

یکان



مجله باختیارت

از انتشارات: ایران مک گرو هول
سازمان انتشارات و خدمات فرهنگی

سال یکم - شماره پانزدهم

دیماه ۱۳۹۳

بهای ۳۰ ریال

در این شماره:

- | | | |
|----|----------------------|--------------------------------------|
| ۱ | جهان کاپر فنس آوری | روضتی آفرینش |
| ۴ | دکتر ملی افغانی بور | ماهیت روشنی‌آماری |
| ۱۱ | ترجمه مهدی مدنی | حاجیله |
| ۱۴ | « | تفاوت ره از کجاست تا به کجا |
| ۱۵ | پروزی شهریاری | دریک مهندسی |
| ۱۹ | ج. ش. آوری | سرعت انتشار |
| ۲۱ | ترجمه: محمد شریفزاده | حکم ثابت نشده گلستان |
| ۲۲ | - | حل سائل شماره ۹ |
| ۲۴ | - | حل سائل قیمه |
| ۲۶ | - | مسائل برای حل |
| ۴۳ | - | مسائل امتحانات نکت اول دیورستانها |
| ۵۶ | - | اصنایع دستی ریاضی و معادل اکنکس آنها |
| ۵۸ | - | اشتباه از جست |
| ۶۲ | - | سرگرمی |
| ۷۳ | - | بررسی و پاسخ |

یکان سال

به تصمیم شواری نویسنده‌گان یکان، در پایان هرسال شماره فوق العاده‌ای به نام:

یکان سال

منتشر می‌شود. نخستین شماره «یکان سال»

در اسفند ماه ۱۳۴۳ منتشر خواهد شد.

یکان سال

یکان حال

یکان

مجله ریاضیات

شماره یازدهم - سال اول

دی ماه ۱۳۴۳

اداشرات: ایران - مک گروهیل

تخت جمشید - چهارراه روزولت - شماره ۲۸۲

تلفن: ۷۵۶۸۶۳

صاحب امتیاز: عبد الحسین مصطفی

زیرنظر شورای نویسنده‌گان

هرماه یکبار منتشر می‌شود

شانی! - تی: صندوق پستی ۴۶۹۳

اشتراك سالانه (۱۲ شماره) ۲۰۰ ریال

نک شماره ۲۰ ریال

مقالاتی رسیده مسترد نمی‌شود

چاپخانه محمد علی علمی

قابل توجه همه دیگر آن محترم علموم دیگرستانها

بخشی از «یکان سال» شاره فوق العاده اسنده‌گان، به حل و بحث سوالهای ریاضی، هگانیک، فیزیک و شیمی امتحانهای خرداد و شهریور ۴۳ کلاسهای ششم دیگرستانها، اردیبهشت و آبان ۴۳ دوره دوم مختلفه و اغایه‌ار نظر درباره این سوالات، اختصاص دارد.

به عقیده ما، صالحترین مقام برای اخلاقی نظر درباره سوالهای امتحانی، طبیعت‌علمی باشد، و مخصوصاً، علمان کلاسهای ششم نه تنها اصلاحیت بیشتردارد بلکه این امر برای آنها وظیفه‌ای محسوب می‌شود.

مقاله‌ای که حنکاران محترم ارسال دارند و حد اکثر تا ۱۵ بهمن ۴۳ بسی اداره مجله و اصل شود در شماره مخصوص «یکان سال» جای خواهد شد.

افتخار خواهیم داشت کاملاً لذتی دیگری فیزیک درج در مجله، از حنکاران محترم دریافت داریم.

شورای نویسنده‌گان یکان

از قالیفات هوشنگ شریف زاده

پانصد مسئله فیزیک

برای کلاس‌های چهارم دیگرستان و داود طلبان کنکور
دانشکده‌ها

بها: ۱۰۰ ریال

۲۰۴ مسئله فیزیک

برای کلاس‌های چهارم دیگرستان و داود طلبان کنکور
دانشکده‌ها

بها: ۶۰ ریال

راهنمای فیزیک

برای کلاس‌های سوم دیگرستان

بها: ۳۰ ریال

ناشر: بنگاه مطبوعاتی معراجی
تهران - خیابان ناصر خسرو

ریاضی آفرینان

درجهان امروز ریاضیات از همه علوم بیشتر دستخوش تغییرات اساسی و در مسیر پیشرفت و تکامل است . همان طور که می دانید ، ریاضیات تنها رشته‌ای از دانش بشری است که تمام نظریه‌های اصلی دوهزار سال پیش هنوز در آن زنده است و در ضمن نظرهای جدید بیش از پیش بر پنهان از عرصه آن می افزاید . رشته‌های جدید ریاضیات ، همانند نظریه بازی (Game theory) ، چنان بینشی در روابط بشری به وجود آورده است که دانشمندان در گذشته هرگز به این دقت و وضوح آن روابط را تحلیل و مطالعه نمی کردند ، رشته‌های قدیم ریاضیات ، همانند نظریه احتمالات ، مورد استعمال فراوانی در شئون مختلف زندگی ، حتی در زمینه جریان عبور و مرور و ارتباطات به دست آورده است . مسافرت‌های فضایی ریاضیدانان را بر آن داشته است که قانون نوینی برای فضانوردی ، بسیار پیچیده تراز آنچه فعلًا برای دریاپیمایی و هوایپیمایی وجود دارد ، به دست آورند .

سرعت محاسبه مفزعهای الکترونیکی چنان است که هیچ مؤسسه خصوصی یا دولتی نمی تواند هنایای این ماشینهای از نظر دوردارد و از آنها برخوردار نشود . به کاربردن این ماشینها جزء استخدام کسانی که با ریاضیات آشناشیده باشند ، و به بیانی ریاضیدان باشند ، امکان ندازد . از این جاست که امروزه دستگاه استخدامی هؤسات و حکومتها ، بیش از پیش ، به استخدام ریاضیدانان دست می زند و آنان را به حل عملی مسائل صنعتی و حتی اقتصادی و اجتماعی می گمارند .

با همه این احوال، این جنبه مفید بودن و مورد استعمال داشتن ریاضیات نیست که آن را دستخوش تحول و دگرگونی کرده است. چه هم زمان باعوارد استعمالهای عملی وسیاری که متخصصان برای ریاضیات می‌باشد، ریاضیدانان پیشتر، ریاضیات را به سوی جدایی از دنیای فیزیکی سوق می‌دهند. دانشمندان ریاضی همیشه طرفدار تجربه بوده و هستند. امروزه معیار آنان در سنجش مباحثت جدید ریاضی زیبایی آن است نه سودمندی آن.

گفتگو کردن از زیبایی و نه از مفید بودن ریاضیات چیزی است که خوبختانه در این عصر می‌توان آن را به میان آورد و به اعلا درجه خلوص خود رساند. اما در گذشته، نیاکان ریاضیدان ما جرئت اظهار آن را نداشتند. به همین دلیل است که امروز ریاضیدانان قادر به تصور هندسه‌های بینایت بعدی یا هندسه‌هایی که در آن اندازه مقرون ندارد، یعنی توپولری، هستند؛ جبرهایی به وجود می‌آورند که پایشان را از قلمرو قوانین شناخته شده حساب فراتر می‌نهند، قالبهای مجرد و همگانی کشف می‌کنند که مفاهیم مقایسه ناپذیری نظیر اعداد، فضاهای حرکات و فرمولای جبری در آنها پیوند را بند.

اما چه شد که ریاضیدانان توانستند، فارغ از خزم زبان همنوعان و ترس از اتهام کناره. گیری از دنیای واقعیات در وادی مجردات به پیش روند، سابقه‌ای تاریخی دارد. هنگامی که برقهارد ریمن، در نیمه دوم قرن نوزدهم، موفق به تنظیم هندسه غیر اقلیدسی گشت (هندسه بیضوی)، هرگز تصور نمی‌شد که روزی این نظام خیالی مورد استعمالی در علوم باشد. و به همین دلیل در قلمرو ریاضیات محض باقی ماند تا آنکه نیم قرن بعد، آلمبرت اینشتین با الام از آن نظریه نسبیت را وضع کرد. و از این نظریه نسبیت است که امروزه فیزیک جدید اشتعاق را فته است.

بنابراین دور از احتمال نیست که تجربیاتی را که ریاضیدانهای معاصر خلق می‌کنند، سالها بعد راهی برای نظریه‌هایی نوین و دور از تصور، حتی شاید رشته‌های جدیدی در علوم پیگشايد.

برای ریاضیدان خلاق، ریاضیات چیزی تقریباً شبیه بدیگر چون گذشته متنکی به الاماتی که منبع از تجربه در دنیای فیزیکی است نیستند. دنیای خود را بر حسب اصول موضوعهای که به نظام در آورده‌اند تعریف می‌کنند. به رغم اصول موضوعه اقلیدس که مشتق از مشاهده بود و تصور می‌شد که جزء بدیهیات است، اصول موضوع غیر ریاضیات جدید فرضهای مجرد قبول شده است و به معنایی محدود، حقیقتشان به همان میزان حقیقت قوانین حرکت مهره‌های شطرنج است.

بسیاری از مفاهیم اساسی ریاضیات نوین به اندازه‌ای ساده است که اگر به بیان مناسب عرضه شود، حتی اطفال نیز قادر به درک آن هستند. تعجب نکنید! این که می‌گوییم اطفال هم قادر به درک بعضی مفاهیم اساسی ریاضیات نوین هستند بی دلیل نیست. این ادعا منکری به تجزیه‌ای است که ادوارد کاسنر فقید، استاد دانشگاه کلمبیا، کرده است. وی سخنرانی‌ای برای شاگردان کودکستان، در باره مجموعه‌های نامحدود تقریب داده بود. می‌دانید که نظریه مجموعه‌های نامحدود سرمنشأ بعضی مسائل مشکل در ریاضیات نوین است. با این وجود، آنچه این استاد فقید دریافته بود این بود که شاگردان کودکستان، خود را به سادگی با اندیشه بینایت تطبیق می‌دهند و بسیار سریعتر از داشتجویان ادوارد کاسنر، در دوره لیسانس، مفاهیم اساسی نظریه مجموعه‌ها را درک می‌کنند. گویند طبع اطفال برای پذیرش تجربیات ریاضی زمینه مساعدی دارند. و آن شاید به این دلیل است که تجربیات ریاضی بی‌شباهت به یک امر حقیقی محض نیست.

نظالمی را که ریاضیدانان خالق به وجود می‌آورند، باید هاند طرح تقاضان ممتاز ریاضی شاعران طراز اول زیبا و ظرفی باشد؛ فکرها همچون روکجا و کلمات، متوازن و با یکدیگر هماهنگی داشته باشند. تنها چنین ریاضیاتی است که بایدار می‌هاند. به قول هادی یکی از ریاضیدانان هشود و معاصر انگلستان «در دنیا مکانی همیشگی برای ریاضیات نداشت وجود ندارد».

اما معیار زیبایی و ظرافت ریاضیات چیست؟ متأسفانه همان‌طور که تعریف جامع و مانعی نمی‌توان از یک بشر زیبا کرد، تعریف ریاضیات زیبا و ظرفی نیز خالی از اشکال نیست. با این همه ژرژ بولیا، استاد دانشگاه استنفورد، تعریفی برای ظرافت و زیبایی ریاضیات کرده که مورد قبول بسیاری از ریاضیدانان قرار گرفته است. به عنیده وی ظرافت و زیبایی یک‌سازمان ریاضی مستقیماً متناسب است با فکر هابی که شما می‌توانید در آن بیینید و معکوساً متناسب است با گوششی که برای دیدن آنها به کار می‌برید.

مسئله‌ای که در اینجا از نظر آموزش ریاضیات مطرح است این که آیا ریاضیدانان خالق را، همچون هنای طبیعی، طبیعت به کشورها ارزانی می‌دارد یا دستگاه آموزشی است که باید استعداد آنان را از خردی کشف کند و در صدد پرورششان برآید؟

آیا شما هم باما هم عقیده‌اید که دستگاه‌های آموزشی کشورها در این باره وظیفه‌ای به عهده دارند و برای انجام دادن این وظیفه باید سیاستی درست اتخاذ و برنامه‌ای متناسب با آن طرح ریزی کنند؟

جهانگیر شمس آوری

ماهیت روشهای آماری

توصیف کرد؛ و در مدد مطالعه دقیقتر بر من آید تاموفق به کشف قالب ریاضی جدیدی متناسب با وضع مسئله گردد.

به هر صورت چون قالب ریاضی که بدین طریق ساخته شده اختمنشود نمایش وضع آرمانی یاحدی مسئله است، تابعی که از آن بدست می‌آیند تنها آن اندازه محل اطمینانند که آن قالب، وضع فعلی مورد مطالعه را با تغیر پهلوی نمایش دهد. پس در هر مسئله معین، برای آنکه بدانیم که آیا قالب که انتخاب شده است برای توصیف و تماشی وضع فعلی متناسب است یا نه، لازم است که با مواد استعمالی آن قالب کاملاً آشنا باشیم. این نکته همچنانکه برای تابهای ریاضی در شرایط مختلف علمی صحیح است برای قابلیات ریاضی که در علم آمار به کار می‌روند بجز درست است.

دانشجویان رشته‌های علمی که به تحصیل آمار می‌پردازند میان برخی روشهای آماری با بعض روشهای ریاضی که در علوم دیگر به کار می‌روند شباهتی مشاهده می‌کنند. بدین معنی که عموماً در پژوهش‌های علمی شخص محقق بدو آیک فرض علی ساخته و بسیار انجام آزمایشها یا مشاهده‌ها می‌پردازد و سرانجام فرض خود را، با مقایسه معلوماتی که از مشاهده‌ها یا آزمایشها بدست آمده‌اند، پوچخت امتحان می‌ذند.

گرچه روشهای آماری در تمام رشته‌های علمی مورد استفاده هستند، ولی آنها را بیشتر در علوم زیستی و اجتماعی به کار می‌برند، چه این علوم تاکنون به جانان پایه از تکامل و دقت ترسیده‌اند که بتوان آنها را، با روشهای معمول در آزمایشگاه‌های فیزیک، مورد مطالعه قرار دارد. اغلب مسائل علوم زیستی و اجتماعی شامل متغیرهایی نامطلوب و حتی محل هستند که نمی‌توان آنها را با طور دقیق مورد بازرسی و مطالعه قرارداد. در صورتی که در علوم فیزیکی عموماً چنین نیست و ممکن است که متغیرها را با دقت کافی در آزمایشگاه مورد بازرسی قرارداد.

نکته مهم دیگری که ذکر آن ضروری به نظر می‌رسد آن است که علم آمار نه تنها به حل ورخی از مسائل رشته‌های مختلف علمی باری می‌دهد، بلکه روشهای آماری نشان می‌دهد که چگونه طرح آزمایشها خود را بینیزیم و آنها را دهیزی کنیم تا تابع

روشهای آماری اصولاً عبارتند از روشهایی که به وسیله آنها داده معلوماتی که از یک عمل تکراری (آزمایش یا مشاهده) بدست می‌آیند مطالعه شود. در بعضی موارد، عملی که این معلومات از آن تبیجه می‌شوند به طور وضوح تکراری است، ماتنده موقعی که قطر با این اورا که بطور سری در کارخانه ساخته شود اندازه می‌گیریم. در برخی موارد دیگر، گرچه عملی که معلومات از آن بدست می‌آیند ظاهر آن تکراری به تقریب من درست، ولی می‌توان آن را قابل تکرار تصور کرد، مانند سن فوت برای مشتریان یک شرکت بیمه.

تجربه‌نشان می‌دند که گونی بسیاری آزمایشها یا مشاهده‌ها و یا بگفتة دیگر اعمال تکراری در گفته‌های تصادفی مانند به نظر می‌رسند روی می‌دهند. مثلاً در بازیهای تصادفی مانند اندختن یک تاس یا کشیدن یک ورق، این خاصیت که نظم آماری قائم دارد دیده می‌شود. در این گونه موارد اغلب ممکن است که یک قالب ریاضی مناسب و رضایت بخش برای نمایش و توصیف آن عمل تکراری ساخت و آن را به متنلود مطالعه درخواست آن عمل یا تبیجه گیری درباره آن به کار برد.

قابل ریاضی که آمار شناس برای نمایش و توصیف عمل تکراری مورد مطالعه خود در نظر می‌گیرد عموماً به صورتی است که با آن می‌توان پیشگوییهای درباره فرآوانی وقوع بعضی تابعی و وقتی که آن عمل به دفاتر بسیار تکرار می‌شود، انجام داد. مثلاً در مورد توارث رنک برای یک نوع گل ممکن است که قالب ریاضی ما بدین صورت باشد که با آن پیشگویی کنیم که که گل‌های سرخ تقریباً سه بار فرآوانند از گل‌های سفید هستند.

امر ساختن یک قالب ریاضی برای کمک به حل مسائل گوناگون رشته‌های مختلف علمی کاملاً عمومیت دارد. مثلاً وقتی که یک فیزیکدان در حرکت یک گلوله مطالعه می‌کند، نخست چنین فرض می‌کند که قالب رضایت بخش و مناسب برای نمایش و توصیف مسئله مورد بحث او همان قوانین ساده مکانیک است. اما جون مسئله بنزهتر از آن است که بتوان آن را با قوانین ساده مکانیک

دقیق‌تر و غنیدتری بدست آوریم.

ممولاً تیجه‌های مختلف یک آزمایش یا یک مشاهده را با یک دسته نقطه، در فضای بازداد و مدهای مناسب یا دلخواه، نمایش می‌دهند و این دسته نقاط را فضای نمونه‌ای آن آزمایش یا مشاهده‌ی تأثیر می‌نمایند. مثلاً وقتی که دو تا از دامیان اندازیم، جون هریک از شش وجه یکی از دو تا می‌تواند با هریک از شش وجه تا سی دیگر توافق شود، نتیجه آزمایش ۳۶ صورت دارد. پس فضای نمونه‌ای این آزمایش مرکب از ۳۶ نقطه است که همی توایم آنها را مثلاً در یک دستگاه مختصات قائم بانتظام (X، Y) نمایش دهیم. که در آن هریک از دو مختصات X و Y می‌تواند هریک از شش مقدار ۱ تا ۶ را اختیار کند. یک ذیر دسته فضای نمونه‌ای را یک پیش‌آمد می‌خوانیم. مثلاً در مثال پیش دسته نقاط (۱،۵) و (۲،۴) و (۳،۳) و (۴،۲) و (۵،۱) که مجموع مختصات هریک از آنها برابر ۶ است، تشکیل یک پیش‌آمد می‌دهند.

هر گاه یک متغیر عددی به وسیله نقاط مختلف فضای نمونه‌ای تعریف شده باشد، آن را یک متغیر تصادفی می‌خواهد. مثلاً در مثال پیش ممکن است که متغیر تصادفی X را به وسیله مجموع مختصات هریک از نقاط فضای نمونه‌ای، یعنی با دادن $X = \sum_{i=1}^n x_i$ تعریف کنیم. با این تعریف، مقدار این متغیر تصادفی در هر نقطه فضای نمونه‌ای معلوم خواهد بود. مثلاً در نقطه (۲،۶) مقدار آن ۸ و در نقطه (۴،۱) مقدار آن ۵ است.

یک متغیر تصادفی وقتی جدا است که تعداد نقاط فضای نمونه‌ای متناظر با آن محدود یا شمارش پذیر باشد. در مثال پیش تعداد نقاط فضای نمونه‌ای محدود و مساوی ۳۶ است. ولی اگر \mathbb{R} نمایش تعداد دفاتری باشد که باید یک سکه را بین داریم تا برای نخستین دفعه شیر بیاید، نقاط فضای نمونه‌ای شمارش پذیر خواهد بود.

هر گاه فضای نمونه‌ای پیوسته، یعنی تعداد نقاط آن شمارش ناپذیر باشد، متغیر تصادفی متناظر با آن محدود یا شمارش پذیر نمایش دهیم. مثلاً اگر قدریک مرد بالع را با X نمایش دهیم، این متغیر تصادفی می‌تواند در یک فاصله معین، مثلاً از ۰ تا ۲۵ سانتی‌متر، هر مقدار را اختیار کند.

اکنون می‌برداریم به تعریف تابع فراوانی.

در مورد متغیر جدا از تابع فراوانی این احتمال به دست می‌آید که متغیر تصادفی X مقدار معینی را اختیار کند. مثلاً هر گاه متغیر تصادفی مامجموع دوتا از شش تابع $(X)f$ که برای $1 \leq X \leq 6$ به صورت f_1, f_2, \dots, f_6 با صورت

است، تابع فراوانی این متغیر جدا می‌باشد.
ولی در مورد متغیر پیوسته با تابع فراوانی می‌توان این احتمال را بدست آورد که متغیر تصادفی در فاصله معینی باشد. بدین معنی که اگر تابع فراوانی را با $f(x)$ و یک فاصله بسیار کوچک را با Δx نمایش دهیم، احتمال آنکه در فاصله Δx باشد، تقریباً مساوی $f(x)\Delta x$ است. به طور دقیق‌تر، احتمال آنکه متغیر تصادفی در فاصله (a, b) باشد مساوی است با انتگرال $\int_a^b f(x) dx$ در فاصله (a, b) . بعبارت دیگر، این احتمال با مساحت سطح واقع در زیر منحنی $f(x)$ در فاصله (a, b) نمایش داده می‌شود.

بعد از صورت تابع $f(x)$ را تابع چگالی یا تابع بخش متغیر تصادفی X خوانده و می‌گوییم که این متغیر تصادفی دارای بخش $f(x)$ است.

چنانکه دیدیم در روشهای آماری، معموماً در آزمایش‌ها مشاهده‌های مطالعه می‌کنیم که اصولاً یا از نوع تکراریند و یا آنکه می‌توان آنها را چنین تصور کرد. به عبارت دیگر، توجه مایشتر مغلوب ساختن و به کار بردن قالبهای ریاضی برای این گونه آزمایشها یا مشاهده‌ها می‌باشد. فایده‌این گونه قالبهای آن است که نه تنها درین توآنیا می‌توان در خواص آن آزمایش با مشاهده مطالعه کرد، بلکه می‌توان پیش‌گویی‌ای درباره تابع ممکن آزمایشها یا مشاهده‌های مشابهی که در آینده صورت خواهد گرفت انجام داد. البته انجام این دو امر، بیرون به کار بردن یک قالب ریاضی مناسب، اگر غیر ممکن نباشد لائق بسیار دشوار است.

وقتی که بر مبنای معلوماتی که با آزمایش یا مشاهده به دست آمده‌اندیک قالب ریاضی می‌سازیم و از آن برای بدست آوردن اطلاعات گوغا گون درباره آن آزمایش یا مشاهده استفاده می‌کنیم، می‌گوییم که یک استنباط قیاسی انجام داده‌ایم. واما وقتی که این روش را در مسائل آماری به کار می‌بریم، آن را استنباط آماری می‌خوانیم. پس عموماً کار آمار شناس عبارت از استنباط‌های آماری است.

قالب ریاضی که آمار شناس می‌سازد اغلب مریوط یعنی تصادفی متناظر با آزمایش یا مشاهده مورد مطالعه است و عموماً به نفس آن عمل تکراری بستگی ندارد. بدین معنی که اگر X متغیر تصادفی متناظر با آزمایش یا مشاهده مورد بحث باشد، آمار شناس می‌کوشد که یک قالب ریاضی بازد تا با آن بتواند احتمال قرار گرفتن X را در فاصله‌های گوناگون پیش‌گوئی کند. به عبارت ساده‌تر، قالب ریاضی که آمار شناس برای توصیف و نمایش یک آزمایش یا مشاهده می‌سازد، تابع فراوانی متغیر تصادفی متناظر با آن آزمایش یا مشاهده است.

با هر صورت پاتوجه میخواهیم بسیار جالب و منحصر به فرد تابع هنجاری میتوانیم آن را همچوین تابع فراوانی در علم آمار بدانم . در عبارت این تابع دوباره امترو موجود است که یکی نیز دیگری ه است . (به عنوان جمله مترخد میگوییم که آزموده هنجاری و دوباره امترو که در عبارت آن موجودند) . پارامتر μ میانگین این تابع فراوانی است . به عبارت دیگر ، اگر متغیری دارای بخش هنجاری باشد ، میانگین آن متغیر مساوی μ است . مقدار این پارامتر بین طریق به دست می آید که عبارت تابع فراوانی هنجاری را در μ ضرب کرده و از آن در فاصله $-\infty - \mu + \infty$ انتگرال میگیریم .

پارامتر دیگر یعنی σ نمایش پراکندگی تابع فراوانی است . بین مفهونی که هرچه اختلاف میان مقادیر متغیر تصادفی با میانگین آن یعنی μ بزرگتر ، یعنی مقادیر متغیر پراهمون میانگینش پراکنده تر ، باشند و بزرگتر است ! و به عکس عرضه مقادیر متغیر تصادفی پراهمون میانگین آنکه تر باشند ، ه کوچکتر است . برای یافتن قوان دوم این پارامتر باشد عبارت تابع فراوانی هنجاری را در $(-\infty - \mu)$ ضرب کرده و از آن در فاصله $\mu - \infty - \mu + \infty$ انتگرال گرفت . پارامتر σ را انحراف معیار و قوان دوم آن را پراش تابع فراوانی میخوانند .

نکته جالب توجه در مورد تابع فراوانی هنجاری آن است که با توجه خطي متغیر $\mu - x = t$ ، این تابع به صورت ساده :

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

که تابع هنجاری موزون نام دارد و دیگر شامل پارامتر نیست در عین آید . برای مقدار این تابع و مساحت سطح واقع در زیر متغیر نمایش آن جدولهای مفصل تهیه شده است . این همان تعریفی بود که میخواستیم بگذرم . اکنون میپردازیم به بیان فرمها :

۱ - قرض اول آن است که میتوان بالاتر و تبعین نهاد شخص P صلاحیت اور ابرای تصدی شغل M تبین کرد . ما خود اذعان داریم که این قرض از جندها لحاظ شدیداً محل بحث و تأمل است ، ولی به هر حال چون نه ما با راههای اداری و غیر علمی آشنا هستیم و به این راهها به روی میازند ، جز انجام امتحان چاره ای نداریم .

۲ - تصریح به نشان داده است که اگر از گروهی که از لحاظ اطلاعات علمی و عملی واستعداد وسیع تریاً همایه هستند امتحان کنیم ، عموماً میتوان تمره های را که به دست می آیند باتابع فراوانی هنجاری به طریق بسیار رضایت بخش نمایش داد و توصیف کرد . پس قرض دوم ، آن خواهد بود که نفره امتحانی داوطلب P از جمیعتی دارای تابع فراوانی هنجاری به دست آمده است .

استنباط آماری ، در کلیه بنین صورت خود ، نوعی اخذ تصمیم است . بدین معنی که آمارشناس قالبهایی میسازد که به وسیله آنها بتوان در یک مسئله معین تصمیم مناسب گرفت . ولی در موارد خاص ، استنباط آماری و با تصمیمی که آمارشناس میگیرد به مکی از این دو صورت است :

۱ - آذون یک فرض در پاره تابع فراوانی که به عنوان قالب انتخاب شده است .

۲ - برآورد پارامترهایی که در عبارت تابع فراوانی موجودند و یا مشخصات دیگر این تابع .

مادراینجا تبادر باره مطلب اول یعنی آزمون فرض آماری بحث میکنیم . جاء از که نخست فرض آماری و آزمون فرض آماری را تعریف کنیم :

فرض آماری عبارت است از فرضی در مورد تابع فراوانی یک متغیر تصادفی . و آزمون فرض آماری روشی است برای اخذ تصمیم در باره پذیرش یا رد یک فرض آماری .

اینکه هر اجل مختلف آزمون یک فرض آماری را با این مثال روش میسازیم . مسئله آن است که میخواهیم مذکور آیا شخص P برای تصدی شغل M شایستگی دارد یا نه . به عبارت دیگر ما میخواهیم در این باره تصمیم بگیریم که آیا اوایه این شغل پنکاریم یا نه .

شک نیست که برای حل این مسئله مایه هیچ وجه پدرونهای کم یا بیش از این که اغلب در این گونه تصمیمهای انتها عامل مؤثر ند توجه نداریم ، بلکه موضوع را فقط از لحاظ کسی که میخواهد همه مسائل زندگی را با روشهای علمی تجزیه و تحلیل کند مورد مطالعه قرار می دهیم . برای آنکه به حد مقدور مسئله ساده شود و در حل آن دچار دشواریهای بیووده نگردد ، نخست یک تعریف و سپس چند قرض میکنیم .

تعریف ، مرتبط است به تابع فراوانی هنجاری که در نظریه احتمال و آمار ریاضی آن را تابع انحرافها و در علوم فیزیک آنرا تابع خطاهای می نامند و مبدله آن بین صورت است :

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

پونکاره (Poincaré) ریاضیدان و فیلسوف بزرگ فرانسوی در کتاب «حساب احتمالات» خود از قول لیپمن (Lippmann) جنین نقل میکند : «همه دانشمندان به درست بودن قانون هنجاری ایمان دارند . زیرا کسانی که در علوم تجربی مطالعه میکنند آن را یک قضیه ریاضی و ریاضیدان آن را یک واقعیت آزمایشی میدانند» .

میل داریم که این شخص برای آن شغل شایستگی داشته یعنی به جمعیت A متعلق باشد . تعلق P به جمعیت A فرض آماری است که می خواهیم آن را بیازمایم . به علی که از حوصله این مقال بیرون است آن را فرض عدم نامیده بدهیں صد و نایش می دعند : $H_0 = H_1$

فرض مقابله عبارت است از تعلق P به جمعیت B که چنین نوشته می شود : $H_0 = H_1$

اگر در قیچمه آزمون ما فرض عدم H_0 قبول شود ، صلاحیت تصدی شغل M به وسیله P محزنی گردد، و اگر این فرض رد شود، طبعاً فرض مقابله یعنی H_1 را بایس قبول کرد ، یعنی عدم صلاحیت P برای تصدی شغل M مسلم می گردد .

راجح بقیویل ورد فرض آماری، تذکریک نکته بسیار مهم خود ری په نظر می دارد . از آنچه مادمن این بحث می بینم معلوم خواهد شد که قبول فرض آماری تقریباً هیچگاه قطعیت کامل ندارد، هیچنانکه ود آن فرض نیز چندان قطعی نیست . پس هر گاه ما در مطالعه خود لتفظ قبول رایه کاربریم، مبنی بر عاتقها عدم رد است و همچنین وقتی لفظ رد رایه کاربریم، عموماً مقصود ماعدم قبول است .

اینجا بادآوری یک گفته پر منای فیشافورث بسیار مناسب به نظر می رسد و آن گفته چنین است : « آری و نه ، قدیمترین و کوتاه ترین کلماتی هستند که هستگام ادای آنها

بیش از هر کلمه دیگر تعقیق و تفکر لازم است »
به هر حال ما همواره یک فرض علمی را بطور موقت، یعنی تنها تازه اانی که فرض متناسب برای توصیف پدیده مورد مطالعه در اختیار نیست، می بینیم . به همین طریق برای ود قطعی یک فرض علمی که قبلاً بطور موقت پذیرفته شده است، باید دلالت کافی در دست داشت و هر چند یک رار مراجعه به فهرست فرمایی پذیرفته شده ممکن است مارا در راه پژوهشهای علمی که در پیش داریم بسیار کمک کند .

این روشن است که هر محقق علمی باید همواره اتخاذ کند .
به عقیده ما از احاطی می توان کلیه نظریه های علمی را هر کب از یک دسته فرمایی ردد شده و بار دشده . و با فرمایی که بطور موقت پذیرفته شده اند دانست . چنین به نظر می رسد که یکی از بر جسته ترین مظاهر پیشرفت در علوم آن است که شک راجایتگیری بقین سازیم . زیرا بقین مرادف با عدم لزوم تحول فکری و نوبذیری و بتکنی دیگر به معنای توقف ورکود است . درجهان بیکران دانش، که اصل مسلم آن تحول و پیشرفت است، رکود و توقف باسیر به سوی

گرچه این خودیک فرض آماری است . چه به تابع فراوانی متغیر تصادفی هر بیو ط می باشد ، ولی ماقبل در صدد آزمون آن نیستیم، لزی اینجر به نشان داده است که تابع فراوانی هنجاری، قالبی بسیار مناسب برای نمایش و توصیف این گونه داده های تحریبی است .

۳ - فرض سوم آن است که از نظر شایستگی برای تصدی شغل M انتخاب مختلف راهی توان به دو گروه با جمعیت تقسیم کرد . اول گروه A مرکب از کسانی که برای تصدی آن شغل صلاحیت کافی دارند و دوم گروه B مرکب از کسانی که برای تصدی شغل M شایستگی ندارند .

اینچا بیز می دانیم که این فرض کاملاً با واقعیت منطبق نیست . بدین معنی که میان دو گروه A و B می توان چندین گروه دیگر نیز در نظر گرفت که از صالحترین افراد سروع و به نا صالحترین آنها ختم می شوند .

اکنون برای آنکه مبنای عددی مناسبی برای مطالعه تصور داشته باشیم، فرض می کنیم که اگر امتحان مورد نظر درباره افراد جمعیت A انجام گیرد، میانگین یامعدل نمره هامساوی ۱۳، و اگر آن امتحان در مورد افراد جمعیت B صورت پذیرد، معدل نمره ها مساوی ۸ خواهد بود .

متنا فرض می کنیم که برای هر دو گروه هنجاری A و B مقدار انحراف میانگین ۲ مساوی ۲ است . فرض اخیر که آن را در علم آمار فرض تکرار اشی می خواهند در اغلب موارد نه تنها خود ری بلکه بسیار معمول است و بدون آن حل بسیاری مسائل اگر محال نباشد، لاقل بسیار شوارم گردد .

به هر حال فرضی که در بالا به طور جلاسه به آنها اشاره شد، و مطالعه کافی درباره هر یک از آنها مستلزم صرف وقت طولانی است، تنها بدین مغایر بود که مسئله راساده و منجز گردد و با حل آن ماهیت روشیای آماری را در وشن سازیم .

پس به طور خلاصه مسئله ای که در صدد حل آن هستیم بدین صورت است :

دو جمعیت هنجاری A و B داریم . میانگین های نمره های افراد این دو جمعیت به ترتیب مساوی ۸ و ۱۳ و انحراف میانگین های آنها مساوی ۲ است . از شخص P امتحانی می گنیم . بر حسب نمره ای که این شخص در این امتحان به دست می آورد، می خواهیم تصمیم بگیریم که آیا باید او را فردی از جمعیت A بدانیم یا فردی از جمعیت B .

مسلم است که شخص P بدیکی از دو جمعیت A با B متعلق است و چون مابرازی تصدی شغل M بدیک فرد نیازمندیم، بیشتر

گیرد فرض عدم را پذیریم . جزء R محور \bar{x} را ناحیه بحرانی یا ناحیه‌ردد و جزء \bar{R} آن را ناحیه غیر بحرانی یا ناحیه پذیرش می‌نامند . پس مطلب منجر می‌شود به انتخاب ناحیه بحرانی که تعریف آن چنین است :

ناحیه بحرانی (R) آزمون یک فرض آماری زیر دستای است از قضای نمونه‌ای متناظر با رد فرضی که آن رامی آزماییم . پس ساختن آزمون غرض عدم H_0 جیزی حر انتخاب ناحیه بحرانی R نیست .

اکنون همچنانکه در مدارس ایران مرسوم است، ناحیه بحرانی را قسمی از محور \bar{x} که در چه نقطه $= 10\%$ قرار دارد انتخاب می‌کنیم . اگر x از x_0 کوچکتر بود، H_0 رد و H_1 قبول می‌شود؛ و برعکس اگر x از x_0 کوچکتر نبود، H_0 قبول و H_1 رد می‌شود . شک نیست که انتخاب \bar{x} اختیاری است چنانکه در بعضی موارد آن را بزرگتر و گاه آن را کوچکتر از 10% اختیار می‌کنند .

البته ما باین تکنیکاً معمولاً توجه داریم که احراز شایستگی شخص P برای تصدی شغل M مانند اغلب مسائل دیگر پرسش نیست که بمطور منجز قابل حل بوده و به عبارت دیگر پاسخ به آن به طور مسلم مثبت یا منفی باشد . پس باید تصویر کرد که تنها با انتخاب یک ناحیه بحرانی مثلاً برای حیثه بمطور قطع حل شده است . این بدان علت است که دائماً تغیرات متغیر برای جمعیت A و دائم تغیرات متغیر برای جمعیت B، به اقرب احتمال، قسمت مشترکی دارند که در مسئله مورد بحث ظاهرآ یک جزء یا تمام فاصله 9 تا 12 است .

به هر حال اکنون که ناحیه بحرانی تعیین شده است در تابع این انتخاب بحث می‌کنیم .

ممکن است که نمره (x) داوطلب (P) از 10% کوچکتر یعنی در ناحیه بحرانی R باشد . ولی در واقع این شخص برای تصدی شغل M شایستگی داشته باشد . در این صورت طبق قراری که گذاردهایم و حق عدول او آن را از خود سلب کنده‌ایم، باید فرض عدم را رد کنیم . یعنی گرچه حقیقتاً این شخص متعلق به جمعیت A یعنی جمعیت هنجاری با میانگین ۱۳ است، ولی چون x در ناحیه بحرانی R قرارداده، ما او را رد می‌کنیم . بدین طریق که این فرض در واقع درست است . این خطای را در علم آمار خطای نوع اول می‌نامند .

همچنین ممکن است که نمره (x) داوطلب (P) از 10% کوچکتر یعنی در ناحیه غیر بحرانی \bar{R} باشد، ولی در واقع این

قریقه را چندان تفاوت ندارد . اینجا این شعر لطیف و پر معنی بیاد می‌آید :

موجیم که آسایش هائیستی ما است

ما زنده به آنیم که آرام تگیریم
در اغلب موارد بزرگترین بیشرفتی اعلیٰ در تحقیق شک
به دست آمدند . در جمیں بیست، سی سال اخیر ما به دفات
شاغد آن بوده‌ایم که باشکردن در درست قطعی مکتبیات علمی
جه پیش فتهاي مهم نسبت جهان داشت شده است . اگر داشمندانی
که هم اکنون در کشورهای مختلف به مطالعه و تحقیق در مسائل
علمی علیٰ مشغولند به درست و قطعی بودن نظریه‌های علمی که
تا این زمان ابداع و ساخته پرداخته شده‌اند یعنی قاطع داشند،
به اقرب احتمال تا این اندازه برای کشف قوانین طبیعت (اگر
توان طبیعت را واحد قوایین داشت) نمی‌کوشندند .

اما در بسیاری موارد وقتی که یک نظریه نوین جایگزین
یک نظریه کهن می‌شود، بسیاری از مکتبیات با کم یا بیش تغییر
باقی می‌مانند و بگفته دیگر، در بسیاری از موارد خارج‌های متوالی
علیٰ تقریبات متوالی هستند که مارپیش و بدقول ریاضیدانان
محاجتبوار بدواقتیهای جهان واقعیت می‌سازند .

اکنون باز می‌گردیم به حل مسئله‌ای که طرح کردیم . از
شخص P یک امتحان می‌کنیم و نمره او را x می‌نامیم . بر
مبانی این نمره تصمیم خواهیم گرفت که آیا باید او را متعلق به
جمعیت A با میانگین ۱۳ داشت فرض عدم را پذیریم و با آنکه
باید او را متعلق به جمعیت B با میانگین ۸ داشته فرض متعارض
فرم عدم را قبول کنیم .

البته تصمیم ما بینگی خواهد داشت به مقدار \bar{x} . مثلاً
 $x = 18$ باشد، باید از دو فرض عدم جدا خودداری کرد، زیرا
ظاهرآ است که این شخص صلاحیت تصدی شغل M را دارد .
به عکس اگر مثلاً $x = 4$ باشد، باید فرض متعارض بیشتر مورد
توجه قرار گیرد .

پس لازم است در این باره تصمیم بگیریم که چه عددی
را به عنوان حد فاصل احتمار کنیم به طوری که اگر x از آن
بزرگتر بود فرض عدم را قبول و اگر از آن کوچکتر بود فرض
عدم را رد کنیم . مسلم است که این حد فاصل باید قبل از انجام
امتحان تعیین شود و پس از آنکه این انتخاب مورث گردیدیگر
به هیچ وجه حق تداریم آن را تغییر دهیم .

پس مسئله اخذ تصمیم ما راجع می‌شود به تقسم محور x
به دو جزء، یکی ناحیه R به مرلیقی که اگر x در آن باشد فرض
عدم را رد کنیم و دیگری ناحیه \bar{R} به مرلوری که اگر x در آن قرار

اکنون برای آنکه از بخطای بیهوده احتراز جوئیم از لحاظ اهمیت نسبی این دونوع خطای، این اصل را که حسن آن علاوه معلوم شده است به کار می بندیم :

از میان همه آزمونها و با بکفته دیگر همه نواحی بحرانی که دارای میزان خطای نوع اول معنی هستند پایه آن آزمون یا ناحیه بحرانی را انتخاب کرد که برای آن، خطای نوع دوم می تبدم است.

ممکن است اصول دیگری نیز مورد توجه قرار گیرند، مثلاً مینیم کردن مجموع میزانهای دو نوع خطای. اما روشن است که نمی توان احتمال رد فرض درست را با احتمال قبول فرض نادرست تحت یک عنوان قرار دارد. به سیارت دیگر، عدم ارجاع شغل به شخص که شایستگی او به صورت متوسط از اندازه لازم بیشتر است (خطای نوع اول) با ارجاع شغل به شخصی که به طور متوسط شایستگی او از اندازه لازم کمتر است (خطای نوع دوم) همایه وقابل جمع نیست.

با توجه به عین نکته است که معمولاً در امتحانات اگر نمره شاگردی کمی از ۱۰ کمتر بود اورا ارقاً می پذیرند ولی هیچگاه دیده نشده است که وقتی که نمره شاگردی کمی از ۱۰ بیشتر است اور اراده کنند.

البته شاید این عمل از لحاظی عدول از انتخاب قطعی ناحیه بحرانی تلقی شود. ولی از طرفی مسلم است که یک معلم دستگاه خود کار نماین گذاری نیست. از طرف دیگر، شاگرد هم مانند یک قسť مسابقین نیست که سرشوشت او بتواند ما را کاملاً بی علاقه بگذارد. به بیان دیگر، اوضاع و احوال و واقعیت های زندگی با قالب ساخت ریاضی که مبارای نهایش یا توصیف آنها می سازیم بسیار تفاوت دارد. گنتگوی بیشتر در این نکته از حوصله این مقال بیرون است.

به هر صورت برای آنکه از بخطای طولانی که بیشتر بمسیله شخصی یا مسئله حاس مورد مطالعه بستگی دارد احتراز شود، در اغلب موارد قرار گلی بر آن است که خطای نوع اول، یعنی در مساوی ۵ درصد می گیرند. یعنی در ۵ درصد حالتها فرض عدم درست رد می شود. آن وقت ناحیه بحرانی دا طوری انتخاب می کنند که خطای نوع دوم یعنی ۸ مینیم شود. مقداره درصد خطای نوع اول دا تراز فیشر (Fisher) می نامند.

اکنون می پردازیم به محاسبه مقادیر خطاهای نوع اول و دوم در مسئله مورد بحث.

چنانکه گفتم میزان خطای نوع اول احتمال رد فرض عدم است و تدقیق که این فرض درست می باشد. پس مقدار آن مساوی است

شخص برای تصدی شغل M شایستگی نداشته باشد. در این صورت باز طبق قرار غیرقابل عدول خود باید فرض عدم را پذیریم. یعنی گرچه حقیقتنا این شخص متعلق به جمیعت B، یعنی جمیعت هنجاری با میانگین A است، ولی جون $\frac{M}{N}$ در ناحیه غیر بحرانی قرار دارد، ما او را می پذیریم. اینجا بین خطای مرتب مسشویم که عبادت است از قبول فرض عدم، وقتی که در واقع این فرض نادرست است. این خطای در علم آمار خطای نوع دوم می خواند.

این دو نوع خطای احتراز نایابی نداشته باشند. ولی چون نا پذیده ای جنبه کمی نداشته باشد نمی توان در آن مطالعه دقیق علمی انجام داد، لازم است که برای این دو نوع خطای ندانه یا میزانی در تظریگیریم.

میزان خطای نوع اول یا $\frac{M}{N}$ احتمال آن است زده و تدقیق که فرض عدم H_0 درست است، نقطه $\frac{M}{N}$ در ناحیه بحرانی R قرار گیرد و میزان خطای نوع دوم یا $\frac{N-M}{N}$ احتمال آن است که وقتی که فرض عدم H_0 نادرست و فرض متقابل H_1 درست است نشانه $\frac{N-M}{N}$ در ناحیه غیر بحرانی R واقع شود.

البته کمال مطلوب عالی است که مقادیر $\frac{M}{N}$ هر چه ممکن است کوچکتر باشند. حتی میل داریم که میزان هر دو خطای سفر کنیم. ولی بدآسانی می توان دید که ممکن نیست که در عین حال میزان هر دونوع خطای سفر گردد، مگر آنکه حاصل ضرب $B \cdot A$ منطقی با آمیزش در فنازی نمونه ای متناظر با دو جمیعت B و A دسته ای باشد تهی و همچنانکه در الگویی این پذیده ای است که در یک مسئله معین عملی سیار بمندرجات دیده می شود.

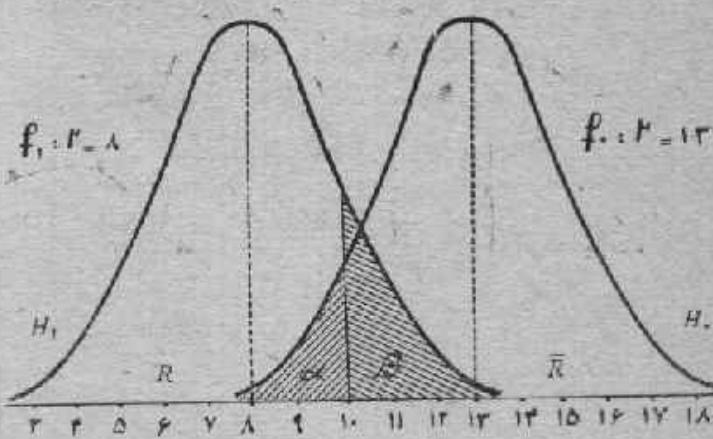
گرچه قیاسهای مع المارق تلیر آنچه هم اکنون خواهیم گفت از طرف کسانی که با علوم مثبت و دفیع سروکار دارند به هیچ وجه شایسته سزاوار نیست، ولی به عنوان گویند چنین به تظری رسید که نتیجه اخیر کم یا بیش اصل عدم قطعیت های نیز گست (Heisenberg) را بپیاد می آورد. چنانکه می دانیم بمحض این که بایکدیگر ارتباط دارند، مثلاً وضعیت ذره و مقدار حرکت آن در لحظه معین، هیچگاه نمی تواند از محدوده ثابت بلانک (Plank) یعنی $10^{-37} \times 6.6237 = h$ کوچکتر شود.

چنین به تظری رسید که حتی در زندگی عادی نیز به مسائلی برمی خودیم که در آنها ممکن نیست دو کمیت را که با یکدیگر ارتباط دارند در عین حال به دلخواه کوچک کرد. به هر صورت شاید بتوان گفت که کلیت اصل عدم قطعیت بیش از آن است که امروز به تظری رسید.

هنگاری موزون معلوم می شود که $\beta = 0.519$ را کوچکتر از روی شکل کاملاً واضح است که اگر بخواهیم α را کوچکتر کنیم، لبیز رگنر خواهد شد. همچنین اگر بخواهیم β را کوچکتر کنیم، α بزرگتر خواهد شد.

اگر کنون اگر تراز فیش را برای α اختیار نماییم، یعنی اگر α را مساوی ۵ درصد بگیریم، از روی جدولهای تابع هنگاری موزون معلوم می شود که ناحیه بحرانی عبارت خواهد بود از $R = 9.572$ و برای این ناحیه بحرانی مقدار $\beta = 0.195$ به دست می آید. چنانکه می بینیم، وقتی که $\alpha = 0.17$ را از α کم می شود، این دو برابر آن است برای افزوده می گردد. اگر کنون نه تنها مسئله ای که ما طرح کرده بودیم کاملاً حل شده است، بلکه اولاً می دانیم که جواب آن با چه فرضیاتی بدست آمده است و ثانیاً می دانیم که در حل آن بداقرب احتمال مرتفع آنها ای اجتناب تأثیری شده ایم و بالاخره حد اکثر میزان خطای این را که ممکن است مرتفع شده باشیم نیز محاسبه کردی ایم. آیا این بهترین طرز حل یک مسئله با استفاده از دوشیاهی علمی نیست؟

با مساحت سطح واقع در زیر منحنی هنگاری متناظر با فرض عدم با $\alpha = 0.13$ وقتی که α در ناحیه بحرانی R یعنی 10.67 است. فراوانی مساوی ۲ بگیریم.



از جدولهای تابع هنگاری موزون معلوم می شود که $R = 9.572$. همچنین میزان خطای نوع دوم احتمال قبول فرض عدم وقتی که این غرض نادرست می باشد.

پس مقدار آن مساوی است با مساحت سطح واقع در زیر منحنی هنگاری متناظر با فرض مقابل یا $\alpha = 0.13$ وقتی که نقطه α در ناحیه بحرانی R یعنی 10.67 است. از دوی جدولهای تابع

چرا پنهانی است؟

دو عدد متماثل سه رقمی در نظر بگیرید (مثل ۷۵۴ و ۷۵۶). حال این دو عدد را بعد از هم بنویسید تا یک عدد شش رقمی حاصل شود (۷۵۶۷۵۴). تاریخ چیز جالبی نبود. اما اگر امتحان کنید می بینید که این عدد هم بر ۷ قابل قسمت است و هم بر ۱۱ و هم بر ۱۳!

ارقام دو عدد متماثل را عوض کنید، باز عدد شش رقمی حاصل هم بر ۷ و هم بر ۱۱ و هم بر ۱۳ قابل قسمت است.

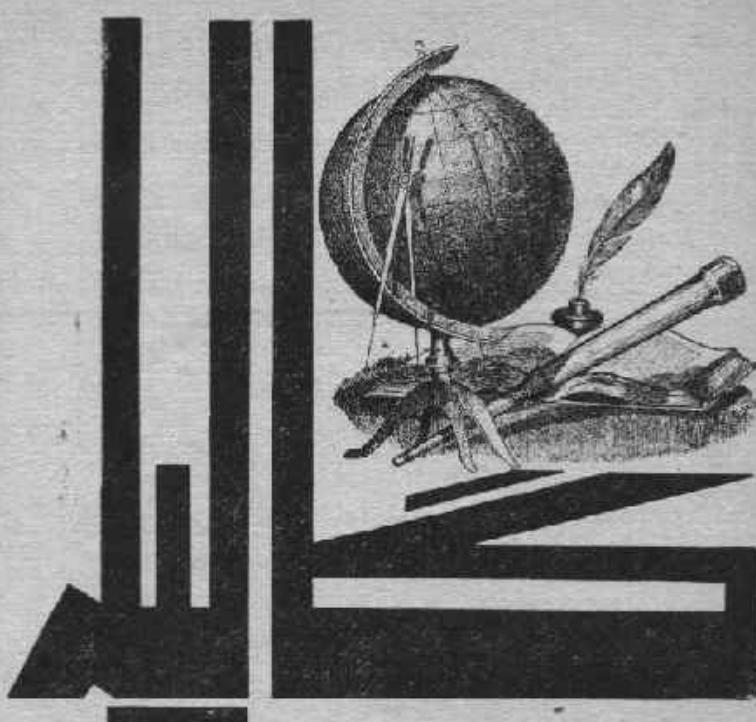
می توانید بگویید که چرا چنین است؟

پاسخ به «چرا چنین است» شماره ۷۷

اگر به طور کلی جمله اول رشته را a و جمله دوم را b فرض کنیم، جمله هفتم آن می شود: $5a + 8b$ و مجموع دو جمله آن می شود: $55a + 88b$ (جمله ها را بنویسید و این مقادیر را به دست آورید).

$$55a + 88b = 11(5a + 8b)$$

$$= 55a + 88b$$



این مقاله گوئشی است که ، به مناسبت چهارصدین سال
بولدگانیله ، پیرای تحقق بخشیدن به آرمان یو نسکود باره
حسن تقاضم بین ملل قدریم خوانندگان عزیزمجهامی گردید.
«شورای نویندگان»

ترجمه «مهدی عدیم

کرد و دوقطبمسرب هموزن پر دوسرا آنها بست و سرهای دیگر تجاهها
را بدروی قلاب گرده و از پدر بر رگش خواهش گرد که اورا در
این آزمایش کمک کند ، بدین ترتیب که خود نوسانات یکی از
آرگهای دیدرباز رگش نوسانات دیگری را بهمارد.

پیر مرد شاهزاده ایشان را بالا از احاطه و در حالی که زیر ای از
افکار خام گالیله اظهار ناراحتی می گرد با این کار موافق نمود .
گالیله دو آونگی که ساخته بود گرفت و یکی را جهاد و حب
و دیگری را دو و حب از امتداد شاقولی منحرف ساخت و در یک
زمان رها ساخت . سپس آنها شرع به شمارش نوسانات آونگها
گردند . تبعیجه درست یکی بود یعنی هر آونگ درست در یک زمان
صد هزار نوسان کرده بود . دو آونگ به رغم تفاوت زیادی گذار
فاصله با امتداد قائم داشتند در یک زمان به این امتداد می رسدند .
بنابراین در حرکت نوسانی چهلجراغ گلیسای شهر ،

گالیله قانونی از طبیعت را کشف کرد که امروز در مورد شمارش
ضربان نیش و اندازه گیری زمان به وسیله ساعت و کسوف
خوارشید و حركت ستارگان به کار می رود .

در گلیسای بزرگ شهر پیروزی دانشجوی حوانی بر زعین
ذا نوزده به دعا مشغول بود . سکوت مطلق بر عده جا حکمرانی
می گردد جز صدای گوش خراش زنجیر چهلجراغ ، صدای یه گوش
نمی رسید . چند لحظه قبل که متولی کلیسا ، در چراغها روغن
می ریخت این چهلجراغ را بدون توجه به حال نوسان رها کرده
بود . صدای تیک تاک زنجیر ، دعای این دانشجو را قطع کرده
و او را بایک سله افکار طولانی مشغول داشته بود .
ماگاه در میان بیت و حیرت سایر ازان از جا پرید و بیا خاست .
از آهنگ زنجیر چهلجراغ نوری در دلش تاییده بود . حس کرده
بود که این آهنگ منظم و یکتو احت است و زمان رفت و پر گشت
چهلجراغ ، با وجود آنکه دامنه نوسانات تدریجاً کاهش می باید
تعییر نمی کند .

آیا این مطلب دارست فهمیده بود ؟ بی درنک به سوی
خانه شتابت که به تحریر به دریابد که آنجه را حدم می زد ، خیالی
بیش نیست با آن که به کشف یکی از حقایق جهان فایق آمده است .
به محض ورود به خانه دو تکه ریسمان به یک طون انتخاب

می کردند . و قن که گفته می شد که فلان مطلب را ارسلاو گفته است ، برهه فرض بود که آن را بدون جون و جرا پیشیرند . امادا نشجوی جوان ماییدی نبود که از این پادها بارزد . وی جرئت و تپور آن را داشت تا عقاید و قدرهای استادان را در مقابل مشاهدات خود فرازدهد و آنها را با هم مقایسه کند . دیری پایید که اولیا دانشگاه به گستاخی این دانشجویی بودند . تصمیم بر آن گرفتند که بد تأثیر شهرت نیک دانشگاه و برای هدایت این دانشجو اذاین بنبر و ائن جلو گیری کنند . نامه ای به پدرش نوشته و آن موسیقیدان پیر را از این گناه پسر آگاه کردند . پدر ناجار پسر خود را تهدید کرد که به نظرات استاد اش احترام بگذارد و از دنال و اطهار نظر بیحاد رباره مجهولات دست بردارد . اما گالیله به این تهدید و قمی مقابله . او یک مطلب اساسی کشف کرده بود و آن این که علم ریاضیات زبان طبیعت است و حاضر شده بود که همه زندگی خود را وقف تحصیل این زبان بگذرد .

۴

استادان گالیله از دادن گواهینامه دکترا به او امتناع کردند و اونا چاره ای داشتند که از طرفی به علت مردود شدن و شکست در دانشگاه و از طرف دیگر بعیض شیوه بازی با اشکال ، شهرت نامطلوبی را فته بود ترک گفت . اما مهارت او در شیوه بازی با اشکال مورد تقدیر مولتی و گلاؤویو و مومنت ، ریاضیدان این پرسته ایتالیا فرار گرفته بود . گالیله مشاهدات علمی خود را برای آنان می نوشت و به همین دلیل از جانب آنان لقب «ادشیدس روز» گرفته بود . اما این ارشیدس روز بمزودی دریافت که ریاضیات ، از نظر تحصیل معاش ، هر گز پهپای پرشکی نمی وسد ، چه در آن زمان عده کثیری هم پیش بودند و عده قلیل کنجدکار . گالیله کوشش کرد که شاگردانی چند از طبقه اشراف به دست آورد ، زیرا افراد معمولی به سختی حاضر می شدند که قرمهای نان و کره محسوس را باناء اعداد مجرد بدهند . خوشبختانه در این زمان کرسی ریاضیات در دانشگاه پیزا بدون منصب شده بود و گالیله موفق شد که آن را اشغال کند . این نیز تهابه این جهت بود که حقوق دارندۀ این کرسی فقط ۵۰۰ ریال در سال بود و به علت کمی حقوق «داوطلبی» برای آن پیدا نمی شد .

گالیله برای اینکه در آمد خود را به حدی برآورد که کفای مخارج رورانداش را بدهد ، تصمیم گرفت که اوقات فراغت خود را به کارپزشکی مشغول شود . اما به علت آنکه بیش از پیش به آزمایش‌های خود مشغول بود وقت اختیاری نداشت . قصد وی آن طور که خود اطهار می داشت ، این بود که به حای قبول عقاید

گالیله پیوسته به آزمایش مشغول بود . حتی در کودکی به آنچه دیگران می گفتند متکی نمی شد . هرچه را که می دید و می شنید برای تحقیق به فکر و حواس خود عرضه می داشت . وی که فرزندیک موسیقیدان بود ، از شجاعی به موسیقی ستارگان که قدمای پستان اعتقد داشتند علاقمند بود ، پدرش او را طفلی کم حواس و متوجه بستارگان می پنداشت که چیزهای عجیب می بینند و مذاهایی وهمی می شود . در مردمه و فرقه گه معلم می خواست که به بیان اهمیت حروف اضافه در زبان لاتین بالفعال ایتالیائی پیردازد ، تعنی گالیله در میان ایرها همراه با بالوقت که پدرش به عنوان هدیه بعوی اعطای کرده بود پرواز می کرد . به هنگام بازی ، به ساختن انواع اسباب بازیها از قبیل گاری و کشتی و آسیاب و آنچه را که با حواس خارق العاده قین خود در طی راه رفتن می دید دست می زد .

در دوازده ماهگی او را به یک مدرسه منتهی واقع در والوهروسا ، محل مقدسی که زوار برای زیارت آنجا حاضر به از دست دادن جان خود بودند ، فرستادند . در این مدرسه گالیله با وجود آنکه تحت نفوذ راهبه ها قرار داشت ، گاهی عکس العملهای برای برهم زدن مقررات مذهبی نشان می داد . پدرش با این کار گالیله مخالف بود و به همین دلیل اورا از آن مدرسه بیرون آورد و در نظر داشت که وی را به کار تجارت لباس پیگمارد .

با این همه ، گالیله افکاری وینه خود داشت . اصرار عی ورزید که شاغل نیکی از مناغل علمی باشد . علاقه داشت که در ریاضیات تخصص پیدا کند ، رشته ای که در آن روزهای حاصلیت مرادف با یک عمر فقره بود . سرانجام پدر و پسر به توافق رسیدند و گالیله برای تحصیل علم پرشکی وارد دانشگاه پیزا شد .

اما گالیله در باطن ، به عشق تحصیل ریاضیات این پیشنهاد را پذیرفته بود . وی اغلب دوزیز کتابهای درس پرشکی خود ، نوشته های اقلیدس و ارشیدس را پنهان می کرد و در مطالعه آنها نوطه ورمی شد . و در اوقات فراغت نیز به آزمایش‌های می پرداخت که لوازم آن را خود ساخته بود .

استادان دانشگاه به زودی به نوع معالمات و تجربه‌های اویی بر دند و عدم موافقت خود را اعلام کردند . آن روزها تکر و تحقیق در باره موضعات علمی یک نوع فیض عقیده محسوب می شد . دانشمندان عقیده داشتند که تمام مسائل علم سرانجام و منحصر آباید از عقاید ارسطو تبعه گرفته شود . اگر اینها دانشجویی جرئت جسارت و انتقاد کردن از عقاید رسمی دایدا می کرد ، استادان در پاسخ به او فقط به گفته‌های ارسطو استاد

بسقوط آغاز کردند ، در فنا باعث بهابین آمدند و سر انجام با
هم بزمین رسیدند .

تنفس گالیله ثابت شده بود ، اما هنوز استادان بودند که این
آزمایش را باور نمی داشتند و بدرغم آنچه پیشتر خود دیده بودند ،
باز هم عناید اسطو را پیش می کشیدند و گالیله را مورد ظلم
قرار گرفتند .

۴

پاکه اون احوال و نا وجود محروم است بسیار ، گالیله به
تدریس و زندگی غیررسمی خویش ادامه می داد . درین امور رات
دانشگاهی چنین بود که استادان باید ملازم به کلاس . درخواستها
هم لیاس گشاد رسمی خود را پیشند . گالیله این مقررات را
شکست . پوشیدن جنبین لیاس که شخص را از راه رفتن باز
می داشت ، به ضطر گالیله کاری بیث می نمود . همان طور که میل
داشت در فکر کردن و اظهار عقیده آزاد باشد ، مایل بود جماعت
آزاد باشد . وی معتقد بود که لیاس رسمی ، ماقن عقاید رسمی ،
از جمله چیزهایی است که شیطان برای بشر ساخته است . کراراً
محجور می شد که قسمی از حقوق ناچیز خود را به عنوان
نقض مقررات پیش دارد . بالاخره ظرفت مقامات دانشگاه در مقابل
این جوان سر مستخت ، که جرئت بی اعتنای و عدم رعایت افتخار و
عادات روزرا داشت ، تمام شد . با این تیجه رسیدند که او شخصی
نیست که سلاحیت هدایت و راهنمایی نسل جوان را داشته باشد .
باید بهانه ای تراشیده و اورا از خدمت در دانشگاه معاف کرد .

با فتن این بهانه زمان زیادی طول نکشید . شاهزاده
«دان جیووانی دومدیسی» فرزند «کاسیمو» اول ماشینی
لاروی اختراع کرده بود و پیشنهاد می کرد که از آن برای پاک
کردن پندر «له گتوون» استفاده شود . نمونه این ماشین را
برای امتحان و اظهار نظر به پیش گالیله پرداخت . گزارش گالیله ،
که سر انجام درستی آن ثابت شد ، برای شاهزاده ناخوش آیند
بود . گالیله گزارش داده بود که این ماشین از یافکری ساخته شده
است و قابل استفاده نیست . شاهزاده اذاین توهین آشکار که به مقام
وی شده بود سخت برانگیخت و فرمان بر کناری گالیله را ازست
استادی دانشگاه ، به علت عدم صلاحیت ، مادرگرد . مقامات دانشگاه
منتظر چنین بهانه ای بودند . دانشجویان هم قبله به وسیله
استادان پیرو ارسقوت تحریک شده و به صفت آنها پیوسته بودند !
در تیجه گالیله از دانشگاه پیزا اخراج شد .

ولی گالیله ، همان طور که قبله هم اشاره کردیم ، دوستانی
نیز داشت . به کمال آنان و دیگر دانشمندان ریاضی و فیزیک ، که
ارزش واقعی تجارت اورا درکرده و آنها را دنبال می نمودند ،
توانست سمت دیگری بهتر از سمت قبلی در دانشگاه «پادوآ»
بنقیه در صفحه ۶۶

علمی ارسطو ، جون اسول تغییر ناید ، همه آنها را به محک آزمایش
بزرند . عقیده داشت که راه دریافت حقایق علمی مطالعه
کتاب طبیعت است نه از پر کردن کتابهای ارسطو .

دانشجویان بالخندهای قلیق و مخنیانه پاسخ نهانی وی گوش
می دادند و استادان قریاد تکنیک او را بلند کرده بودند . هه
می گفتند که این جوان گستاخ تازه کار با کنار گذاشتن کتابهای
متدن ارسطو و حایگزین ساختن آنها با اسبابهای مسخره ای
جون نفع و سرب و احمر و دایره و زاویه و صفحه ، به نفعه ای در
سر من پرورداند ! معتقد بودند که اینها اسباب بازی کودکان است
نوسایل تحقیق جدی دوباره اسرار جهان . اورا نهادید کردند
که دست از آن مسخره بازیها بردارد والا چنان درسی بدوی دهند
که در بقیه عمر هر گرفراموش نشود .

اما جون گالیله دست از انجام آزمایشیای خود نشست ،
اولیای امور تصمیم به اقدام جدیتری گرفتند . موضوعی پیش
آمد که یقیناً آنان سر انجام موجب «سوابی و سرشکستگی
گالیله» می شد . او برخلاف تعالیم ارسطو می گفت که اگر دو وزنه
مختلف وزن را از یک ارتفاع و در یک لحظه رها کنیم ، در یک
زمان به زمین خواهد رسید . استادان دانشگاه این نظر را که
یک گلوله توپ و یک پر مرغ با یک سرعت در فنا سقوط می کنند
نظری احتماله و می اسas می دانستند و می پنداشتند که آزمایش
این امر مجال باعث فناخت همیشگی گالیله خواهد شد . بنابراین
به او احتفار کردند که برای اثبات درستی ادعای خود در مقابل
استادان دانشگاه و دانشجویان و سایر طبقات مردم حاضر شود .
گالیله با خوشحالی تمام این دعوت را پذیرفت . محلی
را که برای نمایش در خطر گرفت ، برج معروف پیزا بود . در روز
موعود ، استادان لیاس رسمی محملی و بلند خود را پوشیدند و
به محل نمایش رفند . دانشجویان و سایر افراد خوشگذران
شهر به دنبال آنان راه را افتادند . جمیعتی برای تماشای محو
شدن شخصیت یک قدر گرد آمده بود .

تا کنون به فکر هیچ کس نرسیده بود که مطلبی به این سادگی
را برای خود تحقیق کند ، جدهمه می گفتند که ارسطو چنین گفته
است ولزومی ندارد که در این باره به مفز خود فشار وارد آوریم .
به همین سبب ، وقتی که گالیله برای انجام آزمایش از
پلهایی برج بالایی دفت ، مردم او را مسخره می گردید . ولی در
یک دست گلوله ای پنج کیلوگرم و در دست دیگر گلوله ای نیم کیلوگرم
حمل می کرد . لحظه موعود فر ارسید . گالیله این دو گلوله را
از بالای برج رها کرد . ابتدا فریادهای مسخره آمیز و سپس
نمزمهای اعجاب از جمیعت به گوش رسید . عملاً آنچه محل
می نمود افق افتاد . دو گلوله آنها در یک لحظه از بالای برج

بیان تفاوت ره از کجا نست، تا به کجا

«بر-ش و باسخ زیر از مجله «ریاضیات برای دانش آموزان» چاپ آمریکا،
توجه مارا جلب کرد و از «آقای مهدی مدغم» تقاضا کردیم که آن را برای
خوانندگان مجله بکان ترجمه فرمایند. اینک ترجمه‌ای را که ایشان تهه
فرموده اند از نظر شما می‌خواستید؟»

درباره اعداد اول

وی جواب داد که برای این منظور باید موضوع را با یک مجله ریاضی در میان بگذاریم و از خوانندگان آن بخواهیم که فرمولهای فوق را امتحان کنند. بنابراین از شما تقاضا می‌شود که فرمول فوق را امتحان کرده نتیجه را اعلام فرمایید که آیا فرمولی که کشف کردید این صحیح است؟

ثانی همین - رونالد باربانل

باسخ مجله - محلاط ریاضی عموماً و سایلی ندارند که فرمولهای شیوه این فرمول را امتحان کنند تا به صحبت توجه ای که از آنها استفاده می‌رود پی بینند. با این وصف می‌توان آن را در مجله درج کرد همان‌طور خوانندگان دلیلی برای محت آن بیان ندانند.

اما در این مورد، مامطلوب را با آقای تمام‌ولف دانش آموز دیروستان ویسکانسین در میان گذاشتم و او ایشان خواست که دیم که فرمول فوق را تا حدود $n=500$ امتحان کرده و بیینند که بازاء جمیع مقادیر کمتر از آن آیا اقلالی بیک عدد اول از جهار فرمول فوق نتیجه می‌شود و آن.

تام مطلب دایر ای باسخ گرفتن از یک ماشین حساب الکترونیکی که در دانشگاه ویسکانسین بود هوت کرد. این کار او باز مردقته وقت گرفت و بعد ماشین هز بور در عرض ۱۲ ثانیه اعلام کرد که فرمولهای فوق تا $n=60$ اعداد اول به دست می‌دهند.

اما بازاء $n=60$ هر چهار عددی که از جهار فرمول مزبور تبیین شوند غیر اولند. یعنی بازاء $n=60$ ، $n=100$ ، $n=75681$ و $n=78299$ بر $n=1$ و $n=6132$ بر $n=32417$ قابل قسمتند.

ما بین و میله از آزمایشگاه تجزیه اعداد دانشگاه ویسکانسین برای اینکه ماشین حساب خود را در این مدت جهت تحقیق محت این فرمول به کاربرده اند تکریبی کنیم.

سردیگر این من ورونا لد بار بانل که یکی از دوستان من است شنیده بودیم که تاکنون کسی پیدا ننموده که فرمولی پیدا کنند که حاصل آن بازاء جمیع مقادیر n اعداد اول باشد. اکنون ما فکر می‌کنیم که جنین فرمولی را پیدا کردیم.

گرچه فرمولی را که ماییدا کردید این شامل جمیع اعداد اول نیست، اما توجه آن منحصر آعداد اول است. این فرمول عبارت است از $n = n^3 + n^2 + n + 1$ که در واقع قابل تقسیم به این چهار فرمول است: $n^3 - n^2 - n + 1$ و $n^3 + n^2 + n - 1$ و $n^3 - n + 1$.

هر کدام از این عبارات بازاء جمیع مقادیر n عدد اول نتیجه نمی‌دهد، اما در میان چهار عبارت فوق «اولاً» یکی از آنها هست که عدد اول نتیجه نمی‌دهد. مثلاً اگر $n = 2$ فرسکیم: $11 = 11 - 2 + 1 - 9 = 2 + 1 - 9 = 2 - 1 - 9 = 2 - 1 - 2 + 1 = 2 + 1 - 2 = 2 - 2 + 1 = 1$ که جویی کی از این چهار عدد پیشیه اول می‌باشد. و اگر به $n = 12$ نسبت دهیم فقط عبارت $1741 = 174 + 12 + 1$ اول است و سه عبارت دیگر بازاء $n = 12$ عدد اول به دست نمی‌دهند. از مثالهای فوق به خوبی معلوم می‌شود که فرمولهای ما جگوئه اعداد اول را به دست می‌دهند. ما اعداد از ۱ تا ۱۰۴ را تمام‌آمتحان کردیم و نتیجه موقتی آیند بوده است. با وجود این اگر توجه تابع اعداد طبیعی دیگر به تحلیل موقتی آیند، اما از آنجایی که بازاء اعداد بزرگتر از ۱۰۴ نتیجه، اعداد اول بسیار بزرگی می‌شوند، و ماتناظر این جدولی شامل اعداد اولی به این بزرگی پیدا کنیم، نمی‌توانیم در این خصوص اثبات انتشار قضیی کنیم.

رونالد و من از عمل خود سوال کردیم که به چه ویله می‌توان ثابت کرد که نتیجه این فرمول همراه عدد اول است یا آنکه مسکن است عدد غیر اولی. هم از این فرمول به دست آمد.

دریک میهمانی

ترجمه و تنظیم از: پرویز شهریاری

دارد؟ اذظر من تنها به این معنا است: توقف کردن متواالی در چنان نتاطی که بشود یا کشیدن را از همه طرف دید. و پس رورا به طرف پیر مردی که در جمع حاضران بود برگرداندو گفت:

- مگر همین طور نیست استاد؟

- استاد حواب داد:

- بحث شما بر سر مفهوم کلمات است. در چنین هواقی باشد از اینجا شروع کرد که صحبت پرسید: «باید از معنای کلمات شروع کرد. بیشترم چرخیدن به دور یا کچیز» یعنی این چیست؟ این مفهوم را به دو طریق می‌توان تعریف کرد. اولاً می‌توان با این مفهوم، حرکت روی منحنی مسدودی را در نظر گرفت که شیئی مورد نظر در داخل آن قرار گرفته باشد. این یک مفهوم «چرخیدن به دور یا کچیز» است. اما مفهوم دوم آن این است که نسبت به یک شیئی چنان حرکت کنیم که با توانی آن را از همه طرف بیشترم. با مفهوم اول می‌توان گفت که شما جهار مرتبه سنجاب را دور زده اید. واگر تعریف دوم را قبول کنیم، همان طور که می‌بینید لازم نیست که اگر درون فرنجی باشد زبان صحبت کند، مفهوم برای هر دو طرف یک حور فرموده شود.

- بسیار عالی بود. می‌توان قبول کرد که برای چرخیدن دو مفهوم وجود دارد، ولی کدامیک صحیح است؟

- به این ترتیب نمی‌توان سوال را مطرح کرد. می‌توان هر کدام را که میل شماست انتخاب کرد. ولی می‌توان پرسید که کدام تعریف عمومی تراست و شامل بیشتری دارد؟ به قدر شخص من تعریف اول بهتر روح مطلب دایان می‌کند. ذیر اهمان طور کمی‌دانید، خورشید در ۳۶۵ شباه روز یک دور کامل دور محور خود می‌چرخد...

- خورشید دور خودش می‌چرخد؟

- البته، همان طور که زمین دور خودش می‌چرخد. حالا فرض کنید که اگر خورشید حرکت دورانی کند تسوی داشت و به جای ۳۶۵ شباه روز در $\frac{1}{365}$ شباه روز، یعنی یک سال دور خودش می‌چرخد؛ در این صورت همیشه یک طرف خورشید به سمت زمین متوجه بود و به عبارت دیگر، ما «بشت» خورشید را

۱ - عده‌ای از دوستان به شام دعوت داشتیم. قبل از آنکه شام حاضر شود مدعوین در آنرا پذیرایی نشسته بودند. یکی از آنها چنین نقل کرد:

اعزوز صبح من باستجایی بازی قایم موشك داشتم. لابد می‌دانند که در چنگل مامحوطه کوچکی وجود دارد که درخت سپیدار بزرگی در وسط آن است. سنجاب پشت این درخت مخفی شده بود. همین که از پیشه به محوطه آدم چشم بیرون نمی‌نماید با چشم‌های زنده‌اش افتاد که از پشت درخت به من نگاه می‌کرد. با احتیاط بدون ایکه به او نزدیک شوم در کناره محوطه به راه افتادم تا خود را از دید حیوان مخفی کنم. چهار مرتبه درخت دادور زدم. اما حیوان منتقل خود را به طرف دیگر درخت می‌کشید، به طوری که در هر حال من فقط پوزه اور امی دیدم. به این ترتیب من موفق نشدم دور سنجاب بچرخم.

یکی از حاضران گفت:

- ولی شما خودتان گفتید که چهار مرتبه دور درخت چرخیده‌اید.

- بلی دور درخت، امانه دور سنجاب.

- ولی آخر سنجاب روی دور خود بود.

- خوب باشد!

- یعنی شما سنجاب را امانه دور نموده‌اید.

- چطور سنجاب را دور زده‌ام، در حالی که یک بارهم پشت او را ندیده‌ام.

- پیش از اینکه هر بروط است؟ سنجاب در هر کن دایره قرار گرفته و شما محیط دایره داخلی کنده‌اید. یعنی سنجاب را دور زده‌اید.

- چطور نمی‌فهمید؟ فرم کنید که من می‌خواهم دور شما بچرخم. اما شما عجیبه صورت خود را به طرف من نگاه می‌دارید. آیا می‌توانید ادعا کنید که من دور شما چرخیده‌ام؟

- البته که می‌توانم، مگر غیر از این هم هست؟

- چطور چرخیده‌ام، در حالی که هر گز عقب شما بوده‌ام و پشت صرشار را ندیده‌ام.

- چه دلیل به پشت سدارد! شما روی منحنی پسته‌ای دور از چرخیده‌اید و تنها همین شرط لازم است، نداشتنکه پشت سر مرآ بینید.

- اجازه بفرمائید: چرخیدن به دور یک چیز چه معنایی

گذاشتند نتیجه شود : آن که مقدمه چوب گذاشتند ۳ ریال و آنکه مقدمه چوب گذاشتند ۵ ریال بگیرد . فقط در این صورت است که تقسم ، عادلانه خواهد بود .

کسی که معمار اطرح کرده بود و اکنون دیگر رجیس جلسه حساب می شد رشته کلام را به دست گرفت :

- راه حل هایی ممکن بعد اعلام خواهد شد . یکذارید یعنی روی آن فکر کنند . جوابهای درست را هنگام شام طرح خواهیم کرد . حالا فتو بدی شروع کند .

۳ - کار انجمنهای مدرسه - در مدرسه ما ۵ انجمن وجود دارد : انجمن ادبی ، علمی ، عکاسی ، شطرنج ، موسیقی . انجمن ادبی یک روز در میان تشکیل می شود ، انجمن علمی دو روز در میان (سروز یک بار) ، انجمن عکاسی هر چهار روز یک بار ، انجمن شطرنج هر ۵ روز و انجمن هوسیقی هر ۶ روز یک بار . روز اول مهر هر ۵ انجمن در مدرسه جمع شدند و از آن به بعد طبق بر قاعده ای که داشتند مرتبآ و بدون تحلیل جلسات خود را تشکیل دادند . حالا این سوال را مطرح می کنیم که در فعل پائیز چند روز وجود دارد که هر ۵ انجمن در مدرسه تشکیل جلسه داده اند .

استاد گفت :

- اجازه بدهید که به سؤال شما ، سؤال دیگری هم اضافه کنیم . در همین فصل سال چند روز و خود دارد که هیچیک از انجمنها در مدرسه تشکیل جلسه نداده اند ؟

یکی گفت :

- آهان فرمیدم ! مسئله ساده است دیگر هر ۵ انجمن باهم تشکیل خواهد شد و هر چهار روزی هم مدرسه بدون انجمن خواهد بود . این واضح است .

- برای جه ؟

- دلیل نمی توانم بیاورم ولی احساس می کنم که آنچه گفتم درست است .

- ولی این کافی نیست . هنگام شام معلوم خواهد شد که آیا احسان شما درست است یا نه ؟ اکنون نوبت شما است ،

دوست عزیز ؟

۴ - پدر بزرگ و نوه - آنچه را که من می خواهم حکایت کنم در سال ۱۹۳۲ اتفاق افتاده است ، در آن سال من برا بر بادور قسم را درست سال تولدم بود . ولی وقتی که من این مطلب را باید پدر بزرگ می گفتم او در میان تعجب قوی المادة من گفت : سن هم برا بر است بادور قسم را درست سال تولدم . به قدر هم رسید که این غیر ممکن است ...

یکان

هر گز نمی بدم . ولی آیا از این مطلب کسی این نتیجه را می گرفت که زمین به دور خود شید نمی گردد .

- حب حلا روش نشده که من هم دورست جای خود را بخواهد .

یکی از حاضران پیشنهاد کرد :

- بهتر است محققهای امتب خود را به همین زمینه اختصاص دهیم . یعنی هر یک از ما ممکن را که شنیده با خواهد کرد و درباره آن فکر کنیم تا جواب آن را به دست آوریم . ضمناً آنکه استاد نیز فاضی جلسه خواهد بود .

یکی از حاضران گفت :

- اگر مطالب به جیس یا هندسه من بوط باشد ، بند را معاف کنید .

یکی دیگر گفت :

- من هم همین طور .

- نه ! نه ! حمۀ باید شرک کنند ! ولی از همه حاضران خواهش می کنیم که مسائلی درباره بیرون و یا هندسه طرح نکنند ، مگر آنچه که من بوط به مقدمات کار باشد . خوب ، اعتراض نیست ؟

- در این مورد تمن آماده ام که ناخستین معمار اطرح کنم .

از همه طرف باشکن بین آمد :

- موافقیم ، شروع کنید .

۳ - در آشپزخانه مشترک - ممامای من من بوط به زندگی مشترک در یک ساختمان است و بنابراین مسئله زندگی و جالی است .

یکی از مستأجريان که مابرای سهولت اورا «خانم سه شله» می نامیم در احاق مشترک سه قطمه چوب می گذارد . مستأجر دوم (که او را «خانم پنج شله» می نامیم) ه قطمه چوب به اجر اضافه می کند . ولی مستأجر سوم (آقای بی شعله) همان طور که از نامگذاری ماید است ، چوبی به احاق اضافه نمی کند و از همایکانش اجازه می گیرد که ناهار خود را روی آتشی که آنها مشترک تهیه کرده اند درست کند .

آقای بی شعله به از اه استفاده از احاق برا بر به همایکان خود پرداخت ، حالا می خواهیم به بیان که این بول به چه ترتیب باشد بین دو همسایه تقسیم شود ؟

یکی از حاضران گفت :

- به طور متساوی ، برای اینکه از آتشی که دو همسایه درست کرده بودند ، به طور متساوی استفاده کرده است .

دیگری گفت :

- نه اشتباه می کنید ، باید به نسبت هیز می که در احاق

پس اگر ممکن است یک بار دیگر مسئله را شرح دهید .
خلبان با کمال میل قبول کرد و همه پادقت برای بار دوم
به حرفيهای او گوش دادند .

رئیس جلسه گفت :
- خوب ، می توانیم تا موقع شام درباره این مسئله فکر
کنیم و حالا بیقرار است که طرح مطالعات را ادامه بدیم .

۷ - سایه - کسی که خودش را برای طرح معا آماده کرده
بود گفت :

- اجازه بدهید من هم موضوع معماه خود را همان هواپیما
انتخاب کنم . سوال من این است که آیا هواپیما بزرگتر است
یا سایه کامل آن ؟

- تمام معماه شما همین است ؟
- همین .

- البته که سایه هواپیما بزرگتر است . مگر نه این است
که اشعة خورشید مثل پرهای پادین به طور محروظی از هم
دور می شوند .

یکی دیگر از حاضران گفت :

- من می گویم که درست بر عکس است . اشعة خورشید
موازیند و بنابراین هواپیما وسایه او باهم بدأبم می شوند .
- چه می گوئی ؟ مگر برای شما اتفاق بتفاوت است که بینید

که وقتی که خورشید پشت بلکقه ای پنهان شده است ، اشعة
آن از اطراف ایبر از هم دور می شوند ؟ سایه هواپیما باید خیلی
بزرگتر از خود هواپیما باشد ، همان طور که سایه ایبر هم از خود
ایبر خیلی بزرگتر است .

- اصلا برای چه همیشه این طور فرض می کنند که اشعة
خورشید باهم موازیند ؟ ملاحان و منجمان همه این طور فکر
می کنند ...
رئیس جلسه اجازه ادامه پیشدا نداد و رشته سخن را به نفر
بعد داد .

۸ - مسئله ای درباره چوب کبریت ها - کس که
نویت طرح سؤال با او بود ، قطعی کبریتی را پرداخت و تمام
کبریتها را روی میز خالی کرد و سپس آنها را به دست تقسیم
کرد .

صدایی بلند شد که :

- شما می خواهید آتش درست کنید ؟
- نه ! معماه من هر بوط به این کبریتها است . تعداد کبریتها

- مگر حالا غیر ممکن نیست ؟

- این طور فرض کنید که کاملا ممکن است و بینید گردام
از مادرسال ۱۹۳۲ چند سال داشته ام ؟

۵ - بلیط های راه آهن - یکی دیگر از مدعوین حاضر

در جلسه چنین شروع کرد :

- من دریکی از راه های فروش بلیط راه آهن کارهی کنم .
به نظر بسیاری از افراد ، فروش بلیط کار بسیار ساده ای است و به
نظر شان نمی رسید که حتی در یک ایستگاه کوچک چه تعداد زیادی
بلیط فروخته می شود . در حقیقت باید آنقدر بلیط متنوع داشت
تا مسافران بتوانند از ایستگاهی که هستند برای هر ایستگاه مورد
نظر خود را مسیر راه آهن (به هر دو طرف) بلیط تهیه کنند . من
در خطی از راه آهن کارهی کنم که ۲۵ ایستگاه دارد ، به نظر شما
چند نوع بلیط راه آهن باید برای همه باجه ها تهیه شود ؟

- حالا نوبت دوست عال خلبان است .

۶ - پرواز هواپیما - هواپیمائی از فرودگاه مهرآباد
مستقیما به سمت شمال پرواز کرد ، ۵۰۰ کیلومتر به طرف شمال
پیش رفت و به طرف مشرق پیچید . در این سمت هم ۵۰۰ کیلومتر پرواز
کرد و سپس به طرف جنوب پیچید ، و بعد از آنکه ۵۰۰ کیلومتر
در سمت جنوب پیش رفت به طرف مترب پروگشت و باز هم ۵۰۰
کیلومتر جلو رفت و آنگاه به زمین نشست .

سؤال این است که این هواپیما نسبت به مهرآباد کجا
به زمین نشسته است : طرف مترب ، مشرق ، شمال یا جنوب ؟
یکی از حاضران گفت :

- مثل اینکه ماراساده حساب می کنم ۱۵۰۰ قدم به جلو
پردار ، بعد ۵۰۰ قدم به سمت راست بررو ، بعد ۵۰۰ قدم به عقب
و ۵۰۰ قدم به طرف چپ ، به کجا می رسی ؟ واضح است که به همان
جا که حرکت کرده بودی ؟

- به این ترتیب به قتل شما هواپیما کجا به زمین نشسته
است ؟

- در همان فرودگاه مهرآباد ، یعنی همانجا که پرواز را
شروع کرده بود . مگر این طور نیست ؟

- مسلمًا این طور نیست .

- در این صورت من دیگر هیچ نمی فهمم !

نفر پهلوگی گفت :

- من گمان می کنم که مطلبی را درست نفهمیده باشیم . واقعًا
هواپیما در مهرآباد به زمین نشسته است :

درخت سروکهنسال بود توقف کردند . پیرمرد گفت دهقان را ازدست او گرفت و آن را زین خزنه هاشی که اضطراف کنده را پوشانده بود پنهان کرد . تا ۱۰۰ شمرد ، پیرمرد دوباره بطرف کنده درخت رفت ، دست خود را زین خزنه ها کرد و مدتی مغلوب ماند . بعد گفت رایبرون آورد و به دست دهقان داد .

دهقان کیفرا باز کرد و دید که واقعاً پولها دوبرابر شده است : ۱۲۰ ریال از پولها را به پیرمرد داد و از او خواهش کرد که بقیه را دوباره پهلوی کنده پر پر کت درخت پنهان نماید .

دوباره تا ۱۰۰ شمرد . پیرمرد باز هم مدتی خود را کنار کنده درخت مغلوب کرد و سپس کیفرا بین ون آورد . پولها دوبرابر شده بود و در نتیجه پیرمرد برای مرتبه دوم ۱۲۰ ریال از دهقان گرفت .

کیف را برای بار سوم پهلوی کنده درخت قراردادند . پولها این مرتبه ۵۵ برابر شده ، ولی وقتی که دهقان دستمزد فرادردادی ، یعنی ۱۲۰ ریال را به پیرمرد داده بود ریال هم در کیف باقی نداشته بود . بیچاره دهقان در این ماجرا تمام یول خود را از دست داده بود و دیگر پولی نداشت که آن را دوبرابر کند .

دهقان غمزده و ناراحت چنگل را ترک گفت .

البته راز دوبرابر شدن پولها بر شما پوشیده نیست . وقتی که پیرمرد کنار کنده درخت مغلوب شد ، مسئله دوبرابر شدن پولهارا حل می کرد . ولی آیا شما می توانید جواب سوال دیگر را بدهید .

وقتی که هنوز از کنده درخت سروکمک نگرفته بودند دهقان چقدر پول داشت ؟

صحبت که به اینجا رسید شام حاضر شده بود . یکی گفت که شام را بخوریم و بعد به حل این معماهای جالب پیردازیم . همه قبول کردند . ولی شام که صرف شد ، استاد پیشنهاد کرد که بهتر است معماهارا پنکاریم برای جلسه بعد مهمنانی تاهیه درباره آن فکر کنند . در آن موقع آگاهی برداره حل این معماها جالبتر خواهد بود . این پیشنهاد مورد قبول قرار گرفت و قرار داشد که همه در این پاره فکر کنند و سعی کنند که معماهارا حل کنند .

در این سه دسته مساوی نیست . روی هم ۴۸ عدد داشتند . ولی من به شما می گویم که در هر کدام چند عدد کمیت وجود دارد ؟ به توضیحات ذیر و دقت کنید :

اگر از کمیت های دسته اول به همان تعداد که در دسته دوم است برداشته و به دسته دوم اضافه کنم ، سپس از دسته دوم هم به همان اندازه که در دسته سوم کمیت وجود دارد برداشته و به دسته سوم اضافه کنم و بالاخره از دسته سوم هم به اندازه آنچه در دسته اول باقی مانده ، برداشته و به دسته اول اضافه کنم ، تعداد همه دسته مساوی خواهد شد . حالانگوئید که در هر دسته چند کمیت وجود دارد ؟

۹ - درخت اسرار آمیز - این معمای مدتی پیش یک دهقان عالمیت بدریافت برای من شرح داده است . این یک داستان کامل و بامزه است .

دهقانی در یک چنگل به یک پیرمرد نا آشنا برخورد کرد . باهم به گفتگو پرداختند . پیرمرد با دقت دهقان را برآورد کرد و گفت :

- من در چنگل کنده درختی وادیده ام که فوق العاده عجیب است . این کنده درخت می تواند کمک بزرگی برای قرار گیری باشد .

- چه کسکی می کند ، مریضه ارا شفا می دهد ؟

- نه ! به مریضها کاری ندارد ، بلکه پول خود را کس را دوبرابر می کند . یک پول خود را پهلوی آن قرار می دهن . بعد تا ۱۰۰ می شماری . آن وقت پولی کمتر کیف تو بوده است دوبرابر می شود . این خاصیت کنده درخت است .

دهقان با شتایاق پرسید :

- آیا من هم می توانم امتحان کنم ؟

- البته که می توانی ! فقط باید دستمزدی پیردازی .

- به چه کسی باید دستمزد را پرداخته ؟ خبلی نیاد است ؟

- باید به کسی پیردازی که رام را به توانشان می دهد ، یعنی

به من . اما در برای مبلغ آن می توانیم باهم کنار بیایم .

جانه زدن شروع شد . وقتی پیرمرد متوجه شد که دهقان پول زیادی ندارد ، موافق کرد که پس از هر بار که پول اودوبرابر می شود ۱۲۰ ریال پیردازد .

پیرمرد ، دهقان را به عوق چنگل برداشت ، مدتی به این طرف و آن طرف رفته و بالاخره پهلوی کنده بزرگی که با قیمتانده یک

یک محاسبه ساده درباره سرعت

انتشار شایعه

گاهی اوقات یک شایعه به سرعتی انتشار می‌یابد که باور نکردنی است. از مطلبی که فقط یک نفر اطلاع داشته است در کمتر از یکی دو ساعت همه اهالی یک شهر مطلع می‌شوند.

این سرعت خارق العاده به قدری از حد همکار خارج است که جنبه اسرار آمیزی خود می‌گیرد. آیا واقعاً موضوع این چنین اسرار آمیز است؟

اجازه بدهید برای مشکافی موضوع از اعداد و اعمال کمک بگیریم و تاریکیهای آن را چون روز روشن کنیم تا معلوم شود که مطلب آنقدرها هم اسرار آمیز تیست.

- فرض کنید که مسافری وارد شهری می‌شود که در آن شهر به غیر از بچه‌ها ۵۰،۰۰۰ نفر انسان که سنشان از پانزده سال به بالا است زندگی می‌کنند. این مسافر ساعت ۸ صبح وارد این شهر می‌شود. او مطلبی را می‌داند که هیچیک از اهالی شهر از آن اطلاع ندارند. در محلی که بیتوته می‌کند، این مطلب ازدهان مسافر به گوش ۳ نفر از اهالی شهر می‌رسد. باز فرض کنید که جیریان نقل موضوع به آن سه‌نفر بیش از ۱۵ دقیقه طول نکشد.

به این ترتیب در ساعت ۸ وربع صبح موضوع را ۴ نفر می‌دانند. او سه نفر از اهالی شهر. بگیریم که هر یک از این سه نفر از اهالی شهر در عرض پانزده دقیقه موضوع را به سه‌نفر دیگر بگویند. بنابراین در انقضای پانزده دقیقه دوم سیزده نفرند که از جریان باخبرند: $13 = (3 \times 2) + 4$

با زهریک از ۹ نفر دوم به همین ترتیب سه نفر از اهالی شهر را از خبر مورد بحث آگاه می‌سازند. پس در ساعت ۸ وسیم ربع صبح $40 = (3 \times 9) + 13 - 4$ نفرند که در شهر از موضوع باخبرند.

اگر شایعه به همین ترتیب به پخش شدن ادامه دهد، یعنی هر نفری که از موضوع باخبر می‌شود، در عرض پانزده دقیقه آن را به سه نفر دیگر گزارش دهد، نتیجه به شرح زیر خواهد بود:

$$\text{در ساعت ۹ خبر را} \quad 121 = (3 \times 27) + 40 \quad \text{نفر خواهد دانست}$$

$$9 \text{ وربيع} \quad 364 = 121 + (3 \times 81) \quad " \quad "$$

$$9 \text{ و نیم} \quad 1093 = 364 + (3 \times 242) \quad " \quad "$$

به عبارت دیگر، پس از یک ساعت و نیم، شایعه به گوش تقریباً ۱۱۰۰ نفر رسیده است. تا اینجا به نظر می‌آید که برای یک شهر ۵۰،۰۰۰ نفری این سرعت پخش زیاد نیست و شاید شما تصور کنید که با این سرعت مدت زیادی طول خواهد کشید که تمام اهالی از موضوع آگاهی پیدا کنند. در قضاوت عجله نکنید و اجازه بدهید که شایعه با همین سرعت به پخش شدن خود ادامه دهد:

در ساعت ۹ و سیزده بخیر را

۱۰ «

$1093 + (3 \times 229) = 3280$ نفر خواهند دانست

۹۸۴۱ = $(3 \times 20187) + 2280$

در پانزده دقیقه بعد، یعنی تا ساعت ۱۰ و زیست بخیر به اطلاع

$29524 = 29521 + (3 \times 6561)$

نفر رسیده است. و این یعنی آن که در یک شهر پنجاه هزار نفری، خبری را که در ساعت ۸ صبح فقط یک نفر می‌دانسته است تا قبل از ساعت ده و نیم صحیح همان روزهمه اهالی شهن خواهند دانست، با توجه به اینکه این خبر نه در مطبوعات چاپ شده نه در رادیو گفته شده است.

حال اگر اهالی شهر آنقدرها سرگهدار نباشند (!!) و هر یک موضوع را به ۵ نفر بگوید، جریان پخش خبر و

اطلاع اهالی از آن چنین است:

در ساعت ۸ صبح	۱	نفر
« ۸ وریع	۶	«
« ۸ و نیم	۲۱	«
« ۸ و سیزده	۱۵۶	«
« ۹ صبح	۲۸۱	«
« ۹ وریع	۲۸۱	«
« ۹ و نیم	۳۹۰۶	«
	۱۹۵۳۱	«

یعنی در ساعت ۹ و سیزده بخیر، هر یک از پنجاه هزار نفر ساکنان این شهر مطلبی را می‌دانند که به خیال خود فقط هفت نفر از آن مطلعند: آنکه خبر را گفته است، خود شخص، پنج نفری که به وسیله او خبر به آنها منتقل شده است.

حال اگر اهالی شهر، همه از جنس اثاث باشند، یعنی تو ای ای پرگوئی ساکنان آنجا باشد، شایعه از این هم سریعتر پخش می‌شود. با تحقیف بگیریم که یک نفر در عرض پانزده دقیقه خبر را به ده نفر بگوید. بدین ترتیب

جریان پخش شایعه و تعداد مطلعان چنین خواهد بود:

در ساعت ۸ صبح	۱	نفر
« ۸ وریع	۱۱	«
« ۸ و نیم	۱۱۱	«
« ۸ و سیزده	۱۱۱۱	«
« ۹ صبح	۱۱۱۱۱	«

واضح است که عدد بعدی ۱۱۱۱۱۱ خواهد بود. و این نشان می‌دهد که در این شهر پنجاه هزار نفری، که همه اهالی سینه خود را صندوقچه اسرار می‌دانند، خبری را که ساعت ۸ صبح فقط یک نفر می‌دانسته است، در ساعت ۹ صبح، آری فقط در عرض ۱ ساعت، همه اهالی شهر می‌دانند.

دانستنیهایی در باره اعداد اول

9

حکیم ثابت نشده گلدباخ

تم حمّة محمد شريف زاده

متالعه این اعداد را جالبی را برما مکشوف می دارد
و آن وحدت اعداد اولی است که اختلافاتان مساوی ۲ است، اعداد
اول دوقلو.

در حقیقت وجود ۱۶ جفت از اعداد اول دوقلو مثل ۱۷ و ۱۹ یا ۴۱ و ۴۳ را در ۵۰ عدد اول اولیه می‌توان مشاهده کرد. این مشاهده سوالی پیش می‌آورد که آیا «تعداد اعداد اول دوقلو نامحدود است؟

به توجه به معلوم شده است که واقعاً حدی برای اعداد اول دو قلو وجود ندارد. مثلاً معلوم شده است که بین:
 $1,000,000,000,000,000,000$ و $999,999,999,999,999,999$ با تردید حفت عدد اول دو قلو وجود ندارد. که بزرگترین جفت آنها $999,999,999,999,999,999$ و $999,999,999,999,999,999$ می باشد.
 و همچنانی میتوان:

بیست حفظ عدد اول دو قلو وجود دارد . به هر حال هنوز کسی موفق به اثبات این مسئله نشده است که اعداد اول دو قلو یا مان پذیرند یا نه . چنانیم به نظر می رسد که تابه حال نیز پیشرفت قابل ملاحظه ای برای حل این مسئله نشده باشد .

مطالعه اعداد اول یک مسئله مهم و حل نشده دیگری از ریاضیات را به میان کشید:

مشکلترین مسائل ریاضی غالباً آنهاست که بیانشان تا اندازه‌ای آسان است. اغلب این مسائل بسیار منتهورند و با وجود کوچشهای ذیاد ریاضیدانان هنوز لاپوشل مانده‌اند. پاره‌ای از این مسائل در مورد اعداد اول است. اعداد اول از قدیم مورد توجه ریاضیدانان بوده‌اند. مطالعه این اعداد سرآالها و مسائل مبهم و مشکلی را پیش آورده که جواب دادن به آنها استادی و مهارت خارق‌العاده‌ای را لازم داشت.

شاید نخستین سوال مهمی که درمورد اعداد اول پیش آمد
این بود که چند عدد اول وجود دارد ؟ به این مسئله اقلیدیس
در سیصد سال پیش از میلاد مسیح ^۱ پیش از خود + پاسخ داد و
ثابت کرد که تعداد اعداد اول بینهایت است. روش اثبات اقلیدیس
براین مبنی بود که هیچ عدد اولی نیست که بتوان آن را
بزرگترین عدد اول فرض کرد، چه دراین صورت ناجاریم که
وجود عدد اول بزرگتر از آن را نمی توانیم. این روش حالت
اثبات اقلیدیس همان است که این روز ها در اغلب از کتابهای
نظریه اعداد دیده می شود (۱). اقلیدیس درواقع نشان داد که
فرض وجود آخرین یا بزرگترین عدد اول ما را به یک تناقض
می کشاند. این روش اثبات رادر ریاضیات تبدیل به محال
نمایده اند و روش ارزشمندی به شمار می آید.

دو زیر ۵۰ عدد اول اویه دیده می شوند :

۲۰۴، ۲۱۱، ۲۱۳، ۲۱۷، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۹، ۲۳۱، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۴۱
۲۴۷، ۲۵۳، ۲۵۹، ۲۶۱، ۲۶۷، ۲۶۹، ۲۷۳، ۲۷۹، ۲۸۲، ۲۸۹، ۲۹۷، ۲۹۹، ۳۰۱، ۳۰۳
۳۰۷، ۳۰۹، ۳۱۳، ۳۱۷، ۳۱۹، ۳۲۳، ۳۲۷، ۳۲۹، ۳۳۹، ۳۴۹، ۳۵۱، ۳۵۷، ۳۵۹

۱ - در کتاب حساب استدلای سال شم دسته دیاضی، ظامنندو بودن تعداد اعداد اول از همین راه اقليدس ثابت شده است (ریکان).

مجموع دو عدد اول نمایش داد ، مثلا :

$$100 = 29 + 71 \quad 22 = 13 + 19$$

این حقیقت فحشین بار بدو سیله یک ریاضیدان روسی به نام **گلند باخ** مورد توجه قرار گرفت . گلند باخ حبس زد که این قاعده عمومیت دارد ، یعنی هر عدد زوج دلخواهی را که در نظر پیکریم ، مساوی مجموع دو عدد اول می باشد . گلند باخ پس از کوششی زیاد که برای اثبات این حکم کرد ، عاقبت اعتراف نمود که نه قادر به اثبات آن و نه قادر به اثبات عدم صحبت آن است و حتی در این مورد از ریاضیدان بی شناسی سیله **لکوناراد اولر** تقاضای کمک کرد . باید اشاره شود که عدم صحبت حکم گلند باخ در صورتی که فقط یک عدد زوج پیدا شود که مساوی مجموع دو عدد اول نباشد به تبوت می رسد .

گرچه حدس گلند باخ فقط برای تمام اعداد زوج تا **۱۰۰۰۰۰** امتحان گردیده است ولی قرایین قابل ملاحظه ای

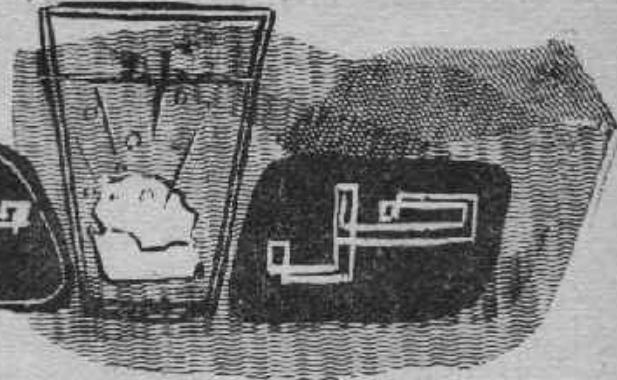
بی آنکه عصبانی شوید این مسئله را حل گنید

آقای بشردوست ملیو نژاد دهلي که در آن جامتو لد شده بود رفت . فردای روزی که به ده وارد شده بود همه پسران و دختران دهکده را جمع کرد و به هر دختر ۶ تومان و به هر پسر ۱۰ تومان داد . خلا دخترها بول را گرفته ، اما ۴۰٪ از پسرها به عنی ازدواج نداشتند . در صورتی که مجموع پسران و دختران آن دهکده **۲۴۴۰** نفر باشد . آقای بشردوست چند تومان صرف این اقدام خیر خواهانه خود کرده است ؟

پاسخ مسئله شماره گذشته زیر همین عنوان

مسافر باید یکی از دوراء را نشان دهد و چنین سؤال کند : «اگر از شما سؤال می کردم که کدام راه به دهکده می رود من گفتید که این راه ؟» با این سؤال اگر آن راه به دهکده برود ، راستگو و دروغگو باید جواب دهند آری ! داگر آن راه که مسافر نشان می دهد به دهکده نمود ، عربه باید جواب دهد نه . و به این ترتیب مسافر راه صحیح را خواهد نافت . بازهم درباره این مسئله منطق و پامخ آن فکر کنید تا موضوع برای شمار و شنید گردد .

حل مسئله‌های شماره ۵



حل مسئله‌های شماره ۵

رفتی - حسین نادمیور لنگرودی - احمد مشرفی .

حل مسئله ۱۶۰۵ - مقدار کسر طرف اول تساوی در ازاء

$$x = 2 + \sqrt{2} \text{ پس از اختصار برابر خواهد بود با}$$

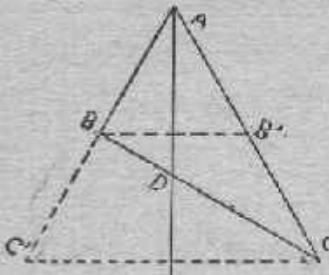
$$\frac{12 + 11\sqrt{2}}{11 - \sqrt{2}} = \frac{(11 + \sqrt{2})(11 - \sqrt{2})}{(11 - \sqrt{2})(11 + \sqrt{2})} = \frac{49 - 2}{49} = \frac{47}{49} = \frac{1}{2}$$

یاسخ‌های درست رسیده : احمد مشرفی - حسین نادمیور - حجت‌الله رفتی - هوشنگ شهریاری - درخشش شمس‌البیان - عبدالرضا حبیبی مقدم - حسین جعفری گلپایگانی - سعید باغبانیان - سید رضا کافی - هاشم احوان مشائی .

حل مسئله ۱۶۰۶ - اولاً

چون دو بدو قرینه محوری یکدیگرند پنای این

$$BC' = B'C - AC - AB$$



ثانیاً وقتی که اندازه زاویه A برای 60° درجه باشد
چون $AC = AC'$ است مثلث ACC' متساوی الاضلاع بوده
و اندازه زاویه C برای 60° درجه است ، از طرف دیگر در
مثلث ABC داریم

$$\angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ \rightarrow \angle ACB = \frac{1}{2} \angle ACC'$$

کلاس چهارم طبیعی

حل مسئله ۱۶۰۳ - رابطه داده شده بعد از انجام عمل طرفین و وسطین و اختصار به صورت زیر نوشته خواهد شد .

$$(a^2 - b^2)(cd - 1) = 0$$

و چون حاصل ضرب دو عامل برای برآور است پس یکی از دو عامل برای برآور با صفر خواهد بود .

$$a^2 - b^2 = 0 \rightarrow |a| = |b|$$

$$cd - 1 = 0 \rightarrow cd = 1$$

یاسخ‌های درست رسیده از : درخشش شمس‌البیان کرمان - هوشنگ شهریاری - چهارم ریاضی کرمان - ولی‌مرندی، یزد - سید رضا کافی پنجم ریاضی یزد - حجت‌الله رفتی پنجم ریاضی تویسرکانی - سعید باغبانیان تهران - حسین نادمیور لنگرودی - احمد مهرغی چهارم ریاضی دبیرستان هدایت‌سنندج - عبدالرضا حبیبی مقدم چهارم طبیعی لاهیجان - علی سحرابور پنجم ریاضی دبیرستان محمد قزوینی - هاشم احوان مشائی .

حل مسئله ۱۶۰۴ - اولاً مقدار $y = ?$ به دست می‌آید .

ثانیاً با توجه به یاسخ اولاً، مقدار کسر داده شد برای
خواهد بود با $\frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2} - 2}$ و پس از گویا کردن مخرج برای خواهد
شد با $5 + 2\sqrt{2}$

یاسخ‌های درست رسیده از : حسین جعفری چهارم ریاضی دبیرستان یهلوی گلپایگان - هاشم احوان مشائی .

یاسخ‌های رسیده نا درست از : عبدالرضا حبیبی -
عبدالرسمن چگنی زاده - ولی‌مرندی - سید رضا کافی - حجت‌الله

و بنا بر دلایل فیثاغورت در مسئله قائم الزاویه ، حاصل عبارت فوق برابر خواهد شد با

پاسخهای درست رسیده : حسین نادمپور لنگرودی -
احمد مشرفی - هاشم اخوان مشائی - درخششده شمس العباد -
جعات الله رفتی - سید رضا کافی .

حل مسئله ۱۶۰۹ - بنابر اتحاد $(a-b)(a-b) = a^2 - b^2$

رابطه (۱) داده شده به صورت زیرنوشته می شود

$$(a_1 + a_2)(a_1 - a_2) + (a_3 + a_4)(a_3 - a_4) + \dots + (a_{2k-1} + a_{2k})(a_{2k-1} - a_{2k})$$

و اگر d قدرتیست تساعد باشد داریم

$$a_1 - a_2 = a_3 - a_4 = \dots = a_{2k-1} - a_{2k} = -d$$

و رابطه به صورت زیر درمی آید

$$-d(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{2k}) = -d[K(a_1 + a_{2k})]$$

از طرف دیگر از رابطه $d(a_{2k-1} - a_{2k}) = a_{2k} - a_{2k}$ خواهیم داشت

$$-d = \frac{a_1 - a_{2k}}{2k-1} \quad \text{و درنتیجه مقدار عبارت مفروض برابر خواهد شد با}$$

$$\frac{a_1 - a_{2k}}{2k-1}[k(a_1 + a_{2k})] = \frac{k}{2k-1}[(a_1)^2 - (a_{2k})^2]$$

در رابطه (۲) ابتدا مخرج هر یک از کسرهای اگویانی کنیم

$$\frac{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_{2k}}}{a_1 + a_{2k}} + \frac{\sqrt{a_3} - \sqrt{a_4}}{a_3 + a_4} + \dots + \frac{\sqrt{a_{2n-1}} - \sqrt{a_{2n}}}{a_{2n-1} + a_{2n}} = -\frac{1}{d} (\sqrt{a_1} - \sqrt{a_{2k}} + \sqrt{a_3} -$$

$$-\sqrt{a_5} + \dots + \sqrt{a_{2n-1}} - \sqrt{a_{2n}})$$

$$= -\frac{1}{d} \sqrt{a_1} - \sqrt{a_{2n}} = -\frac{2k-1}{a_1 - a_{2n}} (\sqrt{a_1} - \sqrt{a_{2n}}) = \frac{2k-1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_{2n}}}$$

حل مسئله ۱۶۱۱ - اگر a جمله اول و q قدرتیست

تساعد هندسی مذکور باشد داریم :

$$S_n = \frac{a(d^n - 1)}{d - 1}, \quad S_{2n} = \frac{a(d^{2n} - 1)}{d - 1},$$

$$S_{3n} = \frac{a(d^{3n} - 1)}{d - 1}$$

یعنی CB نیمساز زاویه C از مثلث ACC' می باشد و
چون AD نیمساز زاویه A از همین مثلث است پس D نقطه تقاطع نیمسازهای داخلی مثلث می باشد .

پاسخهای درست رسیده : احمد مشرفی - هاشم اخوان مشائی - سید رضا کافی - علی اکبر قولیچ ینجم ویاضی
دیروستان قناد بابل - حسین نادمپور .

کلاس چهارم ریاضی

حل مسئله ۱۶۰۷ - مقدار کسر $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ فرض می کنیم .

مجنوز کسر پس از اختصار پس از خواهد شد با :

$$x^4 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + 2}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - 2}$$

کسر قسمت تانیا از مسئله ۱۶۰۴ به دست می آید که چون

ما تقد رام حل مسئله مزبور عمل کنیم نتیجه خواهد شد

$$x^4 = \frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2} - 2} = \frac{(\sqrt{2} + 1)^2}{2 - 4} = 2$$

و چون x مثبت است (جزء اول) بنابراین

$$x = \frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2} + 2)\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

پاسخهای درست رسیده : هاشم اخوان مشائی - سید

رضا کافی

پاسخهای رسیده : احمد مشرفی - هوشنگ شهر بازی

عبدالرحمن چگنی زاده .

حل مسئله ۱۶۰۸ - چنانچه دومینار متساوی باشند ،

توان های سوم آنها نیز متساویند ، طبقین رابطه داده شده رایه

توان ۳ می رسانیم خواهد شد :

$$\sqrt[5]{5+2} - \sqrt[5]{5+2} - \sqrt[5]{5+2} - \sqrt[5]{5+2} = 1$$

و چون مقدار داخل پرانتز را برای برا برای ۱ اختیار کنیم ، نتیجه می شود $1 - 2 - 4$ و تا اوی محقق می باشد

پاسخهای درست رسیده : هاشم اخوان مشائی - احمد مشرفی - حسین نادمپور لنگرودی . کاظم مددی دیروستان قناد بابل .

حل مسئله ۱۶۰۹ - با توجه به تعریفی که برای توan

باندای منفی شده است عبارت داده شده به سودت زیر درمی آید

$$\frac{\sqrt{a-b}}{1} + \frac{\sqrt{a-c}}{1} = \sqrt{a^2 - b^2} + \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$\frac{\sqrt{a+b}}{1} \frac{\sqrt{a+c}}{1}$$

واین مقادیر در روابط داده شده صدق می کنند یعنی رابطه محقق می باشد.

پاسخهای درست رسیده : احمدمشرقي - ولی هرندي سید رضا کافی -

حل مسئله ۱۶۱۳ - اولاً : در مثلث MDC طول میانه OD با نصف طول وتر یعنی با طول OM براین است بنابراین

این نقطه O بر عمود منصف OM واقع است و در مثلث متساوی الاضلاع AMD عمودمنصف OM همان نیمساز زاویه A می باشد . از طرف دیگر در مثلث قائم الزاویه MBC خواهیم داشت

$$OM = OB$$

و نقطه O بر عمودمنصف MB قرار دارد . وقتی که M بر قصمه خط AB از A تا B حرکت کند نقطه O بر نیمساز زاویه A از O_1 تا O_2 حرکت خواهد کرد (O_1 نقطه تلاقی عمود منصف AB با نیمساز زاویه A است) بنابراین نقطه خط O_1O_2 مکان هندسی نقطه O می باشد

ثانیاً . داریم $DM + MB = AM + MB = AB = a$ و اگر F نقطه تلاقی امتداد AD با امتداد BC باشد اثبات هر یک از زاویه های CDF و CFD برابر با 30° بوده مثلث CDF متساوی الساقین است و $CD = CF$. در مثلث قائم الزاویه ABC $CD + CB = CF + CB = BF$ طول $BC = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$ و طول AF $= 2AB = 2a$. بنابراین محیط چهارضلعی MBCD برابر است با $a + a\sqrt{3} = a(1 + \sqrt{3})$

کلاس پنجم طبیعی

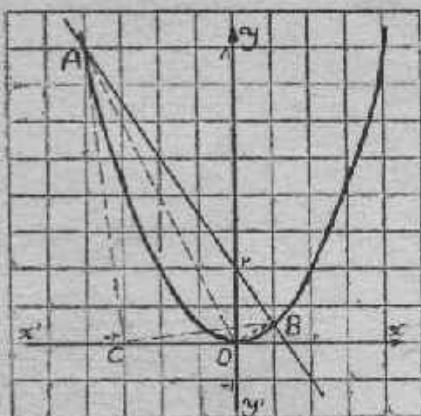
حل مسئله ۱۶۱۳ - اولاً جدول تغییرات تابع $y = \frac{1}{x}$ - و در فاصله $-3 \leq x \leq 3$ به شرح زیر است

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	2	1	0	1	2	9

با تعیین نقاط پامختنات بالا و به کمک آن منحنی نمایش تابع مطابق شکل می باشد

$$\text{برای خط به معادله } 4 + 2y = 3x \text{ داریم}$$

x	0	2
y	2	-1



خط و منحنی در دو نقطه A و B متقاطعند و از روی شکل ملاحظه می شود که $A = (4, 8)$ و $B = (\frac{1}{2}, 1)$ واین مختصات هم در تابع دهم در ماده خط مصدق می کنند .

ثانیاً : اگر - با محاسبه طولهای OA و OB و AB رابطه $OA + OB = AB$ محقق شده و از اینروز داده باشد .

ب - فرض می کنیم $(0, 0)$ و $C(x, 0)$ و طولهای BC و AC را بر حسب x حساب کرده در رابطه $AC + BC = AB = a$ قرار می دهیم :

$$(x+4)^2 + (x-1)^2 + \frac{1}{4} = 25 + \frac{64}{4}$$

و پس اندر ترتیب داریم

$$2x^2 + 6x = 0 \rightarrow x = 0 \text{ و } -3$$

در ازاء ۰ نقطه O و در ازاء ۳ نقطه C(-2, 0) بدست می آید .

پاسخ رسیده از حسین فادمپور لذکر ودی .

حل مسئله ۱۶۱۳ - به ترتیب زیر عمل می کنیم .

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = \frac{3}{\cos x} \text{ با } \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{3}{\cos x}$$

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\cos x} \neq 0 \text{ و } \sin x = \frac{1}{3}$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ و } \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{2}}{4} \operatorname{cotg} x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

پاسخهای درست رسیده : منصور جابری پنجم ریاضی دبیرستان ادبی - میدحسن منطقی پنجم دبیرستان دارالفنون - احمد کاراسی پنجم ریاضی دبیرستان دارالفنون - منصور حسنی پنجم ریاضی دبیرستان پهلوی کرمان - ولی هرندي - سید رضا

مقدار OC وقیعی نیم است که $(m-1)$ می بینم باشد و می نیم این مقدار حسنه است یعنی $m-1=0$

$OC=\sqrt{m}$ و از آنجا m جوار نقطه A و C و B دو متوازی الاضلاع تشکیل می دهدن (با اقطار AB و CD) لذا

$$\begin{cases} x_A + x_B = x_C + x_D \\ y_A + y_B = y_C + y_D \end{cases} \rightarrow D(x=9-m, y=2m-3)$$

برای اینکه معمود منصف CD بر O بگذرد لازم و کافی است

$$\text{که } OC=OD \text{ با } \overline{OC}=\overline{OD} \text{ با } (m-1)+(2m-3)=(9-m)+(-2m+1) \text{ و } m=4$$

۴) در حالی که C بر x' واقع باشد داریم $-2m+5=0$ و $2m-2=0$ و $2m-2=0$ و $2m-2=0$ و مطلع ΔAC از متوازی الاضلاع به محور x' متغیر بوده مطلع BD با آن موازی است و ارتفاع متوازی الاضلاع عبارت خواهد شد از $=\frac{1}{2}|y_B-y_A|=7$ و $7=2m-2=15$ (واحد سطح) $S=2m \times 2=15$

پاسخهای صحیح رسیده از احمد قندی - هاشم اخوان مشائی - اسدالله من فروش - محسن چهل قنی رسیده از : حسین نادمپور - محمد رضا غلامی داود تراکمه - رضا طوسی

حل مسئله ۱۶۱۷ به ترتیب زیر عمل می کنیم

$$\begin{cases} \operatorname{tg}x + \operatorname{tg}y = \frac{1}{2} \\ \operatorname{cotg}x + \operatorname{cotg}y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}x + \operatorname{tg}y = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\operatorname{tg}x} + \frac{1}{\operatorname{tg}y} = \frac{\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}y}{\operatorname{tg}x \operatorname{tg}y} = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}x + \operatorname{tg}y = \frac{1}{2} \\ \operatorname{tg}x \operatorname{tg}y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$\operatorname{tg}x$ و $\operatorname{tg}y$ به ترتیب جوابهای مثبت و منفی معادله درجه دوم زیر می باشند

$$z^2 - \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} = 0 \text{ یا } z^2 - z - 1 = 0$$

$$\operatorname{tg}x = z' = \frac{1}{2}, \operatorname{tg}y = z'' = -\frac{1}{2}$$

و پس از حل مجموع مطلقانی کمانهای x و y تعیین خواهد شد.

$$\operatorname{cosec}x = 2, \operatorname{sin}x = \frac{\sqrt{5}}{5}, \operatorname{cos}x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

کافی - صلاح الدین فناعی پنجم دیوبخت دیوبستان اقبال آشتیانی - اسلام متعیع پنجم طبیعی دیوبستان جمشیدی - بهروز ساسانی پنجم ریاضی دیوبستان کاظم زاده ایرانشهر - داود تراکمه پنجم ریاضی دیوبستان اقبال آشتیانی - هاشم اخوان مشائی - رضا طوسی پنجم ریاضی دیوبستان البرز - علی سحر انور پنجم ریاضی دیوبستان محمد قزوینی - پاسخهای رسیده از : کاظم مددی - حسین نادمپور لنگرودی .

کلاس پنجم ریاضی

حل مسئله ۱۶۱۵ - برای این که P(x, y) مرکز دایره محیط مثلث ABC باشد لازم و کافی است که PA = PB = PC مختصات سه رأس مثلث بذست می آید .

مثال عددی : روابط بهصورت زیر نوشته می شوند .

$$\begin{cases} (x-7)^2 + (y-1)^2 = (x+2)^2 + (y+1)^2 \\ (x-7)^2 + (y-1)^2 = (x+1)^2 + (y-3)^2 \end{cases}$$

و پس از ساده کردن خواهیم داشت .

$$\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 4x - y = 10 \end{cases} \rightarrow x = 2, y = -\frac{10}{9}$$

پاسخهای درست رسیده : هاشم اخوان مشائی - رضا طوسی - صلاح الدین فناعی - علی اکبر قولیج - محمد کریم روشن پنجم ریاضی دیوبستان قناد بابل - اسدالله من فروش - محمود صابر همیستگی پنجم ریاضی دیوبستان مهرگان لاهیجان - هنرمند چاری - پرویز خواجه خلبان پنجم ریاضی دیوبستان رازی آبادان - محمد رضا حاج فرج پنجم ریاضی دیوبستان علوی - احمد قندی پنجم ریاضی دیوبستان علوی تهران - داود تراکمه - حسین نادمپور لنگرودی - محسن چهل قنی پنجم ریاضی دیوبستان علوی .

پاسخهای رسیده : سیدرضا کافی - احمد کاراسی - منصور حسنی - محمد رضا غلامی نارملک .

حل مسئله ۱۶۱۶ - اولاً داریم :

$$\overline{CA}^2 = (m-8)^2 + (-2m+1)^2 = 5m^2 - 20m + 65$$

$$\overline{CB}^2 = (m-4)^2 + (-2m+3)^2 = 5m^2 - 20m + 25$$

$$\overline{CA}^2 - \overline{CB}^2 = 40 \quad (\text{نابرابر})$$

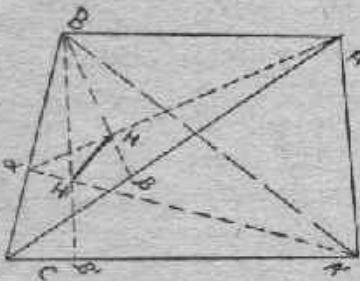
$$OC = \sqrt{(m-3)^2 + (-2m+1)^2}$$

$$= \sqrt{5m^2 - 20m + 10} = \sqrt{5[(m-1)^2 + 1]}$$

پاسخهای درست رسیده از: محمد رضا حاج فرج
محمد کریم روشن

پاسخهای رسیده از: داود تراکم - هاشم اخوان
مشائی - محمد رضا غلامی

حل مسئله ۱۶۳۰ - اولاً جنایجه $\Delta AA'$ بر صفحه ABC عمود باشد بر خط BC از این صفحه عمود خواهد بود. اگر $A'A$ ارتفاع نسبت داری $\Delta A'$ از مثلث $A'BC$ باشد بنابر قسمتی به عمود $\Delta A'A$ نیز بر BC عمود بوده ارتفاع مثلث ABC می باشد و خط BC که بردو خط $A'A$ عمود است بر صفحه این دو خط که شامل $H'H$ است عمود می باشد و در نتیجه بر BC عمود است. ارتفاع $B\beta$ از مثلث ABC بر خط AC و بر خط $A'A$ عمود بوده بر صفحه $AA'C$ و در نتیجه بر $A'C$ عمود است و از آنجا $A'C$ که بر $B\beta$ و $B\beta'$ عمود است بر صفحه $B\beta\beta'$ که شامل HH' است عمود بوده نتیجه می شود که $A'C$ بر HH' عمود باشد. HH' که بر دو خط متقاطع آن $A'C$ بر BC و $A'C$ از صفحه $A'BC$ عمود است بر این صفحه عمود می باشد.



ثانیاً . بالعکس اگر HH' بر صفحه $A'BC$ عمود باشد چون A' و A به ترتیب نقطه های تلاقی ارتفاعهای دو مثلث $H'BC$ و CBH می باشند هنر بر آنچه در اولاً ثابت شد، AA' بر صفحه HBC پیشی $A'BC$ عمود خواهد بود.

پاسخ درست رسیده از: محمد کریم روشن .

پاسخهای رسیده از: منصور جابری - رضا طوسی .

حل مسئله ۱۶۳۰ - Bx' را موازی با Ax کرده و عمود MM' را بر آن رسم می کنیم . AB عمود مشترک دو خط Ax و Bx' بر Bx' نیز عمود بوده بر صفحه y عمود است بنابر این چهار ضلعی $AMM'B$ مستطیل بوده و $MM' = AB = a$

$$\cos PMM' = \frac{MM'}{PM} = \frac{a}{1} =$$

ثابت زاویه دو خط AB و MP همان زاویه $'M$ بوده

$$\cot y = \frac{\sqrt{10}}{10}, \sin y = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

پاسخهای درست رسیده : محمد رضا حاج فرج - اسدالله من فروش - علی اکبر قریج - هاشم اخوان مشائی محمد زنجوینجم رویانی دیرستان تریستینیز - رضا طوسی - داود تراکم - علی صحرا نورد - محمد کریم روشن - احمد کاراسی - پژوهش اسلامی - احمد قندی - محسن چهل تنی

پاسخهای رسیده آهنگری - حسین ناصپور لنگرودی

محمد صابر همیشگی - صلاح الدین قناعی - محمد رضا غلامی

حل مسئله ۱۶۳۸ - برای اینکه x و x' ریشه های معادله داده شده . سینوس و کسینوس یک کمان باشد لازم و کافی است که $x + x' = 1$ باشد . داریم :

$$x^2 + x''^2 - (x' + x)^2 = 2x'x \\ = (\frac{\sqrt{2}-1}{2})^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

پاسخهای درست رسیده : محسن چهل تنی - احمد قندی

حجت الله رفتی - اسدالله من فروش - اسلام مقیمی

پاسخهای رسیده نادرست آهنگری - محمد صابر همیشگی - داود تراکم - پژوهش خواجه خلیلی - هاشم اخوان مشائی - رضا طوسی - حسین ناصپور لنگرودی - صلاح الدین قناعی - محمد رضا غلامی

حل مسئله ۱۶۱۹ - قبل از ملاحظه می کنیم که اگر $\sin x = \pm 1$ و در نتیجه $\cos x = 0$ باشد از رابطه مفروض بدانست می آید که $\sin y = \pm 1$ و در نتیجه $\cos y = \pm 1$ و در ادامه آن، مقدار عبارت E برابر می شود با $E = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

من گفتم که باید محقق کنیم که $E = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ است

چنین عمل می کنیم :

$$E = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{1}{a \sin^2 x + b \cos^2 x} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{(a-b) \cos^2 x}{a(a \sin^2 x + b \cos^2 x)} \\ - \frac{(a-b) \sin^2 x}{b(a \sin^2 x + b \cos^2 x)} = \frac{a-b}{ab} \times \frac{b(a \sin^2 x + b \cos^2 x) \cos^2 x - a(a \sin^2 x + b \cos^2 x) \sin^2 x}{(a \sin^2 x + b \cos^2 x)(a \sin^2 x + b \cos^2 x)}$$

بعد از اختصار، مسoret کسر بالا بر این خواهد شد با

$$b^2 \cos^2 x - a^2 \sin^2 x \sin^2 y$$

که بنابر من برابر با صفر است و بنابر این

$$E = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

برابر یا مقدار ثابت می باشد .

(۲) اگر O وسط AB باشد OI باصفحة 'Byx موازی است و چنانچه 'I تصویر بر صفحه 'Byx باشد 'I وسط PM' بوده و داریم .

$$OI = BI' = \frac{1}{2} PM' = \frac{1}{2} \sqrt{I^2 - a^2}$$

نتیجه می شود که مکان I دایره ای است به مرکز O و با

$$\text{شعاع } \frac{1}{2} \sqrt{I^2 - a^2} \text{ که صفحه آن بر AB عمود می باشد .}$$

پاسخ رسیده از محدوده ها غلام .

کلاس ششم طبیعی

حل مسئله ۱۶۳۳ - اولاً جدول و منحنی (C) نمایش تابع مفروض باش .

$$y' = 2x' + 1 > 0$$

x	-∞	.	+∞
y'	+	+	
y	-∞	۰	+∞

ثانیاً - اگر فرم کنیم $y = m - x$. ریشه های معادله

$$x^2 + x + 2 - m = 0$$

طوله های نقطه های

بر خورده منحنی (C) باشند .

این خط با محور x' موازی است و از روی

شکل ملاحظه می شود

که هر خط موازی با x' رسم شود منحنی (C) را در يك نقطه قطع می کند . بنابراین معادله مفروض همواره دارای يك جواب است .

ثالثاً - مختصات I نقطه تلاقی منحنی (C) با محور y'

عبارت است از (۲) I و مقدار مشتق تابع در ازاء x=0

یعنی ضرب بذاویه مماس نقطه I برابر است با ۱ m=1 و از آنجا

معادله مماس عبارت خواهد شد از

$$\begin{cases} y = x^2 + x + 2 \\ x^2 + x + 2 = x + 2x' \end{cases}$$

یعنی خط مماس بالا فقط در يك نقطه که همان I باشد

منحنی (C) را نفع می کند

را بآما - از محل دستگاه

$$\begin{cases} y = x^2 + x + 2 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$$

خواهیم داشت :

$$x^2 + x + 2 = 2x + 2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } x = 1$$

یعنی این خط در سه نقطه (۰, ۰) A و (۱, ۰) B و (۰, ۱) C منحنی (C) را قطع می نماید و با یک محاسبه ساده

معلوم خواهد شد که A وسط BC می باشد .

پاسخ درست رسیده از فرامرز بورقلی زاده دیلمفریاضی

پاسخ رسیده از حسین نادمیور لشکر ودی .

$$\sin 3y - \cos 3z = 1 \quad \text{در رابطه} \quad \sin 3y - \cos 3z = 1$$

به جای y و z متادیر آنها را بر حسب x فراز می دهیم .

$$\sin(6k\pi + \frac{3\pi}{2} + 3x) - \cos(6k'\pi + \frac{3\pi}{2} - 3x) = 1$$

$$-\cos 3x - \sin 3x = 1 \quad \Rightarrow -\cos 3x - 1 + \cos 3x = 2$$

$$\cos 3x - \cos 3x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \cos 3x = 1 \quad (\text{غیرقابل قبول} (+2))$$

$$\cos 3x = -1 \quad \Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{3}$$

پاسخ درست رسیده از فرامرز بورقلی زاده

پاسخهای رسیده از : هاشم اخوان مشائی - حسین

نادمیور لشکر ودی - رضا مازین ششم طبیعی دیبرستان رازی

کرمانشاه

کلاس ششم ریاضی

حل مسئله ۱۶۳۴ - از دو تابع داده شده تبیجه گرفته

می شود که $yz = x^2$ و چنانچه از طرفین این رابطه مشتقات گرفته شود ، بدست می آید

$$y'z + yz' = 2x \quad \text{از تقسیم طرفین بر} z \text{ نتیجه می شود}$$

$$\frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = \frac{2x}{yz} \quad \text{یا} \quad \frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = \frac{2}{x} \quad (1)$$

تصویر - فرض شده است که در ازاء این دو د عمل x تابع

$y = f(x)$ معین و مخالف صفر است .

$$(2) \text{ رابطه} \quad yz = x^2 \quad \text{با} \quad HM = HO \cdot HM' \quad \text{نشان می دهد}$$

دایره ای که بر M گذشت و بر x' در O میان باشد بر M' نیز

خواهد گذشت . اذاین راه وقتی که M معلوم باشد M' از راه ترسیم

بدست می آید .

معادله های دیسپاگی میان منحنی های (C) و (C') در

نقطه های (y, z) و (M', M) به ترتیب عبارتند از

$$Y - y = y'(X - x)$$

$$Y - z = z'(X - x)$$

باشد K عدد درست مثبت است) و داریم

$$K = \cdot, x = \frac{1}{4}, K = 1, x = \frac{25}{4}$$

پاسخهای درست رسیده از: رضا منصوری - یحیی

فتاحدی - اسماعیل علی پور ششم ریاضی دبیرستان مرودی.

پاسخهای رسیده از: فرامرز پور قلیزاده - حسین

نادمبور لنگرودی - بیوک مددی - سید محمد کاظم عابدی

حل مسئله ۱۶۳۶ - قبل زاویه هریک از حاملها را با هریک

از محورها بدست می آوریم

$$(\vec{OA}, \vec{OA}) = \theta, (\vec{OA}, \vec{AB}) = \theta + \varphi$$

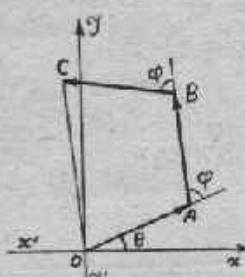
$$(\vec{OA}, \vec{BC}) = \theta + 2\varphi$$

$$(\vec{Oy}, \vec{OA}) = 0 - \frac{\pi}{4}, (\vec{Oy}, \vec{AB}) = \theta + \varphi - \frac{\pi}{4}$$

$$(\vec{Oy}, \vec{BC}) = \theta + 2\varphi - \frac{\pi}{4}$$

$$\text{ک جزوی بر} \vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC}$$

محورهای x' و y' تصور کنیم نتیجه می شود.



$$\left\{ X = \cos\theta + \cos(\theta + \varphi) + \cos(\theta + 2\varphi) \right.$$

$$\left\{ Y = \sin\theta + \sin(\theta + \varphi) + \sin(\theta + 2\varphi) \right.$$

بعد از تبدیل و اختصار به دست خواهد آمد

$$\left\{ X = (1 + 2\cos\varphi)\cos(\theta + \varphi) \right.$$

$$\left\{ Y = (1 + 2\cos\varphi)\sin(\theta + \varphi) \right.$$

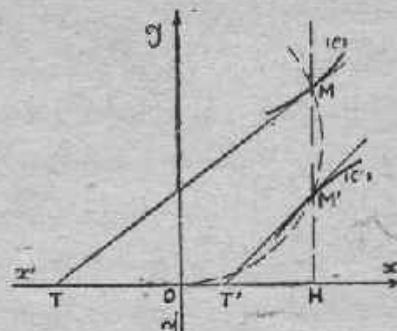
۲) برای اینکه خط شکسته $OABC$ مسدود باشد لازم

و کافی است که $\vec{OC} = \cdot$ باشد یعنی:

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \cdot \\ Y = \cdot \end{array} \right. \rightarrow 1 + 2\cos\varphi = \cdot \rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3}$$

تبصره - در این حالت، $OABC$ یک مثلث متساوی - الاضلاع خواهد بود

$$3) \text{ درازه } \frac{\pi}{7} = \varphi \text{ داریم}$$



با قراردادن $\cdot = Y$ از معادلهای بالا طولهای T' و T

به دست می آید (فرض می کنیم $y' \neq z'$)

$$\frac{OT}{OT'} = \frac{xy' - y}{y'}, \quad OT' = \frac{xz' - z}{z'}$$

و نتیجه خواهد شد

$$\frac{HT}{HT'} = \frac{xy' - y}{y'} - x = -\frac{y}{y'}$$

$$HT' = OT' - OH = \frac{xz' - z}{z'} - x = -\frac{z}{z'}$$

و نتیجه خواهد شد.

$$\frac{1}{HT'} + \frac{1}{HT} = -\left(\frac{y'}{y} + \frac{z}{z'}\right)$$

و با دقت گرفتن رابطه (۱) خواهد شد

$$\frac{1}{HT} + \frac{1}{HT'} = -\frac{2}{x} = -\frac{2}{OH} = \frac{2}{HO}$$

یعنی نقطه های (T' و T) و (O, H) تقسیم توانی تشکیل

می دهند

پاسخ درست رسیده از: رضا منصوری ششم ریاضی دبیرستان

رهنما - پاسخ درست نقطه برای قسمت اول از: یحیی فتاحدی ششم

دبیرستان خوارزمی

حل مسئله ۱۶۲۵ - مشتق تابع عبارت است از

$$y' = -\frac{\pi}{\sqrt{Vx}} \sin \pi \sqrt{Vx}$$

$$1) \text{ در ازاء } x = 1 \text{ داریم: } y = -1 \text{ و } y' = 0 \text{ و }$$

معادله مماس بر منحنی در نقطه بخطول ۱ عبارت خواهد شد از

$$y = -1$$

۱) با قراردادن $\cdot = y$ داریم

$$\cos \pi \sqrt{Vx} = \cdot = \cos \frac{\pi}{2} \text{ و } \pi \sqrt{Vx} = K\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\sqrt{Vx} = K + \frac{1}{2} \text{ و } x = \left(K + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$3) \text{ در ازاء } \frac{\pi}{7} = \varphi \text{ داریم: } K + \frac{1}{2} = \frac{\pi}{7} \text{ و } K = \frac{\pi}{7} - \frac{1}{2}$$

وقتی $c = 0$ باشد داریم $a = ab \dots 1 = a \dots 99$ و با
در قطر گرفتن عمل تفریق نتیجه می شود $b = a + 1$ و جوون
 مضرب ۳ است پس $b = 3k + 1$ و در نتیجه a مضرب ۳ بوده
داریم $a = 3k + 1$ و $b = 3k + 1$ و $a \neq b$ است
کوچکترین مقدارقابل قبول برای K مقدار $1 = K$ می باشد و در
نتیجه عدد مطلوب 3400 است.

پاسخهای درست رسیده از : رضا منصوری - محمود
عجمی - یحیی فناحی - بیوک مددی - کیوان پورقاسمی - سید
کاظم عابدینی - محمد تقی رضوانیان -

پاسخ رسیده از : محمد هادی بکنایی
حل مسئله 1629 - مجموع عدد منوالی ابتداء n
برابر است با $15 + 8n + 15$ بنابراین داریم

$$n \times abac + 15 = aacb$$

بعد از بسط رابطه و اختصار خواهیم داشت

$$c = \frac{589b + 15 - 4940a}{94}$$

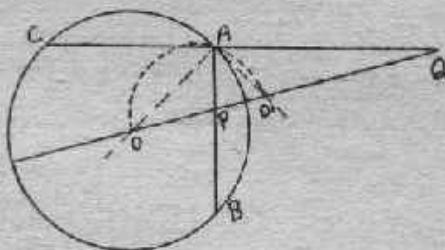
است بنابراین فقط $a \neq b$ قابل قبول است

داریم

$$c = \frac{589b - 4925}{94}$$

با زاء $b < 8$ برای c مقدار منفی به دست می آید پس فقط
می تواند قابل قبول باشد و در ازاء این مقدار از b داریم
 $b = 9$ و عدد مطلوب از 1614 می باشد
پاسخهای درست رسیده از : رضا منصوری - محمد
هادی بکنایی - سید محمد کاظم عابدینی - محمود عجمی - حسین
نادمپور لنگرودی .

حل مسئله 1630 - شرط لازم و کافی برای آنکه دو وتر
 AC و AB منساوی باشند آن است که O از AB و AC به
یک فاصله بوده یعنی بس نیمساز یکی از زاویه های دو خط
 AC و AB باقی باشد .



اگر O' مزدوج توانی O نسبت به P و Q باشد وقتی
که AO' نیمساز زاویه (AB, AC) باشد O' نیمساز زاویه
دیگر این دو خط بوده اما به قدر OO' بر A خواهد گشت .

یکان

$$\begin{cases} X = (1 + \sqrt{2}) \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) \\ Y = (1 + \sqrt{2}) \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

برای اینکه C بر x' واقع باشد باید که :

$$Y = 0 \rightarrow \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 0 \rightarrow \theta = \frac{5\pi}{4}$$

داریم $\overline{OC} = -(1 + \sqrt{2})$

برای اینکه C بر y' واقع باشد باید که :

$$X = 0 \rightarrow \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) = 0 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

و در این حالت $\overline{OC} = 1 + \sqrt{2}$ می باشد

۴) برای اینکه C بر یکی از نیمسازهای زاویه دو محور

واقع باشد لازم و کافی است که $X = +Y$ باشد

$$(1 + 2\cos\varphi)\cos(\theta + \varphi) = \pm(1 + 2\cos\varphi)\sin(\theta + \varphi)$$

$$\text{اگر } \theta + \varphi = 1 + 200\varphi \text{ باشد } C \text{ بن } O \text{ منطبق}$$

خواهد بود و در غیر آن برای اینکه C بر نیمساز اول و سوم واقع

باشد باید داشته باشیم :

$$\cos(\theta + \varphi) = \sin(\theta + \varphi)$$

و نتیجه می شود

$$\theta + \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ یا } \theta + \varphi = \frac{5\pi}{4}$$

برای اینکه C بر نیمساز دوم و چهارم واقع باشد لازم است که

$$\cos(\theta + \varphi) = -\sin(\theta + \varphi)$$

و حاصل خواهد شد

$$\theta + \varphi = \frac{3\pi}{4} \text{ یا } \theta + \varphi = \frac{7\pi}{4}$$

پاسخ درست رسیده : از رضا منصوری

حل مسئله 1632 - داریم

$$[(x-2)(x-3)(4x)]_x = (x-3)x^2 + (x-2)x^2$$

$$+ 4x + 4 = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + 4$$

$$[(x-2)(x-2)]_x^3 = [(x-2)x + x - 2]^2$$

$$= x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + 4$$

و محقق می شود که دو عدد منساویند

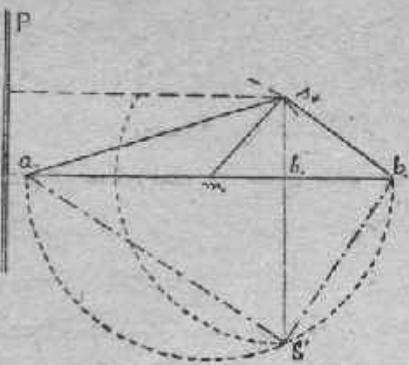
پاسخهای درست رسیده از : رضا منصوری - محمود
عجمی - کیوان پورقاسمی

حل مسئله 1638 - از رابطه $abcc - 1 = aaaa$

معلوم می شود که $c = 0$ است زیرا اگر $c \neq 0$ باشد لازم

می آید که در تفاصل ، رقم یکان پر ابر $1 - c - x$ در قم دهگان

$x = c$ باشد و عبارت ممکن است .

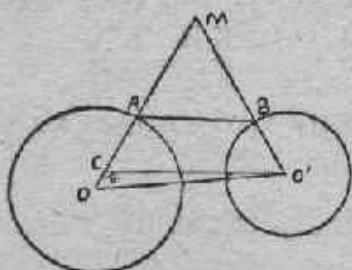


- ۱) نقطهٔ تلاقی دایرهٔ به مرکز m و به شاعر 3 با خط
مکان فوق الذکر ، نقطهٔ g می‌باشد .
- ۲) در تسطیح صفحهٔ aSb حول لولای ab و بر صفحهٔ
مقایسهٔ S' تسطیح S بر دایرهٔ به قطر ab قرار داشته و متوجه
می‌شود و از آنجا با تعیین مثلث تسطیح رقوم S معلوم می‌شود .
از راه محاسبهٔ با معلوم طول $5 = mS$ و طول تصویر
آن $3 = ms$ و رقوم m که برایر صفر است از رابطهٔ
 $mS' = ms^2 + (p - 1)^2$
مقدار p رقوم S برایر با 4 بدست می‌آید .
پاسخهای درست رسیده از : محمد تقی رضوانیان -
علی پور - محمود عجمی - یحیی فاحی - کبوان پور قاسمی

مسائل متغّرّقه

حل مسئلهٔ ۱۶۳۳ - هرگاه M نقطهٔ مطلوب و مثلث
متقارن الاضلاع باشد خطی که از O' (مرکز دایرهٔ
کوچکتر) موازی با AB رسم شود MO را در C قطع کرده
و داریم .

$$CA = O'B = R' \text{ و } \angle OCO' = 120^\circ$$



بنابراین برای پیدا کردن نقطهٔ M به ترتیب ذیر عمل
می‌کنیم . کمان در خورداریه 120° را بر O و O' رسم کرد (تا دایرهٔ به
مرکز O و به شاعر $O'C = R - R'$ را قطع کند . نقطهٔ C به
دست می‌آید . امتداد $O'C$ دایرهٔ O را در A قطع می‌کند و

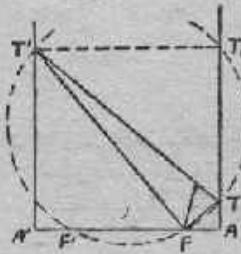
بنابراین برای حل مسئلهٔ نخست O' مردوج تواقی O
را نسبت به P و Q به دست آورد . نگاه دایرهٔ (O) را تلاقی کند و نقطهٔ تقاطع
را دسی کنیم و تراهای مطلوب رسم می‌شوند . مسئلهٔ
وقتی جواب دارد که دو دایرهٔ متقاطع باشند که در این صورت
دو جواب دارد . اگر دو دایرهٔ متقاطع باشند مسئلهٔ جواب
خواهد داشت .

تبصره - اگر I وسط PQ باشد بعد از محاسبات لازم
شرط امکان جواب مسئلهٔ عبارت خواهد بود از :

$$OP \cdot OQ > OI \cdot R$$

پاسخهای درست رسیده از : محمد تقی رضوانیان -
دعا منوری - محمود عجمی .

حل مسئلهٔ ۱۶۳۱ - اگر M نقطهٔ تمسّق مماس متفاوت
با بینی باشد چون از نقطهٔ T مساهای TM و TA و از



نقطهٔ T مساهای TM و TA با بینی رسماً شده است
بنابراین بیانلی داریم که TF نیسان زاویه $\angle TFM$ و $\angle TFA$ می‌شوند .
نیسان زاویه $\angle AT'F$ است بس زاویه $\angle TFT'$ قائم می‌شود . دایرهٔ
به قطر TT' بر F خواهد گشت . با طریق مشابه ثابت می‌شود
که دایرهٔ به قطر TT' بر F نیز می‌گذرد .

اگر T تصویر T' بر AT باشد T بر دایرهٔ به قطر TT'
واقع بوده و داریم

$$AT_1 = A'T' \text{ و } AT \cdot A'T' = AT \cdot AT_1$$

$$= AF \cdot AF' = a^2 - c^2$$

پاسخهای درست رسیده از : بیوک مددی - احسان
منصوری - محمود عجمی .

حل مسئلهٔ ۱۶۳۳ - مکان هندسی نقاطی که تفاصل مربوطات
فوامسل آنها از دو نقطهٔ ثابت a و b برایر با مقدار ثابت
 $c = K$ باشد خطی است که در نقطهٔ ثابت h بر خط ab
عمودی باشد به طوری که $ah = b = 7$ یا $bh = 3$ است (چرا)

$$\frac{BM}{CM} \cdot \frac{B'K}{BK} = \frac{B'A}{CA} \quad (2)$$

و بنابراین $B'M \parallel CA$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{BK}{B'K} \quad (3)$$

بنابراین $AB = B'K$ و با اخذ $BK = BK$ داریم

راgle (2) و (3) به دست خواهد آمد :

$$\frac{BM}{CM} \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AC} \text{ با } \frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC}$$

(2) از M موازی با AC دست خواهد آمد و از K قطع کند و AK ملعل BC را در M' قطع خواهد کرد . با راه مشابه قسمت اول نتیجه خواهد شد که

$$\frac{BM'}{CM'} = \frac{AB}{AC}$$

(3) پس از اعمال فوق تا n دفعه نقطه‌ای مانند M_n حاصل شود به طوریکه

$$\frac{BM_n}{CM_n} = \frac{AB}{AC}$$

حل مسئله ۱۶۳۵ - در هر مثلث

$$h_a = \frac{2S}{a}, h_b = \frac{2S}{b}, h_c = \frac{2S}{c}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a}, r_b = \frac{S}{p-b}, r_c = \frac{S}{p-c}$$

بنابراین $\frac{h_a}{r_a} = \frac{2S}{\frac{S}{p-a}} = 2a$ ، $\frac{h_b}{r_b} = 2b$ ، $\frac{h_c}{r_c} = 2c$ از اختصار عبارت خواهد شد از

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + \frac{b}{b} + \frac{b}{c} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2 > 3$$

اما من داشتم مجموع هر عدد با عکس آن همچگاه از ۲ کوچکتر نیست یعنی :

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 2, \frac{b}{b} + \frac{b}{c} \geq 2, \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$$

و خواهیم داشت

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + \frac{b}{b} + \frac{b}{c} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 6$$

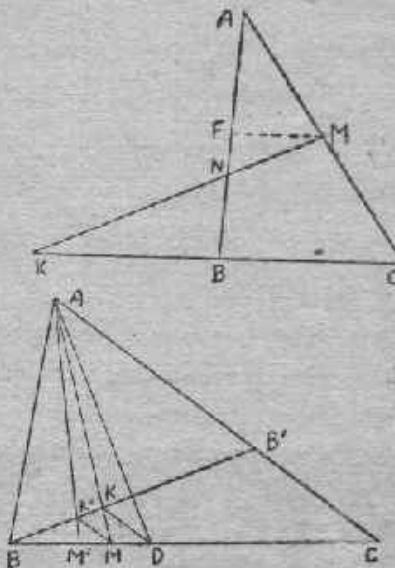
و نامساوی محقق می‌باشد

پاسخهای رسیده : دو پاسخ نادرست رسیده است و جواب آنکه ، فرستاده هر پاسخ r_a, r_b, r_c را شاععهای دایره محاطی داخلی نظیر اخلاص a, b, c مثلث اختیار نموده است (۱) مثل اینکه یک دایره ، دارای شاععهای با طولهای مختلف می‌باشد !

خطی که از A موازی با $O'C$ دست خواهد شد دایره O' را در قطع خواهد کرد و $O'B$ را بکدیگر را در M قطع می‌کند و MAB مثلث متساوی الاضلاع می‌باشد .

مسئله وقتی ممکن است که بتوان مثلث $OO'C$ را با معلومات دو ضلع و زاویه مقابل بهیک ضلع دست نمود و لازم است که $OO' > OC = R - r$

پاسخهای درست رسیده از : محمود عجمی - احمد قندی - محمد تقی دهخدا - مرسن چهلتنی - چهرزمانانی حل مسئله ۱۶۳۵ - نخست نابتعی کنیم که اگر خطی



مانند Δ اخلال BC و CA از مثلث ABC را به قطع کند M و N در نقطه‌های M و N قطع کند داریم

$$\frac{KB}{CB} \cdot \frac{NM}{NK} = \frac{MA}{CA} \quad (1)$$

خطی که از M موازی با BC دست خواهد شد در نقطه F ملعل AB را قطع می‌کند و روابط زیر را می‌نویسیم

$$\frac{FM}{BC} = \frac{AM}{AC} \quad \frac{KB}{FM} = \frac{KN}{MN}$$

از ضرب طرفین دو روابط دریکدیگر را بازg (۱) به دست می‌آید .

(۱) با استفاده از رابطه بالا مسئله هورد نظر را حل می- کنیم. مثلث ABC را در نقطه G قطع و فرض می‌کنیم $AC > AB$ بر ضلع AC قطعه $'AB$ را پر ابر با AB جدا کرده و از D پای نیمساز زاویه A خطی موازی با AC دست خواهد شد BB' را در AC می‌کند AK داریم می‌باشد M را در BC قطع کند N و M را بازg (۱) خواهیم داشت

حل مسئله ۱۶۳۶ - اولاً داریم :

۱۲-۱

$$2^2 \times 2^3 = 2^5$$

$$2^2 \times 2^4 \times 2^5 > 2^8$$

$$2^2 \times 2^4 \times 2^5 \times 2^6 > 2^{12}$$

ثانیاً فرض من کنیم که داشته باشیم

$$2^2 \times 2^4 \times 2^5 \times 2^6 \times \dots \times K^k > K^k \quad (2)$$

با توجه به اینکه

$$K^k (K+1)^k > (K+1)^{k+1}$$

طرف اول نامساوی (2) را در $(K+1)^k$ و طرف

دوم آن را در $(K+1)^{k+1}$ ضرب من کنیم ، حاصل خواهد شد.

$$2^2 \times 2^4 \times 2^5 \times \dots \times K^k \times (K+1)^k > (K+1)^{k+1}$$

ثالثاً نتیجه خواهیم گرفت که به طور کلی داریم .

$$1^2 \times 2^2 \times 3^2 \times \dots \times n^2 > n^n$$

(تساوی وقیع است که عده جمله ها ۱ یا ۲ باشد)

پاسخ رسیده از : سید محمد کاظم عابدینی

حل مسئله ۱۶۳۷ - طولهای دو مثلث مجاور به زاویه

قائمه مثلث قائم الزاویه را به ترتیب با x و y و طول دتر آن

را با z من نمائیم در این صورت داریم

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad (1)$$

با توجه به اتحاد :

$$(a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + 4a^2 b^2$$

a و b اعداد صحیح و مثبت ($a > b$) بجانب فرض کنیم.

$$x = a^2 - b^2 \quad y = 2ab \quad z = a^2 + b^2$$

این مقادیر در رابطه (1) صدق خواهند کرد و داریم

$$\text{مربع کامل} = z^2 = a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

$$2) \frac{z+x}{2} = \frac{a^2 + b^2 + a^2 - b^2}{2} = a^2$$

z می توانند اعداد مختلف باشند : ممکن است a و b

هر دو زوج اختیار شوند ، در این صورت $\frac{z+y}{2}$ عدد زوج

خواهد بود . و جنابه a فرد اختیار شود در این صورت a^2

$$\text{را } \frac{x+z}{2} \text{ نیز فرد خواهد بود .}$$

حل مسئله ۱۶۳۸ - دو عدد متولالی را طبق شرط

گفته شده به دست می آوریم

$$\begin{cases} a+b = (2K+1)^2 = 4K^2 + 4K + 1 \\ a-b = 1 \end{cases}$$

از دستگاه بالا نتیجه خواهد شد که

$$a = 2K^2 + 2K + 1 \quad b = 2K^2 + 2K$$

با فرض $a = 2K^2 + 2K + 1$ به سادگی محقق خواهد شد که

$$a^2 + b^2 = a^2$$

یعنی a و b و $c = a^2$ طولهای اضلاع يك مثلث قائم الزاویه اند

پاسخهای درست رسیده از : حسین نادمیور لنگرودی

سید رضا کافی - رضا مازین - محمد کریم روش .

حل مسئله ۱۶۳۹ - با در قسم مانند a و b و c می توان

شش تر کیب مختلف یعنی ۶ عدد سه رقمی تشکیل داد . به سادگی

معلوم خواهد شد که حاصل ضرب این شش عدد از جمله هایی

تشکیل شده است که همه آنها شامل abc می باشند بنابراین حاصل

ضرب شش عدد من بور مغزی از $abcabc$ می باشد . چنانچه حاصل

ضرب چند عدد اول بر عددی قابل قسم باشد

یکی از آن اعداد اول با آن عدد مساوی خواهد بود .

عددی است غیر اول بنابراین ممکن نیست که هر شش عدد مزبور

همه اول باشند و حداقل یکی از آنها غیر اول خواهد بود .

پاسخ رسیده از : حسین نادمیور لنگرودی

توضیح - حل بعضی مسئله های ۱۶۴۰ تا ۱۶۴۸ که زیر

عنوان a برخی از مسائل تاریخی دیاضی ، جواب شده است در

برخی کتابهای درسی مذکور است و حل بقیه ، به تدریج با به

عنوان حل مسائل نمونه (مثلاً حل ۱۶۴۷ که در شماره ۱۰ به

عنوان قصه فرماینده است) و یا به نحو دیگر چاپ خواهد شد.

در باره برخی از این مسائل پاسخهای از آقایان :

کیوان پور قاسمی - پیوک مددی - در یافت شده است .

حل مسافت نموفه

نتیجه می شود که اگر داشته باشیم

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = a$$

خواهیم داشت

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \geq \frac{a^2}{n}$$

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = \frac{a}{n}$$

تعیین کلی تر : با درنظر گرفتن اتحادهای :

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$$

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) = (ax + by)^2 + (bx - ay)^2 + (cy - bz)^2 + (az - cx)^2$$

و بالآخر اتحاد کلی :

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$$

$$= (a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n)^2 + (a_1 x_1 - a_2 x_2)^2 + \dots + (a_n x_{n-1} - a_{n-1} x_n)^2 + \dots + (a_n x_n - a_{n-1} x_{n-1})^2$$

نامساویهای زیر نتیجه می شود

$$1') ax + by = c \Rightarrow x^2 + y^2 > \frac{c^2}{a^2 + b^2}$$

$$2') ax + by + cz - d = x^2 + y^2 + z^2 > \frac{a^2}{a^2 + b^2 + c^2}$$

و بالآخر در حالت کلی :

$$3') a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = h$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 > \frac{h^2}{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

تبصره - نا مساوی شرطی (۱) ندان می دهد که در صفحه محورهای مختصات متمامد ، فاصله مبدأ مختصات تا از خط $ax + by = c$ از فاصله مبدأ تا خود بزرگتر و در حالت خامس با آن برابر می باشد . بر عکس ، از این حاصلت هندسی می توان نا مساوی شرطی (۱) را تبیین کرد . (ترجمه او مجله « ریاضیات مقدماتی » چاپ یاریس)

کلاس پنجم ریاضی

۱۷۳۴ - در صفحه محورهای مختصات متعادل ($0xyoy$)

با هر دو مقدار متناظر x و y می توان یک نقطه M با مختصات (x, y) در نظر گرفت .

(۱) $M(x, y)$ در چه ناحیه از سطح واقع باشد برای

کلامهای چهارم

۱۷۳۴ - اولاً محقق کنید که :

$$1) x + y = a \Rightarrow x^2 + y^2 > \frac{a^2}{1}$$

$$2) x + y + z = a \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 > \frac{a^2}{3}$$

ثانیاً روابط فوق و حالت کلی تر آنها را تعیین دهد . (متعدد از علامت $>$ = نتیجه می دهد ، یا بیجانب می کند ، می باشد)

حل : ۱) اتحاد زیر را در نظر می گیریم

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{1} [(x + y)^2 + (x - y)^2]$$

باتوجه به رابطه ۱ خواهیم داشت

$$x^2 + y^2 > \frac{a^2}{1} + \frac{1}{1}(x - y)^2$$

اما $x = y$ (۲) (تساوی نقط وقی است که $x = y$ و

$$x + y = a$$

$$x^2 + y^2 > \frac{a^2}{1}$$

می باشد (تساوی نقط وقی است که $x = y$ باشد)

۲) با درنظر گرفتن اتحاد زیر

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{3} [(x + y + z)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 + (x - y)^2]$$

باتوجه به شرط داده شده خواهیم داشت

$$y^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{1}{3} [(y - z)^2 + (z - x)^2 + (x - y)^2]$$

عبارت داخل کروشه در صورتی که $z \neq y \neq x$ باشد مثبت است و در صورتی که $x = y = z$ باشد برابر با صفر می باشد . بنابراین با شرط $a = x + y + z$ داریم :

$$x^2 + y^2 + z^2 > \frac{a^2}{3}$$

$$\text{لئن است } \frac{a}{3} = y = z = x \text{ باشد }$$

تعیین : از اتحاد

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \frac{1}{n} [(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 + (x_1 - x_2)^2 + \dots + (x_{n-1} - x_n)^2 + \dots + (x_n - x_{n-1})^2]$$

تا مبدأ مختصات است و این فاصله برابر با مقدار ثابت ۴ است: از وابطه سوم دستگاه بالا معلوم می‌شود که مکان (x و y) M دربع دایره به مرکز مبدأ مختصات و با شاعر $R = 4$ واقع در ربع اول محورهای مختصات می‌باشد که در شکل رسم شده است.

کلاس ششم ریاضی

۱۷۲۵ عددی چهار رقمی به صورت \overline{medu} باشد
چنانکه: هریک از رقام آن از ۵ کوچکتر بوده، حد اکثریکی از آنها می‌تواند با ۵ برابر باشد. وفرض می‌کنیم P مقلوب $N + P = \overline{udem}$ عدد فوق باشد یعنی P ناپذیر کنید که مجموع $N + P$ بر ۱۱ بخش پذیر است و خارج قسم تقسیم را به دست آورید.

حل: اعداد N و P را به ترتیب چنین می‌نویسیم

$$N = 1 \cdot m + 1 \cdot c + 1 \cdot d + u$$

$$P = 1 \cdot u + 1 \cdot d + 1 \cdot c + m$$

و جواهیم داشت

$$\begin{aligned} N + P &= 1 \cdot (m+u) + 1 \cdot (c+d) \\ &\quad + 1 \cdot (c+d) + m+u \end{aligned}$$

بنابراین فرض هریک از دو مجموع $m+u$ و $c+d$ از ۹ کوچکتر بوده، حد اکثریکی از آنها می‌تواند با ۹ برابر باشد.

بنابراین می‌توانیم هریک از آنها را یک رقم فرض کنیم یعنی

$$N + P = (m+u)(c+d)(c+d)(m+u)$$

و به صورت دیگر اگر $m+u = \alpha$ و $c+d = \beta$ باشد

$$N + P = \alpha\beta\beta\alpha$$

بوده و به صورت زیر نوشته می‌شود

$$N + P = 1 \cdot \alpha + 1 \cdot \beta + 1 \cdot \beta + \alpha = 100\alpha + 110\beta$$

$$100\alpha = 2 \times 11 \times 13 = 11 \times 91$$

$$N + P = 11(91\alpha + 10\beta)$$

بعنی $N + P$ بر ۱۱ بخش پذیر بوده و خارج قسم تقسیم

آن برابر است با:

$$91\alpha + 10\beta = 91(m+u) + 10(c+d)$$

(نقل از کتاب E.P.M.)

تعربین: آیا مسکن است مسئله بالا را برای عرض دستگاه

عدد نویسی با پایه x تعیین داد و چگونه؟

* * *

اینکه مثلث مانند ABC با اندازهای اضلاع x و $AB = y$ و $BC = z$ وجود داشته باشد.

(۲) مکان نقطه (x و y) M را تعیین کنید برای آنکه مثلث ABC فوق الذکر در زاویه A قائم باشد.

حل: ۱) شرط لازم و کافی برای اینکه x و y و z اندازهای اضلاع یک مثلث باشند آن است که

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$|x-y| < z < x+y$$

از دو نامساوی اول دستگاه تیجه می‌شود که M باید در ربع اول محورها واقع باشد و از نامساوی سوم دستگاه دو نامساوی زیر تیجه می‌شود.

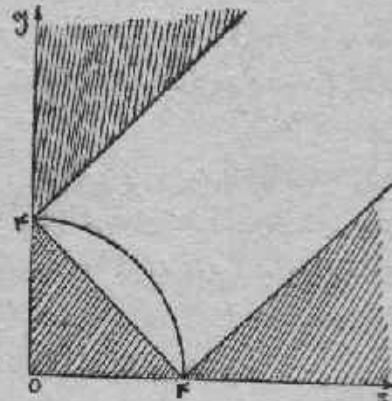
$$(1) x + y - z > 0$$

$$(2) (x-y)^2 - z^2 < 0$$

که نامساوی اخیر به صورت زیر نوشته می‌شود

$$(3) (x-y-z)(x-y+z) < 0$$

بنابراین ناحیه مطلوب قسمی از ربیع اول محورهای مختصات است که در ازاء مختصات نقاط آن نامساویهای (۱) و (۳) با هم برقرار باشند و ناحیه‌ای است که در شکل هاشور نخورده است.



(۲) شرط لازم و کافی برای اینکه x و y اندازهای اضلاع مجاور به زاویه A قائم یک مثلث قائم الزاویه با اندازه وتر z باشد آن است که داشته باشیم.

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

دو نامساوی اول معلوم می‌کند که $M(x, y)$ باید در ربیع اول محورهای مختصات واقع باشد.

باتوجه به اینکه مقدار $\sqrt{x^2 + y^2}$ فاصله نقطه $M(x, y)$

از نقطه B دومماس 'BM و BT بربیضی دسم شده است
پس داریم

$$MFB = BFT' = \frac{MFT'}{1} \quad (2)$$

از جمع نتیجه به تطبیق طریق دین روابط های (۱) و (۲) حاصل خواهد شد

$$AFB = TFT' = \frac{MFT'}{1} \quad \text{مقدار ثابت}$$

برای کانون F نیز با طریق مشابه ثابت خواهد شد که :

$$AF'B = TFT'T' = \frac{MFT'}{1} \quad \text{مقدار ثابت}$$

۱۷۳۶ - قطعه مماس متفاوت محصور بین دومماس ثابت بر بیضی - از هر کانون بیضی به زاویه ثابت دیده می شود .

T) PT' و PT دومماس ثابت (E) بربیضی
و T' نقطه های تماش با کانونهای F و F' رسم شده است .
قطعه خط متفاوت AB بین PT و PT' محصور بوده و همواره در یک نقطه M بربیضی (E) مماس می باشد
باید ثابت نمود که اندازه هر یک از زاویه های AF'B و AFB باشد
برابر با مقدار ثابت است .

از نقطه A دومماس AM و AT بربیضی رسم شده است ،
بنابراین قطبی پونسله داریم

$$MFA = AFT = \frac{MFT}{1} \quad (3)$$

مسئله جبر امتحان عمومی

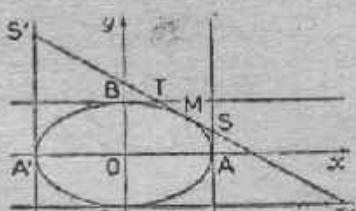
کنکور دانشکده مهندسی مارسی (۱۹۶۳)

(ترجمه از مجله «ریاضیات مقدماتی» چاپ پاریس)

است . ثابت کنید که بیضی با مرکز O و محاط در آن مثلث وجود دارد و طول اقطار آن را حساب کرده وضع نسبی محور کانونی آن را تعیین کنید

حل : ۱) ثابت هندسی رابطه $B'T \cdot B'T' = a^2$ چندان مشکل نیست (مثلاً می توان بالاستفاده از تبدیل بیضی به دایره اصلی و بالکن آن را اثبات نمود) اما در زیر راه حل تحلیلی آن بیان می شود .

شکل (۱) را در نظر می گیریم



ش ۱

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

معادله بیضی نسبت به محورهای آن می باشد و فرض می کنیم $(x^2 + y^2)^{1/2} = u$ یک نقطه داخلی از بیضی باشد . معادله مماس

۱۷۳۷ - یک بیضی با قطر اطول $2a = AA'$ و قطر اقصی $2b = BB'$ و به مرکز O منطبق است

(۱) مماس در نقطه متفاوت M بربیضی ، مماسهای مرسوم در دایرهای B و B' را به ترتیب در T و T' قطع می کنند ثابت کنید $BT \times B'T' = a^2$

(۲) را ابتدا از A و در خارج بیضی به اندازه $b = AL$ امتداد می دهیم . از I دومماس بربیضی رسم کنید و زاویه 2α را که تشکیل می دهد حساب کنید . این مماسها مماس مرسوم در رأس A' بربیضی را در K قطع می کنند ، ثابت کنید که $OI = OK = OK'$. چنانچه جای محورهای $A'A$ و $B'B$ عوض شود آیا نتیجه اخیر باز هم حاصل می شود ؟ یعنی اگر $R = B'B = Bu = a$ امتداد داده و از u مماسهای بربیضی دسم کنیم تمام مماس در رأس A' را در J و K' قطع کنند آیا رابطه $Ou = OJ' = OK'$ برقرا در خواهد بود ؟

(۳) یک مثلث متساوی الساقین $(LM = LN)$ می باشد و با معلومات R شاعر O مرکز دایره محیطی آن می باشد و با معلومات R این دایره محیطی و زاویه $MLN = 2\alpha$ می شود منطبق

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{\sqrt{b(a+b)}} = \sqrt{\frac{b}{a+b}} \quad (\rightarrow \alpha < \frac{\pi}{4})$$

و به صورت دیگر داریم

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2a+b-b}{2a+b+b} = \frac{a}{a+b}$$

اینها را برابر - داریم

$$A'J = A'K - A'I \operatorname{tg} \alpha = (2a+b) \sqrt{\frac{b}{2a+b}} = \sqrt{b(2a+b)}$$

و خواهیم داشت

$$\overline{OJ'} = \overline{OK'} = \overline{A'J'} + \overline{OA''} = b(2a+b) + a^2 = (a+b)^2 = \overline{OI}$$

نتیجه می شود $OI = OJ = OK$

بررسی حالتی که جای محورها

عرض شود - فلار $B'B$ را به طول

امتداد می دهیم (شکل ۳) و $Bu = a$

از II دوماس بربیضی رسم می کنیم

که مساوی در A و A' باشد S و S'

قطع می کنند و تصویر S را بیماس

در A' با A و زاویه بین دوماس

مرسوم از II را با β می نماییم داریم

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{SS_1}{S'S_1} = \frac{2a}{|AS - A'S'|}$$

و از رابطه های

$$AS \cdot A'S' = b^2$$

$$AS + A'S' = 2On = 2(a+b)$$

نتیجه خواهد شد

$$(AS - A'S')^2 = (AS + A'S')^2 - 4AS \cdot A'S'$$

$$= 4(a+b)^2 - 4b^2 = 4a(a+2b)$$

و از آنجا به دست خواهد آمد

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2a}{\sqrt{a(a+2b)}} = \sqrt{\frac{a}{a+2b}} \quad (\rightarrow \beta < \frac{\pi}{4})$$

و به صورت دیگر

$$\cos \beta = \frac{a+2b-a}{a+2b+a} = \frac{b}{a+b}$$

اگر نقطه های تلاقی مساوی ای مرسوم از II باماس در

رأس B را به J' و K' بنامیم خواهیم داشت

در نقطه M بربیضی عبارتست از

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

که چون در آن به ترتیب $y = -b$ و $x = b$ اختیار

شود طولهای شله های T و T' به دست می آید :

$$x = \frac{a^2}{x_0} (1 - \frac{y_0}{b^2}) \quad \text{و} \quad x' = \frac{a^2}{x_0} (1 + \frac{y_0}{b^2})$$

و نتیجه خواهد شد که

$$xx' = \frac{a^2}{x_0^2} (1 - \frac{y_0^2}{b^2}) = \frac{a^2}{x_0^2} \times \frac{x_0^2}{a^2} = a^2$$

و جون $x' = \overline{B'T'}$ و $x = \overline{BT}$ بنابراین

$$\overline{BT} \cdot \overline{B'T'} = a^2 \quad \text{با} \quad \overline{BT} \cdot \overline{B'T'} = a^2$$

تبصره - جتناچه نقطه های تلاقی میان مساحت M با مساحتی در نقاط A و A' با S و S' نموده شود به دست خواهد آمد که

$$\overline{AS} \cdot \overline{A'S'} = b^2 \quad \text{با} \quad \overline{AS} \cdot \overline{A'S'} = b^2$$

(۲) شرط لازم و کافی برای اینکه خطی که از I گذشت

بر بیضی مساحت باشد آن است که H نمودر کانون F بر آن خط برداشته اصلی بیضی واقع باشد . بنابراین مساحتی مطلوب عبارتند از خطوطی که نقطه I را به نقطه H و H' تقاطع می کنند از خطوطی اصلی بیضی

پادایریه بقدر IF :

وصل می کنند (شکل ۲)

تبصره - با تبدیل

بیضی به دایریه اصلی و

بالعکس (تطییح و ترقیع

بیضی) راه ساده دیگری برای رسم مساحتی مطلوب به دست می آید .

محاسبه ۲۵ : اگر T تصویر T روی $B'T'$ باشد داریم :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{TT_1}{T_1 T'} = \frac{2b}{|B'T' - BT|}$$

و با توجه به رابطه های

$$BT \cdot B'T' = a^2$$

$$BT + B'T' = 2OI = 2(a+b)$$

خواهیم داشت

$$(B'T' - BT)^2 = (B'T' + BT)^2 - 4BT \cdot B'T'$$

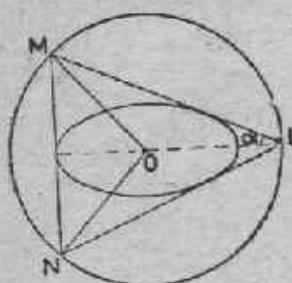
$$= 4(a+b)^2 - 4a^2 = 4b(a+2b)$$

و از آنجا به دست می آید

یکان

وازشرط $a > b$ تبجه می شود

$$\cos 2\alpha > 1 - \cos 2\alpha \text{ یا } \cos 2\alpha > \frac{1}{2} \alpha < \frac{\pi}{4}$$



ش

در این حالت، محور کانونی
یعنی محاط در مثلث LMN
بر ارتفاع قطب رأس L از مثلث
متنطبق است (شکل ۴) خواهیم
داشت

$$b = R \cos 2\alpha \\ a = R(1 - \cos 2\alpha) \\ = 2R \sin^2 \alpha$$

وازشرط $a > b$ تبجه خواهد شد

$$1 - \cos 2\alpha > \cos 2\alpha \text{ یا } \cos 2\alpha < \frac{1}{2} \alpha < \frac{\pi}{4}$$

در این حالت محور کانونی یعنی محاط در مثلث LMN
بر ارتفاع قطب رأس L از مثلث عمود خواهد بود.
تصویر - اگر $\alpha = \frac{\pi}{4}$ باشد نقطه O یادروسط MN
و یادخواج مثلث LMN واقع بوده و دسی یعنی به مرکز O
محاط در داخل مثلث LMN ممکن نیست.

$$J = B'K' = B' \operatorname{tg} \beta = (\sqrt{b+a}) \sqrt{\frac{a}{a+b}} \\ = \sqrt{a(a+b)} \\ \text{از طرف دیگر}$$

$$\overline{OJ}' = \overline{OK}' = \overline{B'J'} + \overline{OB'} = a(a+b) + b^2 \\ = (a+b)^2 = \overline{ou}^2$$

نتیجه می شود

یعنی نتایج حاصل متناظر با تاییح حالت قبل است

(۳) دسی یعنی محاط در مثلث LMN و با مرکز O -
کافی است ثابت کنیم که مثلث LMN رامی توان با یکی از دو
مثلث UI'K' یا IJK (مذکور در فوق) مطابق ساخت، یعنی
ممکن است که اعداد a و b (a > b) را چنان تعیین کرد که یکی
از دستگاه دورابطه ذیر را داشته باشیم

$$\left\{ \begin{array}{l} a+b=R \\ \frac{a}{a+b}=\cos 2\alpha \end{array} \right. \text{ یا } \left\{ \begin{array}{l} a+b=R \\ \frac{b}{a+b}=\cos 2\alpha \end{array} \right. \\ \text{از دستگاه (۱) نتیجه خواهد شد}$$

$$a = R \cos 2\alpha \\ b = R(1 - \cos 2\alpha) = 2R \sin^2 \alpha$$

مسئله «گاوهای نیوتن» (مدلور در صفحه ۳۶ یکان شماره ۱۰)

برای این مسئله از طرف نیوتن و ریاضیدهای دیگر راه حلیابی بیان شده است. اما فعلاً از نقل این راه حلها خودداری شده فقط راه حل ساده مسئله ذکر می شود!

نخست، علتها را که در مدت یک هفته در یک مزرعه می روید و واحد نمو، اختیار می کنیم و پس از پذیرفظ خواهیم داشت:

(۱) ۳ گاو در ۲ هفته علتها ۲ مزرعه به علاوه ۴ واحد نمو را می خوردند.

(۲) ۲ ۴ ۴ ۲ ۲ ۸ ۸ ۲

(۳) چند ۶ ۶ ۶ ۳۶ ۳۶ ۳۶

از فرض (۱) نتیجه می شود:

(۴) ۳ گاو در ۴ هفته علتها ۴ مزرعه به علاوه ۸ واحد نمو را می خوردند.

از مقایسه (۲) و (۴) حاصل می شود:

(۵) ۱ گاو در ۴ هفته علتها ۲ مزرعه را می خورد، و از آنجا:

(۶) ۲ ۴ ۴ ۴ ۴ ۴ ۴ ۴

از مقایسه (۶) و (۲) نتیجه می شود که مقدار علتها ۲ مزرعه برابر است با ۸ واحد نمو،
با اینکه مقدار علتها ۱ مزرعه برابر با ۴ واحد نمو می باشد و مسئله منجر می شود پا اینکه معلوم شود:

چند گاو در ۶ هفته علتها $15 = \frac{36}{4} + 6$ مزرعه را می خوردند. از حل تناسب مرکب:

۱ گاو	۴ هفته	۲ مزرعه	۱۵
x	۶		

تعداد لازم گاوها برابر با ۵ بوده است می آید.

مسایل پرایی حل

(مطلب قبول پاسخ تا آخر بهمن ۱۳۹۲)

از روی آن معلوم کنید که مثلث ADC در زاویه Δ قائم است
(مجله اریت دانشی)

کلاس چهارم ریاضی

۱۷۳۱ - درستی تساوی زیر را ثابت کنید

$$\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} + \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

(پیروز ارشاقی پنجم ریاضی دبیرستان مرآت)

۱۷۳۲ - از رابطه زیر متدار x را پیدا کنید

$$\frac{1}{b}(b+x)^{\frac{1}{P}} + \frac{1}{x}(b+x)^{\frac{1}{P}} = \frac{c}{a} x^{\frac{1}{P}}$$

(پیروز ارشاقی)

۱۷۳۳ - مادله زیر را حل کنید (بدون استفاده از فرمول

حل معادله درجه دوم)

$$\frac{x+a}{a} = \frac{x}{x+a}$$

(محمد افشار - تبریز)

۱۷۳۴ - حاصل عبارت زیر را وقی $\infty \rightarrow n$ پیدا کنید

$$S = 2 \times \sqrt[2]{4} \times \sqrt[4]{16} \times \sqrt[8]{256} \times \dots$$

(حن گاهی از صالحی پنجم ریاضی دبیرستان هدف)

۱۷۳۵ - ثابت کنید که اگر $x \neq y$ و z جمله های متواالی

یک تساعد هندسی باشند، سه جمله زیر نیز تساعد هندسی تشکیل می دهند

$$\frac{1}{3}(x+y+z), \sqrt[3]{xyz}, \sqrt[3]{\frac{1}{3}(xy+yz+zx)}$$

(از کتاب درسی کلاس چهارم فرانسه - فرستاده: قوام نحوی)

کلاس چهارم طبیعی

۱۷۳۸ - اولاً ثابت کنید که مجموع هر عدد مثبت و عکس آن، از ۲ کوچکتر نیست.

ثانیاً به فرض اینکه a و b و c اعداد مثبت باشد صحت نامساوی زیر را محقق کنید

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} > 6$$

(محمدحسن عرب زبان - اابل)

۱۷۳۹ - بدقت من اینکه

$$A = (2x-2)^2 - 4(2x-2)$$

$$B = (4x-1)^2 - x(4x-1) - 16x^2 + 1$$

باشد اولاً کسر $\frac{A}{B}$ را ساده کنید

ثابتاً تحقیق کنید که آیا ممکن است متدار x را چنان پیدا

کرد که $\frac{A}{B} = 8$ باشد؟

نالتاً حدود x را تعیین کنید برای آنکه $1 < \frac{A}{B} < 2$ باشد

۱۷۳۰ - مثلث متساوی الساقین ABC با طول قاعده $BC = 160\text{mm}$ و طول ارتفاع $AD = 80\text{mm}$ معرفی شود.

(۱) طول ساق آن را حساب کنید

(۲) بر ملح BC نقطه D را چنان انتخاب می کنیم که

$BE = 56\text{mm}$ باشد و مطلع BA طول $BD = 25\text{mm}$

را جدامی کنیم. ثابت کنید که دو مثلث BDE و ABC متناظر

اند و نسبت تشابه آنها را پیدا کنید و طول DE را این تعبیین کنید

(۳) در مثلث ADH طول ملح AD را حساب کرده و

ممکن است مثلث ABC متساوی الاضلاع باشد یا نه ؟
۴) از راه محاسبه تابع قسمت ۲) را به دست آورید .
۱۷۳۹ - اولاً هریک از عبارتهای زیر را ساده کنید .

$$y = \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \\ + \cos\left(-\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \\ z = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{tg}\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \operatorname{tg}\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) + \\ + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

ثانیاً معلوم کنید که در ازاء چه مقدار کلی از کمان x داریم

$$yz = \frac{z}{y}$$

ثالثاً به فرض $\frac{3}{5} \sin x = \sin x$ و x کمان منفرجه ، مقدار $\cos(x+y)$ را پیدا کنید .

کلاس پنجم ریاضی

۱۷۴۰ - خط D به معادله $y = ax + b$ و خط Δ به معادله $y = (a-2)x + b + 2$ مفروض است .

۱) متقادین a و b را چنان معلوم کنید که دو خط D و Δ در نقطه ب عرض $\frac{3}{5}$ بر بکدیگر عمود باشند .

$$b = 5 \quad a = 1$$

الف - دو خط D و Δ را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید .

ب - اگر A نقطه تلاقی دو خط D و Δ باشد نقطه B را بر نیمسازی بیان محدودهای تعیین کنید که مساحت مثلث ABO برابر با $17\frac{5}{6}$ واحد مطعه باشد .

ج - به فرض $(4 + 3)A + (5 + 5)B$ نقطه C را قسمین کنید بنابر آنکه O مرکز دایره محاطی مثلث ABC باشد (نوع داخلی با خارجی دایرة محاطی را معلوم کنید)

۱۷۴۱ - جند جملهای $(x)^m$ از درجه m را چنان پیدا کنید که بر مشتق خودش بخش پذیر باشد و در ضمن داشته باشیم ، $f'(1) = 1$ و $f(0) = 0$

(فرستنده : علی شعبه یکمی دانشجوی فنی)

۱۷۳۶ - دو مثلث قائم الزاویه ABC (قائم در دو اس A) از I نقطه تلاقی نیمسازهای داخلی زاویه های B و C خطی موازی با BC دس می کنیم که اضلاع AC و AB را در قطع NM قطع می کند و عمود AK را بر MN رسم می کنیم " ثابت کنید که

$$AH = \frac{AM \cdot AN}{BM + CN}$$

آیا ممکن است که AK نصف ارتفاع از مثلث باشد ؟
(حافظی دیره بیرستان در خان بنس)

۱۷۳۷ - دایره ب مرکز O و به شعاع R مفروض است
شعله O را ب فاصله $2R = OO'$ انتخاب کرده و مماس $O'A$ دایره (O) رسم می کنیم " دایره به مرکز O' و به شعاع $O'A$ دو نقطه دیگر B دایره (O) را قطع می کند

۱) اندازه شعاع دایره (O) را بر حسب R حساب کنید

۲) اندازه های زاویه های مثلث AOO' را تعیین کنید

۳) خط $O'O$ دایره (O) را در C خارج دایره (O')

قطع می کند و CB در نقطه C با دایره (O) برخورد می کند
ثابت کنید که مثلث ACC' با مثلث AOO' متشابه است و نسبت تشابه را معلوم کرده طولهای اضلاع مثلث ACC' را بر حسب R حساب کنید .

۴) مماس در نقطه C بر دایره (O) مماس در نقطه (C) بر دایره (O') را در $O'C$ قطع می کند . نوع چهارضلعی $O'CDC'$ و مرکز تقارن آن را تعیین کنید .

(ارسالهای امتحانی گشود برقرار)

کلاس پنجم طبیعی

۱۷۳۸ - $z = dy + dz$ بر حسب درجه به ترتیب اندازه های زاویه های A و B و C از يك مثلث هستند و زاویه C از نصف زاویه B به اندازه 15° درجه بیشتر است .

۱) با تعیین رابطه بین x و y و همچنین بین x و z ضرایب a و a' و b و b' را در دو تابع $y = ax + b$ و $z = a'x + b'$ معلوم کنید .

۲) نمایش هندس تغییرات دو تابع y و z را در يك دستگاه محورهای مختصات دس کنید (محور تغییرات z بر محور تغییرات y منطبق و واحد هر متر برای 30° درجه اختیار شود) .

۳) از روی نمودار معلوم کنید به ازاء چه مقدار از x مثلث ABC متساوی الساقین است و نیز معلوم کنید که آیا

۱۷۴۴ - اولاً از دستگاه

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = a \\ \cos^2 x - \sin^2 y = b \end{cases}$$

متادیر x و $\cos 2y$ را بر حسب a و b به دست آورید

ثانیاً اگر (a, b) نقطه‌ای واقع در صفحه محورهای مختصات باشد، مکان $M(a, b)$ را معلوم کنید، برای آنکه دستگاه (۱)

ممکن باشد

$$x = \frac{1 + \sqrt{2}}{4} a \quad y = \frac{5 - \sqrt{2}}{4}$$

مقادیر کلی کهای x و y را پیدا کنید (E.P.M)

۱۷۴۵ - دو صفحه P و Q در خط Δ متقاطعند و دو صفحه S و R به ترتیب صفحه‌های نیمساز داخلی و خارجی فرجا حاصل

می‌باشد

(۱) خطی موازی با صفحه R صفحه‌های P و Q و S و R به ترتیب در M و N و K قطع می‌کند، ثابت کنید که MN وسط است MK

(۲) خطی جیهار صفحه P و Q و R و S و C و B و A و D قطع می‌کند و فرض می‌کنیم فاصله‌های a و b از Δ به ترتیب a و b باشد، ثابت کنید:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB} = \frac{a}{b}$$

(ابراهیم صادقی اهری - دیردیپرستانیای آزاده)

۱۷۴۶ - دو صفحه Q و P بر یکدیگر عمودند و A و B

دونقطه از قاعده مشترک آنها می‌باشد. در صفحه P به قدر P را بر آن اختیار نماید (۱) را رسماً M و N به صفحه Q با m می‌نامیم. در منصف صفحه Q نقطه S را غیر واقع بر AB و غیر واقع بر عمود منصف AB اختیار کرده دایره محیطی مثلث ABS را رسماً می‌کنیم و نقطه تلاقی دیگر Sm را باین دایره M' می‌نامیم. اگر α زاویه SM با صفحه P باشد

$$(۱) \tan \alpha = \frac{mM'}{Sm}$$

(۲) نقطه M را بر (۱) جنان تبیین کنید که زاویه α ماکزیمم باشد. (E.P.M)

کلاس ششم طبیعی

۱۷۴۷ - اولاً ثابت کنید که شرط لازم و کافی برای آنکه دایره به مرکز (β, α) و R در نقطه b طول

a بزمحلور x مماس باشد آن است که: $a = a$ و $|\beta| = R$

شرط لازم و کافی برای آنکه دایره مزبور دریک نقطه به عرض b بر y مماس باشد آن است که $b = b$ و $|\alpha| = R$ و $|\beta| = R$

ثانیاً معادله دایره‌ای را بنویسید که در نقطه به طول x بر x مماس بوده مرکز آن برخط به معادله $y = x + 2$ واقع باشد، این خط و دایره را دریک دستگاه محو رهارسم کنید.

۱۷۴۸ - مطلوب است حل معادله مثلثاتی زیر و تعیین

جوابهای کلی آن

$$2\sin^2 x = 1 + \sin 2x$$

کلاس ششم ریاضی

$$1749 - \text{اولاً در تابع } \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 2x + 2} = y \text{ ضایع}$$

و c و b و a را جنان تعیین کنید که اگر بفرض منحنی نمایش تابع دارای سه نقطه عطف باشد این سه نقطه برخط به معادله

$$\frac{9}{4} - x = y \text{ واقع باشد}$$

ثانیاً جدول تغیرات و منحنی (C) نمایش هندسی تابع

$$\frac{x^2 + 2x - 5}{x^2 - 2x + 2} = y \text{ را رسماً کنید}$$

ثالثاً معادله مثلثاتی زیر مفروض است

$$(1 - m)\sin^2 u + 3m + 4 = 0$$

الف - مستقیماً آرا حل و بحث کنید

ب - با فرض $\cos u = x$ از روی منحنی (C) حل و بحث

معادله را تبیخه بگیرید

۱۷۵۰ - معادله زیر مفروض است (نسبت به مجھول x)

$$2\cos^2 x - 4\cos^2 \varphi - 1 = 0$$

(۱) ثابت کنید φ هرچه باشد معادله بالا در اداری جواب است

(۲) صورت کلی همه جوابهای معادله را پیدا کنید

(E.P.M)

۱۷۵۱ - اولاً برای اینکه يك عدد سدقیقی بر ۱۷ بخش

پذیر باشد چه رابطه‌ای باید بین ارقام آن برقرار باشد.

ثانیاً ثابت کنید که اگر عدد abc مضرب ۱۷ باشد

عدد $a^2 + 2b^2 - e^2$ نیز مضرب ۱۷ خواهد بود

۱۷۵۰ - عددی دورقهی پیدا کنید که اگر آنرا به عکس

ترتیب بنویسیم عدد مجذور آن نیز به عکس ترتیب نوشته شود

(فرستنده: قوام نحوی دیردیپرستانیای اهواز)

۱۷۵۱ - عددی دو رقمی چنان تعیین کنید که در مبنای

با صوت **ba** و در مبنای **bbb** نویش شود .
(هوشمنک کیان ارقی - اهواز)

۱۷۵۴ - در دایره به مرکز **O** و به شاعر **R** در قدر عود
بر حرم **'AA** و **BB'** رسم شده است . نیم خط متغیر **Ox** که در
داخل زاویه **AOB** تغییر مکان می‌دهد عمود منصف **OL** را در
I قطع می‌کند و دایره به مرکز **I** و مسماش **OA** با **(I)** نامیده
می‌شود .

۱) مرکزهای تجانس‌های مستقیم و معکوس دو دایره **(O)**
و **(I)** را پیدا کنید

۲) راجهان رسم کنید که دایره **(I)** قطب آن بر
دایره **(O)** مماس باشد و طول شاعر دایره **(I)** را بحسب **R**
به دست آورید .

۳) مکان هندسی کاونهای مقطع مخروطی را تعیین
کنید که دایرة اصلی ویک نقطه از آن معلوم و تابع می‌باشد .

(B.P.G)

مکانیک - فیزیک و شیمی

برای دانش آموزان دوره دیپرستان و داوطلبان کنکور

۱۷۵۸ - یک لیتر سود نرمال در دست است . از این حجم این سود را بالاید که در یک نرمال حابه‌جا می‌نماییم و مجدداً از این حجم محلول حاصل را پس از ترکیب کامل بالاید که در یک نرمال حابه‌جا می‌کنیم . اگر این عمل پنج بار تکرار شود ، در آخرین مرحله چه اجسامی و به چه مقدار از هر کدام تولید می‌شود و در ظرف باقی می‌ماند . پس از جند مرتبه تکرار مقدار سود تقریباً نصف می‌شود و در این حالت سایر احجام تولید شده را تعیین کنید .

۱۷۵۹ - از یک نقطه مرجع جسم وزنی را در امتداد قائم و بدون سرعت اولیه رها می‌سازیم جسم پس از آنکه مسافت **[L]** پیمود ، از همان نقطه مرجع جسم وزنی دیگری را بدون سرعت اولیه و در همان امتداد قائم رها می‌سازیم ، تعیین کنید پس از چند مدتی از شروع رعایت نمودن گلوله اول ، فاصله دو گلوله در فضای برابر مقدار معلوم **[L]** خواهد شد .
(از سلسله اینچنانه بهترین فراسه - ترجمه هوشمنک شربزاده)

۱۷۶۰ - مکرر یک گرم کربنات یک فلز دوطرفیقی را به شدت تکلیس کرده و گاز حاصل از عمل را بازد و محلول **[R]** نرمال آب آهک می‌کنیم ، ملاحظه می‌شود که **۵۲۵** از محلول فوق الذکر را خنثی می‌نماید . فلز دوطرفیقی مجیول را مینکنید (ج - جواهری دیردیپرستانیا کاذر و د)

۱۷۶۱ - در یک آب منجع **۴ cm³** و هیدروژن وارد مخلوط می‌دان ، این **۱۳۰ cm³** اکسیژن وارد می‌کنیم . پس از ایجاد جرقه و سرد نمودن ، حجم گاز باقیمانده **۹۴ cm³** می‌باشد که **۵۶ cm³** آن قابل جذب پیاس و بقیه قابل جذب قصر می‌باشد .

۱ - معادلات متوخن را بنویسید . ۲ - حجم هر یک از گازهای در مخلوط پیدا کنید (از جمله هوشمنک شربزاده)

۱۷۶۲ - محلولی از اسید به فاکتور **f** با محلول باز به فاکتور **f** کاملاً خنثی می‌شود ، تعیین کنید فاکتور محلول حاصل را

قرستنده : **{** پیغوب سلامت ابراهیمی به قتل از آقای کوش
علی حدائقی زاده از ببر به قتل از آقای طیبزاده

حل مسئله «مسلمان و کافر» (مذکور در صفحه ۳۶ شماره ۱۰)

این مسئله از مسئله‌های قدیم و معروف است و در آثار دیاضدات‌های مسامان تحت عنوان «مسلمان و یهودی» یا «مسلمان و کافر» و در آثار دیاضدات‌های مسیحی تحت عنوان «مسیحی و یهودی» یا «مسیحی و ترک» نقل شده است و در ضمن هر گروه جواب آن را به شرح نیز بیان داشته‌اند که از نقل آن خودداری می‌شود .
جواب مسئله به این ترتیب است که افراد مختلف ای که برای قرعه‌کشی تشکیل می‌شود ، از شماره ۱ تا ۳۰ به ترتیب عبارت باشد از : ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰ - ۲۱ - ۲۲ - ۲۳ - ۲۴ - ۲۵ - ۲۶ - ۲۷ - ۲۸ - ۲۹ - ۳۰

مسائل امتحانات (ریاضی - فیزیک و شیمی) کلاس‌های دوره دوم دبیرستانها (آذر ۴۳)

(مسئلی که تا تاریخ دهم دیماه به اداره محله رسیده است در هر درس به ترتیب القاء (نام دبیرستان) درج می‌شود)
دبیرستان خوازمی

۱۷۶۸ - کسر زیر را مدام کرده و باز اعماق $b = 2$ و $a = 5$ مقدار عددی آنرا حساب کنید

$$\frac{5 \times a - \frac{1}{4} b - \frac{1}{4} (2xy)}{b - \frac{1}{4} \times \sqrt{a} \times a - \frac{1}{4}}$$

حاصل عبارت زیر را پیدا کنید .

۱۷۶۹ - حاصل عبارت زیر را پیدا کنید .

$$\sqrt{200 + 2\sqrt{12 + 2\sqrt{8 - 10\sqrt{8}}}}$$

۱۷۷۰ - مخرج کسرهای زیر را گویا کرده و سپس حاصل

آنرا پیدا کنید

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

۱۷۷۱ - عدد خارج رادیکال را داخل رادیکال بپرسید

$$\frac{4}{3}\sqrt{\frac{4}{3}}$$

۱۷۷۲ - اعداد زیر را دریکال را از رادیکال خارج کنید

$$\sqrt{\frac{64 \times 8 \times 6 \times 2}{216 \times 120}}$$

۱۷۷۳ - مخرج کسر زیر را گویا کنید

$$\frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

۱۷۷۴ - اگر $a^2 + b^2 = 1$ باشد ثابت کنید $a^2 + b^2 + 2ab = 1$

۱۷۷۵ - صحت تساوی زیر را تحقیق کنید

$$\sqrt{2 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$$

۱۷۷۶ - حاصل عبارت زیر را بدست آورید

$$\frac{4x^3 - (x-2)^3}{(x^2-1)} - \frac{x^2-9}{(2x-2)^2-x^2} + \frac{(2x-2)^2-x^2}{(2x+3)^2-x^2} + \frac{4x^3-(x+3)^3}{(x^2-(x+3)^2)}$$

۱۷۷۷ - عبارت زیر را بایک رادیکال بنویسید

$$\sqrt[4]{2\sqrt{2}}$$

دبیرستان هدف

۱۷۷۸ - کسر زیر را پساده ترین صورت خود تبدیل کرده

$$y = \sqrt{8} \cdot ax = \sqrt{12} \cdot b = \sqrt{2} \cdot 2a = \sqrt{2} \cdot b$$

حساب کنید

$$\frac{(ax-by)^2 - (bx-ay)^2}{(ax+ay) - (bx+by)}$$

۱- شیوه نگارش عبارات به همان صورت که در اوراق پلی کپی بوده، محفوظ مانده است

کلاس چهارم طبیعی

الف - جبر

دبیرستان آذر

۱۷۷۶ - صحت تساوی مقابل را ثابت کنید .

$$\sqrt{9 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}} = \sqrt{22}$$

۱۷۷۷ - کسر ممکن مقابل را ساده کنید .

$$\frac{2a^3 - a^4}{1 - 2a^2} + \frac{1}{3a - a^2} - \frac{a}{1 - 2a^2}$$

۱۷۷۸ - مخرج کسر مقابل را گویا کنید. عبارات را محاسبه

و شناسه کنید

$$\frac{5 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}}$$

۱۷۷۹ - فرموله مقابل را حل کنید .

$$\frac{2x-5}{8} - \frac{3x+6}{4} > \frac{(3x-1)}{20}$$

دبیرستان البرز

۱۷۸۰ - عبارت جبری زیر را ساده کنید

$$\frac{1}{a+b} + \frac{a}{b^2+a(a+b)} + \frac{b}{a^2+b(a+b)} - \frac{ab}{a^2-b^2}$$

۱۷۸۱ - کسر اصم را گویا کنید

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$$

۱۷۸۲ - حاصل عبارت اصم زیر را تعیین کنید

$$(x+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y}) - \sqrt{\frac{4}{xy}} \left(\frac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \right)$$

۱۷۸۳ - عبارت جبری زیر را به حاصلضرب عوامل اول تجزیه کنید

$$5x^5 - 5x^3 - 12x^2$$

۱۷۹۱- مثلث ABC و نقطه M واقع بر روی ضلع BC مفروض است از نقطه M خطوط' MC و MB را بترتیب به موازات AC و AB رسم میکنیم امتداد' C'B امتداد CB را در نقطه F قطع میکند ثابت کنید $\overline{MF} = FB \cdot FC$

۱۷۹۲- خط AB را بطول ۶ سانتیمتر رسم کرده کمانی در خود $\alpha = 45^\circ$ بر دوسر پاره خط AB بگذارید . (طرز ترسیم را بنویسید) .

دیرستان هدف ۳

۱۷۹۳- از نقطه P واقع بر روی دایره O بطر AB خط PM را بر قطع عمود میکنیم دوباری با قطع BM و AM خطوط PA و PB را در E و F قطع میکنند ثابت کنید که شکل PEMF مستطیل است و EF بر هر دو دایره متعار است .

۱۷۹۴- به نقطه O و A و B و A' و B' بهمین ترتیب بر خط راست Δ قراردارنده از A و B دو خط به موازات هم و سمت تاخیلی را که از O رسم میشود در C و D قطع کنند از نقطه D به موازت BC میکشیم تاخط Δ را در E قطع کند ثابت کنید OB واسطه هندسی است بین O و OA

دیرستان هدف ۴

۱۷۹۵- در دایره O مثلث ABC را محاط کرده و دو نیمساز زوایای B و C را سمت میکنیم تا یکدیگر را در نقطه N و دایره را در نقاط A' و C' قطع کنند اگر از A به B' و C' و سل کنیم ثابت کنید که اولاً دوزاویه' B'NC' و B'AC' مساویند تاباً AN عمود بر B'C' است .

ج - مسائل فیزیک

دیرستان آذر

۱۷۹۶- یک کره فلزی پشماعه را که وزنش ۴ کیلو گرم است به کره فلزی توانایی دیگری که شماش ۱۰ و وزن ۲۵ کیلو گرم است منطبق میکنیم محل مرکز نقل دستگاه را پیدا کنید ۱۷۹۷- موتوری است بتوان ۹۶۱ کیلو وات اولاً با این موتور چند متر مکعب آب را میتوانیم از جاهی بعمق ۱۰ متر در ساعت بالا بیاوریم تاباً - چه مقدار کار در ۱ دقیقه این موتور انجام میدهد .

۱۷۹۸- اراده بوزن ۵۰۰ کیلو گرم در سطح شب داری که زاویه آن ۳۰ درجه است قرار گرفته و آنرا بوسیله طنابی بچرخ چاگی که در انتهای سطح شب داراست وصل کرده ایم اگر کار گری بوسیله چرخ چاه اراده را بالای اورد نیز وی کار گردا حساب کنید در صورتیکه قطر چرخ ۴ و طول دسته چرخ ۶ متر باشد از نظر وی اصطلاحاً صرف قطر شده

۱۷۹۹- مخرج کسر $\frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{7}}$ را گویا کنید

۱۸۰۰- حاصل عبارات زیر را بطور ماده بدست آورید .

$$\sqrt{x^r - x^s y - x^t} \sqrt{\frac{a}{x} + \frac{b}{x}} + \frac{c}{x} \sqrt{x^e - x^f y}$$

۱۷۸۱- نامعادله $\frac{ax - b}{x} - \frac{1}{4}(a - x) > \frac{3a}{4}$ را حل و بحث کنید

دیرستان هدف ۵

$$y = \frac{\sqrt{v} - \sqrt{v_0}}{\sqrt{v} + \sqrt{v_0}}, x = \frac{\sqrt{v} + \sqrt{v_0}}{\sqrt{v} - \sqrt{v_0}}$$

باشد مطلوبست محاسبه عددی عبارت

$$z = \frac{x^s + xy + x^t}{x^s - xy + y^t}$$

۱۷۸۲- عبارت زیر را با قوای مثبت و را بدلکالی بنویسید و ساده کنید

$$(x^{-1} y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} y^{-1}) (x^{\frac{1}{2}} y^{-1}) \times (x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}})$$

۱۷۸۳- علامت عبارت $x^4 - x^2 + 2x - 12x^3 - 4x^4$ را تبیین کنید

۱۷۸۴- کسر زیر را ساده کنید

$$\frac{a^3 - 5a^2 + 7a - 3}{a^3 - 2a + 2}$$

$$\frac{2\sqrt{9} + \sqrt{60}}{\sqrt{19} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{19} + \sqrt{3}}{\sqrt{19} - \sqrt{2}}$$

را ثابت کنید

۱۷۸۵- مطلوبست حل و بحث نامعادله زیر :

$$\frac{2x-1}{m} + \frac{x}{m-1} > \frac{5x+3}{m^2-m}$$

ب - مسائل هندسه

دیرستان آذر

۱۷۸۶- ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین دو میانه وارد بر دو ساق بر این رند

۱۷۸۷- فاصله مرکز دایره های تا و قری از آن متساوی نصف وتر است مقدار قوه آن و تراحساب کنید

دیرستان هدف ۱

۱۷۸۸- مثلث متساوی الاضلاع ABC و دایره محیطی آن را رسم میکنیم نقطه M را روی کان BC اختیار کرده روی MA باره خط MD = MC را جدا میکنیم .

اولاً - اندازه هر یک از زوایای مثلث MDC را حساب کنید .

تاباً - ثابت کنید دو مثلث ADC و BMC متساویند .

دیرسان هدف شماره ۴

- ۱۷۹۹- برای آنکه جسمی بوزن ۲۵۰ کیلوگرم روی سطح افقی که ضرب اصطلاح آن ۱۵٪ است بتواند با نیروی ۲۲۵ کیلوگرم حرکت کند چه نیروی باید برآن وارد آورد؟
- ۱۸۰۰- موتور الکتریکی از جاهی بعده ۶۰ متر ۵ متر-

مکعب آب بالا آورده توان موتور ۱ اسب بخار در انداخت آن برازش زمان لازم برای انجام کار بالا را حساب کنید

۱۸۰۱- برای بالا بردن جسمی بوزن ۱۰۰ کیلوگرم روی سطح شبدار بزاویه ۳۰° و باعول ۱۵ متر ۶۰ کیلوگرم نیرو لازم است اولاً کاریکه کار گر انجام داد چقدر است ثانیاً نیروی اصطلاح را ببست آورید

- ۱۸۰۲- کار گری بوسیله چرخ چاهی که طول بازوی آن ۵ سانتیمتر و شاع استوانه آن ۲۵ سانتیمتر است میخواهد جسمی بوزن ۲۰ کیلوگرم را بالا آورد در صورتیکه راندمان ۵۰ پاشد نیروی کار گر چقدر باید باشد

۳- مسائل شیمی

دیرسان آذر

- ۱۸۰۳- دو گرم پرمنگنات دوبیاس ناخالص را بالای گلر گردیده که مجاور میسازیم گازی منقاد میشود که حجم آن در شرایط منقادی ۵۶ لیتر است اولاً درجه حریص برابر میگردد را حساب کنید ثانیاً آین گاز را به جهار قسمت مساوی تقسیم میکنیم و آزمایشها زیرا انجام میدهیم

الف- یک قسمت آن را وارد محلول گلرور فرو نموده و پیدایان سود سوز آور میریزیم جرم رسوب چقدر است

ب- قسمت دیگر از این گاز گلر را در محلول اندیده سولفور وارد مینماییم و پیدایان گلرور با دیم $\frac{1}{3}$ مولکول گرم در لیتر میافزاییم چه حجم گلرور با دیم میشود

ج- یک قسمت دیگر را با گاز گلرور ترکیب میکنیم حساب کنید چه مقدار سود دومولکول گرم در لیتر برای حقیقی نمودن اسید لازم است

د- قسمت دیگر را با گاز آمونیاک مجاور میسازیم فرمول فل و انسفال را بنویسید

دیرسان دختر اندر جان

- ۱۸۰۴- مقداری روی را در اسید سولفوریک گرم و غلظیت

حل مینمائیم ۴۸ درجه لیتر گاز SO_2 حاصل میشود وزن روی را محاسبه کنید و معین نمائید همین مقدار دوی در چند گرم سود محل خواهد شد و حجم گلرور ببست آمد را محاسبه نمائید

- ۱۸۰۵- آبیاری است از دوفلر یکی نقره و دیگری آهن

برآن اسید گلر گردیده که میافزاییم ۴۸ درجه لیتر گاز تولید میشود در آزمایش دیگری بر همین مقدار اذآلایر اسید سولفوریک گرم و غلظیت علاوه میکنیم ۲۷۲۰۰ گاز تولید میشود مقدار هر یک از دو فلز را در آلبایار پیدا کنید

دیرسان حدف

- ۱۸۰۶- ۱۷۴ گرم بی اکسید منکفر را با اسید گلر گردیده کافی تو کیب نموده ایم اذا یعنی چه حجم گاز در شرایط منقادی ببست آید اگر اسید گلر گردیده که مصرف شده ۷۳ گرم در لیتر باشید چه حجم اسید بکار رفته است اگر گاز حاصل از یعنی چه محلول گاز سولفور نموده و کلرور بازیم کافی تهاب نماییم چه وزن رسوب حاصل میشود

- ۱۸۰۷- برای تعیین غلظت یک محلول اسید گلر گردیده که میافزاییم اذ آن اتحث اثر مقدار لازم محلول نیترات فنر قرار داده ایم اذ یعنی ۲۸۸ گرم رسوب سفید را بدست آمده است غلظت محلول اسید را تعیین کنید

کلاس چهارم ریاضی

الف- جبر

دیرسان آذر

- ۱۸۰۸- بازه از چه مقدار از عبارت $Px^3 + 4x^4 - x^2 - x$ قابل قسمت است

- ۱۸۰۹- رادیکال متقابل را به رادیکال ساده تبدیل کنید

$$\sqrt{2x^7} \cdot \sqrt{x^3}$$

- ۱۸۱۰- حاصل ضرب عبارت ذیر را حساب نموده جواب را بصورت ریشه‌گی (رادیکال) بنویسید

$$(x^3 + 1)^{\frac{1}{2}} - (1 + 4x^4) \times (x^3 + 1)^{\frac{1}{2}}$$

- ۱۸۱۱- نا معادله ذیر را حل کنید

$$\frac{(x-4)(x+1)}{(x-3)(x+5)} > 1$$

- ۱۸۱۲- مخرج کسر ذین را گویا کنید

$$\frac{1}{3 + \sqrt{5}}$$

- ۱۸۱۳- معادله اصم ذیر را حل نموده جواب سادجی را حساب کنید

$$\frac{\sqrt{x^3 + 16} + x}{\sqrt{x^3 + 16}} = x + 4$$

دیرستان خوارزمی

۱۸۲۴

$$x^4 + x^2 + mx + 1 = 0$$

برای $x^2 + 2x + 1$ قابل قسمت است

۱۸۲۵

را بدست آوردید

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2 - 1}} - \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - 1}}$$

را گویا کنید

۱۸۲۶

معادله زیر را حل و بحث کنید

$$\frac{\sqrt[n]{a+x} + \sqrt[n]{a-x}}{x} = \sqrt[n]{x}$$

۱۸۲۷ - اگر $x^n + x^{n-1} + \dots + x + 1 = f(x)$ باشد اولاً $f(n)$ را معلوم کنید ثانیاً مجموع ممکنات n عدد اولیه متولی طبیعی زیر را مین کنید

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n^2$$

دیرستان حدقه ۱

۱۸۲۸ - عبارت مقابله را میاده کنید.

$$\frac{1 - \frac{a^2 - 4}{25}}{1 + \frac{a + 2}{a - 2}}$$

۱۸۲۹ - عبارت مقابله را محاسبه و ساده کنید

$$(\sqrt[5]{5} + \sqrt[5]{10})^5 (\sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{4})$$

۱۸۳۰ - عبارت مقابله را محاسبه کنید.

$$-5(x^{-\frac{1}{2}}y^4)^{-2} : (x^{\frac{1}{2}}y^{-2})^2$$

۱۸۳۱ - مخرج کسر مقابله را گویا کنید.

$$\frac{\sqrt[4]{5 - \sqrt{2}} \times \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{5 + \sqrt{2}} - \sqrt[4]{2}}$$

۱۸۳۲ - معادله مقابله را حل کنید

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = \sqrt{4x-15}$$

۱۸۳۳ - معادله مقابله را حل و بحث کنید.

$$\frac{x-1}{5} + \frac{x+1}{2a-1} = \frac{2}{a-3}$$

دیرستان حدقه ۲

۱۸۳۴ - درستی تساوی زیر را تحقیق کنید

$$\sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}} - \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}} = 2$$

۱۸۲۷ - تابع کنید معادله درجه سوم

$$x^3 + 3abx + a^3 - b^3 = 0$$

قسمت است میس ریشه های دیگر را بدست آورید

۱۸۲۸ - مقدار پارامترهای p و q را چنان تعیین کنید که $x^4 + qx^3 - 3x^2 + px + 8 = 0$ قابل قسمت باشد

۱۸۲۹ - کس زیر را بآنده ترین صورت خلاصه کنید

$$\frac{x^2 - x + x^2 - 1}{x^2y + 2xy - x^2 - 2x + y - 1}$$

۱۸۳۰ - درستی رابطه زیر را تحقیق کنید هر گاه داشته باشیم

$$\begin{cases} -z = x(1 - 2x) - (x + y) \\ x^2 + y^2 + z^2 = 7 \\ \frac{x^2 - (z - y)^2}{x^2 + x(z - y) + (z - y)^2} + \frac{(z - y)^2 + x^2}{z - y + x} \\ + \frac{x^2 + (z + y)^2}{x + y + z} = 1 \end{cases}$$

۱۸۳۱ - معادلات اصم زیر را حل کنید

$$5\sqrt{x^2 + 24} + \sqrt{(x^2 + 24)^2 + 6} = 0$$

$$\frac{2x}{x - \sqrt{16 + x}} - \frac{3x}{x + \frac{1}{x}\sqrt{16x^2 + x^2}} = z$$

۱۸۳۲ - کسرهای زیر را گویا کنید

$$\frac{\frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{64} + \sqrt{64} + \sqrt{48}}$$

$$\frac{\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{2}}} = \frac{5}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

۱۸۳۳ - دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} x + y + xy = 0 \\ x + y = \frac{1}{xy} \end{cases}$$

دیرستان حدقه شماره ۴

۱۸۳۴ - معادله

$$(m-1)x^3 + (4m+1)x^2 + 3(2m+2)x - 8m = 0$$

مغروض است اولاً m را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله فوق $x = 1$ باشد.

ثانیاً بازه $m = 2$ معادله را حل کرده و ریشه های دیگر آن را بدست آورید.

دیبرستان خودزی

۱۸۴۵ - از مثلث سه میانه معلوم است آنرا رسم کنید

۱۸۴۶ - از نقاط E و F که بترتیب در وسط اضلاع AB و AC از مثلث ABC واقع اند دو عمود FN و EM را در خارج

$$\frac{AB}{2} = EM \quad \text{و}$$

$$\frac{AC}{2} = FN \quad \text{باشد نقاط M و N را بکوچکر و نقطه P وسط}$$

وصل میکنیم ثابت کنید مثلث MNP قائم الزاویه متساوی الساقین است

$$\begin{cases} x = 2\sin\alpha + \cos\alpha \\ y = \sin\alpha - \cos\alpha \end{cases} \quad \text{پارامتر } \alpha \quad 1847 - \text{بین روابط}$$

را حذف کنید

دیبرستان هندسه

AB = m ABCD اندیاع

۱۸۴۸ - از چهار سلیم محاطی Δ و زاویه α باشد Δ زاویه β میباشد چهار سلیم را رسم کنید.

۱۸۴۹ - اتحاد مثلثاتی

$$\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} - \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{4 \cot x}{\sin x} \quad \text{را حل کرده و اگر}$$

$$\cot x = \frac{2}{4} \quad \text{باشد مقدار عددی دو طرف اتحاد را بدست آورید}$$

۱۸۵۰ - مثلث ABC مترون است نقطه K را روی

M طوری اختیار می کیم که KC = 2BK باشد نقطه BC را روی AC اختیار کرده محل تلاقی AK و BM را F نامیده اگر BF = FM باشد ثابت کنید AM = MC است.

دیبرستان هندسه

۱۸۵۱ - خط Δ و نقطه O و دایره (C) داده شده اند بر خط Δ ناطی بست آورید که قرینهایشان نسبت به O روی دایره (C) باشد. (درجاتیهای مسئله پخت کنید)

۱۸۵۲ - سه خط D و D' و D'' در نقطه G متقاطند و شله روی خط D قرار دارد مطلوب است رسم مثلثی که A یک رأس آن بوده و سه خط میانهای آن باشند

۱۸۵۳ - دو مثلث قائم الزاویه ABC و A'B'C' طوری معرفند که $A'B'C' > C'AB = A'B'$ $\angle A = \angle A' = 90^\circ$ ثابت

$$BC > B'C'$$

کنید. ۱۸۵۴ - از مثلثی دوزاویه و یک نیسان معلومند مثلث را رسم کنید.

- ۱۸۴۵ - مطالعه را چنان تعیین کنید که عبارت

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{قابل قسمت باشد}$$

و باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ مساوی ۱ شود.

- ۱۸۴۶ - مطالعه زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{a-x} - \frac{b}{a^2-x^2} - \frac{b-x}{a^2+2ax+x^2} = 0$$

- ۱۸۴۷ - درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$y \sqrt[m]{(ox)^{m+1} + y^{-m}} \times (ox)^{-\frac{1}{m}}$$

$$= x \sqrt[m]{x^{\frac{m+1}{m}} + \sqrt[m]{x}}$$

- ۱۸۴۸ - مطالعه اصم زیر را حل کنید.

$$\frac{x}{(x+1)\sqrt{x-1}} + \frac{2x^2\sqrt{x-x}\sqrt{x^2-2x^2}}{x^2-1} = \frac{2x}{\sqrt{x^2+x+1}}$$

ب - مسائل هندسه

دیبرستان البرة

۱۸۴۹ - طلوبست وکان هندسی را بر چهارم متوازی الاشعاعی که محیطش مقدارهای بقی باشد و دو صفحه متساوی و متساوی دارد اداشته باشند

۱۸۵۰ - در مثلث ABC ارتفاع AH را رسم کرده و نقاط C' و B' قرینهای نقطه H را نسبت به AC و AB تعیین میکنیم خط B'C' اصلاح AB را در N و M قطع میکند

ثابت کنید $AH \perp MN$ است.

۱۸۵۱ - اگر در مثلث قائم الزاویه ای یکی از زوایای ۷۵ درجه باشد نسبت طولیای وتر به ارتفاع وارد بین وتر چند است؟

دیبرستان اندیشه

۱۸۵۲ - نقطه M بر امتداد قاعده BC از مثلث متساوی الساقین ABC واقع است. ثابت کنید که تفاضل فوامل این نقطه از دو ساق مقداری است ثابت.

۱۸۵۳ - از مثلث متساوی الساقین زاویه بین دو ساق و محیط معلوم است. مثلث را رسم کنید.

۱۸۵۴ - از ذوزنقه ای طول هر یک از اضلاع معلوم است، آنرا رسم کنید.

دیرستان هدف شماره ۴

۱۸۵۴ - در مثلث ABC ، $OB = OC$ نیازمای

داخلی زاویه B و C میباشد ثابت کنید که

$$\angle BOC = 90 + \frac{A}{2}$$

۱۸۵۵ - در مثلث ABC زاویه A منفرجه است ثابت

کنید که میانه AM از نصف BC کوچکتر است

۱۸۵۶ - در مثلث ABC دو میانه CN و BM نظریه

خلع AB و AC بر بکدیگر عمودند اگر AL میانه خلع سوم مثلث باشد صحت دورابطه زیر را ثابت کنید

$$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$$

$$AL^2 = BM^2 + CN^2$$

ج - مقدم حساب

دیرستان آذر

۱۸۵۷ - در صورتیکه داشته باشیم .

$$z = \frac{\sqrt[3]{ab} \times \sqrt[3]{c}}{\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{b}\right)}}$$

مطلوبست محاسبه $\log z$ بر حسب لگاریتمهای a و b

۱۸۵۸ - مطلوبست محاسبه کسر زیر با استفاده از جدول

لگاریتم اعشاری .

۲۰۳۲۰

$$\sqrt[4]{18256 \times (1501)^3}$$

۱۸۵۹ - مطلوبست حل معادله زیر .

$$\log_2 \left\{ 2 + \log_2 [1 + \log_2 (x-2)] \right\} = 1$$

۱۸۶۰ - مطلوبست محاسبه

با استفاده از جدول لگاریتم اعشاری

دیرستان آذر

۱۸۶۱ - مطلوبست حل معادله یک مجهولی زیر

$$\sqrt{\log_x \sqrt{5x} \times \log_x 5} = -1$$

۱۸۶۲ - مطلوبست حل دستگاه دومجهولی زیر

$$\begin{cases} \frac{\lambda(2x+1)}{\gamma(y-1)} = 32 \\ \frac{\sqrt{20(2y+1)}}{x-y} = 5 \end{cases}$$

۱۸۶۳ - مطلوبست محاسبه $\log z$ در صورتیکه داشته باشیم

$$z = \left[\frac{\sqrt{x} \sqrt{(x^2-y^2)^2}}{y\sqrt{x}} \right]^2$$

۱۸۶۴ - مطلوبست محاسبه مقدار L با استفاده از جدول لگاریتم اعشاری

$$L = \frac{86542 \sqrt{1235}}{\sqrt{9079} \times (91228)^2}$$

۱۸۶۵ - مطلوبست محاسبه K با استفاده از جدول لگاریتم اعشاری

$$K = \log_{10} 21.222$$

دیرستان هدف ۱

۱۸۶۶ - حاصل عبارت

$$\log \sqrt[4]{2\sqrt{2} - 2\log_{10} 125 + \log_{10} 2001} = ?$$

را پیدا کنید .

$$\log 3 = ? \text{ اگر } \log_{10} 30103 = 4.47712 \text{ و } \log 2 = 0.30103 .$$

باشد مطلوب است محاسبه $\log 720$

۱۸۶۷ - مطلوب است محاسبه x از رابطه

$$\log_2 \sqrt{x-4} + \log_2 \sqrt{x+4} = 1$$

$$\log = 1.22512 \text{ و } \log a = 1.52221 \text{ - اگر } 1869$$

باشد لگاریتم عبارت $\frac{a\sqrt{b}}{b}$ را حساب کنید .

$$\frac{2}{5y} = 1 - 5^{-x} \text{ - راحل کنید .}$$

۱۸۷۱ - دستگاه دو معادله دومجهولی زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} \log(x+3y) - \log(y+x+2) = 0 \\ x-5y = 16 \end{cases}$$

دیرستان هدف ۴

۱۸۷۲ - دستگاه دو معادله دومجهولی زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} 2x-4y = 8 \\ 3\log \sqrt{2x-2y+10} + 2\log \sqrt{2x-y+1} = \log 2 \end{cases}$$

۱۸۷۴ - مطلوب است تعیین x در معادلات زیر

$$\begin{aligned} & \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} = 4 \\ & 2x - 4 = -14 \\ & \log_2 x^2 + \log_2 x^2 + \log_2 x^2 + \log_2 x^2 = 2 \end{aligned}$$

$$x = \frac{60}{8} = 7.5$$

$$\log(x-5) = \log 81 - 2\log 3 + \log 27 + 2 + \log 3$$

بدون استفاده از جدول x را تبیین نماید

۱۸۷۵ - مطلوب است تعیین A در عبارت زیر تا یک‌صدم تقریب

$$A = \frac{\sqrt{269265}}{\sqrt{2625896}}$$

۵- مسائل فیزیک

دیرستان خوارزمی

۱۸۷۵ - گلوله‌آهن بوزن ۸ کیلوگرم از ارتفاع یک کیلومتری رها می‌شود در صورتی که تمام انرژی پتانسیل آن هنگام برخورد پر می‌شود به انرژی جنبش تبدیل شود - سرعت جسم را در موقع برخورد پژوهن حساب کنید
(کیلوگرم متر = ۹۸ نوول).

۱۸۷۶ - یک واگون بوزن ۹۰۰ کیلوگرم بوسیله یک کابل هوایی با زاویه ۳۰ درجه بوسیله موتور بر قی بیالای کوه کشیده می‌شود و ۹۰۰ متر راه من پیماید.
اولاً - کار انجام شده چقدر است.

فایناً - ارتفاع کوه را از محلی که کابل کشیده شده حساب کنید:

مثالاً - توان موتور را بر حسب کیلووات حساب کنید - در صورتی که واندمان آن نوود درصد (٪۹۰) یا شد و این عمل ۸ دقیقه و ۱۰ ثانیه طول کشیده باشد (کیلوگرم متر = ۹۸ نوول)

۱۸۷۷ - دو نفر تخته‌ای بوزن ۴ کیلوگرم و بطول ۲ متر را از طرفین گرفته و صندوقی بوزن ۲۴ کیلوگرم را روی آن حمل می‌کنند - سنديق را در کجای تخته باید قرار داد تا یکی از آنها ۸ کیلوگرم و دیگری ۲۰ کیلوگرم را تحمل نماید.

۱۸۷۸ - ۲. سانتیمتر مکعب از مایع A ۱۱۵ سانتیمتر مکعب از مایع B جماعت ۳۶ گرم وزن دارد و ۵ سانتیمتر مکعب از مایع A ۱۸۵ سانتیمتر مکعب از مایع B جماعت ۴۲ گرم وزن دارد
چنان‌که مایع A را نسبت به مایع B حساب کنید.

دیرستان هدف شماره ۴
۱۸۷۹ - دو نیروی ۸ kg F_۱ = ۲ kg F_۲ = ۸ kg که موازی

و غیره جهت می‌باشد بدو نقطه A جسمی که ۱۲ cm هم فاصله دارند اثر می‌کنند مقدار و محل نقطه اثر نیروی بر آیند را پیدا کنید و شکل آنرا رسم نمایید.

۱۸۸۰ - جسمی بوزن P کیلوگرم را بطور قائم با سرعت ۲۸ متر بر ثانیه بطرف بالا رها می‌کنیم حساب کنید تا چه ارتفاعی بالا می‌رود (از مقاومت هوا سر فقط می‌کنیم).
۱۸۸۱ - جسمی بوزن ۲۰۰ kg را در درون سطح شبدار بشب ۱۲ درصد بوسیله چرخ جاهی که در بالای سطح شبدار بدون استطلاک فرسن شود.

اولاً نیروی که لازم است این جسم را بالا بکشید چقدر است، ثانیاً اگر شماع دسته چرخ جاه ۴ cm و شماع استوانه آن ۲۱ cm و راندمان آن ۹% باشد مقدار نیروی کارگر را که بدهست چرخ وارد شده حساب کنید.

۱۸۸۲ - موتوری تسلیمه‌ای را برای بالا آوردن آب از چاهی بعمق ۱۲۰ متر بکار می‌اندازد و دو هر دقیقه ۲ متر مکعب آب از دهانه چاه خارج می‌شود در صورتیکه راندمان موتور ۸۰ درصد باشد توان آنرا بحسب اسب بخار و کیلووات حساب کنید.

۵- مسائل شیمی

دیرستان آدر
۱۸۸۳ - دو گرم بی اکسید و منکنز ناخالص را با اسید کلریدریک مجاور می‌سازیم گازی متفاوت می‌شود که حجم آن در شرایط متعارض ۴۴۸ ml. لیتر است.
اولاً درجه خلوص بی اکسید و منکنز را بدست آورید.
ثانیاً این گاز را بدون قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و با آن دو آزمایش نیز را انجام میدهیم.

الف) بیان یک قسمت آن را با اسود محلول سودسرد و ورقی مینهایم و بمحصول حاصل ابتداء سولفیت دوسود و بین ۱۰۰ سانتیمتر مکعب کلرور باریم می‌افزاییم فرمول فعل و انتقال را نوشته جم و سوب و غلطات کلرور باریم را بدست آوردید.

ب) - قسمت دیگر را وارد محلول یدور دوپناس مینهایم و بیان چسب نشاسته می‌افزاییم دنگ محبیت چیست؟ علت آن را توضیح دهید. و برای ازبین بردن این دنگ در آزمایشگاه از چه جسمی استفاده می‌شود؟ فرمولهای مربوط را بنویسید.

دیرستان دخترانه مرجان
۱۸۸۴ - ۲۸ گرم را در اسید سولفوریک گرم و غلظت حل می‌کنیم حجم گاز حاصل را مین نماید. گاز بدست آمده را وارد در محلول سود مینهایم تا کاملاً باسود فر کیب شود معین کنید و این عمل چه مقدار سود مصرف خواهد شد.

۱۸۸۵ - ۱۱۵ اسید اگزالیک را در محیط اسید سولفوریک با پرمنکنات پلاسیم قرکیب مینهایم ۱۰۰ CC پرمنکنات چالسیم ۱ نومال در این عمل مصرف می‌شود فاکتور، غلظت وزنی، غلظت ملکولی اسید اگزالیک را معین کنید و فرمول فعل و انتقال را بنویسید.

الف - جبر

دیرستان آذربایجان

$$\text{است مختصات نقطه } N \text{ را در } B \text{ و } A \text{ بقسمی تعیین کنید که} \\ \frac{AN}{NB} = \frac{2}{5} \text{ باشد.}$$

۱۸۹۴- معادله خطی را بنویسید که از نقطه $(-153, -)$ گذشته و با خط $x + 2y = 0$ موازی باشد.

$$y = \frac{x+10}{3} \text{ دو خط } (d) \text{ و } (d') \text{ به معادلات}$$

$x + 2y = 0$ را روی دستگاه متمام xoy رسم کنید.
مختصات تلاقی دو خط (d) و (d') را با یکدیگر N و با محور
های مختصات D و M مینامیم مختصات D و M را سپس N و D را
کنید.

$$N \quad \text{۱۸۹۵} \quad \text{اگر محور هارا بموازات خود ب نقطه } \frac{1}{3}$$

انتقال دویم معادله $\frac{x+10}{3} = y$ را نسبت به دستگاه جدید
بنویسید.

$$m \quad \text{۱۸۹۶} \quad m \text{ را صوری تعیین کنید که خط} \\ 2m - 1)x + 2my = 0 \text{ از نقطه } P(20, 1) \text{ بگذرد. شکل} \\ \text{را درسم کنید و نتیجه بگیرید مستطیل است.}$$

دیرستان هدف شماره ۴

$$\begin{cases} AB \rightarrow 3y - 2x = 7 \\ AC \rightarrow x - 1 = 0 \\ BC \rightarrow 2y + 2x + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{اولاً این سه خط را درسم کنید و مختصات سه رأس مثلث را} \\ \text{بدست آورید.}$$

ثانیاً تحقیق کنید که مثلث ABC متساوی الساقین است
و مساحت آنرا بدست آورید.

ثالثاً مختصات سه رأس چهارضلعی $ABCD$ را بدست آورید و تحقیق کنید که این چهارضلعی لوذی است.

رابعاً در صورتی که محورهای مختصات را به نقطه M و سطح AC منتقل کنیم معادلات جدید اصلاح مثلث را بنویسید.

$$1897 \quad \text{۱۸۹۷} \quad \text{اولاً دو خط به معادلات } 3x + 2y = 0 \text{ و } 2x + 3y = 0 \text{ را در} \\ \text{خط برحیم عمود باشند تا اینها از مختصات سه رأس مثلث } ABC \text{ میباشند.}$$

کنید که این دو خط موازی و ثانیاً a را طوری پیدا کنید که این دو خط
فوق برهم عمود باشند تا اینها از مختصات سه رأس مثلث ABC متفاوت باشند.

دیرستان هدف ۱

$$1898 \quad \text{۱۸۹۸} \quad \text{نقطه } A \text{ و } B \text{ مفروض اند اولاً} \\ \text{معادله خط } AB \text{ را بنویسید و آنرا رسم کنید. ثانیاً مختصات} \\ \text{و سطح } AB \text{ و طول قطعه خط } AB \text{ را حساب کنید.}$$

۱۸۹۹- معادله خطی را که از نقطه $D(-6, -5)$ گذشته و پر خط $2x - 3y + 1 = 0$ عصود باشد بنویسید و همچنین
معادله خطی را که از نقطه D با خط مفروض موازی باشد
بنویسید.

۱۹۰۰- مقدار m را بقسمی تعیین کنید که طول قطعه
تلاقی دو خط $2y = 2x - 7$ و $x = 2m - 7$ برای $y = 2m - 7$ باشد سپس دو خط را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

۱۹۰۱- مقدار a را طوری تعیین کنید که دو خط به معادلات
 $2y = 5a - 3ax - 1$ و $2a = 2y$ اولامتوازی
ثانیاً برهم عمود باشند.

دیرستان البرز

۱۹۰۲- نقطه A و B میباشند :

الف - مساحت مثلث را حساب کنید

ب - معادلات معمود منصف اصلاح مثلث را بنویسید

ج - تحقیق کنید که این سه عمود منصف در یک نقطه
متفاوتند.

۱۹۰۳- نقطه A روی محور طولها و بطلول 2 و نقطه B
روی محور عرضها و بعرض 4 و نقطه C روی خط $2x + 3y = 0$ و بطلول 2 سه رأس مثلث ABC میباشند.

الف : مختصات نقطه G محل تلاقی سه عیانه مثلث ABC را حساب کنید.

ب : معادله مکان هندسی نقطه G (محل تلاقی سه عیانه
مثلث) را وقی که G قطب میکند تعیین نماید

۱۹۰۴- $A(-2, 0)$ و $B(0, 0)$ مفروض اند مختصات
نقطه D قرینه نقطه $(1, 0)$ و $C(0, 1)$ را نسبت به پاره خط
 AB تعیین کنید.

دیرستان هدف ۱

$$1899 \quad \text{۱۸۹۹} \quad \text{نقطه } A \text{ و } B \text{ مفروض اند اولاً} \\ \text{دو خط با خط برحیم عمود باشند تا اینها از مختصات سه رأس مثلث } ABC \text{ متفاوت باشند.}$$

ب - مثلثات

دیرستان‌آذر

$$1900 - \text{گراد } \widehat{AB} = 50^\circ. \text{ اندازه کمان } \widehat{AB} \text{ را ب}$$

حسب درجه ورادیان حساب کنید.

1901 - اتحاد مثلثاتی مقابله داشت کنید.

$$\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{Sn}^2 x - \frac{\operatorname{Sn}^2 x}{\cos^2 x}$$

$$1902 - \text{اگر } \operatorname{tg} a = \sqrt{\frac{8}{7}} \text{ باشد و آنها کمان } x \text{ درربع}$$

سوم باشد مطلوبست سایر خطوط مثلثاتی.

1903 - مطلوبست محاسبه عددی عبارت

$$\operatorname{tg} 310^\circ \sin 30^\circ \cotg 310^\circ \cos 210^\circ + \cotg 120^\circ \sin 320^\circ$$

1904 - درستی اتحاد مثلثاتی مقابله را تحقیق کنید.

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y (\cotg x + \cotg y) = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y$$

دیرستان خوارزمی

1905 - مطلوبست تعیین زاویه x درصورتیکه

$$\operatorname{tg} x = -\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ یا } \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

1906 - ثابت کنید عبارت زیر به x بستگی ندارد.

$$\operatorname{sin}^2 x + \operatorname{cos}^2 x + 3 \operatorname{sin}^2 x \operatorname{cos}^2 x$$

1907 - درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید

$$\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x = 1 + \frac{2 \operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x}$$

1908 - مطلوبست تعیین دایره بین hga درصورتیکه

$$\begin{cases} \frac{1}{\cos x} = a \\ \operatorname{tg} x = b \end{cases}$$

$$1909 - \text{اگر } \operatorname{sin} x = \frac{2x}{a^2 + 1} \text{ باشد مطلوبست محاسبه}$$

$$2 \operatorname{sin} x \operatorname{cos} x$$

1910 - مطلوبست مقدار عددی عبارات زیر

$$\frac{\operatorname{sin} 120^\circ + \operatorname{cos} 150^\circ + 2 \operatorname{tg} 120^\circ \operatorname{cotg} 240^\circ}{3 \operatorname{sin}^2 210^\circ - \operatorname{tg} 130^\circ - 2 \operatorname{cotg} 310^\circ - 2 \operatorname{cos}^2 320^\circ}$$

$$\frac{2 \operatorname{sin} \frac{5\pi}{4} + \operatorname{cos} \frac{11\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} - \operatorname{cotg} \frac{5\pi}{3}}{2 \operatorname{sin} \frac{3\pi}{4} \operatorname{cos} \frac{3\pi}{4}}$$

$$1911 - \text{اگر } \frac{\pi}{6} = x \text{ باشد مطلوبست محاسبه}$$

$$\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} \text{ و } 1 - 2 \operatorname{sin}^2 x \text{ و } 2 \operatorname{cos}^2 x - 1$$

دیرستان‌هدف ۱

1913 - مطلوبست محاسبه عبارت

$$\frac{\operatorname{tg} x \operatorname{sin} y - \operatorname{cos} x \operatorname{tg} y}{\operatorname{sin} x \operatorname{cos} y}$$

$$\text{و قیمت } \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ و } \operatorname{cos} y = \frac{1}{2} \text{ باشد (انتهای قوس } y$$

در فاصله اول و } x \text{ در فاصله سوم)

1913 - خطوط مثلثاتی $\frac{5\pi}{6}$ را حساب کنید.

1914 - درستی تساویهای زیر را تحقیق کنید.

$$\sin 18^\circ \cos 72^\circ - \cos 162^\circ \sin 72^\circ = 1$$

$$\frac{1 + 2 \operatorname{sin} \alpha \operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{sin}^2 \alpha - \operatorname{cos}^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha - 1}$$

1915 - عبارت زیر را ساده کنید.

$$\operatorname{tg}(\alpha - 360^\circ) \operatorname{sin}(\alpha - 90^\circ) + \cos((360^\circ + \alpha) - 2 \operatorname{sin}(180^\circ - \alpha) \operatorname{sin}(90^\circ + \alpha)$$

دیرستان هدف ۳

$$1916 - \text{درصورتیکه } \operatorname{cos} \alpha = -\frac{4}{5} \text{ و آنها کمان } \alpha \text{ در}$$

$$\text{ربع دوم و } \operatorname{sin} \beta = -\frac{24}{25} \text{ و آنها کمان } \beta \text{ درربع سوم باشد}$$

مطلوبست محاسبه عددی عبارت زیر

$$A = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{cos} \beta + \operatorname{sin} \alpha}$$

1917 - سخت اتحاد زیر را ثابت کنید

$$(\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x)^2 = \frac{1}{\operatorname{sin}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{cos}^2 x}$$

1918 - سخت رابطه زیر را ثابت کنید

$$\operatorname{tg} 350^\circ \cos 20^\circ - 2 \operatorname{cotg} 100^\circ \sin 250^\circ$$

$$- 2 \operatorname{tg} 190^\circ \cos 160^\circ = 0$$

$$1919 - \text{منادله زیر را حل کرده و جواب بین صفر } 2\pi \text{ را بایدست آورید.}$$

$$\operatorname{sin}\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{8} - 2x\right) = -1$$

دیرستان هدف ۴

$$1920 - \text{اندازه کمان } 15^\circ \text{ و } 35^\circ \text{ را به گراد و رادیان تبدیل کنید.}$$

$$1921 - \text{با فرض اینکه } \operatorname{tg} x = \frac{5}{12} \text{ و آنها کمان در بخش}$$

1922 - درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید.

سوم باشد بقیه تسبیهای مثلثاتی کمان x را محاسبه کنید.

$$\frac{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sin}^2 y}{\operatorname{sin}^2 x \operatorname{sin}^2 y} = \operatorname{cotg}^2 x \operatorname{cotg}^2 y - 1$$

۱۹۳۳- تحقیق کنید که عبارت $\frac{3\cos^2 x + 3\sin^2 x}{6 + 2\cos^2 x}$ برابر با

۱ است.

۱۹۳۴- شاع آئینه مقعر ۲ متر است قطر تصویر خورشید را در آن محاسبه کنید در صورتیکه قطر ظاهری خورشید ۳۲ دقیقه است.

۱۹۳۵- در مقابل آئینه مقعری به فاصله کانونی ۱۵ سانتیمتر جسم عمود بر محور اصلی آن قرار دارد تصور حقيقی و برابر طول جسم است اولاً محل تصویر را پیدا کنید ثانیاً ۴۵° متری این آئینه، آئینه محدبی به فاصله کانونی ۲۰ cm پیشی قرار میدهیم که محورهای اصلی دو آئینه برهمنطبق باشد محل تصویر آخری نوع آن را تعیین کنید.

دیبرستان مرجان

۱۹۳۶- فاصله یک شمع روش از یک آئینه مقعر ۱۵cm و شاع آن ۶۰ cm است اولاً فاصله تصویر را نا آئینه بدست آورید و نوع آنرا معین کنید. ثانیاً یک آئینه تحت در مقابل آئینه مقعر و بفاصله ۲۵cm از آن و عمود بر محور اصلی آن قرار میدهیم وضع تصویر جدید را نسبت به آئینه مقعر معلوم کنید. تصویر را درستگاه دو آئینه رسم نمایید.

۱۹۳۷- در مسیر یکدسته اشعه متقارب آئینه محدبی به شاع ۲۴ سانتیمتر قرار میدهیم معین کنید نوع تصویر و فاصله آن را تاریخ آئینه در دو حالت زیر:
الف- نقطه تلاقی اشعه متقارب بفاصله ۱۰ cm از رأس آئینه است.
ب- نقطه تلاقی اشعه متقارب بفاصله ۱۸ cm از رأس آئینه است.

تصویر را در حالت الف رسم کنید.

$n = \frac{3}{2}$	$n' = \frac{4}{3}$
بنزین	آب
۱۵cm	۱۸cm

A

۱۹۳۸- با توجه به شکل مقابله محاسبه معلوم کنید:
اولاً عرکاه ناگزیری از بالای طرف جسم A را تقریباً عمودی نگاه کند آنرا چقدر بالاتر خواهد دید.

ثانیاً اگر در این طرف فقط آب باشد ارتفاع آن چقدر باید باشد تا بهمان اندازه قبلی بالاتر دیده شود.

مسیر یک شاع را که بجهنم ناظر می‌رسد رسم کنید.

۱۹۳۹- منشوری به ذاوية رأس $A = 60^\circ$ دارای ذاوية حد 45° است حساب کنید:

۱۹۴۰- مقدار عبارت $\sin 120^\circ \cos 240^\circ - \tan 30^\circ \cot 40^\circ$ $\cot 120^\circ \tan 240^\circ - \sin 30^\circ \cos 40^\circ$ را حساب کنید.

ج- فیزیک و شیمی

دیبرستان آذر

۱۹۴۱- شاع آئینه مقعر ۲۰ cm، جسم روش AB را بهجه فاصله از این آئینه باید قرار دهیم تا فاصله آن از تصویر حذیقی اش ۴۸ cm شود؟

۱۹۴۲- ذاوية رأس منشوری 60° و قرنی نور تحت ذاوية 60° باین منشور بتاید ذاوية انحراف مینیم خواهد بود ضرب شکست و متدار ذاوية مینیم انحراف را پیدا کنید.

۱۹۴۳- همگرائی عدسی محدبی ۵ دیپتری است اولاً جسمی را بجه فاصله از این عدسی باید قرار دهیم تا طول تصویر آن $\frac{1}{4}$ طول جسم شود ثانیاً عدسی مقعر نازک دیگری را که فاصله کانونی دستگام را پیدا کنید

۱۹۴۴- آلیازی از تقره و مس را در ایندیگریک حل میکنیم به تصفیه محلول حاصل کلرور سدیم اضافه میکنیم 5425 ml گرم رموب سفیدرنک تولید شده است نصف دیگر محلول را با محلول آمونیاک مولکول گرم در لیتر بتدار زیادتر کیب میکنیم در این عمل 60° سانتیمتر مکعب محلول آمونیاک مصرف شده حساب کنید وزن آلیاز چقدر بوده است.

۱۹۴۵- ۵ گرم سولفات فرومیبلور ($\text{SO}_4^{2-} \text{Fe}^{2+} \text{H}_2\text{O}$) را در آب حل میکنیم و حجم محلول را بیک لیتر هیرسانیم بر 100° سانتیمتر مکعب محلول در مجاورت اسید سولفوریک پر منگنات پتاسیم دسی نرمال میافزاییم در این عمل 20° سانتیمتر مکعب پر منگنات پتاسیم دسی نرمال احیا و میشود تعداد مولکولهای آب داده کیم مولکول سولفات فرمیبلور حساب کنید

دیبرستان خوارزمی (دیرو، پیرو)

۱۹۴۶- روشنایی دوی صفحه ای که در 4° متري منبع نوری قرار گرفته است 20° لوکن است اولاً شدت نور منبع را حساب کنید. ثانیاً اگر اشعة نورانی بالمنداد عمود بر صفحه ذاوية 60° بسازد مقدار روشنایی در سطح آن چندراست

۱۹۴۷- طرفی را تا ارتفاع 28 cm سانتیمتر پر از مایع شفافی بضریب شکست $1.421 = \sqrt{2} = n$ می‌کنیم اگر یکبار طلوع عمود و دفعه دیگر تحت ذاوية 45° با آن نگاه کنیم عمق

متقابل مربع $ACBD$ فرض میکنیم مختصات دو رأس C و D را تعیین کنید.

۱۹۴۷ - دو نقطه $A(2x+2)$ و $B(2x-3)$ مفروض است

فرض میکنیم P بکار از نقاط $x+y=2$ و $x+2=y$ باشد
اولاً - معادلات $PB=PA$ را بتوسیه.

ثانیاً - مستقیماً ثابت کنید که هر یک از خطوط PB و PA از یک نقطه ثابت میگذرند (وقتی نقطه P خط D را برگزیند)
مختصات این دو نقطه وابسته وابسته کنید

دیرستان البرز

۱۹۴۸ - نقاط $(3x+5)$ و $(5x+2)$ مفروض است

از نقطه B خط Δ را با ضریب زاویه $\frac{3}{4}$ و از نقطه C خط

Δ را با ضریب زاویه $\frac{1}{3}$ - رسم میکنیم و حسابات ذیر را انجام

دهید:

الف - مختصات نقطه A محل تلاقی خطوط Δ و Δ

ب - مختصات نقطه H با ارتفاع MAH در مثلث ABC

ج - تاقیان زاویه A در مثلث MAH

د - مساحت مثلث MAH وسط BC است

۱۹۴۹ - خط Δ معادله $x+\frac{y}{5}+\frac{x}{12}=1$ محور طولها را

در نقطه A و محور عرضها را در نقطه B قطع کرده است، از
نقطه A خطی موازی محور عرضها و از نقطه B خطی با ضریب
زاویه $m > 0$ رسم شده است و این دو خط یکدیگر را در
نقطه C تلاقی کرده اند، پادامن m را در هر یک از دو حالت زیر
تعیین کنید.

$$S_{ABC} = 174$$

$$b = \frac{11}{5} M \quad (M \text{ محل تلاقی اقطار چهار گوشی})$$

$OABC$ است

$$ax+by+(a+b)=0 \quad \Delta \text{ معادله}$$

محور طولها را در نقطه P و محور عرضها را در نقطه Q تلاقی

میکنند و نقطه $R\left(\frac{b}{a}, \frac{a}{b}\right)$ مفروض است، وقتیکه a و b

متادیر مختلف اختیار نمایند مکان هندسی نقطه S را اس چهارم

منوازی الاصلانی را که با OG و OR ساخته میشود تعیین

نمایید (G مرکز نقل مثلث PQR است)

اولاً ضرب شکست آنرا . تابیا هر گاه نوری با زاویه 5° درجه به رخ اول منتشر بناشد با چه زاویده ای از رخ دوم خارج می شود زاویه انحراف را حساب کرده و تبیه بگیرید این انحراف مبنیم است.

دیرستان هندسه شماره ۴۵

۱۹۴۸ - منتشریست پر از این ۵ درجه و ضرب شکست

$\frac{1}{3}$ شاع نورانی تحت زاویه 3 درجه با این منتشر میباشد تعیین کنید زاویه انحراف وزاویه خروجی را

۱۹۴۹ - همگرانی یک عدسی محدب 10 دیوبتری جسمی را بناشده باستینه از مرکز ضوء این عدسی قرار میدهیم بزرگنمایی عدسی را در این حالت حساب کنید.

۱۹۵۰ - یک عدسی محدب بفاصله کانونی 45 سانتیمتر و یک آینه تحت را بهم جسبانیده و جسمی را روی مرکز عدسی قرار میدهیم فاصله آخرین تصویر را از دستگاه حساب نمایید.

۱۹۵۱ - شیشه ای پسخامت 6 میلیمتر و ضرب شکست 155 را در امداد عمود بر مطلع آن نگاه میکنیم پسخامت شیشه چقدر بتنظر میرسد.

کلاس پنجم ریاضی

الف - جبر

دیرستان آذربایجان

۱۹۴۲ - تعیین کنید بازاء چه مقادیری از m معادله

$$x^2 + 2m - 15m - 8 = 0 \quad x^2 + 2m - 15m - 8 = 0$$

دارای دوریست مثبت است.

۱۹۴۳ - دستگاه دو معادله دووجهی لی زیر داخل کنید

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 7 \\ 2x^2 + 2y^2 - 4xy = 6 \end{cases}$$

۱۹۴۴ - محورهای مختصات را بموازات خود انتقال

میدهیم تا مبدأ بنقطه $(1, 0)$ و $O(0, 1)$ منتقل شود معادله جدید

منحنی زیر را در دستگاه جدید تعیین کنید

$$x^2 + 2y^2 - 2x + 4y = 2$$

۱۹۴۵ - مکان هندسی نقطه برخورد دو خط (D) و (D')

$$mx + y = m - 1 \quad x - my = m - 1$$

کنید بخصوص مقادیری از x را تعیین کنید که منحنی مکان وجوددارد.

۱۹۴۶ - دو نقطه $A(2x+1)$ و $B(2x-3)$ را دو رأس

دیزستان خوارزمی
۱۹۵۱ - دستگاه دومجهولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{17}{4} \\ \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} = \frac{65}{4} \end{cases}$$

۱۹۵۲ - معادله اسم زیر را حل کنید

$$\sqrt{x^4 - 2x^3 - 44x^2 + 45x^1 - 26} = 2x - 2$$

۱۹۵۳ - مقدار m را جنان تبین کنید که نامساوی زیر بازه جمیع مقادیر x برقرار باشد

$$(4-m)x^1 - 2x + 4 + m > 0.$$

۱۹۵۴ - سه نقطه $(1, 2)$, $(2, 5)$ و $(5, 2)$ را

$C(m-41-2m)$ را جنان تبین کنید که مثلث ABC نامساوی الساقین باشد ($A\bar{C}=AB$)

تا باید اگر $2m=4$ باشد مساحت مثلث ABC را حساب کنید.

ثالثاً به ازاء $2m=4$ مختصات مرکز دایرة محیطی مثلث ABC را بدست آورید

رابماً بازه $2m=4$ محور های مختصات را به موازن خود انتقال داده تا مبدأ مختصات به نقطه G مرکز نقل مثلث ABC منطبق گردد مختصات جدید $\Delta D\bar{C}B$ را بدست آورید

دیزستان علی (فرستنده، اسدالله من فروش - دیزیر، جزايری)

۱۹۵۵ - در روی محور طولها A را طوری انتخاب کنید که $OA=4$ باشد حال نقطه M را روی خط $y=\sqrt{3}$ طوری انتخاب کنید که $OM=OA$ بر این مقدار OM عمود باشد و ضریب زاویه های هر دو خط OM و OA را بدست آورید

۱۹۵۶ - دو خط $D: 4x+2y-10=0$ و $E: x-y+1=0$ مفروضند مقدار خط D را طوری تعیین کنید که D منصف زاویه $D\bar{E}$ باشد

۱۹۵۷ - سه نقطه $(1, 2)$, $(m-1, 2)$ و $(m+1, 2)$ را طوری تعیین کنید که سه نقطه بر يك استقامت باشند.

۱۹۵۸ - ثابت کنید که خط

$m: (m+1)x+(m-1)y+2=0$ از نقطه ثابتی میگذرد مختصات آن نقطه را بدست آورید

۱۹۵۹ - $A(2, 5)$ مفروض است خطی از A مورده بحث

که با محور x درجهت مثبت زاویه 60° درجه بسازد سپس از نقطه A عمودی بر آن خط اخراج کنید و نکته تلافی این دو خط با محور x و NM را بنامید و سپس مساحت مثلث AMN را بدست آورید

دیزستان هدف ۱

۱۹۶۰ - دستگاه دو معادله دومجهول زیر را حل کنید.

$$3x^2 - 3xy + y^2 = 1$$

$$x^2 + 5xy - y^2 = 7$$

۱۹۶۱ - حدود m را طوری تعیین کنید که نامعادله $< (m+1)x^4 - (m+1)$ بازه جمیع مقادیر x برقرار باشد.

۱۹۶۲ - خط Δ بمعادله $y=2x+1$ و نقطه $D(2, 1)$ مفروض است اول امختصات قرینه نقطه D را بحسب بخط Δ حساب کنید. ثانیاً معادله خطی را بنویسید که از نقطه D گذشته و خط Δ را در روی نیمسازربع اول قطع کند و معادله قرینه این خط را نسبت بخط Δ بنویسید.

۱۹۶۳ - نقطه A روی خط $x+2y=0$ و فاصله اش تا مبدأ مختصات مساوی $10\sqrt{2}$ است اولاً مختصات نقطه A را معلوم و اگر نقاط بدست آمده را به A_1 و A_2 نمایش دهیم مساحت مثلث $O\bar{A}_1\bar{A}_2$ را حساب کنید. ثانیاً بفرض اینکه نقاط $\Delta, B, A_1, B_1, A_2, B_2$ دوسر قطر مربع باشند مختصات نقاط B_1 و B_2 را حساب کنید.

دیزستان هدف شماره ۴

۱۹۶۴ - m را بطریقی تعیین کنید که نقطه $(2, 2)$ و $A(2, 4)$ روی خط معادله زیر واقع باشد

$$(m+1)y + (m-1)x + 2m - 3 = 0$$

۱۹۶۵ - m را بطریقی تعیین کنید که فاصله نقطه $(2, 3)$ و $A(-3, -2)$ برازش $2m$ باشد.

۱۹۶۶ - اگر بین y و x مختصات نقطه ای رابطه مبدأ را به نقطه $(\frac{5}{3}, \frac{4}{3})$ منتقل کنیم دایره فوق به صورت تبدیل میشود.

۱۹۶۷ - m را بطریقی تعیین کنید که نقاط $A(2m+1, m+1)$, $B(2m+1, m)$ و $C(-5m, m-4)$ بر یک استقامت واقع باشند.

۱۹۶۸ - منحنی $\frac{2x+1}{1-x} = y$ مفروض است مبدأ را به نقطه (β, α) منتقل کردیم معادله جدید منحنی بصورت $XY=-3$ تبدیل شد و β و α را حساب کنید

۱۹۷۹ - اگر $\alpha = 75^\circ$ و انتهای کمان γ در درجع سوم باشد حاصل عددی عبارت زیر را حساب کنید

$$K = \operatorname{tg} 24^\circ \cdot \frac{[\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} - \gamma] - \operatorname{cotg} (\frac{7\pi}{4} + \gamma)]^{\frac{1}{2}}}{2[\sin(\gamma + \frac{9\pi}{4}) - \cos(\gamma - \frac{9\pi}{4})]}$$

۱۹۸۰ - معادله زیر را حل نموده و جوابهای بین صفر و 2π را حساب کنید :

$$\operatorname{tg}(2x + \frac{\pi}{4}) + 2\operatorname{cotg}(\frac{\pi}{4} - 2x) = \sqrt{2}$$

۱۹۸۱ - درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید :

$$\begin{aligned} & [\cos(x - \frac{11\pi}{4}) + \cos(12\pi - x)][\operatorname{tg}(x + 11\pi) \\ & - \operatorname{tg}(\frac{13\pi}{4} + x)] + \frac{1}{\cos(\frac{5\pi}{4} + x)} \\ & + \frac{1}{\sin(x + \frac{3\pi}{4})} \end{aligned}$$

دیزستان خوازی (دیزستان آذربایجان)

$$\operatorname{tg} x = \frac{5}{12} \text{ میدانیم. } 180^\circ < x < 270^\circ \text{ و داریم.}$$

مطلوب است محاسبه سایر خطوط مثلثاتی کمان x

۱۹۸۳ - بدون مراععه پجدادول مثلثاتی و لکاری معنی مقدار عبارت زیر را تابع و رقم اعشاری محاسبه کنید

$$4\cos 89^\circ + \sin 179^\circ + 2\operatorname{tg} 181^\circ - 3\sin 359^\circ + \operatorname{tg} 70^\circ$$

$$\times \operatorname{tg} 20^\circ = ?$$

۱۹۸۴ - سخت تساوی زیر را تحقیق کنید

$$\sin^2 \operatorname{atg} \alpha + \cos^2 \operatorname{acotg} \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha$$

$$1985 - \text{معادله } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ را حل کنید.}$$

جوابهای بین صفر و 2π را تعیین کنید

$$1986 - \text{اگر } a \sin x \sin y + b \cos x \cos y = 0 \text{ باشد،}$$

تحقیق کنید که عبارت

$$\frac{1}{a \sin^2 x + b \cos^2 x} + \frac{1}{a \sin^2 y + b \cos^2 y}$$

بمقادیر $y \neq x$ بستگی ندارد.

دیزستان هفت

$$1987 - \text{عبارت } \sin^2 \alpha (1 - \operatorname{cotg}^2 \alpha) - \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha) = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{cotg} \alpha$$

را بحسب $\operatorname{tg} \alpha$ تبدیل و مقدار عددی آنرا درازاء $1 + \sqrt{2}$ را تعیین کنید.

۱۹۷۹ - فاصله نقطه A و B از خط مادر (۰۰-۶۵۳) کم باشد

که با محور $\frac{\pi}{4}$ زاویه $\frac{\pi}{4}$ میسازد تعیین کنید.

۱۹۸۰ - نقاط A(۲۶۱) و C(۰۳۴) مختصات دو سر

قطر AC از مربع ABCD میباشد مختصات دورانی دیگر جیست

۱۹۸۱ - تحقیق کنید که بازاء جمیع مقادیر m خط

$$(2+m)x + (1-2m)y + m + 1 = 0$$

میگذرد و مختصات این نقطه را پیدا کنید.

ب - مثلثات

دیزستان آذربایجان

۱۹۷۳ - درستی رابطه زیر را تحقیق کنید.

$$1 + \frac{4 \operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^4 x} = \operatorname{tg}^2 x$$

۱۹۷۴ - جوابهای کلی هر یک از معادلات زیر را پیدا کنید.

$$\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0 \quad \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\sin(\frac{4x}{3} + \frac{2\pi}{3}) = 1$$

۱۹۷۵ - معادله مثلثاتی زیر را حل کنید و جوابهای محصور

بین صفر و 2π را تعیین کنید.

$$\operatorname{tg}^2 2x + \sqrt{3} \operatorname{tg} 2x = 0$$

۱۹۷۶ - معادله مثلثاتی زیر را حل کنید خواهد دید که

از جوابها بستگی به m ندارد حدود m را تعیین کنید برای

اینکه جواب دیگر معادله قابل قبول باشد

$$2 \sin x - (4m - 5) \sin x + 2m - 2 = 0$$

۱۹۷۷ - درستی رابطه زیر را تحقیق کنید.

$$\sin 72^\circ + 2 \cos 19.8^\circ - 3 \sin 278^\circ - 2 \sin(-18^\circ) =$$

$$0.00819.8^\circ = 4 \cos 18^\circ$$

۱۹۷۸ - راجنان تعیین کنید که کسر زیر بستگی به

نداشته باشد و مساوی مقدار ثابت گردد و مقدار ثابت را تعیین

کنید.

$$\frac{(a-2)\sin x + (2a-1)\cos x}{(a+1)\sin x + (1-a)\cos x}$$

دیزستان البرز

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha - \beta = 1 \\ \alpha + \beta = 1 \end{array} \right. \text{ درجه } 1 \text{ و } \beta \text{ را بر حسب رادیان}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha - \beta = 1 \end{array} \right.$$

حساب کنید.

ج - مسائل هندسه

دیرستان آذر

۱۹۹۷ - خط Δ عمود بر صفحه P و خط Δ' موازی آن است خطی با طول l بموازات صفحه P متکی بر Δ دست کنید (بحث)

۱۹۹۸ - بر خط Δ که خارج صفحه P است. صفحه ای Q بگذرانید که با صفحه P زاویه معلوم α بازد (بحث)

۱۹۹۹ - نقاط A و B و خط Δ در یک صفحه نیستند روی

$MA' - MB' = K^2$ نقطه ای مانند M تعیین کنید که $MA' - MB' = K^2$ باشد.

۲۰۰۰ - مثلث متساوی الاضلاع ABC بضلع a مفروض است. ارتفاع AH را دست میکنیم و نقطه O را روی این ارتفاع بطوری در تتر میکنیم که $OH = \frac{a}{2}$ باشد از O عمودی بر صفحه

مثلث اسراخ مینماییم و اول $\sqrt{\frac{a}{2}} = HO$ را جدا میکنیم و

$\triangle DA$ را وصل مینماییم اولاً زاویه BDC و طول DA را حساب کنید اگر K وسط DA باشد ثابت کنید که HK عمود مشترک خطوط DA و BC میباشد

دیرستان آذر

۲۰۰۱ - مکان هندسی نقاطی را پیدا کنید که از دو خط متقاطع D و Δ برابر بوده و باقی از صفحه مفروض P باشد (صفحه P متساوى از صفحه D و Δ میباشد)

۲۰۰۲ - دو صفحه عمود برهم H و V مفروضند (صفحة H صفحه افق) در روی فصل مشترک این دو صفحه نقطه O را اختیار میکنیم - از نقطه O عمود D را در صفحه V بر فصل مشترک دست مینماییم - در صفحه H خطی مانند Δ از نقطه O چنان دست میشود که با فصل مشترک دو صفحه زاویه 45° بازد طول 2 بر Δ و طول $OB = 4$ بر D جدا میکنیم - از نقطه A عمودی بر OA در صفحه H دست میشود تا فصل مشترک را در نقطه C تلاقی کند.

الف : زاویه AOB و طول AB را محاسبه کنید

ب : زاویه BAC چند است (جزا)

ج : ثابت کنید دو مثلث CAB و BOC برابرند
د : مکان هندسی وسط پاره خط غیر مشخصی را پیدا کنید
که بر دو خط OC و AB متکی باشد

۱۹۸۸ - مقدار عددی a را از دورابله زیر حساب کنید:

$$\sin x + 2\cos x = a$$

$$2\sin x - \cos x = a - 1$$

۱۹۸۹ - درستی این اتحاد مثلثاتی را ثابت کنید :

$$\frac{1}{2} \operatorname{cotg}^2 \alpha \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha}{\operatorname{cotg} \alpha - \cos \alpha} + \frac{\operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha}{\operatorname{cotg} \alpha + \cos \alpha} \right] = \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg} \alpha + 1$$

۱۹۹۰ - بفرض آینکه در مثلث ABC :

$$\sin \left(\frac{3\pi}{4} + A + B \right) = \cos \left(\frac{\pi}{4} - A - C \right)$$

مثلث قائم الزاویه است وزاویه قائم را مشخص کنید.

۱۹۹۱ - از دو سوال ذیر فقط یکی را با تعداد حل کنید :

الف - اولاً جوابهای معادله

$$2\pi - 3\operatorname{cotg} \left(\frac{\pi}{3} - x \right) + 2 = 0$$

حساب کنید. تا اینجا بوسیله ترسیم در دایره مثلثاتی کماهانی که میتوانند جواب این معادله باشند مشخص کنید و فرمول کلی این کماهان را پوشید.

ب - اولاً تحقیق کنید بازههای جه مقادیر b عبارت

$$\frac{2-2b}{2} \text{ میتواند کسینوس زاویه } x \text{ گردد تا باید } h \text{ را طوری}$$

تعیین کنید که زاویه $45^\circ = x$ گردد.

دیرستان آذر

$$1 - \operatorname{tg} \frac{x}{3} = \operatorname{cotg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x} \text{ باشد خطوط مثلثاتی}$$

که این x واقع در بین سوم را حساب کنید

۱۹۹۳ - مقدار عددی عبارت

$$x = 405^\circ \operatorname{tg} 3x + \operatorname{cotg} x + \operatorname{sin} 2x + \operatorname{cos} 4x \text{ را بازه } \operatorname{tg} 225^\circ = 1 - \operatorname{tg} 1 - 1 = \operatorname{tg} 225^\circ = 1 \text{ باشد مقدار عددی}$$

عبارت زیر را حساب کنید

$$\frac{\operatorname{sin} 20^\circ \cdot 25^\circ + \operatorname{sin} 112.5^\circ}{\operatorname{tg} 33.75^\circ - \operatorname{tg} 6.75^\circ}$$

۱۹۹۵ - رابطه ای بذست آورید از a و b در صورتیکه

میدانیم :

$$\operatorname{tg} x + \sin x = a$$

$$\operatorname{tg} x - \sin x = b$$

اتحاد زیر را ثابت کنید

$$1 - \operatorname{cotg}^2 x = \frac{1}{\operatorname{sin}^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\operatorname{sin}^2 x}$$

بنجامت ۳ سانتیمتر و بضریب انکسار $\frac{3}{2}$ واقع شده است تعیین کنید
این جسم چه فاصله از سطح دیگر تعیین دیده میشود .

۳۰۱۳ - در مقابل عدسی محدب بفاصله کانونی $f = 20$ سانتیمتر جسمی بفاصله ۳۰ سانتیمتر واقع شده است تعیین کنید
محل تصویر و بزرگنمایی عدسی را . ثانیاً دربشت عدسی محدب
و بفاصله ۷ سانتیمتر از آن عدسی مقعری بفاصله کانونی ۵ سانتیمتر
قرار گرفته تعیین کنید محل آخرین تصویر و بزرگنمایی دستگاه
را . ثالثاً اگر دو عدسی فوق را بهم متصل کنیم همگرائی دستگاه
را حساب کنید .

۳۰۱۴ - مقداری مس را در اسید سولفوریک گرم و غلیظاً
حل میکنیم گاز حاصل میتواند ۵ سانتیمتر مکعب محلول سولفات
فریک $\frac{1}{2}$ مولکول گرم در لیتر را احیاء کند وزن مس اولیه را
حساب کنید و این مقدار مس با اسید نیتریک حнд لیتر گاز تولید
میکند .

۳۰۱۵ - ۷۴ گرم سولفات روی متبلور
($\text{SO}_4^{2-} \cdot \text{Zn}^{2+} \cdot x\text{H}_2\text{O}$) را در آب حل میکنیم و حجم محلول را
یک لیتر میبراسیم پس ۱۰۰ سانتیمتر مکعب محلول سود دسی فرمال
بمقدار زیاد میافزاییم در این عمل ۸۰ سانتیمتر مکعب سود دسی
فرمال مصرف شده است معنی کنید تعداد مولکولهای آب در
یک مولکول سولفات روی

دیرستان هدف شماره ۴

۳۰۱۶ - جسم روش AB بفاصله ۶۰ سانتیمتر از آئینه
مقعر M بشما ۱۰۰ سانتیمتر قرار گرفته است اولاً محل تصویر
و بزرگنمایی آنرا پیدا کنید ثانیاً بفاصله ۲۵۰ سانتیمتری آئینه M
آئینه مقعر M که فاصله کانونی آن ۵۰ سانتیمتر است قرار
میدهیم تصویر حاصله از دستگاه را نسبت به آئینه M پیدا نموده
و بزرگنمایی دستگاه را پیدا کنید . مسیر نور را رسم نمایید
(نور از جسم AB اول به آئینه M میتابد) .

۳۰۱۷ - جسمی بطول ۲ سانتیمتر بفاصله ۳۰ سانتیمتر
بقطر ۹ میلیمتر و بضریب شکست $\frac{3}{2}$ قرار دارد وقتی شی را در
امتداد عمودی از بخش شیشه زگاه کنیم چه فاصله از بینه (سطحی
که طرف یشم است) پنطر میرسد مسیر نور را رسم نمایید .

۳۰۱۸ - جسمی بطول ۲ سانتیمتر بفاصله ۳۰ سانتیمتر
از عدسی محدبی به همگرائی ۴ دیسپرسی
قرار گرفته است اولاً محل تصویر و طول آنرا حساب کنید ثانیاً
در طرف دیگر عدسی یک عدسی محب دیگری بفاصله کانونی
بقيه در صفحه ماقبل آخر

۵ - اگر نقطه A بر خط Δ تغییر مکان داده و نقطه B
ثابت باشد مکان هندسی محل تلاقی میانه های مثلث AOB را
پیدا کنید :

دیرستان خوارزمی
۳۰۰۳ - بر خط مستقیم D که باصفحة P در نقطه O متقاطع
است و بر صفحه P عمود نیست صفحه ای هر وردید که از اینها با
صفحة P مساوی با α باشد .

۳۰۰۴ - دو اندیله A و B در یکظرف و در خارج
صفحة P و صفحه P' مفروضند مطلوب است مکان هندسی متقاطع از
صفحة P مانند M که اگر از آن نقاط به A و B وصل کنیم
حبل خطوط MB و MA نسبت صفحه P باهم برابر باشد .

دیرستان هدف ۱
۳۰۰۵ - خطوط متقابل Δ و Δ' مفروضند خطی رسم کنید
که خطوط منبور را در A و B و C قطع کند بطوریکه نقطه C وسط
باند .

۳۰۰۶ - سلسله موازی Δ و Δ' مفروض اند از خط Δ صفحه ای
مرورده بکه از آن بفاصله h باشد (بحث)
۳۰۰۷ - فرجة PQ و نقطه Λ مفروض است از نقطه Λ
صفحه ای مرورده بکه بر صفحه Q عمود باشد و باصفحة P زاویه
 α بازد . (بحث)

دیرستان هدف ۲
۳۰۰۷ - از نقطه مفروض A خط دسم کنید که خط Δ را
قطع کند و بر خط مفروض Δ' عمود باشد
۳۰۰۸ - دو مثلث متساوی الساقین A'BC و ABC که در
قاعده BC مشترک میباشند (غیر واقع در یک صفحه) مفروضند ثابت
کنید پاره خط AA' بر BC عمود است
۳۰۰۹ - مثلث قائم الزاویه $\angle A = 90^\circ$ ABC
است از رأس A عمود AD را بر صفحه مثلث اخراج کرده
واز D به B و C و سل میکنیم همچنین از A عمود AH را بر
صفحة DBC فرود میآوریم ثابت کنید :
اولاً نقطه H محل تلاقی ارتفاعات مثلث DBC میباشد

$$\text{ثانياً } \frac{1}{AH} + \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = 1$$

۵ - مسائل فیزیک و شیمی

دیرستان آذربایجان
۳۰۱۰ - در مقابل آئینه مقعر بشعاع ۶۰ سانتیمتر جسمی
واقع شده اگر طول تصویر سه برابر طول جسم باشد محل جسم را
تعیین کنید .

۳۰۱۱ - جسمی بفاصله ۱۲ سانتیمتر از سطح تیغه متوatzی اسطوچی

اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها

تقطیم از: ایرج ارشاقی

۴ - اشکال هندسی Geometric figures

			مثلث
Rectangle	مستطیل		» متساوی الاطلاع
Square	مربع		»
Quadrilateral	چهارضلعی		»
Pentagon	پنجضلعی		» قائم الزوايا
Hexagon	شصضلعی		» متساوی الساقين
Octagon	هشتضلعی		دایره
Polygon	جند ضلعی		نیم دایره
Regular Polygon	چندضلعی منتظم		ربع دایره
Parallelogram	متوازي الاطلاع		لوزی
Side	ضلع		ذوزنقه
Triangle			
Equilateral	"		
Equiangular	"		
Right - angled	"		
Isosceles	"		
Circle			
Semicircle			
Quadrant			
Rhombus			
Trapezoid			

Definition تعریف

Which of these definitions are correct ?

1 - A regular polygon is a polygon which is only equilateral .

2 - A rhombus is a parallelogram having two equal adjacent sides .

3 - An isosceles trapezoid is a trapezoid having the non parallel sides equal .

اشتباه از چیست!



نظر گرفت و دستگاهی که بوجود داشت می‌آید حل کرد.
از معادله ۲ به دست می‌آید:

$$(5) \quad y = \frac{2x}{3}$$

که با قراردادن آن در معادله ۱ را معادله ۲ نتیجه می‌شود:
 $x = \pm 3$. با قراردادن این دو مقدار در معادله ۵ مقدار y
جتنی می‌شود: $y = \pm 2$.
واما از معادله ۴ به دست می‌آید:

$$y = x$$

اینک اگر این مقدارها در معادله ۲ قراردهیم به دست
می‌آید: $4 = 4$. و اگر آن را در معادله ۱ قراردهیم به دست
می‌آید: $9 = 9$.
آیا واقعاً صفر باقی‌دار و نه متساوی است؟ پس اشتباه در
چیست؟

۳ - می‌دانید که

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

از روی این رابطه به ترتیب می‌توانیم جتنی بنویسیم:

$$(\cos^2 x)^{\frac{3}{2}} = (1 - \sin^2 x)^{\frac{3}{2}}$$

$$\cos^3 x = (1 - \sin^2 x)^{\frac{3}{2}}$$

$$\cos^3 x + 3 = (1 - \sin^2 x)^{\frac{3}{2}} + 3$$

$$(\cos^3 x + 3)^2 = [(1 - \sin^2 x)^{\frac{3}{2}} + 3]^2$$

۱ - می‌دانید که

$$\sqrt{-1} = \sqrt{-1}$$

از روی این تساوی بدتر ترتیب چنین می‌نویسیم:

$$\sqrt{\frac{1}{-1}} = \sqrt{\frac{-1}{1}}$$

$$\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1}}$$

$$\sqrt{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$$

$$1 = -1$$

آیا این تساوی اخیر درست است؟ پس اشتباه در چیست؟

۲ - این دستگاه دو معادله دوجهواری را در نظر بگیرید:

$$(1) \quad 2x^2 - 3xy + y^2 = 0$$

$$(2) \quad x^2 + 2xy - 3y^2 = 9$$

حال دو طرف معادله اول را در y و دو طرف معادله دوم
را در x ضرب می‌کنیم و در ضمن چون طرفهای دوم هر دو تساوی
می‌شود، طرفهای اول آنها باهم مساوی است:

$$9(2x^2 - 3xy + y^2) = 4(x^2 + 2xy - 3y^2)$$

که پس از ضرب و ساده کردن می‌شود:

$$2x^2 - 5xy + 3y^2 = 0$$

پس از تجزیه کردن به ضرب عوامل به دست می‌آید:

$$(2x - 3y)(x - y) = 0$$

اینک می‌گوییم که چون حاصل ضرب این دو عوامل صفر است،

پس این یکی و یا آن باید مساوی صفر باشد:

$$(3) \quad 2x - 3y = 0 \quad \text{یا} \quad x - y = 0$$

هر یک از این معادله‌ها را باید با یکی از معادلات دستگاه در

از مقایسه دو رابطه ۱ و ۲ ، نتیجه می شود :

$$\frac{CB}{CD} = \frac{AB}{AD}$$

حال اگر دو طرف این تساوی را باشد $\frac{CB}{CD} = \frac{AB}{AD}$ خواهیم داشت :

$$(3) \quad \frac{CB}{AB} = \frac{CD}{AD}$$

اینک اگر متدار $\angle CB$ و $\angle CD$ را از این دو مثلث از روی رابطه «ضلع مقابل به زاویه حاده» در تساوی ۳ فرازدهم ، می شود :

$$(4) \quad \frac{AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AE}{AB} = \frac{AC^2 + AD^2 - 2AD \cdot AE}{AD}$$

که آن را می توان چنین نوشت :

$$(5) \quad \frac{AC^2}{AB} + AB - 2AE = \frac{AC^2}{AD} + AD - 2AE$$

با حذف $-2AE$ از دو طرف تساوی و بردن AD به طرف چپ و AB به طرف راست خواهیم داشت :

$$(6) \quad \frac{AC^2}{AB} - AD = \frac{AC^2}{AD} - AB$$

$$(7) \quad \frac{AC^2 - AB \cdot AD}{AB} = \frac{AC^2 - AB \cdot AD}{AD}$$

چون صورتهای این دو کسر متساوی متساویند ، مخرجها بسان نیز متساوی است یعنی :

$$AD = AB$$

حال به شکل نگاه کنید . AB تمام قاعده مثلث ABC و AD جزئی از آن است . آیا ممکن است که این دو باهم متساوی باشند ؟ پس اشتباه درجیست ؟

حال اگر در این طبقه به جای $\angle C$ فرازدهم \angle بگذاریم ، خواهیم داشت :
 جای \angle $\cos x = 1$ و به جای $\sin x = 0$ بگذاریم ، خواهیم داشت :
 که يك تساوی درست است . واما اگر به جای $\angle C$ فرازدهم \angle بگذاریم $\sin x = 0$ و به جای $\cos x = 1$ بگذاریم در نتیجه خواهد شد :

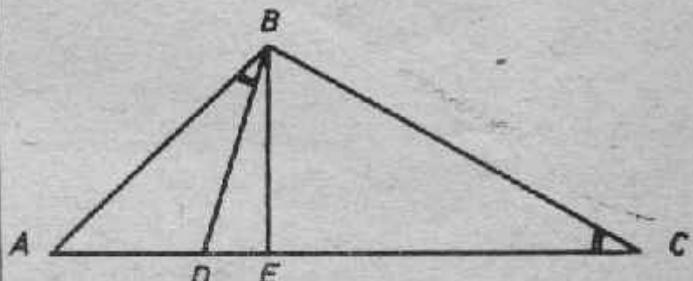
$$2^2 = 4$$

$$2 = 4$$

$$1 = 2$$

این تساوی که صحیح نیست ، پس یقیناً در جای اشتباه کرده ایم . این اشتباه در کجا است ؟

* * *
 ۴ - در مثلث ABC (شکل زیرین) زاویه A حاده و زاویه C بزرگتر از زاویه B است :



(این شرایط به عین وجه محدودیتی در انتخاب مثلث به وجود نمی آورد ، بلکه فقط مارابه نامگذاری رأسهای مثلث را همایی می کند) .

اگر $\angle C$ زاویه ACD را مساوی با زاویه B و CE را عمود بر AB رسم می کنیم . در دو مثلث ADC و ABC ، زاویه A مشترک و زاویه B مساوی زاویه ACD است . بنابراین دو مثلث متشابهند و می توانیم بنویسیم :

$$(1) \quad \frac{\text{مساحت } ABC}{\text{مساحت } ADC} = \frac{CB}{DD}$$

همچنین چون CE ارتفاع مثلث ABC همین دو مثلث است ، داریم :

$$(2) \quad \frac{\text{مساحت } ABC}{\text{مساحت } ADC} = \frac{AB}{AD}$$

* * *

اشتباه از این است (مربوط به شماره ۱۰)

۲ - چنانچه از نهضتین تناسب متدار x را به دست آوریم ، یعنی آن را نسبت به x حل کنیم ، خواهیم داشت : $x = a + b$. بنابراین دو آخرین تناسب ، صورتهای دو کسر دو طرف تناسب ، هر دو صفر نند ، چه

$$x - a - b = x - (a + b) = (a + b) - (a + b) = 0$$

در این صورت ، حق نداریم که مخرجها آنها را باهم

۱ - می دانیم که اگر دو طرف يك نامساوی را بر يك متدار منفی تقسیم کنیم جهت نامساوی عوض می شود . در اینجا نیز وقتی که طرقین نامساوی را برابر $\frac{1}{10g}$ تقسیم می کنیم ، چون این مقدار منفی است باید جهت نامساوی را عوض کنیم و بنویسیم : $x < 2$.

* * *

متاوی بنویسیم .

۳- همه اعمال درست است الا این که آخرین کسر را، یعنی:

$$3x - 2a + 3b$$

$$3x - 2a + 3b$$

که صورت و مخرج آن برای ندانی توان مساوی با ۱ نوشته .
تعجب نکنید! کسری که صورت آن صفر و مخرج آن نیز صفر باشد
میهم است و برای هر عددی ممکن است باشد . اما این که چرا
صورت و مخرج کسر برای صفر است ، به آسانی معلوم می شود .
اگر نخستین تناسب را نسبت به x حل کنید حواهید داشت :

$$x = a - b$$

۴- تمام عملیات صحیح انجام گرفته است مگر عمل تقسیم
کردن دو طرف تساوی ۶ بر AB.PC - AC.QP . چه
این مقدار صفر است و دو طرف تساوی را بر مقداری برای سر صفر
نمی توان تقسیم کرد . اما سفر بودن این مقدار از طرفین وسطین
کردن نحسین تناسب (تناسب شماره ۱) و منتقل کردن یک طرف
به طرف دیگر آشکار می گردد .

پاسخ های رسیده (مر بوط ده «اشتباه از جیست» شماره ۱۰) فرامرز رهبر - مهدی مقدسیان - مصطفی
گودرزی طائمه - حسین امین الهی - انوشیردان سلیمانی - منیب خادمی - اسدالله مس فروش - محمد حسن عزیزان
حسین نعمتی - سید مهدی حمیدی - محمد کریم روشن - فریدون فتوحی پور - حسین نادمپور لنگرودی - محمد
سعیدی کیا - محمد حرفتی سیحانی - محمد رضاعلامی - محمد قندی - محسن چهل تنی - یدالله ارضی
یحیی رحمت سمیعی - مجید شریف واقفی - گلستان زاده - هوشمند وجدانی - محمد حسین فلاخ - غلامرضا اوچانی -
میناواز ستاره - نرگس نوروز ناصری - عشرت ارجمندی - علی آستانه اصل - پیروز لطینی

عمل غلط، اما جواب صحیح

به این کسر نگاه کنید :

$$\frac{28}{14}$$

این کسر را می توان ساده کرد ، یعنی صورت و مخرج آن را بر عددی تقسیم
کرد . واضح است که کسری حاصل حاصل می شود که با $\frac{28}{14}$ برای است . اما
اگر باییم وارقام عدد صورت را جمع کنیم و صورت قرار دهیم و همچنین ارقام عدد
مخرج را نیز جمع کنیم و مخرج قرار دهیم ، چنین می شود :

$$\frac{2+8}{1+4} = \frac{10}{5} = 2$$

به این ترتیب هی توانیم بنویسیم :

$$\frac{28}{14} = \frac{2+8}{1+4} = 2$$

که عملی است غلط، اما نتیجه درست است .

این عمل غلط ، ولی نتیجه درست ، ادریباره این کسرها نیز می توان به کار بست .

$$\frac{48}{12} = \frac{4+8}{1+2} = \frac{12}{4} = 3$$

آیا شما هم می توانید چنین کسرهایی به دست آورید ؟

مصطفی گودرزی طائمه

لردن



شعر و عدد

از: محمد رضا قسمی

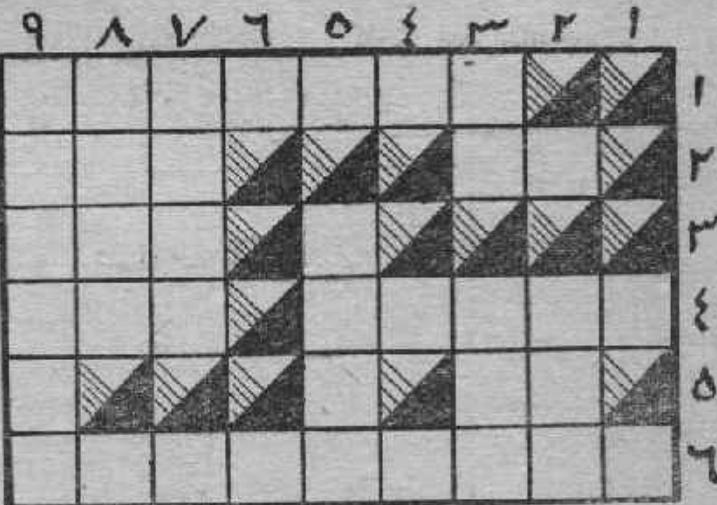
دانش آموزینجم ریاضی دیرستان دارالفنون
کلمه‌های حذف شده دویست زیرا بتدای شعر به انتهای
آن، به ترتیب حمله‌های یک تصاعد حسابی تزویی هستند که مجموع
همه حمله‌ها ۵۵ و قدر مطلق آخرین حمله پر ابر قدر نسبت می‌باشد.
شعر را کامل کنید.
... باو بگفتست که ... بار مگیر
با ... به کرشمه و با ... بجنگ
با ... و ... ولکن ... باد مگیر

بازی بالوبیا

فرستنده: غلامحسین راستگو دانشجوی سال اول ریاضی

در روی صفحه‌ای ۳۷ دایره (مطابق
شکل متأیل) رسم کنید و در ۳۶ تای از آنها
که سیاه شده است ۳۶ دانه لوبیا قرار دهید
اولین دایره (که تو خالی است) بدون لوبیا
خواهد بود. اکنون با شرایط زیر همه لوبیاها مکریکی از آنها
را از صفحه خارج مازید.

۱- حرکت در تمام جهات مجاز است. ۴- خردانه لوبیا
بايدازروي يك دانه لوبیا مجاور خود جذبه و در خانه خالي مجاور
آن (در صورت وجود) قرار گيرد. ۳- لوبیاهاي که جهش از
روي آن انحراف گرفته است از صفحه خارج می‌شود.



جدول کلمات متقطع

طرح از: کرامت‌الله بیزادی

دانش آموزینجم ریاضی دیرستان بواسعی کازرون
افقی: ۱- دراین فضای از نقطعه واقع در خارج خط،
یاک خط و فقط یک خطموازی با آن می‌توان دسم کرد. ۲- موضعی
اصلی ریاضیات - پیمانه است و برای این سادیم کیلو. ۳- موضوعی
است و مناره‌ی . ۴- دوره تناوب هیجده؛ مانند کسوف و خسوف
باحدف اول ماهی از مال. ۵- باحدف آخر رفونه و رویم ردیف
ی انتهای. ۶- جویت درجهات مخالف. ۷- مقصود از جیر و متابله
قائم: ۲- اعدادی که فقط دو مقسوم علیه دارند. ۳- بسوی
اعداد ترقیی - علم فناش اشکال در صفحه. ۵- بدوں به نام
ریاضیدانی است که یکی از قصبه‌های موربات به نام اوست و با تبدیل
آخر پیش ازیک رسم. ۷- فیلسوف و ریاضیدان معروف فرانسوی
واسع هندسه تحلیلی پایای شکسته. ۸- ظاهرآ سه‌هزار رایان
می‌گند اما پیش از یکدهم آن بر این نیست. ۹- درجهت عکوس
حرروف سوم و چهارم حاچحا شوند نام هندسه‌ای است که بر نامه
جبر کلاسیکی پنجم را تشکیل می‌دهد.

پرسش و پاسخ

سوال - اگر از تابع $y = \sin 2x$ ، تابع اولیه بگیریم می شود: $\frac{1}{2} \cos 2x - y$. از طرفی می توانیم معادله را به صورت $y = 2 \sin x \cos x$ بنویسیم . در این حال تابع اولیه آن می شود $y = \sin^2 x - \frac{1}{2} \cos 2x$. آیا بدین ترتیب $x = \sin^2 x$ (رضامازین)

جواب - هر دو تابع اولیه که از دوره مختلف گرفته اید صحیح است . اما اگر دو تابع دارای یک مشتق باشد نمی توان حکم کرد که آنها باهم برابرند ، بلکه می توان گفت که با آنها باهم برابرند یا اختلافشان در یک عدد صحیح است . اتفاقاً در این مورد اختلاف این دو تابع در یک عدد صحیح است . ملاحظه کنید :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \cos 2x &= -\frac{1}{2}(1 - 2 \sin^2 x) \\ &= -\frac{1}{2} + \sin^2 x \end{aligned}$$

سوال - تابع اولیه $y = \log x$ با $y = \log x$ بشرطی که n عددی فرد باشد ، چیست؟

جواب - با معلومات ریاضیات متوسطه (البته در کشور ما) نمی توانیم تابع اولیه $y = \log x$ را به دست آوریم چه این احتیاج دارد که شا نوع مخصوصی از تابع ، یعنی تابع لگاریتمی ، را پدآینیم . ممکن است ما برای روش شدن ذهن شما مطالعی به اختصار، صرف قدر از دقت زیاد ، می نویسیم :

تابع $y = \log x$ را تابع لگاریتمی گویند (مبنا لگاریتم است) . اگر مبنای لگاریتم عدد 271728 باشد لگاریتم را لگاریتم طبیعی می گویند . در این صورت تابع را به این شکل می نویسند : $y = L_x$ علامت لگاریتم طبیعی است .

مشتق چنین تابی می شود :

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

سوال - در کتاب دیک ، دو ، سه ، پینهایت صفحه ۸۵ می نویسد «هر عدد معمولی را که در — ضرب گشته عددی موهوم به دست می آید ، آیا این صحیح است ؟ آیا نباید به جای $\sqrt{-1}$ نام i بگذارد ؟

جواب - حق باشما است هر عدد معمولی را که در $\sqrt{-1}$ ضرب گشته عددی موهوم به دست می آید نه در i .

سوال - می دانیم $|x| = \sqrt{x^2} = 2^{(2)} = 2$. پس مجدد عدد موهومی ثابت است در صورتی که در کتاب فوق الذکر در همان صفحه می نویسد : «مربع هر عدد موهوم همیشه متنی است» کدامیک صحیح است ؟ (همان سوال گفته بالا)

جواب - مطلبی که در این باره در کتاب نوشته شده است صحیح است یعنی مربع هر عدد موهومی خالص همیشه متنی است اما علت اشتباه شما در این است که قانون به توان رساندن را دیگالها را که فقط در موردی مختص دارد که مقدار زیر را دیگال مثبت باشد ، شما در وقتی که مقدار زیر را دیگال متنی است نیز تعمیم داده اید و این درست نیست : یعنی نمی توان نوشت که $\sqrt{-2} = -2$ بر ابراست با $(-2)^{\frac{1}{2}}$. همان طور که در مورد ضرب نیز وقتی که مقادیر زیر را دیگالها متنی باشد ، نمی توان قانون ضرب را دیگالها را به کار برد یعنی نمی توان نوشت $\sqrt{-2} \times \sqrt{-2} = \sqrt{-4}$ بر ابراست با $(-2)^{\frac{1}{2}} \times (-2)^{\frac{1}{2}} = -2$. ضرب چنین را دیگالهایی این گونه انجام می گیرد :

$$\begin{aligned} \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} &= \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} \\ &= -\sqrt{2} \end{aligned}$$

در اینکوئه مواد بیشتر این است که شما $\sqrt{-1}$ را با i نمایش دهید (بمعنای اعداد کمپلکس در شماره ۹ مراجعت کنید) و توجه داشته باشد که $-2 = 2^2$ و $-1 = 1^2$. بدین ترتیب ضرب بالا را می توان چنین نوشت :

$$\begin{aligned} \sqrt{-2} \times \sqrt{-1} &= i\sqrt{2} \times i\sqrt{2} \\ &= i^2 \sqrt{4} \\ &= -\sqrt{4} \end{aligned}$$

از خارج قسمت یک تقسیم به دست آوردن عددی است که حاصل ضرب آن در مقسوم علیه برابر مقسوم گردد . در تقسیم صفر بر صفر، مقسوم علیه صفر است و بنابراین خارج قسمت هرچه باشد، حاصل ضرب آن در صفر برابر صفر، یعنی برابر مقسوم می‌گردد :

$$\frac{2}{2} = 2 \quad 2 \times 0 = 0$$

$$\frac{5}{5} = 5 \quad 5 \times 0 = 0$$

از این جهت است که می‌گویند $\frac{0}{0}$ ممکن است یعنی عددی است که بر چهار ناقاب دارد و برای آنکه شناخته شود (یعنی مقدار آن مشخص گردد) باید ناقاب آن را به کنار زد . در اصطلاح ریاضی می‌گویند که باید از آن رفع ابهام کرد . این کسر را در نظر بگیرید :

$$\frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 + x - 2}$$

مقدار این کسر به ازاء $x = 1$ می‌شود : $\frac{1}{1}$ (امتحان کنید) اما برای آنکه بینیم کاین مقدار واقعاً چقدر است . همان طور که گفته شد ناقاب از چهار آن برداریم . در این مورد می‌توان چنین عمل کرد :

$$\frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 + x - 2} = \frac{(x+4)(x-1)}{(x+2)(x-1)}$$

$$= \frac{x+4}{x+2}$$

که به ازاء $x = 1$ مقدار آن می‌شود $\frac{5}{3}$.

سوال - در گویا کردن کسر $\frac{a+\sqrt{-b}}{a-\sqrt{-b}}$ من آن را چنین گویا کرده ام :

$$\frac{a+\sqrt{-b}}{a-\sqrt{-b}} = \frac{(a+\sqrt{-b})^2}{(a-\sqrt{-b})(a+\sqrt{-b})}$$

$$= \frac{a^2 - b + 2a\sqrt{-b}}{a^2 - (\sqrt{-b})^2}$$

$$= \frac{a^2 - b + 2a\sqrt{-b}}{a^2 + b}$$

و کسان دیگر آن را چنین گویا کرده اند .

$$\frac{a+\sqrt{-b}}{a-\sqrt{-b}} = \frac{(a+\sqrt{-b})^2}{(a-\sqrt{-b})(a+\sqrt{-b})}$$

$$= \frac{a^2 + b + 2a\sqrt{-b}}{a^2 - b}$$

کدام صحیح تر است و چرا ؟

(کاظم مددی)

یکان

حال اگر شما بخواهید تابع اولیه $\frac{1}{x}$ یا $-x$ را بنویسید

$$\text{باید بنویسید: } c + \frac{1}{x}$$

اگر داشته باشیم $y = Lu$ (که u خود تابعی از x باشد)

$$\text{مشتق آن می‌شود } \frac{u'}{u} = y' . \text{ بدین ترتیب هر تابعی که به شکل}$$

$$\frac{u'}{u} \text{ باشد، تابع اولیه آن } Lu + c \text{ است.}$$

اینک با این عقیده می‌توان تابع اولیه $\frac{u}{x}$ را به دست آورد ، چه می‌توان نوشت :

$$y = u \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{\sin x}{\cos x}$$

وازانجا چون صورت کسر مشتق مخرج آن است داریم :

$$y = -L \cos x + c$$

$$= L(\cos x)^{-1} + c$$

$$= L \sec x + c$$

واما درباره تابع اولیه $\int \tan^n x dx$ باید کار بردن علامت

$\int f(x)dx$ (بخوانید انتگرال اف ایکس dx) به معنی تابع اولیه $f(x)$ ، فرمول زیر را که به طرزی مخصوص به دست می‌آید می‌توان

به کاربرد :

$$\int \tan^n x dx = \frac{\tan^{n-1} x}{n-1} - \int \tan^{n-2} x dx \quad (n-1 \neq 0)$$

اینک برای آنکه بینمید که مطالب بالا را فهمیده اید یا نه پیویند که $\int \cot x dx$ را می‌توانید به دست آوردید .

سوال - می‌دانیم که هر عدد تقسیم بر صفر مساوی با بینهایت است و از طرفی هر عدد تقسیم بر خودش مساوی با یک می‌باشد . حال صفر تقسیم بر صفر مساوی با بینهایت خواهد بود یا پاک خواهشندم اطلاع دلیل آن را در اینجا می‌فرمایید .

(سیما ندیم فرد)

جواب - مرقوم داشته اید که هر عدد تقسیم بر صفر مساوی با بینهایت است . این جمله به شطبی درست است که پیگویید هر عدد به استثنای صفر، تقسیم بر صفر مساوی با بینهایت است . همچنین در مورد تقسیم هر عدد بر خودش باشد صفر را استثناء کرد . بنا بر این صفر تقسیم بر صفر دوره حوال است، نه ازشق اول و نه ازشق دوم است . صفر تقسیم بر صفر مساوی هر عددی ممکن است باشد . مثلاً ممکن است مساوی ۲ یا مساوی ۵ یا مساوی حتی صفر باشد . دلیل آن این است که ممنوع

جواب - من دانید که به هنگام حرکت زمین به دور خودشید، خورشید نیز خود، سبب به تزدیکترین ستاره‌ها، در حرکت است. بنابراین متحمن مسیر حرکت زمین به دور خودشید پسته نیست و شیوه وک مارپیچ است. برای پاسخ به سوال شما به انسیکلوپدی آریکا نامر اجمعه کردیم. در آنجا نوشتند است که در ابتدای هرسال، وقتی که زمین عسان وضع خود را نسبت به خودشید بازمی‌بادد، در روی این متحمن مارپیچ دور حدوود چهارصد میلیون مایل حرکت کرده است.

جواب - اعمالی را که شما انجام داده‌اید صحیح است و کان دیگر در ضمن عملیات اشتباه کرده‌اند. اشتباه آنها در این است که تصور کرده‌اند $\sqrt{-h}$ برای است با $(-b)$ $\sqrt{-b}$ یعنی $+b$ در صورتی که $b = -\sqrt{-b}$.

* * *

سؤال - مسیری را که زمین در عرض سال شمسی به دور خودشید می‌پیماید چند کیلومتر است؟ آیا مقدار این مسیر همه (شعبانی آخنگری) ساله ثابت است یا متغیر.

درباره یك‌نامه

نامه‌ای از آقای عباس نعمتیان درباره بعضی از مطالع شماره ۱۰ مجله رسیده است که عیناً آن را چاپ می‌کنیم. لازم است که قبلاً از توجه خاصی که ایشان نسبت به مندرجات مجله مبذول می‌فرمایند سپاسگزاری کنیم.

ظرفما) وقتی که موفق به یافتن نسله C شدم و خواستم برای این نوع تقسیم کردن پاره خط به دو قسمت، اصطلاحی قرارداد کنیم پسکوییم تقسیم طلایی. همچنانکه اصطلاح دیگر این عمل، تقسیم کردن پاره خط به نسبت ذات و سطین و طرفین است. اگر کان دیگری Golden section را بر ش طلایی ترجمه کرده‌اند به ظری ما اشتبااعی نکرده‌اند ولی چنانچه آن را تقسیم طلایی ترجمه می‌کرددند بهتر می‌بود.

۲- هم بمعنای قطبنا و هم بمعنای پرگار Compass است. گرچه در مورد پرگار آن را به علت داشتن دو شاخه به صورت Pair of compasses به کار می‌برند ولی رسم بر آن است که مفرد آن را برای یک پرگار و جمع آن را برای چند پرگار به کار برند (با استفاده از انسیکلوپدی آمریکانا). در فرهنگ لغات ریاضی که در دست ما است در مقابل لغت Compass نوشته شده است:

An instrument for describing circles or for measuring distances between two points. Usually used in the plural, as compasses

۳- Side هم بمعنای ضلع زاویه است و هم بمعنای ضلع چندضلعی. در فرهنگ لغات ریاضی فوق الذکر چنین نوشته است:

Sides of an angle : The straight lines forming the angle.

۴- عسان طور که اظهار فرموده‌اید Locus به معنی مکان هندسی است و Locus of points یعنی «مکان هندسی نقاط». در این مورد کلمه «نقطاط» را به ستون فارسی اصطلاحات ریاضی، پس از مکان هندسی، اضافه فرمایید. باز او اعدام نظری که در این باب فرموده‌اید منتکریم.

شورای محترم تویینگ کان محله وزیرن «بیکان». در شماره ۱۰ بیکان چند غلط دستوری مشاهده کرده‌اند و از آنجا که شما دانش پروران عیشه حاضر بنشینیدن تذکران و انتقادات بیرون دیگران بوده‌اید بدین جیب بر خود واجب دیدم که آنها را تذکر بدهم:

۱- در مطلبی تحت عنوان «عدد طلائی» (نوشته سید محمد کاظم نائینی) در ترجمه «Golden section» نوشته بود «تقسیم طلائی» در صورتی که می‌بایست نوشته می‌شد «بر ش طلائی»

۲- در مبحث «اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها» در مقابل لغت «پرگار» نوشته شده بود Compass در صورتی که این لغت به صورت مفرد به معنی «قطب‌نما» می‌باشد و باید برای پرگار نوشت: «Compasses»

۳- در مبحث اخیر، در قسمت «تمرین» آن برای ضلع زاویه نوشته شده بود «Side» در صورتی که Side می‌باشد و برای ضلع مثلث، متوازی الاضلاع وغیره به کار می‌بریم و برای ضلع زاویه از لغت Arm استفاده می‌شود.

۴- و باز هم در مبحث اخیر، در مقابل «مکان هندسی» نوشته شده بود Locus of points در صورتی که خود لغت Locus به معنی «مکان هندسی» می‌باشد و برای Locus of points باید نوشت «سکان هندسی نقاط» از آن‌مانند: عباس نعمتیان - دیبله‌های ریاضی

* * *

اینک ما نظر خود را در باره تذکراتی که فرموده‌اند اظهار می‌داریم:

۱- چون مسئله عبارت است از تقسیم کردن یک پاره خط به دو قسمت، که چنانکه آن پاره خط AB و نقطه تقسیم C باشد، داشته باشیم $AC:AB = CB:AC$ بهتر است که (البته به

به دست آورده . حقوق سالانه این شغل معادل شانزده هزار ریال بود که از خطر گالیله ، با توجه به حقوق قبل ، مبلغ هنگفتی من نمود . اما خوشحالی گالیله نه از حقوق اضافه ، بلکه از آزادی پیشتری بود که به دست آورد . وی می توانست که در آنجا ، آنچه را که می خواهد ، بدون آنکه سخنانش را باسوت یا فریاد قطع کنند ، بگوید . وقتی که برای ایراد نخستین مخترانی خود ، در هفتم سپتامبر ۱۹۵۲ ، به محل سخنرانی می رفت ، با استقبال عمومی مواجه شد . داشتگویان و استادان به اتفاق ، در این محل که آزادی فکر و جود داشت ، برای گالیله آینده امید بخش را پیش - یمنی می کردند . علت آزاد بودن پادشاه اسر جمهوری «ونتیان» آن بود که این ناحیه مورد غضب دستگاه کشیشان واقع شده و در نتیجه از محدودیتها درستگاه تحقیق عاید مغاف شده بود . در ایمان مردمان این ناحیه که شامل اعضاء دانشگاه پادشاه نیز می شد ، هیچ گونه شکی بود ولی آنان معتقد بودند که تحصیل علم جیز دیگری است و اعتقادات مذهبی چیز دیگر .

گالیله با یافتن میدان فلسطین در زمینه های عامی توانست که آزمایشها خود را ادامه دهد . این آزمایشات شامل یک رشته وسیع معلومات علمی و نظری ، از مطالعه وضع سنار گان گرفته تا نقشه های ماتورهای جنگی بود . گرچه او هرگز به خدمات ارشاد داخل نشده بود اما اطلاعات کاملی از نقشه کشیهای ارشاد داشت . این معلومات موجب شده بود که تعدادی شاگرد خصوصی از میان شاهزادگان و تجیبدگان و مسازان که شیفتگ فرم ازدواج و جنگ و کشت و کشتار بودند پیدا کنند . شاگردان خصوصی گالیله ، طبق رسم آن روز ، در منزل وی به سر من پرداز و پیاری از آنها غلامان خود را همراه داشتند . بنابراین اجتماعی شاد و مهیج به دورهی درس این استاد جوان ۲۸ ساله تشکیل می گردید .

گالیله همان طور که دارای امیازات و مشخصات پیار بود ، زود هم تحت نفوذ قرار می گرفت .

ازدواج نکرد چه مانند «سیسرو» عقیده داشت که یک فرد نمی تواند فلسفه و در عین حال شوهر خوبی باشد . با این حال یکی از دوستان زن خود را به نام هارینا گاهما به حانه خود برد و سمت پدری سه فرزند اورا بر عهده گرفت .

قبود خانوادگی بر مخارج عمومی و هنجینی بر هزینه تهیه لوازم علمی او می افزود . درآمد قلیل و مخارج گرفت ، وضع او را شیوه کیسه ای سوداگر کرده بود که هر چه به داخلش بزینند از طرف دیگر خارج می شود . با آنکه سقوفتش به تدریج اساقمی شد ، اما هیچ گاه بدون قرض نزیست . زمانی مجبور شد که از صندوقدار دانشگاه حقوق دو سال خود را مساعد بگیرد . صندوقدار این مبلغ را با وی پرداخت اما از این کار پسی ناداحت بود .

پیشرفت های علمی گالیله او را از لحاظ خانوادگی با داراحتیها مواجه کرده بود . بستگان وی در پیزا ، که از ترقی علمی او اطلاع حاصل کرده بودند ، او را بمنزله رکن مالی خانواده تلقن می کردند . بدین لحاظ درخواست کمک مالی از کسبه خالی گالیله تمام شدنی نبود . برادرش برای آنکه به خدمات یکی از تجیبدگان ایسنان در آید ، اصرار داشت که گالیله خرج سفر او را برای رفقن به لهستان پردازد . این مبلغ پیش از درآمد بیک سال تمام گالیله بود . گالیله این مبلغ را قرض کرد و برای برادرش فرستاد ، اما باز توقیمات پایان نمی یافت . این با خواهش شیفته جوانی بی بول شده بود و از گالیله می خواست که جهیزیه ای برایش فر اهم کند . گالیله نکت مبلغ موردن تقاضا را فرستاد و وعده داد که دو تلثی دیگر را بعداً پردازد . اما بالا فاصه پس از ازدواج ، شوهر خواهش بقیه این مبلغ را مطالبه نمود . به این ترتیب باز قرضی بر قرضها و مسئولیتی بر هسته لینهای او اسافه کشت و باز هم تقاضای افراد خانواده ادامه داشت .

علی رغم این مسئولیتیها و ناراحتیها ، گالیله از رفقن به محال و مخالف تفريح و شب نشینی و رقص خودداری نمی کرد . به ویژه در بعض مجامع خصوصی که برای احراری برنامه های موسیقی تشکیل می یافت شرکت می کرد . هم به آنکه ای که دیگران می نواختند گوش فرامی دادو هم خود ، که نوازندگی عوبد بود ، آنکه ای اجرایی کرد . اشعار و تصاویری می خواند و نمایشها جدی و فکاهی اجرایی نمود . حتی خود چند نمایش نهاده فکاهی نوشته و در اجرایی بعضی از آنها شرکت جست . این نمایشاتها ، جامع ، با اطرافت کم و کنایه آمیز بودند .

اینها فعالیتهای سطحی زندگی گالیله بود . او فکر و هم خود را وقف اداره کارهای علمی کرده بود . در قصیر واقع در نزدیکی پسل «سانتا سو فیا» باشگاهی به نام «آکادمی پناهندگان» تأسیس کرد تا اشخاصی که از تقاضا مختلف اینجا لای فرار کرده به ویز آمده بودند بتوانند در آنجا به کتب علم مشغول شوند و آزادانه به بیان عقاید خویش پردازند . در این باشگاه بود که برای نخستین بار تابع بسیاری از مشاهدات و تحریریات خود را افشا کرد . وی اعضاء باشگاه را اذاس ارمنیابی ذمین آگاه ساخت و به آنها مأشیتی را که برای آیاری زمینهای ذراعی طرح دیخته بود ، همچنین طرز اندازه گیری درجه حرارت هوا را با امیز انحراف ای که اختلاف کرده بود ، نشان داد . وبالاخره با از آنها کردن دور یعنی که اختلاف کرده بود مورد تحسین عموم قرار گرفت .

البته سر از از اینکه مختار اصلی دورین نامیده شود نبود و خود نیز چنین اعاده نکرده است . دیگری از مسافر های خود

قرارداد خود را بدانشگاه پادوا نهاد و با انتساب راه دربار کاسیموی دوم، یاراه سرنوشت غمانگیز زندگی خود را پیش گرفت.

۵

علت این سرنوشت غمانگیز، که در عین حال شهرت جاودانی برای وی کسب کرد، انتشار کنایی به نام «بیام ستارگان» بود. گالیله این کتاب را در محیط آزاد پادوا نوشته بود و اکنون برای انتشار آن با محیط حقوقان آورستگاه تفتیش عقاید فلورانس مواجه شده بود.

وی در باره علت انتشار این کتاب به یکی از دوستانش چنین می‌نویسد: «من این کتاب را به این منتظر منشرم سازم که تمام قلاً-نفوری‌ها را بامشاهداتی که خود به وسیله‌دوزی‌بین روی اجرام سماوی نموده‌ام و "ینهایت‌مرا متعجب ساخته است آشنا سازم.... شکر خدای را به جای آوردم که مرا تختیم یستنده چیزهای شگفت افکنی قرارداد که در قسم‌های گذشته مکثوم مانده بود. من مطمئن شدم که ماه جرمی هائند زعین است... هزارها ستاره ثابت دیده‌ام که قبل از دیده شده بودند. علاوه بر این از ماهیت کهکشان اطلاع پیدا کردم. اما عجیبتر از همه اکتشاف چهار ستاره جدید است که به دور خورشید گردند».

او قطعاً می‌خواسته است که در فاعله اضافه کند که مدن در باقی‌نمایانه که زمین نیز به دور خودشید می‌چرخد. اما موفق نشد که در کتاب یا در فلامه‌ای این موضوع را بنویسد و فقط مطلب راشفاها به بخشی از دوستان روش فکر خود گفت. اعمی دانست که نتیجه انتشار این مطلب آن است که به اطاق تفتیش عقاید احصار شود. وی سرنوشت «جوردا نو برانو» را به بیان می‌آورد که در سال ۱۶۱۰ به خاطر انتشار عقاید علمی در آتش سوزانده شد. گالیله احسان می‌کرد که برای خود و دنیای علم بیشتر آن است که بدون دخالت محکمة تفتیش عقاید به زندگی خوش و انجام مطالعات ادامه دهد. وی نیز مانند آنچه از احادیث مسلمانان بر من آید عقیده داشت که ارزش هر کتب دانشمندان و خون شهیدان از فلک خداوند همنگ است.

اما برخلاف انتظار، سرنوشت گالیله این بود که همان‌شنبه باشد و هم شوید. چه در تمام قلمرو فلورانس دنگاه تفتیش عقاید باقید نامحدود حکومت می‌کرد و در شکار عقاید مخالف بود. سرمهتش دستگاه کاردینال بالارهین، به این حقیقت پی برده که گالیله درحالی که در مقابل سوال حرکت نمی‌بیند به دور خورشید خود را به جهالت می‌ذند، طرفدار کپربنک است. بنابراین به گالیله اعشار شد که در تاریخ ۲۶ مارس ۱۶۱۶ در محکمه تفتیش عقاید حاضر شود.

به ونیز اطلاع پیدا کرد که عنین سازی هلندی به نام «هانس لیپر هی» تصادفاً کشف عجیبی کرده است. به این ترتیب که در حین اشتغال به کارروزه متوجه می‌شود که با کاره‌م گذاشتن یک عدسی متغیر و یک عدسی محدب اشیاء دور به قدر تزدیک می‌آیند. این کشف تصادفی مورد علاقه گالیله قرار گرفت و با دقت عجیب موقعی را مطالعه کرد. با آزمایش عدسه‌های مختلف، و دسته‌بندی آنها به گروه‌هایی چندواحد اجام مجامعت ریاضی دقیق، نتایج دید انجمناهای مختلف را بیان کرد.

بالاخره در ۲۱ اوت ۱۶۰۹ برای نمایش دوربینی که طبق اصول علمی برای نجستین بار دنایی می‌ساخته شد، بود حاضر گشت و با گروهی از دوستان و مشوقان خود به بالای «گامپانیل» در شهر ونیز رفت. بدینه حاضران اجازه داد که تا تاک از آن دوربین سحر آمیز استفاده کنند. به این ترتیب، کشتهای و تایفه‌ای را که دو ساعت بعد ممکن بود با چشم دیده شوند با دوربین دیدند. آمد و شد مردم در دهها بند و چریدن گله‌گاوها در پهلهای پسیار دور و دخول و خروج عبادت کنندگان از کلیساها شهرها و دهنهای پادوربین دیده شد و سپس به عنکام شب به آسمان خیر شدند تا ستارگان پسیار دور را در فاصله تزدیک بینند.

گالیله از سفارشیانی که برای استفاده از دوربین می‌رسید سخت ناراحت بود، غالباً نکه بدون مومن آن را به دوك و نیز هدیه کرد و دو لژهم برای اینکه از سخاوت بی بیوه نباشد، گالیله را برای تمام عمر به استادی دانشگاه پادوا انتخاب نمود و حقوق مالانه اورا به مبلغی معادل چهارصد هزار ریال افزایش داد. گالیله به حد شهرت و خوشبختی رسید ولی با این همه ناراضی بود. در یکی از نامه‌هایش نوشت: «مرغ خوشبختی دارای بالهای قوی است ولی مرغ امید بالهای ضعیف دارد».

وی از پدو درود به پادوا دامن به این امید بود که با سرفرازی و قبح به بیزا، شهری که اورا از آن با سر شکستگی از استادی محسن و کرده بودند، بازگردد. برای نیل به این هدف پیوسته از گاسیمو دوهدیسی، دوك بزرگ فلورانس، که شهر پیزا هم جزوی از آن بود، درخواست می‌کرد که او را به عنوان دیاگیدان دربارش استخدام کند. اما با اینکه گالیله یکی از کتابهای خود را به نام «طرز کار قطب‌نما» به دوك پرورگه تقدیم کرد. وی در مقابل درخواست گالیله بی اعتمایی نشان داد. بنابراین گالیله به استادی ابدی در پادوان درداد، اما بعد این دوک مرد پرسش «گاسیموی دوم» که قیلا شاگرد گالیله بود به تخت نشست. وی منصی را که این دانشمند مشهور، متأسفانه، طالب آن بود به وی اعطا کرد. گالیله

محاکمه او شش ماه طول کشید در دوره محاکمه نه تنها از طرف روشنفکران، بلکه از طرف بیماری از مدرسان کاتولیک واعتناء کلبسا حمایت می‌شد. زیرا محکم محبویت و فدرت خود را ازدست داده بود.

اما محکمه روشنودرا ادامه می‌داد. در ژوئن ۱۹۲۳ ویرا مجبور کردند که از عقیده خود راجع به حرکت زمین دست بردارد. وی در مقابل محکمه موکنده باین شرح چاد کرد. «در مقابل اتحیل مقدس که باشد آن را من می‌نمم و موکنده می‌خورم که عقاید فاسد پیشین خود را کنار بگذارم. من افراد می‌نمم که اشتباه من به علت جاه طلبی و جهالت بوده است. من اکنون اعلام می‌نمم و قسم می‌خورم که زمین به دور خود شید حرکت نمی‌کند».

اما گفته می‌شود که گالیله در حالی که حسنه و کوشه و به کمک یکی از دوستانش از بیت‌بیز دور می‌شد آهسته زمین می‌کرد: ولی زمین حرکت نمی‌کند.

۶

سپس کاردینال محکمه جنبه نوشت «به نام مقدس عیسی مسیح و مادر گرامیش هر یه ما تصویب می‌نمیم که کتابهای گالیله به موجب این فرمان عمومی تحریم گردد و تویسند آن به محبس رسمی از طرف این محکمه بهمنی که به میل ما تعیین می‌شود محکوم گردد».

گالیله می‌گفت «به رغم عدم اینها من به دیانت مسیح را فی خواهم ماند».

گالیله اگرچه دستور اکیده دریافت کرده بود که از تعقیب مطالب علمی خودداری نماید، با این حال در زندان بزرگترین کتاب خود را به نام «قواین حرکت» که خلاصه‌ای از اصول اساسی مکانیک بود نوشت و مخفیانه برای انتشار در هتلند به خارج فرستاد. گالیله هر گز نسخه‌ای چاپ شده از این کتاب را داشت، چه در زندان کور شد. ولی از اینکه در بستر مرک یک نسخه از آن را در دست داشت محتظا بود. و در حالی که دنیاراد را نویسه ۱۹۴۲ داد می‌گفت که «من این اثر را از سایر آثار خود از جمله این کتاب ماحصل یک عمر دنج وزحم است».

وقتی که گالیله در آن محکمه مقدس حاضر شد، کاردینال بالارمین اورا نسبت کرد که از عقاید مفسد امکن خوبیت در باره چنین مطالبی فکر نکند، درست نداشند، و کتابی یافشانه از این زمین خورشید و ستارگان دست بردارند. او محکوم شدیه اینکه درباره عقاید دفاع ننماید. در صورت عدم رعایت مجازاتی برای وی تعقیب می‌شد.

گالیله در حالی که مرک را در مقابل خود می‌دید، این سند را امتحان کرد و وعده داد که مطابق مقاد آن رفتار نماید. کاردینال در حالی که لبخند پیروزی پر لب داشت وی را آزاد نمود و خوشحال بود که با یک فرمان محکم میارات را از حرکت به دور خورشید بازداشتند است.

اما گالیله دلسرد و محجل به فلورانس بازگشت. برای مدنتی آزمایش‌های خوبی را مخواهد آزمایشگاه انجام می‌داد و جریت افتخار اکتفاقات خود را نداشت. اما مانند دانایی روییدنی که در زمین کاشته می‌شود، نوع هم برای تحلی به وجود آمده است لذا گالیله نمی‌توانست که افکار خود را زمان درازی پنهان نگاه دارد. باز کتابی دیگر درباره نجوم منتشر کرد و دوباره در مقابل عقاید خشک کشیشان متخصص قرار گرفت. برای بار دومی رابه محکمه تعقیب عقاید فراخوانده. در این پارچه او بیشتر بود. زیرا به تکرار جرم یعنی ارتکاب مجدد ب مجرمی، پس از مجازات برای ارتکاب اول، منهن شده بود. و مجازات تکرار جرم هم هر کی بود.

وقتی که گالیله اخطار دوم محکمه تعقیب عقاید را دریافت نمود هریض بود. برشکان گواهی نمودند که گالیله در بستر است و در حوت خروج از بستر ممکن است پس جای رم به دنبای دیگر برود. اما اعنه محکمه موافقت نکرده و دستور دادند که تحت شرایطی گالیله را بازداشت و زنجیر شده به روم بفرستند. اوردر ۱۹۰۶ در بخشیدان نمسستان به رم رفت. هنگامی که بدانجا رسید به مرک بیشتر بزدیک بود تا به زندگی. وقتی که خود را در مقابل قضات معروفی می‌کرد: «جسم اوروسا قادر به دفاع از خود نبود».

اختراجات گالیله و کتابهایی که او نوشت به ترجیح زیر

است:

اختراجات: قطب نوک میان المغاربه - تکمیل تلسکوب.

کتابها: بیان‌ستارگان - موجودات دستگاه شمسی -

مأهیت ستارگان دنباله دار - قوانین حرکت - گفتگوی دد

باره علم جدید - دستگاههای بنزین جهان - طرز کار قطب‌نما.

* * *

دنباله مسائل ... از صفحه ۵۷

۵۰ سانتیمتر و بفاصله ۱۰۰ سانتیمتری عدمنی اول قرار میدهیم
 محل تصویر حاصل از دستگاه و طول آنرا حساب کنید و مسیر
 نور را رسم نمائید.

روش فدریت، حساب و دندانه

در دستهان (۲ جلد)

١٦

دکتر خلا سعیدین شکوهی حیران کیم شمس آوری

سیاھی ۲ حلقہ ۸۰ رہائش

از آنچه اشارات: اد ان - هک گر و هیل

خیان تخت جنتیں - بلاک ۲۸۲

کتاب فروشی هاشمی

شماره از

م که بخش و انتشار مطوعات مفید و ارزنده

این در فارس

۳۰۱۸- مخلوطی از کربنات سدیم و نمک خام بودن ۲۵۲۲
گرم را با محلول اسید کلریدریک ۸ د. نرمال تر کریب میکنیم
حجم گاز حاصل در شرایط متعارف ۲۲۴ سالی متر مکعب است.

- ۱- وزن هر یک از دو نمک را در مخاط
 - ۲- حجم اسید مصرف شده را
 - ۳- اگر نمک باقیمانده دویارف با 400 سانتیمتر مکعب محلول نیترات نقره تر کیپ گردد وزن رسوب تولید شده و همچنین فاکتور و غلظت نیترات نقره چقدر میباشد

۲۰۱۹- ۶۰ کرم سولفودروی ناخالص را در ۱۰۰ ساعتی
متر مکعب محلول اسید سولفوریک نیم ترمال حل میگذیریم پس از
ختن آزمایش ملاحظه می شود که جهت خنثی کردن زیادی اسید
۱۲۵ سانتیمتر محلول سود ۸٪، هولکوک گرم در لیتر لازم است
حال کنید درجه خلوص سولفود روی را

۳۰۳۰- حساب کنید توسط ۱۰۰ سانتیمتر هکم محلول اسید کلریدریک بوزن مخصوص ۱۵۱۸ و درجه خلوس ۳۰ درصد حند ساتر متر هکم محلول فرمال مبتو اند درست نمود

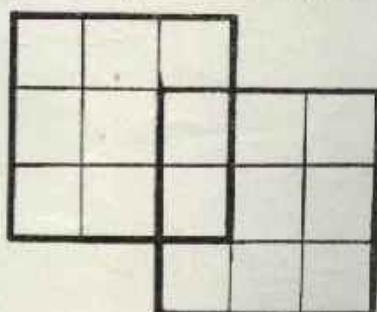
با وجود اینکه ۸ صفحه بر صفحات این شماره از مجله افزوده شده است، چاپ مسائل امتحانات نیکت اول کلاس‌های ششم، در آن میسر نشد، در شماره بعد آنها را به نظر شما خواهیم رساند.

حل جدول و مسائل صفحه سرگرمی شماره ۱۰

۶	۹	۶
۹		۹
۶	۹	۶

بازی با
لودا

λ	o	λ	9	3	9	1	1	1
o	o	o	3	3	3	1	1	1
λ	o	λ	9	3	9	1	1	1



حل مسئلله قریوھی

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱

حل جدول کلمات

برگنجینه معلومات ریاضی خود بیفزایید.

آنچه تاکنون میدانستیم این بود که کل هر چیز از
جزء آن بزرگتر است. این طور نیست؟
اما باید بدانید که همیشه این چنین نیست. گاهی
جزء یک چیز با کل آن مساوی است.
برای آنکه به این راز و با زبان ریاضیات جدید آشنا
شوید کتاب

چطور ممکن است که چیزی را از وسط به دو قسمت
کنیم و باز بکپارچه باقی بماند؟
آیا تاکنون به کاغذی که فقط یک رو داشته باشد
برخورد نهاد؟

آن چه بطری است که تمام دنیا در آن جا میگیرد؟
پاسخ این پرسشها و دهها مطلب جالبتر و آموزنده تر
دیگر را در کتاب

محروم‌ها

و

چپر، هندسه، منطق

ترجمه ایرج ادبی

را بخوانید. در این کتاب شما خواهید آموخت که چگونه میتوان
همه رشته‌های ریاضیات را وحدت داد.
دومین کتاب از سلسله کتابهای :

تولوزی

هندسه صفحه لاھنیگی

ترجمه جلیل الله فرج آگوزلو

خواهید یافت. در این کتاب شما با هندسه‌ای آشنا میشوید که
اندازه در آن مطرح نیست.
نخستین کتاب از سلسله کتابهای :

«کارشناس در ریاضیات فرین»

از انتشارات

ایران - هک گروهیل

سازمان انتشارات و خدمات فرهنگی

خیابان تخت جمشید - چهارراه روزولت - شماره ۲۸۲

تلفن : ۷۵۶۸۶۳