یکان

مجلهٔ ریاضیات

دورهٔ دهم، شمارهٔ ۸ شمارهٔ مسلسل: ۱۰۱ خرداد ۱۳۵۳

در این شماره:

شیمیدانان اسلامی ، زکریای رازی	جعفر آقایانی چاوشی	۳۷۷
از برنامه‌های تلویزیون آموزشی فرانسه	ترجمهٔ: مهندس فتح‌الله زرگری	۳۸۴
قضیه‌هایی دربارهٔ اعداد	ترجمهٔ: محمد معینی	۳۸۶
روشی برای تشخیص اعداد غیراول	منوچهر صالحی	۳۸۹
ساعت نامیزان	ترجمهٔ از فرانسه	۳۹۲
حل مسائل یکان شمارهٔ ۱۰۰	—	۳۹۳
برش شکل	—	۴۰۷
پاسخهای درست پرسشهای کنکور سرتاسری و مدارس عالی (مندرج در یکان سال ۵۲)	هوش —	۴۰۸
	شیمی —	۴۰۹
	فیزیک —	۴۱۰
	ریاضی —	۴۱۲
اپور رسم‌فنی خرداد ۵۲ کلاس ششم ریاضی	مهندس محمود خوئی	۴۱۷
برش مکعب	ترجمهٔ از فرانسه	۴۱۷
تستهای ریاضی	—	۴۱۸
تست هوش	—	۴۲۰
جدول اعداد	سیدحسن فیوضی شجاعی	۴۲۱
Problems & Solutions	—	۴۲۲
فهرست مندرجات مجله‌های یکان دورهٔ دهم	—	۴۲۳

بها: ۳۰ ریال

پاسخهای پرسشهای کنکور

همانطور که قبلا وعده داده شده بود، پاسخهای درست امتحانهای ورودی دانشگاهها ومدرسه‌های عالی به ترتیبی که در یکان سال ۵۲ درج‌شده بود و به ترتیب موضوعی : هوش، شیمی، فیزیك، ریاضی دراین‌شماره اعلام شده‌است.

ضمن‌اعلام پاسخ درست هرپرسش، اگردرچاپ‌آن پرسش در یکان سال ۵۲ اشتباهی وجود داشته یادآوری گردیده است، همچنین درمورد پرسشهای هوش وریاضی توضیحاتی که لازم‌بوده ذکرشده است.

—— * ——

درسالهای گذشته، پرسپکتیوهای مربوط به‌رسم فنی کلاس ششم‌ریاضی قبل ازدرج دریکان سال‌بررسی می‌شد واگراشتباهی داشت برطرف می‌گشت‌آنگاه مجدداً ترسیم و کلیشه می‌شد. اما این‌عمل برای یکان سال۵۲ میسر نشد وپرسپکتیوهای مربوط به رسم فنی‌ازروی ورقهٔ پلی‌کپی اصلی کلیشه گردید که متأسفانه‌چند مورد نقص و اشتباه مربوط به اندازه نویسی این پرسپکتیوها باقی‌مانده است.

—— * ——

دراپور رسم فنی‌خرداد ۵۲ کلاس ششم ریاضی که در یکان سال ۵۲ درج‌شده است دو مـورد اشتباه بارز روی داده‌است. با عذرخواهی ازعلاقمندان توجه‌آنان به‌اپور صحیح رسم مزبورکه درصفحهٔ ۴۲۰ این‌مجله درج شده‌است جلب می‌شود .

یکان و مسئلهٔ کاغذ

کمبودکاغذ وگرانی روزافزون نرخ آن برای مطبوعات مشکلی اساسی شده است. این مشکل گریبانگیر مجلهٔ یکان نیز می‌باشد. وچون درآمد این‌مجله منحصر به‌وجوهی است که ازراه تکفروشی یااشتراك بدست می‌آید، برای ادامهٔ انتشار مجله تنها دوراه وجوددارد: یاترقی بهای تکفروشی و وجه اشتراك، یاکم کردن تعداد صفحات

درتابستان که‌مجلهٔ‌یکان منتشر نمی‌شود،وچون فعلانمی‌توان پیش‌بینی کردکه درپائیز آینده وضع کاغذ ازچه قرار است، ازاین جهت فعلا نمی‌توان بهای‌تکفروشی‌ووجه اشتراك دورهٔ بعدی‌یکان رااعلام کرد.

دراین‌مورد درشهریورماه، باتوجه به‌نرخ‌کاغذ وچاپ وبا توجه‌به‌نظرات علاقمندان، بهایی‌که تعیین‌شود توسط نامه‌به‌اطلاع مشترکان فعلی‌یکان خواهدرسید.

یکان

مجلهٔ ریاضیات

تـأسیس : بهمن ۱۳۴۲

هرسال هشت شماره منتشر می‌شود

دورهٔ دهم ـ شمارهٔ هشتم ـ شمارهٔ مسلسل : ۱۰۱

خرداد ۱۳۵۳

صاحب امتیاز و سردبیر: عبدالحسین مصحفی

مدیرمسؤول: بانو نصرت ملك‌یزدی

نشانی‌اداره:

تهران، خیابان لاله‌زارنو ، نزدیك شاهرضا ، شمارهٔ ۸۱

نشانی پستی : صندوق پستی۲۴۶۳

تلفن اداره: ۳۹۳۱۸۱

حساب بانکی:حساب جاری۳۰۹۵شعبهٔ لاله‌زارنوبانك صادرات

YEKAN

Mathematical Magazine

Editor : MOS'HAFI Abdolhossein

Volume X, number 8 . June 1974

subscription : 4$

TEHERAN-P.O.B. 2463

چاپ تصویر ـتلفن : ۳۹۳۰۴۶

توجه:

۱ـ اگر بابت اشتراك یا ازبابت دیگر، وجهی به‌حساب بانکی مجله حواله یا واریز می‌کنید، حتما مراتب راضمن نامهٔ جداگانه با ذکر نشانی کامل خود به دفترمجله اطلاع‌دهید.

۲ـ انتشارات یکان منحصر به‌کتابهایی است که معمولادر پشت جلد مجلات یکان ، و پشت جلد همین شماره ، معرفی می‌شوند .کتابهایی‌که زیر عنوان «معرفی کتاب» یا به صورت آگهی‌در مجله معرفی‌می‌شوند با مجلهٔ یکان ارتباطی ندارند ، از درخواست این‌کتابها از دفترمجلهٔ یکان خودداری فرمایید.

در مورد مندرجات‌کتابهایی‌که به‌صورت‌آگهی‌درمجلات یکان معرفی می‌شوند، و همچنین درمورد تعهداتی که صاحبان این آگهیها اعلام می‌دارند ، هیچ گونه مسؤولیت یا تعهدی متوجه ادارهٔ یکان نمی‌باشد.

زکریای رازی (دنباله از شمارهٔ قبل)

ابتکارات علمی زکریای رازی

جعفر آقایانی چاوشی

تئوری اتمی رازی

مباحث فلسفی رازی امروزه درعلم فیزیکوشیمی موردبحث است اتومیسم‌رازی ازبسیاری لحاظ به‌نظریات **ذیمقراطیس** شباهت داردواین موضوع‌درفلسفه قرون وسطی جنبهٔ‌کاملااستثنائی داشت. به‌نظررازی هیولی(=پروتن) درحالت ابتدائی خودقبل ازخلقت‌جهان ازاجزاءلایتجزا(=اتم) تشکیل شده بودکه‌دارای بعد بودند. این اتمها به‌نسبتهای مختلف باقطعات خلاء (که‌رازی برخلاف طرفداران‌ارسطووجود مثبت‌آن‌را تأیید می‌کند)مخلوط می‌شوند وعناصررا بوجود می‌آورند. این عناصرپنجگانه عبارتند از: «خاك» «آب» «هوا» «آتش» «عنصرسماوی».

به‌نظررازی کلیهٔ خواص عناصر(سبکی وسنگینی وشفافیت‌و کدربودن وغیره) نتیجهٔ نسبت بین ماده وخلاء است‌که درترکیب عناصرمزبورواردمی‌شوند.

خاك وآب عناصرغلیظ بوده ومتمایل به‌مرکز زمین‌اند در حالی که هوا و آتش‌که در آنها ذرات خلاء تسلط دارد به‌طرف بالا حرکت می‌نمایند. دربارهٔ عنصرسماوی که مخلوطی متعادل‌ازماده‌وخلاء است‌باید گفت‌که حرکت دورانی‌ازاختصاصات آن است.

ازتصادم‌آهن وسنگ‌آتش جرقه می‌زند زیرا آهن ضمن عیورخود هوا راقطع‌کرده‌آن را رقیق می‌کند بنحوی‌که‌به‌آتش تبدیل شود.

حکیم **ناصرخسرو** درکتاب**زادالمسافرین**خودنظریات رازی را چنین نقل‌کرده است:

اصحاب‌هیولی چون **ایرانشهری‌ومحمدبن‌زکریای رازی** وجز ایشان‌گفتندکه هیولی جوهری قدیم است‌ومحمدبن زکریاپنج‌قدیم‌ثابت‌کرده‌یکی‌هیولی‌ودیگرزمان وسه دیگرمکان و چهارم نفس (= جنبش یا حرکت مطلق) وپنجم باری سبحانه، اوگفته است‌که هیولا مطلق جزوها بوده است نامتجزی..(۳۱)

«... محمد زکریای رازی دعوی‌کرده است که هیولی قدیم است‌وآن‌جزوهابوده است‌به‌غایت‌خردی‌وبه‌هیچ‌ترکیبی‌وباری سبحانه‌مراجسام‌عالم‌راازآن‌جزوهامرکب‌کرده‌است‌به‌پنج‌ترکیب‌از خاك وآب‌وهواوآتش وفلك وهمی‌گویدازاین اجسام‌آنچه‌سخت‌تر است تاریك‌تراست وترکیب همهٔ اجسام ازاجزای هیولی است با جزوهای‌خلاء یعنی مکان‌مطلق‌واندرترکیب خاك جزوهای‌هیولی بیشترازآن است‌که اندرترکیب‌آب است وجزوهای خلاء اندر خاك است وآب‌نرم‌وروشن‌است‌وخاك سخت وتاریك است‌وهمچنین به‌ترتیب جزوهای‌خلاء اندرهوا بیشترازآن است‌که ازآتش‌است وجزوهای خلاءاندرآتش بیشترازآن است‌که اندرهواست‌وتفاوتی که هست میان این اجسام اندرسبکی وگرانی وروشنی وتیرگی

۳۲ـ ناصرخسروقبادیانی: «زادالمسافرین»به‌اهتمام محمد بذل‌الرحمن، چاپ برلن ۱۳۴۱ هجری قمری.

به‌سبب تفاوت اجزای این دوجوهر است اندرترکیب ایشان»

«.... پس زکریا مرآن قول رابرآن است که گفت چون اندرعالم چیزی پدید همی نیاید مگرازچیزدیگر....»

دراروپا تئوری اتمی مواد در سال ۱۶۱۹ میلادی توسط **دانیل‌سرت** (Daniel Seret) از فلاسفهٔ یونان باستان گرفته‌شدوبوسیلهٔ **پروبست گاسندی**(Probst Gassendi) تشریح وتکمیل گردید.

رابرت‌بویل (Robert Boyle) درکتاب«شیمیدان شکاك (Chymista Sceptica) خود در سال ۱۶۷۷، نخستین نمونهٔ بزرگ تصوری ازعلم شیمی را مجسم ساخت که‌بر تصورعام جدیدی‌ازطبیعت وقوانین‌طبیعت بناشده بودوی درنظریهٔ خود دربارهٔ عناصرچنین اظهارمی‌دارد: «هرجسمی که بوسیلهٔ تجزیه شیمیائی ازباقی اجزای‌آن جسم جدا نشود یك‌عنصرمستقل است وهرعنصری ازاتم تشکیل شده است»

نظریهٔ بویل‌مکتب جدیدی درشیمی بوجودآورد وبرخلاف کیمیاگران قدیم که به‌چهارعنصرمعتقد بودند و به‌تجزیه کردن اجسام‌اهمیت‌نمی‌دادند وهمه درپی ترکیب‌کردن مواد باهم‌بودند، اصول تجزیه را ملاك تشخیص عناصردانست وآنها را نیزثابت و غیرقابل تغییروتبدیل فرض‌کرد. درصورتی‌که دیدیم که زکریای رازی‌برخلاف‌بویل که‌هرعنصری‌را مستقل وغیرقابل‌تبدیل‌می‌داند، اصل همه مواد را هیولی دانسته وبه‌همین جهت موادراقابل‌تبدیل به‌یکدیگردانسته است **باوجودی‌که نظریات‌رازی‌وبویل هردوبا نظریهٔ جدید اتمی وعناصر فرق دارد ولی نظریهٔ رازی به‌نظریهٔ‌علمای شیمی‌وفیزیك‌امروزی نزدیکتر است**(۳۳)

قانون بقای ماده لاوازیه یا رازی!؟

ناصرخسرنظریهٔ رازی را در بارهٔ هیولی چنین نقل‌کرده است:

«هیولی قدیم است وهمیشه بوده‌است ولیکن مرکب نبوده‌است بلکه‌گشاده بوده است.... وبه‌آخر کارکه عالم برخیزدهیولی همچنانکه بوده است گشاده شود وهمیشه‌گشاده بماند»

این نظریهٔ رازی امروزه درفیزیك جدید به‌صورت‌قانون بقای ماده به نام **لاوازیه** (A.L. Lavoisier) معروف است ولی حق‌آن‌است این قانون را قانون زکریای رازی بنامیم نه‌قانون لاوازیه (*)

زمان ومکان

نظریات رازی دربارهٔ زمان ومکان هم با طرفداران‌ارسطو تفاوت دارد. اوبین مکان‌کل یا مطلق‌بامکان جزئی یا نسبی فرق می‌گذارد. مکان مطلق که طرفداران ارسطوآن را انکار می‌کنند عبارت ازبعدمحض است مستقل ازاجسامی که درآن قرارگرفته است. این‌مکان ماوراء حدودجهان ادامه می‌یابد ونامحدوداست. درصورتی‌که مکان نسبی‌یا جزئی تعیین‌کنندهٔ بزرگی وبعدووسعت اجسام است.رازی به‌ترتیب مشابهی بین‌زمان مطلق وزمان‌محصور تفاوت می‌گذارد.زمان مطلق‌یك جوهرمستقل‌است که‌می‌گذرد(۳۴)

۳۳ـ برای کسب اطلاع بیشتر درباره نظریهٔ اتمی رازی رجوع شود به:

Salamon Pines: «Beiträge Zur Islamischen Atomlehre» Berlin (1936)

محمد عبدالهادی ابوریدة این‌کتاب را تحت عنوان: «مذهب‌الذره عندالمسلمین» به‌عربی ترجمه‌کرد ودرسال ۱۳۶۵ هجری قمری درقاهره به‌چاپ رسانده است.

۳۴ـ پاول کراوس: «رسائل‌الفلسفیه‌لابی بکرمحمدبن زکریاءالرازی» قاهره ۱۹۳۹ میلادی

همچنین رجوع شود به:

دکترمهدی محقق: «فیلسوف‌ری محمدبن زکریای رازی» تهران، انتشارات انجمن‌آثارملی، ۱۳۴۹ هجری شمسی

*ـ دکتر آلبرت‌اینشتین‌درسال ۱۹۰۵ ثابت‌کردکه ماده قابل تبدیل به‌انرژی است ودرواقع‌ماده وانرژی صورمختلف چیزواحدی می‌باشند که به‌یکدیگرقابل تبدیل هستند، ورابطهٔ زیربین‌آنها برقراراست:

$$E = mC^2$$

دراین فرمول E مقدارانرژی برحسب ارگ (erg)، m جرم‌کاسته شده ماده برحسب‌گرم وC سرعت نورمی باشد.

$(C^2 = 9 \times 10^{20})$

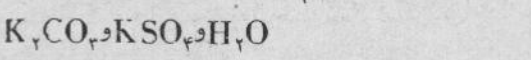
تهیهٔ الکل

رازی برای اولین بار الکل را از تقطیر مواد قندی و نشاسته‌ای بدست آورد و آن را **الکحول** نامید. وی دربارهٔ طرز تهیهٔ الکل چنین نوشته است:

«برای تهیه کردن آن کافی است کمی مواد نباتی هرچه باشد گرفته وذخیره نمایند به‌طریقی که خمیری تهیه شود وسپس آن را مدت یك شبانه‌روز بگذارند تا خمیر به‌عمل آید پس آن را درقرع و وانبیق ریخته وتقطیر کنند فوراً الکل حاصل می‌شود (۳۵)»

باید دانست که این عمل شیمیائی بوسیلهٔ حیوانات ذره‌بینی مخصوصی انجام می‌شود که در اصطلاح شیمی فرمانتاسیون (Fermentation) گویند.

دسته‌ای از این حیوانات ذره‌بینی ماده‌ای ترشح می‌نمایند معروف به **لوور** (Levure) که وسیلهٔ انقلاب خلی یعنی تبدیل قند به‌الکل می‌باشد،



$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OHEH + 2CO_2$$

طرز تهیهٔ آبهای تیز

در کتاب الاسرار رازی درباب **ماءالحاد** یا **میاه‌الحادة** شانزده نوع آب‌تیز شرح‌داده شده است. این آبهای تیز اغلب قلیائی است وعامل مؤثر آنها آمونیاك یا هیدراکسیدهای فلزات قلیائی و قلیائی خاکی است وفقط دوآب ترش (اسیدی) دربین آنها وجود دارد، عامل ترش آنها آب‌ماست (جوهرشیر) وآب نارنج (جوهر لیمو) است. ازجوهرهای معدنی (جوهر گوگرد یاجوهرشوره‌یا جوهر نمك) نامی در این آبها وجود ندارد.

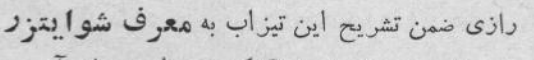
این تیزابها عبارتند از:

۱ـ آب آهك (ماءالنوره) $Ca(OH)_2 و H_2O$

۲ـ آب بخشندهـ یا شیر دختر باکره (ماءالکریم ـ لبن العذراء) $NH_3 + 5H_2O$. پیشاب دوازده دختر و پسر درشیشه‌ای سربسته یك هفته درآفتاب گذاشته می‌شود تا نمکی ته‌نشین شود این نمك عبارتست از $Na(NH_4)HPO_4 و 4H_2O$ که به‌نام: سل میکروکوسمیکوم ـ ناتریوم آمونیوم هیدروژن فسفات

(Sal microcosmicum Natrium-ammoniumhydrogenphosphat)

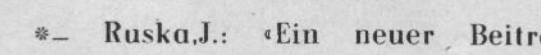
معروف است. دراثر فرازیدن این نمك آمونیاك به‌دست می‌آید.



$$Na(NH_4)HPO_4 و 4H_2O \rightarrow NaPO_3 + NH_3 + 5H_2O$$

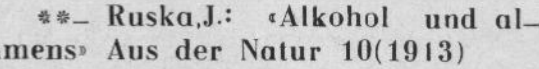
آب بخشنده‌یا شیردختر محلول آمونیاك است که‌غلظت آن در حدود ۱۶٪ وزنی آمونیاك می‌باشد (۳۶)

۳ـ آب قلیای تند (ماءالقلی‌الحاد)



$$K_2CO_3 و K_2SO_4 و H_2O$$

۴ـ آب قلیای ملایم (ماءالقلی‌الملین)



$$K_2CO_3 و KSO_4 و H_2O$$

۵ـ نمك آب قلیا و آهك (ملح‌القلی والنوره)

$$KOH و H_2O$$

دراین روش نمك قلیا (کربنات پتاسیم با ناخالص سولفات پتاسیم ونوره (اکسید کلسیم) به‌وزن مساوی با آب به‌میزان هفت برابروزن هردومخلوط وجوشانده شده‌است. فرمول شیمیائی این واکنش به‌شرح زیراست:

$$K_2CO_3 + K_2SO_4 + Ca(OH)_2 \rightarrow CO_3 + (CaSO_4) + 2KOH$$

۶ـ آب تیز (ماءالحریف)

$$KOH و NH_4OH و H_2O$$

رازی ضمن تشریح این تیزاب به **معرف شوایتزر** (Schweitzer Reagens) که فرمول شیمیائی آن

۳۵ـ دکترمحمود نجم‌آبادی: «شرح حال ومقام علمی محمد زکریای رازی»

برای کسب اطلاع بیشتر دربارهٔ تاریخچهٔ الکل وتهیهٔ آن ووجه تسمیهٔ آن به‌مقالات دکتر یولیوس روسکا درهمین زمینه رجوع شود یکی ازاین مقالات «بحث نوینی دربارهٔ الکل» نام دارد:

*ـ Ruska,J.: «Ein neuer Beitrage Zur Geschichte des Alkohls» Der Islam, Zeitschrift für Geschicht und Kultur islamischen Orient, Strassburg (1913)

عنوان مقالهٔ دیگرچنین است: «الکل والکحول ووجه تسمیهٔ آنها»

**ـ Ruska,J.: «Alkohol und al-kohl, Zur Geschichte der Entdeckung und des Namens» Aus der Natur 10(1913)

۳۶ـ۳۷ـ دکترحسنعلی شیبانی: «کتاب‌الاسرار یا رازهای صنعت کیمیا تألیف محمد زکریای رازی

$[Cu(NH_3)_4](OH)_2$ بطورروشن وبدون ابهام وتردیداشاره کرده است(۲۷) این‌موضوع ازنظرتاریخی بسیارمهم ودرخورذکر است. وشایستهٔ آن است که درکتابهای شیمی ویـا تاریخ شیمی به این مطلب اشاره گردد.

۷ـ آب‌قلیا و آهك (ماءالقلی والنوره)

KOH و NH_4OH و H_2O

۸ـ آب‌خورد کننده (ماءالطحان)

NH_3 و H_2O و $[Ca(NH_3)_4]Cl_2$

۹ـ آب خورد کننده KOH و NH_3

۱۰ـ آب نمك (ماءالملح) H_2O و NH_3

۱۱ـ آب زهره (ماءالسم)

رازی برای تهیهٔ آب زهره نخست نوشادرواکسید مس‌را به‌وزنهای مساوی مخلوط وتقطیر کرده است وحاصل تقطیرراروی مخلوط نشادر واکسید مس (به‌وزنهای مساوی) ریخته و دوبـاره تقطیر کرده است واین عمل را هفت‌بارتکرارکرده ابتدا نوشادر دراثرحرارت به‌آمونیاك وجوهر نمك تجزیه می‌شود.

۱) $NH_3Cl \rightarrow NH_3 + ClH$

این‌جوهر نمك‌بسیارفعال است وفعالترازجوهرنمك‌معمولی است وبـا اکسید مس داخل درفعل وانفعالات می‌شود وآمونیاك وکلرورمس درست می‌کند.

۲) $CuO + 4NH_3 + 2ClH \rightarrow$

$[Cu(NH_3)_4]Cl_2 + H_2O$

۳) $CuO + 2ClH \rightarrow Cl_2Cu + H_2O$

حاصل تقطیراین عمل محلولی ازآمونیاك وآمونیاکات‌مس خواهد بود، باقیماندهٔ کاررا با هم وزنش نوشادروهم‌وزنش اکسید مس وگـوشت میوهٔ حنظل (Colocynths) مخلوط کرده و فرازیده است.

درگـوشت حنظل مقداری گلوکوزید (Glycosid)، کولوسین‌تین (Colocynthin)وجود داردکه مزهٔ‌تلخی‌دارد

۱۲ـ آب کبست (شحم‌الحنظل) H_2O و NH_4Cl

۱۳ـ آب تیز یا مرقشیشا

رازی‌آب‌تیزی شرح داده که درآب مرقشیشای طلایی‌بکار رفته است. این دستورالعمل درسه‌قسمت تشکیل شده است.

۱ـ یك پیمانه مرقشیشای آهن ویك پیمانه نوشادر با هم مخلوط شده و زنگارشده است.مرقشیشا (=مارکاسیت یاپیریت) دراثرماندن‌درهوا درمجاورآب‌مقداری سولفات دوفردرست‌می‌کند

$$FeS_2 + \frac{7}{2}O_2 + H_2O \rightarrow FeSO_4 + H_2SO_4$$

$$6SO_4Fe + \frac{9}{2}O_2 + 3H_2O \rightarrow$$

$$2Fe_2(SO_4)_3 + 2Fe(OH)_3$$

$$FeS_2 + SO_4H_2 \rightarrow FeSO_4 + H_2S + S$$

$$FeS_2 + Fe_2(SO_4)_3 \rightarrow 3FeSO_4 + 2S$$

حال اگـرچنین مخلوطی با محلول نـوشادر تقطیرشود حاصل محلولی ازنوشادروسولفات‌های آهنی ومقدارکمی جوهر گوگرد، خواهد بود.

۲ـ اکسید مس ونوشادرتقطیرمی‌شود.

۳ـ زرنیخ‌زردآب قلیا ونوره‌یعنی پتاس‌سوزان (KOH) ریخته وصاف می‌شود حاصل‌کار:

$$As_2S_3 + 6KOH \rightarrow$$

$$K_3AsO_3 + K_3AsS_3 + 3H_2O$$

طبق معادلهٔ بالاآرسنیت وسولفوارسنیت پتاسیم است.

این سه‌آب‌را با هم به‌نسبت مساوی مخلوط می‌کنندحاصل محلولی درسولفات‌آهن ونوشادروآرسنیت وسولفوآرسنیت‌پتاسیم وسولفات‌آمونیم خواهد بود

۱۴ـ آب سرخی گوگرد (ماءالنوره والکبریت)

$CaS_n + Ca(OH)_2$

دردوازده پیمانه آب‌دوپیمانه آهك‌زندهٔ‌آب ندیده ویك‌پیمانه گوگردزرد ریخته‌آن را می‌پزد تاآب سرخی بوجود بیاید.این آب را صاف‌می‌کند وروی‌باقیمانده دوباره‌آب‌می‌ریزد ومی‌پزد. تا سرخ شود وپس ازصاف‌کردن آن را روی‌آب اولی‌می‌ریزد. این کارراچند بارتکرارمی‌کندتا دیگرآبی‌که روی آن ریخته‌می‌شود سرخ‌نشود. تمام‌آبهای سرخ را رویهم می‌ریزد ومی جوشاند تـا اینکه حجم آن نصف شود. این محلول را آب سرخی گوگـرد می‌نامند. فعل وانفعالات شیمیائی به‌شرح زیراست:

$$2CaO + nS + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + CaS_n$$

دراین‌کارپولی سولفوکلسیم‌که محلول سرخ رنگی می‌دهد درست شده است‌کـه با هیدراکسیدکلسیم و آب حل شده است. امروزه این محلول را درزبان‌انگلیسی:

Lime-Sulfur wash, Calcium polysulfides می‌نامند وبرای دفع آفت درکشاورزی بکار

می‌برند.

۱۵ـ سرکهٔ تند (خل‌الثقیف)

رازی‌آب ماست وآب نارنج‌را تقطیر کرده مخلوط‌می‌کند وکنارمی‌گذارد. نشادر وزنگاررا هم حل می‌کند ودرچهارپیمانه ازمخلوط‌آب نارنج‌وآب ماست یك پیمانه محلول نوشادروزنگار می‌ریزد. درآب ماست جوهرشیریعنی اسید لاکتیك $CH_3CHOHCOOH$موجوداست ودرآب نارنج‌جوهرلیمو یااسیدسیتریك $CH_2COOHCOHCOOHCH_2COOH$ موجود است.(۳۸)

۱۶ـسرکهٔ‌شراب CH_3COOH

طرز تهیهٔ سولفات جیوه

رازی ضمن بحث دربارهٔ فرازیدن گوگرد برای سرخی یافتن ابتدا جیوهٔ معقود (ملقمهٔ جیوه و قلع) با هم وزنش زاگ فرازیده شده است تا اینکه سفید و مرده وخشك فرازیده شود.

این جسم سفیدکه دراین دستورالعمل شرح داده شده است بایستی سولفات دومرکورباشدکه طبق فرمول شیمیائی زیربدست آورده است.

$$nHgmd_n+2FeSO_4+1/5O_2\rightarrow HgSO_4+Fe_2O_3$$

چون جیوه درحرارت ملایم بخارمی‌شود ازملقمهٔ جیوه و قلع خارج می‌شوددرحالت‌گازی باSO_2 واکسیژن هوا ترکیب می‌شود وسولفات جیوه درست می‌کند.

تاکنون ابتکارتهیه‌کردن سولفات جیوه را به شیمیدانان قرنهای اخیر نسبت داده‌اند (۳۹) ولی این شرح رازی درکتاب سرالاسراو به‌طوررشن خلاف این مطلب را ثابت‌کرده ومعلوم می‌کندکه رازی ازسولفات دومرکوراطلاع داشته است.

روش‌رازی برای تهیهٔ جوهرگوگرد یا اسید سولفوریك

رازی در کتاب‌الاسراردربحث تصاعدالعقاب للحمرة (= فرازیده شدن نوشادربرای سرخی یافتن) روشی برای جوشاندن محلول نوشادرشرح می‌دهد، ودراین روش که بسیارمفصل وشرح جزئیات‌آن ازحوصلهٔ این مقال خارج است مقدارکمی اسید سولفوریك، وهیدروسولفات دامونیوم واکسید آهن ونوشادر و کلرورآهن درست می‌کند، وازاینجا می‌توان به تحقیق اظهار داشت‌که درزمان رازی‌جوهرگوگرد با حداکثرغلظت معادل۳۰ درجه‌بومه بوده‌است ولی نمی‌توان گفت‌که این کارجزءابتکارهای رازی بوده‌است.

طرزساختن سولفات مس متبلور

رازی درکتاب‌الاسرارطرزساختن بعضی از زاگها راشرح داده است مثلا برای تهیهٔ سولفات مس متبلورچنین گفته است.

زاج زرد (سولفات فریك) را باهم وزنش زنگار در دیك مسی‌وچهار برابر وزنش‌آب ریخته‌آن را می‌پزند تا تبخیر گردد ویك سومش‌باقی بماند. آن راصاف‌کرده ودر حرارت‌آفتاب در جامهائی‌آن‌رامنعقدمی‌کند. این‌جسم را خردکرده درقیف شیشه‌ای به‌شرحی‌که داده‌شده می‌ریزد تادرآب حل‌شود وقطره قطره‌پائین بچکد. آب سبزی می‌باشد. فعل وانفعالات شیمیائی که‌در اینجا صورت می‌گیرد به‌شرح زیراست:

$$1)\ Fe_2(SO_4)_3+Cu(OH).(CH_3COO)Cu+ +2H_2O\rightarrow 2Fe(OH)_2CH_3COO+ +2CuSO_4+SO_4H_2$$

استات فریك بزیك $Fe(OH)_2CH_3COO$ غیرقابل حل است رسوب می‌شود. این فعل وانفعالات ممکن‌است دردو مرحله صورت‌گرفته باشد. درمرحلهٔ اول ممکن‌است ملح بزیك هگزا استات فریك $[Fe_3(CH_3\cdot COO)_6]_2(SO_4)_3$ درست شده باشدکه سرخ رنگ‌است وچون ملح درهم(Complex) است فعل وانفعالات ایون آهن نمی‌دهد ولی‌دراثر هیدرولیز به استات فریك بزیك تجزیه می‌شود ومس باگروه سولفات ترکیب می‌گردد. دراین شرح کار می‌توان اظهار داشت‌که قلقندکه رازی از آن نام برده ومطابق بالاآن را تهیه‌کرده است سولفات‌مس $5H_2O$ و SO_4Cu خالص‌است بدون املاح دیگر.

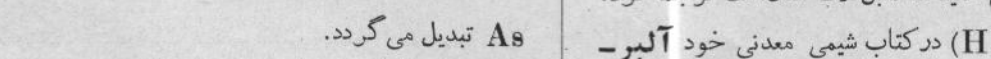
طرز تهیهٔ کربنات آمونیوم

رازی‌کربنات آمونیوم را از نوشادر وکربنات سدیم تهیه کرده

۳۸ـ آبهای تیزرا ازکتاب سرالاسرارمحمد زکریای رازی ترجمهٔ‌آقای دکترحسنعلی شیبانی اقتباس وخلاصه‌کرده‌ام.

۳۹ـ Gmelin,: «Handbuch der anorgansichen chemie» Nr. 34, (1960)

است .



$$Na_2CO_3 + 2NH_4Cl \rightarrow (NH_4)_2CO_3 + 2NaCl$$

طرز تهیهٔ اکسید جیوه (اکسید دو مرکور یا ملکروج)

دربارهٔ پیوند جیوه بااکسیژن هوارازی درکتاب الاثبات خودشرح مختصرولی‌روشن وبدون ابهامی می‌دهد ومی‌نویسد:

«جیوه در مقابل آتش پایداراست حتی‌اگر براوزیاددمیده شود وپرواز نمی‌کند.

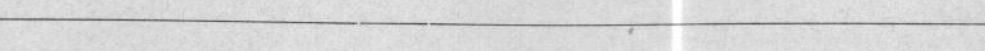
هرگاه یك چمچه‌آهنی پاکیزه‌ای که روی‌آن زنگ‌نباشد برداری وآن‌را حرارت دهی تامانند خون و مثل آتش گداخته گردد وجیوه رادرآن بریزی ویك‌روز تمام بدون‌اینکه حرارت را قطع کنی درآن بدمی‌آن شکلهای زیادی دارد؟...»(۴۰)

ازاینجا وهمچنین ازکتاب الاسرار می‌توان استنباط کرد که رازی سرخ‌شدن جیوه‌دراثر حرارت‌دادن درهوا رامی‌شناخته وبنابراین هشت قرن قبل از **لاوازیه** (Lavoisier) اکسید دومرکور راتهیه‌کرده است، وشایسته است به این مطلب درکتب شیمی اشاره شود.

طرز تهیه فلزآرسینیك

رازی نخستین‌کسی است که‌تهیه‌کردن آرسنیك‌را به‌صورت خاصی‌شرح داده‌است. رازی‌آرسنیك راجوهر زرنیخ نامیده ودر بارهٔ صفت مشخصهٔ‌آن نوشته: «... حتی‌یصیر جسداً بیضا» که‌باید آن‌را به‌فلزسفید یاجسم سفید که قابل‌ذوب شدن‌است ترجمه‌کرد. **گملین** (H.Gmelin) درکتاب شیمی معدنی خود **آلبرتوس ماگنوس** (Albertus Magnus) را اولین‌تهیه کنندهٔ فلزآرسنیك نامیده‌بود ولی پس‌ازاینکه‌کتاب الاسرارازی بوسیلهٔ **دکتریولیوس‌روسکا** به‌آلمانی‌ترجمه شد وی اشتباه گذشته خودرا رفع کرد ورازی‌را نخستین تهیه‌کنندهٔ فلزآرسنیك نامیده است. رازی روشهای مفصلی‌برای تهیه‌کردن فلز آرسنیك درکتاب‌الاسرار جمع‌آوری کرده‌که شرح جزئیات کارازحوصلهٔ این گفتار خارج‌است، ولی‌این دستورالعمل‌های رازی را از نظر شیمیائی می‌توان به‌سه دسته طبقه‌بندی کرد.

۱ـ احیاء شود آرسنیك با موادآلی : بوسیلهٔ زغال موجود درآنها عمل‌احیا شدن صورت می‌گیرد.



$$2As_2O_3 + 3C \rightarrow 3CO_2 + 4As$$

۲ـ احیاء شودآرسنیك بوسیلهٔ صابون

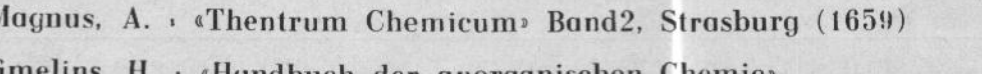
گملین روش احیاکردن شودآرسنیك رابوسیله صابون از جلد دوم کتاب **البرتوس ماگنوس**(۴۱) در کتاب شیمی معدنی خود نقل‌کرده‌است.

۳ـاحیاءکردن شودآرسنیك بوسیلهٔ‌آهك

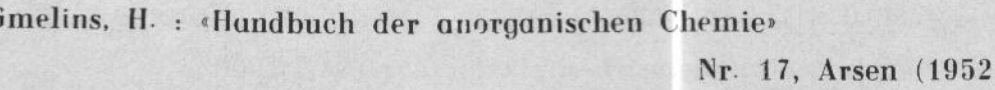
درکتاب شیمی‌دستی **گملین** این‌روش نیز ازروی کتاب **پاراسلزیوس** (B. T. Paracelsius) نقل شده است.(۴۲)

طبق‌شرحی‌که رازی **درکتاب‌الاسرار** داده‌است‌مخلوط شودآرسنیك وآهك درظرفی‌سربسته حرارت داده می‌شده است‌در این عمل‌ابتدا اکسید کلسیم‌درست می‌شودوباشودآرسنیك‌به‌آرسنیت کلسیم $Ca(AsO_2)_2$ تبدیل می‌شود و دراثر حرارت دادن در ظرف‌سربسته‌بدون‌هوا به‌ارسنات‌کلسیم $Ca_3(AsO_4)_2$ وآرسنیك As تبدیل می‌گردد.

فرمول شیمیائی این فعل وانفعالات به‌شرح زیراست.



$$As_2O_3 + CaO \rightarrow Ca(AsO_2)_2 ،$$



$$CaO + 15As_2O_3 \rightarrow 3Ca_3(AsO_4)_2 + 10As$$

۴۰ـ «قال والزیبق یثبت علی‌النار حتی‌تنفخ علیه‌النفخ الکثیر ولایطیر بان تأخذ مغرفة حدید نطیفة لاتوبال علیها فتحمیها حتی یصیر کالدم مثل‌الحمرة تصب فیه‌الزیبق فلاتبرح وانفخ علیه یومکی وله وجوه کثیرة یتفرقع وانه یجمد بریح‌الرصاصین‌معاً»

(← المدخل‌التعلیمی تألیف زکریای رازی، ترجمه دکترحسنعلی شیبانی)

۴۱ـ Magnus, A. : «Thentrum Chemicum» Band2, Strasburg (1659)

۴۲ـ Gmelins, H. : «Handbuch der anorganischen Chemie» Nr. 17, Arsen (1952)

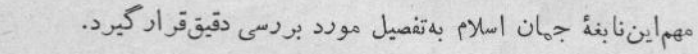
طرز تهیهٔ فلز سدیم بوسیلهٔ احیاء نمکها با روغن یا نفت

در کتاب الاسرار رازی دربخش شمعی کردن نمکها با روحها سه دستورالعمل مهم ذکرشده است نخست آنکه نمك طعام باروغن خمیرشده ودردیگ به گل گرفته وسر بسته یك‌شب درآتش تپاله برشته شده‌است. این کار یعنی برشته کردن هفت بار تکرار شده‌است. حاصل کار جسمی است که ذوب‌می‌شود ورونده‌است.

دوم آنکه هر نمك دیگررا (مثلانمك‌تلخ یا«سولفات‌منیزیم» سولفات‌سدیم، نمك هندی که مخلوطی‌از نمك‌طعام ونمك‌قلیااست» «کربنات سدیم»، «کربنات پتاسیم»، «کلرورسدیم») باروغن به شرح بالا برشته شده است و حاصل کار ذوب شده می‌دود.

دستور سوم که درخورتوجه وشایان تحسین است این‌است که رازی هر نمکی‌را بانفت تقطیرشده به شرح‌بالا برشته‌کرده و حاصل کار ذوب‌شده ومثل شمع می‌دود (۴۳)

این‌روش ازاین‌جهت بسیار مهم‌است که رازی احیاء کردن نمکهارا باروغن یانفت شرح داده‌است وتاکنون این موضوع در کتابهای‌شیمی‌مورد توجه‌دانشمندان قرارنگرفته‌است. درکتابهای شیمی معدنی همه جا نوشته شده است که پس از اینکه **داوی** (Sir Humphry Davy) فلز سدیم را بوسیلهٔ تجزیهٔ الکتریکی‌سودمذاب‌بدست‌آورد. **گیلوساك** (Gay-Lussac) **وتنارد** (Thenard) در ۷ مارس ۱۸۰۸ آن رابوسیلهٔ احیاکردن کربنات سدیم وزغال تهیه کردند.



$$Na_2CO_3 + 2C \rightarrow 2Na + 3CO$$

شرحی که رازی درکتاب‌الاسرارمی‌نویسد بدون هیچگونه ابهام وتردید بازبانی بسیارروشن احیاکردن نمکها را با روغن ونفت (زغال)شرح‌می‌دهدودربارهٔ حاصل کاربسیارروشن‌می‌نویسد: «ذوب می‌شود ومی‌دود» براساس این‌روش کارها باید گفت که‌رازی تهیه‌کردن فلزهای قلیائی‌سدیم‌وپتاسیم را شرح داده است‌وشایسته است که این موضوع درکتب‌شیمی مورد توجه قرارگیرد.

طرز تهیهٔ شیشه‌های رنگین

رازی درکتاب‌الاسرار بعضی کارها را شرح داده است که آنها را می‌توان امروزه جزء دانشهای ساختن شیشه‌های رنگی طبقه‌بندی کرد واین‌قسمت ازکتاب‌الاسراررازی ازنظراین‌دستور های کاردرعلم شیشه‌سازی دارای اهمیت خاص است.

طبق نوشتهٔ رازی بوسیلهٔ مخلوط‌کردن مواد با روغن‌تخم مرغ یا سایرروغنها ویا موادآلی درموقع ذوب‌کردن شیشه‌محیط احیاءکننده‌ای بوجودآمده است. دراین محیط بعضی فلزات احیا می‌شده وبه‌صورت بلورهای ریز مس درشیشه مانده است و شیشه‌ای‌ازانواع‌شیشه‌های‌معروف اوانتورین (Aventurine) درست شده است.

رازی درقسمت عمده شیشه‌ها فلزطلارنگ سرخ نیزایجاد کرده است دربعضی‌سولفورنقره احیاء شده‌ورنگ فلزسیم‌به‌صورت محلول‌کولوئید بوجودآمده است.

این‌هاشمه‌ای ازابتکارات علمی‌شیمیدان بزرگ‌جهان‌محمد زکریای‌رازی‌بود. امید است درفرصتی‌دیگرابتکارات واکتشافات مهم‌این‌نابغهٔ جهان اسلام به‌تفصیل مورد بررسی دقیق‌قرارگیرد.

۴۳ـ دکترحسنعلی شیبانی: «کتاب‌الاسرار یارازهای صنعت‌کیمیا تألیف محمد زکریای رازی»

یادآوری نکته‌ای دربارهٔ مقالهٔ ((کیمیا دراسلام)) (مندرج دریکان شمارهٔ۹۴)

در مقالهٔ مزبوراینجانب به‌نقل ازمقالهٔ آقای دکترغیاث‌الدین جزایری نوشته بودم:

«مسلمین دوفلز آنتیموان‌وبیسموت راکشف کردند وآنهارا به‌ترتیب مرقش‌طلائی ومرقش نقره‌ای نامیدند»

پس‌ازتحقیقاتی که دراین‌باره به‌عمل‌آوردم متوجه‌شدم آنچه که‌درکیمیای‌اسلامی‌به‌نام**مرقشیشا** معروف‌بوده‌است‌همان‌سنگهای معدنی‌است‌که در زبانهای اروپائی به نام **Markasit** موسوم است وسه‌نوع مرقشیشا درکیمیای اسلامی معروف بوده است که عبارتند از:

۱ـ **مرقش‌طلائی** یاپیریت‌آهن (Pyrit) به فرمول FeS_2

۲ـ **مرقش‌نقره‌ای** (Mispickel) به‌فرمول $FeAsS$

۳ـ **مرقش‌مسی** (Bornite) به‌فرمول Cu_2FeS_3

جعفرآقایانی چاوشی

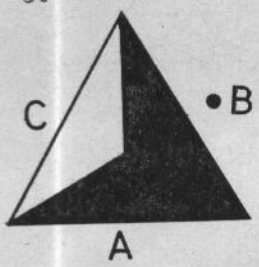
«برنامه‌های ریاضی در تلویزیون فرانسه»

ترجمهٔ: مهندس فتح‌الله زرگری

(دنباله از شمارهٔ قبل)

این بازی را می‌توان اختصاصی ترمورد مطالعه قرارداد. برای این منظور از ماتریس متشکل از دوسطر وسه ستون به‌ترتیب زیر استفاده می‌کنیم: فرض می‌کنیم عددیك متناظر جزء سفید مثلث و عدد صفر متناظر جزء سیاه مثلث باشد وهمچنین عدد یك متناظر با جزئی است که مهره روی آن قراردارد وصفر متناظر باجزئی است که مهره روی آن قرار ندارد.

$$\begin{array}{c} \text{رنگ} \\ \\ \text{مهره} \end{array} \begin{pmatrix} A & B & C \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{pmatrix}$$



مثلا ماتریس $\begin{pmatrix} \circ & \circ & 1 \\ \circ & 1 & \circ \end{pmatrix}$ متناظر با حالتی است که در (شکل ۱۳) آمده است.

با در نظر گرفتن اینکه عاملهای داخل مجموعهٔ S غیر جابجائی هستند به‌آسانی می‌توان نشان داد که:

$$\xrightarrow{P}\begin{pmatrix} \circ & 1 & \circ \\ \circ & 1 & \circ \end{pmatrix} \xrightarrow{P} \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & 1 & \circ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \circ & 1 & \circ \\ 1 & \circ & \circ \end{pmatrix} \xrightarrow{Q} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \circ \\ 1 & \circ & \circ \end{pmatrix} \xrightarrow{P} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \circ \\ \circ & 1 & \circ \end{pmatrix}$$

بنابراین بامراجعه به مفروضات بازی متوجه می‌شویم که یك ساختمان ریاضی متناظر بااین بازی موجوداست، وآن، گروه غیر جابجائی می‌باشد. درفرانسه آموزش گروه، حلقه ومیدان درسیکل دوم تدریس می‌شود وبنابراین چنین برنامهٔ تلویزیونی نه‌تنها برای بالابردن تخصص وکارآئی دبیران سیکل اول مفیداست بلکه‌مورد استفادهٔ دانش‌آموزان سیکل دوم نیزقرار می‌گیرد.

دربرنامه‌ای تحت عنوان «فرمولها و علائم» که باز برای دبیران سیکل اول پخش می‌شود، درموردنقش مهمی که‌علائم قراردادی درریاضیات ایفا می‌کنند بحث وگفتگو می‌شود.

نویسندگان برنامه‌معتقدند که بین مراحل موفقیت درپیشرفت ریاضیات وتوسعهٔ علائم ریاضی یك همزمانی موجوداست. به‌این ترتیب که، مثلا، نمایش صحیح اعداد و ظهور علائم $=$ ، $+$ ، $-$ وغیره همزمان باموفقیتی بزرگ درجبر بوده‌است.

نمایش تابع به صورت $f(x)$ همزمان با پیشرفت آنالیز بوجودآمده است، ایدهٔ اولیه وعلائم اساسی تئوری مجموعه‌ها نیز در یکزمان ظهور کرده‌اند. بالاخره توسعه روش اصولی به‌این موضوع منتهی می‌شود که تقریباً کلیهٔ اطلاعات ریاضی به سری فرمولهائی برمی‌گردند.

ازاین نقطه نظردستگاه علائم درحد معینی این موضوع را اعلان می‌دارند که موفقیت دیگری درحوزهٔ ایده‌ها بدست آمده است.

درنظر اول نویسندگان برنامه معتقدند که می‌توان نشان داد که استفاده ازحروف برای نمایش عملیات فرمول برای ارتباط وغیره، فقط برای راحتی عمل هستند وبالاخره بدین نتیجه می‌رسند که بدون اینها نیزمی‌توان موفق بود. درحقیقت علائم همان مقدار درریاضیات مهمند که‌ایده‌ها ونظرات ریاضیدانان مهم‌هستند. پیشرفت ریاضیات به‌همان نسبت که به پیشرفت ایده‌ها بستگی‌دارد به‌همان نسبت نیز به‌پیشرفت علائم ریاضی بستگی‌دارد. به‌علاوه کافی است که گاهی ریاضیدان فقط با نمایش علائم سروکار داشته باشد تاپدیده‌های غامض بسیاری درمقابلش ظاهر شوند. به‌این ترتیب،

رابطهٔ بین‌علائم وایده‌ها که درحین مطالعه پیش‌می‌آید درعملیات و فعالیتهای ریاضی‌نقش مهمی‌را ایفا می‌کند.

نویسندگان برنامه‌می‌گویند که‌لازم‌است بدانیم که ازیکسو خود فرمول نشان نمی‌دهد که چگونه باید تعبیر شود و از سوی دیگر مفاهیمی موجودند که به‌هرحال‌توسط فرمولی که ازآن‌ناشی می‌شوند نمی‌توانند تعیین‌شوند. بنابراین درحاشیه لازم‌است‌مورد استفادهٔ‌فرمول وعلائم‌تشکیل دهندهٔ‌آنرا معرفی‌کنیم. چنین حاشیه نویسی امکان بوجودآمدن هرنوع ابهـامی‌را از بین می‌برد. در حاشیه همیشه لازم‌است ناحیهٔ معین بودن را تصریح کنیم.

مثالها ـ ۱) فرض‌کنیم لازم است‌کلیهٔ مجموعه اعداد سه تائی مانند $\{x,y,z\}$ را تعیین کنیم کـه برای آنهـا رابطهٔ $z^2=x^2+y^2$ صادق باشد.

مسائل مختلفی را بدست می‌آوریم، اگر $x,y,z\in N$ یا $x,y,z\in Z$ باشد.

۲) رابطهٔ $(x^2=4)\Longrightarrow(x>1)$ برقرار است اگر $x\in N$ وبرقرار نیست اگر $x\in Z$ باشد.

۳) شرطی به‌صورت فرمول $x^3-1=0$ فقط برای یك مقدار x صادق است اگر x متعلق به‌مجموعهٔ R باشد و برای سه مقدار x صادق است اگـر x متعلق به‌مجموعهٔ C باشد. گاهی در حاشیه‌ها توضیح اضافی‌درمورد علائم وحـروف داده‌نمی‌شود، مثلا درمورد استفاده ازعلائم مرسوم مانند: z برای اعدادمختلط، x و y برای نمایش مقادیرحقیقی، m و n برای نمایش‌اعدادطبیعی وغیره. به‌علاوه درکاربرد فرمـول کمیتهای حروف داخل آن و همچنین ثابت و متغیر بودن‌آنها راباید توضیح دهیم.

فرض‌کنیم بحث دربارهٔ متصل‌بودن تابـع $y=x^2$ باشد. لازم است محاسبات با استفاده از فرمول $|x^2-y^2|=\varepsilon$ انجام شود، به‌علاوه می‌دانیم که، در طول کلیهٔ محاسبات ε مقداری است ثابت وفقط درلحظات‌آخر محاسبه است که ε نقش متغیررابخود می‌گیرد.

یك‌مثال دیگر: می‌خواهیم ثابت‌کنیم که‌تابع $y=x^2$ درروی مجموعهٔ $R+$ صعودی است. یعنی:

$$(\forall x_1\in R+)(\forall x_2\in R+)[(x_1<x_2\Longrightarrow(x_1^2<x_2^2)].$$

در اینجا چنانچه مشاهده می‌کنیم حروف x_1 و x_2 نقش متغیر را دارند وهمچنین می‌دانیم که حدود تغییرات این‌متغیرها مجموعهٔ $R+$ می‌باشد.

وقتی‌به اثبات مسئله‌نزدیك می‌شویم درمورد x_1 و x_2 مانند دوعدد مثبت حقیقی‌صحبت می‌کنیم، یعنی‌حروف x_1 و x_2 به‌تدریج ازنقش متغیر خارج شده ونقش‌ثابت به خود می‌گیرند. با ادامهٔ اثبات گاهی می‌گویند: مامی‌دانیم که:

$$x_1^2-x_2^2=(x_2-x_1)(x_2+x_1)$$

باقبول رابطهٔ اخیر، می‌گویند که این رابطه برای‌کلیهٔ مقادیر x_1 و x_2 صادق است یعنی‌دوباره به x_1 و x_2 نقش متغیر می‌دهند می‌توان دیدکه دراغلب اثباتها چنین‌عدم دقتهایی موجوداست. به این‌جهت است‌که نیازبه حاشیه نویسی‌احساس می‌شود.

درحالتی‌که درموردناحیهٔ معین بودن صحبت می‌کنیم لزوم ندارد دربارهٔ‌کمیت‌حروف مرسوم نشان داده‌شده درحاشیه چیزی بنویسیم: a و b و c و... یا x_0 و y_0 و... برای مقادیرثابت و x و y و z و x' و y' و... برای مقادیر متغیر.

لیکن خیلی به‌ندرت اتفاق می‌افتدکه یکی‌از این حروف درطول اثبات نقش‌خود راعوض نکند.

یك‌مثال دیگرراکه نیزلزوم حاشیه‌نویسی‌را متذکرمی‌شود بررسی می‌کنیم.

فرض‌می‌کنیم x و y دومقدار متغیر باشندکه درروی‌مجموعهٔ N داده شده‌اند. دوفرمول‌را بررسی می‌کنیم:

$$(\forall x)(\exists y)(x<y) \quad \text{و} \quad (\exists y)(\forall x)(x<y).$$

هردوفرمول مانند دوقضیه می‌باشند: اولی‌ـ چنانکه عددطبیعی x موجود باشد، عدد طبیعی دیگرمانند y موجوداست‌که بزرگتراز x می‌باشد.

دومی‌ـ عددطبیعی مانند y موجوداست‌که بزرگتر ازعدد طبیعی دلخواه دیگر، مانند x است. لیکن هیچیك ازفرمولها در مورد اینکه چگونه بایدآنها بررسی شونـد اطلاعی‌در اختیارما نمی‌گذارند. چنانکه مامی‌دانیم رابطهٔ اولی صحیح ورابطـهٔ دوم نادرست است.

دربعضی حالات می‌توان فرمول مزبوررا به‌صورت سؤالی تعبیرکرد: به‌ازای‌کدام مقادیر متغیر یك رابطه برقراراست(مثلا اگرفرمول $x^2-1=0$ نوشته شود).

دراین‌قسمت ازبرنامه گفته‌می‌شودکه، بعضی‌ازمفاهیم‌ریاضی به‌آسانی به‌صورت شفاهـی تعریف می‌شوند (به‌کمك اصطلاحات متداول). مثلا، نوشتهٔ $A\subset B$ بدین‌معنی است‌که‌کلیهٔ عضوهـای مجموعهٔ A عضوهای مجموعهٔ B نیزمی‌باشد. دراین‌مورد می‌توان همچنین ازفرمول $(\forall x)((x\in A)\Longrightarrow(x\in B))$ برای بیان

دنباله در صفحهٔ ۳۸۸

قضیه‌هایی دربارهٔ اعداد

ترجمهٔ: محمد معینی

دنباله از شمارهٔ قبل

۱۲ـ قضیهٔ فرما: اگر p عددی‌اول و a نسبت به p اول باشد $a^{p-1}-1$ بر p بخش پذیر است.

اثبات: a نسبت‌به p اول‌است، اگرعددهای:

$$a، 2a، 3a، \ldots و (p-1)a$$

بر p تقسیم‌شوند باقیمانده‌ها برابرمی‌شوندبا:

$$1، 2، 3، \ldots و (p-1)$$

اماحاصل‌ضرب‌اعداد $a، 2a، 3a \ldots$ وحاصل‌ضرب‌باقیمانده‌هانسبت به‌تقسیم بر p همنهشت می‌باشند بنابراین:

$$a^{p-1} \times (p-1)! \equiv p-1 \quad (\text{mob}\cdot p)$$

وچون $(p-1)!$ نسبت‌به p اول‌است پس $a^{p-1} \equiv 1 (\text{mod}\cdot p)$ وقضیه ثابت‌است.

نتیجهٔ ۱: اگر p عددی اول‌باشد عدد $a^p - a$ به ازای جمیع مقادیر a بر p بخش‌پذیر است.

اثبات: داریم:

$$a^p - a = a(a^{p-1} - 1)$$

اگر a بر p بخش‌پذیر باشد که حکم‌ثابت‌است واگر با آن اول‌باشد $a^{p-1}-1$ بر p بخش‌پذیر خواهدبود که دراین‌حالت نیزحکم ثابت است.

نتیجهٔ ۲: اگر p عدد فرد و اول‌باشد و a و p نسبت به‌هم اول باشد داریم:

$$a^{\frac{1}{2}(p-1)} \equiv \pm 1 (\text{mod}\cdot p)$$

اثبات: داریم:

$$a^{p-1} - 1 = (a^{\frac{1}{2}(p-1)} - 1)(a^{\frac{1}{2}(p-1)} + 1)$$

اما $a^{p-1}-1$ بر p بخش پذیر است پس p یامقسوم علیه $a^{\frac{1}{2}(p-1)} - 1$ است ویامقسوم علیه $a^{\frac{1}{2}(p-1)} + 1$ چون p عددی است اول. پس:

$$a^{\frac{1}{2}(p-1)} \equiv \pm 1 (\text{mod}\cdot p)$$

مثال: توان‌نهم هرعدد مانند N به‌یکی‌از صورزیرمی‌باشد $19m \pm 1$ یا $19m$

حل ـ اگر N با ۱۹ اول باشد چون $\frac{1}{4}(19-1) = 9$ پس‌باتوجه به‌نتیجهٔ ۲داریم: $N^9 \equiv +1 (\text{mod}\cdot 19)$ درغیر این‌صورت $N = 19m$

۱۳ـ تعمیم قضیهٔ فرما بوسیلهٔ اولر

اگر n عددی دلخواه و a نسبت به n اول‌باشد داریم:

$$a^{\varphi(n)} \equiv 1 (\text{mod}\cdot n)$$

اثبات: فرض‌می‌کنیم:

$$a_1 (=1)، a_2، a_3، \ldots a_{\varphi(n)}$$

اعدادی‌کوچکتراز n ونسبت به‌آن اول‌باشند. حاصل ضرب زیر را درنظر می‌گیریم.

$$aa_1، aa_2، aa_3، \ldots و aa_{\varphi(n)} \qquad (A)$$

اگراین اعداد بر n تقسیم شوند، باقیمانده‌های متفاوت بدست می‌دهند، زیرامثلا اگرفرض‌کنیم دو حاصل‌ضرب aa_r ، aa_s

$(r>s)$ دو باقیماندهٔ مساوی بدست دهند در نتیجه بایستی $a(a_r-a_s)$ بر n بخش‌پذیر باشد واین غیرممکن‌است، زیرا a و n نسبت به‌هم اولند و $a_r-a_s<n$ است‌همچنین‌تمام‌باقیمانده‌ها با n اولند بنابراین حاصل‌ضرب عوامل در یکدیگر نسبت به n اول است.

می‌دانیم باقیماندهٔ آن اعداد درتقسیم بر n عبارتنداز:

$$a_1, a_2, \cdots a_{\varphi(n)}$$

وحاصل‌ضرب عوامل مجموعهٔ A نسبت به‌مدول n باحاصل‌ضرب باقیمانده‌ها همنهشت است بنابراین:

$$a^{\varphi(n)} a_1 a_2 \cdots a_{\varphi(n)} \equiv a_1 a_2 \cdots a_{\varphi(n)} \pmod{n}$$

که ازتقسیم طرفین بر $a_1 a_2 \cdots a_{\varphi(n)}$ حکم ثابت می‌شود.

۱۴ـ قضیهٔ ویلسون:

اگر p عددی اول باشد، $(p-1)!+1$ بر p بخش پذیر است.

اثبات: اگر a یکی ازاعداد $(p-1)$ و ۱،۲،...، باشد وحاصل‌ضرب $1\times a\times 2a\times\cdots\times(p-1)a$ بر p تقسیم شود باقیمانده‌های $(p-1)$ و ...،۳،۲،۱ حاصل می‌شود، واز اینجا نتیجه می‌شود که برای هر عدد مانند a یك وفقط یك عدد مانند a' وجود دارد به‌طریقی که داشته باشیم:

$$aa' \equiv 1 \pmod{p}$$

اگر $a=a'$ باشد a^2-1 باید بر p بخش‌پذیر باشد وچون p عددی است اول و $a<p$، فقط می‌توانیم داشته‌باشیم:

$$a-1=0 \text{ و } a+1=p$$

پس ۱ و $p-1$ تنها مقادیری از a هستند که به‌ازای آنها می‌توانیم داشته باشیم $a=a'$ اگر a ، یکی از $(p-3)$ عدد $p-2$ و ...،۳،۲ باشد a' نمی‌تواند با a برابر شود در نتیجه، این اعداد می توانند در $\frac{1}{2}(p-3)$ جفت مرتب شوند به طریقی که حاصل‌ضرب هرزوج بایك همنهشت باشد، بنابراین:

$$(p-1)! \equiv p-1 \pmod{p} \text{ و}$$

$$2\times 3\times\cdots\times(p-2)\equiv 1 \pmod{p}$$

درنتیجه:

$$(p-1)!+1\equiv 0 \pmod{p}$$

برعکس: اگر $(p-1)!+1$ بر p بخش پذیر باشد p عددی است اول درغیر این‌صورت p باید عاملی‌مانند q داشته باشد که باید بر $(p-1)!$ و $(p-1)!+1$ بخش پذیر باشد و این ممکن‌نیست.

مثال: ثابت‌کنید $28!+233$ بر ۸۹۹ بخش‌پذیراست.

حل ـ داریم:

$$899=29\times 31 \text{ و } 233\equiv 1 \pmod{29}$$

و نیز $233\equiv 16 \pmod{31}$ ، با استفاده از قضیهٔ ویلسون خواهیم داشت:

$$28!+1\equiv 0 \pmod{29}$$

$$28!+233\equiv 0 \pmod{29}$$

$$30!+1\equiv 0 \pmod{31}$$

$$30\times 29\times 28!+1\equiv 0 \pmod{31}$$

$$(-1)(-2)28!+32\equiv 0 \pmod{31}$$

چون ۲ و ۳۱ نسبت به‌هم اولندپس:

$$28!+16\equiv 0 \pmod{31}$$

$$28!+233\equiv 0 \pmod{31}$$

وچون $28!+233$ هم‌بر۲۹وهم‌بر ۳۱ بخش‌پذیراست و ۳۱ و ۲۹ نسبت به‌هم اولند پس:

$$28!+233\equiv 0 \pmod{29\times 31}$$

یعنی $28!+233$ بر ۸۹۹ بخش‌پذیر است.

۱۵ـ قضیهٔ لاگرانژ

اگر p عددی اول‌باشد و r کوچکتر از $p-1$ باشدچون حاصل‌ضرب اعداد $(p-1)$، ...،۲،۱ را r مرتبه درهم‌ضرب کنیم حاصل بر p بخش‌پذیر است.

اثبات: فرض می کنیم:

$$f(x)=(x+1)(x+2)\cdots(x+p-1)$$

پس اگر a_r مقدار حاصل‌ضرب $p-1$ و ...،۳،۲،۱ که r مرتبه درهم ضرب شده‌اند باشد داریم.

$$f(x)=x^{p-1}+a_1x^{p-2}+a_2x^{p-3}+\cdots\cdots+a_{p-1}\cdots\cdots \quad (A)$$

همچنین داریم:

$$(x+p)f(x)=(x+1)f(x+1)$$

$$(x+p)(x^{p-1}+a_1x^{p-2}+a_2x^{p-3}+\cdots$$
$$+a_{p-1})=(x+1)^p+a_1(x+1)^{p-1}+$$
$$+a_2(x+1)^{p-2}+\cdots+a_{p-1}(x+1) \quad (B)$$

باتوجه به‌ضرائب x و ... ، x^{p-2} ، x^{p-3} داریم:

$$pa_1=C_2^p+C_1^{p-1}\cdot a_1$$
$$pa_2=C_3^p+C_2^{p-1}a_1+C_1^{p-2}a_2$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$pa_{p-2}=C_{p-1}^p+C_{p-2}^{p-1}a_1+\cdots+C_1^2a_{p-2}$$

وچون p عددی است‌اول، C_r^p وقتی $r>p$ باشد بر p بخش پذیراست، و ... و C_r^{p-2} ، C_r^{p-1} همگی نسبت به‌p اولند نتیجه اینکه سری اعداد $a_1, a_2, \cdots$ و a_{p-2} (باشرایط‌صورت مسئله) بر p بخش پذیرند وحکم ثابت‌است.

توضیح: قضیهٔ ویلسون وفرما را می‌توان به طریق زیر ثابت‌کرد:

I : قضیهٔ ویلسون:

ضرائب مربوط به‌x درتساوی (B) برابراست با:

$$pa_{p-1}=1+a_1+a_2+\cdots+a_{p-1}$$

وچون a_{p-2} و ... ، a_2 ، a_1 بر p بخش‌پذیرند بنابراین $a_{p-1}+1$ بر p بخش‌پذیر خواهد بود یعنی $(p-1)!+1$ بر p بخش پذیراست.

II: قضیهٔ فرما:

اگر x نسبت به‌p اول‌باشد یکی‌از جملات:

$$x+1, x+2, \cdots, x+p-1$$

باید بر p بخش پذیرباشد، ازاینجا:

$$f(x)\equiv 0 \pmod{p}$$
$$f(x)=x^{p-1}+a_{p-1}\equiv x^{p-1}-1 \pmod{p}$$
$$x^{p-1}-1\equiv 0 \pmod{p}$$

تمرینات

۱ـ هرگاه n عدداول بزرگتر از ۷ باشد ثابت‌کنید n^6-1 بر ۵۰۴ بخش‌پذیر است.

۲ـ هرگاه p و q دوعدد اول ومختلف باشند ثابت کنید: $q^{p-1}+p^{q-1}-1$ بر pq بخش‌پذیر است.

۳ـ ثابت‌کنید $18!+1$ بر ۴۳۷ بخش‌پذیر است.

۴ـ اگر p عددی اول‌باشد ثابت کنید $2(p-3)!+1$ بر p بخش پذیراست.

۵ـ اگر n عددی اول و بزرگتر از ۱۳ باشد ثابت‌کنید $n^{12}-1$ بر ۶۵۵۲۰ بخش‌پذیراست.

۶ـ هرگاه اعداد $p+1$ و $2p+1$ دو عدد اول بوده وبرعدد فرد a قابل قسمت نباشند ثابت کنید که $a^{2p}-1$ بر $8(p+1)(2p+1)$ بخش پذیراست.

۷ـ ثابت کنیدکه برای $k=0, 1, 2, \cdots$ ، عدد $2^{6k+2}+3$ بر ۱۹ بخش پذیر است.

۸ـ اگر a و b دوعدد طبیعی ونست به‌هم اول‌باشند ثابت کنید درهرتصاعد حسابی $ak+b$ ($k=0, 1, 2, \cdots$) بینهایت جمله وجود داردکه دوبه‌دو نسبت به‌هم اولند.

برنامه‌های ... (دنباله از صفحهٔ ۳۸۵)

منظور اخیراستفاده‌کرد (لیکن درحالت داده‌شده این‌موردحتمی نیست). درمقابل حالتی موجود است‌که به‌کمك فرمول می‌توان خیلی ساده‌تراین مفهوم یا مفاهیم دیگررا بیان داشت. به‌عنوان مثالی‌برای این‌حالت می‌توان قانون توزیع درضرب‌را به صورت فرمولی ارائه‌کرد: $x(y+z)=xy+xz$. وبالاخره‌مفاهیم منطقی‌هستندکه بدون رابطهٔ فرمولی‌تفهیم‌آنها مشکل است.

به‌عنوان مثال دراین مورد می‌توان مفهوم متغییر را بیان داشت.

ازآنجاکه‌کاربرد فرمول درکلیهٔ زمینه های ریاضی رواج دارد، نویسندگان برنامه درپایان متذکر می‌شوندکه. فرمولها تنها یك‌وسیلهٔ تندنویسی و ساده نویسی نبوده وسهل‌انگاری در استفاده ازآنها مجازنیست، زیراکه درکار بافرمولها همان دقت لازم است‌که درجداکردن دانه‌های زنجیر ازهم لازم‌می‌باشد.

روشی برای تشخیص اعداد غیر اول از اعداد اول

منوچهر صالحی

الف: اعدادی که منتهی به ۱و۳و۷و۹ نباشند غیراول هستند به‌عبارت دیگر اعدادی که منتهی به‌صفر و ۲و۴و۵و۶و۸ باشند بر اعداد ۲و۵ قابل‌قسمت بوده وغیراول هستند.

ب: اعدادغیراول‌منتهی به۱ می‌توانند نتیجهٔ حاصل‌ضربهای زیر باشند:

۱) حاصل‌ضرب دوعدد که هردومنتهی به۹ باشند.

۲) حاصل‌ضرب دوعدد که هردومنتهی به۱ باشند.

۳) حاصل‌ضرب دوعدد که یکی منتهی به۳ ودیگری منتهی به۷ باشد.

ج: اعداد غیراول منتهی به۳ می‌توانند نتیجهٔ حاصل‌ضربهای زیر باشند:

۱) حاصل‌ضرب دوعدد که یکی منتهی به۱ ودیگری منتهی به۳ باشد.

۲) حاصل‌ضرب دوعدد که یکی منتهی به۷ ودیگری منتهی به ۹ باشد.

د: اعدادغیراول‌منتهی به۷ می‌توانند نتیجهٔ حاصل‌ضربهای زیر باشند:

۱) حاصل‌ضرب دوعدد که یکی منتهی به۱ ودیگری منتهی به۷ باشد.

۲) حاصل‌ضرب دوعدد که یکی از آنها منتهی به۳ ودیگری به ۹ باشد.

هـ: اعدادغیراول‌منتهی به۹ می‌توانند نتیجهٔ حاصل‌ضربهای زیر باشند:

۱) حاصل‌ضرب دو عدد که هر دو منتهی به۳ باشند.

۲) حاصل‌ضرب دوعدد که هردومنتهی به۷ باشند.

۳) حاصل‌ضرب دوعدد که یکی از آنها منتهی به۱ ودیگری منتهی به۹ باشد.

و: اگرمربع تفاضل دوعدد را به‌چهار برابر حاصل‌ضرب آن دوعدد اضافه کنیم، حاصل برابراست با مربع مجموع آن‌دو عدد یعنی می‌توانیم بنویسیم:

$$(x'-x)^2+4x'x=(x'+x)^2$$

ز: فرض می‌کنیم که B حاصل‌ضرب دوعدد باشد، ومجموع دوعدد را به‌صورت $10n'+y$ ویا $10n'$ وتفاضل آن دوعدد را به صورت $10n+x$ ویا $10n$ بتوانیم نمایش بدهیم که x و y در آنها رقمهای انتهای مجموع یا انتهای تفاضل آن دو عدد باشد و برحسب آنکه آن دوعدد منتهی به‌چه اعدادی باشند مقادیر x و y تغییر کنند.

معادلات زیررا باتوجه به‌مطالب فوق که هریك مستقل ازدیگری است می‌توانیم بنویسیم:

B منتهی به۱

حاصل‌ضرب منتهی به ۹: $(10n)^2+4B=(10n'+8)^2$

« « ۱: $(10n)^2+4B=(10n'+2)^2$

« « ۳و۷: $(10n+4)^2+4B=(10n')^2$

« « ۳و۷: $(10n+6)^2+4B=(10n')^2$

B منتهی به۳

حاصل‌ضرب منتهی به۱و۳: $(10n+2)^2+4B=(10n'+4)^2$

« « ۱و۳: $(10n+8)^2+4B=(10n'+4)^2$

« « ۷و۹: $(10n+2)^2+4B=(10n'+6)^2$

« « ۷و۹: $(10n+8)^2+4B=(10n'+6)^2$

B منتهی به ۷	$(10n+6)^2+4B=(10n'+8)^2$	حاصل‌ضرب منتهی به ۱ و ۷ :
	$(10n+4)^2+4B=(10n'+8)^2$	« « ۱ و ۷ :
	$(10n+6)^2+4B=(10n'+2)^2$	« « ۳ و ۹ :
	$(10n+4)^2+4B=(10n'+2)^2$	« « ۳ و ۹ :
B منتهی به ۹	$(10n)^2+4B=(10n'+6)^2$	« « ۳ :
	$(10n)^2+4B=(10n'+4)^2$	« « ۷ :
	$(10n+8)^2+4B=(10n')^2$	« « ۱ و ۹ :
	$(10n+2)^2+4B=(10n')^2$	« « ۱ و ۹ :

باید توجه داشت که در ۱۶ معادلهٔ فوق همان رابطهٔ $(x'-x)^2+4x'x=(x'+x)^2$ مطرح شده است برحسب اینکه‌عوامل ضرب منتج به‌عدد غیراول B منتهی به‌چه اعدادی باشند.

ح: اگرعوامل ضرب منتج به‌عدد غیراول B را به x'وx نمایش بدهیم معادلات زیررابه‌حسب اینکه x'وx منتهی به‌چه‌اعدادی باشند می‌توان نوشت: به‌فرض $x'>x$

B منتهی به ۱	$B=(10x'+9)(10x+9)$	حاصل‌ضرب دوعدد منتهی به ۹ :
	$B=(10x'+1)(10x+1)$	« « « ۱ :
	$B=(10x'+7)(10x+3)$	« « « ۳ و ۷ :
	$B=(10x'+3)(10x+7)$	« « « ۳ و ۷ :
B منتهی به ۳	$B=(10x'+3)(10x+1)$	« « « ۱ و ۳ :
	$B=(10x'+1)(10x+3)$	« « « ۱ و ۳ :
	$B=(10x'+7)(10x+9)$	« « « ۹ و ۷ :
	$B=(10x'+9)(10x+7)$	« « « ۹ و ۷ :
B منتهی به ۷	$B=(10x'+7)(10x+1)$	« « « ۱ و ۷ :
	$B=(10x'+1)(10x+7)$	« « « ۱ و ۷ :
	$B=(10x'+3)(10x+9)$	« « « ۹ و ۳ :
	$B=(10x'+9)(10x+3)$	« « « ۹ و ۳ :
B منتهی به ۹	$B=(10x'+1)(10x+9)$	« « « ۱ و ۹ :
	$B=(10x'+9)(10x+1)$	« « « ۱ و ۹ :
	$B=(10x'+3)(10x+3)$	« « « ۳ :
	$B=(10x'+7)(10x+7)$	« « « ۷ :

ط: برای تشخیص اعداد اول غیراول منتهی به۱و۳و۷و۹ عدد مورد نظررا دریکی ازچهارمعادلهٔ مربوط به‌آن‌قرارمی‌دهیم و با استدلال حسابی ارقام مجموع عواملی راکه حاصل‌ضربشان فرضاً مولد عدد غیر اول احتمالی مزبور می‌باشد به‌طریق زیر بدست می‌آوریم:

مثال: تعیین کنید که عدد ۳۸۲۵۱ غیراول می‌باشدیااول است؟

$$B=38251\rightarrow 4B=153004$$

$$\begin{cases} 38251=(10x'+9)(10x+9) \\ 100n^2+153004=(10n'+8)^2 \end{cases}$$

به‌ترتیب معادلات فوق را بازمی‌کنیم واعداد حاصل برای رقمهای انتهای x' و x و n' و n را با هم مقایسه می‌نمائیم. داریم:

$$100n^2+15300۴=100n'^2+160n'+64$$

$$100n^2=100n'^2+160n'+152940$$

$$10n^2=10n'^2+16n'-15294$$

درمعادلهٔ اخیر تفاضل $16n'-15294$ باید منتهی به‌صفر باشد یا به ده‌قابل قسمت باشد. ومی‌دانیم که‌دراین‌صورت برای n' یعنی‌رقم انتهای n' دومقدار ۴و۹ بدست‌می‌آید. برای‌اینکه تعیین کنیم که n' بایدمنتهی به۴باشد یامنتهی به۹معادلهٔ‌زیررا می‌نویسیم یعنی معادلهٔ دیگری راکه به B مربوط می‌شود بازمی‌کنیم:

$$3825۱=(10x'+9)(10x+9)$$

$$3825۱=100x'x+90(x'+x)+81$$

$$3817۰=100x'x+90(x'+x)$$

$$3817=10x'x+9(x'+x)$$

$$10x'x=3817-9(x'+x)$$

در معادلهٔ حاصل تفاضل $3817-9(x'+x)$ بـاید به‌ده قابل قسمت باشد بنابـراین $x'+x$ باید منتهی به۳ باشد. با توجه به‌اینکه $10n'+8=10x'+9+10x+9$ داریم $n'=x'+x+1$ وازآنجا داریم $n'\to 4$ یعنی افزودن ده‌بر یك $9+9$ به‌مجموع $x'+x$ انتهای‌آنرا برابربا ۴ می‌کند و بدین‌ترتیب ازدومقدار۴و۹که برای انتهای n' بدست‌آمدمقدار ۴مورد قبول‌واقع می‌گردد. وعدد بدست‌آمده‌را درمعادلهٔ‌مربوطه قرارمی‌دهیم داریم:

$$10n^2=10n'^2+16n-15294$$

$$10n^2=10(10n'+4)^2+16(10n'+4)-$$
$$-15294$$

$$n^2=100n'^2+96n'-1507$$

$$100n'^2=n^2-96n'+1507$$

تفاضل n^2-96n' باید منتهی به ارقام ۰۷ باشد تا طرف دوم به صد قابل قسمت باشد، یعنی مقدارعددی حاصل ازقراردادن مقدار به‌عنوان انتهای n' و n باید منتهی بـه‌دوصفرشود. امـا بدواً در معادلهٔ مذکور یعنی معادلهٔ $100n'^2=n^2-96n'+1507$ بایدطرف دوم‌به۱۰ قابل‌قسمت باشد یعنی ازقراردادن عددبه‌عنوان انتهای n' و n باید تفاضل n^2-96n' منتهی به۷ شودکه‌اعداد زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{cases}n'\to 6\\ n\to 3\\ n\to 7\end{cases}\quad \begin{cases}n'\to 3\\ n\to 1\\ n\to 9\end{cases}\quad \begin{cases}n'\to 2\\ n\to 5\end{cases}\quad \begin{cases}n'\to 1\\ n\to 3\\ n\to 7\end{cases}$$

$$\begin{cases}n'\to 8\\ n\to 1\\ n\to 9\end{cases}\quad \begin{cases}n'\to 7\\ n\to 5\end{cases}$$

اگرسری‌های فوق راکه ازقراردادن اعدادصفرتا ۹ به‌عنوان‌رقم انتهای n' بدست‌آمده‌اندآزمایش‌نمائیم‌فقط مقدار $n'\to 3$ و $n\to 9$ می‌تواندحاصل عددی منتهی به‌دوصفردرمعادلهٔ مذکوربدست‌بدهد.

حال معادلهٔ $10xx'=3817-9(x'+x)$ راکه در آن $x'+x$ منتهی به ۳ بوده به‌صورت زیرمی‌نویسیم:

$$10x'x=3817-9(10k+3)$$

$$10x'x=3817-90k-27\Longrightarrow$$
$$10x'x=3790-90k$$

$$x'x=379-9k\Longrightarrow x'x+9k=379$$

طرف اول معادلهٔ فوق باید منتهی به ۹ باشد. پس ازصفرتا ۹ به عنوان انتهای k قرارداده و دربرابرآن برای $x'x$ عدد بدست می‌آوریم. سریهای زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases}k\to 0\\ x'x\to 9\end{cases}\quad \begin{cases}k\to 1\\ x'x\to 0\end{cases}\quad \begin{cases}k\to 2\\ x'x\to 1\end{cases}$$

$$\begin{cases}k\to 3\\ x'x\to 2\end{cases}\quad \begin{cases}k\to 4\\ x'x\to 3\end{cases}\quad \begin{cases}k\to 5\\ x'x\to 4\end{cases}$$

$$\begin{cases}k\to 6\\ x'x\to 5\end{cases}\quad \begin{cases}k\to 7\\ x'x\to 6\end{cases}\quad \begin{cases}k\to 8\\ x'x\to 6\end{cases}$$

$$\begin{cases}k\to 9\\ x'x\to 8\end{cases}$$

می‌دانیم که $n\to 9$ و $n'\to 3$ مورد قبول واقع است، این سری ازمیان سریهای‌مربوط به k و $x'x$ که ذکرشدند فقط $x'x\to 2$ و $k\to 3$ را انتخاب‌می‌نماید. ازاینجاکه $n\to 3$ و $n'\to 3$ شدند نتیجه می‌گیریم که $x'+x$ اولیه‌بدون ده‌بریك‌بوده است. درنتیجه ازمیان سریهای زیرکه برای x' و x بدست می‌آیند:

$$\begin{cases}x'\to 5\\ x\to 8\end{cases}\quad \begin{cases}x'\to 4\\ x\to 9\end{cases}\quad \begin{cases}x'\to 1\\ x\to 2\end{cases}\quad \begin{cases}x'\to 0\\ x\to 3\end{cases}$$

$$\begin{cases}x'\to 6\\ x\to 7\end{cases}$$

فقط $x \to ۲$ و $x' \to ۱$ قابل قبول می‌شود. که آنها را درمعادلهٔ مربوطه یعنی معادلهٔ $۳۸۲۵۱ = (۱۰x'+۹)(۱۰x+۹)$ بدین‌صورت قرارمی‌دهیم:

$$۳۸۲۵۱ = (۱۰۰x'+۱۹)(۱۰۰x+۲۹)$$

$$۱۰۰x'x = ۳۷۷ - ۲۹x' - ۱۹x$$

طرف دوم معادلهٔ فوق باید بر صد قابل قسمت باشد. یعنی مقدار عددی حاصل ازتفاضل $۳۷۷ - (۲۹x'+۱۹x)$ باید منتهی به دوصفر بشود که ازمیان سری اعدادی که به‌انتهای x' و x می‌توان نسبت داد فقط $x \to ۰$ و $x' \to ۳$ قابل قبول می‌شود.

حال با توجه به‌اینکه $n \to ۹$ بود یعنی تفاضل $x' \to ۱$ $x \to ۲$ ده بریك داشت می‌توان استدلال کرد که دومین رقم n عدد ۲ می‌باشد زیرا ده‌بریك مزبوربا صفرانتهای x جمع شده و از ۳ انتهای x' کسرمی‌شود که حاصل ۲ می‌باشد.

حال درمعادلهٔ $۱۰۰n'^۲ = n^۲ - ۹۶n' + ۱۵۰۷$ ارقام $n' \to ۳$ و $n \to ۹$ را قرارمی‌دهیم:

$$۱۰۰(۱۰n'+۳)^۲ = (۱۰n+۹)^۲ -$$

$$-۹۶(۱۰n'+۳) + ۱۵۰۷$$

$$۱۰۰۰n'^۲ = ۱۰n^۲ - ۶۹۶n' + ۱۸n + ۴۰$$

ازصفرتا ۹ به n' عدد می‌دهیم تفاضل $۱۸n - ۶۹۶n'$ باید به ده قابل قسمت باشد داریم:

$$\begin{cases} n' \to ۰ \\ n \to ۰ \end{cases} \quad \begin{cases} n' \to ۱ \\ n \to ۲ \end{cases} \quad \begin{cases} n' \to ۲ \\ n \to ۴ \\ n \to ۹ \end{cases} \quad \begin{cases} n' \to ۳ \\ n \to ۱ \end{cases}$$

$$\begin{cases} n' \to ۴ \\ n \to ۸ \end{cases} \quad \begin{cases} n' \to ۵ \\ n \to ۵ \end{cases} \quad \begin{cases} n' \to ۶ \\ n \to ۲ \end{cases} \quad \begin{cases} n' \to ۷ \\ n \to ۴ \\ n \to ۹ \end{cases}$$

$$\begin{cases} n' \to ۸ \\ n \to ۱ \end{cases} \quad \begin{cases} n' \to ۹ \\ n \to ۸ \end{cases}$$

مقادیر بدست آمده $x' \to ۳۱۹$ و $x \to ۲۹$ رادرمعادلهٔ مربوطقرار می‌دهیم:

$$۳۸۲۵۱ = (۱۰۰۰n^۲ + ۳۱۹)(۱۰۰n + ۲۹)$$

$$۱۰۰۰x'x = ۲۹۰ - ۲۹۰x' - ۳۱۹x$$

مقدارعددی‌حاصل‌ازطرف‌دوم بایدبه‌صدیا هزارقابل‌قسمت‌باشدیعنی مقدارعددی‌حاصل‌باید منتهی به‌سه‌صفرشود ومی‌دانیم که $۳۱۹x -$ باید منتهی به‌صفرباشد. چون‌طرف دوم باید به‌ده قابل قسمت‌باشد پس $x \to ۰$ واما به‌ازای فقط $x' \to ۱$ مقدارعددی صفرمی‌شود.

بنابراین داریم $n \to ۲$ درنتیجه $n \to ۲$ و $n' \to ۱$ و $n \to ۲$ و $n' \to ۶$ مورد قبول‌واقع‌می‌شود وچون $x' \to ۱$ و $x \to ۰$ است نتیجه می‌شود که $x'+x \to ۱$ و چون $x'+x$ قبلی بدون ده بریك بود نتیجه می‌شود که‌فقط مقدار $n \to ۲$ و $n' \to ۱$ قابل‌قبول است.

مقادیر $n \to ۲$ و $n' \to ۱$ رادرمعادلهٔ مربوطه قرارمی‌دهیم داریم:

$$۱۰۰۰(۱۰n'+۱)^۲ = ۱۰(۱۰n+۲) -$$

$$-۶۹۶(۱۰n'+۱) + ۱۸(۱۰n+۲) + ۴۰$$

$$۱۰۰۰۰n'^۲ + ۲۶۹۶n' = ۱۰۰n^۲ + ۵۸n - ۱۵۸$$

درمعادلهٔ فوق به‌ازای $n \to ۱$ و $n' \to ۰$ مقدارعددی حاصل طرف دوم صفرمی‌شود. درنتیجه حاصل تمام محاسبات فوق‌بدین‌صورت خلاصه‌می‌شود: $n' = ۱۳۴۸$ و $n = ۱۲۹۰$ ودرنتیجه $x' = ۱۳۱۹$ $x = ۲۹$ برای امتحان حاصل $x'x$ را بدست می‌آوریم داریم:

$$x'.x = ۱۳۱۹ \times ۲۹ = ۳۸۲۵۱$$

بدین ترتیب با استدلالهای مشابه می‌توان تدریجاً عوامل ضربی راکه منتج به‌عدد غیراول B شده‌اند پیدا نمود. وهریك ازاین معادلات هم به‌تنهایی قابل حل می‌باشند.

ساعت نامیزان

عقربهٔ بزرگ یك ساعت نامیزان است بقسمی که وقتی راکه‌نشان‌می‌دهد ۵ دقیقه بیشتراز وقتی است که توسط عقربهٔ ساعتشمارمشخص می‌شود. مثلا وقتی که عقربهٔ ساعتشمار دقیقاً روی ۱۲ است، عقربهٔ دقیقه‌شمار به‌جای آنکه‌روی ۱۲ باشد روی ۱ قراردارد.

به هنگام نزدیك ظهر دوعقربه برهم منطبق می‌شوند. در این‌موقع چه ساعتی است؟

حل مسائل یکان شمارهٔ: ۱۰۰

حل مسائل ویژهٔ کلاسهای چهارم دبیرستان

۱/۱۰۰ـ فرستنده: **محمد علی مرادی نسب**

دستگاه دومعادلهٔ زیررا حل کنید:

$$\begin{cases} x^2-xy+1=0 \\ 18y^2+51y-370=0 \end{cases}$$

حل ـ ازمعادلهٔ دوم دستگاه داریم:

$$y=\frac{10}{3} \text{ یا } y=-\frac{37}{6}$$

ازمعادلهٔ اول دستگاه داریم:

$$y=\frac{x^2+1}{x}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{x^2+1}{x}=\frac{10}{3} \text{ یا } \frac{x^2+1}{x}=-\frac{37}{6}$$

$$3x^2-10x+3=0 \Longrightarrow x=3 \text{ یا } \frac{1}{3}$$

$$6x^2+37x+6=0 \Longrightarrow x=-6 \text{ یا } -\frac{1}{6}$$

پس جوابهای دستگاه عبارتند از:

$$(x=3 \text{ و } y=\frac{10}{3}) \text{ ، } (x=\frac{1}{3} \text{ و } y=\frac{10}{3})$$

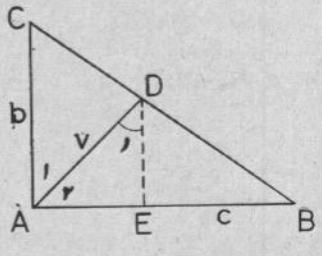
$$(x=-6 \text{ و } y=-\frac{37}{6}) \text{ ، } (x=-\frac{1}{6} \text{ و } y=-\frac{37}{6})$$

۲/۱۰۰ـ ترجمهٔ ازفرانسه

درمثلث ABC زاویهٔ A قائمه است و AD نیمساززاویهٔ A است. هرگاه $AB=c$ و $AC=b$ و $AD=v$ باشد، ثابت کنید که:

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{\sqrt{2}}{v}$$

حل ـ عمود DE را بر AB رسم می‌کنیم. ازتساوی دو زاویهٔ A_1 و D_1 با هم ودوزاویهٔ A_1 و A_2 باهم نتیجه می‌شود که مثلث ADE متساری‌الساقین است وازآنجا:



$$2DE^2=AD^2 \Longrightarrow DE=v\sqrt{2}$$

ازطرف دیگر بنا به‌قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{DE}{AC}=\frac{BE}{AB}=\frac{AB-AE}{AB}$$

$$\frac{v\sqrt{2}}{b}=\frac{c-v\sqrt{2}}{c} \Longrightarrow \frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{\sqrt{2}}{v}$$

حل مسائل ویژهٔ کلاس چهارم ریاضی

۳/۱۰۰ـ ترجمهٔ **مهندس فتح‌الله زرگری**

دستگاه دومعادلهٔ زیرراحل کنید:

$$\begin{cases} (x^2+1)(y^2+1)=10 \\ (x+y)(xy-1)=3 \end{cases}$$

حل ـ دستگاه نسبت به x و y متقارن است پس $x+y=u$ و $xy=v$ اختیارمی‌کنیم که خواهیم داشت:

$$\begin{cases} u^2+v^2-2v=9 \\ uv-u=3 \end{cases}$$

طرفین معادلهٔ دوم را در ۲ ضرب کرده حاصل را یك باربامعادلهٔ اول جمع ویك باراز آن کم می‌کنیم، نتیجه خواهد شد.

$$\begin{cases} (u+v)^2-2(u+v)=15 \\ (u-v)^2+2(u-v)=3 \end{cases}$$

$$u+v=5 \text{ یا } -3$$

$$u-v=1 \text{ یا } -3$$

$$\begin{cases} u+v=5 \\ u-v=1 \end{cases} \Longrightarrow u=3 \text{ و } v=2$$

$$\begin{cases} u+v=5 \\ u-v=-3 \end{cases} \Longrightarrow u=1 \text{ و } v=4$$

$$\begin{cases} u+v=-3 \\ u-v=1 \end{cases} \Longrightarrow u=-1 \text{ و } v=-2$$

$$\begin{cases} u+v=-3 \\ u-v=-3 \end{cases} \Longrightarrow u=-3 \text{ و } v=0$$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{vmatrix} x=1 \\ y=2 \end{vmatrix} \text{ یا } \begin{vmatrix} x=2 \\ y=1 \end{vmatrix}$$

نظیر سایر مقادیر قابل قبول u و v خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases} \text{ یا } \begin{vmatrix} x=1 \\ y=-2 \end{vmatrix} \text{ ، } \begin{vmatrix} x=-3 \\ y=0 \end{vmatrix}$$

$$\text{یا } \begin{vmatrix} x=0 \\ y=-3 \end{vmatrix}$$

۱۰۰/۴ـ ترجمهٔ مهندس زرگری

دستگاه معادله‌های زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x^2+y^2+z=2 \\ y^2+z^2+x=2 \\ z^2+x^2+y=2 \end{cases}$$

حل ـ از تفریق طرفین معادله‌های اول و دوم، اول و سوم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} (x-z)(x+z-1)=0 \\ (y-z)(y+z-1)=0 \end{cases}$$

از این دستگاه و معادلهٔ سوم، دستگاههای زیر نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} x-z=0 \\ y-z=0 \\ x^2+z^2+y=2 \end{cases} \Longrightarrow x=y=z=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$$

$$\begin{cases} x-z=0 \\ y+z-1=0 \\ x^2+z^2+y=2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{vmatrix} x=1 \\ y=0 \\ z=1 \end{vmatrix}$$

$$\text{یا } \begin{cases} x=z=-\frac{1}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z-1=0 \\ y-z=0 \\ x^2+z^2+y=2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{vmatrix} x=0 \\ y=1 \\ z=1 \end{vmatrix}$$

$$\text{یا } \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=z=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z-1=0 \\ y+z-1=0 \\ x^2+z^2+y=2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{vmatrix} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{vmatrix}$$

$$\text{یا } \begin{cases} x=y=-\frac{1}{2} \\ z=\frac{3}{2} \end{cases}$$

۱۰۰/۵ـ ترجمهٔ: قوام نحوی

سه عدد تصاعد حسابی تشکیل داده‌اند و سه عدد دیگر تصاعد هندسی ساخته‌اند. اگر جمله‌های دو تصاعد را نظیر به نظیر با هم جمع کنیم عددهای ۸۵، ۷۶، ۸۴ بدست می‌آید. اگر سه جملهٔ تصاعد حسابی را با هم جمع کنیم ۱۲۶ حاصل می‌شود. جمله‌های دو تصاعد را پیدا کنید.

حل ـ اگر a و b و c سه عدد اولی و d و e و f سه عدد دوم باشد، معادله‌های زیر را داریم:

$$\begin{cases} a+c=2b \\ df=e^2 \\ a+d=85 \\ b+e=76 \\ c+f=84 \\ a+b+c=126 \end{cases} \Longrightarrow \begin{vmatrix} a=17 \\ b=42 \\ c=67 \\ d=68 \\ e=34 \\ f=17 \end{vmatrix}$$

۱۰۰/۶ـ از عباس جزء امیرسیافی

مقادیر حقیقی x و y را از دستگاه زیر بدست آورید:

$$\begin{cases} \log_x(x^{2y}+1)=y+\log_x 2 \\ \log_y(y^{2x}+4)=x+\log_y 4 \end{cases}$$

حل ـ با توجه به اینکه $x=\log_y y^x$ و $y=\log_x x^y$ دستگاه داده شده چنین می‌شود:

$$\begin{cases} \log_x(x^{2y}+1)=\log_x 2x^y \\ \log_y(y^{2x}+4)=\log_y 4y^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^{2y}-2x^y+1=0 \\ y^{2x}-4y^x+4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^y=1 \\ y^x=2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

۱۰۰/۷ـ ترجمهٔ قوام نحوی

سری هندسی زیرمفروض است:

$$S=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\cdots$$

اگر S_n مجموع n جملهٔ اول این سری باشد، به‌ازای‌چه مقدار n تفاضل S_n بر S (حد مجموع بینهایت جملهٔ سری) کمتر از ۰/۰۰۰۰۱ می‌باشد؟

حلـ داریم:

$$\frac{a}{1-q}-\frac{a(q^n-1)}{q-1}<\frac{1}{10^5} \Longrightarrow \frac{aq^n}{1-q}<\frac{1}{10^5}$$

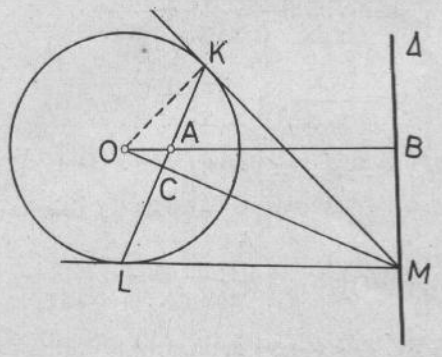
$$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^n}{\frac{2}{3}}<\frac{1}{10^5} \Longrightarrow \frac{1}{3^{n-1}}<\frac{2}{10^5}$$

$$3^{n-1}>50000 \Longrightarrow 3^{n-1}=3^{10} \text{ و } n=11$$

۱۰۰/۸ـ ترجمهٔ مهندس زرگری

دایرهٔ به‌مرکز O و نقطهٔ A درداخل آن مفروض است. وتر متغیر KL ازدایره از A می‌گذرد. در K و L مماسهایی بردایره رسم می‌کنیم که در M متقاطع می‌شوند. مکان M را تعیین کنید.

حلـ خط OA را رسم می‌کنیم و خط Δ را از M عمود بر



OA می‌گذرانیم که آن‌را در B قطع می‌کند. اگر C نقطهٔ تلاقی OM با KL باشد از تشابه دومثلث OAC و OBM نتیجه می‌شود.

$$\frac{OB}{OC}=\frac{OM}{OA} \Longrightarrow OB=\frac{OM.OC}{OA}$$

درمثلث قائم‌الزاویهٔ OKM داریم:

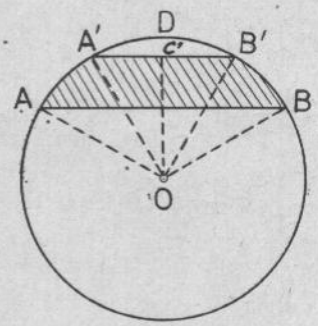
$$OK^2=R^2=OC.OM \Longrightarrow OB=\frac{R^2}{OA}$$

مقادیر R^2 و OA ثابت می‌باشند پس مقدار OB نیز ثابت‌است یعنی نقطهٔ B و در نتیجه خط Δ ثابت می‌باشد. بنابراین خط ثابت Δ مکان نقطهٔ M است.

۱۰۰/۹ـ ترجمهٔ ازفرانسه

در دایرهٔ به‌مرکز O و به‌شعاع R دووترمتوازی AB و A′B′ در یك طرف مرکز واقعند. هرگاه AB ضلع سه ضلعی منتظم و A′B′ ضلع شش‌ضلعی منتظم‌محاطی باشد، مساحت قطعهٔ‌محصور بین دووترمزبوررا حساب کنید.

حلـ داریم:



$$AB=R\sqrt{3}$$

$$A'B'=R$$

$$OC=\frac{R}{2}$$

$$OC'=\frac{R\sqrt{3}}{2}$$

S مساحت قطعهٔ ABB′A′ برابر با تفاضل مساحتهای دو قطعهٔ ADB و A′DB′. اما مساحت قطعهٔ ADB برابر است با تفاضل مساحت قطاع OADB بر مساحت مثلث OAB یعنی برابر است با:

$$S_1=\frac{\pi R^2}{3}-\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

مساحت قطعهٔ A′DB′ برابراست با:

$$S_2=\frac{\pi R^2}{6}-\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S=S_1-S_2=\frac{\pi R^2}{6}$$

حل مسائل ویژهٔ کلاسهای پنجم دبیرستان

۱۰۰/۱۰ـ سهمی به‌معادلهٔ زیرمفروض است:

$$y=-x^2+2x+1$$

دوممماس عمود برهم Δ و Δ' براین سهمی رسم می‌کنیم که Δ در P و Δ' در Q بر آن مماس می‌شود. دوممماس در M متلاقی می‌شوند واز M خط D را عمود بر PQ رسم می‌کنیم. هرگاه ضریب زاویه‌ای خط Δ برابر ۲ باشد، معادلهٔ خط D را بدست آورید.

حلـ مشتق تابع به‌ازای طول نقطهٔ P برابراست باضریب زاویه‌ای خط Δ:

$$-2x+2=2 \Longrightarrow P(x=0 \text{ و } y=1)$$

$$(\Delta):\ y-1=2x \quad \text{یا} \quad y=2x+1$$

$$m_{\Delta'}=-\frac{1}{2}=-2x+2 \Longrightarrow Q(x=\frac{5}{2} \text{ و } y=\frac{31}{16})$$

$$(\Delta'):\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{41}{16}$$

$$M\begin{cases} y=2x+1 \\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{41}{16} \end{cases} \Longrightarrow M(\frac{5}{8} \text{ و } \frac{9}{4})$$

$$m_{PQ}=(\frac{31}{16}-1):(\frac{5}{2}-0)=\frac{3}{4}$$

$$m_D=-\frac{4}{3} \text{ و } y-\frac{9}{4}=-\frac{4}{3}(x-\frac{5}{8})$$

$$(D):\ y=-\frac{4}{3}x+\frac{37}{12}$$

۱۱/۱۰۰ـ فرستنده: محمد معینی

معادلهٔ مثلثاتی زیررا حل کنید:

$$\sin(\frac{\pi}{10}+\frac{3x}{2})=2\sin(\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2})$$

حلـ داریم:

$$\frac{\pi}{10}+\frac{3x}{2}=\pi-3(\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2})$$

$$\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2}=y \Longrightarrow \frac{\pi}{10}+\frac{3x}{2}=\pi-3y$$

$$\sin 3y=2\sin y$$

$$3\sin y-4\sin^3 y-2\sin y$$

$$\sin y(4\sin^2 y-1)=0$$

$$\sin y=0 \Longrightarrow y=k\pi$$

$$4\sin^2 y-1=0 \Longrightarrow \sin y=\pm\frac{1}{2}$$

$$y=k\pi\pm\frac{\pi}{6}$$

$$x=2y+\frac{3\pi}{5}$$

$$x=2k\pi+\frac{3\pi}{5} \quad \text{یا} \quad x=2k\pi+\frac{3\pi}{5}\pm\frac{\pi}{6}$$

حل مسائل ویژهٔ کلاس پنجم ریاضی

۱۲/۱۰۰ـ ترجمهٔ مهندس زرگری

برهذلولی به معادلهٔ $y=\frac{1}{x}$ سه نقطهٔ A و B و C را درنظر می‌گیریم. از O مبدأ مختصات به نقطه‌های A_1 و B_1 و C_1 وسطهای BC و CA و AB وصل می‌کنیم. خط Δ_1 را از A موازی با OA_1 خط Δ_2 را از B موازی با OB_1 وخط Δ_3 را از C موازی با OC_1 رسم می‌کنیم. ثابت کنید که سه خط Δ_1 و Δ_2 و Δ_3 روی دایرهٔ محیطی مثلث ABC متقاربند.

حلـ فرض می‌کنیم:

$$A(x_1 \text{ و } \frac{1}{x_1}),\ B(x_2 \text{ و } \frac{1}{x_2}),\ C(x_3 \text{ و } \frac{1}{x_3})$$

$$A_1(\frac{x_2+x_3}{2} \text{ و } \frac{x_2+x_3}{2x_2x_3}) \Longrightarrow m_{OA_1}=\frac{1}{x_2x_3}$$

$$m_{OB_1}=\frac{1}{x_3x_1} \text{ و } m_{OC_1}=\frac{1}{x_1x_2}$$

$$(\Delta_1):\ y-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{x_2x_3}(x-x_1)$$

$$(\Delta_1):\ y=\frac{x}{x_2x_3}-\frac{x_1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_1}$$

$$(\Delta_2):\ y=\frac{x}{x_3x_1}-\frac{x_2}{x_3x_1}+\frac{1}{x_2}$$

$$(\Delta_3):\ y=\frac{x}{x_1x_2}-\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{1}{x_3}$$

ازحل معادلات بالا دوبه دوبا یکدیگر نتیجه می‌شود که سه خط مزبوردرنقطهٔ زیرمتقاربند:

$$D(x_1+x_2+x_3 \text{ و } \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3})$$

برای آنکه ثابت کنیم D بردایرهٔ محیطی مثلث ABC قرار دارد، کافی است ثابت کنیم که دو زاویهٔ BDC و BAC با هم برابرند، اما مقدار tg هریك ازاین دوزاویه برابراست با:

$$\left(\frac{1}{x_3x_1}-\frac{1}{x_2x_1}\right):\left(1+\frac{1}{x_1^2x_2x_3}\right)$$

پس دوزاویهٔ مزبوربا هم برابرند.

۱۳/۱۰۰ـ ترجمهٔ ازفرانسه

برهذلولی $y=\frac{1}{x}$ سه‌نقطهٔ A وB وC به‌طولهای a وb وc اختیار می‌کنیم.

۱) معادله‌های ارتفاعهای رأسهای B وC ازمثلث ABC رابدست‌آورید وثابت‌کنیدکه K مرکز ارتفاعی‌مثلث مزبورروی هذلولی واقع‌است.

۲) مقادیر a وb وc درچه‌شرط لازم‌وکافی صدق‌کنندبرای آنکه مثلث ABC درزاویهٔ A قائمه باشد.

۳) به‌فرض‌آنکه A ثابت وB وC برهذلولی متغیر باشند بقسمی‌که زاویهٔBAC قائمه باقی‌بماند، معادلهٔمکان I وسطBC را بدست‌آورید.

حل‌ـ به‌ترتیب داریم:

$$A(a \text{ و } \frac{1}{a}) \ ، \ B(b \text{ و } \frac{1}{b}) \ ، \ C(c \text{ و } \frac{1}{c})$$

$$m_{AC}=\frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{c}}{a-c}=-\frac{1}{ac} \text{ و } m_{AB}=-\frac{1}{ab}$$

$$m_{BK}=ac \text{ و } m_{CK}=ab$$

$$(BK) : y-\frac{1}{b}=ac(x-b)$$

$$(BK) : y=acx-abc+\frac{1}{b}$$

$$(CK) : y=abx-abc+\frac{1}{c}$$

$$K(x=-\frac{1}{abc} \text{ و } y=-abc)$$

مختصات K درمعادلهٔ هذلولی صدق می‌کند پس K بـرهذلولی واقع است.

۲) برای‌آنکه مثلث ABC درزاویهٔ A قائمه باشد لازم وکافی است‌که K نقطهٔ تلاقی ارتفاعها بررأس A منطبق‌باشد:

$$a=-\frac{1}{abc} \text{ و } \frac{1}{a}=-abc \Longrightarrow a^2bc+1=0$$

۳) با فرض‌آنکه a ثابت وشرط اخیربرقرارباشد داریم:

$$I(x=\frac{b+c}{2} \text{ و } y=\frac{b+c}{2bc})$$

$$y=\frac{x}{bc}=-a^2x$$

مکان I خطی است‌که ازمبدأ مختصات می‌گذرد وضریب زاویه‌ای‌آن $-a^2$ است.

۱۴/۱۰۰ـ فرستنده: **محمد معینی**

عبارت زیررا قابل‌محاسبهٔ لگاریتمی‌کنید:

$$S=cotg^2 2x-tg^2 2x-8\cos 4x\, cotg 4x$$

حل‌ـ به‌ترتیب داریم:

$$S=\frac{1+\cos 4x}{1-\cos 4x}-\frac{1-\cos 4x}{1+\cos 4x}-\frac{8\cos^2 4x}{\sin 4x}$$

$$S=\frac{4\cos 4x}{1-\cos^2 4x}-\frac{8\cos^2 4x}{\sin 4x}$$

$$S=\frac{4\cos 4x}{\sin^2 4x}[1-2\sin 4x\cos 4x]$$

$$S=\frac{8}{\sin^2 4x}[\cos 4x\sin^2(\frac{\pi}{4}-4x)]$$

۱۵/۱۰۰ـ ترجمهٔ **مهندس زرگری**

اگر مثلث ABC درهرسه‌زاویه‌حاده‌باشد ثابت‌کنیدکه :

$$tg^nA+tg^nB+tg^nC\geqslant 3\sqrt{3^n}$$

حل‌ـ درهرمثلث داریم:

$$tg(A+B)=\frac{tgA+tgB}{1-tgA\,tgB}=-tgC$$

$$tgA+tgB+tgC=tgA\,tgB\,tgB$$

ازطرف دیگروقتی tgA و tgB و tgC مقادیرمثبت باشند بنابر نامساوی بین واسطه‌های حسابی وهندسی داریم:

$$tgA+tgB+tgC\geqslant 3\sqrt[3]{tgA\,tgB\,tgC}$$

بنابراین برای مثلث حادالزوایا داریم:

$$tgA\,tgB\,tgC\geqslant 3\sqrt[3]{tgA\,tgB\,tgC}$$

$$tgA\,tgB\,tgC\geqslant \sqrt{3^3}$$

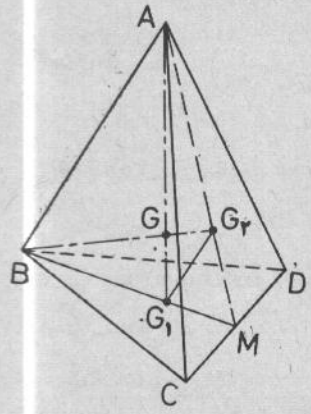
$$tg^nA\,tg^nB\,tg^nC\geqslant(\sqrt{3^3})^n$$

$$tg^nA+tg^nB+tg^nC\geqslant 3\sqrt[3]{(\sqrt{3^3})^n}=3\sqrt{3^n}$$

۱۶/۱۰۰ـ ترجمهٔ **مهندس داویدریحان**

ثابت‌کنیدکه درچهار وجهی ABCD خطهایی‌که رأسها را به‌ترتیب به‌نقطه‌های A′ وB′ وC′ وD′ مرکزثقلهای وجوه مقابل وصل می‌کنند دریك نقطهٔ G متقاربندکه مرکز ثقل چهار وجهی‌است. همچنین چهار هرمی‌که رأس هرکدام G وقاعدهٔ آن

یکی‌از وجوه چهاروجهی است باهم معادلند.



حل- اگر M وسط یال CD و G_1 مرکز ثقل مثلث BCD و G_2 مرکز ثقل مثلث ACD باشد دو خط AG_1 و BG_2 که دریک صفحه واقعند در G متقاطعند و خط G_1G_2 با AB موازی است زیرا:

$$\frac{MG_1}{MB}=\frac{MG_2}{MA}=\frac{1}{3}$$

ازتشابه دومثلث GAB و GG_1G_2 نتیجه می‌شود که:

$$\frac{GG_1}{GA}=\frac{GG_2}{GB}=\frac{G_1G_2}{AB}=\frac{MG_1}{MB}=\frac{1}{3}$$

هرگاه نقطهٔ وسط یال BD را در نظربگیریم به‌روش بالا ثابت می‌شودخطی که‌رأس C را به‌مرکز ثقل مثلث ABD وصل‌می‌کند از G می‌گذرد. برای رأس D نیزهمین نتیجه بدست می‌آید و بطورکلی داریم:

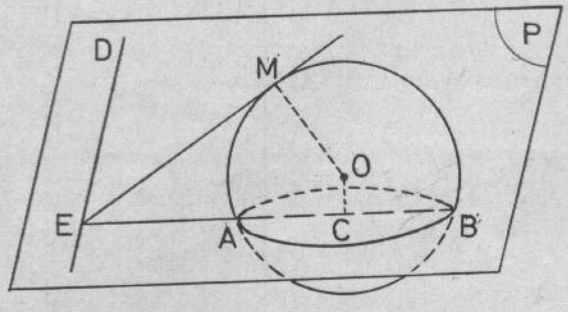
$$\frac{G_1G}{G_1A}=\frac{G_2G}{G_2B}=\frac{G_3G}{G_3C}=\frac{G_4G}{G_4D}=\frac{1}{4}$$

دوهرم G.BCD و A.BCD چون درقاعدهٔ BCD مشترکند پس نسبت حجمهای آنها بر نسبت ارتفاعهای آنها است. امانسبت ارتفاعهای آنها یعنی نسبت فواصل نقاط G و A ازصفحهٔ BCD برابراست با $\frac{G_1G}{G_1A}=\frac{1}{4}$. پس حجم‌هرم GBCD یك‌چهارم حجم هرم ABCD است. بطورکلی ثابت می‌شود حجم هریك ازچهارهرمی که‌رأس آنها G وقاعدهٔ آنها یکی ازوجوه‌چهاروجهی است برابر با یك چهارم حجم‌چهار وجهی است. پس این چهار هرم با هم معادلند.

۱۷/۱۰۰- ترجمهٔ ازفرانسه

درصفحهٔ‌مفروض P دایرهٔ C وخط D درخارج آن‌دایره‌مفروض است. کرهٔ متغیر S بردایرهٔ C می‌گذرد. صفحه‌ای بر D می‌گذرد ودرنقطهٔ M برکرهٔ S مماس‌است. مکان نقطهٔ M راتعیین کنید.

حل- دایرهٔ C و خط D متخارج با هم درصفحهٔ P مفروضند. اگر O مرکز کرهٔ متغیر S باشد که بردایرهٔ C گذشته است صفحه‌ای که از O عمود برخط D بگذرانیم از M می‌گذرد وبرصفحهٔ P عمود است. این صفحه دایرهٔ C را درقطر AB و خط D را درE قطع می‌کند و داریم:



$$\overline{EM}^2=\overline{EA}\cdot\overline{EB}=\text{ثابت}$$

مکان M دایره‌ای‌است به‌مرکز E و به‌شعاع مقدارثابت‌اخیر که صفحهٔ آن‌برخط D عمود است.

حل مسائل ویژهٔ کلاسهای ششم‌دبیرستان

۱۸/۱۰۰- ترجمهٔ ازفرانسه

معادلهٔ زیرداده شده‌است:

$$y^2=a(x^2+2x)-3$$

۱) به‌ازای مقادیرمختلف a درنوع منحنی به معادلهٔ بالا بحث کنید.

۲) درازای دومقدار $a=-4$ و $a=1$ منحنیهای‌نظیر را دریك شکل‌رسم ومشخصات آنها رامعلوم کنید.

حل- ۱) معادلهٔ داده شده را به‌صورت زیرمی‌نویسیم:

$$a(x+1)^2-y^2=a+3$$

به ازای $a=0$ رابطهٔ غیر ممکن $y^2=-3$ حاصل می‌شود. فرض می‌کنیم که $a\neq 0$ دراین‌صورت اگر $a>0$ باشد، منحنی نظیریك هذلولی است به‌مرکز $(-1,0)$ که محورکانونی آن با محور $x'x$ موازی است.

اگر $-3<a<0$ باشد، معادله به رابطهٔ غیر ممکن تبدیل می‌شود زیراطرف اول آن مقدارمنفی وطرف دوم آن‌مقدار مثبت است.

اگر $a=-3$ باشد داریم:

$$3(x+1)^2+y^2=0$$

نمایش هندسی این معادله‌منحصربه نقطهٔ $(-1,0)$ است.

درازای $a<-3$ به فرض $a'=-a>3$ داریم:

$$a'(x+1)^2+y^2=a'-3>0$$

منحنی نظیر یك بیضی است به‌مرکز $(-1,0)$ که‌محور کانونی آن بامحور $y'y$ موازی‌است.

۲) درازای مقادیر $a=-4$ و $a=1$ به‌ترتیب داریم:

$$4(x+1)^2+y^2=1$$

$$\frac{(x+1)^2}{\frac{1}{4}}+y^2=1$$

$$C(-1,0)\ \text{و}\ a=1\ \text{و}\ b=\frac{1}{2}\ \text{و}\ C=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

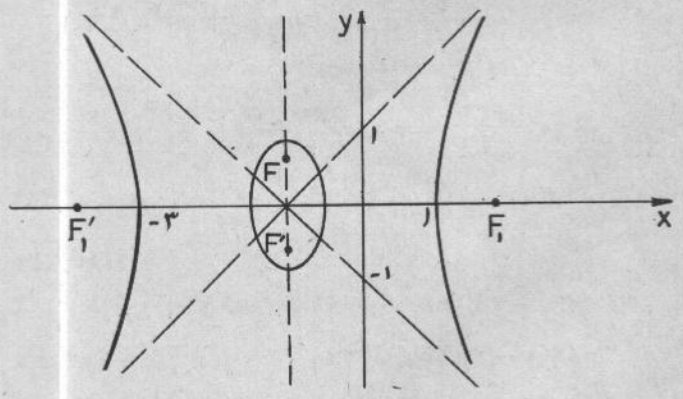
$$F(-1,\frac{\sqrt{3}}{2})\ \text{و}\ F'(-1,-\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$(x+1)^2-y^2=4$$

$$\frac{(x+1)^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$$

$$C(-1,0)\ \text{و}\ a=b=2\ \text{و}\ C=2\sqrt{2}$$

$$F_1(-1+2\sqrt{2},0)\ \text{و}\ F_1'(-1-2\sqrt{2},0)$$



۱۹/۱۰۰ـ فرستنده: **محمد معینی**

معادلهٔ زیررا حل کنید:

$$\sin^4 x+\cos^4 x=2(\sin^2 x\cos^2 x+\sin x\cos x)$$

حل ـ به‌ترتیب زیرعمل می‌کنیم:

$$\sin^4 x+\cos^4 x-2\sin^2 x\cos^2 x=2\sin x\cos x$$

$$(\cos^2 x-\sin^2 x)^2=2\sin x\cos x$$

$$\cos^2 2x=1-\sin^2 2x=\sin 2x$$

$$\sin^2 2x+\sin 2x-1=0$$

$$\sin 2x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\sin\alpha$$

$$x=k\pi+\frac{\alpha}{2}\ \text{یا}\ k\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}$$

حل مسائل ویژهٔ کلاس ششم ریاضی

۲۰/۱۰۰ـ ترجمهٔ ازفرانسه

دوسهمی به معادله‌های $x^2=2qy$ و $y^2=2px$ درنقطهٔ P متقاطعند. هرگاه مقادیر p و q تغییر کنند بقسمی که مساحت سطح محصوربین دومنحنی مقدار ثابت باقی‌بماند، مکان‌نقطهٔ P را مشخص کنید.

حل ـ ازحل معادله‌های دوسهمی باهم‌داریم:

$$P(x=2\sqrt[3]{pq^2}\ \text{و}\ y=2\sqrt[3]{p^2q})$$

برای تعیین‌مقدار S سطح‌محصور بین دومنحنی فرض‌می‌کنیم:

$$f(x)=\sqrt{2px}-\frac{x^2}{2q}$$

$$F(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{2px}-\frac{x^3}{6q}+C$$

$$S=|F(2\sqrt[3]{pq^2})-F(0)|=\frac{4}{3}pq$$

به‌فرض $S=k>0$ حاصل‌ضرب مختصات نقطهٔ P می‌شود:

$$xy=4pq=3k$$

مکان نقطهٔ P شاخه‌ای ازهذلولی به‌معادلهٔ اخیراست که در ربع اول محورهای مختصات واقع‌است.

۲۱/۱۰۰ـ ترجمهٔ ازفرانسه

تابع $y=x\sin x$ مفروض‌است؛

۱) جدول ومنحنی‌نمایش تغییرات‌تابع‌را درفاصلهٔ $0\leqslant x\leqslant\pi$ رسم کنید.

۲) مساحت سطح محصور بین منحنی و نیمساز ربع اول محورها رادرفاصلهٔ مزبور حساب کنید.

۳) فرض می‌کنیم که x همهٔ مقادیراز $-\infty$ تا $+\infty$ را قبول کند. ثابت‌کنیدکه منحنی نمایش تابع دربینهایت نقطه بردو خط‌ثابت مماس‌است. مختصات این‌نقاط و وضع منحنی‌را نسبت به این‌دوخط مشخص کنید.

حل ـ ۱) تابع درازای همهٔ مقادیر x معین و پیوسته است.

$$y'=\sin x+x\cos x$$

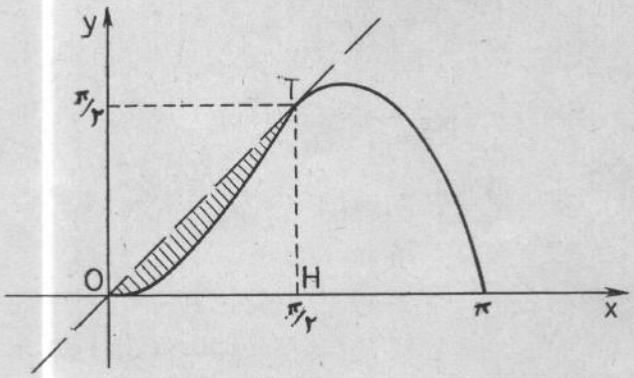
مشتق‌تابع در ازای مقادیر $tg\,x=-x$ صفر می‌شودکه

درفاصلهٔ $0 \leqslant x \leqslant \pi$ درازای دومقدار $x=0$ و $\frac{\pi}{2} < x = \alpha < \frac{3\pi}{4}$

مشتق صفر می‌گردد.

درازای $x=\frac{\pi}{2}$ مقدارتابع برابربا $\frac{\pi}{2}$ و مقدار مشتق برابر بایك است، پس منحنی نمایش تابع درنقطهٔ ($\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$)بر نیمساز ربع‌اول محورهای مختصات مماس است. جدول تغییرات وشکل منحنی درفاصلهٔ [πو0] بهشرح زیراست:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		α		π
y'	0		$+$		0		$-$
y	0	$\nearrow$	$\frac{\pi}{2}$	$\nearrow$	β	$\searrow$	0



۲) درفاصلهٔ [πو0] مقدار S سحح محصور بین منحنی و نیمساز ربع‌اول محورهای مختصات بهدونقطه بهطولهای 0 و $\frac{\pi}{2}$ محدود شده‌است. برای محاسبهٔ این‌مساحت فرض می‌کنیم:

$$f(x)=x-x\sin x$$

$$f(x)=x+(\cos x-x\sin x)-\cos x$$

$$F(x)=\frac{1}{2}x^2+x\cos x-\sin x+C$$

$$S=|F(\frac{\pi}{2})-F(0)|=\frac{\pi^2}{8}-1$$

۳) باتبدیل x به $-x$ مقدار تابع مفروض فرق نمی‌کند، پس‌محور $y'y$ محورتقارن منحنی‌نمایش تابع‌است ودرهر نقطه‌که منحنی برنیمساز ربع‌اول وسوم مماس‌باشد درقرینهٔ‌آن نقطه نسبت به $y'y$ برنیمساز ربع‌دوم وچهارم مماس‌خواهد بود. در مورد نیمسازربع اول‌وسوم داریم:

$$x\sin x=x \Longrightarrow x=0 \text{ یا } x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$$

مشتق‌تابع درازای $x=0$ برابربا صفرودرازای $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ برابربایك‌است. بنابراین منحنی‌نمایش‌تابع‌درنقطه‌های بهطولهای $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ برنیمساز ربع‌اول‌وسوم ودرنقطه‌های بهطولهای $x=2k'\pi-\frac{\pi}{2}$ برنیمساز ربع‌دوم وچهارم محورها مماس‌است.

۱۰۰/۲۲ـ فرستنده: **محمد معینی**

دستگاه معادله‌های زیررا حل‌کنید:

$$\begin{cases} \sin(y-3x)=2\sin^3 x \\ \cos(y-3x)=2\cos^3 x \end{cases}$$

حل ـ طرفین هریك ازمعادله‌ها را مجذورکرده حاصلها راباهم جمع می‌کنیم، نتیجه می‌شود:

$$4(\sin^6 x+\cos^6 x)=1$$

$$4[(\sin^2 x+\cos^2 x)^6-3\sin^2 x\cos^2 x(\sin^2 x+\cos^2 x)]=1$$

$$4\sin^2 x\cos^2 x=1 \Longrightarrow \sin^2 2x=1$$

$$\sin 2x=\pm 1 \Longrightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$$

اکنون طرفین معادله‌های دستگاه مفروض را در یکدیگر ضرب می‌کنیم:

$$\sin(y-3x)\cos(y-3x)=4\sin^3 x\cos^3 x$$

$$\sin 2(y-3x)=\sin^3 2x$$

$$\sin 2(y-3x)=\pm 1$$

$$y-3x=\frac{k'\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$$

$$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4} \Longrightarrow y=k\pi$$

۱۰۰/۲۳ـ ترجمهٔ ازفرانسه

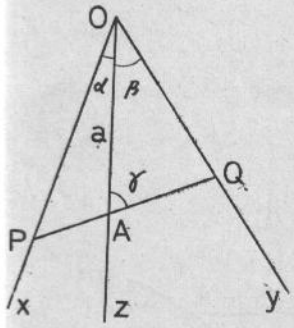
داخل زاویهٔ xOy خط Oz را رسم می‌کنیم‌که با Ox زاویهٔ α وبا Oy زاویهٔ β بسازد. برOzنقطهٔ A را انتخاب می‌کنیم‌که $OA=a$ باشد وازA خطی رسم می‌کنیم‌که Oxرا درP وOy رادرQ قطع کند. هرگاه زاویهٔ حادهٔ‌خط OAباخط PQ برابربا γ باشد؛

۱) S مساحت مثلث OPQ رابرحسب a و α و β و γ بدست‌آورید.

۲) بفرض آنکه اندازهٔ زاویهٔ xOy برابر با ۶۰ درجه باشد وداشته باشیم:

$$a=1 \text{ و } tg\gamma=2 \text{ و } S=\frac{2(9-\sqrt{3})}{39}$$

مقادیر α و β راحساب کنید.



حل ـ ازمثلث‌های OAP و OAQ ازروی روابط سینوسها نتیجه می‌شود:

$$AP=\frac{a\sin\gamma}{\sin(\alpha+\gamma)}$$

$$AQ=\frac{a\sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)}$$

$$S=\frac{1}{2}AP\cdot AQ\sin(\alpha+\beta)$$

$$S=\frac{a^2\sin^2\gamma\sin(\alpha+\beta)}{2\sin(\alpha+\gamma)\sin(\beta+\gamma)}$$

۲) ازرابطهٔ اخیر داریم:

$$S=\frac{a^2\sin^2\gamma\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta+2\gamma)}$$

به‌ازای مقادیرداده شده‌داریم:

$$\sin^2\gamma=\frac{tg^2\gamma}{1+tg^2\gamma}\ ,\ tg\gamma=2\Longrightarrow\sin^2\gamma=\frac{4}{5}$$

$$\cos(\frac{\pi}{3}+2\gamma)=\frac{1}{2}\cos 2\gamma-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\gamma$$

$$=\frac{1-tg^2\gamma-2\sqrt{3}tg\gamma}{2(1+tg^2\gamma)}$$

$$tg\gamma=2\Longrightarrow\cos(\frac{\pi}{3}+2\gamma)=\frac{-3-4\sqrt{3}}{10}$$

$$\frac{2(9-\sqrt{3})}{39}=\frac{4\sqrt{3}}{10\cos(\alpha-\beta)+3+4\sqrt{3}}$$

ازاین‌رابطه خواهیم داشت:

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{cases}\alpha-\beta=30^\circ\\ \alpha+\beta=60^\circ\end{cases}\Longrightarrow\alpha=45^\circ \text{ و } \beta=15^\circ$$

۱۰۰/۲۴ـ از: **ا. آقا ابراهیمیان** دانشجوی‌دانشگاه آریامهر

فرض‌می‌کنیم که x و y و z عددهای طبیعی‌باشند.

اولا ـ ثابت کنید که اگر مجموع $x^7+y^7+z^7$ مضرب ۷ باشد مجموع $x+y+z$ نیز مضرب ۷ است.

ثانیاً ـ عددسه رقمی $\overline{xyz}$ را پیداکنید که رقمهای آن در روابط زیرصدق کنند:

$$\begin{cases}x^7+y^7+z^7=\text{مضرب } 7\\ x+y-z=5\end{cases}$$

حل ـ اولا داریم:

$$(x^7+y^7+z^7)-(x+y+z)$$
$$=(x^7-x)+(y^7-y)+(z^7-z)$$

باقیماندهٔ تقسیم توان‌هفتم هرعدد بر۷برابراست باباقیماندهٔ تقسیم آن‌عددبر۷ پس‌هریك ازعددهای x^7-x و y^7-y و z^7-z ودرنتیجه طرف‌دوم تساوی بالا مضرب ۷ است. پس‌طرف اول‌آن هم‌مضرب ۷است وچنانچه مجموع $x^7+y^7+z^7$ مضرب۷باشد مجموع $x+y+z$ نیزمضرب ۷است.

ثانیاً ـ بنابرآنچه که گذشت ازدستگاه داده شده داریم:

$$\begin{cases}x+y+z=7k\\ x+y-z=5\end{cases}$$

ازاین دستگاه‌نتیجه می‌شود که k بایدعدد فردباشد وچون x و y و z هرکدام حداکثر ۹ می‌تواند باشد پس‌یا $k=1$ یا $k=3$ است ودو دستگاه زیررا داریم:

$$\begin{cases}x+y+z=7\\ x+y-z=5\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}x+y=6\\ z=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+y+z=21\\ x+y-z=5\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}x+y=13\\ z=8\end{cases}$$

عدد سه‌رقمی مطلوب یکی‌از عددهای زیر می‌باشد:

۱۵۱،۲۴۱،۳۳۱،۴۲۱،۵۱۱،۶۰۱

۴۹۸،۵۸۸،۶۷۸،۷۶۸،۸۵۸،۹۴۸

۱۰۰/۲۵ـ ترجمهٔ: **قوام نحوی**

مبناهای x و y رااز رابطه‌های زیرپیداکنید:

$$\frac{1}{5}=(0/171717000\cdots)_x$$

$$\frac{5}{6}=(0/652525200\cdots)_y$$

حل ـ طرفین رابطهٔ اول‌را در $(100)_x$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{5}\times(100)_x=(17/171717\ldots)_x$$

$$\frac{1}{5}[(100)_x-1]=(17)_x$$

$$[\overline{(x-1)(x-1)}]_x=(17)_x\times 5$$

$$5(x+7)=x^2-x+x-1$$

$$x(x-5)=9\times 4\Longrightarrow x=9$$

برای رابطهٔ دیگر نیز به‌روش‌مشابه عمل می‌کنیم:

$$(6/5252\ldots)_y=(10)_y\times\frac{5}{6}$$

$$(652/5252\ldots)_y=(1000)_y\times\frac{5}{6}$$

$$(652-6)_y=\frac{5}{6}\times[\overline{(x-1)(x-1)0})_y$$

$$6(6y^2+5y-4)=5(y^3-y)$$

$$y(35+36y-5y^2)=8\times 3$$

$$y=8$$

۱۰۰/۲۶ـ ترجمهٔ **جعفر آقایانی‌چاوشی**

برضلعهای BC و CA و AB ازمثلث ABC نقطه های A′ و B′ و C′ رابه ترتیب‌چنان انتخاب کرده‌ایم که‌سه خط AA′ و BB′ و CC′ در G متقاربند بقسمی که:

$$\frac{AG}{GA'}=\frac{BG}{GB'}=\frac{CG}{GC'}$$

ثابت کنید که AA′ و BB′ و CC′ میانه‌هـای مثلث ABC می‌باشند.

حل‌ـ بنابه قضیهٔ منلائوس نسبت‌به مثلث AGB′ ومورب CA′B داریم:

$$\frac{A'A}{A'G}\cdot\frac{BG}{BB'}\cdot\frac{CB'}{CA}=1$$

همچنین نسبت به مثلث CGB′ ومورب AC′B داریم:

$$\frac{AB'}{AC}\cdot\frac{C'C}{GC'}\cdot\frac{BG}{BB'}=1$$

ازاین دورابطه نتیجه می‌شود:

$$\frac{A'A}{A'G}.CB'=\frac{C'C}{GC'}.BB'$$

امابنا به‌فرض داریم:

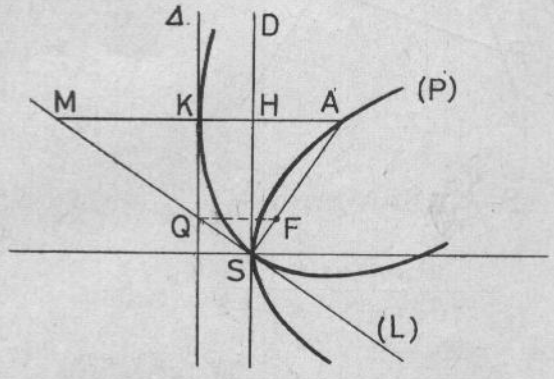
$$\frac{AG}{GA'}=\frac{CG}{GC'}\Longrightarrow\frac{A'A}{A'G}=\frac{C'C}{GC'}$$

بنابراین خواهیم‌داشت $AB'=CB'$ یعنی B′ وسط AC است به‌روش‌مشابه ثابت می‌شود که C′ وسط AB و A′ وسط BC است.

۱۰۰/۲۷ـ ترجمهٔ ازفرانسه

دونقطهٔ ثابت S و A داده شده‌است. سهمی متغیری بر A می‌گذرد و S رأس آن است. ثابت کنید که خط هادی این‌سهمی‌بر سهمی‌ثابتی مماس‌است.

حل‌ـ فرض می‌کنیم سهمی P یك وضع از سهمی متغیری باشد که بر A می‌گذرد و S رأس آن است. اگر Δ خط‌هادی و D



مماس دررأس این سهمی‌باشد، خط L رااز S عمود بر SA می‌گذرانیم وازA بر D و Δ عمود می‌کنیم که‌آنها رابه‌ترتیب در H و K و L رادر M قطع‌می‌کند. چون A براین سهمی واقع است پس‌داریم:

$$\overline{SH}^2=4\overline{KH}\cdot\overline{HA}=-3\overline{HK}\cdot\overline{HA}$$

درمثلث قائم‌الزاویهٔ ASM داریم:

$$\overline{SH}^2=-\overline{HM}\cdot\overline{HA}$$

بنابراین خواهیم‌داشت:

$$4\overline{HK}\cdot\overline{HA}=\overline{HM}\cdot\overline{HA}\Longrightarrow\frac{\overline{HK}}{\overline{HM}}=\frac{1}{4}$$

خط L باخط Δ در Q متقاطع است. ازQ موازی با AH رسم می‌کنیم که AS رادر F تلاقی می‌کند. تناسبهای زیرراخواهیم داشت:

$$\frac{\overline{SF}}{\overline{SA}}=\frac{\overline{SQ}}{\overline{SA}}=\frac{\overline{HK}}{\overline{HM}}=\frac{1}{4}$$

پس F نقطهٔ ثابت‌است. اگر π سهمی‌ثابتی باشد که F کانون و S رأس و L مماس دررأس‌آن باشد، Δ درنقطـهٔ K براین سهمی مماس می‌باشد.

حل مسائل گوناگون

۱۰۰/۲۸ـ از **محمد جواد راسخ**

دریك میلیون جملهٔ اول دوتصاعد زیر چند جملهٔ مشترك بین آنها وجود دارد؟

۱،۵،۹،۱۳،...

۱،۳،۹،۲۷،...

حل ـ اگر n امین‌جمله ازتصاعد حسابی‌با m امین‌جمله ازتصاعد هندسی برابرباشد داریم:

$$1+(n-1)\times 4=1\times 3^{m-1}$$

$$4n-3=3^{m-1}\Longrightarrow 3(3^{m-2}+1)=4n$$

عدد 3^a+1 وقتی بر $4=3+1$ بخش پذیراست که a عددفرد باشد، پس $m-2$ عددفردودرنتیجه $m-1$ عددزوج است. ازطرف دیگر داریم

$$n\leqslant 10^6\Longrightarrow 3^{m-1}<4\times 10^6-3$$

$$3^{14}>4\times 10^6-3>3^{13}$$

بزرگترین جملهٔ تصاعد هندسی که در تصاعد حسابی مشترك باشد از 3^{13} بزرگتر نیست. بنابراین جمله‌های مشترك دردو تصاعد دریك میلیون جملهٔ اول آنها عبارتند از:

$3^0, 3^2, 3^4, 3^6, 3^8, 3^{10}, 3^{12}$

تعداد این‌جمله‌ها ۷عدداست.

ازمسائل ارسالی آقای قوام نحوی

۱۰۰/۲۹ـ دو رشته اعداد $\{x_n\}$ و $\{y_n\}$ با مشخصات زیررا درنظرمی گیریم:

$$x_0=1\ ,\ x_1=1\ ,\ x_{n+1}=x_n+2x_{n-1}$$

$$y_0=1\ ,\ y_1=7\ ,\ y_{n+1}=2y_n+3y_{n-1}$$

ثابت کنید که به‌استثنای ۱ هیچ عدد دیگردر دورشته مشترك نیست.

حل ـ جمله‌های دورشته عبارتند از:

۱،۱،۳،۵،۱۱،۲۱،...

۱،۷،۱۷،۵۵،۱۶۱،...

هرگاه این‌جمله‌ها را درحساب به‌مدول ۸ بنویسیم، (یعنی‌به‌جای هریك باقیماندهٔ تقسیم آن بر ۸ را قرار دهیم) دو رشته عبارت می‌شوند از:

۱،۱،۳،۵،۳،۵،۳،۵،...

۱،۷،۱،۷،۱،۷،۱،۷،...

این دررشته باتوجه به‌تناوب جمله‌ها فقط دریك مشترکند، پس‌دو رشتهٔ مفروض نیزفقط درجملهٔ یك‌مشترك می‌باشند.

۱۰۰/۳۰ـ درمجموعهٔ اعداد حقیقی‌عمل دوتایی* بارابطهٔ زیر مشخص شده‌است: $a*b=a+b+ab$

معادله‌های زیررا حل کنید:

I $\quad 2*x+\frac{3*x}{4}=5$

II $\quad \begin{cases}5*x+7*y=0\\ x*2+4*y=2\end{cases}$

III $\quad \frac{x^2}{4}+5*x+2*2-2=0$

حل ـ به‌ترتیب داریم:

I) $2+x+2x+\frac{3+x+3x}{4}=5$

$16x=9 \Longrightarrow x=\frac{9}{16}$

II) $\begin{cases}5+x+5x+7+y+7y=0\\ x+2+2x+4+y+4y=2\end{cases}$

$\begin{cases}6x+8y=-12\\ 3x+5y=-4\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}x=-7\\ y=2\end{cases}$

III) $\frac{x^2}{4}+5+x+5x+2+2+4-2=0$

$x^2+24x+44=0\Longrightarrow x=-2$ یا -22

۱۰۰/۳۱ـ یك سربازدرمیدان مشق چهارحرکت به‌شرح زیرانجام می‌دهد:

S: به جای خود، R: به‌راست راست، L: به چپ چپ، A: عقب گرد. اگرمجموعهٔ $G=\{S,R,L,A\}$ را درنظر گرفته‌و عمل * ترکیب حرکتهای بالا باشد، ثابت کنید که مجموعهٔ G با عمل * یك گروه جابجائی تشکیل می‌دهد.

حل ـ باتوجه به‌اینکه دوبه راست راست متوالی می‌شود یك عقب گرد یعنی $R*R=A$، همچنین یك‌به راست راست با یك‌عقب گرد می‌شود به چپ بـه‌چپ یعنی $R*A=L$ وغیره، جدول عمل* به‌شرح زیراست:

*	S	R	L	A
S	S	R	L	A
R	R	A	S	L
L	L	S	A	R
A	A	L	R	S

ملاحظه می‌شود که: عمل* درونی‌است، دارای عضو بی‌اثر S است وشرکت پذیر است:

$$(S*L)*A=S*(L*A)$$

$$L*A=S*R$$

$$R=R$$

هرعضو نسبت به * عضو متقابل‌دارد:

$$R^{-1}=L،L^{-1}=R،A^{-1}=A،S^{-1}=S$$

بالاخره چون جدول نسبت به‌قطر ماربر* متقارن است پس‌عمل* جابجائی‌است.

از مسائل ترجمهٔ آقای جعفر آقایانی چاوشی

۱۰۰/۳۲ـ هرگاه a و b و c اندازه‌های ضلعها، p نصف محیط و r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی یك مثلث باشد، ثابت کنید که:

$$\frac{1}{(p-a)^2}+\frac{1}{(p-b)^2}+\frac{1}{(p-c)^2}\geqslant\frac{1}{r^2}$$

حل ـ باتوجه به‌دستورهای تعیین مساحت داریم:

$$p^2r^2=p(p-a)(p-b)(p-c)$$

فرض می‌کنیم:

$$x=\frac{1}{p-a}\quad و\quad y=\frac{1}{p-b}\quad و\quad z=\frac{1}{p-c}$$

پس‌رابطهٔ اخیرچنین می‌شود:

$$\frac{1}{r^2}=xyz\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$$

$$\frac{1}{r^2}=yz+zx+xy$$

$$\frac{1}{r^2}\leqslant x^2+y^2+z^2$$

۱۰۰/۳۳ـ رشتهٔ (۰،۱،۱،۲،۲،...) که جملهٔ عمومی آن اگر n زوج باشد برابربا $\frac{n}{2}$ و اگر n فرد باشد برابر با $\frac{n-1}{2}$ است درنظرمی‌گیریم. هرگاه f(n) مجموع n جمله از رشتهٔ بالا باشد و x و y دو عدد صحیح مثبت باشندکه $x>y$ ثابت کنید که:

$$xy=f(x+y)-f(x-y)$$

حل ـ به‌آسانی وباروش استقراء ریاضی‌ثابت می‌شود که:

$$n\ زوج:\ f(n)=\frac{n^2}{4}$$

$$n\ فرد:\ f(n)=\frac{n^2-1}{4}$$

$$f(x+y)-f(x-y)=\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4}=xy$$

۱۰۰/۳۴ـ به‌فرض:

$$0<x_1<1\ و\ x_{n+1}=x_n(1-x_n)\ ،$$

$$n=1،2،3،...$$

ثابت کنید که:

$$\lim_{x\to\infty} nx_n=1$$

حل ـ ازرابطهٔ مفروض داریم:

$$(1)\quad (n+1)x_{n+1}=nx_n-(n+1)(x_n)^2=$$
$$=nx_n[1-(n+1)x_n]$$

مجموع‌دوعامل x و $1-x$ برابربا مقدارثابت یك‌است پس‌حاصل ضرب $x(1-x)$ وقتی می‌نیمم است که $x=\frac{1}{2}$ باشد. بنابراین داریم:

$$x_2\leqslant\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$$

. . . . . .

$$x_n\leqslant\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

$$(n+1)x_n\leqslant(n+1)\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)=1-\frac{1}{n^2}\leqslant1$$

$$nx_n<(n+1)x_n\leqslant1$$

اگر α حد nx_n باشد داریم:

$$0<nx_n<\alpha\leqslant1$$

اکنون رابطهٔ (۱) را به‌ترتیب به‌ازای مقادیر از $n=2$ تا $n=n$ نوشته و طرفین روابط حاصل را باهم جمع می‌کنیم، خواهیم داشت :

$$1\geqslant(n+1)x_n=2x_2+x_2(1-3x_2)+x_3(1-4x_3)+\dots+x_n[1-(n+1)x_n)$$

به‌فرض $\alpha\neq1$ داریم:

$$[1-(n+1)x_n]\geqslant\frac{1-\alpha}{2}$$

$$nx_n\geqslant x_1 \Longrightarrow \Sigma x_n\geqslant x\Sigma\frac{1}{n}$$

۱۰۰/۳۵ـ چند ضلعی محدبی درمربع به‌ضلع یك محاط شده است. ثابت کنید که مجموع مربعات ضلعهای این چندضلعی کوچکتر از ۴ ویا حداکثر برابر با ۴ است.

حل ـ فرض می‌کنیم $P_1, P_2, \dots, P_n$ رأسهای چند ضلعی و $H_1, H_2, \dots, H_n$ تصویرهای این‌رأسها روی یکی از ضلعهای مربع و $K_1, K_2, \dots, K_n$ تصویرهای رأسهای مزبور روی‌ضلع عمودبراین ضلع باشد.

ضلع‌اول حداکثر دوبارتوسط پاره خطهای :

$H_1H_2, \dots, H_{n-1}H_n$ و H_nH_1

پوشیده می‌شود پس‌داریم:

$$\overline{H_1H_2}^2+\overline{H_2H_3}^2+\dots+\overline{H_nH}^2\leqslant2$$

همچنین داریم:

$$\overline{K_1K_2}^2+\overline{K_2K_3}^2+\dots+\overline{K_nK}^2\leqslant2$$

ازجمع نظیربه نظیرطرفین دونامساوی وباتوجه به‌قضیهٔ‌فیثاغورس خواهیم داشت:

$$\overline{P_1P_2}^2+\overline{P_2P_3}^2+\dots+\overline{P_nP_2}^2\leqslant4$$

پاسخ تستهای ریاضی

۳۶ـب	۳۷ـد	۳۸ـ هیچکدام	۳۹ـب
۴۰ـج	۴۱ـالف	۴۲ـج	۴۳ـالف
۴۴ـب	۴۵ـب	۴۶ـد	۴۷ـج
۴۸ـج	۴۹ـالف	۵۰ـد	۵۱ـب
۵۲ـج	۵۳ـج	۵۴ـد	۵۵ـالف
۵۶ـالف			

توضیحات مربوط به‌تعیین پاسخ تستها

۳۶ـ معادلهٔ مفروض وقتی‌ریشهٔ حقیقی ومتمایزدارد که:

$$p^2-32>0\Longrightarrow|p|>4\sqrt{2}$$

$$x'+x''=-p\Longrightarrow|x'+x''|>4\sqrt{2}$$

۳۷ـ اگر x_1 و x_2 و x_3 ریشه‌های‌معادلهٔ مفروض‌باشندچون تصاعد حسابی می‌سازند پس‌مجموع آنها $3x_2$ است وبنا به روابط بین‌ریشه‌ها وضرایب:

$$3x_2=\frac{144}{64}\Longrightarrow x_2=\frac{3}{4}$$

قدر نسبت تصاعد را d فرض می‌کنیم پس حاصل ضرب ریشه‌ها می‌شود:

$$\frac{3}{4}(\frac{3}{4}-d)(\frac{3}{4}+d)=\frac{15}{64}$$

$$d^2=\frac{1}{4}\Longrightarrow 2d=1$$

۳۸ـ ریشه‌های این‌معادله برای $|x|$ وقتی قابل قبولند که مثبت یاصفرباشند ودرازای هرریشهٔ مثبت برای $|x|$ دوریشهٔ‌قرینه برای x بدست می‌آید. امااز‌حل معادله داریم:

$$|x|=-1 \text{ یا } 1-a$$

ریشهٔ $|x|=-1$ قبول نیست و ریشهٔ $|x|=1-a$ وقتی قبول است که $a\leqslant1$ باشد که دراین‌صورت معادلهٔ مفروض‌دوریشهٔ‌حقیقی قرینه دارد.

۳۹ـ ازروابط داده‌شده داریم:

$$a=x^p \text{ و } b=x^q \text{ و } c=x^r$$

$$\frac{b^2}{ac}=\frac{x^{2q}}{x^{p+r}}=x^{2q-p-r}$$

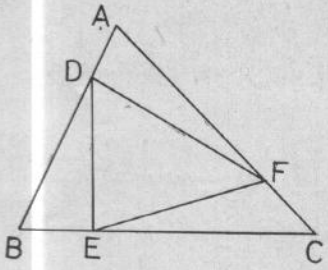
۴۰ـ داریم:

$$\frac{1}{1-q}=\frac{4}{3}\Longrightarrow q=\frac{1}{4}$$

$$\frac{(\frac{1}{4})^n-1}{\frac{1}{4}-1}=\frac{4}{3}-\frac{1}{768}\Longrightarrow n=5$$

۴۱ـ دومثلث ADF و ABC دریك زاویه مشترکند، پس

نسبت مساحتهای آنها برابراست بانسبت‌حاصل ضربهای دو ضلع این زاویه.



$$\frac{S_1}{S}=\frac{AD\cdot AF}{AC\cdot AB}$$

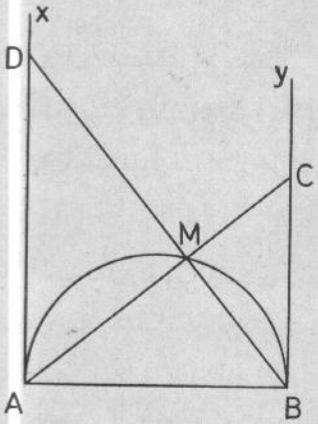
$$\frac{S_1}{S}=\frac{\frac{AB}{n+1}\cdot\frac{nAC}{n+1}}{AB\cdot AC}=\frac{n}{(n+1)^2}$$

$$\frac{S_1}{S}=\frac{S_2}{S}=\frac{S_3}{S}$$

اگر S' مساحت مثلث DEF باشد

$$\frac{S'}{S}=\frac{S-3S_1}{S}=1-\frac{3n}{(n+1)^2}=\frac{n^2-n+1}{(n+1)^2}$$

۴۲ـ مطابق باشکل داریم:



$$\overline{BC}^2=b^2=$$
$$=CM\cdot CA$$
$$\overline{AB}^2=AM\cdot AC$$
$$\frac{\overline{AB}^2}{b^2}=\frac{AM}{CM}=\frac{a}{b}$$
$$\overline{AB}^2=ab$$

۴۳ـ ازرابطهٔ داده‌شده داریم:

$$y_1'\cdot y_2+y_2'\cdot y_1=y_1y_2g(x)$$

$$f'(x)\cdot\frac{x^2}{f(x)}+\frac{2xf(x)-x^2f'(x)}{[f(x)]^2}\times f(x)$$
$$=x_2g(x)$$

$$2x=x^2g(x)\Longrightarrow g(x)=\frac{2}{x}$$

۴۴ـ داریم:

$$x\leqslant 0\Longrightarrow y=\frac{-x}{x+1}$$

$$x\geqslant 0\Longrightarrow y=\frac{x}{x+1}$$

شکل ب (شکل‌بالا وسمت‌راست) نمایش‌هندسی تابع‌مفروض‌است.

۴۸ـ اگر M یك نقطه ازمکان وH تصویرآن بر Δ وα زاویهٔ MSH باشد بنابه‌فرض:

$$\frac{MH}{MS}=k<1\Longrightarrow \sin\alpha=k<1$$

اندازهٔ α ثابت‌است پس MS مولدسطح مخروطی‌است کهΔ محور آن وα زاویهٔ مولد بامحوراست.

۵۱ـ طبق قرارداد داریم:

$$x=0\Longrightarrow[\cos x]=1 \text{ و } y=0$$

$$0<x\leqslant\frac{\pi}{2}\Longrightarrow[\cos x]=0 \text{ و } y=\cos x$$

$$\frac{\pi}{2}<x\leqslant\pi\Longrightarrow[\cos x]=-1 \text{ و } y=\cos x+1$$

درازای $x=0$ مقدارتابع برابربا صفراست امااگر x مثبت‌باشد وبه‌سمت صفرمیل کند y به سمت یك‌میل می‌کند پس‌تابع در نقطهٔ به‌طول صفرپیوسته نیست. همچنین‌تابع درنقطهٔ به‌طول $\frac{\pi}{2}$ نیز پیوسته نیست.

۵۲ـ معادله به‌صورت زیرتبدیل می‌شود:

$$(tg x-1)(tg^2x-tg x+2)=0$$

۵۳ـ اگرP بر$6n$ بخش‌پذیر باشد $P-12n$ یعنی n^2-n+30 نیزبر$6n$ بخش پذیراست. دراین صورت چون n^2-n مضرب nاست پس۳۰ نیزمضرب nاست اما n^2-n بر۶ نیز باید بخش پذیرباشد واین موقعی است‌که n مضرب۳ باشد.

۵۵ـ داریم:

$$A=a^2+R \text{ و } R\leqslant 2a$$

$$A=aq+R' \text{ و } R'<a$$

$$R=R'\Longrightarrow a^2=aq\Longrightarrow a=q \text{ و } R<a$$

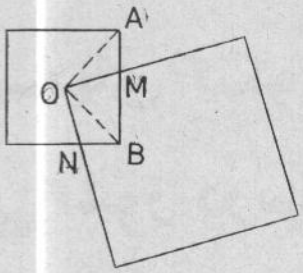
۵۶ـ p قوتI نسبت به‌دایرهٔ(M) برابراست با:

$$p=MI^2-r^2=MI^2-\lambda^2MA^2$$

$$p=(1-\lambda^2)OM^2+OI^2-\lambda^2OA^2$$

$$p=(1-\lambda^2)(R^2-\lambda^2OA^2)=\text{ثابت}$$

حل مسائل ریاضی برای سرگرمی (مندرج در صفحهٔ ۲۷۰ یکان ۱۰۰)



۱ـ مطابق با شکل دو مثلث OAM و OBN با هم برابرند پس مساحت سطح محصور بین دو مربع برابر است با مساحت مثلث OAB و برابر است با یک چهارم مساحت مربع کوچکتر.

۲ـ

۳۴۸ ×
۲۸

۲۷۸۴
۶۹۶

۹۷۴۴

۳ـ اولین نه عدد اول عبارتند از:

۱،۲،۳،۵،۷،۱۱،۱۳،۱۷،۱۹

مجموع این اعداد ۷۸ است و اگر مربع وفقی با این اعداد تشکیل شده باشد مجموع اعداد هر سطر یا هر ستون آن ۲۶ خواهد بود. اما غیر از یک سطر که شامل عدد ۲ باشد، در سطرهای دیگر عددهای فرد قرار دارند و مجموع سه عدد فرد نمی‌تواند ۲۶ باشد پس تشکیل مربع وفقی با شرایط داده شده غیرممکن است.

۴ـ اگر x سن جوان، y سن خواهر او و z سن پدرش باشد داریم:

$$\begin{cases} y+z-x=2y \\ z+z-x=2(x+z-y) \\ x+y+z=100 \end{cases}$$

$x=20 \ ، \ y=30 \ ، \ z=50$

۵ـ

۱۱۱۱ ×
۱۰۱

۱۱۱۱
۱۱۱۱

۱۰۰۱۰۱۱

۶ـ به‌ترتیب زیر حساب می‌کنیم:

یک‌خانه‌ای	دوخانه‌ای	سه‌خانه‌ای
۳۶	۶۰	۴۸
۴ » : ۶۱	۵ » : ۲۴	۶ » : ۵۲
۸ » : ۳۰	۹ » : ۱۶	۱۰ » : ۲۰
۱۲ » : ۳۴	۱۵ » : ۱۶	۱۶ » : ۹
۱۸ » : ۸	۲۰ » : ۱۲	۲۴ » : ۶
۲۵ » : ۴	۳۰ » : ۴	۳۶ » : ۱
جمع ۴۴۱		

۷ـ نبلا اعداد را به گروههای دوتایی به‌ترتیب زیر تقسیم می‌کنیم:

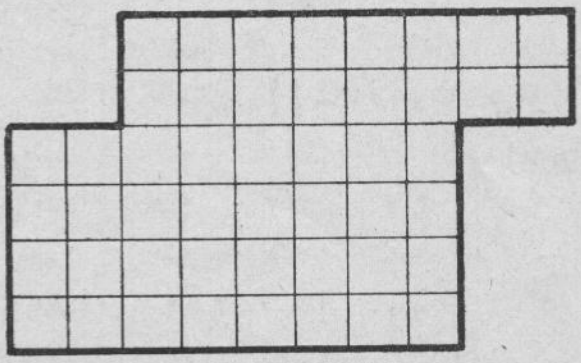
۹۹۹ ۹۹۹ ۹۹۹ و ۰
۹۹۹ ۹۹۹ ۹۹۸ و ۱
۹۹۹ ۹۹۹ ۹۹۷ و ۲
. . . . . .

مجموع رقمهای هر دو عدد از هر گروه برابر است با ۸۱ و چون تعداد این گروهها ۵۰۰۰۰۰۰۰۰ عدد است و با توجه به اینکه عدد یک میلیاردی که در این گروهها بحساب نیاورده‌ایم مجموع رقمهایش یک است پس عدد مطلوب برابر است با:

$$81 \times 500000000 + 1 = 40500000001$$

برش شکل

شکل زیر را به دو شکل برابر تقسیم کنید.



اعلام پاسخهای درست پرسشهای کنکور سرتاسری دانشگاهها و مدارس عالی کشور در سال ۱۳۵۲

(مندرج در یکان سال ۱۳۵۲)

I - آزمون هوش گروه طبیعی کنکور سرتاسری

(صفحهٔ ۵۰ یکان سال ۵۲)

۲-۱ ۴-۲ ۳-۳ ۲-۴ ۴-۵

۳-۶ ۲-۷ ۳-۸ ۱-۹ ۱-۱۰

۱-۱۱. (باقبول اینکه فرزندان دوزن بایکدیگر ازدواج نکرده باشند).

۴-۱۲ ۳-۱۳ ۲-۱۴ ۱-۱۵ ۴-۱۶

۲-۱۷ ۴-۱۸ ۱-۱۹

۲۰- پاسخ درست این پرسش «۲۰» ریال است («۳-۳۰» اشتباه چاپی است ودرست آن «۳-۲۰» است).

۲-۲۱ ۲-۲۲

۱-۲۳؛ انسان هرچه بیشتر کوشش کند موفقتر خواهد بود.

۴-۲۴ ۳-۲۵ ۲-۲۶ ۱-۲۷ ۴-۲۸

۴-۲۹ ۳-۳۰

۳۱- «۱۲ کیلوگرم ازهمان کاغذ» که چاپ شده اشتباه است، درست آن «۲۲ کیلوگرم ازهمان نوع کاغذ» می‌باشد ودراین صورت پاسخ «۴-۸۰۰» درست است.

۳-۳۲ ۲-۳۳ ۱-۳۴ ۳-۳۵ ۴-۳۶

۳-۳۷ ۱-۳۸ ۲-۳۹ ۳-۴۰ ۲-۴۱

۴-۴۲ ۱-۴۳ ۳-۴۴ ۲-۴۵ ۳-۴۶

۱-۴۷ ۴-۴۸ ۲-۴۹ ۲-۵۰ ۱-۵۱

۳-۵۲، رقمهای ۲و۴و۶ به‌ترتیب در مرتبهٔ یکان اعداد تکرار می‌شوند.

۴-۵۳: م، ك، ق، ع، ش، ر

۲-۵۴ ۳-۵۵ : ا، ب، ن، ه

۱-۵۶ : بیرونی‌را عقیده‌بر آن بود که روح جاویدان است.

۴-۵۷ ۳-۵۸ ۱-۵۹

۴-۶۰ : سود به‌نسبت یك‌پنجم خرید است.

۲-۶۱ : اعداد به‌ترتیب بااعداد ۱، ۲، ۳، ... جمع شده‌اند.

۱-۶۲ : کمترین فاصلهٔ بین دونقطه‌یك‌خط مستقیم تشکیل می‌دهد.

۳-۶۳ ۲-۶۴ ۴-۶۵ ۱-۶۶ ۳-۶۷

۴-۶۸

II - آزمون هوش گروه ریاضی کنکور سرتاسری

(صفحهٔ ۷۷ یکان سال ۵۲)

۳-۱ ۴-۲ ۲-۳ ۴-۴ ۱-۵

۲-۶ ۲-۷ ۳-۸ ۴-۹ ۱-۱۰

۲-۱۱ ۳-۱۲ ۱-۱۳: ا، ب، ج

۴-۱۴ ۳-۱۵ ۲-۱۶ ۱-۱۷

۳-۱۸، نظیر پرسش ۶۱ از گروه طبیعی

۱-۱۹ ۲-۲۰ ۳-۲۱: در چهارده سالگی به‌دامنان رفت‌ودرآن شهرسکنی گزید.

۴-۲۲ ۲-۲۳ ۳-۲۴ ۳-۲۵ ۲-۲۶

۱-۲۷ ۴-۲۸ ۳-۲۹ ۴-۳۰ ۲-۳۱

۱-۳۲ ۴-۳۳ : آشکار ۱-۳۴ ۳-۳۵

۲-۳۶ ۳-۳۷ ۴-۳۸ ۱-۳۹ ۲-۴۰

۴-۴۱ ۱-۴۲ ۳-۴۳ ۲-۴۴ ۴-۴۵

۳-۴۶ ۱-۴۷ ۲-۴۸ ۳-۴۹

۴-۵۰؛ ازابتدا به‌ترتیب سه‌عدد با ۲وچهارمی با ۸جمع‌می‌شود تا عدد بعد ازآن بدست‌آید.

۲-۵۱ : م، ك: ق، ف، غ، ظ: ش

۴-۵۲ ۲-۵۳

۱-۵۴ ؛ اورا نمی‌توان‌فیلسوف نامید زیرا بیشتر مردکاربود تا اندیشه

۳-۵۵ ۲-۵۶ ۱-۵۷ ۴-۵۸

۴-۵۹؛ ازجملهٔ سوم به‌بعد هرعدد ازجمع‌عددماقبل با دوبرابر عدد قبل از این عدد بدست می‌آید.

۱-۶۰: هرمربع‌چهارضلع وچهار زاویهٔ مساوی دارد

۲-۶۱ ۴-۶۲ ۱-۶۳ ۲-۶۴ ۴-۶۵

۳-۶۶ ۱-۶۷ ۳-۶۸

III-شیمی گروه طبیعی کنکورسرتاسری

(صفحهٔ ۵۸ یکان سال ۵۲)

۲-۱ ۴-۲ ۱-۳ ۱-۴ ۴-۵ | ۱-۳۱ ۴-۳۲ ۲-۳۳ ۱-۳۴ ۴-۳۵

۳-۶ ۲-۷ ۳-۸ ۴-۹ ۳-۱۰ | ۳-۳۶ ۱-۳۷ ۳-۳۸ ۲-۳۹ ۳-۴۰

۲-۱۱ ۱-۱۲ ۲-۱۳ ۳-۱۴ ۱-۱۵ | ۴-۴۱ ۲-۴۲ ۴-۴۳ ۲-۴۴ ۱-۴۵

۲-۱۶ ۴-۱۷ ۲-۱۸ ۱-۱۹ ۴-۲۰ | ۴-۴۶ ۳-۴۷ ۱-۴۸ ۲-۴۹ ۱-۵۰

۳-۲۱ ۱-۲۲ ۴-۲۳ ۱-۲۴ ۴-۲۵ | ۴-۵۱ ۱-۵۲ ۲-۵۳ ۳-۵۴ ۱-۵۵

۲-۲۶ ۳-۲۷ ۴-۲۸ ۱-۲۹ ۲-۳۰ | ۴-۵۶

IV- شیمی گروه ریاضی کنکورسرتاسری

(صفحهٔ ۹۱ یکان سال ۵۲)

۳-۱ ۴-۲ ۱-۳ ۳-۴ ۲-۵ | ۴-۳۱ ۲-۳۲ ۴-۳۳ ۳-۳۴ ۴-۳۵

۱-۶ ۲-۷ ۱-۸ ۴-۹ ۳-۱۰ | ۳-۳۶ ۲-۳۷ ۴-۳۸ ۲-۳۹ ۱-۴۰

۴-۱۱ ۲-۱۲ ۱-۱۳ ۲-۱۴ ۴-۱۵ | ۳-۴۱ ۴-۴۲ ۳-۴۳ ۲-۴۴ ۱-۴۵

۲-۱۶ ۳-۱۷ ۲-۱۸ ۱-۱۹ ۳-۲۰ | ۴-۴۶ ۱-۴۷ ۳-۴۸ ۲-۴۹ ۱-۵۰

۴-۲۱ ۱-۲۲ ۴-۲۳ ۳-۲۴ ۱-۲۵ | ۲-۵۱ ۴-۵۲ ۳-۵۳ ۴-۵۴ ۲-۵۵

۲-۲۶ ۳-۲۷ ۱-۲۸ ۱-۲۹ ۲-۳۰ | ۱-۵۶ ۴-۵۷ ۳-۵۸ ۱-۵۹ ۳-۶۰

V-شیمی دورهٔ شبانهٔ دانشگاه تهران

(صفحهٔ ۱۱۳ یکان سال ۵۲)

۲-۱ ۱-۲ ۴-۳ ۲-۴ ۴-۵ | ۴-۱۱ ۲-۱۲ ۲-۱۳ ۴-۱۴ ۱-۱۵

۱-۶ ۳-۷ ۳-۸ ۲-۹ ۳-۱۰ | ۱-۱۶ ۳-۱۷ ۲-۱۸ ۱-۱۹ ۳-۲۰

۴-۲۱	۲-۲۲	۴-۲۳	۳-۲۴	۱-۲۵	۴-۳۶	۲-۳۷	۱-۳۸	۲-۳۹	۴-۴۰
۳-۲۶	۲-۲۷	۲-۲۸	۱-۲۹	۳-۳۰	۳-۴۱	۴-۴۲	۲-۴۳	۳-۴۴	۱-۴۵
۴-۳۱	۲-۳۲	۲-۳۳	۳-۳۴	۱-۳۵	۴-۴۶	۱-۴۷	۴-۴۸	۱-۴۹	۳-۵۰

VI- شیمی دورهٔ شبانهٔ دانشگاه تبریز

(صفحهٔ ۱۲۵ یکان سال ۵۲)

۱-۱	۲- منظور ۲ است		۲-۳	۳-۴	۱-۳۴	۴-۳۵	۳-۳۶	۳-۳۷	۱-۳۸
۳-۵	۶-؟	۷- منظور ۱ است		۴-۸	۲-۳۹	۳-۴۰	۳-۴۱	۲-۴۲	۲-۴۳
۱-۹	۲-۱۰	۱-۱۱	۲-۱۲	۲-۱۳	۴-۴۴	۴-۴۵	۳-۴۶	۳-۴۷	۳-۴۸
۱-۱۴	۴-۱۵	۳-۱۶	۴-۱۷	۱-۱۸	۱-۴۹	۳-۵۰	۴-۵۱	۱-۵۲	۲-۵۳
۲-۱۹	۱-۲۰	۲-۲۱	۱-۲۲	۱-۲۳	؟-۵۴	۲-۵۵	۱-۵۶	۳-۵۷	۳-۵۸
۱-۲۴	۱-۲۵	۲-۲۶	۳-۲۷	۲-۲۸	۲-۵۹	۲-۶۰			
۴-۲۹	۲-۳۰	۳-۳۱	۲-۳۲	۴-۳۳					

VII- شیمی دانشکدهٔ نفت آبادان

(صفحهٔ ۱۴۹ یکان سال ۵۲)

۴-۱	۱-۲	۳-۳	۱-۴	۱-۵	۳-۲۲	۲-۲۳	۱-۲۴	۲-۲۵	۴-۲۶
۳-۶	۴-۷	۲-۸	۳-۹	۳-۱۰	۱-۲۷	۱-۲۸	۱-۲۹	۴-۳۰	۴-۳۱
۲-۱۱	۴-۱۲	۱-۱۳	۲-۱۴	۴-۱۵	۳-۳۲	۳-۳۳	۱-۳۴	۱-۳۵	د-۳۶
۲-۱۶	۱-۱۷	۴-۱۸	۲-۱۹	۴-۲۰	۲-۳۷	د-۳۸	۳-۳۹	۴-۴۰	

۱-۲۱، (پاسخ ۴ ازاین پرسش که «C_3H_6O» چاپ شده اشتباه است. درست آن «C_3H_8O» بوده است).

VIII- فیزیك گروه طبیعی کنکور سرتاسری

(صفحهٔ ۶۲ یکان سال ۵۲)

۲-۱	۱-۲	۲-۳	۳-۴	۴-۵	۲-۱۶	۱-۱۷	۴-۱۸	۲-۱۹	۴-۲۰
۲-۶	۱-۷	۲-۸	۱-۹	۳-۱۰	۲-۲۱	۳-۲۲	۱-۲۳	۳-۲۴	۱-۲۵
۴-۱۱	۱-۱۲	۲-۱۳	۳-۱۴	۱-۱۵	۲-۲۶	۳-۲۷	۲-۲۸	۱-۲۹	

IX- فیزیك و مکانیك گروه ریاضی کنکور سرتاسری

(صفحهٔ ۸۵ یکان سال ۵۲)

۲-۱	۴-۲	۱-۳	۳-۴	۱-۵	۱-۱۶	۳-۱۷	۲-۱۸	۱-۱۹	۴-۲۰
۳-۶	۱-۷	۱-۸	۳-۹	۴-۱۰	۲-۲۱	۱-۲۲	۳-۲۳	۴-۲۴	۳-۲۵
۴-۱۱	۲-۱۲	۳-۱۳	۲-۱۴	۴-۱۵	۲-۲۶	۴-۲۷	۱-۲۸	۳-۲۹	۱-۳۰

۴-۳۱	۳-۳۲	۱-۳۳	۴-۳۴	۲-۳۵	۴-۴۱	۲-۴۲	۴-۴۳	۴-۴۴	۱-۴۵
۲-۳۶	۱-۳۷	۴-۳۸	۱-۳۹	۳-۴۰	۴-۴۶	۳-۴۷	۴-۴۸	۱-۴۹	۳-۵۰

X- فیزیك رشتهٔ طبیعی دورهٔ شبانهٔ دانشگاه تهران

(صفحهٔ ۱۰۹ یکان سال۵۲)

۲-۱	۲-۲	۴-۳	۴-۴	۱-۵	۳-۱۶	۲-۱۷	۱-۱۸	۲-۱۹	۳-۲۰
۳-۶	۳-۷	۱-۸	۴-۹	۴-۱۰	۳-۲۱	۲-۲۲	۴-۲۳	۱-۲۴	۳-۲۵
۱-۱۱	۳-۱۲	۱-۱۳	۴-۱۴	۴-۱۵					

XI - فیزیك ومکانیك رشتهٔ ریاضی دوره شبانهٔ دانشگاه تهران

(صفحهٔ ۱۲۱ یکان سال۵۲)

۲-۵	۲-۶	۴-۷	۳-۸	۱-۱۳	۳-۳۷، $(P_L = P_C = 0)$			۱-۳۸	۱-۳۹
۳-۲۰	۲-۲۲	۱-۲۶	۳-۲۷	۲-۲۸	۳-۴۰	۴-۴۱	۳-۴۲	۲-۴۳	۲-۴۵
۲-۳۰	۲-۳۴	۱-۳۵	۳-۳۶		۳-۴۶	۱-۴۷	۲-۴۹	۴-۵۰	

XII - فیزیك دانشکدهٔ نفت آبادان

(صفحهٔ ۱۴۲ یکان سال۵۲)

۲-۱	۱-۲	۳-۳	۴-۴	۲-۵	۲-۲۱	۱-۲۲	۲-۲۳	۳-۲۴	۴-۲۵
۳-۶	۱-۷	۱-۸	؟-۹	؟-۱۰	۴-۲۶	۴-۲۷	۴-۲۸	۳-۲۹	۳-۳۰
؟-۱۱	۲-۱۲	۳-۱۳	۱-۱۴	۳-۱۵	۴-۳۱	۳-۳۲	۳-۳۳	۲-۳۴	۱-۳۵
۳-۱۶	۱-۱۷	۲-۱۸	۴-۱۹	۲-۲۰	۲-۳۶	۳-۳۷	۳-۳۸	۲-۳۹	۲-۴۰

XIII - دانشکده علم و صنعت - مسائل فیزیك (برای دیپلمه های هنرستان)

(صفحهٔ ۱۵۴ یکان سال۵۲)

حل مسئلهٔ ۱-

$$R = \rho \frac{l}{s}$$

$$e = 2\pi \times 12/7 \times 2000 \text{ cm}$$

$$s = \pi \times 0/1^2 = 0/01\pi \text{ cm}^2$$

$$R = 1/75 \times 10^{-6} \times \frac{2\pi \times 12/7 \times 2000}{0/01\pi} =$$

$$R = 8/89\Omega$$

$$\frac{R_{60}}{R_{20}} = \frac{\rho_{60}}{\rho_{20}} = \frac{\rho_0(1+60\alpha)}{\rho_0(1+20\alpha)}$$

$$R_{60} = R_{20}\frac{1+60\alpha}{1+20\alpha} = 8/89\frac{1+60\times 0/004}{1+20\times 0/004}$$

$$= 8/89\frac{1/24}{1/08} = 10/20\Omega$$

$$H = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{NI}{l} =$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{2000 \times 0/5}{0/20}$$

$= ۰/۰۰۲\pi = ۰/۰۰۶۲۸$ تسلا $= ۸۲/۸$ گوس

حل مسئلهٔ ۲ـ بافرض اینکه میلهٔ مسی‌درابتدا در دمای صفردرجه بوده است حل‌مسئله چنین‌است:

$$l = l_۰(۱+\alpha t)$$

$$t = \frac{l-l_۰}{l_۰\alpha} = \frac{۲/۵}{۳۰۰\times ۴/۲\times ۱۰^{-۵}} = ۲۰۰^\circ$$

$$v = v_۰(۱+۳\alpha t)$$

$$v - v_۰ = ۳v_۰\alpha t = ۳l_۰s_۰\alpha t$$

$$= ۳\times ۳۰\times ۱\times ۴/۲\times ۱۰^{-۵}\times ۲۰۰ = ۰/۷۵۶cm^۳$$

$$Q = mct = (۳۰\times ۱\times ۸/۹)\times ۰/۰۹\times ۲۰۰$$

$$= ۴۸۰۶cal$$

حل مسئلهٔ ۳

$$W = ۴۵\times \frac{۱}{۲}mv^۲ = ۴۵\times \frac{۱}{۲}\times ۶\times ۱۰^۲ = ۱۳۵۰۰J$$

$$Q = \frac{۰/۳۰\times ۱۳۵۰۰}{۴/۱۸} = ۹۷۰cal$$

$$Q = mct$$

$$t = \frac{۹۷۰}{۵۰۰\times ۰/۱۱۳} = ۱۷^\circ C$$

$$P = \frac{w}{t} = \frac{۱۳۵۰۰}{۷۰} = ۱۹۳w$$

حل مسئلهٔ ۴

$$P = V_eI_e = \frac{۱}{۲}V_mI_m$$

$$I_m = \frac{۲P}{V_m} = \frac{۲\times ۵۰۰}{۱۶۹} \# ۶A$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۶۹}{۱/۴۱} = ۱۲۰$$ ولت

$$i = ۶\sin(۳۱۴t+۶۰^\circ)$$

$$W = ۵۰۰\times ۳۶۰۰J$$

$$Q = \frac{۵۰۰\times ۳۶۰۰}{۴/۱۸} = ۴۳۰\times ۱۰^۳cal$$

XIV - ریاضی گروه طبیعی کنکور سرتاسری

(صفحهٔ ۶۵ یکان سال ۵۲)

۱ـ «تفاضل دو ریشه برابر۱ باشد» اشتباه چاپی است که درست‌آن «تفاضل دوریشه برابر۲ باشد» می‌باشد. دراین صورت پاسخ۳ یعنی $m = \frac{۱}{۸}$ صحیح است

۲ـ۱؛ درحل این مسئله می‌توانیم سه‌جمله‌ای طرف اول‌را متحد با $a(x-۱)^۲$ قرار دهیم، و می‌توانیم از این خاصیت استفاده کنیم که اگر α ریشهٔ مضاعف معادلهٔ $f(x)=۰$ باشد ریشهٔ‌معادلهٔ $f'(x)=۰$ نیزخواهدبود.

۳ـ۴ ۴ـ۲ ۵ـ۲ ۶ـ۱ ۷ـ۲

۸ـ۱؛ دومنحنی‌دردونقطهٔ (۱و۱)و(۱و۱ —) مشترکندومشتقهای آنها به‌ازای مختصات این‌نقاط بایکدیگر برابرند.

۹ـ۴؛ طول خط‌المرکزین دو دایره $۲\sqrt{۲}$ و مجموع شعاعهای دودایره نیز $۲\sqrt{۲}$ است.

۱۰ـ۲ ۱۱ـ۳ ۱۲ـ۴ ۱۳ـ۱ ۱۴ـ۲

۱۵ـ۴ ۱۶ـ۳ ۱۷ـ۱ ۱۸ـ۲ ۱۹ـ۴

۲۰ـ۳ ۲۱ـ۲

۲۲ـ۳؛ کوچکترین عددصحیح بزرگتر از ۱۶ عدد ۱۷ است که ۲۲بار در ۳۸۵ می‌گنجد.

۲۳ـ۱ ۲۴ـ درچاپ این‌پرسش اشتباه شده است. صحیح آن چنین‌است:

$$\log a + \log b = ۲\log(a-b)$$

دراین صورت پاسخ ۴درست است:

$$\log ab = \log(a-b)^۲$$

$$ab = a^۲+b^۲-۲ab$$

$$a^۲+b^۲ = ۳ab$$

۲۵ـ۴؛ حد مجموع برابراست با:

$$\frac{۵^n}{۱-\frac{۱}{۵}} = \frac{۵^n}{\frac{۴}{۵}} = \frac{۵^{n+۱}}{۴}$$

$$\frac{۵^{n+۱}}{۴} = \frac{۱۲۵}{۴} \Longrightarrow n = ۲$$

۲۶ـ۱، اگر n تعداد ضلعها باشدداریم:

$$\frac{۲n-۴}{n} = ۷\times\frac{۴}{n} \Longrightarrow n = ۱۶$$

۲۷ـ۳ ۲۸ـ۲ ۲۹ـ۱ ۳۰ـ۴

XV - ریاضی گروه ریاضی کنکور سرتاسری

(صفحهٔ ۸۰ یکان سال ۵۲)

۱-۱؛ اگر A نقطهٔ مفروض باشد، چون‌درربع اول‌محور های مختصات واقع‌است وبعد ازدوران بر Ox' قرار گرفته‌است پس $tg\alpha$ برابراست با $-m$ که m ضریب زاویه‌ای خط OA است.

۱-۲ ۳-۳ ۲-۴ ۴-۵ ۱-۶

۲-۷ ۱-۸ ۹-۳: در عبارت مفروض x رابه $-x$ تبدیل می‌کنیم، دراین صورت دوعبارت زیررا خواهیم‌داشت:

$$\sin x f(x) + \cos x f(-x) = x$$
$$-\sin x f(-x) + \cos x f(x) = -x$$

طرفین‌عبارت اول‌را در $\sin x$ وازعبارت دوم‌را در $\cos x$ ضرب کرده و طرفین عبارتهای حاصل را نظیر به نظیر با هم جمع می‌کنیم.

۱۰-۴؛ ناحیهٔ خارجی منحنی $xy = 1$ که شامل مبدأ مختصات نیزمی‌باشد نظیر نامعادلهٔ $xy - 1 < 0$ است

۲-۱۱ ۴-۱۲ ۲-۱۳ ۳-۱۴ ۱-۱۵

۴-۱۶ ۲-۱۷ ۱-۱۸؛ نخست صورت و مخرج را درمزدوج مخرج ضرب می‌کنیم وآنگاه مشتق می‌گیریم.

۱۹-۴؛ تابع‌را چنین می‌نویسیم:

$$y = (1 + tg^2 x)(1 + cotg^2 x) =$$
$$(1 + tg^2 x) + (1 + cotg^2 x)$$

۲۰-۱؛ تابع‌را به‌صورت زیرمی‌نویسیم:

$$y = (x+1)\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} =$$
$$= (x+1)^{\frac{3}{2}} - (x+1)^{\frac{1}{2}}$$

۴-۲۱ ۱-۲۲؛ نقطهٔ $(1 و \pm\frac{\pi}{2})$ دومین نقطهٔ نظیرماکسیمم منحنی $y = \sin x$ ابتدا ازمبدأ است وخط $y = \frac{2x}{5\pi}$ ازاین نقطه می‌گذرد وغیرازآن درمبدأ ودر چهار نقطهٔ دیگر منحنی را قطع می‌کند.

۲-۲۳ ۳-۲۴؛ چنین‌عمل می‌کنیم:

$$\mathrm{Arc}tg\, x = \alpha و \mathrm{Arc}tg\, y = \beta و \mathrm{Arc}tg\, z = \gamma$$

$$\alpha + \beta = -\gamma \Longrightarrow \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\, tg\beta} = -tg\gamma$$

$$tg\alpha + tg\beta + tg\gamma = tg\alpha\, tg\beta\, tg\gamma$$
$$x + y + z = xyz$$

۲۵-۱؛ معادله چنین می‌شود:

$$\log tg\, x = -1 \Longrightarrow tg\, x = 0/1$$

۴-۲۶ ۳-۲۷؛ داریم:

$$4^{\sin^2 a} + 4^{1 - \sin^2 a} = \sqrt{2}$$

$$4^{\sin^2 a} = x \Longrightarrow x + \frac{4}{x} = \sqrt{2}$$

۲۸-۱؛ بادرنظر گرفتن تابع $y = \sin^5 x + \sin^3 x - 1$ مشتق این‌تابع:

$$y' = \cos x(5\sin^4 x + 3\sin^2 x)$$

در فاصلهٔ صفرو $\frac{\pi}{2}$ مثبت‌است. پس‌تابع دراین فاصله صعودی است وچون درازای مقادیر $x = 0$ و $x = \frac{\pi}{2}$ به‌ترتیب $y = -1$ و $y = 1$ است، پس‌منحنی نمایش‌تابع درفاصلهٔ مزبور فقط در یك‌نقطه با $x'x$ تلاقی‌می‌کند.

۲۹-۴؛ طرفین معادله ها را مجذور کرده باهم جمع می‌کنیم:

$$2\sin^2 x + b^2 \cos^2 x = 1$$
$$tg^2 x = 1 - b^2 \geqslant 0 \Longrightarrow -1 \leqslant b \leqslant 1$$

۳۰-۱؛ صورت ومخرج رابر $\sin x$ تقسیم می‌کنیم.

۳۱-۴؛ دراین‌مثلث داریم:

$$\frac{\sin B}{\sin C} = 2 \Longrightarrow \frac{\sin B + \sin C}{\sin B - \sin C} = 3$$

$$tg\frac{B+C}{2}\, cotg\frac{B-C}{2} = 3$$

$$tg\frac{B+C}{2} = cotg\frac{A}{2} = 3 \Longrightarrow tg\, A = \frac{3}{4}$$

۳۲-۲؛ ازرابطهٔ داده شده و از روابط سینوسها در مثلث نتیجه می‌شود:

$$\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{\cos C}{\cos B} \Longrightarrow \sin 2B = \sin 2C$$

۳۳-۳؛ داریم:

$$2a + (n-1)d = 6n + 4$$

$(d-۶)n+۲a-d-۴=۰$

$d=۶ و a=۵$

۲-۳۴ ؛ صورت و مخرج هر کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

۳-۳۵ ۱-۳۶ ۱-۳۷ ۴-۳۸ ۲-۳۹

۲-۴۰؛ اعداد مورد نظر به شکل $۶k \pm ۱$ می‌باشند.

۴-۴۱ ۱-۴۲ ۳-۴۳

۴-۴۴؛ عدد داده‌شده برابراست با:

$۳ \times ۷۲۹^k + ۵ \times ۶۲۵^k$

$۷۲۹ = ۱۳ \times ۵۶ + ۱$ و $۶۲۵ = ۱۳ \times ۴۸ + ۱$

۲-۴۵ ۳-۴۶ ۲-۴۷

۴۸- درچاپ این‌پرسش اشتباه شده‌است، صحیح آن چنین است که صفحهٔ قاطع بامحور استوانه زاویهٔ $\frac{\pi}{۳}$ می‌سازد. دراین‌صورت پاسخ ۳ درست‌است.

۲-۴۹ ۳-۵۰ ۴-۵۱ ۳-۵۲

۱-۵۳؛ داریم:

$$۲R_۱ = \frac{AM}{\sin D} \quad و \quad ۲R_۲ = \frac{AM}{\sin C}$$

۴-۵۴؛ مماسهایی که درنقاط A و B بردایره رسم‌می‌شوند مکان مطلوبند.

۱-۵۵ ، مکان مطلـوب فصل مشترك صفحهٔ عمود منصف AB باسطح استوانی به‌محور D و به شعاع d است.

۴-۵۶ ۲-۵۷ ۳-۵۸ ۲-۵۹ ۱-۶۰

XVI - ریاضی رشتهٔ طبیعی دورهٔ شبانهٔ دانشگاه تهران

(صفحهٔ ۱۱۱ یکان سال ۵۲)

۴-۱ (به‌شرط $a \neq ۰$) ۱-۲ ۳-۳ ۴-۴

۳-۵ ۲-۶ ۱-۷ ۴-۸ ۳-۹

۲-۱۰ ۲-۱۱ ۱-۱۲ ۱-۱۳ ۴-۱۴

۱-۱۵ ۱-۱۶ ۲-۱۷ ۲-۱۸ ۴-۱۹

۴-۲۰ ۴-۲۱ ۱-۲۲

۲۳- پاسخ درست $۳\sqrt{۳}$ است.

۳-۲۴ ۳-۲۵

XVII - ریاضی رشتهٔ ریاضی دورهٔ شبانهٔ دانشگاه تهران

(صفحهٔ ۱۱۷ یکان سال ۵۲)

۳-۱ ۲-۲ ۳-۳ ۲-۴ ۴-۵

۳-۶ ۱-۷ ۳-۸ ۴-۹ ۲-۱۰

۲-۱۱، («$f(x) = -x$» صحیح است)

۳-۱۲ ۱-۱۳ ۴-۱۴ ۳-۱۵ ۴-۱۶

۳-۱۷ ۱-۱۸ ۲-۱۹ ۱-۲۰ ۴-۲۱

۳-۲۲ ۳-۲۳ ۱-۲۴ ۲-۲۵ ۳-۲۶

۴-۲۷ ۲-۲۸: به‌جای $\sin A$ قرارمی‌دهیم $\sin(B+C)$ وبعداز بسط طرفین نتیجه خواهدشد $\sin B = \cos B$

۲-۲۹: صورت ومخرج رابر $۴x^۲$ تقسیم می‌کنیم.

۲-۳۰

۱-۳۱ ۲-۳۲ ۳-۳۳ ۱-۳۴ ۳-۳۵

۴-۳۶ ۴-۳۷ ۱-۳۸ ۲-۳۹ ۳-۴۰

۱-۴۱ ۱-۴۲ ۲-۴۳ ۴-۴۴ ۲-۴۵

۲-۴۶ ۲-۴۷ ۱-۴۸ ۴-۴۹ ۴-۵۰

۲-۵۱ ۱-۵۲ ۲-۵۳ ۴-۵۴ ۴-۵۵

۱-۵۶ ۴-۵۷ ۴-۵۸ ۴-۵۹ ۳-۶۰

XVIII - ریاضی دوره شبانهٔ دانشگاه تبریز

(صفحهٔ ۱۲۹ یکان سال ۵۲)

۲-۱ ۴-۲ ۳-۳ ۴-۴ ۱-۵ ۳-۶ ۳-۷ ۲-۸ ۲-۹ ۳-۱۰

۲-۱۱ ۴-۱۲ ۱۳- هیچکدام ۱۴-۲و۴

۳-۱۵ ۴-۱۶ ۴-۱۷ ۱-۱۸ ۲-۱۹

۱-۲۰ ۱-۲۱ ۲-۲۲ ۱-۲۳ ۳-۲۴

۲-۲۵ ۱-۲۶ ۳-۲۷ ۴-۲۸ ۲-۲۹

۳-۳۰ ۲-۳۱ ۳-۳۲ ۱-۳۳ ۲-۳۴

۳-۳۵ ۳-۳۶ ۱-۳۷ ۱-۳۸ ۴-۳۹

۲-۴۰ ۴-۴۱ ۱-۴۲ ۲-۴۳ ۳-۴۴

۴-۴۵ ۳-۴۶ ۱-۴۷ ۴-۴۸ ۲-۴۹

۱-۵۰ ۵۱-(«p.۲» اشتباه چاپی‌است. درست‌آن «p،r» است وپاسخ درست پرسش نیز می‌باشد).

۲-۵۲ ۲-۵۳ ۲-۵۴ ۲-۵۵ ۴-۵۶

۳-۵۷ ۲-۵۸ ۴-۵۹ ۲-۶۰ ۲-۶۱

۴-۶۲ ۱-۶۳ ۱-۶۴ ۲-۶۵ ۳-۶۶

۳-۶۷ ۲-۶۸ ۱-۶۹ ۴-۷۰ ۱-۷۱

۱-۷۲ ۱-۷۳ ۱-۷۴ ۴-۷۵ ۴-۷۶

۱-۷۷ ۲-۷۸ ۴-۷۹ (به‌شرط $a\neq 0$ و $b\neq 0$)

۴-۸۰ ۴-۸۱ ۴-۸۲ ۱-۸۳ ۱-۸۴

۲-۸۵ ۴-۸۶ ۴-۸۷ ؟-۸۸ ۱-۸۹

۴-۹۰

XIX - ریاضی دانشکدهٔ نفت

(صفحهٔ ۱۴۶ یکان سال۵۲)

۲-۱ ۴-۲ ۳-۳ ۱-۴ ۲-۵

۴-۶ ۷-الف ۲-۸ ۹-هیچکدام ۲-۱۰

۱-۱۱ ۳-۱۲ ۱-۱۳ ۲-۱۴

۱۵- پاسخ درست $a(\sqrt{2}+1)$ است.

۳-۱۶ ۲-۱۷ ۴-۱۸ ۳-۱۹

۲۰-۳؛ اگر x مقدارکسر باشد داریم:

$$x=1+\frac{1}{x}$$

۱-۲۱ ۳-۲۲ ۳-۲۳ ۴-۲۴ ۲-۲۵

۴-۲۶ ۳-۲۷ ۲-۲۸ ۱-۲۹ ۳-۳۰

۴-۳۱ ۲-۳۲ ۲-۳۳ ۳-۳۴ ۲-۳۵

۱-۳۶

۳۷-۱؛ عبارت مفروض برابراست‌با:

$$\left(\frac{\log a}{\log b}\right)^2+\left(\frac{\log b}{\log c}\right)^2+\left(\frac{\log c}{\log a}\right)^2>$$

$$3\sqrt[3]{\frac{\log a}{\log b}\cdot\frac{\log b}{\log c}\cdot\frac{\log c}{\log a}}$$

۳-۳۸ ۳-۳۹ ؛ اگر x و y و z فواصل‌نقطه ازسه‌ضلع باشد داریم:

$$x+y+z=h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt[3]{xyz}\leq\frac{x+y+z}{3}=\frac{a}{2\sqrt{3}}$$

۴-۴۰؛ داریم:

$$1^3+2^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}=$$

$$=(1+2+\cdots+n)^2$$

XX - حل مسائل ریاضی دانشکدهٔ علم وصنعت

(صفحهٔ ۱۵۴ یکان سال۵۲)

مسائل برای دیپلمه‌های هنرستان

مسئله۱، ب-داریم:

$$f(x)=(x-1)(x+2)+ax+b$$

$$\begin{cases} f(1)=a+b=4 \\ f(-2)=-2a+b=-5 \end{cases}$$

$a=3$ و $b=1$ و $R=3x+1$

مسئلهٔ ۲، ب: داریم:

$$S=x'^2+x''^2=(x'+x'')^2-2x'x''$$

$$S=(a-2)^2+2(a+3)=a^2-2a+10$$

$$S=(a-1)^2+9\geq 9\Longrightarrow a=1$$

مسئلهٔ ۳، الف ـ اگر a جملهٔ اول و q قدر نسبت تصاعد باشد:

$$\begin{cases} a+aq^3=27 \\ aq+aq^2=18 \end{cases} \Longrightarrow \frac{1+q^3}{q(1+q)}=\frac{3}{2}$$

$$2q^2-5q+2=0 \Longrightarrow q=2 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

ب ـ از طرفین در مبنای a لگاریتم می‌گیریم:

$$\log_a A=\log_a y \log_a x-\log_a x \log_a y$$

$$\log_a A=0 \Longrightarrow A=1$$

مسئلهٔ ۴، الف ـ میانهٔ AM را به اندازهٔ MD = AM امتداد می‌دهیم. در مثلث ABD داریم:

$$BD=AC \text{ و } AD=2AM<AB+BD$$

ب ـ پاسخها:

$$x=k\pi+\frac{\pi}{3} \text{ یا } x=k\pi+\frac{\pi}{6}$$

مسائل برای دیپلمه‌های ریاضی

۱، الف ـ به ترتیب داریم:

$$f(2x^2-1)=\log(2x^2-1+\sqrt{4x^4-x^2})$$

$$=\log[x^2+(x^2-1)+2x\sqrt{x^2-1}]$$

$$=\log[x+\sqrt{x^2-1}]^2$$

$$=2\log(x+\sqrt{x^2-1})=2f(x)$$

ب ـ داریم:

$$m_{AB}=-2y'=3x^2=-2$$

معادله جواب ندارد.

۲، الف ـ به فرض $M(3,0)$ و $N(x,\pm\sqrt{2x})$ داریم:

$$Z=\overline{MN}^2=(x-3)^2+2x=x^2-4x+9$$

$$Z=(x-2)^2+5\geqslant 5 \Longrightarrow x=2$$

$N(2,2)$ یا $N(2,-2)$

ب ـ صورت و مخرج را بر x^n تقسیم می‌کنیم. نتیجه خواهد شد که حد مطلوب برابر با یک است.

۳، الف ـ داریم:

$$\log y=\frac{1}{1-\log x} \Longrightarrow \log x=1-\frac{1}{\log y}$$

$$\log z=\frac{1}{1-\log y} \Longrightarrow \log y=1-\frac{1}{\log z}$$

$$\log x=1-\frac{1}{1-\frac{1}{\log z}}=\frac{1}{1-\log z}$$

ب ـ از رابطهٔ داده شده نتیجه می‌شود:

$$\frac{1}{\log_{b+c} a}+\frac{1}{\log_{c-b} a}=2$$

$$\log_a b+c+\log_a c-b=2$$

$$\log_a c^2-b^2=2 \Longrightarrow c^2-b^2=a^2$$

۴، الف ـ اگر A' قرینهٔ A نسبت به نیمساز زاویهٔ α باشد، کافی است دایره‌ای رسم کنیم که بر A و A' بگذرد و بر ضلع α مماس باشد.

ب ـ به فرض $tg\alpha=\frac{1}{3}$ و $tg\beta=\frac{1}{7}$ و $tg\gamma=\frac{1}{2}$ داریم:

$$tg(\alpha+\beta)=\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{21}}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}=tg\gamma$$

XXI ـ ریاضی مدرسهٔ عالی ریاضیات و مدیریت کرج

(صفحهٔ ۱۵۶ یکان سال ۵۲)

۴-۱	۲-۲	۳-۳	۲-۴	۴-۵
۱-۶	۱-۷	۲-۸	۳-۹	۲-۱۰
۴-۱۱	۳-۱۲	۱-۱۳	۳-۱۴	۳-۱۵
۲-۱۶	۱-۱۷	۴-۱۸	۳-۱۹	۲-۲۰
۲-۲۱	۴-۲۲	۲-۲۳	۴-۲۴	۴-۲۵

۱-۲۶	۳-۲۷	۴-۲۸	۱-۲۹	۴-۳۰
۳-۳۱	۲-۳۲	۴-۳۳	۲-۳۴	۱-۳۵
۲-۳۶	۲-۳۷	۲-۳۸	۱-۳۹	۳-۴۰
۴-۴۱	۳-۴۲	۱-۴۳	۲-۴۴	۱-۴۵
۴-۴۶	۲-۴۷	۴-۴۸	۱-۴۹	۴-۵۰

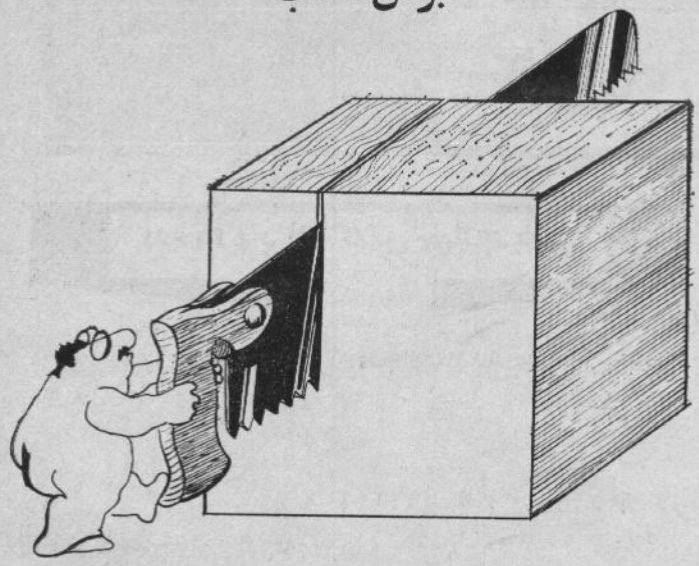
۳-۵۱	۳-۵۲	۴-۵۳	۱-۵۴	۳-۵۵
۱-۵۶	۳-۵۷	۲-۵۸	۱-۵۹	۲-۶۰

XXII - ریاضی مؤسسهٔ عالی حسابداری

(صفحهٔ ۱۶۰ یکان سال ۵۲)

۱-۱	۴-۲	۱-۳	۱-۴	۱-۵
۲-۶	۲-۷	۱-۸	۴-۹	۴-۱۰
۲-۱۱	۳-۱۲	۴-۱۳	۱-۱۴	۱-۱۵
۴-۱۶	۱۷- پاسخ درست ۲۰۸۲۸ است.			
۴-۱۸	۱-۱۹	۲-۲۰		

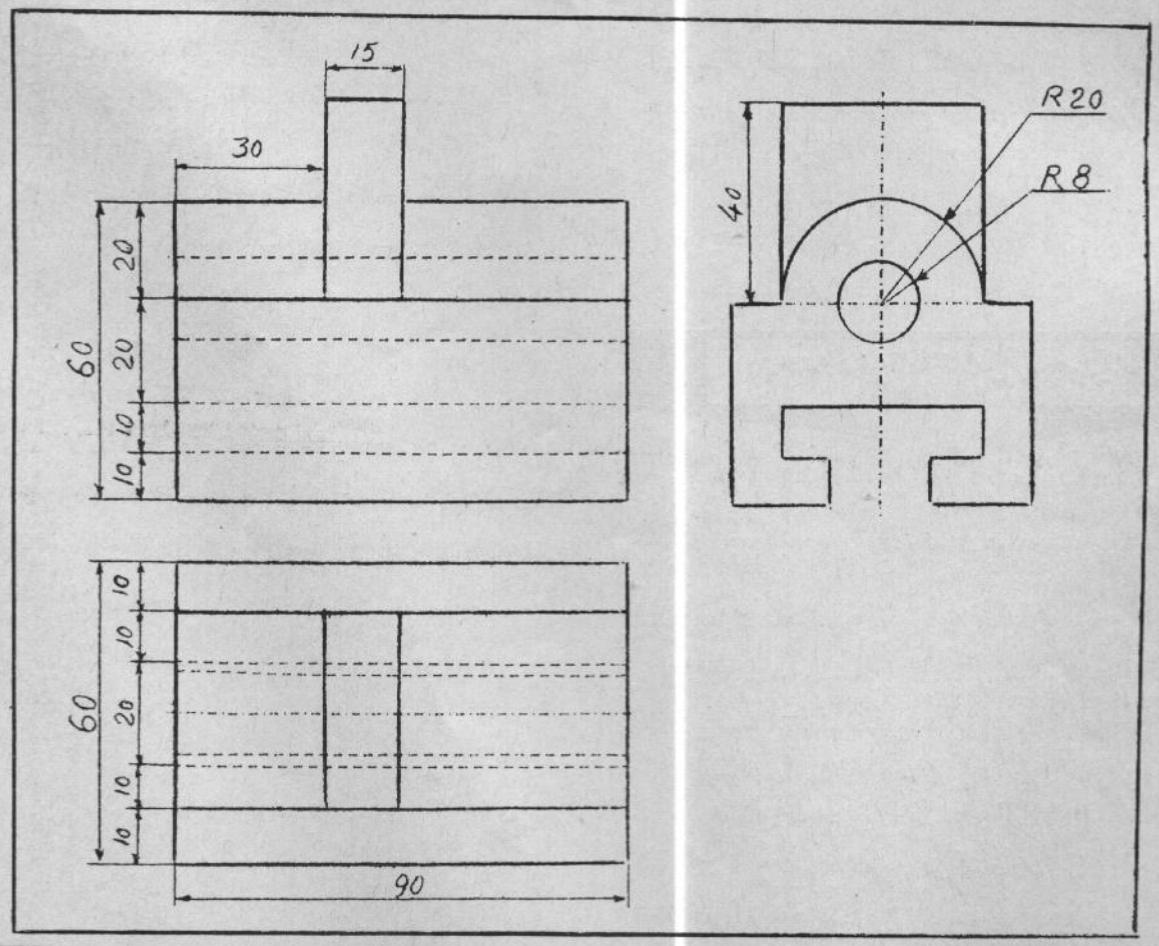
برش مکعب



می‌خواهیم مکعب چوبی به طول یال ۳ سانتیمتر را به ۲۷ مکعب کوچك به طول یال ۱ سانتیمتر تقسیم کنیم. دربرش تخته می‌توانیم چندین قطعهٔ بدست آمده را رویهم قرار دهیم وبا هم ببریم.

حداقل تعداددفعاتی که‌باید اره‌رابکار بیندازیم‌چقدراست؟

اپور صحیح رسم فنی‌خرداد ۱۳۵۲ کلاس ششم ریاضی



تستهای ریاضی

درحدود برنامهٔ کلاس چهارم ریاضی

۱۰۱/۱ـ به‌فرض آنکه n عددزوج و a عددحقیقی باشد، معادلهٔ:

$$\sqrt[n]{x+1}+\sqrt[n]{x-1}=a\sqrt[n]{x^2-1}$$

وقتی ریشهٔ حقیقی داردکه:

الف‌ـ $a>2$ ب‌ـ $a\geqslant 2$ یا $a\leqslant -2$

ج‌ـ $a<-2$ یا $a>2$ د‌ـ $a\geqslant 2$

۱۰۱/۲ـ دستگاه دومعادلهٔ دومجهولی،

$$\begin{cases} x+y+a^2\sqrt{x+y}=a^2+1 \\ xy+(a^2-1)\sqrt{xy}=a^2 \end{cases}$$

الف‌ـ چهار دسته جواب حقیقی‌دارد

ب‌ـ دودسته جواب حقیقی‌دارد

ج‌ـ یك‌دسته جواب حقیقی دارد

د‌ـ جواب حقیقی‌ندارد

۱۰۱/۳ـ به‌فرض $-3<m<-2$ معادلهٔ:

$$(m+2)x^2-2mx+2m-1=0$$

الف‌ـ ریشهٔ حقیقی ندارد

ب‌ـ دوریشهٔ حقیقی مثبت دارد

ج‌ـ دوریشهٔ حقیقی منفی‌دارد

د‌ـ دو ریشهٔ حقیقی مختلف‌العلامت دارد

۱۰۱/۴ دریك تصاعد هندسی که جملهٔاول $a>1$ و قدر نسبت q است، جملهٔ nام a برابرجملهٔ ۲n ام‌است. حدمجموع بینهایت جملهٔ این تصاعد برابراست با:

الف‌ـ $\dfrac{a^{n+1}}{a^{n}-1}$ ب‌ـ $\dfrac{a^{n+\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}}-1}$

ج‌ـ $\dfrac{a^{n+\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{n}}-1}$ د‌ـ $\dfrac{a^{n+\frac{1}{n}}}{a^{n}-1}$

۱۰۱/۵ـ دریك تصاعد حسابی که تعداد جمله‌های آن n است جملهٔاول $\log a$ وجملهٔ دوم $\log(a+2)$ است. جملهٔ آخر این‌تصاعد برابراست با:

الف‌ـ $(2-n)\log a-(n-1)\log(a+2)$

ب‌ـ $(n-2)\log a+(n-1)\log(a+2)$

ج‌ـ $(n-1)\log(a+2)-(n-2)\log a$

د‌ـ $(n-1)\log(a+2)-n\log a$

۱۰۱/۶ـ برضلع BC از مثلث ABC نقطهٔ M را اختیارکرده دایره‌های محیطی دومثلث ABM و ACM را رسم می‌کنیم. نسبت محیط دایرهٔ اول به محیط دایرهٔ دوم برابر است‌با:

الف‌ـ BM بر MC ب‌ـ BM^2 بر MC^2

ج‌ـ AB^2 بر AC^2 د‌ـ AB بر AC

۱۰۱/۷ـ دودایره به‌شعاعهای ۲a و ۳a مماس داخل می‌باشند. ازمرکز دایرهٔ کوچکتر خطی عمود بر خط‌المرکزین آنهارسم می‌کنیم تادایرهٔ بزرگتررا قطع کند و ازاین‌نقطهٔ‌تقاطع دومماس بردایرهٔ کوچکتر رسم می‌کنیم. زاویهٔ بین این دومماس:

الف‌ـ کوچکتراز ۶۰ درجه‌است.

ب‌ـ حاده است

ج‌ـ قائمه است

د‌ـ منفرجه است.

درحدود برنامهٔ کلاس پنجم ریاضی

۱۰۱/۸ـ دونقطهٔ $A(-1\ و\ 2)$ و $B(6\ و\ 1)$ وتابع $y=\dfrac{2+x}{2-x}$ مفروض است. خط Δ عمودمنصف پاره‌خط AB با منحنی‌نمایش تابع مزبور:

الف‌ـ مماس‌است ب‌ـ متقاطع است

ج‌ـ باآن نقطهٔ مشترك ندارد

د‌ـ ازمرکز تقارن‌آن می‌گذرد

۱۰۱/۹ـ ازنقطهٔP دو مماس PTوPS برمنحنی‌نمایش تابع $y=x^2$ رسم کرده‌ایم. هرگاه زاویهٔ TPS حاده باشد، نقطهٔ P واقع است در:

الف- ناحیهٔ نظیر $4y+1<0$

ب- ناحیهٔ نظیر $4y+1>0$ و $x^2-y>0$

ج- ناحیهٔ نظیر $x^2-y<0$

د- خط به‌معادلهٔ $4y+1=0$

۱۰۱/۱۰- ضریب زاویه‌ای مماس برمنحنی تابع:

$$y=\sin x+\sqrt{\cos^2 x+1}$$

درنقطهٔ به طول $\frac{3\pi}{4}$ ازآن برابراست با:

الف- $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{6}$ ب- $\frac{6\sqrt{2}+\sqrt{6}}{12}$

ج- $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{6}$ د- $\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{6}}{12}$

۱۰۱/۱۱- حاصل عبارت:

$$\sin 10^\circ+\sqrt{3}\sin 80^\circ-2\cos 140^\circ$$

برابر است با:

الف- $\sqrt{3}\cos 20^\circ$ ب- $2\sqrt{3}\cos 20^\circ$

ج- $-2\sqrt{3}\sin 20^\circ$ د- $\sqrt{3}\sin 20^\circ$

۱۰۱/۱۲- ساده‌ترین جوابهای کلی معادلهٔ زیر عبارتند از:

$$2\cos^2(2x+\frac{\pi}{3})+5\sin(2x+\frac{11\pi}{6})+2=0$$

الف- $2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ب- $k\pi-\frac{\pi}{2}$ و $k\pi+\frac{\pi}{6}$

ج- $2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}$ د- $k\pi$ و $k\pi-\frac{\pi}{3}$

۱۰۱/۱۳- مساحت سطح یك‌قاچ ازکره‌ای برابر شده است بامساحت سطح‌عرقچینی ازآن‌کره‌که ارتفاع‌آن نصف‌شعاع کره‌است. اندازهٔ فرجهٔ قطری قاچ مزبور برابراست‌با :

الف- 60° ب- 120° ج- 80° د- 90°

۱۰۱/۱۴- ربع دایرهٔ AOB به‌مرکز O وبه شعاع R مفروض است. ازنقطهٔ M واقع برکمان AB عمودهای MP و MQ رابه ترتیب بر OA و OB رسم‌می‌کنیم. مقدار $OP=x$ برحسب R چقدرباشد تاحجم حادث ازدوران مستطیل OPMQ حول OP ماکسیمم باشد.

الف- $\frac{R}{2}$ ب- $\frac{R\sqrt{3}}{3}$

ج- $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ د- $\frac{R}{3}$

درحدود برنامهٔ کلاس ششم ریاضی

۱۰۱/۱۵- حدتابع $y=(a^2-x^2)\cot g\frac{\pi x}{2a}$ وقتی $x\to a$ برابراست‌با:

الف- ۲ ب- ۱ ج- ۰ د- $\pm\infty$

۱۰۱/۱۶- منحنی به‌معادلهٔ $y=\sqrt[m]{ax^n}$ ونقطهٔ M ازآن رادرنظر می‌گیریم. عمودهای MH و MK رابه ترتیب بر Ox و Oy رسم می‌کنیم. اگر S_1 مساحت سطح محصور بین منحنی وخطهای OH و HM و S_2 مساحت سطح‌محصور بین منحنی و خطهای OK و KM باشد، نسبت S_1 بر S_2 برابر است‌با:

الف- $\frac{m}{n}$ ب- $\frac{n}{m}$

ج- $\frac{m}{m+n}$ د- $\frac{n}{m+n}$

۱۰۱/۱۷- سطح محصور بین منحنی تابع: $y=\sqrt{x^2+a^2}$ و محور $x'x$ و خطهای $x=a>0$ و $x=h>a$ را حول Ox دوران می‌دهیم. اگر حجم حادث برابرباشد باحجم کرهٔ به‌شعاع a، مقدار h برابراست‌با:

الف- $a\sqrt{2}$ ب- $2a$

ج- $a\sqrt{3}$ د- $4a$

۱۰۱/۱۸- مثلث قائم‌الزاویهٔ AOB که درآن زاویهٔ O قائمه و $OA=3$ و $OB=4$ می‌باشد مفروض‌است بر O ودر خارج مثلث خطی می‌گذرانیم‌که با OA زاویهٔ α بسازد ومثلث را حول‌خط مزبور دوران می‌دهیم . اگر S مجموع مساحتهای پیموده‌شده توسط سه‌ضلع مثلث‌باشد، کدامیك از رابطه های زیر نادرست است:

الف- $36\pi<S<12\pi\sqrt{13}$

ب- $114<S<120$

ج- $S>12\pi\sqrt{13}$ یا $S<36\pi$

د- $36\pi<S<24\pi\sqrt{3}$

۱۰۱/۱۹- دردایرهٔ به‌مرکز O وبه شعاع $R=2$ نقطهٔ C رابه فاصلهٔ $OC=1$ ازمرکز درنظر می‌گیریم وشعاع OA

رارسم می‌کنیم بقسمی که زاویهٔ OCA برابر با α باشد. خط AC رارسم می‌کنیم که دایره‌را در B قطع می‌کند. شعاع دایرهٔ محیطی مثلث OAB برابراست با:

الف- $\frac{2\sqrt{5-4\cos x}}{\sin x}$

ب- $\frac{2\sqrt{5-4\sin x}}{\cos x}$

ج- $\frac{\sqrt{5-4\sin x}}{\cos x}$

د- $\frac{\sqrt{5-4\cos x}}{\sin x}$

۱۰۱/۲۰- به‌فرض آنکه a و m و n سه‌عدد طبیعی و m و n نسبت به‌هم اول باشند، عبارت:

$$\frac{(a-1)(a^{mn}-1)}{(a^{m}-1)(a^{n}-1)}$$

الف- مولد کسر اعشاری متناوب ساده‌است

ب- مولد کسر اعشاری متناوب مرکب‌است.

ج- مولد کسر اعشاری تحقیقی است

د- برابر با عددصحیح است

۱۰۱/۲۱- ازبین کسرهایی که مجذورآنها بین ۱۱ و ۱۲ محصوراست آنکه مخرجش کوچکترین مقدار را دارد، صورتش برابر است با:

الف- ۱۰ ب- ۱۱ ج- ۹ د- ۸

۱۰۱/۲۲- خط D ونقطهٔ P غیرواقع برآن مفروض است، دایره‌هایی درنظر می‌گیریم که نسبت به‌هر کدام ازآنها D قطبی P باشد، براین‌دایره‌ها مماسهایی درامتداد معلوم Δ رسم می‌کنیم. مکان‌نقاط تماس این‌مماسها بردایره های نظیر:

الف- یك‌بیضی است ب- یك هذلولی است

ج- یك سهمی‌است د- یك دایره‌است.

۱۰۱/۲۳- یك‌سهمی وخط D مفروض‌است. نقطهٔ‌دلخواه P رابرD درنظرمی گیریم وازآن دومماس برسهمی رسم‌می کنیم این‌مماسها مماس برسهمی‌دررأس‌آن رادر M و N قطع می کنند. اگر I مرکزدایرهٔ محیطی مثلث PMN باشد، وقتی P خط D راپیماید مکان I:

الف- یك‌دایره است. ب- بیضی یاهذلولی است

ج- خطی‌مستقیم است د- یك‌سهمی است

تست‌هوش

۱۰۱/۲۴- ازجفت کلمه‌های زیر کدامیك بابقیه متفاوت است:

الف- وزارت، ترازو ب- هرمز، زمره

ـ شاداب، پاداش د- نی‌ریز، زیرین

۱۰۱/۲۵- عددششم ازرشته اعداد زیر کدام است:

۳،۷،۱۵،۳۱،۶۳،؟

الف- ۱۲۵ ب- ۱۳۷ ج- ۱۲۹ د- ۱۲۷

۱۰۱/۲۶- هرگاه هریك ازسه‌حکم زیردرست باشد:

ـ هر دانشجو دیپلمه است.

ـ بعضی‌از ایرانیها دیپلمه‌اند.

ـ پرویز دیپلمه است.

دراین‌صورت کدامیك ازحکمهای زیرحتماً غلط‌است.

الف- پرویز دانشجواست.

ب- پرویز ایرانی‌است.

ج- پرویز دانشجو وایرانی است.

د- هیچیك از حکمهای الف، ب، ج ممکن نیست که درست باشد.

۱۰۱/۲۷- برای نوشتن اعداد از صفر تا ۲۰ به صورت رمزقاعدهٔ زیررا بکار برده‌ایم: هرعدد راباعددی سه رقمی نشان می‌دهیم، رقم‌یکی ازمرتبه‌های هریك از اعداد سه رقمی زاید و انحرافی‌است، رقم یکی‌از دومرتبهٔ دیگررا باید دو برابر کنیم و حاصل‌را بارقم‌دیگر جمع کنیم. ازچهار عدد:

۱) ۳۹۷ ۲) ۸۵۹ ۳) ۸۸۱ ۴) ۷۹۴

سه‌عدد بارمز گفته شده سازگاراست ودیگری باآن سازگارنیست این‌عدد کدام است:

الف- ۸۵۹ ب- ۷۹۴ ج- ۳۹۷ د- ۸۸۱

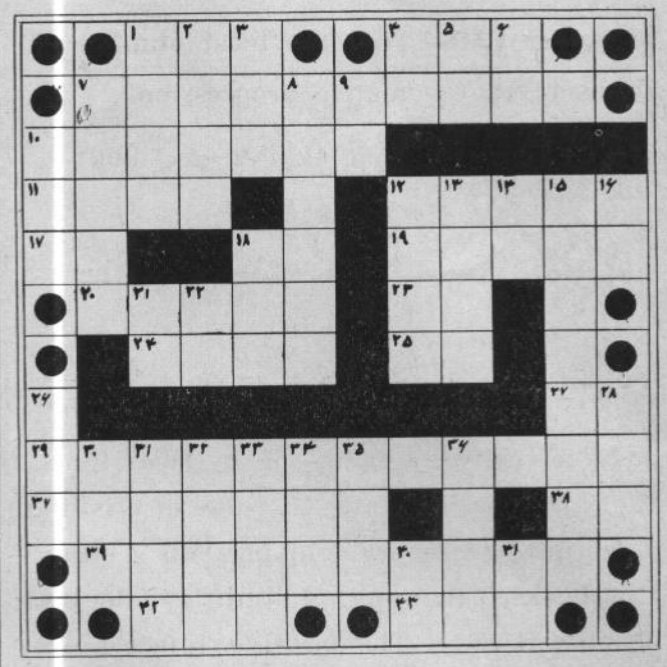
۱۰۱/۲۸- کلمهٔ افتاده‌چیست:

$$\frac{\text{سراب}}{?}=\frac{\text{شیره}}{\text{ریش}}=\frac{\text{مرکب}}{\text{کرم}}=\frac{\text{دهشت}}{\text{شهد}}$$

الف- سر ب- رأس ج- ارس د- رسا

جدول اعداد

طرح از: سید حسن فیوضی شجاعی (تاریخ وصول به دفتر مجله: ۵۰/۶/۷)



افقی: اگر رقم سدگان آن دوبرابر شود درمبنای ۷ به‌صورت $\overline{cdu}$ ودرمبنای ۹ به صورت $\overline{udc}$ نوشته‌شود. ۴ـ ازمجموع سه واسطهٔ هندسی‌بین ۱و۲۵۶ به‌اندازهٔ ۱۰۲ واحد بیشتراست.۷ـ یکصدم آن به‌صورت $\overline{abcddcba}$ است بقسمی که $\overline{abcd}$ بزرگترین عددی است که حاصل‌جمع آن بامجموع رقمهایش ۹۸۶۱ است. ۱۰ـ به‌صورت $\overline{abcdbbb}$ است که $\overline{abcd}$ توان دهم‌است.۱۱ـ به‌صورت $\overline{abba}$ است بقسمی که $\overline{bbaa}$ توان دوم است. ۱۲ـ به‌صورت $\overline{ababa}$ است ومجموع رقمهایش ۲۹است و a و b نسبت به‌هم غیراولند. ۱۷ـ خودش وهریك ازرقمهایش توان دوم‌است. ۱۸ـ اگر آن رابررقم یکان‌خود تقسیم کنیم خارج‌قسمت برابربا رقم‌یکان وباقیمانده برابربا رقم دهگان‌آن است ۱۹ـ به‌صورت $\overline{abacd}$ است که:

$$\overline{ab}-c=d^{2} \quad و \quad \overline{ac}+a=10d$$

۲۰ـ به‌صورت $\overline{abbbb}$ بقسمی که $\overline{ab}$ مکعب b است. ۲۳ـ مقلوب‌عدد ۶قائم.۲۴ـ مجموع کوچکترین دوعددی که به‌صورت $\overline{abca}$ بوده ومجذورکاملند. ۲۵ـ دوبرابر جذرعدد ۱۷ افقی. ۲۷ـ زوج است‌ورقم دهگانش جذر مقلوبش‌است. ۲۹ـ به‌صورت $\overline{egfaacegabcd}$ می‌باشد که این‌عدد و همچنین عدد $\overline{abcd}$ بر هر یك ازشش عدد فـرد اولیه قابل قسمت است و $e=3a$ و $g=a+b$ می‌باشد. ۳۷ـ جذرآن تایك واحد تقریب۱۱۱۴ است وبزرگترین عددی که به‌آن اضافه کنیم تاجذرآن تایك‌واحد تقریب همان۱۱۱۴ باشد عدد ۹۳۵است. ۳۸ـ نصفش توان دوم ومقلوبش توان سوم‌است. ۳۹ـ ۸۱برابر مجموع نه‌عدد ازرشته اعداد زیر:

۱،۱۱،۱۱۱،۰۰۰۰

۴۲ـ مقلوب عدد۴ افقی.۴۳ـ چهاربرابرعدد ۳۸افقی.

قائم: ۱ـ به‌صورت $\overline{abcd}$ است بقسمی که:

$$3\overline{ab}=2\overline{cd} \quad و \quad 4(\overline{ab}+9)=3(\overline{cd}+9)$$

۲ـ تکرار یك‌رقم. ۳ـ ده‌برابرش و همچنین مقلوبش توان سوم است. ۴ـ دوبرابرجذرمقلوبش می‌باشد. ۵ـ همان‌عدد ۱۸افقی. ۶ـ کوچکترین عددی‌که برهریك از اعداد از۱تا۶ بخش پذیر است. ۷ـ ۲۰۴۲ واحدکمترازمقلوب عدد۱۹ افقی.۸ـ مقلوبش برابراست باعدد ۳۱قائم. ۹ـ ده‌برابرش توان دوم است. ۱۰ـ خودش، مقلوبش وهریك ازرقمهایش توان دوم است. ۱۲ـ اگر بررقم هزارگان‌خود تقسیم‌شود مقلـوبش بدست‌آید. ۱۳ـ اگر مجموع رقمهایش‌راازآن کم‌کنیم ۱۳۵۰ بدست‌آید. ۱۴ـمقلوب عدد۱۸ افقی. ۱۵ـ رقمهایش متفاوتند امانه برابرش عددی است بارقمهای یکسان. ۱۶ـ جذرعدد ۱۲قائم. ۱۸ـ ۴۰واحدبیشتر ازعدد۳قائم. ۲۱ـ مجموع‌رقمهایش۷ وازمقلوبش۹ واحد بیشتر است.۲۲ـ یك‌واحدکمتراز عدد۲۱قائم. ۲۶ـ بزرگترین‌عددی که چون‌بامقلوبش جمع‌شود ۱۰۸۹ بدست‌آید. ۲۸ـعدد دورقمی سمت راست‌آن همان‌عدد ۲۷افقی‌است. ۳۰ـ مجذورمقلوب عدد ۳۸افقی. ۳۱ـ چون‌آن را بامجموع رقمهایش جمع کنیم و عدد حاصل‌رانیز بامجموع‌رقمهایش‌جمع کنیم۲۵۳۲ بدست‌آید.۳۲ـ ۷ واحدبیشترازعدد ۳۳قائم. ۳۳ـمجموع عددهای۵قائم‌و۲۴افقی. ۳۴ـ حاصل‌جمع ده‌برابرعدد ۶قائم باعدد ۵ قائم. ۳۵ـ تکرار یك‌رقم. ۳۶ـ ۱۰۰ واحدکمترازعدد۳۲قائم.۴۰ـ متمم‌حسابیش چهاربرابر رقم یکانش‌است. ۴۱ـ متمم‌حسابی‌عدد ۴۰قائم

حل‌جدول شمارهٔ قبل درصفحهٔ بعد

PROBLEMS & SOLUTIONS

Problem 130– Find the least number of terms of the geometric progression:

$N=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots$ such that $2-N<.0001$

Solution: $N=\dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}=2-\dfrac{1}{2^{n-1}}$; therefore $2-N=\dfrac{1}{2^{n-1}}$ and $\dfrac{1}{2^{n-1}}<.0001$ It is easy to verify by trial, or by logarithms, that the smallest integral value of n is 15.

Note: This problem presents a situation basic to the topic of limits is calculus.

Problem 131– The positive integers are arranged in groups as follows: (1) , (2,3), (4,5.6),(7,8,9,10),... Note that there is one number in the first group, there are two numbers in the second, and so on. Find and prove a formula for the sum of the k numbers in the k th group.

Solution: The k th group ends in

$$1+2+\ldots+k=\frac{k(k+1)}{2}.$$

Since there are k numbers in this group its first term is $\frac{k(k+1)}{2}-k+1$. Substituting in the formula $S=\frac{n(a+l)}{2}$, we obtain:

$$S=\frac{k}{2}\left[\frac{k(k+1)}{2}-k+1+\frac{k(k+1)}{2}\right]=\frac{k(k^2+1)}{2}.$$

Problem 132- In the series $+3-2+3-2+\ldots$, in which $+3$'s and -2's alternate, find a formula for the nth term.

Solution: If .5 is subtracted from each term of the series, we obtain: $2.5,-2.5,+2.5,-2.5,\ldots$, which is a geometris progression with a constant ratio of -1. the nth term of this series is $2.5(-1)^{n-1}$. therefore the nth term of the given series is obtaind by restoring the .5 previously subtracted. Thus a correct formula is:

$$2.5(-1)^{n-1}+.5$$

Of the many formulas submitted by solvers, some of the more interesting were:

(1) $(-\frac{5}{2})\cos n\pi+\frac{1}{2}$;

(2) $3-5\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2$;

(3) $5n-2-10\left[\frac{n}{2}\right]$, where $\left[\frac{n}{2}\right]$ is the greatest integer contained in $\frac{n}{2}$.

(4) For the general series: $a+b+a+b+\ldots$ in which the a's and b's alternate, the nth term is: $\frac{b+a}{2}+(-1)^n\frac{b-a}{2}$.

۱	۵		۸	۹	۹	۰		۶	۲	۵
۱	۶	۹		۸	۱		۶	۰		۵
۵	۵	۱	۱			۱	۷	۰		۳
	۵	۱	۲			۱	۷		۱	۳
۱		۲	۰	۹	۸	۰		۳	۳	۳
۲	۱		۳	۳	۳		۵	۱	۲	
۴	۱	۴				۱	۵	۱	۵	۱

حل جدول شمارهٔ قبل

فهرست مندرجات مجله های یکان دوره دهم

مقاله‌های تاریخی

کیمیا دراسلام ۶
تاریخچهٔ ریاضی ۱۰
جابر بن‌حیان ۲۲۷-۱۷۱-۱۱۵-۵۸
اسحق کندی ۲۸۲
زکریای رازی ۳۷۷-۳۳۱

روشها و کلیات

ماکسیممها ومی‌نیممها ۱۲
کشف حساب انتگرال ۱۲۵
مسئلهٔ هم محیطها ۲۳۳-۱۷۷

مقاله‌های آموزشی

آموزش تئوری نسبیت‌خاص ۲۳۶
از برنامه‌های تلویزیون آموزشی فرانسه ۳۸۴-۳۳۷

ریاضی جدید

منطق ومجموعه‌ها ۱
قوانین جبر گزاره‌ها ۵۷

در حاشیهٔ ریاضیات متوسطه

نامساویها ۱۸۶-۱۳۱-۶۴-۱۸
تصاعدها ۱۸۲-۱۲۷-۶۸
اعداد مرسن- اعدادفرما ۲۳۲
حساب ساعتی ۲۸۹
قضیه‌هایی دربارهٔ اعداد ۳۸۶-۳۴۰
سری گالیله ۳۵۰
روشی‌برای تشخیص اعداد غیراول ۳۸۹

ریاضیات متوسطه

دربارهٔ تقارن منحنیها ۲۲
دربارهٔ حل‌جبری مسائل ۲۷
یك‌قضیه وراههای گوناگون اثبات‌آن ۷۸
دربارهٔ دستگاه معادلات ۱۳۵
مثلثهای محاط دریك‌مثلث ۱۹۰
قضیه‌هایی دربارهٔ میانهٔ مثلث ۲۴۴
روشی‌برای تعیین مجموع مکعبات اعداد ۳۰۰

گوناگون

مثلثهای‌کامل، متوازی‌الاضلاع‌کامل ۲۵
دربارهٔ مربعهای وفقی ۷۳
تقارن ومعادلات نقش‌ونگار ۷۶
تاکسی‌فاصله ۱۱۳
ریاضیات وموسیقی ۱۲۱
از یادداشتهای سفربلژیك ۲۲۵-۱۶۹
حذف تحصیل طبقاتی ۲۸۱
تأخیرزمان وتغییرطول درنسبیت ۲۸۶
تصویر چهارضلعی‌که متوازی‌الاضلاع می‌شود ۲۸۸
میله‌های کوئیزنر - مینی‌کمپوترپاپی ۳۲۹
ازخواص اعداد ۳۴۹
زاویهٔ دوعقربهٔ ساعت ۳۵۱

راهنمای ریاضیات متوسطه

با ریاضیات آشتی‌کنید
۲۹۶-۲۴۷-۱۹۵-۱۴۱-۸۱-۲۹

ریاضیات برای سرگرمی

داستانهای ریاضی ۳۴۳-۲۹۱

مسائل ریاضی برای سرگرمی
۲۱۱-۲۳۵-۲۷۴-۲۸۰-۲۸۵-۲۸۷
۳۲۰-۳۲۶-۳۵۲-۳۷۰-۳۹۲-۴۰۷-۴۱۷

جدول اعداد

۵۵-۱۶۸-۲۲۴-۲۷۹-۳۲۷-۳۷۵-۴۲۱

مسائل

مسائل نمونه

اولین المپیاد ریاضی آمریکا ۴۳
تعمیم چند مسئلهٔ ریاضی ۱۳۹
مسئله‌ای از تصاعدها ۲۵۲

مسائل برای حل

۴۲-۱۵۸-۲۱۲-۲۶۹-۳۱۵-۳۶۴

تستهای ریاضی

۴۵-۲۷۲-۳۱۸-۳۶۷-۴۱۸

تستهای مکانیك ۱۰۴
تست هوش ۴۲۰

Problems & Solutions

۵۶-۱۱۲-۱۶۸-۲۲۴-۲۸۰-۳۲۸-۳۷۶-۴۲۲

مسائل انتخابی ازمسائل امتحانات داخلی دبیرستانها

۵۴-۱۰۸-۱۶۴-۲۱۹-۲۷۵-۳۲۱-۳۷۱

حل مسائل

حل مسئلهٔ مسابقهٔ دورهٔ نهم ۳۵-۸۵
حل مسائل مأخوذات ارشمیدس ۳۷
حل مسائل یکان شمارهٔ ۹۴ ۱۰۱
« « ۹۵ ۱۴۴
« « ۹۶ ۱۹۹
« « ۹۷ ۱۵۳
« « ۹۸ ۳۰۱
« « ۹۹ ۳۵۳
« « ۱۰۰ ۳۹۳

پاسخهای درست پرسشهای کنکور سرتاسری و مدارس عالی (مندرج دریکان سال ۵۲) ۴۰۸

فهرست مندرجات یکان سال ۱۳۵۲

سؤالهای امتحان نهایی

کلاس ششم طبیعی خرداد ۵۲ ۳
کلاس ششم طبیعی شهریور ۵۲ ۴
کلاس ششم ریاضی خرداد ۵۲ ۶
کلاس ششم ریاضی شهریور ۵۲ ۱۲

حل مسائل امتحانات:

کلاس ششم طبیعی ۱۸
کلاس ششم ریاضی ۲۲

کنکور:

کنکور سرتاسری گروه طبیعی ۴۱
کنکور سرتاسری گروه ریاضی ۶۸
دورهٔ شبانهٔ دانشگاه تهران ۹۷
دورهٔ شبانهٔ دانشگاه تبریز ۱۲۵
دانشکدهٔ نفت ۱۳۵
دانشکدهٔ علم وصنعت ۱۵۴
مدرسهٔ عالی ریاضیات کرج ۱۵۶
مؤسسهٔ عالی حسابداری ۱۶۰
انستیتو تکنولژی شیراز ۱۶۹
مسابقهٔ ورودی کارمندان بانکها وسازمانها ۱۷۱

امتحانهای G.C.E. انگلستان ۱۷۳
نمونه‌هایی ازامتحانهای نهایی فرانسه ۱۹۴
کنکور دانشگاه مسکو ۱۹۸

شماره‌های گذشتهٔ مجله‌های یکان

از ۱۰۱ شمارهٔ مجلهٔ یکان که از ابتدای انتشار آن تاکنون چاپ شده است، فقط مجله‌های به‌شماره‌های زیر در ادارهٔ مجله موجود است که به‌بهای مندرج در روی آنها بفروش می‌رسد:

۳۲-۳۳-۳۶-۴۲-۴۴-۴۵-۴۶-۴۷-۴۸-۴۹-۵۱-۵۲-۵۳-۵۴-۵۵-۵۶-۵۷-۵۸-۶۱-۶۲-۶۳-۶۴-۶۵-۶۶-
۶۷-۶۸-۶۹-۷۱-۷۲-۷۳-۷۴-۷۵-۷۶-۷۷-۷۹-۸۰-۸۱-۸۲-۸۳-۸۴-۸۵-۸۸-۸۹-۹۰-۹۱-۹۲-۹۳-۹۴-۹۵-۹۶-
۹۷-۹۸-۹۹-۱۰۰-۱۰۱

ضمیمهٔ یکان سال ۱۳۴۹ برای دانش‌آموزان کلاس سوم دبیرستان

توجه

مؤسساتی که بعضی از آگهیهای مربوط به‌آنها درمجله‌های یکان چاپ شده است، یا اینکه چاپ‌می‌شود، هیچگونه بستگی باانتشارمجلهٔ یکان ندارند. اگراحیاناً این‌مؤسسات درمورد مجله‌های یکان به‌اشخاصی تعهداتی داده باشند، دراین مورد هیچگونه مسؤولیتی متوجه ادارهٔ یکان‌نیست.

ساعات کار ادارهٔ مجلهٔ یکان

همه روزه غیراز روزهای تعطیل صبحها از ساعت ۹ تا ساعت ۱۲، عصرهاازساعت ۱۷ تاساعت ۱۹

پاسخهای‌درست تستهای مندرج‌در این‌مجله

۱ـالف	۲ـد	۳ـب	۴ـب
۵ـج	۶ـد	۷ـج	۸ـب
۹ـالف	۱۰ـج	۱۱ـب	۱۲ـد
۱۳ـد	۱۴ـج	۱۵ـج	۱۶ـالف
۱۷ـب	۱۸ـج	۱۹ـد	۲۰ـد
۲۱ـالف	۲۲ـب	۲۳ـج	۲۴ـج
۲۵ـد	۲۶ـد	۲۷ـالف	۲۸ـج

یکان‌سال

ازشماره‌های مخصوص یکان سال فقط از

یکان سال ۱۳۵۱

و یکان سال۱۳۵۲

تعداد محدودی باقیمانده است که در ادارهٔ مجله‌بفروش می‌رسد

سایرشماره‌های مخصوص یکان سال که تاکنون چاپ شده است نایاب می‌باشند.

تألیفات آقایان زاوشی و بحرانی

حل‌المسائل جبرششم ریاضی
« جبرومثلثات ششم طبیعی
« مثلثات ششم ریاضی
« حساب استدلالی
« جبرپنجم طبیعی وریاضی
« مثلثات « « «
« جبرچهارم « «
« جبرکنکور

کتابفروشی زوار

تهران ـ شاه‌آباد

کتابفروشی فخررازی

محل فروش مجله وسایر انتشارات یکان
مرکز فروش‌کلیهٔ کتابهای درسی و حل‌المسائل
تهران ـ خیابان شاه‌آباد ـ تلفن ۳۱۰۵۵۲

انتشارات یکان

۱ـ انتشاراتی که‌اکنون نایاب است:

مجموعهٔ علمی
شامل مقالات ریاضی، فیزیك وشیمی
حل‌مسائل‌ممتاز ریاضی ومطالب دیگر

سرگرمیهای جبر
ترجمهٔ : پرویزشهریاری

مقدمه‌ای بر تئوری‌مجموعه‌ها
تألیف:علی اصغرهومانی

تمرینهای ریاضیات مقدماتی
تألیف: استاد هشترودی

روش سادهٔ حل مسائل شیمی
ترجمهٔ : عطاءالله بزرگ‌نیا

۲ـ انتشاراتی که در شرف اتمام است و فقط در ادارهٔ مجله بفروش می‌رسد.

راهنمای ریاضیات متوسطه
تألیف : عبدالحسین مصحفی
چاپ چهارم : ۱۲ ریال

تستهای هوش
ترجمهٔ: باقرمظفرزاده
بها : ۶۰ریال

۳ـ انتشارات آمادهٔ فروش:

تستهای چندجوابی شیمی
ترجمهٔ : عطاءالله بزرگ‌نیا
بها : ۴۰ریال

معماهای ریاضی
ترجمهٔ : محمد رکنی قاجار
بها : با جلد شمیز ۷۵ ریال
با جلدزرکوب : ۱۰۰ریال

مسائلی ازحساب استدلالی
تألیف: محمودکاشانی

جلد اول	جلددوم	جلدسوم
۱۲ریال	۱۵ریال	۱۵ریال

مبادی
منطق وریاضی جدید
تألیف: غلامرضا عسجدی
بها:۲۴۰ریال

مشترکان یکان‌که به خرید انتشارات یکان با استفاده از تخفیف مایل باشند؛ آنان‌که ساکن تهران می‌باشندمستقیماً به دفتر مجله مراجعه فرمایند وآنان‌که در شهرستانها اقامت دارند می‌توانند وجه را به‌صورت نقدی یاتمبرباطل نشده یا چك‌بانکی ارسال دارند تا کتاب توسط پست برای ایشان فرستاده‌شود.