویر ش محور اطول را به فاصله ۶ بالای محور اقصی تلاقی کند سپس شبیب خط AD را محاسبه کنید و d روی محور اطول کاغذ است .

۳- از نقطه a_3 صفحه Q را بر خط AD عمود کنید و خط d فصل مشترک آنرا با P بدست آورید و روی آن نقطه را مشخص کنید .

۴- ملخص متوازی الاضلاع ABCD را رسم کنید .
۵- از نقطه a_3 خط AE به طول $\sqrt{13}$ را بر صفحه P به طرف بالای صفحه عمود کنید و ملخص آنرا بدست آورید .
۶- قاعده و AE یا ملخص این متوازی السطوح قائم ABCDEFGH می باشد ملخص این متوازی السطوح را کامل و خطوط مرئی و مخفی را مشخص نماید .

ترسیمی :

۱- نیمرخ aba'b مفروض است بنابر آنکه A(۱ و ۴) و B(۳ و ۱) .

اولاً - روی آن نقطه ای پیدا کنید که ارتقا عش (۱) باشد .

ثانیاً - نقطه ای پیدا کنید که فاصله اش از نیمساز ربع اول مساوی یک باشد .

۲- نقاط (۲ و ۱ و ۲) A و (۱ و ۳ و ۱) B مفروض اند .

اولاً - آثار خط AB را مشخص کنید .

ثانیاً - فصل مشترک خط را با صفحه نیمساز ربع اول پیدا کنید .

٤- نقطه ۸۲ رأس هرم مسدس القاعدة SABCDEF

را طوری پیدا کنید که تصویرش بر محور اقصر کاغذ منطبق بوده ویال آن بر AB عمود باشد . ملخص هرم مزبور را رسم نموده و آنرا مرئی و مخفی نمایید .

۵- مقدار حقیقی ارتفاع هرم فوق را تعیین کنید .

ترسیمی - نقطه (aa') داده شده است . قرینه های این نقطه را نسبت بصفحات افق و قائم و نیمساز اول و نیمساز دوم پیدا کنید .

(۲) - نقطه (aa') بدار ارتفاع ۳ و بیعد ۴ داده شده است . فاصله این نقطه از خط اراضی پیدا کنید .

مکانیک - فیزیک

دیبرستان قناد بابل - دیبر: جعفر زاده - فرستنده : روشن

۱- اتومبیلی به جرم ۲ تن در جاده افقی از حال سکول شروع بحر کرت میکند و پس از طی مسافت ۷۵ m سرعتش به ۵۴ Km/h میزسد ، ازاین لحظه سرعتش ثابت و تا ۴ ثانیه با این سرعت بحر کرت ادامه میدهد . پس از آن راننده موتور را خاموش کرده طوری ترمزمیکند تا در انتهای جاده بایستد اگر طول جاده ۷۵m و نیروی اصطکاک R = ۲۵KgF باشد نیروی که اتومبیل را از حرکت بازداشت ، نیروی ترمز و گرمائی که در ترمزها ایجاد میشود را حساب کنید .

$$J = 425 \text{Kg} \cdot \text{m} / \text{Kcal} \quad y = 10 \text{m} / \text{s}$$

۲- آونگ که میک نوسان ساده را در یک ثانیه انجام میدهد آنرا با آونگ B مقایسه میکنیم که در ۱۳ دقیقه ۱۸۹ ثانیه یک نوسان کامل بیش از آونگ A انجام میدهد مطابق باست زمان تناوب و طول آونگ B و همچنین مدتی که در ۲۴ ساعت از آونگ A جلو میزند

$$g = \pi^2 m / s^2$$

۳- جرم هریک از وزنهای ماشین آتودی ۱۰ کیلو گرم و یکی از آنها روی سطح شبیداری به شب ۶۰% قرار دارد . اگر ضریب اصطکاک این سطح $\frac{1}{4}$ باشد .

اولاً شتاب دستگاه را حساب کنید .

$$g = 10 \text{m} / \text{s}^2$$

ثانیاً - اگر شتاب دستگاه $1 \text{m} / \text{s}^2$ باشد کشش نخ را در طرفی که روی سطح شبیدار واقع است حساب کنید . ثالثاً - اگر موقعیکه سرعت دستگاه به $4 \text{m} / \text{s}$ رسید نخ

دیبرستان گلشن راز شبستر - دیبر: باهمت

۱- محور اقصر کاغذا فیله رقم ۲ صفحه P است که باصفحة مقایسه زاویه 45° میسازد یکی از بزرگترین شباهای اینصفحة را سمت چپ کاغذ رسم کنید بطوریکه ترقی رقومش از بالا بپائین باشد .

۲- از نقطه m بر قوم ۱ که بفاصله ۸ بالای محور اقصر و بفاصله ۳ سمت چپ محور اطول قرار دارد خطی بر صفحه P عمود کرده موقع عمود را بدست آورید .

۳- اگر موقع عمود نقطه a باشد از این نقطه خط a₂b را در صفحه P چنان رسم کنید که b روی محور اطول قرار گیرد .

۴- در نقطه A صفحه Q را بر خط AB عمود کرده و فصل مشترک آنرا باصفحة P بدست آورید .

۵- ملخص مستطیل ABCD را که ضلع AD آن بر قصه مشترک P و Q قرار داشته و رقوم رأس C آن ۲ است رسم کنید .

۶- اگر a₂b₂c₂d₂ این مستطیل باشد بوسیله تسطیح صفحه و همچنین بوسیله محاسبه مساحت مستطیل را حساب کرده و بر روی آن منشوری بسازید که یکی از یالهایش a₂m باشد سپس آنرا مرئی و مخفی کنید .

۷- مقطع منشور را با صفحه افقی رقم ۶ بدست آورده آنرا نسبت بوجوه منشور مرئی و مخفی کنید . وزاویه مقطع را با دو صفحه P و Q بدست آورده نمایش دهید .

۸- حجم منشور را حساب کنید .

دیبرستان نظام - دیبر: غلامرضا عسجدى - فرستنده : فرزین

واحد سانتی متر مقیاس ۱:۱

محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید . صفحه P شب

۲ را طوری رسم کنید که تصویر مقیاس شب آن موازی محور اطول بوده واقعیه رقوم صفر آن بر محور اقصر کاغذ منطبق باشد .

نقطه a₂ را در صفحه P بقسمی بگیرید که روی محور اطول باشد

۱- نقطه b₂ را در صفحه P طوری بگیرید که اساس خط

a₂b₂ مساوی ۲ بوده و b₂ طرف راست a₂ باشد .

۲- قطعه خط a₂b₂ را حول اثر صفحه تسطیح کنید .

۳- a₂b₂ تسطیح A'B' - A'B'C'D'E'F' ضلع شش ضلعی منتظم

A'B'C'D'E'F' میباشد . مطابق باست تعیین چهار رأس دیگر

این شش ضلعی بشرطیکه رقوم این چهار رأس بیشتر از رقوم b باشد .

بدست می آید اگر جرم گلوله کروی $\frac{9}{2} \text{ کرم}$ باشد شما
گلوله را حساب کنید ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

دیبرستان هدف ۱ - دیبر : دکتر حاج سید جوادی فرستنده : حاج عظیم

مسئله ۱ - اتومبیلی با سرعت ثابت 36 km/h حرکت می کند . جاده افقی و بعد محدب به شما صد متر و بعد مقعر به شما صد متر است فشاری که شخصی به وزن 50 kg بر صندلی خود وارد می کند حساب کنید .

مسئله ۲ - بادکنکی با فشار ۲ جو از هوا پرشده است وزن کل آن با ترازو 15 g معین شده است . وحجم آن 1 لیتر می باشد جرم بادکنک خالی را حساب کنید .

(جرم یک لیتر هوای متعارفی $1/3 \text{ g}$ است) . این بادکنک در بیرون قراری با قائم زاویه 60° درجه تشکیل می دهد اگر $R = 0/01 \text{ V}^2$ در $M \cdot K \cdot S$ علمی باشد سرعت قطار را معین کنید . اگر این بادکنک بداخل واگون برده شود و شیشه ها بسته باشند چه اتفاقی می افتد ؟

اگر ناگهان قطار ترمز کند و بادکنک که بادش خارج شده زاویه 30° درجه تشکیل دهد نیروی ترمز را حساب کنید . (برای هر تن از اقطار) .

مسئله ۳ - در داخل آسانسوری ساعتی با پاندول کار می کند اگر آسانسور از پائین شروع به حرکت کند و در مدت ۲ ثانیه سرعتش به 10 m/s برسد و با این سرعت یک ثانیه بالا برود و بعد ترمز کند پس از ۲ ثانیه بایستد . ساعت داخل مدت کل حرکت را چند ثانیه نشان می دهد ؟

(از مدت بیان شده در متن از روی ساعت خارج آسانسور مشخص شده است) .

$$g = \frac{10}{\frac{m}{s^2}}$$

شیوه‌ی ششم طبیعی و ریاضی

دیبرستان شاپور اسکو - دیبر : تقیزاده مکاری، فرستنده : مکاری

مسئله ۱ - آب اکسیژن را بر محلول یدوردر پتان میافزاییم و بر آن اسید سولفوریک اضافه میکنیم رنگ محلول زرد میشود و چسب نشاسته را آبی می کند در صورتی که بتوانیم رنگ آبی حاصله را با اضافه کردن $100 \text{ سانتی متر مکعب}$

پاره شده وزنه قائم بعد از پاره شدن نخ مسافت $3/25 \text{ m}$ را را علی کرده وارد جیوه شود تا چه عمقی در آن فرخواهد رفت جرم مخصوص جسم و جیوه به ترتیب $8/5 \text{ gr/cm}^3$ و $13/6 \text{ gr/cm}^3$ می باشد

۴ - گلوله ای را تحت زاویه 45° درجه از نقطه O در صفحه قائم xoy با چه سرعت اولیه ای باید پرتاب کرد تا از نقاط A و B که ارتفاع آنها نسبت به افق نقطه پرتاب 80 m و فاصله آنها از یکدیگر 120 m است بگذرد $y = 10 \text{ m/S}^2$

دیبرستان هدایت سندنج - دیبر : علیمه حمیدیان فرستنده : سوفر

۱ - در ارتفاع 10 متری سطح زمین گلوله ای با سرعت 40 m/s به طرف بالا پرتاب می کنیم حساب کنید گلوله تا چه ارتفاعی بالا می رود و سرعت آن در موقع رسیدن به سطح زمین چقدر است .

ثانیاً گلوله موقعی که به زمین می رسد وارد ظرف پر از جیوه می گردد حساب کنید چه مسافتی را در داخل جیوه خواهد پیمود معادله حرکت و سرعت آنرا در داخل جیوه بدست آورید .

(وزن مخصوص جیوه $= 13/6$ و وزن مخصوص گلوله $= 3/4$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)

۲ - بر ماشینی به جرم ۱ تن از طرف موتور نیروی معادل 2200 نیوتن وارد شده و در جاده افقی از حال سکون شروع به حرکت کرده اگر اصطکاک جاده افقی برابر 20 kg باشد شتاب حرکت و سرعت اتومبیل را پس از 10 ثانیه حساب کنید با این سرعت اتومبیل به جاده شبیه داری به شبیه $\frac{1}{2} \text{ می رسد}$ و در امتداد آن بالا می رود اگر ضریب اصطکاک جاده شبیه دار

$\sqrt{\frac{1}{9}}$ باشد می خواهیم ماشین سرعت خود را ثابت نگهداشته باشیم موتور و نیروی اصطکاک جاده شبیه دار را بدست آورید و مسافت پیموده شده را پس از 20 ثانیه روی جاده شبیه دار حساب کنید .

۳ - هر یک از وزنه های ماشین آتودی 45 g جرم دارد روی یکی از وزنه های آن سر بر 10 g می قرار می دهیم شتاب دستگاه را حساب کنید و مسافت طی شده و سرعت آنرا پس از 15 ثانیه بدست آورید . سرعت ماشین آتود پس از 15 ثانیه برابر سرعت حد یک گلوله کروی است که در فضا سقوط می کند و مقاومت هوا برای آن از رابطه :

$$R = 0/03 \text{ SV}^2$$

معرفی کتاب

کتابهایی که در دو ماه اخیر به اداره مجله رسیده است

حل المسائل

فیزیک جدید

برای سال چهارم طبیعی و ریاضی
تألیف:

مرتضی ابرهی - مهندس محمد
تقوائی - احمد کریم الدینی -

مهندس آبرام لازارف - منوچهر
نگارش

از انتشارات:

کتابفروشی فردوسی

خیابان باب همامیون

۴۰ ریال

از تألیفات: حسین جواهري

صلد مسئله شیمی

برای دانشآموزان سال سوم

۳۵ ریال

حل مسائل هندسه

برای سال اول هیئتستانها

شامل ۳۰۰ مسئله

تألیف ابوالحسن دیانت

از انتشارات:

موسسه چاپ و انتشارات

ابن حسینا تمربیز

۲۳۶ صفحه قطع وزیری، ۸۰ ریال

هفتصل مسئله شیمی

برای دانشآموزان سالهای ششم

۵۰ ریال

از انتشارات

قانون معرفت

این نشریه که به ابتکار وزیر نظرآقای حسین فرمان دبیر فیزیک و رئیس انجمن معلمان علوم تجربی سمنان تهیه شده است شامل مقالات و مطالب زیر است:

پیشگفتار از محمد رئیسی - خورشید را بشناسیم از حسین فرمان بررسی علمی از غار در بند سمنان از پژوهی پیوندی - یک مسئله حساب استدلایل ترجمه محمدعلی واعظیان - بیماری تراخیم از نصرت الله زحمتکش - شعر شکست ناپذیر ترجیح - محمد تقی پهراهی حران - تکامل گیاهان از عباصلی نیوی - علت ازدیاد حجم آب در موقع انجماد ترجمه بهاء الدین مهدوی آمپلی فایر دارای زیروبم از حسین فرمان - تشکیلات زمین شناسی سمنان از ابوالقاسم اقوامی - بحثی اصولی درباره هندسه از اکبر لاستجردی - چگونه ازان بوجود آمد ترجمه حسین فرمان -

علم و تجربه

نشریه:

انجمن معلمان علوم تجربی

شهر سقان سمنان

هیپوسولفیت سدیم دسی نرمال از بین بیریم اولاً فرمول فعل

و افعالات را بنویسد ضمناً عبار آب اکسیژن را معلوم کنید

مسئله ۲ - محلولی از مدان و استین موجود است این

مخلوط را با ۶۵ سانتیمتر مکعب اکسیژن در آب سنجی وارد

کرده ایم در آن جرقه الکتریک تولید میکنیم پس از خاتمه فعل

و افعالات و سرد کردن ۴۵ سانتی متر مکعب گاز باقی میماند

که ۲۸ سانتی متر مکعب آن جذب پتانس و بقیه جذب فسفر میشود

در صد حجمی مخلوط را حساب کنید.

مسئله ۳ - در تجربه ای $\frac{1}{2}$ گرم از یک جسم A را

در ۱۰۰ گرم اسید استیک حل میکنیم نزول نقطه انجماد

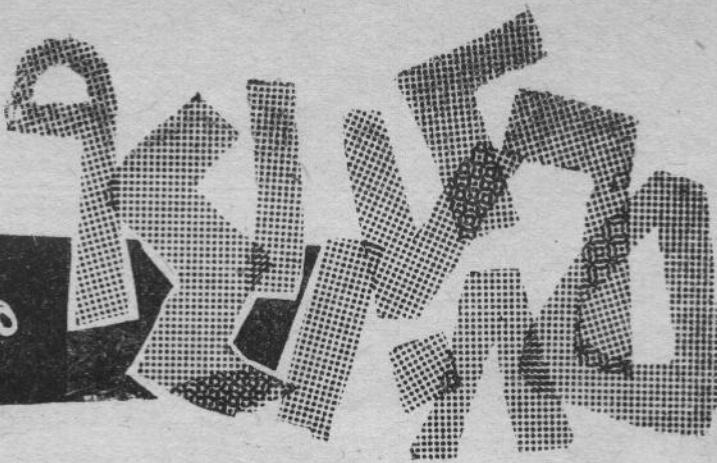
$\frac{1}{100}$ درجه میگردد در صورتیکه $\frac{1}{100}$ ملکول گرم از یک

جسم دیگر B را در ۱۰۰ گرم اسید استیک حل کنیم نزول

نقطه انجماد برابر $\frac{1}{39}$ درجه میگردد جرم مملکولی جسم A

را تعیین کنید.

مسائل پرایی حل



مهلت قبول پاسخ حل مسائل تا آخر اسفند ۴۲ - از پاسخهای رسیده فقط آنها که مورد بررسی واقع می‌شود که روی ورقه هر بوط نام و کلاس فرستنده نوشته شده باشد . از ارسال حل مسائل هر بوط به کلاس پائین‌تر از کلاس خود ، خودداری نمایند .

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a \end{cases}$$

(ترجمه از فرانسه)

۳۶۲۵ - به فرض اینکه a و b و c سه عدد متوالی باشند ،

۱) معادله $= 0$ $ax^2 + bx + c = 0$ را حل کنید .

۲) به فرض اینکه معادله :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ریشه مضاعف داشته باشد مقدار عددی ac را تعیین کنید .

(حافظی ، دبیردیپرستان بنیس)

۳۶۲۶ - مطلوب است تعیین عددی سه رقمی که ارقامش از

چپ به راست تصاعد هندسی تشکیل بدeneند و مجموع ارقامش

عددی اول باشد .

(سید جمال آشفته)

۳۶۲۷ - مجموع زیر را حساب کنید . آخرین جمله آن

از n رقم یک تشکیل شده است .

$$S_n = 1 + 11 + 111 + \dots + 11\dots1$$

(ترجمه از فرانسه)

۳۶۲۸ - مثلث ABC در زاویه A قائم است . ارتفاع

را رسم می‌کنیم و به قطعه AB دایره‌ای رسم می‌کنیم تا

اضلاع AB و AC را به ترتیب در M و N قطع کند . از

خطی موازی با HN رسم می‌کنیم که AC را در B' قطع می‌کند

کلاس چهارم طبیعی

۳۶۲۲ - دوچرخه سواری جاده AB را می‌پیماید . این جاده از سه قسمت افقی ، سربالایی و سرآشیبی تشکیل شده است . سرعت دوچرخه سوار در قسمت افقی جاده ۱۲ کیلومتر در ساعت و در ساعت ، در قسمت سربالائی برابر با ۸ کیلومتر در ساعت و در قسمت سرآشیبی برابر با ۱۵ کیلومتر در ساعت است . در صورتی که طول قسمت افقی جاده برابر با ۲۸ کیلومتر باشد و دوچرخه سوار مسیر از A تا B را در مدت ۵ ساعت و مسیر از B تا A را در مدت ۴ ساعت و ۳۹ دقیقه پیماید طول قسمتهاي سربالائی و سرآشیبی جاده را تعیین کنید .
(از جبر کلاس چهارم فرانسه)

۳۶۲۳ - مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع a مفروض است . بر ضلع AB نقطه P را در نظر گرفته و فرض می‌کنیم $AP = PQ$ عمود PQ را بر ضلع BC و عمود QR را بر ضلع AC و بالاخره عمود RP را بر ضلع AB رسم می‌کنیم . مقدار x را بر حسب a چنان معلوم کنید که P بر RP منطبق باشد .

کلاس چهارم ریاضی

۳۶۲۴ - مطلوب است حل و بحث دستگاه معادلات زیر :

رابطه زیر برقرار است :

$$\frac{yy'' - yy''}{y^2} = \frac{2}{a-b}$$

(حسن تاہباز صالحی، ششم ریاضی دبیرستان هدف ۱)

۳۶۳۳- معادله زیر مفروض است :

$$x^2 - (m-2)x + 1 = 0$$

۱) به ازاء چه مقادیر از m این معادله دارای جواب است.

۲) به فرض اینکه α و β ریشه‌های حقیقی معادله فوق باشند، مقدار تابع زیر را بر حسب m بدست آورید.

$$y = \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$$

۳) منحنی نمایش تابع y را وقتی که m مقادیر قابل قبول را اختیار می‌کند رسم کنید.

۳۶۳۴- به فرض اینکه داشته باشیم :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 A &= \frac{x^2 + yz}{xy + zx}, & \operatorname{tg}^2 B &= \frac{y^2 + zx}{yz + xy} \\ \operatorname{tg}^2 C &= \frac{z^2 + xy}{zx + yz} \end{aligned}$$

ثابت کنید که :

$$\sec^2 A + \sec^2 B + \sec^2 C = -1$$

(حسن تاہباز صالحی)

۳۶۳۵- با استفاده از فرمول بسط $\operatorname{tg}^2 a$ معادله زیر را حل کنید و به فرض $2m = 2$ از روی جدول خطوط مثلثاتی زوایا، مقادیر تقریبی جوابها را پیدا کنید،

$$x^2 - 3mx^2 - 3x + m = 0$$

(ترجمه از فرانسه)

۳۶۳۶- در مکعب $ABCDA'B'C'D'$ عمود مشترک $A'B$ و $B'D'$ را رسم کرده و طول آن را بر حسب a اندازه یال مکعب محاسبه کنید.

کلاس ششم طبیعی

۳۶۳۷- دورترین و نزدیکترین نقاط بیانی به معادله.

$$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1$$

واز C موازی با HM رسم می‌کنیم که AB را در C' تلاقی می‌نماید و از A به I نقطه تلاقی BB' و CC' وصل می‌کنیم که صلع BC را در A' قطع می‌کند. ثابت کنید :

$$CB' \cdot AC' \cdot BA' = BC' \cdot CA' \cdot AB'$$

(حافظی)

۳۶۳۹- مثلث غیرمشخص ABC و یک نقطه دلخواه M واقع در صفحه آن مفروض است. قرینه نقطه M را نسبت به اوساط اضلاع AB و CA و BC و A' بست آورده به ترتیب C' و B' می‌نامیم. ثابت کنید خطوط AA' و BB' و CC' در یک نقطه مانند M' متقابلند و سه نقطه M و G و M' بر یک استقامت واقعند، G نقطه تلاقی میانه‌های مثلث ABC است.

(مجله ریاضیات فرانسه)

کلاس پنجم طبیعی

۳۶۴۰- تابع :

$$y = a(x+1)(x-2)(2x-3)$$

مفروض است.

اولاً حاصل $\frac{y'}{y}$ را تعیین کنید.

ثانیاً مقدار a را چنان تعیین کنید که مماس بر منحنی در نقطه تلاقی آن با محور عرضها، بر خط به معادله :

$$x = 3y$$

عمود باشد.

۳۶۴۱- به فرض آنکه :

$$x + y + z = \frac{\pi}{4}$$

باشد، حاصل عبارت زیر را بر حسب x تعیین کنید.

$$\frac{\sin Z(\sin Y - \cos Y) - \cos Z(\sin Y + \cos Y)}{\sin Y(\sin Z + \cos Z) + \cos Y(\sin Z - \cos Z)}$$

(محمد گریم روشن، ششم ریاضی دبیرستان قناد بابل)

کلاس پنجم ریاضی

۳۶۴۲- ثابت کنید که بین y' و y'' مشتقه اول و

دوم تابع :

$$y = \frac{a-b}{(x-a)(x-b)}$$

عمودند و دایره به مرکز O و به شعاع ثابت R مفروض است.
خطی که در نقطه متغیر M از دایره O بر آن مماس است $x'y$
را در A و y' را در B قطع می‌کند. اگر P و Q دونقطه
از OM باشند که تصاویر آنها بر $x'y$ و $y'y$ به ترتیب و
بوده و I مزدوج توافقی O نسبت به نقاط A و B باشد
وقتی که M دایره O را می‌پیماید مکان هندسی نقطه I را
تعیین کنید.

(ترجمه از فرانسه)

۳۶۴۶ - نقطه a_7 به فاصله ۳ بالای محور اقص و
به فاصله ۳ سمت چپ محور اطول کاغذ واقع است. از این نقطه
خطی به اساس ۳ رسم کنید که نقطه c از آن پائین a و به فاصله
۴ سمت چپ محور اطول باشد. بر خط AC صفحه P را مرور
دهید که اثر افقیش با محور اقص کاغذ موازی باشد و در این
صفحه مربع $ABCD$ را رسم کرده مرکز آنرا O بنامید،
مجانس مربع را در تجانس به مرکز O و به نسبت يك دوم نیز
رسم کرده $EFGH$ بنامید. به قاعدة $ABCD$ هر متناظمی
بسازید که رقوم رأس S از آن برابر با 8 باشد. صفحه P را
زیر صفحه P و به فاصله ۸ از آن رسم کرده قرینه هر m
و همچنین مربع $EFGH$ را نسبت به صفحه P به ترتیب
هرم مذکور و از منشور $E'F'G'H'$ و $S'A'B'C'D'$
هرم مذکور از منشور $EFGHE'F'G'H'$ تشکیل می‌شود
مرئی و مخفی نمایید.

(مسعود مشکی)

مسائل متفرقه

۳۶۴۷ - مطلوبست حل معادلات زیر :

$$1) (x^2 + px + q)^2 = x^2(3x^2 + px + q)$$

$$2) (2x^2 - x + m)^2 + (2x^2 + x + m)^2 = 4x^2$$

(عباسعلی شکری)

۳۶۴۸ - اگر مجموع m جمله از يك تصاعد حسابی برابر
با مجموع n جمله و برابر با مجموع p جمله دیگر آن باشد
ثابت کنید.

$$(m+n)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{p}\right) = (m+p)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)$$

(ترجمه، گلستان زاده دبیرستانهای کازرون)

را از خط به معادله $= 25 - 2y - 2x$ تعیین کنید.

(ترجمه، مصطفی گودرزی طائب)

۳۶۴۸ - اندازه‌های اضلاع مثلثی به ترتیب عبارتست از
 $1 - x + 1$ و $x + 2$ درصورتی که اندازه زاویه بین دو
ضلع کوچکتر و بزرگتر برابر با 60° درجه باشد طولهای
اضلاع وسینوس زوایارا تعیین کنید.

کلاس ششم ریاضی

۳۶۴۹ - مطلوبست رسم مکان هندسی نقاطی که مختصات
آنها در معادله زیر صدق می‌کند :

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 1$$

۳۶۵۰ - اولاً جدول تغییرات و نمایش هندسی تابع :

$$y = \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+1)}$$

را رسم کنید.

ثانیاً از راه محاسبه معلوم کنید که خط $y = mx$ به ازاء
چه مقادیر m منحنی نمایش هندسی تابع را قطع می‌کند و
درستی نتیجه را از روی شکل محقق کنید.

۳۶۴۱ - ثابت کنید که مثلثی وجود ندارد که در آن
اندازه‌های زوایا تصاعد حسابی تشکیل داده و یکی از اضلاع واسطه
حسابی یا واسطه هندسی و یا واسطه توافقی بین دو ضلع دیگر باشد.

(سید ابراهیم مدنی - دبیرستان نمازی شیراز)

۳۶۴۲ - در مثلثی زوایای A و B و C بر نسبت اعداد

2 و 3 و 4 می‌باشند. ثابت کنید که :

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{a+c}{2b}$$

(E.P.M).

۳۶۴۳ - مطلوبست تعیین عدد چهار رقمی A به قسمی
که دارای 10 مقسوم علیه بوده و عکس آن کسری باشد مولد
کسر اعشاری تحقیقی که چهار رقم اعشار داشته باشد.

۳۶۴۴ - اولاً ثابت کنید که به ازاء جمیع مقادیر a کسر
زیر تحویل ناپذیر است.

$$\frac{a^2 + a}{a^3 - 1}$$

ثانیاً - به ازاء چه مقادیر a این کسر مولد کسر اعشاری
متناوب ساده یا مرکب می‌باشد.

(از مسائل امتحانات نهایی استان دهم)

۳۶۴۵ - دو خط x' و y' که در نقطه O برهم

۳۶۵۲ - ثابت کنید که اگر x_1 و x_2 و ... x_n

ریشه های معادله :

$$(x-a_1)(x-a_2) \dots (x-a_n) + \lambda = 0$$

باشد اعداد a_1 و a_2 و ... a_n ریشه های معادله زیر خواهد بود

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_n) - \lambda = 0$$

۳۶۵۳ - به فرض آنکه a و b و c و h به ترتیب

اندازه های اضلاع و طول ارتفاع یک مثلث قائم الزاویه باشد (a طول وتر است) ثابت کنید که :

$$\frac{b^r+c^r}{b^r+c^r} = (b+c) \times \frac{a-h}{a}$$

مورد استعمال - دو قطعه خط به طولهای b و c مفروض

است . قطعه خطی با طول x چنان رسم کنید که داشته باشیم :

$$x = \frac{b^r+c^r}{b^r+c^r}$$

(E.P.M)

۳۶۵۴ - ثابت کنید با قیما نده تقسیم تو ان هشتم هر عدد بر ۱۷

برابر است با ± 1

(ترجمه : گلستان زاده)

۳۶۵۵ - به فرض اینکه a_1 و a_2 و ... a_n و b_1 و b_2 و ... b_n

اعداد صحیح مثبت باشد و داشته باشیم :

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_2}{b_2} < \dots < \frac{a_n}{b_n}$$

ثابت کنید که :

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{b_1+b_2+\dots+b_n} < \frac{a_n}{b_n}$$

(E.P.M)

۳۶۵۶ - منحنی نمایش هندسی تابع زیر را رسم کنید .

$$y = x^2 - |2x - 1|$$

بی آنکه عصبانی شوید این مسئله را حل کنید

سه نفر از دانایان یونان قدیم در باغ آکادمی استراحت کرده و به خواب رفته بودند:

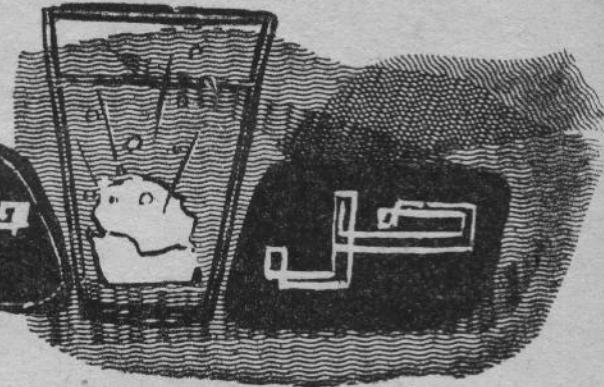
رجاله ای که گذارش به آنجا افتاده بود پیشانی هر کدام از آنها را با دوده سیاه کرد ، بعد ، در اثر صدایی که از ناحیه ای برخاست هرسه نفر از دانایان بیدار شده هر یک ، از دیدن پیشانی دو نفر دیگر ، شروع به خنده کردند . اما بعد از لحظه ای ، هرسه نفر از خنده باز ایستادند زیرا ، هر کدام ، دریافته بودند که پیشانی خود آنها نیز سیاه است . به چه دلیل منطقی ؟

پاسخ مسئله تحت همین عنوان عندرج در شماره گذشته

مقصود تهیه قطعه چوبهای به طول ۵۰ سانتیمتر بوده است . فرهاد و فریدون که ابتدا چوبهای به طول یک متر را جمع آوری کرده و بعد هر یک از آنها را به دو قطعه تقسیم کردند و رویهم تعدادی چوب فراهم کرده اند که ضرب ۲ می باشد .

تعداد قطعه چوبی که توسط هوشنگ و منوچهر فراهم شده است ضرب ۳ است (زیرا آنها هر یک از چوبهای جمع آوری شده را به ۳ قسم تقسیم کرده اند) . تعداد قطعه چوبهایی که توسط پرویزو کامبیز فراهم شده است ضرب ۴ می باشد بنابراین :

۲۸ قطعه مربوط است به پرویزو کامبیز و نام خانوادگی این دو نفر کامرانی و کیهان پیما است و چون کیهان پیما از مسؤولین نیست پس داریم : پرویزو کامرانی ، کامبیز کیهان پیما و به همین ترتیب نتیجه خواهیم گرفت : هوشنگ کوچک نیا منوچهر بت ساز ، فرهاد زرپرور ، فریدون آرامش خواه .

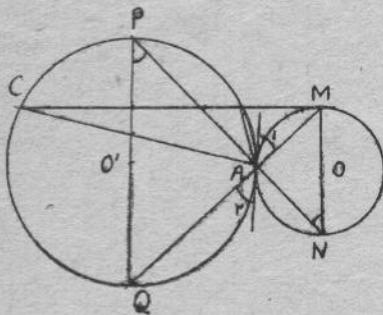


جواب مسائل شماره ۳۰

اگر حل مسئله‌ای را فرستاده‌اید اما نام شما ذیل حل آن در این مجله ذکر نشده است به یکی از علی زیر می‌باشد : راه حل انتخابی شما درست نبوده یا ناقص بوده است ، روی ورقه‌ای که حل مسئله را نوشته‌اید نام و کلاس خود را ذکر نکرده‌اید ، مسئله مربوط به کلاس پائین تر از کلاس خود را حل کرده‌اید ، نام شما دیر تر از دهله مقرر به دست رسیده است .

حل مسائل یکان شماره ۳۰

باشد و قطر MN از دایره (O) را نیز رسم می‌کنیم ثابت کنید خطوط AM و AN نیمسازهای زاویه BAC می‌باشند



اما MA و NA امتدادی دهیم تا دایره (O') در P و Q قطع کنند چون زاویه MAN قائم است بنابراین قطری PQ عمود است بنابراین از دایره (O') خواهد

بود . مماس مشترک داخلی دو دایره را نیز رسم می‌کنیم از تساوی زوایای N با A_1 و P با A_2 با A_1 و A_2 دو زاویه N و P از آنجا توازی دو خط MN و PQ نتیجه می‌شود و چون PQ عمود است بنابراین PQ نیز بر BC عمود بوده کمان BC را نصف می‌کند . پس AP یعنی AN نیمساز داخلی زاویه BAC و AM که بر AN عمود است نیمساز خارجی این زاویه می‌باشد .

پاسخهای درست رسیده : منوچهر حاجی زاده دیبرستان باپکان - محسن هاشمی نژاد - محمد مقدسی .

کلاس چهارم ریاضی

۳۵۴۰ - حاصل عبارت‌های زیر را بر حسب مقادیر

کلاس چهارم طبیعی

- ۳۵۴۸ - صحت تساوی زیر را محقق کنید .

$$\frac{\sqrt{\sqrt{8} + \sqrt{\sqrt{2} - 1}} - \sqrt{\sqrt{8} - \sqrt{\sqrt{2} - 1}}}{\sqrt{\sqrt{8} - \sqrt{\sqrt{2} + 1}}} = \sqrt{2}$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم ، می‌شود .

$$\frac{\sqrt[4]{8} - 2\sqrt{\sqrt{2} + 1}}{\sqrt[4]{2} - \sqrt{\sqrt{2} + 1}} = \frac{\sqrt[4]{(8 - 1)\sqrt{2 + 1}}}{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} + 1}} = 2$$

پاسخهای درست رسیده : اعظم آشته دیبرستان حکمت - محمود نمازی دیبرستان هدف ۱ - سید حبیب الله سید خلیلی دیبرستان دارالفنون - سید علی سیدخلیلی دیبرستان وحید - محمد مقدسی دیبرستان پهلوی ساری - محسن هاشمی - نژاد دیبرستان ابن سينا .

۳۵۴۹ - دو دایره (O) و (O') در نقطه A مماس خارج می‌باشند . خطی چنان رسم می‌کنیم که در نقطه M بر دایره (O) مماس و در نقاط C و B با دایره (O') قاطع

$$\begin{aligned} \text{طرف اول رابطه مفروض را بسط داده به صورت زير می نويسيم} \\ (p^2 + q^2 + r^2)(a^2 + b^2 + c^2) \\ + 2(pq + qr + rp)(ab + bc + ca) \\ \text{و بنابر روابط (۳) و (۴) مقدار اين عبارت برآور است با:} \\ a^2 + b^2 + c^2 \end{aligned}$$

استخراج درست رسیده: پريچهر جمشيدی دبیرستان اوشیروان دادگر - قدیر نجات دبیرستان البرز - پرويز باياني دبیرستان البرز - عارف حكيمي دبیرستان وحيد - جلال اشجعی دبیرستان دين و داشن قم - امان الله امين نيا دبیرستان البرز - سيد حميد طباطبائي دبیرستان البرز عباس صادق زاده دبیرستان هدف ۳ - جهانكير چراغچي دبیرستان ابن سينا شهروري - شهريار ديانت دبیرستان فردوسي تبريز - محسن هاشمي نژاد - محمد على يزدان پناه دبیرستان ۱۵ بهمن بهشهر - ارسلان على نژاد دبیرستان رازی شاهي - محمود نمازي سيد حبيب الله سيد خليلي - سيد على سيد خليلي - حسين شهپری دبیرستان نمازي شيراز - محمد مقدسی حسين علوی .

۳۵۴۲ - مطلوب است حل و بحث معادله زير

$$\frac{(x-2)^2}{1-mx} = x+4$$

بعد از اعمال لازم و اختصار خواهيم داشت

$$\frac{x[(m+1)x+4m-5]}{1-mx} = 0$$

و در نتيجه خواهيم داشت :

$$\begin{cases} (1) & x[(m+1)x+4m-5] = 0 \\ (2) & 1-mx \neq 0 \end{cases}$$

از معادله (۱) نتيجه می شود :

$$(m+1)x+4m-5=0 \quad \text{ويا} \quad x=0 \quad (3)$$

مقدار $x=0$ که با شرط (۲) وفق می کند همواره جواب معادله می باشد و به مقادير m بستگي ندارد . برای معادله (۳) دو حالت درنظر می گيريم .

(۱) اگر $1-m \neq 0$ باشد نتيجه خواهد شد

$$x = \frac{-4m+5}{m+1}$$

این جواب وقتی قابل قبول خواهد بود که با شرط (۲) وفق داشته باشد یعنی داشته باشيم :

$$1 - \frac{m(-4m+5)}{m+1} \neq 0 \Rightarrow \frac{(2m-1)^2}{m+1} \neq 0$$

و نتيجه خواهد شد

مختلف a و b حساب كنيد .

$$A = \sqrt{(a+2b)^2} \quad , \quad B = \sqrt{(a-2b)^2}$$

$$C = A+B \quad , \quad D = A-B \quad , \quad E = \frac{C}{D}$$

داريم

$$A = |a+2b| \quad , \quad B = |a-2b|$$

حالات اول : اگر $a > 2b$ باشد در اين صورت

$$A = a+2b \quad , \quad B = a-2b \quad , \quad C = 2a \quad , \quad D = 4b$$

$$E = \frac{a}{2b}$$

حالات دوم : $a = 2b$

$$A = a+2b = 4b \quad , \quad B = 0 \quad , \quad C = D = 4b$$

$$E = 1$$

حالات سوم : $-2b < a < 2b$ - باشد :

$$A = a+2b \quad , \quad B = 2b-a \quad , \quad C = 4b$$

$$D = 2a \quad , \quad E = \frac{2b}{a}$$

حالات چهارم : $a = -2b$

$$A = 0 \quad , \quad B = 2b-a = 4b \quad , \quad C = 4b$$

$$D = -4b \quad , \quad E = -1$$

حالات پنجم : $a < -2b$ - باشد .

$$A = -a-2b \quad , \quad B = -a+2b \quad , \quad C = -2a$$

$$D = -4b \quad , \quad E = -\frac{a}{2b}$$

استخراج درست رسیده: حسين علوی دبیرستان

پهلوی ساری - محمد مقدسی - محمود نمازی .

۳۵۴۱ - اگر p و q و r در روابط زير صدق كنند

$$\begin{cases} (1) & p+q+r=1 \\ (2) & \frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}=0 \end{cases}$$

ثبت كنيد که

$$(pa+qb+rc)^2 + (qa+rb+pc)^2 + (ra+pb+qc)^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

از رابطه (۲) بعداً تحويل به يك مخرج نتيجه می شود

$$(3) \quad pq+pr+qr=0$$

طرفيين رابطه (۱) را به توان ۲ رسانده با توجه به رابطه (۳) خواهيم داشت :

$$(4) \quad p^2 + q^2 + r^2 = 1$$

- ۳۵۴۴ حل معادله زیر و تعیین مقدار تقریبی x

$$3^{(2x)} = 2^{(3x)}$$

از طرفین تساوی لگاریتم می‌گیریم :

$$2^x \log 3 = 3^x \log 2 \quad \text{یا} \quad \frac{3}{2} \left(\frac{\log 3}{\log 2}\right)^x = \frac{\log 3}{\log 2}$$

مجدداً از طرفین تساوی لگاریتم می‌گیریم :

$$x \log \frac{3}{2} = \log \left(\frac{\log 3}{\log 2}\right) = \log(\log 3) + \operatorname{colog}(\log 2)$$

$$x = \frac{\log(\log 3) + \operatorname{colog}(\log 2)}{\log 3 + \operatorname{colog} 2}$$

با استفاده از جدول لگاریتم اعداد داریم

$$\log 3 = 0.47712 \quad \text{و} \quad \log 2 = 0.30103$$

$$\log(\log 3) = 0.677863 \quad \text{و} \quad \operatorname{colog}(\log 2) = 0.52100$$

$$x = \frac{0.19963}{0.17609} \neq 1.13$$

پاسخهای درست رسیده : حمیدرضا خاکپور - جلال

اشجعی - علی رضا ذرین قلم - ارسلان علی نژاد - سیف الله میرزاپور
جهانگیر چراغچی - شهریار دیانت - محمود نمازی .

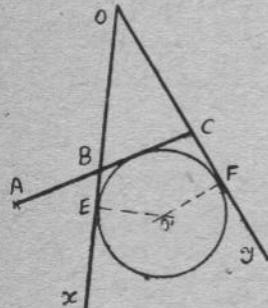
- ۳۵۴۵ زاویه xoy و نقطه A واقع در صفحه آن مفروض

است . از نقطه A خطی چنان رسم کنید که دوضلع زاویه راقطع
کند و محیط مثلث حاصل برای با مقدار معلوم $2p$ باشد . اگر
قاطع مطلوب باشد چون ABC

دایره محاطی خارجی نظیر ضلع BC از مثلث OBC را رسم کنیم
که در E و F بر OB و OC مماس باشد طول هریک از قطعات
OF و OE برای با نصف محیط
مثلث OBC خواهد بود . بنابراین
برای حل مسئله ابتدا بر ox و oy طولهای $OE = OF = p$ راجدا

کرده آنگاه دایره 'O را چنان رسم می‌کنیم که در نقاط E و F
بر ox و oy مماس باشد و از A خطی مماس براین دایره
چنان رسم می‌کنیم که دایره و رأس زاویه طرفین مماس واقع
شوند . این خط جواب مسئله است . مسئله حد اکثر دو جواب
می‌تواند داشته باشد .

پاسخهای درست رسیده : داریوش ترکی - منوچهر حاج آقازاده دیستان بابکان - علی ریاحی دیستان فروزی مراغه



(۲) اگر $m = 1$ باشد ، معادله (۳) به صورت غیر -
ممکن $x = 9$ در می‌آید .

نتیجه بحث - اگر $m \neq 1$ باشد معادله

مفروض دو جواب خواهد داشت که در ازاء $m = \frac{5}{4}$ این دو
جواب مساوی خواهند بود .

و اگر $m = -\frac{1}{2}$ باشد معادله مفروض فقط یک
جواب $x = 0$ را خواهد داشت .

پاسخهای رسیده همه ناقص می‌باشد ؛ در هیچیک از
راه حلها رسیده شرط (۲) منظور نشده است .

- ۳۵۴۶ عبارت زیر را ساده کنید .

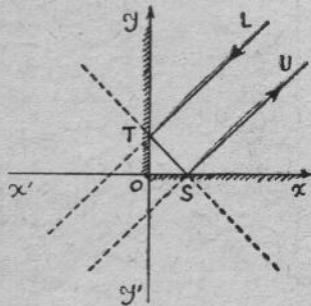
$$\begin{aligned} & \log(a^4 - 1) + \log(b^4 - 1) - \log[(ab+1)^4] \\ & \quad - (a+b)^4 \end{aligned}$$

$$= \log \frac{(a^4 - 1)(b^4 - 1)}{(ab+1+a+b)(ab+1-a-b)}$$

$$= \log \frac{(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)}{(a+1)(b+1)(a-1)(b-1)} = \log 1 = 0$$

پاسخهای درست رسیده : پریچهر جمشیدی دیستان
انوشهیوان دادگر - امین الله امین نیا - محمود نمازی - احمد
محقق دیستان البرز - عباس کشاورز دیستان کورش دامغان
علی ریاحی دیستان فروزی مراغه - پریز باپائی دیستان
البرز - غفار محمدزاده فدائی دیستان دکتر نصیری - حسین
علوی - محمد مقدسی - سید علی سید خلیلی - شهریار دیانت
جهانگیر چراغچی - عباس صادقزاده - سیف الله میرزاپور دیستان
رازی شاهی - ارسلان علی نژاد دیستان رازی شاهی - شهرام
فرهنگی دیستان البرز - محسن هاشمی نژاد - محمد مقیمی
دیستان دکتر نصیری - محمدعلی عامری دیستان هدف
محمد علی یزدان پناه دیستان ۱۵ بهمن بهشهر - مصباح
جاوید دیستان آزمون - علی مرادزاده دیستان رازی شاهی
ابراهیم گرجی دیستان رازی شاهی - علیرضا ذرین قلم دیستان
هدف ۱ - داریوش ترکی دیستان - فیروز بهرام - محمود
خدام الحسینی دیستان قناد بابل - داریوش آزادی دیستان
نمازی شیراز - حمیدرضا خاکپور دیستان ابومسلم - جلال
اشجعی دیستان دین و دانش قم - سید حمید طباطبائی دیستان
البرز - قادر نجات - محمد ابراهیم زاده دیستان طبری آمل .

oy را در نظر گرفته و فرض می کنیم Ox و Oy همچون دو آینه تخت نور را منعکس کنند و سطح صیقلی هر یک به طرف ربع اول محورها باشد . یک شاعع سورانی منطبق بر خط به معادله $y = x + 1$ در نقطه T بر Oy تابیده پس از انعکاس، در نقطه S بر Ox تابیده مجددآ منعکس می شود. معادلات ST و SU را بدست آورید.



خط $y = x + 1$ با محور y همازایی 45° می سازد در نتیجه خط TS نیز با این محور زاویه 45° ساخته و دو خط بر هم عمود می باشند .

ضریب زاویه خط ST برابر با 1 - بوده و چون (۱) و (۲) است معادله TS به صورت $y = -x + 1$ می شود $y = -x + 1$ بودست TS می آید. مختصات S می شود (۱) و خط SU بر خط ST عمود بوده معادله آن عبارت خواهد شد از $-y = x - 1$.

پاسخهای درست رسیده: آفری تاج الدینی دبیرستان آذرم - شهلا فیض دبیرستان صدری - محمد رضا ستایشی دبیرستان بحرالعلوم بروجرد - غلامحسین اسداللهی دبیرستان قنادبابل - جعفر فرزام دبیرستان فردوسی رضائیه - داودحسینی دبیرستان دکتر داورپناه - مسعود درخشان نو دبیرستان رهنماه علی معصومی دبیرستان پهلوی اراک - اسماعیل خنائی دبیرستان خوارزمی - احمد میر نژاد دبیرستان هدف ۴ - فرهاد منشی زاده دبیرستان رهنما - علیجان ذوالفقاری - آرمن یوسفی دبیرستان کورش - محمد رضا یزدان دبیرستان قریب - حمید و کیل زاده دبیرستان فردوسی رضائیه - منصور نهاوندی پور و ناصر نهاوندی پور دبیرستان مرود - اسماعیل گلزاریان دبیرستان قنادبابل - فریدون - امین زاده دبیرستان فردوسی رضائیه - محمد عبادی دبیرستان فردوسی رضائیه - محمدحسن ساما نی پور دبیرستان هدف ۱ - صمد فرنج دبیرستان رهنما - ۳۵۴۸ صحبت اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$(a+1)^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + (a-1)^2 \cos(\pi+x)$$

$$+ 4a \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \quad \cos(\pi+x) = -\cos x$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x$$

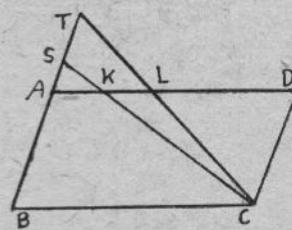
شهریار دیانت - قدری نجات - سید حمید طباطبائی امین الله امین نیا - حسین علوی - محمد مقدسی - شهرام فرنگی - پروین بابائی .

۳۵۴۶ - متوازی الاضلاع $ABCD$ مفروض است . از رأس C دو خط دلخواه چنان رسم می کنیم که ضلع AD را در نقاط K و L و امتداد BA را در S و T قطع کنند . ثابت کنید :

$$\frac{BS}{BT} = \frac{KD}{LD}$$

داریم :

$$(1) \quad \frac{KD}{LD} = \frac{KD}{CD} \times \frac{CD}{LD}$$



از تشابه دو مثلث KAS و KCD وهمچنین از تشابه دو مثلث LAT و LCD داریم :

$$(2) \quad \frac{KD}{CD} = \frac{AK}{AS}$$

$$(3) \quad \frac{CD}{LD} = \frac{AT}{AL}$$

از تشابه دو مثلث SAK و SBC و دو مثلث TBC و TAL داریم :

$$(4) \quad \frac{AK}{AS} = \frac{BC}{BS}$$

$$(5) \quad \frac{AT}{AL} = \frac{BT}{BS}$$

با توجه به تساویهای بالا رابطه مطلوب محقق خواهد شد

پاسخهای درست رسیده: پریچهر جمشیدی - محمد مقدسی - حسین علوی - امان الله امین نیا - سید حمید طباطبائی قدری نجات . شهریار دیانت - علی ریاحی - محمدعلی یزدان پناه داریوش ترکی - شهرام فرنگی - حمید رضا خاکپور - کامبیز زیبائی دبیرستان بابان - جلال اشجعی - پروین بابائی - محمود خدام الحسینی - علی مرادزاده - مصباح جاوید محسن هاشمی نژاد - عباس کشاورز - محمد ابراهیم زاده .

کلاس پنجم طبیعی

۳۵۴۷ - دستگاه محور های مختصات متعامد Ox و Oy

$$\operatorname{tg}(SA + Au) = \left| \frac{3-1}{1+3} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg}(AO + AB) = \frac{1}{2} = \left| \frac{3-m}{1+3m} \right| \Rightarrow m_{AB} = -7$$

معادله AB به صورت $y = -7x + 5$

$\frac{5}{7}B$ از تساوی دو زاویه SBx و OBA نتیجه

می شود که دو زاویه ABx و SBx مکمل بوده و در نتیجه

$$m_{AB} = -m_{BS} = 7$$

و معادله BS عبارت می شود از $y = 7x - 5$ و خواهیم داشت

$$S \begin{cases} y = x + 1 \\ y = 7x - 5 \end{cases} \Rightarrow S \left| \begin{array}{l} \\ 2 \end{array} \right.$$

پاسخهای درست رسیده: آفری تاج الدینی - فاطمه حاج سید جوادی دبیرستان هدف ۲ - اسماعیل خنائی - علیجان ذوالقاری - فریدون امینزاده - علی معصومی - صمد حیاتی - حسن فرزین دبیرستان دارالفنون - فرامرز حسین بابابی دبیرستان کسری اردبیل - کامبیز علوی دبیرستان هدف ۱

- ۳۵۰۰ به فرض اینکه داشته باشیم

$$\operatorname{tg}(a+b) = \frac{11}{13} \quad \operatorname{tg}(a-b) = \frac{1}{17}$$

مقادیر $\operatorname{tg}a$ و $\operatorname{tg}b$ را حساب کنید. دو دسته جواب (a_1, b_1) و (a_2, b_2) بدست می آید معلوم کنید که انتهای هر یک از چهار کمان مزبور در کدام بخش از دایره مثلثاتی واقع است. بین دو کمان a_1 و a_2 و همچنین دو کمان b_1 و b_2 چه رابطه برقرار است.

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(a+a) = \frac{\operatorname{tg}a + \operatorname{tg}b}{1 - \operatorname{tg}a \operatorname{tg}b} = \frac{1}{17} \\ \operatorname{tg}(a-b) = \frac{\operatorname{tg}a - \operatorname{tg}b}{1 + \operatorname{tg}a \operatorname{tg}b} = \frac{11}{13} \end{cases}$$

$$17\operatorname{tg}a + 17\operatorname{tg}b + \operatorname{tg}a \operatorname{tg}b = 1$$

$$13\operatorname{tg}a - 13\operatorname{tg}b - 11\operatorname{tg}a \operatorname{tg}b = 11$$

از حذف $\operatorname{tg}a$ خواهیم داشت:

$$3\operatorname{tg}^2b - 8\operatorname{tg}b - 3 = 0 \quad \operatorname{tg}b = \frac{3}{2} \quad \operatorname{tg}b = -\frac{1}{3}$$

$$\operatorname{tg}b = 3 \Rightarrow \operatorname{tg}a = -\frac{5}{2}$$

$$\operatorname{tg}b = -\frac{1}{3} \Rightarrow \operatorname{tg}a = \frac{2}{5}$$

و طرف اول اتحاد مفروض چنین خواهد شد.

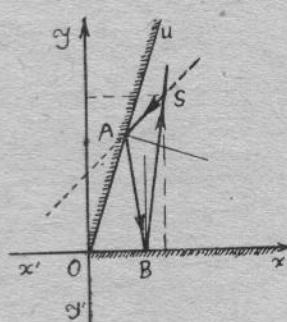
$$\cos x[(a+1)^2 - (a-1)^2 - 4a] = \cos x \times 0 = 0$$

پاسخهای درست رسیده: طلعت مشکین دبیرستان خوارزمی - شهلا فیض - آفری تاج الدینی - صمد فرنج - محمد حسن ساما نی پور - فریدون امینزاده - منصور و ناصر نهادی پور - حمید و کیل زاده - محمد رضا یزدان - آدمن یوسفی - علیجان ذوالقاری - اسماعیل خنائی - علی معصومی - مسعود درخان نو داود حسینی - جعفر فرزام - غلامحسین اسداللهی - محمد رضا ستایشی - محمد حاج سلیمانی - حسین جعفری دبیرستان پهلوی گلپایگان - احمد میرنژاد - احمد سید شاکری - مسعود نجفی دبیرستان مهرگان لاهیجان - علیرضا صداقت دبیرستان پهلوی همدان - علی کیله شستی دبیرستان مری - اسماعیل گلجاریان - مسعود رحمتیان دبیرستان پهلوی ساری - محمود عبادی - حسین مظفریان دبیرستان ابن سينا رضائیه.

کلاس پنجم ریاضی

۳۵۴۹ - دو آینه تخت با یکدیگر فرجهای تشکیل می دهند که شیب هر چه آن نسبت به وجه دیگر برایر با ۳ بوده و سطوحهای صیقلی دو آینه رو به روی یکدیگر واقع شده است. صفحه P بر نقطه نورانی S گذشته و بر فصل مشترک دو آینه در نقطه O عمود می باشد. در صفحه P محورهای مختصات متعامد P با آینه اول بر ox منطبق بوده و فصل مشترک P با آینه دوم خط Ou درربع اول واقع باشد. یک شاع نورانی از S خارج شده منطبق بر صفحه P در نقطه A به آینه دوم تابیده پس از بازتاب در نقطه B به آینه اول می تابد و پس از انعکاس مجدد به نقطه نورانی S بر می گردد.

در صورتی که معادله SA به صورت $y = x + 1$ باشد، $y = x + 1$ مختصات نقطه S را پیدا کنید.



معادله Ou عبارت می شود از $y = 2x$ و مختصات نقطه A می شود:

$$A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

حالت دوم - اگر A و B طرفین صفحه P واقع باشد و I نقطه تلاقی AB با صفحه P باشد، MI نیمساز داخلی زاویه AMB باشد، J نقطه تلاقی نیمساز خارجی این زاویه را با امتداد AB تعیین کرده تصویر آنرا بر P به J' نماییم. مکان M دایره به قطر IJ' خواهد بود.

حالت سوم - اگر AB با صفحه P موازی باشد نیمساز زاویه خارجی وقتی بر P منطبق خواهد شد که با AB موازی باشد یعنی مثلث MAB متساوی الساقین باشد و در این حالت مکان M خطی است مستقیم که فصل مشترک صفحه عمود منصف AB با صفحه P میباشد.

پاسخهای درست رسیده: صفر علی لشکر بلوکی دیبرستان دارالفنون - کامبیز علوی - صمد فرهنگ - محمد حاج سلیمانی - مسعود درخشان نو - ابراهیم نیکیخت دیبرستان ۱۵ بهمن بهشهر - علیجان ذوقفاری.

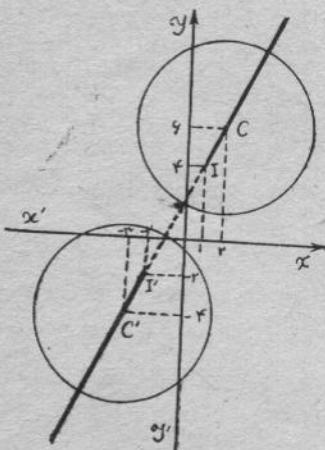
کلاس ششم طبیعی

۴۰۵۲ - معادله زیر مفروض است

$$x^2 + y^2 - 2mx - 4(m+1)y + 3m + 14 = 0$$

۱) معلوم کنید به ازاء چه مقادیر m معادله بالا معادله یک دایره میباشد. مکان هندسی مراکز این دایره ها را تعیین کرده آنرا رسم کنید.

۲) به ازاء دو مقدار $m = 2$ و $m = -3$ دو دایره



$$R^2 = 5(m^2 + m - 2) > 0$$

نتیجه می شود.

$$m > 1 \text{ یا } m < -2$$

با این شرط، معادله مفروض دایره های بیشماری را مشخص

$$a_1 = k\pi + \operatorname{Arctg} \frac{2}{5}, \quad b_1 = k'\pi - \operatorname{Arctg} \frac{1}{3}$$

$$a_2 = k_1\pi - \operatorname{Arctg} \frac{5}{2}, \quad b_2 = k'_1\pi + \operatorname{Arctg} \frac{3}{2}$$

انتهای کمانهای a_1 و b_2 در بخش اول یا سوم، و انتهای کمانهای a_2 و b_1 در بخش دوم یا چهارم از دایره مثلثاتی واقع است.

$$\operatorname{tg} a_1 = -\operatorname{cotg} a_2 \quad a_1 - a_2 = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg} b_1 = -\operatorname{cotg} b_2 \quad b_1 - b_2 = k'\pi + \frac{\pi}{2}$$

پاسخهای درست رسیده: آفری تاج الدینی - محمد حاج سلیمانی - غلامحسین اسداللهی - علی مقصومی - محمد رضا یزدان - ناصر و منور نهادندی پور - صمد فرهنگ - محمدقاسم مساعد دیبرستان قریب - حسین بکی صفار دیبرستان قطب دزفول علی شناجو دیبرستان فردوسی رضائیه - کامبیز علوی - فریدون امینزاده - جواد جمشیدی دیبرستان محمدعلی فروغی - اسماعیل ختائی - آرمن یوسفی.

۴۰۵۳ - صفحه P و دو نقطه A و B غیر واقع بر آن مفروض است مکان هندسی نقاط M از صفحه P را تعیین کنید

بنا بر آنکه یکی از نیمسازهای زاویه AMB بر صفحه P منطبق باشد.

سه حالت در نظر می گیریم؛

حالت اول: A و B در یک طرف صفحه P

واقع بوده و P در یک

نقطه J متلاقی باشد

در این حالت نیمساز زاویه خارجی AMB خواهد بود

و چنانچه MI نیمساز

داخلی این زاویه باشد، زاویه IMJ قائم بوده و چون یک

ضلع P منطبق است پس تصویر آن بر P یعنی زاویه $I'MJ$ قائم خواهد بود و چون I' و J ثابت هستند پس مکان M

دایره ای خواهد بود به قطر $I'J$

بر $x = \cos$ تقسیم کنیم خواهیم داشت :

$$tg^2 x - tg x = 0 \Rightarrow x = k\pi \text{ یا } x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

پاسخهای درست رسیده : گیتی بهین آئین دیبرستان بهبهانی کازرون. زهراء مینی دیبرستان عترت. جواده اشمنی نژاد دیبرستان ابن سينا رضائیه - شاهرخ زنجانی زاده دیبرستان نادرشاه مشهد - محمد رضا محمد آبادی دیبرستان پهلوی اراک حسن تمدن دیبرستان قناد بابل - اسدالله حسین زادگان.

کلاس ششم ریاضی

- ۳۰۰۴ - اولاً تابع $y = f(x)$ را چنان تعیین کنید که

فضل عرض هر نقطه از منحنی بر عرض نقطه هم طول آن از تنها مجانب مایلش برابر با عکس طول آن نقطه باشد و بعلاوه نقطه (۱) مرکز تقارن منحنی بوده تفاضل طولهای نقاط قطبی ماکریم و مینیم تابع از لحاظ قدر مطلق برابر با ۲ باشد و منحنی تابع حاصل را رسم کنید.

معادله مجانب مایل منحنی را $y = ax + b$ فرض می کنیم داریم.

$$f(x) - (ax + b) = \frac{1}{x} \Rightarrow y = f(x) = ax + b + \frac{1}{x}$$

منحنی هذلولی است بنا بر این نقطه تلاقی مجانبهای آن مرکز تقارن می باشد یعنی :

$$\omega \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = ax + b \end{array} \right. \Rightarrow \omega \left| \begin{array}{l} 0 \\ b \end{array} \right. \Rightarrow b = 1$$

$$y = ax + 1 + \frac{1}{x} = \frac{ax^2 + x + 1}{x}$$

$$y' = \frac{ax^2 - 1}{x^2} \text{ و } y' = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$\left| x' - x'' \right| = \frac{2}{\sqrt{a}} = 2 \Rightarrow a = 1$$

داریم :

$$y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$$

می کند که مختصات مراکز آنها عبارتست از :

$$C(x = m, y = 2m + 2)$$

که چون بین x و y پارامتر m را حذف کنیم معادله مکان مراکز این دایره ها عبارت می شود از $y = 2x + 2$ یا $m = \frac{y - 2}{2}$ یا $x = \frac{y - 2}{2}$ یعنی مکان مراکز دایره ها دونیم خط از خط :

$$y = 2x + 2$$

است که طول نقاط آنها در نامساوی های بالا صدق نکند.

(۲) در ازاء مقادیر مفروض m داریم

$$(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 20$$

$$(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 20$$

اولی دایره ای به مرکز $C(2, 6)$ و دومی دایره ای است به مرکز $(-2, -4)$ وشعاع هردو برابر با $\sqrt{20}$ می باشد و آنها را رسم می کنیم.

- ۳۰۰۵ - تابع زیر مفروض است .

$$y = \sin^2 x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x \sin x + \cos x \sin x - \frac{3}{2}$$

(۱) مقدار کمان α را چنان تعیین کنید که نابع در ازاء

$$x = \frac{\pi}{8} \text{ دارای ماکریم یا مینیم باشد .}$$

$$(2) \text{ به ازاء } \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \text{ معادله } y = \text{درا حل کرده}$$

جوابهای کلی کمان x را تعیین کنید .

$$y' = 2 \cos \alpha \cos x \sin x - 2\sqrt{3} \sin \alpha \sin x \cos x - \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$y' = (\cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha) \sin 2x + \cos 2x$$

در ازاء $\frac{\pi}{8}$ داریم $y' = 0$ و خواهیم داشت :

$$\sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha = 1$$

نسبت به α معادله کلاسیک نوع اول است و می شود .

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \text{ یا } \alpha = 2k\pi + \pi$$

- در ازاء مقدار مفروض α خواهیم داشت :

$$\sin^2 x + 3 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 3$$

که معادله ای است از نوع کلاسیک نوع دوم، چنانچه طرفین را

$$(2) \quad 4\cos^2 u + (2-m)\cos u - 2m^2 + 2m < 0$$

در صورتی که u کمانی بین صفر و π باشد.

$$\text{ثالثاً} - \text{نامعادله اخیر را به ازاء } \frac{5}{4} \text{ حل کنید.}$$

حل - ابتدا باید Δ و $f(-1)$ و $f(1)$ از معادله (1) را بدست آورد.

$$(3) \quad \Delta = 33m^2 - 36m + 4 = 0$$

$$f(-1) = -(2m^2 - 3m - 2) = 0$$

$$m = -\frac{1}{2} \text{ و } 2$$

$$f(1) = -(2m^2 - m - 6) = 0 \quad m = -\frac{3}{2} \text{ و } 2$$

دارای دو ریشه ' m' و '' m'' است برای یافتن وضع ریشه های دیگر معمای $f(x) = 4x^2 + (2-m)x - 2m^2 + 2m = 0$ را در تعداد ریشه های این معادله بر حسب مقادیر مختلف m بحث کرده وضع ریشه ها را نسبت به اعداد 1 و -1 بسنجید.

$$F(m) = 33m^2 - 36m + 4$$

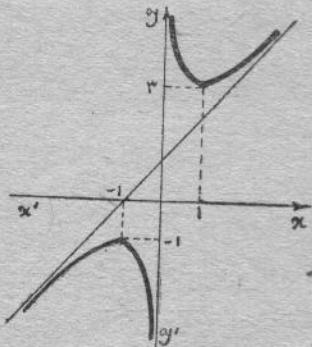
$$a \cdot F(2) = (33 \times 4 - 72 + 4) 33 > 0$$

و 2 از $\frac{18}{33}$ بیشتر است پس 2 از ' m' و '' m'' بزرگتر خواهد

بود و جدول سنجش به شکل زیر است:

جدول تغییرات و نمایش هندسی آنها به شرح زیر خواهد بود.

x	-∞	-1	0	1	+∞
y'	+	0	-	-0	+
y	-∞	-1	-∞	+∞	+∞



۳۵۰۰۵ - معادله درجه دوم زیر مفروض است:

$$(1) \quad f(x) = 4x^2 + (2-m)x - 2m^2 + 2m = 0$$

اولاً در تعداد ریشه های این معادله بر حسب مقادیر مختلف m بحث کرده وضع ریشه ها را نسبت به اعداد 1 و -1 بسنجید.

ثانیاً - از روی بحث و سنجش بالا در نامعادله زیر بحث کنید.

m	-∞	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	2	+∞
$f(-1)$	+	+	+	+	-	+
$f(1)$	-	-	0	+	+	-
x'	$x' < -1 < 1 < x''$	$x' < -1 < x'' < 1$	$-1 < x' < x'' < 1$	$-1 < x' < x'' < 1$	$x' < -1 < 1 < x''$	

نامعادله $0 < f(x) < 0$ صدق می کنند. موقعی سه جمله ای $f(x) = 4x^2 + (2-m)x - 2m^2 + 2m$ متفق می شود که دارای دو ریشه ' x' و '' x'' بوده و x بین دو ریشه مذبور باشد.

اگر جدول فوق را در نظر بگیریم وقتی $\frac{3}{2} < -\frac{m}{2}$.

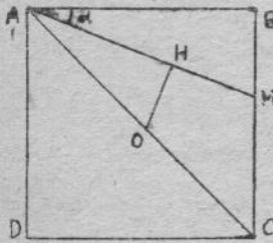
ثانیاً - اگر فرض کنیم $x = \cos u$ طرف اول نامعادله (2) همان طرف اول معادله (1) خواهد شد. اگر u بین صفر و π تغییر کند x بین $+1$ و -1 تغییر خواهد کرد و بحث در نامعادله به این مطلب منجر می شود که: باید بین مقادیری از x که بین -1 و $+1$ هستند آنها را پیدا کرد که در

(۴۸ و ۷۱°) باشد برقرار است.

پاسخهای درست رسیده: محمدعلی عبیری دیبرستان دارالفنون - احمدعلی اختیاری دیبرستان خرد - مسعود مبصری دیبرستان خرد - شاهرخ زنجانی زاده.

-۳۰۵۶ مربع ABCD مفروض است. از رأس A

در داخل مربع خلی چنان رسم می کنیم که با AB زاویه



ساخته و ضلع BC را در M قطع کند. زاویه α را چنان تعیین کنید که طول AM ، m برابر فاصله آن از مرکز مربع باشد. طول ضلع مربع را a فرض می کنیم در مثلث ABM داریم:

$$AM = \frac{a}{\cos \alpha}$$

و در مثلث AOH داریم:

$$OH = AO \sin \angle OAH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)$$

$$\frac{a}{\cos \alpha} = \frac{ma\sqrt{2}}{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)$$

$$m\sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \cos \alpha = 2$$

$$m\sqrt{2} \left[\sin \frac{\pi}{4} - \sin \left(2\alpha - \frac{\pi}{4} \right) \right] = 2$$

از این معادله نتیجه خواهیم گرفت:

$$(1) \quad \sin \left(2\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{m-2}{m\sqrt{2}}$$

$$\therefore \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{4} \quad -\frac{\pi}{4} < 2\alpha - \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin \left(2\alpha - \frac{\pi}{4} \right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{m-2}{m\sqrt{2}} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

از نامساوی مضاعف اخیر با توجه به اینکه m مثبت است نتیجه

خواهد شد: $\frac{4}{3} > m$ و با این شرط از معادله (۱) مقدار

α بدست خواهد آمد.

همه پاسخهای رسیده قادر بحث کامل و صحیح می باشد.

باشد معادله (۱) دارای دوریشه 'x' و "x" می باشد به قسمی که

$$x' < -1 < x < 1$$

و $f(x)$ منفی است برای تمام مقادیری از x که بین -1 و 1 واقع باشد، و بنابراین نامعادله (۲) برای هر مقدار u جواب دارد.

$$\text{اگر } -\frac{3}{2} < m < -\frac{1}{2} \text{ باشد معادله (۱) دو ریشه}$$

$$x' < -1 < x < 1 \text{ دارد. به قسمی که:}$$

فقط مقدار کوچکتر از "x" که بین -1 و 1 واقع است جوابی است که $f(x)$ را منفی می کند و جواب u ، u'' از معادله: $x'' = \cos u$ (بدست آمده) جواب نامعادله است به شرط آنکه u بین "u" و π باشد. اگر m' باشد معادله (۱)

$$-1 < x' < x < 1$$

و $f(x)$ منفی است به ازاء مقادیری از x که بین 'x' و "x" باشد که در عین حال بین -1 و $+1$ نیز واقع خواهد شد و مقادیر u که بین 'u' و "u" باشد جواب است.

اگر $m' < m < m''$ باشد معادله (۱) جواب ندارد و $f(x)$ همیشه مثبت است و نامعادله (۲) اصلاً جواب ندارد.

اگر $m'' < m < 4$ باشد مانند همان بحث:

$$-\frac{1}{2} < m < m'$$

است.

بالاخره به ازاء $2 < m$ همان بحث قسمت اول جدول خواهد بود و نامعادله (۲) به ازاء تمام مقادیر u جواب دارد ثالثاً داریم:

$$f(x) = 4x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}(32x^2 + 6x - 5)$$

که ریشه های آن:

$$x' = -\frac{1}{2} \quad x'' = \frac{5}{16} = 0.3125$$

بین -1 و 1 واقع اند و قطیر این مقادیر داریم:

$$\cos u' = -\frac{1}{2} \quad u' = 120^\circ$$

$$\cos u'' = -0.3125 \quad u'' = 71^\circ 48'$$

و نامعادله (۲) به ازاء $\frac{5}{4} < m$ وقتی u بین 120° و

محمد حسن بنای خوئی دیبرستان ششم بهمن خوی محمد کریم روشن - محمود عبادی - اسدالله حسین فراود گان - سعید حبیب‌الله زاده دیبرستان خوارزمی ۱ - کامبیز علوی - یحیی پرتوی دیبرستان آنديشه - پروین برباری - نصرت نصرت آبادی دیبرستان فیروزیه رام .

۳۰۰۸ - رقم یکان توانهای مختلف ۲ و توانهای مختلف

۷ را تعیین کرده و با استفاده از آن رقم یکان حاصل ضرب :

$$P = ۳۵۴۸^۹ \times ۲۵۳۷^۳$$

را معلوم کنید .

نسبت به تقسیم بر عدد ۱۰ داریم :

$$2^0 = ۱ \quad 2^1 = ۲ \quad 2^2 = ۴ \quad 2^3 = ۸ \quad 2^4 = ۱۶$$

$$2^5 = ۳۲$$

و بعداز آن ، باقیماندها تکرار خواهند شد . در حالت کلی می توانیم چنین بنویسیم . نسبت به تقسیم بر ۱۰ داریم :

$$2^{4m+1} = ۲ \quad 2^{4m+2} = ۴ \quad 2^{4m+3} = ۸ \quad 2^{4m+4} = ۱۶$$

برای عدد ۷ نیز نسبت به تقسیم بر ۱۰ داریم :

$$7^0 = ۱ \quad 7^1 = ۷ \quad 7^2 = ۴۹ \quad 7^3 = ۳۴۳$$

$$7^4 = ۲۴۰۱ \quad 7^5 = ۱۶۸۰۷ \quad 7^6 = ۱1۷۶۴۹$$

دو عدد مفروض نسبت به تقسیم بر ۱۰ به صورت زیر خواهند بود :

$$3548^9 = ۸^9 = ۵۱۲ = 2^9 \times 4 + ۳ = ۸$$

$$2537^3 = ۳۱ = 7^3 = ۳۴۳$$

و رقم یکان حاصل ضرب P برابر خواهد شد با ۴ زیرا $8 \times 3 = 24$

پاسخهای درست رسیده : حجت‌الله افجهی - صادق شوکتی - محمد جواد اشجاعی - حمید طباطبا و کیلی - محمدحسین بنای خوئی - حسین شاهمیری - علی تقی پور - صفر بیگلو محمود صابر همیشگی - شهرام انصاری - اسدالله حسین زادگان پرویز برباری - نصرت آبادی .

۳۰۰۹ - دایره به مرکز O و به شعاع R و یک نقطه A واقع در داخل آن مفروض است . M نقطه‌ای است از دایرة (O) و نیمسازهای زاویه AOM خط AM را در P و Q قطع می‌کنند .

ثابت کنید وقتی که M دایرة (O) را پیماید نقاط P و Q دایره‌هایی رسم می‌کنند ، مرکزهای این دایره‌هارا O_1 و O_2 و شعاعهای آنها را R_1 و R_2 می‌نامیم . ثابت کنید که بین R_1 و R_2 رابطه‌ای مستقل از R وجود دارد .

۳۰۰۷ - مطلوب است تعیین پنج عدد متوالی مشروط بر آنکه عدد وسطی به صورت aa و مجموع آنها به صورت abc باشد . مجموع پنج عدد صحیح متوالی برابر است با پنج برابر عدد وسطی آنها ، بنا بر این داریم :

$$5aa = abc \Rightarrow 55a = 100b + 10a + c$$

$$45a = 100b + c$$

چون $45a$ و $100b$ بر عدد ۵ قابل قسمت هستند بنا بر این

رقم c نیز بر ۵ قابل قسمت است و داریم $c = ۵$ یا

در ازاء $c = ۰$ داریم $c = ۹$ $a = ۲۰b$ و $b = ۰$ مضرب ۹ باشد و این

برقرار خواهد بود که a مضرب ۲۰ $b = ۰$ قابل قبول نیست .

در ازاء $c = ۵$ داریم $c = ۹$ $a = ۲۰b + ۱$ و

$$a = ۲b + \frac{۲b + ۱}{۹}$$

$۲b + ۱$ باید مضوب ۹ باشد :

$$2b + 1 = ۹ \quad b = ۴ \quad a = ۹$$

برای ۱۸ و مضربهای دیگر ۹ برای b جواب قابل قبول

خواهیم داشت یعنی مسئله فقط یک جواب دارد :

$$c = ۵ \quad b = ۴ \quad a = ۹$$

پاسخهای درست رسیده : فخری مولانا دیبرستان

شاهدخت - زهرا معینی - محمدرضا محمدآبادی - شاهرخ

زنجانی‌زاده - محمدعلی عیبری - حسن تمدن دیبرستان قناد

بابل - مجید خرمی دیبرستان حکیم نظامی - سعید شکری‌اهواز

مصطفی حسنعلی عراق دیبرستان صصاصامی اراک - حسن محسنی

افشار - هوشنگ رستمیان دیبرستان خوارزمی ۱ - مسعود مبصری

محمد ابراهیم طبری دیبرستان قناد بابل - میرمحمد مصباحی

دیبرستان محسن هنر بخش - پرویز برباری دیبرستان دارالفنون

جمال آشفته - محمدرضا توکلی دیبرستان دکتر نصیری - حجت‌الله

افقهی دیبرستان دارالفنون - فریدون فتوحیه پور دیبرستان

تقوی - حسین شاهمیری - مهدی فردوسی - مرتضی احمدی

تورزنی دیبرستان تقوی - علی تقی پور دیبرستان دارالفنون -

صفر بیکلو - داریوش رهبر دیبرستان خوارزمی ۱ - احمد مهدیان

دیبرستان امیر کبیر تویسرکان - صادق شوکتی دیبرستان البرز

احمدعلی اختری دیبرستان خرد - محمدهاشم شعبی دیبرستان

مرودی - علی اصغر شبانی دیبرستان کسری اردبیل حجت‌الله

محمد رضائی دیبرستان محمد رضا شاه - محمد جواد اشجاعی

دیبرستان دین و ارشاد - حمید طباطبا و کیلی دیبرستان فردوسی

احمد جلیلی تنها دیبرستان دکتر نصیری - محمد صابر همیشگی

علی مجتبه جابری دیبرستان هدف ۴ - فریدون امین زاده

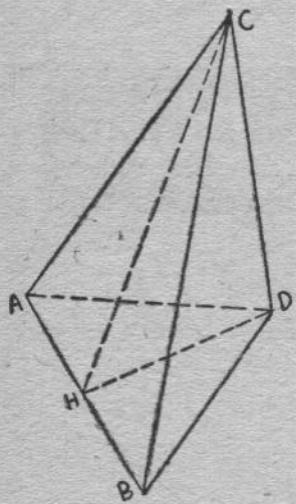
مشخص می شود و بیضی با معلوم بودن کانونهای F و F' و
دایره هادی F' معین می شود.

پاسخهای درست رسیده: حسین شاهمیری - مسعود
مبصری - فریدون فتوحیه پور - محمد جواد اشجعی - محمدهاشم
شفیعی.

-**۳۵۶۱** دو نقطه a_1 و b_1 با فرض $ab = 3\text{cm}$ اختیار
کرده ملخص نقطه c_1 را معلوم کنید بنابر آنکه
 $CA = CB$ بوده و اندازه زاویه ACB برابر با 30° باشد. اگر P
صفحه ای باشد که بر AB گذشته و تصویر مثلث ABC بر آن،
مثلث متساوی الاضلاع ABD باشد یک مقیاس شبیه صفحه P
را رسم کنید.

اولاً به کمک تسطیح بر صفحه افقی رقوم ۱، نقطه c_1
بدست می آید؛ در تسطیح مثلث متساوی الساقین $'C_1A_1B_1$ را
با معلومات $ab = 3$ و $c_1 = 30^\circ$ تعیین می کنیم (از دو جواب یک جواب رسم شده است)

ثانياً - اگر مثلث
متساوی الاضلاع ABD
تصویر مثلث ABC
بر صفحه P باشد و
بر CD صفحه ای
عمود بر AB بگذاریم
این خط را در
وسط آن قطع کرده هر
یک از خطوط CH و
 CH عمود AB بر DH
بوده و مثلث
در زاویه D قائم
است. و تن این مثلث



ارتفاع مثلث مفروض ABC و یک ضلع آن بر ارتفاع
مثلث متساوی الاضلاع به ضلع AB می باشد. در ملخص،
چون AB افقی است صفحه CHD قائم خواهد بود به کمک
تسطیح این صفحه قائم بر صفحه افق رقوم ۱، نقطه D' تسطیح
را بدست آورده آنرا در $d_{3/4}$ تر فیع می کنم، صفحه P با
خط a_1, b_1 و نقطه $d_{3/4}$ مشخص می شود و یک مقیاس شبیه آنرا
رسم می کنیم. دو جواب بدست می آید که فقط یک جواب آن

حل - طول OA را برابر با $d < R$ فرض می کنیم.

بنابر خواص نیمساز

داریم :

$$\frac{PM}{PA} = -\frac{OM}{OA}$$

$$= -\frac{R}{d}$$

از P به موازات

رسم می کنیم که OA را در O_1 و O_2 قطع می کند
و داریم :

$$\frac{PM}{PA} = \frac{O_1O}{O_1A} \Rightarrow \frac{O_1O}{O_1A} = -\frac{R}{d}$$

و نتیجه می شود که O_1 نقطه ثابتی است.

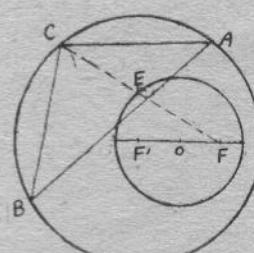
از طرف دیگر، از تساوی زاویه های POM و OPO_1 و POA نتیجه می شود که مثلث OPO_1 متساوی الساقین بوده
و $O_1P = O_1O$ و نتیجه می شود که طول O_1P مقداری است
ثابت و بنابراین مکان P یک دایره است به مرکز O_1 و به شعاع
 $R_1 = O_1O$.

به ترتیب مشابه ثابت خواهد شد که مکان Q نیز دایره ای
است به مرکز O_2 و به شعاع $R_2 = O_2O$. چهار نقطه A, M, P, Q و O_1, O_2 تقسیم توافقی تشکیل می دهند و از آنجا نتیجه می شود
که نقاط O_1 و O_2 و A و P نیز مزدوج توافقی یکدیگر
بوده و بنابر ابطة دکارت داریم :

$$\frac{2}{OA} = \frac{1}{O_1O} + \frac{1}{O_2O} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{d} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

پاسخهای درست رسیده: نصرت نصرت آبادی.

-**۳۵۶۰** به فرض اینکه F یک کانون، A و B دو
نقطه از دایره هادی کانون F' و E نقطه ای از دایره اصلی
یک بیضی معلوم باشد این بیضی را مشخص کنید.



قرینه F نسبت به
که آنرا نقطه E
می نامیم به دایره هادی
کانون F' تعلق داشته
و این دایره با سه
نقطه A و B و

اختیار شده است . (مطابق شکل پائین)

واز آنجا رابطه مطلوب محقق خواهد شد .
 ۲) سه رابطه مفروض را نظیر به نظیر باهم جمع می کنیم
 و طرفین رابطه حاصل را در $(x+y+z)$ ضرب می کنیم ،
 نتیجه خواهد شد .

$$(x+y+z)(x^r+y^r+z^r - xy - yz - zx) = (x+y+z)(a+b+c)$$

$$E = x^r + y^r + z^r - 3xy = (x+y+z)(a+b+c)$$

همچنین از روابط داده شده نتیجه خواهیم گرفت .
 $a^r - bc = xE$ ، $b^r - ac = yE$ ، $c^r - ab = zE$

$$\frac{x}{a^r - bc} = \frac{y}{b^r - ac} = \frac{z}{c^r - ab}$$

$$= \frac{x+y+z}{a^r + b^r + c^r - ab - bc - ca} = \frac{1}{E}$$

صورت و مخرج کسر چهارم از رابطه اخیر را در $(a+b+c)$
 ضرب می کنیم ، نتیجه خواهد شد

$$\frac{(x+y+z)(a+b+c)}{a^r + b^r + c^r - 3abc} = \frac{1}{E}$$

صورت کسر اخیر برابر با E است و نتیجه خواهیم گرفت :
 $E = \pm \sqrt{a^r + b^r + c^r - 3abc}$

و رابطه مطلوب محقق خواهد شد .

پاسخهای درست رسیده : حسن تمدن - ارسلان
 علی نژاد عباس گل آرایش - غلامحسین اسداللهی - مسعود
 اکرمی - حسین شاهمیری - داود روحانی - جواد هاشمی نژاد
 محمد کریم روشن - کامبیز علوی - صفر بیگلو - پشوتن بهین آئین
 محمد هاشم شفیعی - احمد عبادی - سعید حبیب الله زاده محمد رضا
 خمسه پور - علی مجتبه جابری - چنگیز آزادی - محمد متولیان
 محمود عبادی - حسین مظفریان - علی ثناجو - حمید
 وکیل زاده .

- ۳۵۶۳ معادله زیر را حل کنید .

$$\cos^r x (\cos^3 x - \cos^2 x) + \cos^3 x (\cos x - \cos^3 x) + \cos^3 x (\cos^2 x - \cos x) = 0$$

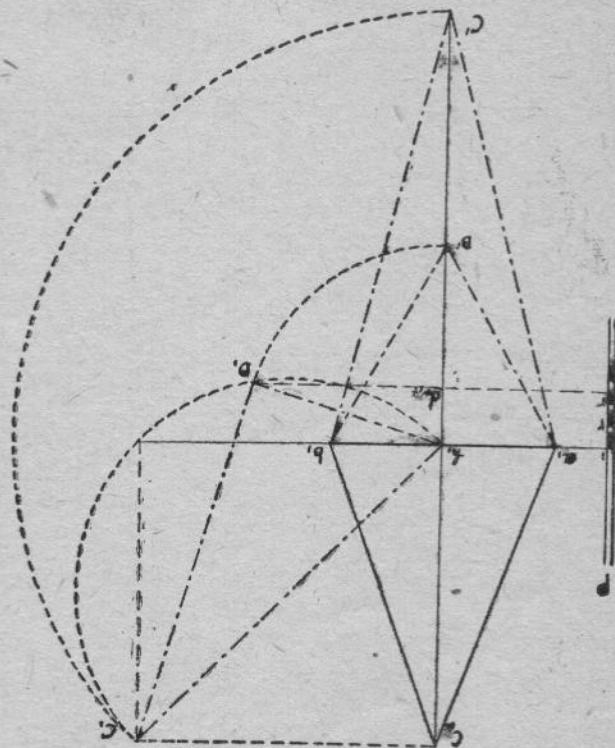
با استفاده از اتحاد :

$$a^r(c-b) + b^r(a-c) + c^r(b-a) = (c-b)(b-a)(a-c)(a+b+c) = 0$$

نتیجه خواهیم گرفت :

$$\cos^2 x = \cos^3 x \text{ یا } \cos^3 x = \cos x \text{ یا } \cos^2 x = \cos x$$

$$\text{یا } \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x = \dots = \cos^2 x (2\cos x + 1) = 0$$



مسائل متفرقه

- ۳۵۶۴ - اگر داشته باشیم :
 $x^r - yz = a$ و $y^r - zx = b$ و $z^r - xy = c$
 ثابت کنید که :

$$\frac{x-y}{a-b} = \frac{y-z}{b-c} = \frac{z-x}{c-a} = \frac{1}{x+y+z}$$

وابطه زیر را نتیجه بگیرید .

$$\frac{x}{a^r - bc} = \frac{y}{b^r - ca} = \frac{z}{c^r - ab} = \frac{\pm 1}{\sqrt{a^r + b^r + c^r - 3abc}}$$

حل ۱) از کم کردن طرفین هر دو رابطه از روابط مفروض
 نتیجه خواهد شد .

$$(x-y)(x+y+z) = a-b$$

$$(y-z)(x+y+z) = b-c$$

$$(z-x)(x+y+z) = c-a$$

و مقادیر جوابهای x بدست خواهد آمد.

پاسخهای درست رسیده • مجید خرمی - صادق منتظمی - حسین شاهمیری - محمد هاشم شفیعی - فریدون قتوحیه پور - جمال آشفته - داود روحانی - محمد کریم روشن مصطفی حسنعلی عراق - جواد هاشمی نژاد - داریوش رهبر حبیب الله ریاضی - احمد عبادی - فریدون امین زاده - وحید طباطبا وکیلی - محمود عبادی - اسدالله حسین زادگان - محمد رضا خمسه پور - حسن تمدن - پشوتن بهین آئین.

۳۵۶۴ - تابیین S از رابطه زیر:

$$S = \frac{1}{\sin a \sin^3 a} + \frac{1}{\sin^3 a \sin \Delta a} + \dots + \frac{1}{\sin(2n-1)a \sin(2n+1)a}$$

طرفین را در $\sin 2a$ ضرب می کنیم و با توجه به روابط زیر خواهیم داشت:

$$\frac{\sin 2a}{\sin a \sin^3 a} = \frac{\sin(3a-a)}{\sin a \sin^3 a} = \cot a - \cot^3 a$$

$$\frac{\sin 2a}{\sin^3 a \sin \Delta a} = \cot^3 a - \cot^5 a$$

$$\begin{aligned} & \dots \dots \dots \\ & \frac{\sin 2a}{\sin(2n-1)a \sin(2n+1)a} \\ & = \cot(2n-1)a - \cot(2n+1)a \end{aligned}$$

$$S = \frac{\cot a - \cot(2n+1)a}{\sin 2a}$$

پاسخهای درست رسیده : سعید حبیب الله زاده هوشنگ رستمیان - محمد بنای خوئی - وحید طباطبا وکیلی مجید خرمی - داود تراکمه - مهدی فردوسی - نصرت الله قاسم پور حسین شاهمیری - محمود عبادی - حسن آقا باهائی محبی فریدون قتوحیه پور - علی تقی پور - داود روحانی - علی ثناجو محمد جواد اشجاعی - جواد هاشمی نژاد - علی صحراء نورد داریوش رهبر - اکبر باستانی پور - محمد هاشم شفیعی - اصغر شیبانی - مصطفی اخگر زند - احمد عبادی - اسدالله حسین زادگان پشوتن بهین آئین.

۳۵۶۵ - اگر S مجموع n عدد مثبت و غیر متساوی a , b , c , ... باشد ثابت کنید.

$$\frac{S}{S-a} + \frac{S}{S-b} + \frac{S}{S-c} + \dots > \frac{n}{n-1}$$

واسطه عددی چند مقدار از واسطه هندسی آنها بزرگتر است یعنی:

$$\frac{(S-a)(S-b)\dots}{n} > \sqrt[n]{(S-a)(S-b)\dots}$$

که نتیجه می شود:

$$(1) \quad \frac{S(n-1)}{n} > \sqrt[n]{(S-a)(S-b)\dots}$$

$$(2) \quad \frac{\frac{1}{S-a} + \frac{1}{S-b} + \dots}{n} > \sqrt[n]{\frac{1}{(S-a)(S-b)\dots}}$$

از ضرب طرفین روابط (۱) و (۲) تغییر به تغییر در یکدیگر، نامساوی مطلوب محقق خواهد شد.

پاسخهای درست رسیده : سعید حبیب الله زاده - وحید طباطبا وکیلی - پشوتن بهین آئین - مجید خرمی - صادق منتظمی مصطفی اخگر زند.

۳۵۶۶ - محاسبه مجموع زیر:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{(1+x)(1+2x)} + \dots \\ &\quad + \frac{1}{(1+nx)[1+(n+1)x]} \\ \frac{1}{(1+x)(1+2x)} &= \frac{1}{x} \left(\frac{1}{1+x} - \frac{1}{1+2x} \right) \\ \frac{1}{(1+2x)(1+3x)} &= \frac{1}{x} \left(\frac{1}{1+2x} - \frac{1}{1+3x} \right) \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{1}{(1+nx)[1+(n+1)x]} &= \frac{1}{x} \left(\frac{1}{1+nx} - \frac{1}{1+(n+1)x} \right) \\ S_n &= \frac{1}{x} \left(\frac{1}{1+x} - \frac{1}{1+(n+1)x} \right) = \dots \\ &= \frac{x}{(1+x)[1+(n+1)x]} \end{aligned}$$

پاسخهای درست رسیده: وحید طباطبا وکیلی - رضا آهنگری - نصرت الله قاسم پور - حسن آقا باهائی - داریوش رهبر - اسدالله حسین زادگان - مصطفی اخگر زند - احمد

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} = 2 \\ (x+y)^{3x} = 279936 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $3^7 \times 2^7 = 279936$ خواهیم داشت :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} \log(x+y) = \log 2 \\ x \log 3 + \log(x+y) = 7 \log 2 + 7 \log 3 \end{cases}$$

با حذف $\log(x+y)$ بین دو معادله خواهیم داشت :

$$x(\log 3 + \log 2) = 7(\log 3 + \log 2)$$

$$\therefore y = 121 - x = 7$$

پاسخهای درست رسیده : فاطمه حاج سید جوادی زهراء معینی - هوشنگ رستمیان - عباس گل آرایش - حسین علوی - محمد متولیان - عباس صادقزاده - غفار محمدزاده فدائی پور - جواد هاشمی نژاد - شاهرخ زنجانی زاده - حبیب الله ریاضی - محمد رضا خمسه پور - سبزعلی فقیه - احمد ارتقای پرویز خواجه خلیلی - صمد حیاتی - کامبیز علوی - احمد جلیلی تنها - محمد رضا توکلی - محمد رضا محمدآبادی پیر غفرنگ فرام - حمید و کیم زاده - مهدی محقق - محمد رضا یزدان منصور و ناصر نهادنی پور - محمد حاج سلیمانی وحید طباطبا و کیلی - حسن آقا بابا محبی - سعید حبیب الله زاده سعید شکری - علی صحرانورد - غلامرضا نخعی زاده - فریدون فتوحیه پور - نصرالله زارعی - شهرام فرهنگی - علی کیلدشتی سید حمید طباطبا وی - مجید خرمی - غلامرضا نخعی - حسین شاهمیری - مسعود نجفی - عبدالرحیم سعادت - علی تقی پور علی معصومی - داود روحانی - حسن تمدن - محمد ابراهیم طبری مهدی فردوسی - احمد علی اختری - احمد مهدیان - احمد همیز نژاد صفر بیکلو - نادر پهلوان - اکبر باستانی پور رضآلانی - محمد هاشم شفیعی - علیرضا صداقت - محمود صابر همیشگی - شهرام انصاری - ارسلان علی نژاد - فریدون امین زاده - محمد کریم روشان مسعود عبادی - مسعود اکرامی - محمد رضا واحدی - پرویز بربری - پشوتن بهین آئین - حسین مظفریان - فرهاد غفاری نصرت نصرت آبادی - احمد عبادی .

۳۵۶۹ - چون در چاپ این مسئله اشتباه رخ داده است از این جهت صورت صحیح آن در پائین صفحه ۷۲ همین شماره مجددًا چاپ میشود و حل آن ضمن حل مسائل این شماره در یکان شماره ۲۳ درج خواهد شد تا علاقمندان فرصتی داشته باشند و پاسخ مربوط به حل آنرا ارسال دارند .

عبدالی - محمد رضا خمسه پور - مجید خرمی - غلامرضا نخعی زاده - حسین شاهمیری - مهدی فردوسی - داود روحانی علی صحرانورد - جمال آشفته - سعید شکری - هوشنگ رستمیان جواد هاشمی نژاد - اصغر شبیانی - سعید حبیب الله زاده .

۳۵۶۷ - حل معادله زیر :

$$\log_2 x = 4 \log_2 5$$

از طرفین رابطه در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم و با توجه به اینکه :

$$\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$$

خواهیم داشت :

$$\frac{\log x}{\log 2} \log 5 = \frac{\log 5}{\log 2} \log 4$$

$$\log x = \log 4 \quad x = 4$$

پاسخهای درست رسیده : اعظم آشفته - آفری تاج الدینی - فاطمه حاج سید جوادی - جواد هاشمی نژاد - محمد جواد اشجعی - محمد حسین بنای خوئی - غلامرضا نخعی زاده علی صحرانورد - سعید شکری - سعید حبیب الله زاده - اسدالله حسین زادگان - حسن آقا بابائی محبی - رضا آهنگری - وحید طباطبا و کیلی - مصطفی اخگر زند - محمد حاج سلیمانی - صمد فرہنگ - منصور و ناصر نهادنی پور - محمد رضا یزدان - غلامحسین اسداللهی - هوشنگ رستمیان - مهدی محقق - محمد حسن سامانی پور - حمید و کیل زاده - جعفر فرام - مجید خرمی صادق منتظمی - مرتضی احمدی تورزنی - فریدون فتوحیه پور حسین شاهمیری - محمد رضا محمدآبادی - محمد رضا توکلی احمد جلیلی تنها - کامبیز علوی - مهدی فردوسی - مسعود نجفی جمال آشفته - علی تقی پور - صمد حیاتی - داود روحانی - محمد صفر بیکلو - احمد علی نژاد - پرویز خواجه خلیلی اسماعیل گلچاریان - سبزعلی فقیه - علی مجتبهد جابری - شهرام انصاری - محمد رضا داور پناه - محمود عبادی - مسعود اکرامی داریوش ترکی - یحیی پرتوی - فرهاد غفاری - نصرت آبادی - محمد رضا خمسه پور - شاهرخ زنجانی زاده احمد محقق - غفار محمدزاده - محمد متولیان - فریدون امین زاده علی معصومی - عباس گل آرایش - حسین علوی - ارسلان علی نژاد .

۳۵۶۸ - حل دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر :

رستمیان - صادق شوکتی - احمد جلیلی تنها - کامبیز علوی -
مصطفی اخگر ژند - داریوش رهبر - احمد عبادی - صادق
منتظمی -

n عددی است صحیح و مثبت و داریم - ۳۵۷۲

$$u_n = x^{n+1} + x^n + 1$$

عبارت

$$u_{n+2} - x^2 u_n$$

را محاسبه کنید و ثابت کنید که اگر $x^2 + x + 1$ فاکتور باشد فاکتور u_{n+2} نیز خواهد بود.

$$u_{n+2} - x^2 u_n = x^{n+4} + x^{n+3} + 1 -$$

$$- x^2(x^{n+1} + x^n + 1) = \dots$$

$$= -(x^3 - 1)(x^{n+2} + x^3 + 1)$$

اگر $x^3 - 1$ قابل قسمت باشد چون $x^3 - 1$ نیز براین عبارت قابل قسمت بنا براین u_{n+2} نیز بر آن قابل قسمت خواهد بود.

پاسخهای درست رسیده: احمد عبادی - صادق منظمی -
داریوش رهبر - محمد هاشم شفیعی - هوشنگ رستمیان - علی
تقی پور - حمید طباطبا و کیلی - پروین خواجه خلیلی - سعید
حبیب‌الله زاده - حسین شاهمیری - داود روحانی -

۳۵۷۳ - چهارضلعی ABCD محاط در دایره (I) به
شعاع r و محیط برداشته (O) به شعاع R مفروض است. اگر
اندازه‌های کمانهای AB و CD و BC باشند و α و β و γ و δ وفاصله O تا I باشند ثابت کنید

$$\frac{R^2 - t^2}{2Rr} = \frac{\cos \frac{1}{4}(\alpha + \gamma)}{\cos \frac{1}{4}(\alpha - \gamma)}$$

حل: اگر AI دایره محیطی را در نقطه P قطع نماید
و POQ قطری از این دایره باشد و U پای عمود وارد از
AIU، BPQ باشد از تشابه دو مثلث

خواهیم داشت:

$$\frac{PQ}{AI} = \frac{BP}{IU}$$

می‌دانیم:

$$IU = r, PQ = 2R$$

$$(2) AI \times IP = R^2 - t^2$$

تناسب (1) را طرفین

وسطین می‌نمایم و مقدار AI را از رابطه (2) در آن قرار

-۳۵۷۰ - اگر داشته باشیم :

$$g(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x}) \quad f(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$$

ثابت کنید

$$1) g(x+y) = g(x)g(y) + f(x)f(y)$$

$$2) f(x+y) = g(x)f(y) + g(y)f(x)$$

$$1) g(x)g(y) + f(x)f(y) =$$

$$= \frac{1}{4}((a^x + a^{-x})(a^y + a^{-y}) + (a^x - a^{-x})x(a^y - a^{-y}))$$

$$= \dots = \frac{1}{4}(a^{x+y} + a^{-(x+y)}) = g(x+y)$$

$$2) g(x)f(y) + g(y)f(x) = \dots =$$

$$= \frac{1}{4}[a^{x+y} - a^{-(x+y)}] = f(x+y)$$

پاسخهای درست رسیده: محمد رضا محمدآبادی -
ناصر و منصور نهاوندی پور - حمید طباطبا و کیلی - نصرت
نصرت‌آبادی - سعید حبیب‌الله زاده - حسین شاهمیری - داود
روحانی - احمد میرنژاد - صفریگلو - جواد هاشمی نژاد -
داریوش رهبر - محمد هاشم شفیعی - کامبیز علوی - احمد عبادی -
محمود عبادی - محمد جواد اشجعی - فریدون امین زاده -
هوشنگ رستمیان - محمد متولیان - پشوتن بهین آئین -

۳۵۷۱ - مطلوبست محاسبه توابع اولیه توابع ذیر

$$1) y = x(x-2)(x-1)^n$$

$$2) y = x(x^2 + 3x + 3)(x+1)^n$$

$$1) y = [(x^2 - 2x + 1) - 1](x-1)^n$$

$$y = [(x-1)^2 - 1](x-1)^n =$$

$$(x-1)^{n+2} - (x-1)^n$$

$$Y = \frac{1}{n+2}(x-1)^{n+3} - \frac{1}{n+1}(x-1)^{n+1} + C$$

$$2) y = [(x^2 + 3x^2 + 3x + 3) - 1](x+1)^n$$

$$y = (x+1)^{n+3} - (x+1)^n$$

$$Y = \frac{1}{n+4}(x+1)^{n+4} - \frac{1}{n+1}(x+1)^{n+1} + C$$

پاسخهای درست رسیده: محمد رضا خمسه‌پور - محمد

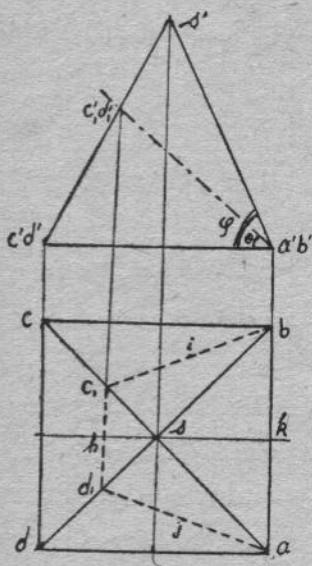
متولیان - پشوتن بهین آئین - سعید حبیب‌الله زاده - رضا آهنگری -

مهدي فردوسی - حسین شاهمیری - داود روحانی - هوشنگ

$$\frac{BP}{IP} \text{ را در رابطه اصلی قرار دهیم خواهیم داشت}$$

$$\frac{R-t}{rR} = \frac{\cos \frac{1}{4}(\alpha + \gamma)}{\cos \frac{1}{4}(\alpha - \gamma)}$$

۳۵۷۴ - هرم منتظمه ABCD که قاعده آن مربع به ضلع q وزاویه هر وجه جانبی آن با صفحه قاعده برابر با است مفروض است. بر AB صفحه‌ای مرور می‌دهیم که با صفحه



قاعده زاویه θ بسازد
ویالهای SC و D' را
به ترتیب در C' و D
قطع کند. مطلوبست
مساحت ABC'D'
بر حسب q و θ
دو صفحه تصویر در
نظرمی گیریم، یکی
موازی با صفحه قاعده
هرم و دیگری عمود
بر صفحه اول و موازی
با AD. در این صورت
تصاویر هرم مطابق شکل
مقابل خواهد بود.

$$\frac{a'c'}{\sin \varphi} = \frac{q}{\sin [\pi - (\varphi + \theta)]}$$

$$a'c' = \frac{q \sin \varphi}{\sin (\varphi + \theta)}$$

اگر i و j و k به ترتیب اوساط c, d و e, f باشد. چهار ضلعی $ihjk$ مربع بوده و داریم.

$$ij = hk = \frac{c, d + cd}{2}$$

$$c, d + cd = rk = a'c' \cos \theta = \frac{q \sin \varphi \cos \theta}{\sin (\varphi + \theta)}$$

$$S = \frac{1}{2} a'c' (c, d + cd) = \frac{q^2 \cos \theta \sin^2 \varphi}{\sin^2 (\varphi + \theta)}$$

پاسخهای درست رسیده: احمد عبادی - داود روحانی - پشوتن بهین آئین - حبیب اللہ ریاضی - محمد هاشم شعیعی - نصرت آزادی -

می‌دهیم خواهیم داشت

$$rR = \frac{BP}{IP}(R - t)$$

حال مقدار $\frac{BP}{IP}$ را محاسبه می‌کنیم، داریم

$$BAD = \frac{(\beta + \alpha)}{2}$$

$$ABC = \frac{(\delta + \gamma)}{2}$$

چون AD نیمساز BAD و BI نیمساز ABC می‌باشد
خواهیم داشت:

$$BAP = \frac{(\beta + \gamma)}{4}$$

$$ABI = \frac{(\delta + \gamma)}{4} \text{ و } APB = \frac{\alpha}{2}$$

در مثلث IBP می‌نویسیم:

$$IBP = IBA + BAI$$

$$IBP = 180 - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{4}(\beta + \gamma) - \frac{1}{4}(\alpha + \delta)$$

با توجه به اینکه

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ \Rightarrow$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} + \frac{\delta}{2} = 180^\circ$$

به جای ۱۸۰ مقدارش را در رابطه اخیر می‌گذاریم و
پس از اختصار خواهیم داشت

$$IBP = \frac{1}{4}(\beta + \delta) = 90 - \frac{1}{4}(\alpha + \gamma)$$

همچنین

$$BIP = 180 - \frac{1}{4}(\beta + \delta) - \frac{1}{2}\alpha \\ = 90 - \frac{1}{4}(\alpha - \gamma)$$

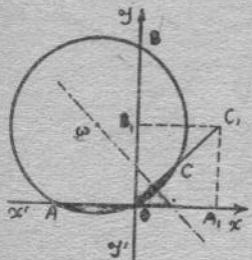
بنابر رابطه سینوسها در مثلث BIP داریم.

$$\frac{BP}{IP} = \frac{\sin BIP}{\sin IBP} = \frac{\cos \frac{1}{4}(\alpha - \gamma)}{\cos \frac{1}{4}(\alpha + \gamma)}$$

به چهار ضلعی محاطی' SIC داریم

$$2\overline{OI} \cdot \overline{OI} = 2\overline{OS} \cdot \overline{OC'} = \overline{OC} \cdot \overline{OC'}$$

و از آنجا رابطه مطلوب نتیجه خواهد شد:



مورد استعمال -

اگر ω مرکز دایره‌ای باشد که بر O گذشته و $y'x'$ را در A و $y'x$ را در B قطع کند و داشته باشیم

$$\overline{OA} + \overline{OB} = 1$$

بر $x'x$ و $y'y$ نقاط A و B را چنان تعیین می‌کنیم که

$\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}, \overline{B_1C}$ باشد و مربع $\overline{OA}_1 \cdot \overline{OB}_1 = 1$ و نقطه تلاقی \overline{OC} را با دایره (ω) به C می‌نامیم. بنا بر قسمت اول مسئله داریم.

$$\overline{OA} \cdot \overline{OA}_1 + \overline{OB} \cdot \overline{OB}_1 = \overline{OC} \cdot \overline{OC}_1$$

از این رابطه نتیجه خواهد شد:

و معلوم خواهد شد که C تصویر A_1 بـ OC یعنی وسط OC بوده و نقطه ثابت می‌باشد و مکان ω مرکز دایره عمود منصف قطعه خط OC می‌باشد.

پاسخهای درست رسیده: احمد عبادی - داود روحانی.

شمس الدین صبوری -

۳۵۷۵ - حاملهای OB و OA و مجموع هندسی آنها

حامل OC مفروض است. دایره متغیری بر O می‌گذرد و خطوط OC, OB, OA را به ترتیب در A', B', C' قطع می‌کند ثابت کنید.

$$\overline{OA} \cdot \overline{OA}' + \overline{OB} \cdot \overline{OB}' = \overline{OC} \cdot \overline{OC}'$$

مورد استعمال - دوم جور عمود بر هم $Oy'x'xO$ را در نظر می‌گیریم. مکان هندسی مرکز دایره را معلوم کنید که بر O گذشته و $x'x$ را در A و $y'y$ را در B قطع کنند و داشته باشیم $OA + OB = 1$ ، عددی است جبری و مخالف صفر

اگر S مرکز متوازی اضلاع $OACB$ و α و β و γ تصویر قائم A و B و S بر OI قطر دایره مرسوم باشند، چهار ضلعی $A\alpha I\alpha' = OA \cdot OA'$ محاطی بوده و داریم $OA \cdot OA' = O\alpha \cdot OI$ و به

همین ترتیب نسبت به

چهار ضلعی محاطی خواهیم داشت $B\beta I\beta' = OB \cdot OB'$

$$OB \cdot OB' = O\beta \cdot OI$$

از جمع عضو به عضو دورابطه آخر خواهیم داشت

$$\overline{OA} \cdot \overline{OA}' + \overline{OB} \cdot \overline{OB}' = (\overline{O\alpha} + \overline{O\beta}) \overline{OI}$$

چون γ وسط $\alpha\beta$ است پس $\overline{O\alpha} + \overline{O\beta} = 2\overline{O\gamma}$ و نسبت

بقیه از صفحه دوم جلد

از این مرحوم چهار دختر و دو پسر به یادگار مانده است و ما از درگاه خداوند قادر متعال مسئله داریم که آنها در گفت حمایت خود پیروارند.

آخرین مکالمه تلفنی که مرحوم جزايری چند روز پیش از مرگش با نگارنده کرد پیغامی بود که به مدیر محترم مجله یکان فرستاد که شماره های مختلف مجله را به عنوان کتابخانه نجف اشرف که در جنب حرم مطهر حضرت علی السلام به همت

عالمه معروف آقای امینی تبریزی دایر شده است ارسال فرمایند تا ایرانیان آنحدود و دانش آموزان نجف اشرف از مطالب آنها استفاده نمایند و نگارنده در همان موقع که مرحوم جزايری زنده بود این پیغام را به اطلاع مدیر مجله یکان رسانیدم. این موضوع نشان می‌دهد که مرحوم جزايری تا چه حد خدا پرست و وطن دوست بوده است.

غلام رضا عسجدی

اشتباه از چیست؟



$$\sqrt{\tan^2 150^\circ \sin 150^\circ} > \sqrt{\tan^2 150^\circ \cos 150^\circ}$$

این نامساوی را به ترتیب زیر ساده می کنیم .

$$\tan 150^\circ \sin 150^\circ > \tan 150^\circ \cos 150^\circ$$

$$\frac{\sin 150^\circ}{\cos 150^\circ} \cdot \sin 150^\circ > \frac{\sin 150^\circ}{\cos 150^\circ} \cdot \cos 150^\circ$$

$$\frac{\sin^2 150^\circ}{\cos^2 150^\circ} > \frac{\sin 150^\circ \cos 150^\circ}{\cos^2 150^\circ}$$

طرفین را در $\cos 150^\circ$ که مقداری است منفی ضرب می کنیم
بنابراین جهت نامساوی تغییر می کند .

$$\sin^2 150^\circ < \sin 150^\circ \cos 150^\circ$$

طرفین را بر مقدار مثبت $\sin 150^\circ$ تقسیم می کنیم ، نتیجه

می شود :

$$\sin 150^\circ < \cos 150^\circ$$

این نامساوی ممتنع است پس در کدام عمل اشتباه کرده ایم ؟

مربوط به شماره ۱۹

خواهیم گرفت $\cos a = \cos b$ اما اگر داشته باشیم :
 $\cos a = \cos b$

$$a \pm b = 2k\pi$$

خواهیم داشت :

یعنی روابط بیشماری بین a و b نتیجه می شود که یکی از آنها رابطه $a = b$ است .

$$\text{در رابطه } \frac{2\pi}{N}a \pm \frac{2\pi}{N}b = 2k\pi \quad (5)$$

چنانچه $1 = k$ و از علامتها \pm فقط علامت $+$ اختیار شود
 رابطه $N a + b = N$ نتیجه می شود و به ازاء سایر مقادیر k
 رابطه ای غیر از این بین a و b خواهیم داشت .

۱۸- فرض می کنیم : $a > b > 0$ و چنین عمل

می کنیم :

$$(1) \quad a - b > 0 \implies a^2 + b^2 > 2ab$$

$$(2) \quad a > b > 0 \implies a^2 > b^2$$

طرفین نامساوی (۲) را از طرفین نامساوی (۱) نظریه به نظریه کم می کنیم :

$$a^2 + b^2 - a^2 > 2ab - b^2$$

$$\implies 2b^2 > 2ab$$

و اگر طرفین نامساوی اخیر را بر مقدار مثبت $2a$ تقسیم
کنیم می شود .

آنچه که خلاف فرض است . اشتباه از چیست ؟
(سید جمال آشتة)

۱۹- می دانیم که : $\sin 150^\circ > \cos 150^\circ$

طرفین این نامساوی را در $\sqrt{\tan^2 150^\circ}$ که مقداری است مثبت
ضرب می کنیم .

۱۸- دو قطعه خط AF و ME با یکدیگر بر ابرند پس
 $ME - AF = 0$

بوده و آنجا که صورت و مخرج کسر را براین مقدار (که برابر صفر است) تقسیم کرده ایم مر تکب اشتباه شده ایم .

۱۹- وقتی که $00 \rightarrow p$ در این صورت Δ عبارت می شود
از حاصل ضرب پرانتزهایی که تعداد آنها ∞ است و چون
مقدار هر پرانتز (غیر از آخرین آنها) مخالف صفر است بنا بر این
 Δ به صورت $0 \times \infty$ بوده و نمی توان حکم کرد که برابر با
صفر است .

۲۰- اگر داشته باشیم $a = b$ در این صورت نتیجه

اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها

١٤- مقاطع مخروطی Conic Sections

تنظیم از: مهندس ایرج ارشاقی

Hyperbola	هذلولی	Ellipse	بیضی
Transverse axis	محور قاطع	Minor axis	قطر اقصر
Asymptote	مجانب	Major axis	قطر اطول
Conjugate axis	محور غير قاطع	Vertices	رؤس
Eccentricity	خروج از مرکز	Focus	قانون
Subtangent	تحت مماس	Foci	قانونها
Subnormal	تحت قائم	Parabola	سهمی
		Directrix	هادی

* * *

Exercises

1- Find the condition that the line $ax+by+c=0$ be tangent to the parabola $y^2=4Px$

$$\text{Ans. } ac=pb^2$$

2- Find the points on the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ such that the tangent at each point makes equal angles with the axis

$$\text{Ans. } (\pm \frac{16}{5}, \pm \frac{9}{5})$$

3- A point moves so that the product of its directed distances from the lines $3x-4y+1=0$ and $3x+4y-7=0$ is $\frac{144}{25}$. Find the equation of its locus.

$$\text{Ans. } 9x^2 - 16y^2 - 18x + 32y - 151 = 0$$

ریاضیات مقدماتی

ترجمه: ع.م. تألیف: Lucienne FELIX

-۴-

۳۸- کسرها و اعداد منطقی^(۱)

این امر به این نحو انجام گردید که صفر را دخالت دادیم و نظیر هر عنصر a عنصر دیگری که نسبت به عمل جمع با آن متقابل باشد در نظر گرفتیم.
درباره ضرب، می‌دانیم که معادله $bq = a$ وقتی که a و b جزو مجموعه اعداد صحیح (طبیعی یا نسبی) باشند در حالت کلی جواب ندارد، عدد صحیح q برای بعضی زوجهای (a و b) وجود ندارد. چنین می‌گوییم که مجموعه برای عمل ضرب دارای سازمانی از گروه نیست.
برای اینکه عمل معکوس عمل ضرب همواره ممکن باشد می‌توان همانطور که برای عمل جمع انجام گردید به دخالت عنصر قرینه‌اش را در نظر می‌گیریم و آنرا **معکوس**^(۲) آن عنصر نامیم. عنصر بی اثر را «عنصر واحد» نامیده و به e نمایش می‌دهیم که برای اعداد صحیح برابر یک است. معکوس b مثلاً به صورت β نمایش داده می‌شود به قسمی که $b\beta = e$ بوده و جواب معادله $bq = a$ عبارت خواهد شد از $q = \beta a$.

می‌دانیم که اعداد صحیح، همچنین اعداد نسبی برای نمایش نتیجه سنجش مقادیر، کافی نیستند؛ برای رفع چنین احتیاجی کسرها وضع شده‌اند مثلاً $\frac{3}{4}$ و در سنجش مقادیر، کسرهای $\frac{3}{4}$ و $\frac{6}{8}$ معادل هستند، بنابراین اعداد تازه‌ای بکاررفته است و ما می‌خواهیم آنها را با خواص اساسی، آنچنانکه موارد استعمال‌شان ایجاد می‌کند تعریف کنیم.

وضعیت ریاضی موضوع

بنابر تعریف اعداد طبیعی، حل معادله $b+d=a$ جز در حالتی که a بزرگتر از b باشد امکان ندارد. زیرا در غیر این حالت، عددی در مجموعه اعداد طبیعی وجود ندارد که بتواند جا شین d شود. اما ملاحظه نمودیم که بوجود آوردن مجموعه اعداد مثبت، منفی و صفر این محدودیت را برداشت و تقریق را برای هر وضعی که a و b داشته باشند ممکن ساخت.

1- Fractions.

3- Inverse.

2- Nombres rationnels.

وچون b و b' و $"b$ صفر نیستند نتیجه می‌شود که :

$$ab' = ba''$$

اما اگر $a = a'$ باشد آن وقت $a'' = 0$

نتیجه :

$$\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}$$

مورد استعمال - تحویل به مخرج مشترک (قاعده معمول)

ب - جمع

[می خواهیم قاعده‌ای بیا بیم که برطبق آن داشته باشیم]

$$[b(q+q') = a+a']$$

- تعریف جمع دو کسر :
- با مخرج‌های مساوی :

$$\frac{a}{b} + \frac{a'}{b} = \frac{a+a'}{b}$$

- با مخرج‌های مختلف : بعد از تحویل به مخرج مشترک و جانشین ساختن با کسر معادل :

$$\frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} = \frac{ab'+ba'}{bb'}$$

توضیح - کسری که مخرج آن مخرج مشترک چند کسر مفروض و صورت آن برابر مجموع صورتهای این کسرها باشد و هر کسر معادل آن ، مجموع کسرهای مفروض نامیده می‌شود . بنابراین ، مجموع کسرها با یک تعادل تقریبی تعریف می‌شود .

- ۲ - عملی داخلی که خواص [A] را برای اعداد صحیحی که در صورتهای چند کسر متعدد المخرج واقع شده‌اند محقق می‌سازد . [S₁] محقق است اما در اینجا همه کسرهایی که صورت آنها صفر بوده و مخرج آنها عدد دلخواه غیر صفر باشد

عنصرهای بی اثر خواهند بود . کسرهای $\frac{a}{p}$ کسرهای برابر صفر نامیده می‌شوند .

[S₂] محقق است اما کسرهای متقابل کسر $\frac{a}{b}$ عبارتند

از $\frac{a}{b}$ یا $\frac{-a}{b}$ یا کسرهای معادل با آنها و قاعده تفرق نتیجه

بنابراین کسرهای یک چندم 1 دخالت داده می‌شوند : نصف ، ثلث ، ربیع وغیره که با آنها کسرهای مصری گفته می‌شود .

اما مجموعه‌ای لازم داریم که نسبت به جمع بسته باشد . در حالی که مجموع دو کسر یک چندم برابر با یک کسر یک چندم نیست . گسترشی که به ترتیب فوق اجسام دادیم به اندازه کافی غنی نیست . از این جهت یک مجموعه کاملان غنی را دخالتی دهیم : مجموعه کسرها . خواهیم دید که این مجموعه بسیار غنی است و بالاخره به مجموعه غنی تو اعداد منطق راهنمایی خواهیم شد .

I - کسرها

هر زوج عدد صحیح a و b با هر عالم را (ممکن است ابتدا آنرا به اعداد طبیعی محدود کرد) که عدد b صفر نباشد کسر می‌نامیم و به صورت $\frac{a}{b}$ نمایش می‌دهیم وقتی که مقید به اصول موضوع زیر باشد :

الف - رابطه هم ارزی

در گسترشی که طالب آن هستیم ، $a = bq$ ایجاد می‌کند که $\frac{a}{b} = \frac{a}{bq} = \frac{a}{b}$ چنانچه q به صورت $\frac{a}{b}$ نمایش داده شده باشد به صورت $\frac{ma}{mb}$ نیز نمایش داده خواهد شد واگر

q به صورت $\frac{a'}{b}$ و همچنین به صورت $\frac{a'}{b}$ باشد لازم است که به صورتهای $\frac{a'b'}{bb'}$ و $\frac{ab'}{bb'}$ نیز باشد .

این موضوع قرارداد زیر را مقولاً موجه می‌نماید در مجموعه مورد نظر یک رابطه هم ارزی وجود دارد .

$$[E] \quad \left[\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \right] \Leftrightarrow [ab' = a'b]$$

باید محقق کنیم که این یک رابطه هم ارزی است : خاصیت انکاسی و خاصیت تقارنی که واضح است . باید خاصیت انتقالی را ثابت کنیم .

$$\left. \begin{array}{l} \left[\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \right] \Leftrightarrow [ab' = a'b] \\ \left[\frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''} \right] \Leftrightarrow [a'b'' = a''b'] \end{array} \right\} \Rightarrow [aa'b'b'' = a'a''bb']$$

می شود :

$$\frac{a}{b} - \frac{a'}{b'} = \left(\frac{a}{b} \right) + \left(\frac{-a'}{b'} \right) = \frac{ab' - ba'}{bb'}$$

یک کسر صفر نباشد . در نتیجه هر کسر غیر صفر یک کسر معکوس دارد که با هم ارزی تقریبی تعریف می شود : اگر $a \neq 0$ داریم :

$$\left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{b}{a} \right) = \frac{n}{n}$$

: عنصر بی اثر ضرب) : از آنجا :

$$[a' \neq 0] \quad \left(\frac{a'}{b'} \right) \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{a}{b} \Rightarrow \left[\frac{u}{v} \right] \\ \equiv \left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{b'}{a'} \right)$$

II- اعداد منطق

برای اینکه یک یگانگی واقعی در اعمالی که مذکور شد وجود داشته باشد کافی است نه تنها مجموعه کسرها بلکه مجموعه ای از طبقات همارز را وضع کنیم . یک کسر مگر به صورت معرف طبقه ای که به آن تعلق دارد خالص داده نمی شود . بر عکس ، هر طبقه ای به وسیله یکی از کسرهایی که به آن تعلق دارند مشخص می شود . هر طبقه ای یک عدد منطق نامیده می شود .

طبقه کسرهای صفر ، عدد منطق (۰) است که مثلاً به صورت $\overset{0}{\text{---}}$ نشان داده می شود .

طبقه کسرهایی که برای عمل ضرب عنصر بی اثر هستند عدد منطق (۱) است که برای عمل ضرب عنصر بی اثر بوده و مثلاً به صورت $\overset{1}{\text{---}}$ نشان داده می شود .

اگر α و β دو عدد منطق باشند ، تساوی $\beta = \alpha$ بیان می کند که α و β یک طبقه از کسرهای معادل هستند . با این ترتیب ، همه خواص مربوط به کسرها درباره اعداد منطق محقق بوده و برای نتیجه اعمال یگانگی برقرار است آنچه که نتیجه نهایی زیرا می رساند :

مجموعه اعداد منطق گروهی تشکیل می دهد که نسبت به جمع مستقل از ترتیب عوامل است ؛ ضرب که نسبت به جمع توزیعی است به آن یک سازمان حلقه را می دهد . به علاوه ، همه عناصر ، مگر عنصر صفر (۰) ، یک عنصر معکوس دارد (تقارن نسبت به ضرب) . شرط اخیر سازمان حلقه را به سازمان هیأت تبدیل می کند .

یادداشت : تعاریف کلی این سازمانها چنین است :

ج - ضرب

[می خواهیم قاعده ای بیا بیم که برطبق آن داشته باشیم $[(bb')qq' = aa']$

۱- تعریف :

$$\frac{a}{b} \times \frac{a'}{b'} = \frac{aa'}{bb'}$$

هر کسری که دو جمله آن به ترتیب حاصل ضرب جمله های کسرهای مفروضی باشد و هر کسر معادل با آن ، حاصل ضرب کسرهای مفروض نامیده می شود .

۲- با تحویل کسرها به مخرج مشترک خواص [A] و [M] محقق هستند . برای $[A_2]$ طبیعی است که فرم $[A''_2]$ را خواهیم داشت : اختصار مگر برای عنصر غیر صفر جایز نیست .

$[M_2]$ فرم $[M'_2]$ را دارد : وجود عنصر بی اثر برای عمل ضرب ، که در اینجا با یک تعادل تقریبی تعریف می شود و

عبارت است از $\frac{p}{p}$ که در آن p عنصر دلخواه غیر صفر است .

۳- عنصر بی اثر به صورت عامل یک حاصل ضرب :

$$1) \quad \left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{0}{q} \right) = \frac{0}{p}$$

$$2) \quad [a \neq 0] \quad \left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{p}{q} \right) = \frac{0}{n} \Rightarrow [p = 0]$$

توضیح - حاصل ضرب هر کسر در یک کسر صفر برابر با یک کسر صفر است .

اگر حاصل ضرب دو کسر برابر با صفر باشد . حداقل یکی از کسرها برابر با صفر خواهد بود .

د - قسمیه

توجیه کننده وضع کسرها

در مجموعه کسرها ، تقسیم ، عمل معکوس عمل ضرب همواره ممکن است به شرط اینکه ، مقسوم علیه

مجموعه هاست که سازمان های ایزومورف داشته باشد .
۲) چون ایزومورف بودن مجموعه اعداد صحیح و

مجموعه اعداد منطق $\frac{a}{b}$ در روابط ترتیبی نیز گسترش دارد ،
لازم است که یک چنین رابطه ای در مجموعه دوم تعریف شود :

$$\frac{a}{1} < \frac{b}{1} \iff a < b$$

و آنرا در هر مجموعه ای از اعداد منطق گسترش می دهیم :

روابط ترتیبی کامل در مجموعه Q اعداد منطق

الف) علامت یک عدد منطق - اگر دو کسر $\frac{a}{b}$ و $\frac{b'}{b''}$ معادل باشند ، تساوی $a'b' = a'b$ که این تعادل را بیان می کند می رساند که a' و b' هم علامت یا مختلف علامت هستند بر حسب اینکه a و b هم علامت یا مختلف علامت باشند . علاوه بر آن ، زیر مجموعه متشکل از اعداد منطق μ که نشان دهنده آنها کسر های $\frac{a}{b}$ با جملات هم علامت هستند نسبت به عمل جمع و همچنین نسبت به عمل ضرب بسته است .

$$\text{اعداد متناظر } \mu \text{ از کسر های } \frac{a}{b} \text{ یا } \frac{-a}{-b}$$

با جملات مختلف علامت تشکیل می شوند . بنابراین ، تعریف زیر موجه می باشد :

یک عدد منطق مثبت نامیده می شود هر گاه کسر هایی که آنرا نشان می دهند دارای جملات هم علامت باشند ، در این حالت این کسر ها نیز مثبت نامیده می شوند . کسر ها و همچنین اعداد منطق نظیر آنها منفی نامیده می شوند هر گاه جملات این کسر ها مختلف علامت باشند .

ب) تعریف رابطه ترتیبی با نشانه $<$:

$$[\frac{a}{b} < \frac{c}{d}] \iff [(\frac{c}{d}) - (\frac{a}{b}) > 0]$$

و برای اعداد منطق :

$$[\text{مثبت است } \mu - \nu < 0] \iff [\mu < \nu]$$

به سادگی محقق می شود که این یک رابطه ترتیبی است :
غیر انعکاسی ، غیر تقارنی ، انتقالی ، با تحویل کسرها به مخرج مشترک مثبت ، کافی است که صور تهارا باهم مقایسه کرد .

- یک مجموعه گروه است هر گاه دارای عمل داخلی شرکت پذیر بوده و عنصر بی اثری داشته به قسمی که هر عنصر ، عنصر قرینه ای داشته باشد .

- یک مجموعه حلقه است هر گاه دارای دو عمل داخلی باشد که اولی یک گروه مستقل از ترتیب عوامل به آن بدهد و دومی روی اولی شرکت پذیر و توزیعی باشد .

حلقه ، هیأت 2 است هر گاه دو مین عمل ، مجموعه ای از یک سازمان جدید گروه را دارا باشد و از این مجموعه عنصر بی اثر اولین عمل است خراج شود .

اولین عمل یک حلقه یا یک هیأت ، جمعی ملاحظه می شود ، عنصر بی اثر ش صفر است . دومین عمل ، ضربی ملاحظه می شود ؛ ممکن است که مستقل از ترتیب نباشد ، اما در این صورت باید نسبت به جمع توزیعی باشد ، چه از چپ و چه از راست .

III - مجموعه μ اعداد صحیح نسبت به عمل جمع و نسبت به عمل ضرب ، با یکی از زیر - مجموعه های مجموعه Q اعداد منطق ، ایزومورف است .

عدد منطقی که $\frac{a}{1}$ را می رساند با عدد صحیح a مقایسه می کنیم . تناظر دو سویی است جمع و همچنین ضرب دو عنصر متناظر است . بدین ترتیب نوعی از Q بdst می آید که عدد

صحیح a را به صورت : $\frac{a}{1}$ نمایش می دهیم و با این روش است که در عمل ، می توانیم صفر را به جای 0 و 1 را به جای μ و a را برای طبقه هارز با $\frac{a}{1}$ یعنی $\frac{2a}{2}$ و $\frac{3a}{3}$ و ... بکار ببریم .

$$\text{آن وقت } b[\frac{a}{b}] = a \text{ به صورت } \frac{b}{1} (\frac{a}{b}) \equiv \frac{a}{1}$$

نوشته می شود . که مقصود از $[\frac{a}{b}]$ عدد منطقی است که

$\frac{a}{b}$ را می رساند . بنابراین $\frac{a}{b}$ نشان دهنده خارج قسمت a

بر b می باشد عدد منطقی که $\frac{a}{b}$ را می رساند . در عین حال کسر $\frac{a}{b}$ را نیز معرفی می کند . این تشابه در نمایش ، باعث تشابه

همچنین محقق خواهد شد که .

مثبت است $r \iff r'$

منفی است $r \iff r'$

$\circ < r' < r$ نتیجه خواهد شد که
وچون با انتخاب a^n ، a' وجود دارد بنابراین هم
وجود دارد .

(۲) قضیه در حالت کلی به این ترتیب ثابت می شود که
 $r_1 < r' < r_2$

$\circ < r' - r_1 < r_2 - r_1$ معادل است با
که اگر $r_1 + s = r'$ اختیار شود ، s بین صفر و $r_2 - r_1$
وجود دارد .

بیان دیگر قضیه - یک عدد منطق r مفروض است ،
هرچه باشد عدد مثبت دلخواه r ، اعداد منطقی بین
 $r - \epsilon$ و $r + \epsilon$ وجود خواهند داشت .

$$\circ < r + \epsilon - r < r - r - \epsilon : \exists \epsilon > 0$$

این خاصیت به این نحو بیان می شود که مجموعه Q اعداد
منطق در همه جا متراکم است و از آن نتیجه می شود که اعداد
منطق برای اینکه هر آزمایشی مربوط به سنجشها و با هر دقت
دلخواه کافی می باشند .

تبصره - مجموعه Q اعداد منطق از مجموعه Z اعداد
صحیح غنی تر است . اما نمی توانیم بگوئیم که در Q بیش از Z
عنصری یافت می شود . برای هر دو ، تعداد عناصر نامتناهی
است .

چنانچه بتوان یک مقایسه ای بین دو بینهایت بسیار
کرد ، به قراردادی منتهی خواهد شد که جانشین عدد اصلی یک
دسته اشیاء می گردد . این قرارداد عبارتست از توان مجموعه
که قبل از چند کلمه ای درباره آن صحبت شده است .

خواص مجموعه Q

قضیه ۱ - مجموعه اعداد منطق مثبت ارشمیدسی است یعنی

$$\left. \begin{array}{l} \forall p \in Q \text{ و } \forall q \in Q \\ \exists n \in N : p_n > q \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$[\exists n \in N : p_n > q]$$

موجودیت این عدد صحیح مثبت n از اینجا معلوم
می شود که اعداد طبیعی را به صورت کسرهایی با مخرج مشترک
مثبت بنویسیم . به همان ترتیب اعداد طبیعی ، نتیجه می گیریم
که رشته مضارب p و $2p$ و $3p$ و ... از یک عدد منطق مثبت
فراگیر ندارد .

قضیه ۲ - بین دو عدد منطق دلخواه ، اعداد منطقی
وجود دارند .

(۱) بین a و b یک عدد منطق مثبت دلخواه r ، اعداد
منطقی وجود دارد . در حقیقت ، چنانچه $\frac{a}{b}$ کسر نمایش دهنده
 r باشد ، بنابراین a و b هملاحت هستند : می توانیم آنها
را مثبت فرض کنیم ، و چنین می نویسیم .

$$\frac{a}{b} = \frac{na}{nb}$$

اگر r' طبقه کسرهای معادل با $\frac{a'}{nb}$ باشد از :

$$a < a' < nb$$

تصحیح مسئله ۳۵۶۹ - مطلوب است حل معادله زیر

$$\operatorname{Arccotg}(1 + \log_a x \log_a a x) + \operatorname{Arccotg}(1 + \log_a a x \log_a a' x) + \operatorname{Arccotg}(1 + \log_a a' x \log_a a^2 x) = \operatorname{Arccotg} \frac{1}{3}$$

مهلت قبول پاسخ تا آخر اسفند ۴۴

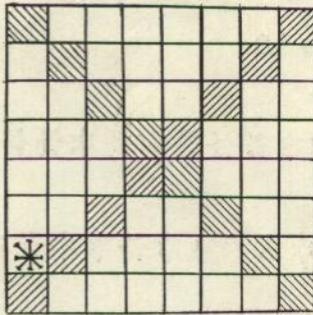
لر

تقسیم دایره

۶ خط مستقیم را چگونه رسم کنیم تا سطح دایره مفروضی را به حد اکثر تعداد ممکن قطعات تقسیم کند؟ یکی از جوابهای رسم کنید.

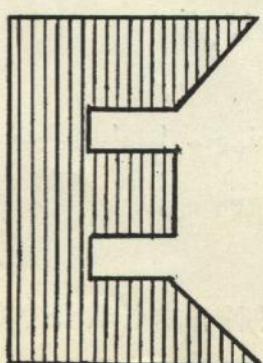
هشیت ستاره

در یک از خانه های سفید جدول زیر، چنانچه می بینید، یک ستاره واقع شده است. هفت ستاره در خانه های سفید جدول چنان قرار دهد که هیچ دو ستاره ای بر یک سطر، بر یک ستون و بر یک خط قطری واقع نباشند.



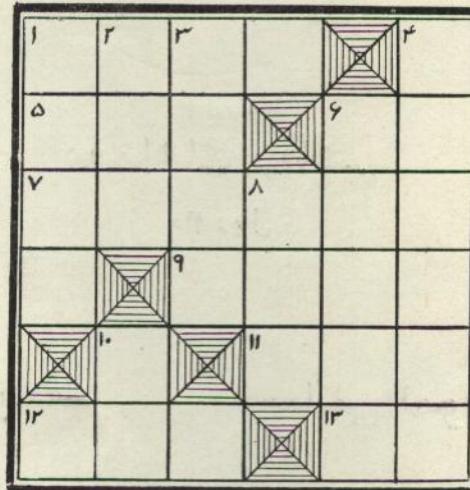
مسئله برش

روی یک صفحه کاغذ یک حرف E مطابق شکل ذیں رسم کنید؛ هر زاویه حاده برابر 45° درجه و هر زاویه منفرجه برابر با 135° درجه است، این شکل را با ۴ خط مستقیم چنان قطع کنید و قطعات حاصل را چنان پهلوی یکدیگر قرار دهد که شکل بک مرتع حاصل شود



جدول اعداد

طرح از: شهرام انصاری



قاعده: ۱- متحابه عدد 1210 . ۲- وارونه عدد 5 افقی، جذر این عدد نیز وارونه جذر عدد 5 افقی است. ۳- حد اقل به صورت مجموع نه مکعب کامل نوشته می شود . ۴- مجذور کامل است و هر یک از ارقام آن و جذرش بر 3 قابل قسمت هستند . ۵- حاصل ضرب اولین دو عدد تام . ۶- عددی که از سه رقم وسط آن تشکیل می شود مجذور کامل و بر 11 قابل قسمت است . ۷- عددی است مقابله با 7 جمع شود بر 20 هم قابل قسمت خواهد بود . ۸- مجموع ارقامش بر این با 18 است . ۹- پنج برابر عدد 1 افقی . ۱۰- مجذور عددی که می توان آنرا به صورت مجموع سه مرتبه کامل نوشت . ۱۱- کوچکترین عددی که بر 7 قابل قسمت است و اگر با 7 جمع شود بر 25 هم قابل قسمت خواهد بود . ۱۲- مجذور کامل که بر 7 قابل قسمت است . ۱۳- مجذور عدد 1210 . ۱۴- وارونه عدد 5 افقی، جذر این عدد نیز وارونه جذر عدد 5 افقی است . ۱۵- حد اقل به صورت مجموع نه مکعب کامل نوشته می شود . ۱۶- مجذور کامل است و هر یک از ارقام آن و جذرش بر 3 قابل قسمت هستند . ۱۷- حاصل ضرب اولین دو عدد تام . ۱۸- عددی که از سه رقم وسط آن تشکیل می شود مجذور کامل و بر 11 قابل قسمت است . ۱۹- عددی است مقابله با 7 جمع شود

پاچخ هسائل صفحه مو گرمی شماره ۲۱

نوشتن اعداد

$$(\frac{2}{2} + \frac{2}{2}) : 2 = 1 \quad (\frac{2}{2} - 2) : 2 = \frac{2}{2} = 2$$

$$\frac{2}{2} : \frac{2}{2} = 3 \quad (\frac{2}{2} + \frac{2}{2}) : 2 = 4$$

$$(\frac{2}{2} + \frac{2}{2} \times \frac{2}{2}) : 2 = 5 \quad (\frac{2}{2} + 2) : 2 = \frac{2}{2} = 6$$

$$\frac{2}{2} \times \frac{2}{2} - \frac{2}{2} = 7 \quad (\frac{2}{2} \times \frac{2}{2}) : 2 = 8$$

$$\frac{2}{2} \times \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = 9$$

سر گرمی فکری

$$\begin{array}{rcl} 810 & + & 135 \\ - & & + \\ 630 & : & 18 \\ \hline 180 & - & 153 \end{array} = 945 \quad : \quad 35 \quad = 27$$

مسئله ۷- ف بندی

یک راه مسئله آن است که افراد را به صورت یک پنج ضلعی قرار دهیم؛ در هر رأس آن یک نفر و بین هر دو رأس (روی هر ضلع) یک نفر قرار گیرد .

انتشارات یکان

یکان سال

مجموعه علمی یکان سال

مخصوص امتحانات نهایی ۱۳۴۳

۶۰ ریال

۴۰ ریال

معماهای ریاضی

۴۰ ریال

مسائلی نمونه از حساب استدلالی

۱۵ ریال

راهنمای ریاضیات متوسطه

۱۵ ریال

هزار پرسش علمی

آموزشگاه علمی تدین

و پاسخ آنها

با کادر قوی از

دانشمندان علومی درباره

دیران و استادان

وابسته به گروه فرهنگی

مردم - حیوانات - گیاهان - زمین - دانش - فضا - هوا - اندازه ها

قیمت : ۳۵ ریال

آرقا

از شهرستانهای اداره مجله یکان یابه نشانی زیر مراجعت شود

خیابان سلسیل - چهارراه مرتضوی

کتابفروشی هاشمی - شیراز

تلفن : ۹۵۳۹۲۱