نشریه دانشجویان دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

دانشگاه صنعتی تهران

بهار ۱۳۵۸
دوره دوم ـ شماره ۱

هیئت تحریریه مجله الگوریتم ازخانم ها : منصوره ارانی وپوران خطیبی وآقای محمدابحری به خاطرماشین نمودن مقالات تشکرمی نماید.

از خوانندگان ارجمندخواهش میشود ، نظریات و انتقادات خودرا به دفترمجله واقع دردفتر دانشکده ریاضی وعلوم کامپیوترارسال دارند .

فهرست مطالب

" الگوریتم درسپیده‌دم آزادی"

دوره‌دوم مجلهٔ الگوریتم درشرایطی آغاز میشودکه بدست توانای مردم، دفترسیاه دوهزاروپانصدسال ظلم وبیدادگری شاهان برای همیشه بسته شده است.

ملت ایران پس ازسه‌ربع قرن مبارزهٔ مداوم ویکسال مبارزه پیگیروپرتوان، توانست بساط رژیمی راکه مثل بختک برسینه مردم سنگینی میکرد، سرنگون سازد.

سال جدیدبدون " لولوی تاجدار" آغازشدواین خودنویدی است ازیک مبارزهٔ طولانی برای قطع کامل دست وپای جهانخواران - این چندپایان غارتگر- ازاین آب وخاک. دوران تازه‌ای در تاریخ ایران آغازشده، روزگاری سرشارازنوروامید. زهی شادی وسرورکه بهارزیبای طبیعتمان بابهارآزادملت پیوند خورده‌اندوزهی سعادت وغروربرای ماکه پاسداران طراوت وتازگی این بهارهستیم.

هیئت تحریریه مجلهٔ الگوریتم، پیروزیهای بدست آمده انقلاب ملی ودموکراتیک وتشکیل جمهوری اسلامی رابه همهٔ خوانندگان عزیزتهنیت میگوید.

واما درباره‌ٔ این دوره‌ٔ مجلـــه :

آغاز انتشار دوره‌ٔ دوم این مجله با آغاز بهار آزادی ملتمان مقارن است . پس بی جهت نیست که دوباره می پرسیم " وظایف این مجله چیست ؟"

ـ گویی تازه آغاز بکار کرده ایم ـ چراکه واقعا "شرایط فعلی یـــا شرایط دوران قبل تفاوت دارد واکنون وظایف روشن ومبرم‌تـری دربرابر ما قرار دارد .

دوره جدید الگوریتم نوزاد انقلاب مردم است وآثار این انقـــلاب (دگرگونی بنیادی) بایددرچهره‌ٔ این طفل نیزمشاهده شـود .

الگوریتم باید بسرعت خودرا با خواستهای جامعه ، بـــا نیازهای مردم همگام سازد . وظیفه سنگینی بردوش ما قرار دارد . چراکه وقتی آتش انقلاب درجامعه‌ای شعله میکشد ، دامنه اش همـــه‌ٔ اجزاء آن جامعه را نیزدربرمیگیرد . ما میدانیم که خوانندگـــان الگوریتم ، دراین دوره ، بدنبال اثرات انقلاب (دگرگونـــی بنیادی) درمجله میگردند وبدون بروبرگرد وبهانه‌گیری ما هـــم بایدجوابگوی نیازهای کنونی ایشان باشیم . پس مستقیمـــا " برویم بسراغ تعیین وظایف این هیئت تحریریه .

صاحب نظران میگویند : وظایف کنونی نیروهای مترقی جامعه در هرسازمان ، دوجنبه دارد :

۱ ـ حفظ وتحکیم دستاوردهای کنونی انقلاب .

۲ ـ نوسازی جامعه ازهمه‌ٔ جهات .

وظیفه ما نیزدربخش وجنبه‌ٔ دوم قرار دارد . یعنی تلاش درنوســازی جامعه ، منتهی این بار ازجهت نوسازی محتوی وشیوه‌های آمـوزش علم ودانش وبخصوص علوم ریاضی وکامپیوتر .

لزوم این نوسازی مثل روزروشن است ، چراکه رژیـــم

وابستهٔ سابق همان بلائی راکه برسراقتصادوفرهنگ این جامعه آورد، دامنگیرعلم‌ودانش نیزساخت. حکومتی که‌سرتاپا وابسته به‌جهانخواران بودمملکت رادودستی دراختیارایشان قرارداد و امپریالیسم‌نیزبرای چپاول منابع طبیعی وانسانی این مملکت جلوی نشرعقایدعلمی وترقی خواهانه‌رامیگرفت.

آنهانه‌میگذاشتندعلم‌پیشرفت‌کند، نه‌هنر، (تکنیک واقتصادکه جای خودداشت)، علم‌رابدورازجامعه‌وهنرراجدااز اجتماع می پسندیدند. همهٔ تلاش‌ها میشدتاحقایق اجتماعی پابه‌حوزهٔ کارددانشمندان نگذارندودانشمندان وعالمان، موجوداتی منفعل وبی ضرردرگوشهٔ آزمایشگاهها وکلاسهای درس ودفاتر کارشان زندانی گردند.

بی جهت نیست، تصویری که‌مردم‌ازیک دانشمندریاضیدان داشتند" پیرمردی بوداستخوانی، وروبه‌موت باعینکی زره‌بینی وعصائی بدست، بی اعتنابه‌جامعه‌وگیج ومبهوت". وبی جهت نیست هنگامی که‌می شنیدیم‌فلان ریاضی دان فرانسوی درفلان کشورامریکای لاتین برعلیه‌استعمارمیجنگد، باورمان نمیشد و حق هم‌داشتیم، چراکه‌همهٔ دستهادرکاربودتاعوام‌ودانشمندان همه‌درغفلت بسربرندومزاحم‌غارت اکثریتی بدست اقلیت نشوند. والحق که‌دراین کارموفق بودند. جای دوری نرویم، درهمین دانشگاه‌خودمان، همهٔ این پدیده‌ها بچشم‌میخورد.

خلاصه‌نتیجه‌سلطهٔ شوم‌جهانخواران براین مرزوبوم همین شدکه‌امروزمی بینیم (کاری به‌جنبه‌های اقتصادی این سلطه نداریم) علم‌وتکنیک رشدنکرده، هنوزاکثریت مردم‌ما ازدست‌آوردهای علوم‌آگاهی ندارندکه‌هیچ، اصلا"سوادندارند. سطح آگاهیهای علمی (واجتماعی) توده‌های مردم‌بسیارنازل است. (درحالیکه‌بهترین استعدادها ازآن توده‌هاست ودریک نظام مردمی، آنچنان شکفته‌میشودکه‌جهشی درهمه‌شئون جامعه رخ میدهد.)

ارتباط فکری عالم وعامی قطع شده ، زبان یکدیگر را نمی‌فهمند . بخصوص در مورد ریاضیات که محصلین هم از آن گریزانند .

در آموزشهای استعماری قبلی انواع نظریات انحرافی درباره جدائی ریشه‌های علوم (بخصوص ریاضیات) از زندگی بشر رواج پیدا کرد و در عوض آخرین کشفیات و تحقیقات علمی در این مورد پشت مرزها متوقف میشد . حتی تحصیلکرده‌ها هم دقیقا "نقش عظیم علوم را در تکامل جامعه بشری ولزوم تکامل علوم را نمی‌شناختند . با توجه به این مختصر است که تاکید می کنیم :

۱ - ما باید اندیشه‌های علمی وعلی الخصوص ریاضی را به زبانی ساده مطرح کنیم و در دسترس خوانندگان بیشتری قرار دهیم .

۲ - ما باید نقش روزافزون علم را در ترقی وتکامل جامعه و در ایجاد سعادت برای انسانها بروشنی نشان دهیم .

۳ - ما باید پیوند علوم را (بخصوص علوم ریاضی و کامپیوتر) با زندگی واقعی انسانها نشان دهیم .

واما ، این وظایف فقط آسان " بیان می شوند" وهنگام انجام دادنشان همیشه ، یکجای کار میلنگد . از اینرو وظیفهٔ خوانندگان این مجله است تا با نگاهی تیزبین ، یک یک مقالات را منتقدانه مطالعه کنند وجلوی لغزش احتمالی ما را بگیرند .

ما نیز با درک کامل اهمیت این کار ، امیدوارانه تلاش می کنیم تا تاثیر این مجله را در انقلابی که آغاز شده برجای نهیم وبنحوی در نوسازی سیستم آموزش علمی جامعه موثر باشیم .

" هیئت تحریریه "

نویسنده : جان میلنر
مترجم : مسعود خلخالی

اثبات ساده‌ای برای دو قضیه معروف توپولوژی

مقدمه :

مقاله‌ای که ملاحظه خواهید کرد، اثباتی عجیب ولی کاملا" ساده از دو قضیه کلاسیک توپولوژی ارائه خواهد داد که بر مبنای محاسبه حجم در فضای اقلیدسی و توجه به این نکته است که تابع $(1+t^2)^{\frac{n}{2}}$ برای مقادیر فرد n چندجمله‌ای نخواهد شد. ابتدا قضیه ای زیر را که صورتی مقدماتی از اولین قضیه مورد نظر ما است ثابت خواهیم کرد.

قضیه ۱ -

نمی توان روی کره اقلیدسی با بعد زوج، میدان برداری مماس مشتق پذیر (با مشتق پیوسته) طول واحد تعریف نمود.

[منظور از بردار طول واحد، برداری است مانند V که طول اقلیدسی آن $||V||$ برابر یک باشد]

بنا بر تعریف کره $(n-1)$ بعدی S^{n-1} مجموعه تمام بردارهای $U=(U_1,\ldots,U_n)$ در فضای اقلیدسی R^n است.

طوری که طول اقلیدسی آنها $||U||$ برابر ۱ باشد. بردار $V(U)$ در R^n را مماس بر S^{n-1} (در نقطه U)

می گوئیم اگر حاصلضرب داخلی اقلیدسی $U \cdot V(U)$ برابر صفر باشد. فرض زوج بودن بعد کره یعنی عدد $(n-1)$ اساسی است. زیرا درصورتی که $(n-1)$ فرد باشد، تابع

$$V(U_1,\ldots,U_n)=(U_2-U_1,\ldots,U_n-U_{n-1})$$

یک میدان برداری مماس مشتق پذیر طول واحد روی S^{n-1} تعریف می کند.

اثبات قضیه ۱ به دو لم زیر تکیه دارد. لم نخست متضمن محاسبه یک حجم است. فرض کنید A ناحیه‌ای فشرده در R^n باشد و $x \to V(x)$ یک میدان برداری مشتق پذیر با مشتق پیوسته باشد که در یک همسایگی مجموعه A تعریف شده است. برای هر عدد حقیقی t، تابع زیر را که برای تمام مقادیر $x \in A$ تعریف شده است در نظر بگیرید:

$$f_t(x)=x+tV(x)$$

لم ۱ -

اگر پارامتر t به اندازه کافی کوچک باشد، آنگاه این تابع یک به یک خواهد بود و ناحیه A را به ناحیه دیگری $f_t(A)$ که حجم آن را می توان به صورت یک چندجمله‌ای از t بیان نمود، تصویر می کند.

اثبات:

چون A فشرده است و تابع $x \to V(x)$ دارای مشتق پیوسته است، عدد ثابتی مانند C وجود دارد طوری که

$$(*) \quad ||V(x)-V(y)|| < ||DV(Z)||\ ||x-y||$$

برای هر x و y در A. [به شرط $(*)$ شرط لیپشیتز می گویند.]

[این مطلب به روش زیر ثابت می شود . درحالت ویژه ای که A یک مکعب باشد نظر به محدب بودن مکعب ، می توان از قضیه مقدار میانگین استفاده کرده ، نوشت

$$||V(x)-V(y)|| < ||DV(Z)||\ ||x-y||$$

نقطه ای روی خط مستقیم واصل بین x و y است و $DV(Z)$ مشتق خطی V درنقطه ی Z است . اما چون مشتق V پیوسته است و A ناحیه ای فشرده است ، پس عددی مانند C وجود دارد طوری که $||DV(Z)|| < C$ برای هر Z واقع در A

بنابراین : $||V(x -V(y)|| < C||x-y||$

حال هر مجموعه فشرده A در R^n را می توان به وسیله تعدادی متناهی مکعب باز I_α پوشاند ، بنابراین شرط (*) درهر یک از این مکعب ها برقرار است ، ولی اگر x و y به هیچ مکعب مشترک متعلق نباشند ، دراینصورت فاصله $||x-y||$ همواره از مقدار مثبتی بزرگتر خواهد بود . درحقیقت عبارت $||x-y||$ را می توان به عنوان تابعی پیوسته وغیرصفر روی مجموعه فشرده $AxA-UI_\alpha xI_\alpha$ درنظرگرفت . اکنون پیدا کردن عدد ثابتی که شرط (*) را برای همه مقادیر x و y بطوریکنواخت برقرار کند ساده است . حال یک t دلخواه با شرط $|t| < C^{-1}$ انتخاب کنید . دراینصورت f_t یک به یک است . زیرا اگر $f_t(x) = f_t(y)$ آنگاه

$x-y=t(V(y)-V(x))$,

بنابراین نامساوی $||x-y|| < |t|c||x-y||$ نتیجه میدهد که $x=y$.

ماتریس مشتقات جزئی را می توان به صورت $I+t[\frac{\partial v_i}{\partial x_j}]$ نوشت ، که I ماتریس واحد است . بنابراین دترمینان این

ماتریس یک چندجمله‌ای از t به‌فرم $1+t\sigma_1(x)\ldots+t^n\sigma_n(x)$

است. ضرایب این چندجمله‌ای توابع پیوسته‌ای از x هستند. این دترمینان برای مقادیر $|t|$ به‌اندازه‌کافی کوچک، اکیدا "مثبت است. با انتگرال گیری روی A، می بینیم که‌حجم‌ناحیه‌تصویر، $f_t(A)$، را می توان به‌صورت یک چندجمله‌ای از t نوشت،

$$\text{Volume } f_t(A) = \alpha_0+\alpha_1 t+\ldots+\alpha_n t^n$$

که‌ضرایب آن عبارتند از $\alpha_k = \int_A \ldots \int \sigma_k(x)dx_1\ldots dx_n$

حال فرض کنیدکه‌کره S^{n-1} دارای یک میدان برداری مماس مشتق پذیر (با مشتق پیوسته) طول واحد $U \to V(U)$ باشد. برای هرعددحقیقی t، توجه‌کنیدکه‌بردار $U+tV(U)$ دارای طول $\sqrt{1+t^2}$ است.

لـــم ۲ -

اگرپارامتر t به‌اندازه‌کافی کوچک باشد، تابـــــع $U \to U+tV(U)$ کره‌واحددر R^n را به‌تمام‌کره به‌شعاع $\sqrt{1+t^2}$ تصویرمیکند.

فرض کنیدکه‌لم ۲ راثابت‌کرده‌باشیم، حال می توانیم‌قضیهٔ ۱ راثابت‌کنیم. ناحیه‌ی A راناحیه‌ی بین دوکره‌هم‌مرکزکه‌به وسیله‌نامساوی $\alpha \le ||x|| \le b$ تعریف‌شده، بگیریـــد میدان برداری V را به‌تمام‌این ناحیه‌توسعه‌می دهیـــم، کافیست‌قراردهیم $V(rU) = rV(U)$ برای $\alpha \le r \le b$ نتیجه‌میشودکه‌تابع $f_t(x)=x+tV(x)$ روی ناحیه A تعریف‌شده، وکره‌به‌شعاع r را به‌تمام کره به‌شعاع $r\sqrt{1+t^2}$ تصویرمی کند، با این فرض‌که t به

اندازه‌کافی کوچک است . (توجه‌کنیدکه $(f_t(rU)=rf_t(U)$
بنابراین ، این تابع A رابه‌تمام‌ناحیه‌ی بین کرات با
شعاعهای $a\sqrt{1+t^2}$ و $b\sqrt{1+t^2}$ تصویرمی کند . واضح
است که

$$\text{Volume } f_t(A) = (\sqrt{1+t^2})^n \text{Volume } (A)$$

بنابراین اگر n فردباشند ، این حجم‌یک چندجمله‌ای از t
نخواهدبود . با مقایسه‌بالم ۱ به‌یک تناقضی رسیده‌ایم ،بنابر -
این قضیه ۱ راثابت‌کرده‌ایم . اثبات‌لم ۲ ازقضیه‌نقطهٔ ثابت
برای تبدیلات انقباضی نتیجه می شود .

اثبات‌لم ۲ -

فرض‌کنیدناحیه A به‌وسیله‌روابط $\frac{1}{2} \leq ||x|| \leq \frac{3}{2}$
تعریف‌شده‌باشد . پارامتر t راطوری انتخاب‌کنیدکه
$|t| < \frac{1}{3}$ و $|t| < C^{-1}$ ، C دررابطه‌ی * تعریف
شده‌است . حال برای U_0 ثابت S^{n-1} تابع کمکی

$$x \to U_0 - tV(x)$$

فضای متریک کامل A رابه‌خودش تصویرمی کند (زیرا -
$|tV(x)| < \frac{1}{2}$) ودرشرط لیپشیتزبا مقدارثابت
کمتراز ۱ صدق می کند . پس بنابرقضیه‌نقطه‌ثابت این تابع
کمکی دارای نقطه‌ی ثابت یگانه‌ای خواهدبود .
به‌عبارت‌دیگرمعادله $f_t(x) = U_0$ دارای جواب یگانه
است . باضرب‌کردن x و U_0 در $\sqrt{1+t^2}$ لم ۲ ثابت
می شود .
حال می توان فرم‌تعمیم‌یافته‌قضیه ۱ راکه‌درآن دیگرفرض نمیکنیم
میدان برداری مشتق پذیرباشدویاطول واحدداشته‌باشدوبه‌راحتی
ازقضیه ۱ نتیجه‌گرفت .

قضیه ۱ -

نمی توان روی کره اقلیدسی با بعد زوج ، میدان برداری مماس پیوسته ای که در هیچ جا صفر نشود تعریف نمود .

اثبات :

فرض کنید کره ی S^{n-1} دارای میدان برداری مماس پیوسته و غیرصفری مانند $V(U)$ باشد . اگر $m > 0$ مینیمم $||V(U)||$ باشد ، بنا بر قضیه تقریب وایرشتراس ، یک تابع چندجمله ای از S^{n-1} به R^n وجود دارد طوری که $||P(U)-V(U)|| < \frac{m}{2}$

برای همه مقادیر U . میدان برداری مشتق پذیر $W(U)$ را با رابطه زیر تعریف می کنیم :

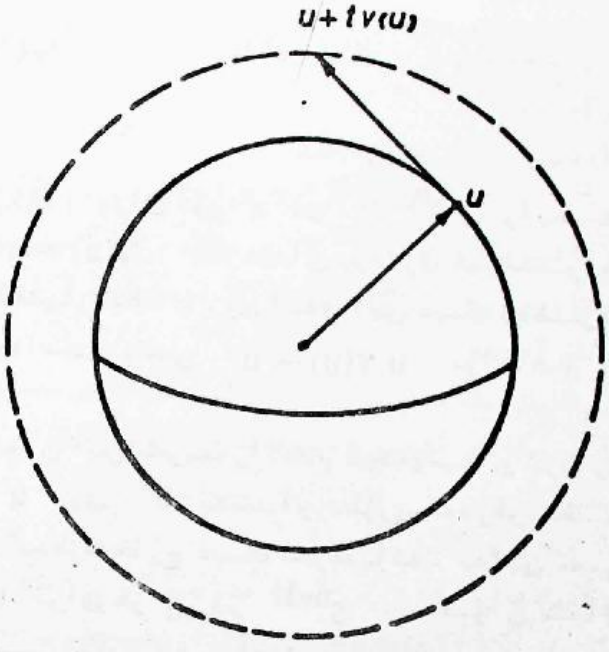
$$W = P-(P.U)U$$

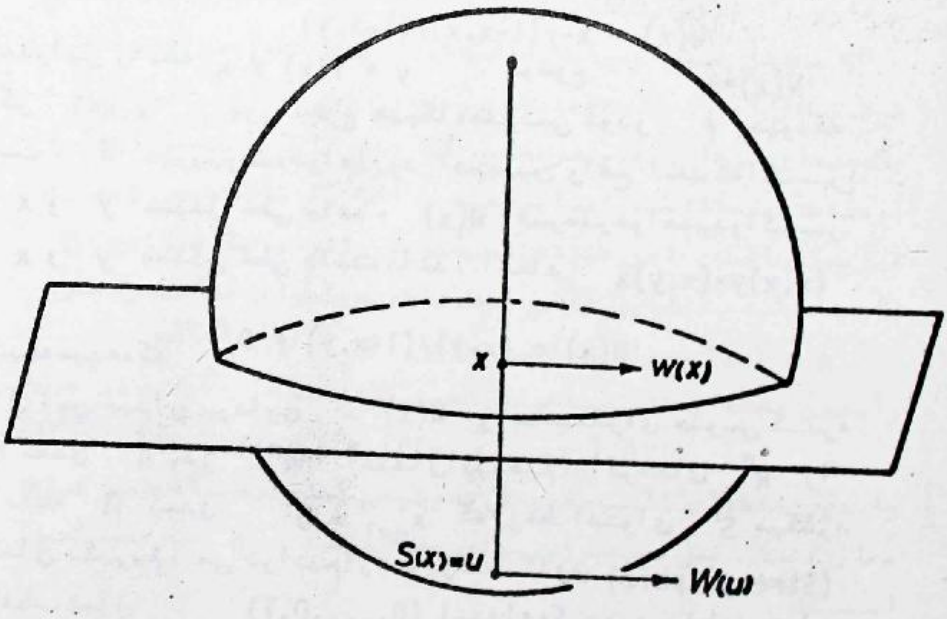
رابطه $W.U = 0$ نشان میدهد که $W(U)$ بر کره S^{n-1} درنقطه U مماس است ، ورابطه $||W-P|| = |p.U| < \frac{m}{2}$ همراه با نامساوی مثلث ثابت می کند که $W(U) \neq 0$ برای هر U . بنابراین $\frac{W(U)}{||W(U)||}$ یک میدان برداری مماس وبی نهایت بار مشتق پذیر با طول واحد روی کره S^{n-1} تعریف می کند . اگر $n-1$ زوج باشد بنا بر قضیه ۱ میدانیم که چنین چیزی غیرممکن است .

با استفاده از قضیه ۱ ، دومین قضیه معروف ، یعنی قضیه نقطه ثابت براوور را اثبات می کنیم .

قضیه ۲ -

هر تابع پیوسته از دیسک D^n به خودش دارای حداقل یک نقطه ثابت است . در اینجا مراد از D^n تمام بردارهای x در R^n


u + t v(u)
u


x
w(x)
S(x)=u
W(u)

است طوریکه $||x|| \leq 1$.

اثبات :

اگر $f(x) \neq x$ برای هر x در D^n ، رابطه‌ی $V(x) = x-f(x)$ یک میدان برداری غیرصفر روی تعریف میکندکه درهرنقطه‌ای روی لبه‌ی این دیسک به‌طرف بیرون دیسک متوجه است ، یعنی $U.V(U) > 0$ برای هر U واقع در S^{n-1}

با اندکی دقت میتوان این تعریف را اصلاح کرده ومیدان برداری غیرصفری مانند W روی D^n بدست آوردطوری که درهرنقطه لبه‌دیسک مستقیما "به‌طرف خارج دیسک متوجه باشد . به‌این معنی که $W(U) = U$ برای هر U در S^{n-1} . به‌عنوان مثال اگرقراردهیم

$$W(x) = x-y(1-x.x)/(1-x.y)$$

که‌دراین رابطه $y = f(x) \neq x$. بوضوح $W(x)=x$ اگر $x.x=1$. چون مخرج هیچگاه صفرنمی شودو f پیوسته است ، W نیزپیوسته‌خواهدبود . هم‌چنین واضح است که‌اگر x و y مستقل خطی باشد ، $W(x)$ غیرصفرخواهدبدواگر x و y بستگی خطی داشته‌باشد ، اتحاد $(x.x)y=(x.y)x$

نتیجه میدهدکه $W(x) = (x-y)/(1-x.y) \neq 0$

حال این میدان برداری $W(x)$ رابه‌نیمکره‌ی جنوبی کره n بعدی n در R^{n+1} انتقال میدهیم . اگرفضای R^n را باصفحه n بعدی $x_{n+1} = 0$ که‌ازخط استوای S^n میگذرد یکسان بگیریم ، می توانیم‌ازتصویرگنجنگاری (Streographic) ازقطب شمال $(0,\ldots,0,1)$ استفاده‌کرده‌وهرنقطه x از

D^n را به نقطه‌ی $S(x) = U$ در نیمکره جنوبی $U_{n+1} < 0$ تصویر کنیم.

فرمول این تابع چنین است

$$S(x) = (2x_1, \ldots, 2x_n, x.x-1)/(x.x+1)$$

با اشتراد دن مشتق تابع S در نقطه x بر بردار $W(x)$ یک بردار مماس $\mathbb{W}(U)$ بر S^n در نقطه $S(x) = U$ بدست می آوریم.

به این طریق یک میدان برداری غیرصفر مماس بدست می آوریم که روی نیمکره‌ی جنوبی تعریف شده. در هر نقطه $U=S(x)$ از خط استوا، چون $W(U)=U$ مستقیما به طرف خارج متوجه است، محاسبه نشان میدهد که بردار متناظر یعنی $\mathbb{W}(U)$ برابر است با $(0,\ldots,0,1)$ مشابها، با استفاده از تصویر گنجشگاهی (Streographic) از قطب جنوب، میدان برداری $W(x)$ به یک میدان برداری روی نیمکره‌ی شمالی S^n منتقل میشود در این حالت نیز در روی خط استوا متوجه به طرف شمال است. با به هم دیگر چسباندن این دو میدان برداری، یک میدان برداری غیرصفر مماس $\mathbb{W}$ روی S^n بدست می آید که در همه جا پیوسته است. بنا بر قضیه ۱ اگر n زوج باشد چنین چیزی غیرممکن است. این تناقض قضیه بروور را برای مقادیر زوج n ثابت میکند. اما این کافی است تا قضیه را برای مقادیر فرد $n = 2k-1$ نیز ثابت کنیم. اگر f ، D^{2k-1} را بدون نقطه‌ای ثابت به خودش تصویر کند تابع

$$F(x_1, \ldots, x_n) = (f(x_1, \ldots, x_n), 0) \quad , \quad D^{2k}$$

را بدون نقطه‌ای ثابت به خودش تصویر می کند و دیدیم که چنین چیزی محال است. پس قضیه بروور برای مقادیر فرد n نیز صحیح است.

سخن چندپیرامون واژه " الگوریتم" ومحمدبن موسی خوارزمی بنیانگذارعلم جبر.

قرن سوم‌هجری یکی ازمهم‌ترین دوره‌های تاریخ علم است. دراین قرن حکماء وعلمای اسلام‌مبانی بسیاری ازعلوم راپی ریزی کرده وموجدتحرک عظیمی درعلم‌شدند. بنیان ها، اصول، روش ها، ونظام‌های علمی، که‌قرنها معرّف چیستی علم‌و تعیین کننده مفهوم‌وهدف تحقیق علمی بودند، دراین قرن توسط علمای اسلام‌مشخّص وتعریف شدند. کتاب " اصول "اقلیدس توسط الحجّاج بن یوسف به‌عربی ترجمه‌شد، العبّاس برآن شرح کاملی نوشت وابوسعیدالضّریررساله‌ٔ باارزشی درمسائل هندسه‌تدوین کرد. منجّمین وریاضی دانان مهمی مانندحبش الحاسب، سند بن علی، یحیی بن ابی منصور، علی بن عیسی الاصطرلابی، المرورودی، الدّینوری وعلی الخصوص الخوارزمی درتنظیم مبانی علوم‌نجوم، حساب وهندسه‌سهم‌باارزشی دارند. الگندی موفق به‌بیان وپی ریزی مبانی نوین فلسفه‌ٔ اولیٰ شدونیزدرعلم حساب رساله‌ٔ مهمّ‌تدوین کرد.

درمیان علمای قرن سوم (که تنها به ذکر نام معدودی از آنها اکتفا کردیم) ابوعبداله محمدبن موسی الخوارزمی یکی از مهمترین متفکران وریاضی دانان تاریخ علم محسوب می شود. نظریات ونوشته های اوشاید مهم ترین تأثیر را برتکامل ریاضیّات داشته است. رسالهٔ اودرحساب (متن عربی آن مفقودشده ، ولی ترجمه لاتین قرن ۱۲ آن موجوداست) درواقع مبیّن مبانی علم حساب است وتوسط همین رساله است که عمل حساب وشمارش برمبنای ارقام هندی (که بعدها بنام ارقام عربی معروف شد) درریاضیات رایج شد. کتاب " الجبروالمقابله " اواولین کتاب درمبانی حساب تحلیلی وجبراست واولین ریاضی دانی است که جبروحساب تحلیلی را ازهندسه متمایزومبانی آنرا بیان کرد. علاوه بر ابداعات پرارزش درریاضیات ، خوارزمی تحقیقات ذیقیمتی در جغرافیا نیزکرده است ، وکتاب " صورة الارض " اوبیان کاملتری ازجغرافیای بطلمیوس بشمارمیاید. ارزش رساله های خوارزمی تاحدّی است که قرنها ترجمه های لاتین آنها دراروپا تدریس می شودونام علم حساب تحلیلی " جبر " ازعنوان کتاب " الجبرو المقابله " اوگرفته شده ، وچنانچه درذیل اشاره خواهیم کرد ، به احتمال زیادواژه " الگوریتم " تحریفی است ازنام او.

درتاریخ ریاضیات ، واژه " الگوریتم " به عمل شمارش برمبنای نظام علائم اعدادعربی (یعنی ، ۱، ۲، ۳، ... درمقابل اعدادیونانی - رومی I,II,III,IV,.....) الصاق شده است. بطورخلاصه امروزه " الگوریتم " یعنی شیوه ونحوهٔ حساب توسط نمادها برمبنای ضوابط معیّنی که منجربه حل یک مساله ، مثلاً p_1 ، ازیک طبقه مسائل ، مثلاً P ، بشود $P \equiv [p_i] : p_1 \varepsilon P$ مفهوم الگوریتم ازطریق ترجمه های لاتین متون ریاضی علمای مسلمان دراروپای قرون وسطی ، ازحدود

اوایل قرن ۱۲میلادی به‌بعد، رایج شدوعملا"تحول بنیانی در مبانی علم‌حساب یونانی - رومی ایجادگرد. مورخین ریاضیات بالاتفاق قائل هستندکه مبانی علم‌حساب جدیدوجبرتوسط خوارزمی پایه‌ریزی شدورواج آن دراروپا مبتنی برترجمه‌های لاتینی رسائل اواست. دراین ترجمه‌ها واژه" الگوریتم" به‌طُرُق مختلف نگاشته می شده، ازجمله:

Algorismus, Alchoarismus, Alkauresmus

احتمال زیادمیرودکه‌واژه" الگوریتم" تحریف شده‌ازنسبهٔ الخوارزمی باشد.[۱]

کتاب" الجبروالمقابله" خوارزمی درقرن ۱۲میلادی توسط مترجم‌گمنامی به‌لاتین ترجمه‌شد، وتنها نسخه‌موجودآن راکه دردانشگاه‌کمبریج است B. Concompagni درسال ۱۸۵۷ دررم‌چاپ ومنتشرکرد.[۲] درآغازاین رساله‌به‌عبارت:

"dixit Algorithmi"، که‌ترجمهٔ "قال الخوارزمی"[۳] است، برمی خوریم. این مطلب تنها مؤیّدآن می تواندباشدکه " الگوریتم" دراصل نسبهٔ الخوارزمی بوده، وبعدها براثر تحریف ورابطهٔ مستقیم‌رسالهٔ خوارزمی باعلم‌حساب، "الخوارزمی" مترادف باخودعمل شمارش شده‌است.

البته‌شرح وتفصیل های متعدددیگری برای توضیح اشتقاق واژه" الگوریتم" داده‌شده‌است، ولی هیچ کدام‌به قدرت‌آنچه دربالاذکرکردیم‌نیستند. برای مثال دواشتقاق عنوان شده‌راذکرمی کنیم:

۱ - " الگوریتم" رامشتق ازنام‌فیلسوفی بنام Algusدانسته‌اند، ولی چون چنین فیلسوفی شناخته‌نشده‌این اشتقاق صحیح نمی تواندباشد.

۲ ـ " الگوریتم" را متشکل از دو قسمت الف لام تعریف عربی و واژه یونانی arithmos (به معنی شمارش) دانسته اند. ظاهرا "این اشتقاق نیز صحیح نمی تواند باشد، چون به نظر می رسد پس از اینکه معنای الگوریتم متداول شده، سعی کرده اند واژه یونانی arithmos را به نحوی به معنای آن الصاق کنند.

بنابراین آنچه به نظر می رسد، وافرادی چون خدیوجم، سوتر و سارتن نیز قائل بآن هستند، این است که واژه " الگوریتم" از نسبه محمدبن موسی الخوارزمی گرفته شده است.

حسین ضیائی

یادآوریها :

(۱) ـ " نسبه " قسمتی از اسم‌گزاری مرسوم‌نزدمسلمین است . این قسمتها عبارتنداز : اسم ، کنیه ، نسبه ، لقب .

(۲) ـ برای اطلاع‌بیشتر از ترجمه‌های این کتاب ، ودیگرمسائل مربوط به‌خوارزمی رجوع کنیدبه مقدمهٔ سودمندآقای حسین خدیوجم ، برترجمه‌ای که‌ایشان از " الجبروالمقابله " بفارسی نموده‌اند : انتشارات خوارزمی ، ۱۳۸۴ ، صفحات ۳ الی ۲۳.

ونیزرجوع کنیدبه :

G,Sarton.Introduction to the history of science Washington, 1968. vol. I, pp. 563, 564.

(۳) ـ ر. ک ." جبرومقابله " ، ترجمه‌حسین خدیوجم ، ص ۲۵ : " خوارزمی چنین گوید".

4-L.H. Suter. uber die im "LIber augmenti et diminutionis"Varkommenden Autoren. (Bibliotheca Mathematica, vol 3, 350-354, L902)

فصـــل ۱

مولف : هگل کیوری
ازکتاب : خلاصه‌ای ازفلسفهٔ
ریاضی صورت گـــرا
مترجـــم : علی اردشیرلاریجانی

این سلسله مقالات ، فلسفه ریاضی را بررسی میکند . نه ازنقطه نظریک فیلسوف ، بلکه ازنظریک ریاضیدان که فرصتی داشته است تا درماهیت عملش تفکرکند .
من کاملا" واقفم که درنوشتن چنین کتابی یک خطرنیزوجوددارد ، و آن اینست که :
بدون شک فلاسفه این اظهارات راپیش پاافتاده میابندچراکـــه بیشترفضای بحث به مطالب صوری (فرمال) اختصاص داده شـــده است . وازطرف دیگراحتمالا" احساس میکنندبهتراست که ریاضی - دانان وقتشان صرف ایجادوخلق مطالب جدید ، درقلمروریاضی ، بشود .

اماسوای این حقیقت که : انتقادمعمولا" یک تاثیرمهیج برتحقیقات گذاشته است . امادرحال حاضرآشکاراست که احتیـــاج بخصوصی برای اینگونه تحقیقات احساس میشود ، برحسب تقسیـــم شدن تحصیلاتمان به بخش های جداگانه ، ریاضیدانان وفیلسوفان تماس کمی باهم دارند ، بااین اضافه که باایجادمنطق ریاضـــی

(بخصوص) روشن شده است که لازم است روابط بین ایندو (ریاضی وفلسفه) تجدیدبنا گردد. این تجدیدروابط درحقیقت یکی از هدفهائی است که محققان طرفدار منطق صوری (سمبلیک) دنبال میکنند.

اگراین کتاب اندکی ازحوزهٔ مطمئن ومشخص کار، قدم فراترگذاشته است، (بدین خاطراست که) سعی شده تا بانیمی از خواستهای فلاسفه نیزتلاقی کند. ومن امیددارم که نتیجه کارهم برای ریاضیدانان وهم برای فیلسوفان جالب باشد.

یک بحث پیرامون مباحث خاص (مربوط به فلسفه ریاضی) میباشد قسمتی ازاین مباحث ازروی علاقه شخصی خودم انتخاب شده وقسمتی دیگربوسیله تماس ها وگفتگوهای شفاهی (یا بطریق دیگر) با همکارانم، ومن ضمن طرح سوالهایم، تاکیدخاصی برسوالهائی کرده ام که رهنمونهائی رانشان دهد.

با توجه به محدودیتهای فوق، قصداین کتاب اینست که خودکفا باشدوهیچگونه کوشش خاصی نشده است تا این کتاب به مسائل بکرونوینی منحصرگردد.

درعین حال من کوشش نمیکنم که تاریخچه مطالب رابگویم، مفاهیم راتانقاط آغازی (نقطه پیدایش) بکشانم. این کتاب بیشتر به یک تراوش مستقیم فکرمتکی میباشدتا به یک مروربر نوشته های موجود. البته ارجاع به نوشتجات مختلف اینجا و آنجا درمطالب داده شده است، اما من ممکن است تحت تاثیرتماسهای قدیمی قرارگرفته باشم که فراموش شده است.

درپایان (لازم به تذکراست که) با وجوداینکه درعنوان کتاب کلمه فلسفی عنوان شده است، اما قسمت قابل ملاحظه ای از بحثها اختصاص به مطالب اساسی ریاضی داردکه توجه فلسفی بدانها فرض شده است.

چون ما به مجلات گوناگون وکتابهای زیادی مراجعه کرده ایم، در

ذکر اینگونه منابع اختصار لازم را رعایت کنیم. پس من از طرح زیر استفاده میکنم:

حرف "J" نشان دهنده JOURNAL OF SYMBOLIC LOGIC میباشد و با شماره مجله و شماره صفحه، یا صفحه اصلی یا در مرور آن همراه است.

حرف "C" نشان دهنده CHURCH'S BIBLOGRAPHY در 121-128 و J_1 و (178,212) و J_3 میباشد و این $\underline{\underline{C}}$ با علامتی که مراجعه به نویسنده است همراه میباشد.

حرف "Z" نشان دهنده Zentral-blatt für mathematik است و شماره صفحه و جلد نیز همراه آن است.

مسئله حقیقت ریاضی

مسئله اصلی یا بنیادی در فلسفه ریاضی، تعریف حقیقت ریاضی است. اگر بنا باشد که ریاضیات را بعنوان یک علم تلقی کنیم، آنگاه باید شامل گزاره‌هایی مربوط به یک موضوع خاص باشد. بطوریکه آن گزاره‌ها تا آنجائی که درست باشند که با واقعیت منطبق گردند.

یک ریاضیدان معمولی، نقطه نظر حقیقی را بر دقت زیاد مبتنی میداند، او یک گزاره ریاضی را موقعی درست میداند که بتواند یک اثبات محکم و دقیق از آن ارائه دهد. اما موقتی ما ماهیت این دقت و استحکام (استدلال را) بررسی میکنیم با ابهاماتی در این امر روبرو میشویم (بدین معنی که این استدلال) بیشتر بر مقولات ذهنی خود ریاضیدان مبتنی است.

با وجود این، افراد هوشمند عقیده داشته اند که ریاضیات ابدا "علم

نیست ، واین قضیه تاحدی صادق ودرست است . چراکه (ریاضیات) نه موضوعی داردونه ملاک ومیزانی برای سنجش حقیقت ،ودرآخرین تحلیل : ریاضیات بطورخالص برملاحظات ظریف طبع متکی میباشد .
حال ، باوجودتاریکی وابهامی که درموردنکات ظریف طبعی وجوددارد ، لیکن نمیتوانیم باچنین توصیفی که ازموضوع علم ریاضی میاورند ، متقاعدشویم .
بایدملاک ومیزان مشخص وواقعی از حقیقت وجودداشته باشد و اولین وظیفه علمای اهل منطق ریاضی نیزپیداکردن چنین ملاکی است .
اولین فرآیندیاتزاین کتاب این است که یک چنین تعریفی را میتوان پیداکرد . یقینا "ریاضیات رامیتوان بصورت یک علم پنداشت ، بطوریکه مستقل ازپیش فرضهای فلسفی ، مگرمقدماتی ترین آنها ، باشد . مبتنی برچنین پنداشتی ، ریاضیات ،مانند وعلم دیگر ، قسمتی ازداده های فلسفی رانیزشامل میگردد .
بطورخلاصه ، سه نظراساسی درموردماهیت این موضوع (ریاضی) وجوددارد :
۱ - رئالیسم (واقعگرائی یااصحاب اصالت واقع) . طبق این نظریه ، گزاره های ریاضی درست هستند ، هنگامیکه با محیط مشخص وطبیعی ما (محیط فیزیکی) قابل انطباق باشند .
۲ - ایدالیسم (پندارگرائی آرمان گرائی یااصحاب اصالت معقولات مجرد) . که ریاضیات رابه نحوی ازانحاء به اشیاء وموضوعات ذهنی مجردمربوط میکند .
۳ - فرمالیسم (صورت گرائی یااصحاب اصالت صورتهای ذهنی) .
نقطه نظراصحاب اصالت واقع (رئالیستها) ، توسط بیشترریاضی دانان جدی گرفته نمیشود ، البته چنین نظرهائی می بایست در بدوامرنقطه نظرهای ابتدائی ریاضیات بوده باشد .

درمیان افرادبدوی ، ریاضیات اساسا "تجربی میباشد . اما امروزعلیرغم نکته مذکور ، این نظرغیرقابل دفاع است . یک دلیل برای این مطلب این است که : هیچ چیزدردنیای خارجی وجودندارد که برمفهوم بینهایت منطبق باشد . ولی لزومی ندارد که دراین مطلب دقیق شویم ، زیرا این نکته کاملا" واضح است . اشخاص معمولا" ریاضیات را مجرد می پندارندواین مطلب برای دانشجوی جدی این رشته بدیهی است که قضایای ریاضی ، مستقل از هرگونه تمسکی به دنیای خارج ازذهن ومحسوس صرف ، قائم میباشد پس دونقطه نظرکه باقی میماند ، پندارگرائی وصورت گرائی است . باموضع پندارگرائی (ایدالیسم) درفصل آینده آشنا می شویم و پس ازبررسی به ماهیت صورت گرائی ، برمیگردیم به تعریف صورتگرائی از حقیقت ریاضی درفصول باقیمانده این کتاب ، رابطه ریاضی وموارد کاربردمبانی ریاضی رابررسی میکند .

فصل III نظریه ایدالیستی (پندارگرائی) ریاضیات

ازنقطه نظر اصحاب اصالت مجردات ذهنی ، ریاضیات عبارتست ازبررسی نوعی اشیاء ومعقولات ذهنی . درموردماهیت این گونه اشیاء ذهنی ، نظریات گوناگونی وجوددارد. ازیک طرف ، نظری است که به افلاطون گرائی platonism معروف است . این نظربرای کلیه تصورات محدودازریاضیات کلاسیک ، استقلال وجودی قائل میباشد. وازطرف دیگر، شهودگرایان هستندکه مبنای هرچیزرا برکشف وشهودبنیادی ماتقدم ودارای امتدادزمانی میدانند.

تمام صورتهای مختلف پندارگرائی ، موردانتقادهای اساسی یکسانی قرارمیگیرند. برای مثال (این انتقادکه) ملاک سنجش حقیقت منتج مبهم است ومبتنی است برمفروضات مابعد ـ الطبیعی ، اما اگربنابراین باشدکه ریاضیات رابتوان مشخص به صفت قائم بودن پیش ازمفروضات فلسفی دانست ، چنین مفروضاتی نبایدداخل ریاضیات باشند.

بااینکه این انتقادکه درمقابل افلاطون گرائی قرار میگیرد، بوسیله نقالان شهودگرا به طرزبسیارموثری نشان داده شدْ است ، اماهمان انتقادنیزدرمقابل شهودگرایان قرارمیگیرد ، لااقل درشکلی که براور Brouwer ومکتبش عنوان کرده اند.

درواقع حکمی که هی تینگ نموده ، گویای ابهامی است که به آن اشاره کردیم.

"uber dies ist es an sich widersinnig die Moglich-keiten des Denkens in das Mieder bestimmter zuvor angegebener Konstrucktionsprinzipien Zwangen zu wollen. Man muss sich also daraf beschranken durch mehr oder weniger voge umschreibungen."

اما درباره صفات مابعدطبیعی ، ازنوشته‌های خودشهودگرایان آشکار است که شهودبنیانی واصلی آنها بایدخاصیتهای زیر را دارا باشد ،

۱ ـ ذات کشف وشهودنوعی کنش ویک فعالیت فکری است
"eine Konstrictive takigkeit unseresverstandes."

۲ ـ به‌عنوان ملاک ومیزانی برای حقیقت ، شهودبنیانی دارای صفت مقدم‌بودن است
(Die Mathematichen Gegen Stande werden von dem denken den Geist unmittelbar erfasst; die mathematische Erkentnis ist daher von der Erfahrung unabhanig.)

۳ ـ شهودبنیانی اززبان استقلال دارد.
۴ ـ دارای ماهیت خارجی است ، حداقل تااندازه‌ای که آن در تمام‌جوهرهای متفکر (یا موضوع مدارک) یکسان باشد.
حال حداقل مشکوک بنظرمیرسد ، که‌چیزی چون یک شهودیا درک مستقیم‌شهودی که‌دارای مشخصات مذکوردربالاباشدیا حتی سه مشخصه اول رادارا باشد.
اصلا"وجودداشته باشدیا خیر.
تردیدمیکنیم‌که مثلا"معرفت ماتقدم‌یافطری ، وجودداشته باشد ، چون گفته‌شده‌است : اینکه‌هرنوع تفکری بدون زبان غیرممکن است امری معقول است . بعلاوه‌اگرقراربا شدکه‌شهودگرایان بتوانندتعریف حقیقت‌ریاضی رادرمنتهای امربدهند ، شرط چهارم‌مذکوربرای آنها مطلقا"الزامی بشمارمیاید.

فرض برقراری آن درواقع صرفا "یک اصل موضوعه است .
خلاصه مطلب اینکه تعریف ریاضی شهودگرایان فقط برای افرادی معنی ومفهوم داردکه یک شهودواشراق قبلی که هم موجودوهم معقول ماسوای زبان وبیان باشد، راقبول کنند. باوجوداین ، این فرض برای برخی ازانواع فلسفه قابل قبول می باشد، اماهنوز این ، صرفا "یک فرض است وازنقطه نظرهای دیگرسست ومتافیزیکی میباشد. شبیه به این فرض یاحتی فرضهای مشکوک تردرقسمتهای دیگرتئوریهای پندارگرائی آنها واردشده است (تکرارمباحث معروف لازم نیست) درنتیجه ، من معتقدم که تعریف ایدالیستی (پندارگرائی) ریاضی غیرقابل دفاع است .
بایدتاکیدکردکه این دلیل وبرهان ، بدین معنی نیست که این فرضها اعتبارندارند. درحقیقت ارزش خاصی درموردا ین فرضها وجوددارد. یک فردمیتواندحتی برای موضع افلاطون گرائی، چنانچه درذیل اشاره خواهیم کرد، مطالب محکمی راعنوان کند. برچه اساسی وجودخارجی میزی (تابلوئی) راکه روی آن می - نویسم ، اثبات نمایم؟ میدانم ودرک کرده ام که یک فردمیتواند پیوسته به نظریاتی اعتقادداشته باشدبه نام ذهن گرائی که چیزهای فیزیکی ، وجودخارجی ندارند، یعنی تمام حقیقت محسوس موضوعا ذهنی هستند. درحقیقت ، شخص ، وجوددنیای خارج راثابت نمیکند، آنرا مسلم فرض میکند. بنابرهمین طریق میتوان یک وجودخارجی برای تمام وانواع مفاهیم ریاضی فرض نمودومن این رایک حرف مزخرف وبی مفهوم نمی بینم ، امانکته دراین است که سوالهای مطرح شده ، سوالهای ریاضی نیستندوتعریف حقیقت ریاضی نبایدبرحل اینچنین مسائلی متکی باشد .دربازگشت به شهودگرائی ، من آنرایک نوع ایدالیسم (پندارگرائی) پنداشته ام که حداقل نظربراوروهیتینگ را مشخص مینماید (به ایرادبالاتوجه کنید) اماامکان داردکه بتوانیم ازریاضیاتی

ذاتا "شهودگرا برمبنای نظریات کاملا" متفاوتی ، دفاع کنیم . کلیه این قبیل شهودگرائی ها را میتوان برمبنای یک سوال مطرح شده توسط اصحاب اصالت صورت (فرمالیستها) موردپرسش قرارداد : این نوع ریاضی بیان کامل ازتمامی ریاضیات موجودومورد عمل نیست ، البته نکته اساسی این پرسش ها این است که آیا میتوان تمامی ریاضیات را مبنی بردلائل دیگری بیان کرد؟ واگرجواب مثبت باشد ، ایرادوارده برشهودگرایان قاطع واساسی خواهدبود .

یادآوریها :

۱ ـ این نام از Bernays (C287.17) گرفته شده است .

۲ ـ هم افلاطون گرایان وهم شهودگرایان دارای انشعابات دیگری هستند . درهرحال دراین موردنویسندگان زیادی غالبا" با یکدیگر اختلاف دارند .

3- Cf. Hahn C. 419,2.

4- C 385, 10 P. 12.

5- Ibid, P. 2.

6- Ibid, P. 3.

7- Ibid, P. 13.

حسن خیّام باشی

بررسی علل پیدایش ریاضیات و چگونگی تکامل آن

میخواهیم بدانیم که : ریاضیات چگونه و از چه زمانی بوجود آمد ؟
: چه عواملی در این پیدائی تعیین کننده بودند ؟
: نخستین مفاهیم ریاضی کدامند ؟
: ریاضیات چگونه تکامل یافت و آیا قانونمندی در این تکامل وجود دارد یا نه ؟

قبل از پاسخ به سوالات فوق ، نخست این سوال مطرح میشود که اصلا" ریاضیات چیست ؟ شاید ، بنظر بعضی این سوال ساده بیاید و پاسخ ساده‌ای بدان بدهند که : " خوب ، ریاضی همان دو دوتا چهارتاست و جمع وضرب و این کارها " . اما کسی که چنین پاسخی به سوال فوق میدهد ، یا هیچ چیز از علم ریاضی نمیداند و یا ریاضیات را با جزء ناچیزی از آن (مفاهیم اولیه حساب) اشتباه گرفته است .
تعریف علم ریاضی هم مثل خود این علم ، درطول تاریخ

تغییرات بسیاری کرده ومدام تکامل یافته است. واضح است که باید چنین باشد، چراکه دامنهٔ آگاهی وشناخت ما از پدیده های دنیای مادی ودنیای ذهنی روزبروز وسیعتر میشود وهرروز گوشهٔ تازه ای ازجهان پیرامون برای بشرروشن میگردد. وبشرنیزهمرا باکاملترشدن شناختش، تعاریف وقوانینی که برای جهان داده بود، منظم تروکاملترمیکند. ازاینرو، بهترین ودقیقترین تعریف ریاضی رانیزدانشمندان قرن بیستم تنظیم نموده اند:

حساب (ریاضیات) علم روابط کمی وواقعی است که آنها را (این روابط را) بصورت کاملا" مجردبررسی میکند.[1]

توضیح اینکه: هرشئی یاپدیده ای دارای دوجهت میباشد:

یکی کیفیت ودیگری کمیت.

کیفیت شئی، خواص وروابط درونی آنرا مشخص میکند، یعنی همان خواصی که شئی رابایدشناساند. اماکمیت، مقداروانداز ه خواص شئی راتعیین میکندوکاری به خودخواص ندارد.

مثلا" کیفیت آب همان نوع اتمهای تشکیل دهنده آن (اکسیژن و ئیدروژن) وانرژی بین مولکولی ونوع پیوندهای موجودبین مولکولهای این عناصرو.... است. اماکمیت آن، حجم، مقدار گرمی یاسردی ودرجهٔ ظرفیت آن مقدارآب میباشد. همانطورکه مشاهده میکنید، کمیت رامیشوداندازه گرفت.

ریاضیات هم، علم بررسی روابط کمی اشیاء مادی است ودرریاضیات ماکمیت یک شئی راازمحتوی وکیفیت آن جدا میکنیم (انتزاع)

مثالی بزنیم: وقتی ما میگوئیم ۴ = ۲ + ۲ منظورمان ۲ عنصر به علاوه ۲ عنصردیگراست که میشود ۴ عنصر. حال کاری نداریم که ۲ گوسفندرابا ۲ گاوجمع کرده ایم یا ۲ نیزه رابا ۲ کمان. بلکه ازتمام این اشیاء ماخصوصیات مشخصشان (گوسفندبودن ـ گاو بودن و...) فقط تعدادشان (کمیت) رادرنظرگرفته ایم وروابط بین کمیتشان رابررسی کرده ایم. این مهمترین واساسی ترین

خصوصیت علم ریاضی است . که با زبان فلسفی میگوئیم : ریاضیات مفاهیم و روابط را بطور انتزاعی (جدا از ماهیت) بررسی میکند . انتزاعی ترین علوم ، ریاضی است ، در علوم دیگر ما با پدیده های مشخصی روبرو هستیم ، مثلا" در زیست شناسی زندگی و تکامل حیوانات را بررسی میکنند (یعنی موضوع تحقیق مشخص است) و یا در علم تاریخ قوانین رشد و تکامل جوامع بشری را ارائه میدهند . این است که در بررسی علوم طبیعی ، اسلوب آزمایش کردن نقش مهمی دارد و در علوم اجتماعی مشاهده بسیار مهم است . اما در ریاضیات چون با مفاهیم مجرد (مثل ، عدد ـ مجموعه ـ معادله ـ دستگاه ....) و روابط مجرد (مثل جمع کردن ـ به توان رساندن ـ جزر گرفتن ...) سروکار داریم ، نتیجتا" روش تحقیق مان هم با روش تحقیق (اسلوب) علوم دیگر تفاوت دارد . در علوم دیگر از آزمایش ، مشاهده ..... استفاده میکنیم ، اما در ریاضیات از طریق استدلال منطقی به اثبات نظریه ای می پردازیم بنابراین نمیتوان فلان قضیه یا رابطه ریاضی را در یک مورد مشخص ثابت کرد و نتیجه گرفت که این قضیه درست است . بلکه جدا از مثالها و از طریق استفاده از اصول منطقی و با استفاده از خود تعاریف یعنی استدلالی که از خود مفاهیم ناشی میشود آن قضیه را اثبات میکنیم .

الکساندرف ـ فیلسوف و ریاضیدان بزرگ شوروی میگوید :

خصیصه انتزاعی بودن ریاضیات ، این حقیقت را از قبل مشخص میکند که قضایای ریاضی تنها از راه استدلالی که ناشی از خود مفاهیم ریاضی است اثبات میشود.[۲]

پس دو خصلت مهم ریاضیات ، این است که اولا" ریاضیات ، روابط کمی واقعیت را جدا از محتوی آن بررسی میکند و دوم اینکه روش یا اسلوب علم ریاضی ، روشی انتزاعی ، بر اساس استدلال منطقی است .

با این تعریفی که از ریاضیات نمودیم ، میخواهیم ببینیم :
ریاضیات چگونه و از چه زمانی بوجود آمد؟

واضح است که همه مفاهیمی که اکنون در ریاضیات داریم ، اوا ول وجود نداشته اند . بلکه هرکدام در یک دوره از تاریخ تکامل ریاضیات (بتوسط بشر) بوجود آمده اند . مثلا" در دو هزار سال پیش مفهوم مجموعه ها یا حساب دیفرانسیل وجود نداشته است . پس یک نوع تکامل تاریخی در زندگی ریاضیات مشاهده میکنیم : زمانی اصلا" جبر وجود نداشت اما ، حساب یا هندسه بود ، زمانی هرسه این تئوریها بودند اما آنالیز توابع وجود نداشته ، حتی تا چند ده سال پیش ریاضیات معاصر هنوز تنظیم نشده بود . اما قدیمی ترین مفهوم ریاضی را می شود مشخص کرد و آن مفهوم عدد است و اشکال هندسی . پس ببینیم این دو مفهوم - که زیربنای حساب و هندسه را بوجود میاورند - از کی و چگونه پدید آمده اند .

پیدایش حساب و هندسه . الف : حساب

سنگ بنای حساب را عدد تشکیل میدهد . اما عدد چیست ؟ منظور ما از عدد - مثلا" عدد ۵ - خاصیت مجموعه ایست که تعداد عناصر ش برابر با تعداد عناصر مجموعه ای دیگر - مثلا" انگشتان یکدست انسان - باشد از آنها انتزاع نموده ایم . این عمل احتیاج به **قدرت انتزاع دارد** . کاری که از توان بشر اولیه خارج بود .

بشر اولیه هنوز اینقدر توان تجزیه و تحلیل خواص یک مجموعه را نداشت که بتواند خصلت کمی آنرا انتزاع کند . او یک مجموعه را بصورت یک واحد همگون - متجانس - میدید و در ابتدا قدرت تجزیه مجموعه را به خواص و اشیاء گوناگون نداشت ، او برای دستیابی به چنین قدرتی سه مرحله را پشت سر گذاشت . در مرحله اول پس از اینکه چندین هزار بار با یک مجموعه از اشیاء روبرو شد ،

متوجه شدکه این مجموعه یک خاصیت مشترک با مجموعه های دیگری که دیده دارد، (تعداد عناصرشان باهم برابراست) . یعنی کمیت مجموعه را نه جدا از آن بلکه با مقایسه با لیست مجموعه دیگری درنظر میگرفت . کار این مقایسه بجائی رسیدکه مثلا "بشر تعداد عناصر مجموعه های هم اندازه را با انگشتان دست ویا تمام انگشتان یک انسان مقایسه میکرد وبهمین ترتیب مجموعه های مشخصی (مثل پنجه دست ، دوتا چشم ، بیست انگشت بدن ...) میزان مقایسه برای مجموعه های هم ارزمی شدند .

آنگاه گفته میشدکه این مجموعه به اندازهٔ پنجه عنصر دارد (یعنی ۵ عنصر) ویا آن مجموعه به اندازهٔ آدم عنصردارد (بیست عنصر) . این نخستین مرحلهٔ انتزاع بود .

کم کم خودلفظ پنجه ویا لفظ نظیرآن به عنوان یک عددشکل میگرفت . منتهی بشرهنوزاین قدرت را نداشت که عددرا جدا از معدود (یعنی مجموعه ای که این تعداد عنصردارد بکار ببرد . پس همیشه میگفت پنج اسب ویا دودرخت (ونه پنج تنها یا دوتنها) : حتی گاهی یک عددبرای معدودهای گوناگون نامهای متفاوتی داشت . این دومین مرحلهٔ انتزاع عددبود . به مرور زمان براثراستفاده روزافزون ازاین نامگذاری اعداد و احتیاجات بشراولیه برای بکاربردن عددبطورکلی ، عددمجرد وجدا ازمعدودشکل گرفت . (سومین مرحله انتزاع عدد) اماهنوز علامتگذاری برای عددبوجودنیامده بودواین کارروزبروزبیشتر لازم میشد . وقتی بشرشروع کردبه نوشتن افکارخویش ، علامتگذاری هم پیداشد . چراکه بشراحتیاج داشت تاعددراتجسم کند . اماعددرا نمیتوانست تجسم کند ، بلکه میبایست درباره آن فکرکند . ووقتی این فکرراثبت میکرد (می نوشت) علامت مستقلی برای هرعدد بوجودمیاورد . مثلا "علامت "V" برای عددپنج بدین ترتیب شکلی مادی برای عددپیداشد . یعنی عددازذهن خارج شد و روی

کاغذآمدواین یکدرجه تکامل درپیدایش سیستم اعداداست . همان طورکه گفته شد ، ابتدا با انتزاع ازواقعیت مادی مفهوم عدددر ذهن پیداشد. یعنی نفی ماده وبعدازمفهوم ذهنی عدد علامت عدد که شکل مادی آن مفهوم است پیداشدیعنی نفی مفهوم ذهنی که خود نفی واقعیت مادی بود . پس نوعی نفی نفی صورت گرفت تا علامت عدد ایجادشد .

واما چراوچگونه سیستم فعلی علامتگذاری اعدادبوجودآمد؟

باگسترش تمدن وپیچیده ترشدن زندگی انسانهای قدیم ، بشرنیاز پیداکردکه بتواندا عدادبزرگ را نیزعلامتگذاری کند .بخصوص : باظهوردولت لازم بودکه مالیات جمع آوری شود ، قشون جمع آوری شودواختیاجات آن تامین گرددومانندا ینها !

همه اینها احتیاج به محاسبه با اعدادبزرگ داشت ، پس تلاش برای ایجادسیستم عددنویسی اوج گرفت وسیستم های عددنویسی بابلی (دستگاه دهدهی ودستگاه با مبنای ۶۰) رومی ومصری و.....

بلاخره سیستم هندی بوجودآمدکه کاملترین سیستم عددنویسی است و مبنای سیستم فعلی عددنویسی واقع گشت .

شکل صفحه بعد علامت گذاری اعداد نزد ملل مختلف را نشان می دهد.

این مختصرنشان میدهدکه احتیاجات مادی بشراولیه علت پیدایش مفهوم عددوحساب است وبرخوردانسان با محیط زندگیش وبدنبال آن رشدفکریش (پیداشدن قدرت انتزاع دراو) سبب بوجودآمدن سیستم عددنویسی وبعدپیدایش حساب گشت .

این درموردحساب اولیه ، امابببینیم وضع هندسه چگونه بود؟

ب ـ پیدایش وتکامل هندسه :

درباره موضوع هندسه میتوان گفت :

موضوع هندسه عبارتست ازاشکل فضائی اجسام حقیقی وروابط آنها

ارقام قبیله های	رومی	مصری		گرجی	عربی	یونانی	چینی			اسلاوی	
		هیراتیکی	هیروگلیفی				علمی	اقتصادی	قدیمی	گلاگولیتیس	کیریلیتس
							O	O			
•	I	I	I	১	ا	ā	i	一	一	+	ā
••\	II	Ц	II	δ	ب	β̄	II	二	二	ᴣ	в̄
•••	III	Ш	III	ȝ	ج	γ̄	III	三	三	ᴣ	г̄
••••	IV	Ш	IIII	৫	د	δ̄	IIII	✕	四	ȣ	д̄
—	V	⅂	⅀	∂	ه	ē	IIIII	〆	五	ѥ	є̄
·̄	VI	⅁	⅀	ȝ	و	ζ̄	⊥	⊥	六	ꙁ	ꙁ̄
·̄·	VII	⅂	⅀	৪	ز	ξ̄	≡	≡	七	ѕ	ѕ̄
·̄··	VIII	⅂	⅀	৫	ح	η̄	≡	≡	八	и	ӣ
·̄··	IX	⅂	⅀	৩	ط	θ̄	≡	〆	九	ѳ	ѳ̄
=	X	∧	∩	∩	ى	ī	⊥O	十	十	ᴣ	ї
	XX	∧	∩∩	∂	ك	κ̄	⊥⊥O	廿	廿	ȣ	к̄
	XX :	∧	∩∩∩	৩	ل	λ̄	⊥⊥⊥O	卅	卅	ѧ	л̄
	C	⸗	⸗	৫	ق	ρ̄	OO	百	百	ч	р̄
	M	⸗	⸗	∂	غ	ā	OOO	千	千	ѹ	ѹ̄

علامتگذاری اعداد نزد ملل مختلف

نقل ازمقاله ای.ک. باشماکوی وآ.پ. یوشکویچ «منشاء سیستم شمار»

(«دانسیکلوپدی ریاضات مقدماتی» جلد I چاپ مسکو ۱۹۵۱)

بنحوی که این روابط از همه خواص دیگر اجسام حقیقی منتزع شده و بعبارت دیگر روابطی بصورت کاملا" خالص باشد.

درحقیقت هندسه اشکال فضائی را بررسی میکند وشکل اجسام را از دیگر خواص آنها مثل وزن مخصوص ، رنگ ، وزن وغیره جدا میکند و آنگاه شکلهای کلی (بدون درنظرگرفتن اینکه این شکل یک توپ است یا کره زمین یا یک هندوانه) را وروابط بین آن اشکال را بررسی میکند.

می بینیم که درهندسه هم انتزاع صورت گرفته است . (همان کاری که انسان اولیه از انجامش عاجز بود) پس خوبست مسیری راکه بشر طی کرد تا به این حد از توانائی برای ایجاد مفاهیم هندسی وبعد تنظیم تئوری هندسه ـ رسید بررسی نمائیم.

نخستین اشکال ابتدائی درذهن بشر اولیه درجریان برخورد او با طبیعت ودنیای خارج از او پیدا شد. او هزاران بار با زه کشیده ٔ کمان وبا نورخورشید ویا نیزه ٔ بلندش روبرو میشد تا کم کم زمینه ٔ تصوریک خط راست درذهن او جوانه میزد .

هزاران بار با گردی ماه وخورشید ، گردی میوه های جنگلی ، ... روبرو میشد تا تصویریک دایره درذهن او شکل میگرفت . البته نباید این اشتباه را بکنیم که بشر اولیه گوشه ای می نشست وبا دیدن نورخورشید وزه کمان تصویرخط راست درذهنش ایجاد میشد وبا دیدن گردی هزاران پدیده ، تصویریک دایره .نه ا ، بلکه بشر ضمن مبارزه با طبیعت برای رفع احتیاجاتش بودکه بتدریج طبیعت را درک میکرد. بخصوص هنگامیکه میخواست چیزی را تولیدکند ، مثلا" ظرف گلی بسازد ، نیزه ای بسازد ، یا خانه ای بسازد ، مجبور میشد توجه بیشتری به طبیعت بکند. پس ضمن یک برخوردفعال با طبیعت واشکال اجسام طبیعی ، تصورگردی یا مستقیم بودن در او پیدا شد.

هندسه بوسیله مصریها کشف شدوضمن اندازه گیری زمین بوجودآمد. این اندازه گیری بعلت طغیان رودخانه نیل که دائما" مرزها را

می شست لازم بود.[۵]

وقتی رودخانه نیل طغیان میکرد مرزبین زمینهای کشاورزی شسته وازبین میرفت . این بودکه لازم آمدتا اولا" شکل زمینها (ویاحتی تعیین یک یا دوضلع آن) وبعد مساحت آنها مشخص شود . بدین ترتیب ، تصورشکل هندسی ، مساحت وحجم اجسام وطول خط و ..... بطورپراکنده وغیرمنظم بوجودآمد .

مصریها وبابلی ها میتوانستنداندازه مساحات واحجام ساده را معین کنند ، نسبت محیط وقطردایره را با دقت نسبتا "خوبی میدانستند وباحتمالی حتی میتوانستندسطح کره را بدست آورند . بطورخلاصه آنها مجموعه زیادی اطلاعات هندسی دراختیارداشتند ، ولی تاآن جاکه میتوان قضاوت کردهندسه آنها هنوزبعنوان یک علم تئوریک که شامل قضایا واستدلالهای مربوط به آن قضایا باشد ، نبود..... علاوه براین هندسه بطورکلی ازعلم حساب جدا نبود.[۶]

درحقیقت پس ازاضافات وتکاملی که به توسط فلاسفه بزرگی چون طالس ودموکریت یونانی وفیثاغورث وپیروانش درهندسه بوجودآمد برای اولین باراقلیدس اصول هندسه را بطورمنظم درکتاب معروفش مقدمات ارائه دادوآنچنان تئوری محکم ودستگاه دقیق وپر استحکامی رابوجودآوردکه تاچندین قرن (تازمان لباچفسکی و گوس ودیگران) به عنوان تنها تئوری هندسی پذیرفته میشد .

بدین ترتیب درقرن ۵ ق م هندسه بصورت تئوری ریاضی درآمد .

بدین ترتیب روشن شدکه علل پیدایش نخستین مفاهیم ریاضی ، چیزی جزانعکاس فعال دنیای مادی وواقعی درذهن بشر درطول تاریخ ودرجریان مبارزهٔ انسان باطبیعت نمی باشد . البته قصدنداریم که چندوچون پیدایش یک یک مفاهیم ریاضی راکه الان وجوددارد توضیح دهیم ، بلکه میخواهیم چه درموردعلل پیدایش ریاضیات وچه درموردچگونگی تکامل آن قوانین کلی ای بدست دهیم وبرای ملموس ترشدن این تحلیل به چندموردخاص (مثال)

نیزتوجه میکنیم. واما ادامهٔ بحث: وقتی کاملترشدن مفاهیم هندسه یا حساب را بررسی میکنیم، مشاهده میشودکه این دودرابتدا درارتباط تنگاتنگی باهم رشدمیکردند. مثلا"هنگام اندازه‌گیری طول یک قطعه زمین، آنرا به واحدهائی تقسیم میکردند (عمل هندسی) وباشمارش این واحدها (عمل حسابی) طول را می‌یافتند. حتی میتوان گفت که این ارتباط تئوری های حساب و هندسه ازعوامل موثردرتکامل ریاضی وپیدایش مفاهیم تازه است. بعنوان مثال، مفهوم عددکسری وقتی پیداشدکه بشرحین اندازه گیری طول یک قطعه زمین مشاهده میکردکه درطول این زمین به تعدادصحیحی واحدطول نمی گنجد. پس مجبورمیشدواحدرانیزبه چندقسمت تقسیم کندوخلاصه بجای اینکه ۶ واحددریک طول بگنجد، ۶ واحدونیم یا ۱۳ تانیم واحدی میگنجیدوطول زمین $\frac{۱۳}{۲}$ میشد. مشاهده میشودکه ارتباط حساب وهندسه سبب پیدایش مفهوم عدد کسری شد. (این مسئله بارهادرتاریخ تکامل نظریات ریاضی تکرارمیشود) حال که تااندازه‌ای ریشه‌های پیدایش مفهوم عدد وشکل هندسی (مفاهیم اولیه ریاضی) رابررسی نمودیم میخواهیم بدانیم:

ریاضیات چگونه تکامل یافت وآیا قانونمندی دراین تکامل وجود داردیانه؟

تکامل ریاضیات تنها به این شکل نیست که نظریات ومفاهیم تازه‌ای روی هم انباشته شوند، بلکه پس ازیک مدت انباشته شدن وپیدائی نظریات جدید، یک تحول، یک تغییرکیفی درریاضیات پدید میاید.

مثلا"تاپیش ازقرن ۵ ق م. مفاهیم ونظریات حساب وهندسه (که زیربنای ریاضی بودند) مدام تازه‌تروبیشترمیشدند، تااینکه هردفعه رابطه نزدیکتری بین نظریات گوناگون وجنبه‌های مختلف این دوعلم بیشترمیشدتابالاخره درقرن ۵ ق م اقلیدس درکتاب

مقدمات با ایجاد تئوری هندسه ، نقطه عطفی درجریان حرکت ریاضیات بوجودآورد . یعنی دوره اول که دوره پیدایش نظریات و مفاهیم پراکنده حساب وهندسه است (مفاهیمی که مستقیما "از تجربه بشر بوجود جمدند ولی بدون ارتباط منطقی بودند) ، با پیدایش " ریاضیات خالص " مبتنی براصول منطقی به پایان میرسدودوره جدیدی آغاز میشود .

دوره دوم : درتکامل ریاضیات را دورهٔ ریاضیات مقادیرثابت (ریاضیات مقدماتی) نام گذاشته اند . این دوره با تنظیم هندسه توسط اقلیدس آغاز میشود .دراین دوره ریاضیدانان یونانی بعدازاقلیدس نظریه اوراغنی ترساختند . کشفیات تازه ای کردند وهندسه را تکامل دادند . الکساندرف میگوید :

مثلا"آنها مقاطع مخروطی ، بیضی ، هذلولی وسهمی را مطالعه میکردند ، بعضی ازقضایای مربوط به علمی که امروزه " هندسه تصویری " نامیده میشودراثابت کردند ، براساس هنسه نجومی - شان هندسه کروی را بوجودآوردند ، همچنین مقدمات مثلثات را فراهم آوردندو .... یک سلسله مساحات واحجام بعرنج را معین کرده اند (بعنوان مثال) ارشمیدس سطح یک قطعه سهمی را معین کردوثابت نمودکه این سطح دوسوم سطح مستطیلی است که شامل این قطعه سهمی باشد .۷

کارهای ارشمیدس خیلی زیاد ازنظرمحتوی به حساب دیفرانسیل انتگرال کنونی نزدیک بود ، فقط طرزعمل اومتفاوت بودوازروش هندسی استفاده میکرد (متغیروتابع رانمی شناخت) کلا"همهٔ دست آوردهای ریاضی یونانیها ، بعدازاقلیدس که تاقرن ۶ ادامه داشت تحت تاثیرهندسه شان بود . مثلا"معادله را بشکل هندسی بیان میکردند .

مثلا" $x^2+ax=b^2$ را اینطورمیگفتند : پاره خطی مانند

x را چنان پیدا کنید که اگر مربعی به ضلع x را با مستطیلی به اضلاع a و x جمع کنیم، مستطیلی بدست بیاوریم که معادل با مربعی به ضلع b باشد. ۸

پس می توان گفت یونانیها محتوی هندسه وحساب را تکامل میدادند: آپولونیوس تا حد زیادی درمخروطات به هندسه تحلیلی کنونی نزدیک شد ودرمحاسبه سطوح، ارشمیدس به حساب دیفرانسیل وانتگرال کنونی.

اما طرز بیان وشیوهٔ عمل آنها با همان کمیتهای ثابت واشکال هندسی بود، یعنی محتوی رشد میکرد ولی پوسته (شکل) ثابت بود، پس این باعث تورم محتوی وایستادگی پوسته درمقابل رشد محتوی میشد ولازم میآمد که پوسته قدیمی دریده شود وجایش راشکل نوتری، که با محتوی آن موقع ریاضیات سازگار باشد، بگیرد (این کار درقرون ۱۶ و ۱۷ میلادی انجام شد یعنی درمرحله سوم).

رشد ریاضیات دریونان تا قرن ۶ میلادی ادامه داشت. وازاین زمان که باقرون وسطی وتسلط فئودالیزم دراروپا همزمان است علوم نیز دچار رفترت شدند. پس ادامه رشد ریاضیات به شرق زمین واگذار شد. هندیها دستگاه عدد شماری راکامل کردند (بشکل امروزی) واعداد منفی وگنگ راوارد محاسبه نمودند. درایران حکیم خیام وخواجه نصیرطوسی معادلات راساختند. معادلات درجه دوم وسوم حل شد. اما هنوزبشیوهٔ قدیم. درحقیقت لازم میشد که برای اعداد دلخواه (نه اعداد مشخص) علاماتی بوجودآید. مثلا" علامت (a) به عنوان یک عدد طبیعی (یک پله بالاتر ازانتزاع قبلی). مشخص گردد. درقرن ۱۶ دراروپا علامات جبری توسط وایت vite بکار برده شد. تئوری اتحادها و بینم نیوتن بوجود آمد ومحتوی جبرغنی ترشد.

بدین ترتیب نظریات تازهٔ هندسه وحساب منظم ،روی هم انباشته میشدند (اما بشیوهٔ کار با کمیات ثابت) یکی از مشخصات اساسی دوره دوم همین کار با مقادیر ثابت است . حتی هنگامیکه مفهوم عنصر مجهول x پیدا شد . بعنوان جانشین یک عدد ثابت بکار رفت . وقتی معادله درجه سوم حل میشد یک جواب ثابت داشت واین خصلت ، دوره دوم را از دورهٔ سوم تکامل ریاضی که دورهٔ کمیتهای متغیر است جدا میکند .

با پیدایش کمیات متغیر وبکاربردن آن درجبر و هندسه (آنالیز) سبب شد تا موانعی که برسر راه رشد جبر بوجود آمده بود (پوستهٔ قدیمی) برداشته شود وجهشی درریاضیات بوجود آید . اینجاست که یک تحول کیفی پدید میاید وریاضیات دارد آنالیز میگردد .

اما دراین تحول کیفی عوامل عینی وعوامل ذهنی موثر بودند . عوامل ذهنی را تقریبا "دردورهٔ دوم بررسی کردیم (رشد درونی نظریات ـ پیدایش جبر با زبان غیرجبری ارتباط بین نظریات جبر وهندسه) .

دوره سوم (پیدایش آنالیز) :

عوامل عینی که سبب پیدایش ریاضیات کمیات متغیر شدند کدامند ؟

درقرن ۱۶ و ۱۷ با پیدایش صنایع وتحول جامعه از مرحله فئودالی به سرمایه داری ، جهشی درتاریخ تکامل بشری صورت گرفت . حرکت درتمام بخش های جامعهٔ ایستهای قبلی رسوخ کرد . از تولید گرفته تا سیاست . وظیفه بررسی انواع حرکت (از حرکت مکانیکی و شیمیائی ....تا حرکت اجتماعی) به عهدهٔ علوم قرار گرفت . در آن زمان ، مکانیک قوی ترین وبالنده ترین علوم بود وبخاطر بررسی حرکت مکانیکی مورد احتیاج شدید تولید آن زمان قرار میگرفت . نخستین بار گالیله حرکت یک شئی را هنگام سقوط آزاد بررسی کرد وفرمول $S = \frac{1}{2} g t^2$ را بدست آورد .

فرمولی با متغیر t (زمان) . مفهوم تابع ومتغیر کم کم

شکل میگرفت . با بررسی فرمولهای زیادی ـ هم‌شکل فرمول فوق ـ انتزاعی صورت گرفت وفرمول کلی تر $y = \frac{1}{2} a x^2$ بوجودآمدوآنالیزیک قدم‌جلوتررفت وآنگاه با بررس فرمولهای زیادی که‌درآن یک متغیرویک تابع وجودداشت ، رابطه‌کلی ای چون $y = f(x)$ شکل گرفت (توجه‌کنیدعین همین جریان درموردپیدایش مفهوم وعلامت‌کلی عددحقیقی صورت گرفت)

درباره‌ٔ پیدایش آنالیزوتعریف آن دانشمندان گفته‌اند :

..... راحتی وسکون با طبیعت‌ناسازگاراست .... تمام طبیعت از کوچکترین ذرات آن گرفته‌تا بزرگترین اجسام‌درحال بوجودآمدن ونابودی دائمی ، دریک جریان همیشگی ودرحرکت ومتغیر خستگی ناپذیر بسرمیبرد . هرعلم‌طبیعی ، درتحلیل آخراین و یاآن جنبه ، این یاآن شکل حرکت را مطالعه میکند . آنالیز ریاضی قسمتی ازریاضیات است که‌روشهائی برای بررسی کمی جریانهای مختلف متغیروحرکت ورابطه‌بین بعضی ازمقادیررا با مقادیردیگربدست میدهد.[9]

واما بایدمتذکرشدکه‌قدم‌اول دربوجودآمدن ریاضیات کمیات متغیر رادکارت (درکتاب هندسه) برداشت .

دکارت ، درکتاب "هندسه" مسئله‌ای راکه‌برای جبردوران دوم حلش امکانپذیرنبودبا روشی هندسی حل نمودودریچه‌را به‌دنیای کمیات متغیرگشود . این مسئله $x^2+y^2=a^2$ بود که‌چون قبلاً"برای x یک مقدارثابت پیدا میکردندودرچنین معادله‌ای x مقدارثابتی نمیگرفت ، پس ازحلش عاجزبودند . امادکارت چنین گفت که‌برای هرمقدار x یک مقداربرای y مییابیم‌و شکل این رابطه‌را میکشیم . بدین ترتیب مفهوم‌تابع دقیقتر پدیدآمدند . (مشاهده میکنیدکه‌بازارتباط بین هندسه‌وجبر تکامل مفاهیم‌شد) .

درپیدایش هندسه‌تحلیلی ، هندسه‌قدیم ، جبرونظریه‌کمیت متغیر

نقش داشتند

تئوری مقاطع مخروطی محتوی اصلی فصول اولیه هندسه تحلیلی را تشکیل میدهد..... این تئوری دردوران باستان هم تکامل یافته بودونتیجه گیریهای آپولونیوس شامل معادلات مقاطع مخروطی (منتهی به شکل هندسی) هم بود. تلفیق این محتوی هندسی با صورت جبری (که با تطابق ریاضیات بعدازیونانیها انجام گرفت) وبا ایده کلی کمیت متغیر (که ضمن مطالعه حرکت بوجودآمد) هندسه تحلیلی را بوجودآورد.[۱۰]

حساب دیفرانسیل وانتگرال هم هم بعدی درغنی ترشدن آنالیزبود که نیوتن ولایب نیتس آنرا بوجودآوردند. آنها نیزبراثرضرورت زمانه پدیدآمدند (با بررسی حرکت مفاهیم سرعت وشتاب بکار میرفت وبرای یافتن آنها ازحساب دیفرانسیل استفاده میشودو یا برای یافتن معادله حرکت با داشتن سرعت حساب انتگرال بکارمیرود). البته ابتدا این نظریه درارتباط بین هندسه و مکانیک بیان میشدا ما درجریان تکاملش ازمکانیک جداشده ، بصورت کلی هرنوع تابعی بررسی میشود. بتدریج مفهوم حد هم واردآنالیزشد، ریاضیات به جاده رشدافتادومفاهیم نوع وبالنده ای پدیدآمدند. تئوری سری ها ، معادلات دیفرانسیل ، تئوری سطوح وخطوط منحنی ، وهندسه دیفرانسیل . دررابطه نزدیک با نیازهای علوم فیزیک ومکانیک پدیدآمدندورشدکردندوسبب تکامل علوم دیگرنیزشدندکم کم تئوریهای پراکنده ای که بوجود آمده بودندبه هم نزدیکترشدندودرقرن ۱۹ اصول هرتئوری تنظیم شدوآنالیزراانسجام بخشیدوتعاریف دقیقی برای عددحقیقی متغیر، تابع، حدواتصال داده شد. اما هیچ تعریفی مطلق وبرای ابدنیست ومیزان دقت وکلیتش درطول زمان کاملترمیشود. ضعفهای هرتئوری یا تعریفی درطول زمان با بروزحوائج تازه ظاهرمیشودولزوم تئوری جدیدی را مطرح میسازداین بخصوص ازقرن

۱۹ به بعد دیده میشود هنگامیکه کاخ چندهزار سالهٔ هندسه اقلیدسی فرومیریزد ،جبردگرگون میشود.... وریاضیات پای دریک دوران کیفیات نومیگذارد .

دوره چهارم (ریاضیات معاصر):

درسال ۱۸۲۶ ، لباچوفسکی وبدنبال اوژان بولیر ،قطریه هندسهٔ غیراقلیدسی را مطرح ساختندکه با مخالفتهای زیادی روبرومیشد ، چراکه توهینی به دستگاه دوهزار سالهٔ هندسهٔ اقلیدسی ، هندسه ای که برای همهٔ ریاضیدانان وحی منزل شده بودوانتقادناپذیر . درسال ۱۸۵۴ ریمان هندسه غیراقلیدسی خودش را مطرح ساخت وکم کم ایجادهندسه ای کاملتروکلی ترازهندسه اقلیدسی توجه همه را به خودجلب کردودرحالیکه هندسهٔ اقلیدسی تنها فضای مادی را توضیح میداد ، ازآن ببعداصطلاح فضا وسیعترشده وهندسه انواع دیگری ازاشکال وروابط واقعیات را مطرح ساخت که تنها شباهتی به روابط فضائی دارد . درحقیقت هندسه اقلیدسی بصورت جزئی ازهندسهٔ معاصرقرارگرفت وحتی به مرورباتاثیرکل برجزء خود هندسه اقلیدس هم کاملترشد . امادرجبر :

جبردوران دوم وسوم همان علم حساب بود ولی به شکل انتزاعی یعنی گذاشتن یک حرف به عنوان عدد . امادر" جبرمدرن " مفهوم کمیت تبدیل به مفهوم شئی شدواعمالی چون جمع وضرب و..... به یک عمل کلی (مثل عمل (*)) تبدیل بود . عملی که محتوایش راعناصرمجموعه موردنظرتعیین میکنند .مثلا"بردارها یکی از اشیاء جبرجدیدمیباشند .

پس همه اینها خبرازیک تحول کیفی درجبروهندسه میدهند . عین همین دگرگونی درآنالیزصورت گرفت . باکامل شدن ودقیق شدن مفهوم عددحقیقی ، پیدایش تئوری مجموعه بینهایت ، آنالیز فونکسیونل (تابعی) پدیدآمد . که درآن بجای اینکه متغیریک

کمیت باشد، خودتابع است. گذار از آنالیز کلاسیک به آنالیز تابعی مثل گذار از مفهوم عدد دلخواه است به عدد متغیر x که قبلاً صورت گرفته بود.

همانطورکه آنالیز برای تکامل مکانیک آن زمان ضروری بود، آنالیز تابعی هم روشهای جدیدی برای حل مسائل فیزیک ریاضی بدست داد و متضمن یک دستگاه ریاضی برای مکانیک اتمی و کوانتائی جدید بود. تاریخ تا حد معینی تکرار میشود ولی به شکلی جدید و در سطحی بالاتر. [11]

پس باز هم ریاضیات وسیعتر و کلی ترشد و انواع روابط کمی متغیر را شامل گشت درحالیکه ارتباطش با دنیای واقعی محکمتر و وجودش برای حل ضروریات علم جدید لازم تر گشته است.

.... وبدین ترتیب علوم ریاضی پس از طی تاریخ پرنشیب و فرازش بشکل ریاضیات معاصر درآمده است. اما علیرغم گوناگونی حوادثی که در این تاریخ رخ داده اند و علیرغم همهٔ تئوریهای گوناگونی که پدید آمده اند یک نظم ـ یک قانونمندی ـ در آن ـ مشاهده میشود و آن اینکه: تکامل ریاضیات با پیدائی نظریات نو و دقیقتر شدن و کاملتر شدن تئوریهای قدیم همراه است. اما تکامل ریاضیات تنها منجر به این نمیشود که قضایای جدید بطور ساده روی هم انبار شود بلکه منجر به تغییراتی اساسی و کیفی در ریاضیات میشود. [12]

بدین ترتیب ریاضیات از ۴ دوره کیفیتاً متاوت گذشته است. و مفاهیم ریاضی ضمن دقیق ترشدن به درجات بالاتری از انتزاع نیز میرسند و درعین حال مفاهیم مقدماتی و اصول مقدماتی را نیز عمیقتر میسازند.

همانطوریکه درخت بلوط در رشد نیرومندش شاخه های قدیمی را به وسیلهٔ قشرهای جدید ضخیمتر میکند، شاخه های جدید ببار میاورد، به سمت بالا قد میکشد و بطرف پائین ریشه میدواند، ریاضیات هم در

تکامل خود، مصالح جدیدی به رشته های موجود اضافه میکند، رشته های جدیدی بوجود میآورد و بطرف قلل جدید انتزاع بالا میرود و در اصول خود عمیقتر میشود.۱۳

(۱) نقل از کتاب "ریاضیات، محتوی، روش و اهمیت آن" صفحه ۲۱، سطر ۱۷، تالیف: الکساندرف. لاورنتیف. نیکولسکی. (آکادمیسین های علوم ریاضی اتحاد شوروی)، ترجمه جلد اول بفارسی توسط: پرویز شهریاری - نشر اندیشه.

(۲) همانجا، صفحه ۸۶، سطر ۱۱۴

(۳) همانجا، صفحه ۲۲، سطر ۲۳.

(۴) همانجا، صفحه ۳۴، سطر ۱۲.

(۵) همانجا، صفحه ۳۲، سطر ۱۱.

(۶) همانجا، صفحه ۳۲، سطر ۲۶.

(۷) همانجا، صفحه ۵۱، سطر ۲۰

(۸) همانجا، صفحه ۵۲، سطر ۲۲

(۹) همانجا، صفحه ۱۰۸، سطر ۱۱.

(۱۰) همانجا، صفحه ۶۴، سطر ۹.

(۱۱) همانجا، صفحه ۷۹، سطر ۱.

(۱۲) همانجا، صفحه ۹۴، سطر ۱۱.

(۱۳) همانجا، صفحه ۵/، سطر ۵.

جورج بول George Boole

ترجمهٔ : ایرج شهریاری

" قوانین اندیشه " یا " قوانین تفکر " The Laws of thought

بشر خودساخته - بنظر میرسد ، که درعصر ما یعنی درزمانی که دانشهای انسانی هرچه بیشتر گسترده تر و تخصصی ترمی شوند ، دیگر ریاضیدانانی همانند جورج بول یافت نمیشوند . مرد خودساخته ای که بدون داشتن تحصیلات کامل و منظم درعلوم وحتی درریاضیات ، راهی راآغاز کرد که منجر به پیدایش نحوهٔ جدیدی ازتفکر انسانی شد . اوسرانجام به قلمرو جدیدی ازریاضیات دست پیدا کرد و به جرگهٔ ریاضیدانان پیوست . البته هنوزهم کسانی پیدا میشوند که با زحمت کم وحتی با داشتن اطلاعات کمی ، درزمینه موردفعالیتشان ، سعی درحل مسائلی می کنند که با روشهای معمولی نمیتوان موفق به حل آنها شد . بسیاری ازنویسندگان مجلات ریاضی وکتابهای عمومی علوم ، با چنین روشهائی درحل مسائل آشنا هستند ونوشتجات آنها راغالبا "به سختی میتوان فهمید . درآن روزگار ، کم وبیش کسانی همانند چنین متفکرخود- ساخته ای ، یافت می شدند . برای مثال درزمینهٔ تئوری اعداد افرادبسیاری بودند که درحوالی قرن نوزدهم به نتایجی دست پیدا

کردندکه حتی ریاضیدانان بسیار متبحر و متخصص به سختی به این نتایج می رسیدند. همچنانکه رفته رفته درجوامع انسانی تقسیم کارجدی تر و گسترده تر میشود و نیز دانشهای انسانی هرچه بیشتر تخصصی تر میشوند احتمال برپای خاستن این چنین متفکرین خودساخته و مستقلی کمتر میشود.

ریاضیدان بریتانیایی ای.تی.بل E.T. BELL که درزمینه تاریخ ریاضیات تخصص دارد معتقد است که، درتمام تاریخ، هموطنان ریاضیدانش درزمینه های بسیار مشکلی از ریاضیات کارکرده اندکه هیچگونه وابستگی فکری به کارهای دیگران نداشته اند. او میگوید که آنها به این دلیل ریاضیات را برگزیدند که ازکارکردن وتحقیق درباره نمودهای مختلف این علم، ازجمله اعداد واشکال هندسی لذت میبردند. درست مانندکسانی که از بازی کریکت لذت می برند.

جورج بول (۱۸۶۴ - ۱۸۱۵) یکی ازکسانی است که در زمینه ریاضیات تخصصی موفق به کشف " ریاضیات محض " شد. پدراو جان بول درلینکلن (Lincoln) پینه دوزونیزیک فیلسوف قابل ملاحظه بود. اووسایل نوری میساخت ومردم را برای تماشای اعمال خداوند روجوریک روح دعوت میکرد. سالهدبعداز مرگ جورج بول، هرگاه کسی ازاو بخاطرنوشتن کتاب قوانین اندیشه درحضورمادراوستایش وتمجیدمی کرد، مادرش درجواب میگفت آه، ولی شما پدراورانمی شناختید. اوواقعا "یک فیلسوف بود. ونیزهمسرجورج بول روزی درباره پدرشوهرش گفت اوبنظرمیرسیدکه قادربه انجام هرکاری است ولی همیشه سرش به کار خودش گرم بود.

اگرچه خانواده جان بول ازلحاظ مالی درمضیقه نبودند، جورج کوچک نتوانست تحصیلات خودرا به سادگی انجام دهد. اوزبانهای لاتین ویونانی رابوسیله کتب قرضی فراگرفت

ودرآن موقع تصمیم داشت که یک کشیش بشود. اشتیاق او برای کشیش شدن نه بخاطر علاقه به پیشرفت مذهبی اجتماعش بود. فرزند پینه دوز فیلسوف یک مرد عمیقا "مذهبی بود و نباید شک کرد که اولین انتخاب خط مشی آینده‌ٔ زندگیش براساس عاملی به غیر از محیط مذهبیش پایه گذاری شده بود.

درابتدا، جورج بول، به عنوان یک معلم در مدارس ابتدائی به کار مشغول شد، او در سن ۲۰ سالگی مدرسه‌ٔ متعلق به خودش را تاسیس کرد. در این زمان او خودش را با مطالعه‌ٔ کتابهای ریاضی مشغول میکرد، تنها به این دلیل که کتابهای ریاضی از سایر کتابها ارزانتر بودند. او بزودی دریافت که کتابها و جزوات متداول ریاضی بسیار مبتذل و از نظر محتوای ریاضی بسیار ضعیف هستند و بنابراین درجستجوی نوشتجات مردان بزرگ زمان خودش برآمد. او بسیاری از کتابهای **آبل و گالویز** (Abel, Galois) را مطالعه کرد و نیز بدون هیچگونه کمکی از دیگران، کتاب **مکانیک لاپلاس** (Laplace) را نیز فرا گرفت.

کشفیات او درباره‌ٔ ریاضیات نظری از اهمیت جهانی زیادی برخوردار است. او کشف کرد که مورد استفاده‌ٔ علائم و نمادهای جبری تنها در ساختن دستورالعمل هایی درباره‌ٔ اعداد و متغیرهای عددی نیست، بلکه همچنین میتوان نوعی جبر را در قلمرو منطق وارد کرد و این چنین جبری میتواند با جبر اعداد ارتباط داشته باشد. این کشف مفهوم منطق ریاضی را روشنتر ساخت و به این ترتیب توانستند قوانین ریاضیات محاسبه‌ای را وسعت بخشند بدون آنکه خود را در قید و بندهای مخصوصی محبوس کنند قید و بندهایی را که راسل (Russel) **ریاضیات محض** نام گذاشت بعدها، نمودها و قوانین جبر در شاخه‌های مختلف ریاضیات مورد استفاده قرار گرفتند. درحال حاضر جبر بول نه تنها در قلمرو

منطق ریاضی از اهمیت زیادی برخوردار است بلکه در هندسهٔ مجموعه‌ها، نظریه احتمال، ونظریهٔ عمومی علم شبکه‌ها و مدارها نیز بکار گرفته میشود.

بول با شنیدن مباحثات زیاد دومرگان (de Margan) که از اطلاعات ریاضی نیز برخوردار بود- وفیلسوف اسکاتلندی سرویلیام هامیلتون (Sir William Hamilton) (۱۷۸۸-۱۸۵۶) علاقمند به پیگیری وآموختن منطق ومسائل آن شد. بول درکتاب کوچک خودکه با عنوان تحلیل ریاضی منطق

(The mathematical Analysis of logic)

منتشرشد، نقطه‌نظرهای منطق صوری راگسترش داد. لایب نیز (Leibniz) نیزدردویست سال قبل به‌چنین عقایدی دست پیداکرده‌بود، ولی جورج بول، این معلم مدارس ابتدائی، توانست برای اولین بار، به‌عقایدش سروسامان بدهدوآنها را درقالب یک جبرجدیدعنوان کند.

همین کتاب کوچک بول، تحسین دومورگان رابرانگیخت واورا ازرنج درس دادن درمدارس ابتدائی رهاساخت بطوریکه او تامقام استادی ریاضیات درکالج ملکه‌ها (Queens College) درکرک (Cork) ارتقاء پیداکرد. شش سال بعداوکتابی جامع‌ترمنتشرکردکه درآن جزئیات مربوط به‌توسعهٔ جامع جبرخود رادرزمینهٔ منطق ریاضی عنوان کرده‌بودونشان داده‌بودکه چگونه میتوان این پدیده رادرتئوری احتمال وبسیاری دیگرازشاخه‌های ریاضی مورداستفاده‌قرارداد.

کوشش بول سرانجام منجربه ایجادنظمی نوین دردانش شد درحالی که‌تاآنموقع عده‌ای منطق صوری راقسمتی ازفلسفه و عده‌ای دیگرآنراجزئی ازریاضیات می پنداشتند. امادرنظر ریاضیدانان کاربول ازاهمیت بسیارزیادی برخوردار بود، به طوریکه‌آنها براین اعتقادبودندکه‌بول، موجب پیشرفت بسیار

زیادی دراصول منطقی ریاضیات شده است . درسال ۱۸۳۰ **پیکوک** (Peacock) دررساله‌ای که درزمینهٔ جبرنوشت خاطرنشان کردکه بجای نمادهای y,x و z و .... درمعادلاتی مانند

$$x+y=y+x \quad , \quad x(y+z)=xy+xz$$

لزوماً نباید عددجایگزین کرد ، درنظراو اینها صرفاً "نمادهای کاملاً" مجردی هستندکه ارتباطهای مشخصی رابیان میکنند . این عقیده بوسیلهٔ کارهای بول ، بارورتروگسترده‌ترشد . اوبه‌زودی به این نتیجه رسیدکه اصولی مشابه این درمنطق امکان پذیراست .

بنابراین ، راهی به منظوررهایی ریاضیات ازقیدوبند تصورات **خرافی** ومتافیزیکی گشوده شده بود . متفکرین قرون اولیه وبخصوص بیشترآنهایی که ازمکتب افلاطون بهره‌برده‌اند و بازمینهٔ تفکرشان براین اساس بوده است قضایای ریاضی را انعکاسی ازدنیای خیالات وخرافات می پنداشتند . وقتی که بعدها (درموقع کشف پارادکسهای نظریه مجموعه‌ها) ریاضیدانان دیگردرموردتائیدیاعدم‌تائیدمتافیزیکی بودن مفهومهای ریاضی دچارشک شدندسعی کردندکه اساسی‌صوری برای نهادهای ریاضی بیابند . ریاضیات رفته‌رفته تبدیل به‌علم **دستگاههای صوری** میشد ونیزهرگونه نظریه‌ای رادرموردواقعی بودن مفهومهای بنیادی خودش انکارمیکرد . امکان داردکه درنظراول ، ازاینکه ریاضیات ازآن دنیای روشن وزیبای افلاطون بازگشت کرده‌است تاسف خوریم ولیکن این بازگشت براساس آرزوی برحق ریاضیات برای پاک کردن وجودخودش ازعناصرنامطمئن ، بنانهاده‌شده‌بود سرانجام بواسطهٔ کارهای **هیلبرت** (Hilbert) در زمینهٔ **اثبات منطقی** تئوری جدیدی متولدشد . دردانش ریاضی جدید مقادیرزیادی ازاینگونه نظریه‌ها رامیتوان یافت .

حال می پردازیم به‌بحث درباره‌ٔ عقایداساسی بول که‌در تحقیقاتش درزمینهٔ **قوانین اندیشه** مطرح کرده‌است ونیزموضوع

جبربول را درریاضیات جدید موردبررسی قرار می دهیم .

یک جبر نوین -

مفهوم اندیشه های ما میتواند بوسیلهٔ کلمات مختلف در زبانهای مختلف بیان شود وبه این ترتیب انسانها میتوانند از نحوهٔ تفکرات یکدیگر اطلاع حاصل کنند . مثلا" به کلمهٔ حالت در زبان انگلیسی "State" ، درزبان آلمانی "Staat" ودرزبان لاتین "Civitas" میگویند . سرهم کردن ودنبال هم قراردادن حروف وساختن یک کلمه برای ما مهم نیست بلکه تصوری که ازکلمه درذهن ما ایجاد میشود مهم است . بول میگوید هیچ چیز نمیتواند مانع ازآن شود که ما برای یک حرف تنها نیز مفهومی در نظر نگیریم فقط تنها موردی که اهمیت دارد اینست که ما نباید در خلال یک بحث معین مفهوم نمادهایی راکه بکار می بریم ، تغییر دهیم . حال اگر ما تصورات ومفهومهای قراردادی خودمان راکه در قالب نمادهایی ریخته ایم ، بوسیلهٔ سمبول های ریاضی ، مانند + ، - ، x ، وغیره ترکیب کنیم ، توانسته ایم استنتاج های منطقی راازطریق جبری بیان کنیم . به این ترتیب میتوان اولین اصل بول رابطریق زیرعنوان کرد :

تمام گزاره ها وجملاتی راکه بیان کننده مفهومهایی هستند وبعنوان ابزاری برای سخن گفتن بکارمیروند ، میتوان درقالب مجموعه ا ازعلائم ونمادها که ازعناصرزیرتشکیل شده اند ریخت وسپس بیان کرد :

۱ - نمادهای حرفی مانند x و y وغیره که نمایانگرومعرف تصورات گوناگون ازاشیاء وحوادث اطرافمان است .

۲ - علائم ترکیب کننده مانند + ، - ، x که بوسیلهٔ آنها میتوانیم گزاره های گوناگون راترکیب کرده ومفهوم ها وگزاره های جدیدی بسازیم .

۳ ـ نمادی که معرف معادل بودن دوگزاره است وآنرا به " = " نشان میدهیم.

نمادهای فوق الذکردرقلمرومنطق ازقوانین مشخصی پیروی میکنندبطوریکه بعضی ازاینها منطبق برقوانین موجوددرجبر معمولی وپاره‌ای دیگرمتفاوت ازآنها هستند.

اجازه‌دهیدبا مثالهای ساده‌ای به‌بررسی گفته‌های فوق بپردازیم اگرنماد x معرف اشیاء سفیدونماد y معرف گوسفندها باشد، بنابراین نماد xy معرف دسته‌ای ازموجودات است که‌هم‌متعلق به‌دستهٔ x وهم‌متعلق به‌مجموعهٔ y هستندیعنی گوسفندان سفید. واضح است که‌قانون تعویض‌پذیری Commutative law برای اینگونه‌ترکیبات برقراراست یعنی داریم:

(۱) $xy=yx$. $xyz = zxy = yzx = ...$

میدانیم‌که‌قانون (۱) درقلمروجبرمعمولی‌هم‌صادق است. ولیکن بسادگی میتوان درک کردکه‌قوانین جبرمعمولی درموردزیر نمیتوانندمنطبق باقانون (۱) باشند:

(۲) $xx = x^2 = x$

یعنی اینکه‌درزمینهٔ موردبررسی ما مقطع xx همیشه‌با x معادل است. رابطهٔ:

(۳) $yx = xy = x$

میتواندشامل بودن رانشان دهد. برای مثال اگر x معرف تمام‌آلمانی ها و y معرف تمام‌اروپایی ها باشد، رابطه (۳) برقرارخواهدبود. واضح است که‌هرآلمانی یک اروپایی هم‌هست. دراینجانماد " + " معرف حرف ربط " و "و" یا "میباشد.برای مثال اگر x معرف تمام مردها و y معرف تمام زنها باشد، درآن صورت ترکیب x+y نشانگرمردها وزنها ویا مردها یا زنها خواهدبود. حرف ربط یا رادراینجا باکلمهٔ

لاتین آن (Vel) نشان میدهیم. واژه یا ـ یا که درزبان لاتین به آن (aut-aut) میگویند نیز درزبان علامتی ما دارای مفهومی است که بعدا "به توضیح آن خواهیم پرداخت. دراین زبان بسیاری ازابهاماتی که درمفهوم کلمهٔ یا وجوددارد برطرف شده است وازاین نظربرزبان معمولی برتری دارد.

درجبرنوین ما، خاصیت پخش پذیری distributive law نیزبرقرار است یعنی برای سه گزارهٔ x و y و z خواهیم داشت:

$$z(x+y) = zx+zy \qquad (۴)$$

بول رابطهٔ (۴) رابطریق زیرتشریح میکند. بیایید z را معرف اروپایی ها و x و y رابه ترتیب معرف مردها و زنها بگیریم. درآن صورت رابطهٔ (۴) دقیقا "میگویدکه اروپایی های مردوزن از اروپایی های مرد و اروپایی های زن تشکیل یافته اند. علامت منفی برای بیان استسنا بکارمیرود. اگر x نماینده کلیهٔ افرادبشرو y نماینده تمام آسیایی ها باشددرآن صورت x-y میتواندمعرف تمام انسانهایی باشدکه آسیایی نیستند. واضح است که دراینجا نیزقانون پخش پذیری میتواند برقرارباشدیعنی داریم

$$z(x-y) = zx - zy \qquad (۴')$$

حال فرض کنیدکه ۱ معرف مجموعهٔ جهانی باشدیعنی مجموعهٔ تمام اشیاء ممکن و ۰ نمایشگرمجموعه ای تهی باشد. درآن صورت برطبق رابطهٔ (۲) بسادگی نتیجه میشودکه:

$$x-x^2 = 0 \quad , \quad x(1-x) = 0 \qquad (۵)$$

دراینجا (1-x) معرف دسته ای ازاشیاء است که متعلق به x نیستندوبنابراین میتوان بسادگی وازرابطه $x(1-x) = 0$ نتیجه گرفت که درعالم هیچ چیزی وجودندارد که متعلق به مجموعهٔ

x باشدودرعین حال متعلق به‌آن نباشد.

حال به‌بیان مفهوم‌واژهٔ لاتینی (aut-aut) درجبر خودمان می پردازیم. فرمول :

(۶) $x(1-y) + y(1-x)$

معرف "یا x یا y" است. توجه‌داشته‌باشیدکه‌این بیان رامیتوان معادل "x ونه y یا y ونه x" درنظرگرفت. همانگونه‌که‌بول عنوان کرد، بوسیلهٔ یک تابع منطقی* میتوان فهمیدکه منظورازیک عبارت جبری بایک متغیر x ، چیست. دراین گونه‌توابع‌بهتراست‌بجای متغیرازکلمهٔ **گزاره**استفاده کنیم. توابع منطقی راحتی میتوان بصورت چندگزاره‌ای نوشت مانندتابع منطقی زیر :

$$f(x,y) = (x+y)(1-x)$$

بول به‌این حقیقت پی بردکه‌هرتابعی مانند $f(x)$ که‌قلمروآن مجموعهٔ کمیتهای عددی باشدرامیتوان بصورت زیرنوشت :

(۷) $f(x) = f(1)x + f(0)(1-x)$

بسادگی وباجانشین کردن مقدارهای ۰ یا ۱ دررابطهٔ (۷)میتوان به‌صحت این مطلب پی برد. به‌عنوان مثال بول رابطهٔ زیر را عنوان کرد :

(۸) $\frac{1+x}{1+2x} = \frac{2}{3}x+1-x$

واضح‌است‌که (۸) تنهازمانی برقراراست‌که x مقدارهای ۰ یا ۱ راپذیرد. برای توابع دومتغیره‌نیزمیتوان رابطه‌ای نظیر رابطهٔ (۷) چنین نوشت

(۹) $f(x,y) = f(1,y)x+f(0,y)(1-x)$

دورابطهٔ زیرارادرنظرمیگیریم :

$$f(1,y) = f(1,1)y+f(1,0)(1-y)$$

$$f(0,y) = f(0,1)y+f(0,0)(1-y)$$

اگربجای $f(1,y)$ و $f(0,y)$ دررابطهٔ (۹) روابط فوق راجانشین کنیم‌نتیجهٔ زیررا خواهیم‌گرفت :

$$f(x,y)=f(1,1)xy+f(1,0)x(1-y)+f(0,1)(1-x)y+f(0,0)(1-x)(1 \quad (۱۰)$$

حتی برای توابع‌سه‌متغیره‌نیزمیتوان روابطی شبیه‌روابط فوق به‌ترتیب زیرنوشت :

$$f(x,y,z)=f(1,1,1)xyz+f(1,1,0)xy(1-z)+f(1,0,1)x(1-y)z+ \quad (۱۱)$$
$$f(1,0,0)x(1-y)(1-z)= f(0,1,1)(1-x)yz+$$
$$f(0,1,0)(1-x)y(1-z)+f(0,0,1)(1-x)(1-y)z$$
$$+f(0,0,0)(1-x)(1-y)(1-z)$$

بول چنین نمایشی ازتابعها راوقتی بکارمیبردکه x و y z هرکدام معرف یک گزاره (متغیرمنطقی) باشندوهمچانکه قبلا"نیزخاطرنشان کردیم ۱ معرف مجموعه‌جهانی و ۰ نمایانگر مجموعهٔ تهی است حال میتوان یک اعتراض خیلی جدی رابه‌این روش‌عنوان کرد. بول رابطهٔ (۷) رابافرض‌اینکه x تنها میتواندمقادیره و ۱ رااختیارکند، مطرح کرده‌است. اگر x, y, z هرکدام معرف یک گزاره‌باشنددرآن صورت باید نظریه‌های فوق راچنین اصلاح کنیم : درتوابع فوق ، به‌جای گزاره‌های x و y و z و..... فقط مجموعهٔ جهانی ۱ و مجموعهٔ تهی ۰ بایدجایگذاری شوند. ولی حقیقتا"، بول روابط (۱۰) و(۱۱) رابرای هر x و y و z و.... دلخواهی بکارمیبرد.

دراینجا مافقط احتیاج داریم‌که‌بدانیم‌درجبربول توابع بسیارساده‌ای بکارمیروند، توابعی مانند (۷)و(۱۰) و (۱۱) که‌برای هر x و y و z و.... برقرارهستند.همچنین مادراینجابه‌کسرهایی ، شبیه (۸) کمتراحتیاج پیدامیکنیم (البته‌برای حالت‌یک‌گزاره‌ای ، ممکن است‌بعضی وقتها به‌این

چنین کسرهایی هم احتیاج پیدا کنیم) .
توابعی بفرم زیر را درنظر بگیرید :

$$f(x) = \alpha x+\beta \qquad (۱۲)$$

با توجه به رابطهٔ (۲) ، ما میتوانیم خودرا محدود به توابعی کنیم که درآنها x بطورخطی ظاهرشده است . توابعی به فرم (۱۲) ، همواره میتوانند بصورت زیر نوشته شوند :

$$f(x) = ax+b(1-x) \qquad (۱۲')$$

همانطورکه قبلا" نیزاشاره شد ،بول روابط (۷) و (۹) و (۱۱) برای هرگزاره (متغیرمنطقی) دلخواه بکارمیبرد . حال بیایید بجای a و b دررابطهٔ فوق بترتیب مقادیر $f(1)$ و $f(0)$ را قراردهیم . درآن صورت اندیشهٔ بول بسادگی توجیه خواهدشد . در ضمن توجه داشته باشیم که همیشه بسادگی میتوان رابطهٔ (۱۲) را به صورت (۱۲') ، با استفاده ازقوانین جبرمعمولی که دراینجا نیز صادق است ، تبدیل کرد . بول با یک مثال ساده نشان دادکه چگونه میتوان (۱۲) رابرای تحلیل های منطقی بکاربرد . در قانون موسی (Mosaie law) آن دسته ازحیوانات پاک ومنزه هستندکه دارای دوخصوصیت زیرباشند ۱ ـ اول آنکه جزء نشخوارکنندگان باشند ـ۲ـ دوم آنکه دارای سم های شکسته باشند .حال اگرما x را معرف تمام حیوانات پاک ومنزه y رانمایندهٔ تمام حیواناتی که سم آنها سکسته است وبالاخره z رابرای تمام نشخوارکنندگان فرض کنیم درآن صورت $x=yz$ ویا

$$x-yz = 0 \qquad (۱۳)$$

خواهدشد

اگررابطهٔ (۱۱) رابرای تشریح تابع سه متغیرهٔ

$$\beta(x,y,z)=x-yz$$

بکاربریم خواهیم داشت :

$$0xyz+xy(1-z)+xz(1-y)+x(1-y)(1-z)-(1-x)yz \quad (۱۴)$$
$$+0(1-x)y(1-z)+0(1-x)(1-y)z+0(1-x)(1-y)(1-z)=0$$

واضح است که رابطهٔ فوق زمانی برقرار است که تمام جملاتی که دارای فاکتور ۰ نیستند، بطور انفرادی حذف شوند. بنابراین خواهیم داشت :

$$xy(1-z) = 0, \quad xz(1-y) = 0 \quad (۱۵)$$
$$x(1-y)(1-z) = 0, \quad (1-x)yz = 0$$

روابط (۱۵) عدم وجود، مجموعه اشیاء زیر را توجیه میکنند :

۱ ـ حیواناتی که پاک و منزه هستند و سمهای شکسته هم دارند، ولی متاسفانه نشخوارکننده نیستند.

۲ ـ حیواناتی که پاک و منزه هستند و علاوه بر آن نشخوارکننده هم هستند ولی سمهای شکسته ندارند.

۳ ـ حیواناتی که پاک و منزه هستند ولیکن نه نشخوارکننده هستند و نه سمهای شکسته دارند.

۴ ـ حیواناتی که پاک و منزه نیستند ولیکن نشخوارکننده هستند و در ضمن سمهایشان هم شکسته است. البته، میتوان ادعا کرد که چنین اطلاعاتی، به سادگی از روی تعریف حیوانات پاک و منزه نتیجه میشوند و احتیاجی به جبر بول هم نیست. معهذا، انجیل مسیحیان، مطمئناً "به چنین تحلیلی اهمیت زیادی خواهد داد.

تاکنون ما بجای نمادهای x و y و z و ..... مجموعهٔ اشیاء و گزاره‌های واقعی و عینی را قرار داده‌ایم. بول برای بیان و تشریح فرمولهای منطقی (Logical Formulas) از واژه‌های گزاره‌ای واقعی یا گزاره‌های نخستین استفاده میکرد. علاوه بر اینها روابطی نیز وجود دارند که از آنها برای ترکیب گزاره‌ها و دستور العملها استفاده میشود. بول چنین

ترکیباتی راگزاره‌های مجرد ویا گزاره‌های ثانوی می نامید. برای مثال ، گزارهٔ خورشیدمی درخشدونیزگزارهٔ زمین در حال گرم‌شدن است مثالهایی ازگزاره‌های نخستین هستند. ولی ازطرف دیگرگزارهٔ اگرخورشیدبدرخشد ، زمین گرم‌خواهدشد. نمونه‌یی ازگزاره‌های ثانوی است . دراینجا ما تصمیم‌نداریم‌که واردجزئیات مربوط به‌گزاره‌های ثانوی شویم‌ولیکن میخواهیم‌در اینجا نشان دهیم‌که‌چگونه‌جبربول درنظریه‌احتمالات مورداستفاده قرارمیگیرد.

کاربردجبربول درنظریه‌احتمالات

نظریه‌احتمالات کلاسیک برتصوراحتمال وقوع پیش‌آمدهای ساده‌مساوی هستندبنانهاده‌شده‌است . فرض‌کنیداز n پیش‌آمد بااحتمال وقوع مساوی ، m تای آنها ، ازنظرما ، مطلوب باشند ، به‌عبارت‌دیگرخصوصیتی متفاوت ازپیش‌آمدهای دیگری داشته‌باشند. درآن صورت‌احتمال وقوع یک پیش‌آمدساده‌که‌دارا چنین خصوصیتی باشدعبارتست از :

$$p = p(x) = m/n$$

دراینجا x مشخص‌کنندهٔ گزارهٔ ظهورخصوصیت مطلوب است . واضح است‌که‌احتمال آنکه‌خصوصیت x دریک پیش‌آمدساده‌ظاهر نشودعبارتست از:

$$p(\bar{x}) = 1-m/n = 1-p \qquad (۱۶)$$

دررابطهٔ (۱۶) ما اصطلاحاتی راکه‌بول بکارمیبرد ، بکاربرده‌ایم ومتمم پیش‌آمد x رابوسیله $(\bar{x})$ نشان داده‌ایم.
علاوه‌براینها اگر x و y ، پیش‌آمدهایی بااحتمالات p و q باشنددرآنصورت ، اگر x و y مستقل ازیکدیگر باشند ، pq میتوانداحتمال رخ دادن دوپیش‌آمد x و y باهم باشند.به همین ترتیب ما می توانیم تمام ترکیبات پیش‌آمدهای ساده x و y راپیداکنیم وبرطبق جدول زیراحتمالات مربوط به‌پیش‌آمدهای

مرکب را بیابیم :

پیش آمد	احتمال آن
xy	pq
$x(1-y)$	$p(1-q)$
$(1-x)y$	$(1-p)q$
$(1-x)(1-y)$	$(1-p)(1-q)$

(۱۷)

موارد ساده نشان داده شده در جدول فوق میتواند برای حل مسائل پیچیده ٔ نظریه احتمالات مورد استفاده قرار گیرد.

ما در اینجا فقط به بررسی یک مثال در این زمینه که توسط خود بول ارائه داده شده است می پردازیم . برای اینکار ما یک نماد جدید، برای بیان احتمال مشروط "(Conditional probability)" درنظر میگیریم: احتمال آنکه x اتفاق بیفتد، بشرط آنکه y قبلاً بوقوع پیوسته باشد را احتمال مشروط x می نامیم و آن را بوسیلهٔ نماد $p(x/y)$ نشان میدهیم. داریم :

$$p(x/y) = \frac{p(xy)}{p(y)} \qquad (۱۸)$$

حال اجازه دهید که احتمال وقوع پیش آمدهای x و y و z را به ترتیب با p و q و r نشان دهیم. حال این سوال را مطرح میکنیم : اگر x یا y اتفاق بیفتد، احتمال آنکه y یا z نیز اتفاق بیفتد چقدر است ؟

فرض کنید U ، مشخص کننده پیش امد یا x یا y اتفاق بیفتد باشد و نیز V مشخص کننده پیش آمد یا y یا z اتفاق بیفتد باشد. بنابراین از رابطهٔ (۶) نتیجه میشود :

$$U = x(1-y)+y(1-x) \quad : \quad V = y(1-z)+z(1-y) \qquad (۱۹)$$

احتمال $P(U/V)$ که ما درجستجوی آن هستیم به سادگی از رابطهٔ (۱۸) نتیجه میشود . درهرصورت ما به احتمال $p(UV)$ احتیاج داریم. جبربول یکی ازوسایل نیرومندوسودمندبرای محاسبهٔ این احتمال است . ازرابطهٔ (۱۹) داریم :

$$uv = xy(1-y)(1-z)+yy(1-x)(1-z) + xz(1-y)(1-y)+yz(1-x)(1-y) = xz(1-y)+y(1-x)(1-z). \quad (۲۰)$$

ازروابط (۱۸) و (۲۰) وهمچنین جدول (۱۷) به سادگی بطریق زیرمحاسبه میشود :

$$p(u/v) = \frac{p(uv)}{p(v)} = \frac{pr(1-q)+q(1-p)(1-r)}{p(1-q) + q(1-p)}$$

جبربول درزمان ما

ما ، امروزه نام بول رافقط درکتابهای مربوط به منطق ریاضی (Mathematical logic) مشاهده نمیکنیم ، بلکه جبربول ، درجبرمعمولی ، نظریه شبکه ها ومدارها ، نظریه احتمالات ، ونیزنظریه اطلاعات وتئوری مجموعه ها نیزدارای کاربردهای وسیعی است . اگرما اهمیت تحقیقات بول را بررسی کنیم واگربدرستی مقامی راکه جبربول درریاضیات جدیدداراست ، مشخص کنیم درمی یابیم که اصول منطقی بول ، درداتش قرن ما ، ازاهمیت بسیارزیادی برخورداراست .

برای آنکه مفهومهای جبربول راروشنترکنیم وعمومیت بیشتری به آنها بدهیم بهتراست بجای نمادهای + ، x وغیره که بوسیلهٔ بول عنوان شده اند ، ازنمادهای دیگری استفاده کنیم . بیشتربه این دلیل که تصورعمل کردن صرفا "برروی اعدادکه به واسطهٔ استفاده ازنمادهای قبلی به ما دست میدادازبین برود . درنظریه جدیدعلم شبکه ها ازنمادهای $\cup$ و $\cap$ بجای نمادهای قبلی

استفاده میشود. باکمک گرفتن ازاین سمبول ها جبربول میتواند بطورانتزاعی بطریق زیرتعریف شود :

مجموعهٔ B باابزارهای عملیاتی دوگانه $\cup$ و $\cap$ ،واضح جبربول است اگربرای عناصر a و b و c و.....ازاین مجموعه اصول مسلم (axiams) زیربرقرارباشد:

1. $a \cap b = b \cap a \qquad a \cup b = b \cup a$
2. $(a \cap b) \cap c = a \cap (b \cap c) \qquad (a \cup b) \cup c = a \cup (b \cup c)$
3. $a \cap (a \cup b) = a \qquad a \cup (a \cap b) = a$
4. $a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c) \qquad a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c)$
5. B شامل یک عنصرصفرویک عنصر جهانی یاخواص زیر است :

$$a \cup [0] = a \qquad a \cap [1] = a$$

6. برای هرعنصر x از B حداقل یک عنصر y ازهمان مجموعه B وجوددارد، بطوریکه :

$$x \cap y = [0] \qquad x \cup y = [1]$$

بسادگی میتوان فهمیدکه این شش اصل برای نمادهایی که بول مورداستفاده قرارمیدادنیزبرقرارهستندیعنی میتوان بجای $x \cup y$ و $x \cap y$ به ترتیب ، $x+y$ و xy قرارداد. واضح است که بوسیلهٔ نمادهای اخیر، ساده ترمیتوان محاسبات مربوطه را انجام داد. نمادهای $\cup$ و $\cap$ میتوانندرمجموعه های مختلفی اصول جبربول رابرآورده سازند. ساده ترین این مجموعه ها ، مجموعه ای است که فقط ازنمادهای ۰ و ۱ تشکیل یافته است وبوسیلهٔ جداول زیرعملکرد نمادهای $\cup$ و $\cap$ مشخص شده است

	$\cup$	
	0	1
0	0	1
1	1	1

	$\cap$	
	0	1
0	0	0
1	0	1

یک مجموعهٔ دیگرعبارتست ازمجموعه‌ای که از ۸ عددزیرتشکیل یافته:

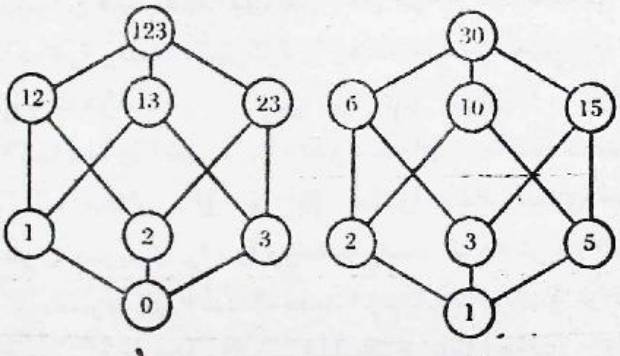
0;1;2;3;12;13;23;123

دراینجا ابزارهای عملیاتی و به‌ترتیب زیرتعریف شده‌اند:

$a \cup b$ و $a \cap b$ ، به‌ترتیب اجتماع ومقطع ارقامی هستندکه‌در a و b وجوددارند. رقم ۰ مشخص کنندهٔ عنصرصفردرمجموعهٔ ما است وعدد ۱۲۳ نیزنمایندهٔ عنصرجهانی یا عنصرواحددرمجموعهٔ ما است یعنی داریم:

$$0 = [0] \quad ; \quad 123 = [1]$$

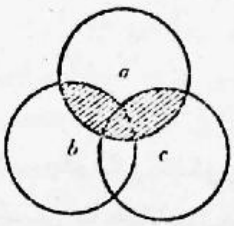
بقوانین این جبربول ساده، به‌آسانی ومستقیما ازشکل ۱ قابل استنباط است. پاره‌خطهایی که‌درشکل رابط بین خانه‌ها هستند کمک میکنند تا b a و a b ، هردوعنصر a و b رابدست آوریم



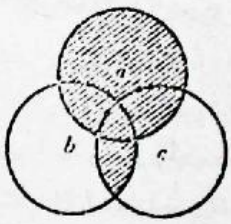
۱ ۲

حال اگرما بجای ارقام، ۱ و۲ و۳ ، اعداداول ۲ و ۳ و ۵ وبجای اعداد ۱۲ و۱۳ و۲۳ به‌ترتیب اعداد۶ = ۳ × ۲ ، و ۱۰= ۵×۲ و ۱۵= ۵×۳ راقراردهیم، تصویر۲ رابدست خواهیم‌آورد حال $a \cup b$ و $a \cap b$ ، معنای دیگری پیدا میکنندبدین ترتیب که $a \cup b$ کوچکترین مضرب مشترک و $a \cap b$ بزرگترین مقسوم علیه‌مشترک ، a و b خواهدشد. دراین حالت‌عدد ۱ مشخص‌کننده‌ٔ عنصرصفروعدد ۳۰ مشخص‌کننده‌ٔ عنصرجهانی یاعنصر واحد است .

مثال دیگری ازجبربول میزنیم. مجموعه‌ٔ زیرمجموعه‌های نقاط یک صفحه‌هستند. دراینجا $a \cap b$ ، مقطع و $a \cup b$ اجتماع مجموعه‌های a و b هستند. اصل ۴ ، ازاصول منطقی بول ، بوسیله‌ٔ تصاویر۴ و۵ نشان داده‌شده‌است.



۴



۵

حال به‌بیان منظورمان از (normed Boolean Algebra)

می پردازیم. به‌یک جبربول نورم‌دار* میگوئیم اگردرمجموعهٔ B به‌هرعنصر a بتوانیم‌عددی مانند 'a یا p(a) نسبت دهیم بطوریکه‌شرایط زیربرقرارباشند:

1. $0 \leq p(a) \leq 1$; $p([0]) = 0$ $p([1]) = 1$
2. $a \cap b = a \rightarrow p(a) = p(b)$
3. $a \cap b = [0] \rightarrow p(a \cup b) = p(a)+p(b)$

بعنوان مثال خوبی ازجبربول بورم میتوان مجموعهٔ تمام زیرمجموعه‌ای قابل اندازه‌گیری مربعهای واحدرانام‌برد. خود مربع راعنصرواحدومجموعهٔ تهی رابه‌عنوان صفردرنظرمیگیریم. مفهومهایی ازریاضیات جدیدکه‌درفوق به‌آنها اشاره‌شد، اهمیت تصورات بول رابرای ماروشن می سازد.

ترجمهٔ : ایرج شهریاری

ترجمه‌شده‌ازکتاب چگونگی تفکرریاضیدانان بزرگ نوشتهٔ هربرت مسچکوسکی باهمکاری دانشگاه‌ازادبرلین.

---

* Logical Function

مصاحبه‌کننده : اردشیر لاریجانی

متن مصاحبه از طرف هیئت تحریریه با
آقای دکتر حسین ضیائی

سوال : قسمتی از شرح حال وطرز تحصیلات دوران قبل از دانشگاه خودرا شرح دهید؟

جواب : بنده تحصیلات ابتدائی خودرا درمشهد وتحصیلات دبیرستانی رادررشته ریاضی درتهران گذراندم. دردبیرستان علاقه خاصی به ریاضیات داشتم ودبیرانی مانندآقای رباطی همواره بنده را تشویق می کردندوخودرا مدیون راهنمائی های ایشان می دانم.

سوال : اولین باردردانشگاه درچه رشته‌ای شروع به تحصیل کردیدوچه هدفی داشتید؟

جواب : باتوجه به علاقه زیادی که به ریاضیات داشتم، دردانشگاه ییل شروع به تحصیل ریاضیات ناب کردم. دربدوامرهدف من، بدون اینکه تعمق کافی کرده باشم، این بودکه بعدازاتمام دوره اول دانشگاهی دررشته فیزیک هسته‌ای ادامه تحصیل دهم. باید متذکرشوم که درآن موقع بنده فکرمیکردم که علم یعنی رشته‌های عملی علوم وبرایم حتی مسائل نظری ریاضی چنانچه باید، مطرح نشده بودندوبهمین دلیل درجه اولی راکه دردانشگاه گرفتم، لیسانس مضاعف ریاضیات ناب وفیزیک نظری بود. ولی درحین تحصیلات دانشگاهی متوجه مسائل فلسفی ومبانی ریاضی شدم.

دربرخی ازکلاسهای فلسفه شرکت کردم وکم کم با نفکرات فلسفی فلاسفهٔ قدیم مانند ارسطو وافلاطون ازیک سو وبا نظریات فلاسفهٔ جدید مانند، هایدگر، ازسوی دیگر آشنا شدم وازاین طریق سوالهائی پیرامون چیستی ومبانی ریاضی برایم مطرح شدند. باین نتیجه رسیدم که علم، درچیزی که من فکرمیکردم خلاصه نمیشود ومساله خیلی مغامض تر ومهم تری است ودرعین حال علاقه بدانستن دربنده، ایجاد شده بود. طبعا "ریشه های تاریخی فرهنگ اسلامی برایم مطرح شدند وبه خواندن متون فلسفی وعرفانی اسلامی روی آوردم ودرآن مستغرق شدم. مصمم شدم که به جای ادامه تحصیل در علوم عملی به فلسفه بپردازم وعلیرغم تذکربرخی ازافرادکه، در فلسفه آینده مادی روشنی نخواهم داشت، تصمیم خودم را اجرا کردم ووارد رشته دکتری فلسفه شدم. باید متذکرشوم که یکی ازعللی که رسما "وارد برنامه فلسفه شدم این بودکه، برنامه ریاضی دانشگاه ییل، طوری بودکه امکان تحقیق فلسفی بطوررسمی وجودنداشته. مثلا" با وجوداینکه ازنزدیک ازدروس ریاضی دانان بزرگی مانند فایت، هان، کاکوتانی وغیره استفاده کردم ولی برای این افراد، فلسفه اصلا" مطرح نبودومنطق، نهایت فلسفه برای آنها به حساب می آمد. البته قصدمن این نیست که بگویم حتما "همه کس بایدرسما واردفلسفه شوند، ولی با توجه به رابطه ذاتی بین فلسفه وریاضی این امکان را به محصل ریاضی بایدداد تا بتواند خودرا با مبانی فلسفی علم آشنا کند.

سوال: هدفتان ازاینکه دررشتهٔ فلسفه درچه دکترا گرفته اید ودر رشتهٔ ریاضی فوق لیسانس، آیا این استکه به فلسفهٔ ریاضی از دیدیک ریاضی دان بنگریدیا ازدیدیک فیلسوف؟

جواب: اولا" باید عرض کنم که با وجوداینکه دروس فوق لیسانس ریاضیات تاب راگذراندم، خوددرجه رانگرفتم وازهمان موقع

واردد وره فلسفه شدم ودردانشگاه ها رواردرساله‌ٔ خودرا درمبانی منطقی علم المعرفت وعلم الوجوددرحکمة الاشراق نوشتم . البته اعتقاددارم که درجات بالای ریاضی درتحقیقات فلسفی ضروری است ،به خصوص برای تحلیل فلسفی وشناخت فلسفی مبانی ریاضی. متاسفانه دراکثردانشگاهها به علت تخصصی شدن رشته‌های علوم هماهنگی لازم بین فلسفه وریاضی وجودندارد ، حال اینکه بدلایل ذاتی ، فلسفه وریاضی ازیکدیگرمجزانیستندکماآنکه در دوران قدیم نیزمجزاازهم نبودندواهل فلسفه همواره به ریاضیات نیز توجه داشته اند . مثلا" افلاطون دررساله‌ٔ معروف خودبه نام " طیماؤوس " بحث عمیقی درباره‌ٔ دنباله ها ودیگرمسائل مبانی ریاضی عنوان کرده ، همینطورارسطو .نزدعلمای اسلام نیزریاضیات همواره ازاهمیت خاصی برخورداربوده ومثلا"کتاب معروف فلسفی ابن سینا ، " شفا " دارای بخشی درریاضیات است وحتی قوالب ریاضی درمباحث خاص فلسفی همواره مدنظربوده . دراین قرن نیزمواردعدیدی را مشاهده میکنیم که ازیک سوریاضی دانان به مسائل فلسفی پرداخته اند ، مثلا"فرگه ، هیلبرت وبراور ، و از سوی دیگرفلاسفه به مسائل مبانی وفلسفی ریاضی پرداخته مثلا" ویتگنشتاین ، راسل وغیره . واصولا"یکی ازخصائص بارزتحقیقات فلسفی دراین قرن توجه زیادبه مسائل مبانی ریاضی است واین امرهرچه بیشتردرتحلیل فلسفی تاثیرعمیق ومثبت گذاشته است . نمونه‌ٔ خاصی راهم دراین قرن مشاهده می کنیم :هوسرل متفکر بزرگ اروپائی ، اودرسال ۱۸۸۱ موفق به اخذدرجه دکتری در ریاضیات شد (زیرنظرراهنمائی ریاضی دان معروف وایرشتراوس) ومدتی درسمت استادیاری با اوهمکاری می کرد ، سپس واردحوزه درس فیلسوف معروف آلمانی فرانتزبرنتانوشدومصمم شدکه زندگی خودراوقف تحقیقات فلسفی کند . هوسرل همواره به اهمیت ریاضی درتحقیقات فلسفی اشاره میکندوازهمین طریق بودکه موفق شد

یکی ازمهمترین نظام‌های نوین فلسفه ، یعنی پدیدارشناسی (فنومنولوژی) رابنیان کندوسعی اوبراین بودکه فلسفهٔ علمی رابرپایه‌های استوار بناکندودراین امرقوالب ومبانی وروش نظام‌های ریاضی ، رهنمون اوبودند .

متاسفانه دردورانیکه تحصیل ریاضی میکردم اساتیدریاضی راهنمایم توجهی به فلسفه نداشتندووارد بحث فلسفی نمی شدند و بنده درتحصیلات فلسفی بیشترخودم توجه به مسائل مبانی ریاضی و فلسفه ریاضی داشتم . البته متفکرانی چون پاتنم وکواین به مسائل فلسفهٔ ریاضی توجه خاصی داشتندوبنده توانستم اصول این مباحث رابیاموزم . واکنون سعی براین دارم که نه تنها در تحقیقات فلسفی وتحلیلی خودم مباحث مبانی وفلسفهٔ ریاضی را درنظرداشته باشم ، بلکه ریشه‌های تاریخی مباحث مبانی وفلسفهٔ ریاضی رادرفلسفهٔ اسلام نیز ، جستجوکنم ، مثلا" مشغول تهیهٔ کتابی هستم که منطق رایج نزدعلمای اسلام رادرقوالب صوری منطق ریاضی بیان کنم وازاین طریق به نتایج بسیارجالبی رسیده‌ام . مثلا" مفهوم منطق های چندارزشی که اخیرا" درغرب عنوان شده ازمدتها پیش نزدمنطقیون اسلامی مطرح بوده ، ومثلا" مساله جهات قضایا(وجوب ، امکان ، امتناع) مساله‌ایست که عمیقا" درقدیم موردبحث قرارمی گرفته ، ودیگرمسائل .

اصولا" بنظربندهٔ اگرآینده پویا ومتحرکی رابرای فلسفه خواستارباشیم ، بایدازنوفلسفه رابرپایه‌های ریاضیات نوین بیان کنیم وحتی بطورمنظم ودرسی ، دروس فلسفه رادر دانشکده‌های ریاضی ودروس ریاضی رادردانشکده‌های فلسفه رواج دهیم . وازاین طریق یقینا" خواهیم توانست دراصول ومبانی تفکرتحرک نوینی راایجادکرده ومسائل اصولی فلسفی رابابیان دقیق عنوان کنیم .

باید متذکر شد که قالب‌ها و اصول و شیوه تحلیل فلسفی همواره بر پایه اصول ریاضی استوار بوده. اجازه بدهید یک مثال بزنم تا مطلب روشن تر شود: نظام اصول متعارفی اقلیدس قرنها نظام حاکم بر نحوه تفکر فلسفی بوده است. این امر که نتایج مسلم باید بر پایه اصول بدیهی، اصول موضوعه، تعاریف صحیح (حدّتام، رسم تام، تعریف الشیء بحسب الاجزاء المفهوم) قوالب استنتاج (وجوه مختلف قیاس وغیره) استوار باشد، از نظام اصل متعارفی اقلیدسی گرفته شده و اصولاً "مفهوم برهان یا ΕΠΙΣΤΕΜΕ مفهومی است که پایه‌های آنرا در علوم ریاضی باید جست. اکنون نیز نظام‌های جدید ریاضی هستند که باعث و موجد تحول بنیانی در تفکر می شوند. مثلاً "نظام و مبانی شهودگرائی در ریاضیات مسائلی را عنوان کرده که برای مبانی و اصول تفکر حائز اهمیت فوق العاده هستند. مثلاً "نفس مطرح کردن سازگاری نظام‌های منطق چندارزشی، مساله موضوع مدرک خلاق بعنوان یکی از ارکان اولیه نظام ریاضی شهودگرا، و دیگر مسائل الزاماً" در شیوه تفکر تاثیر عمیق می گذارند. مثال دیگر، برنامه منطق گرائی راسل و فرگه است و بیان اینکه: " ریاضیات متأخر به منطق و منتج از قوانین اصلی و بدیهی منطق است" بیانی است در واقع فلسفی که میتواند بیانگر نحوه استدلالات و تحلیلات فلسفی باشد.

حال اجازه بدهید که به سوال شما درباره هدف خودم از تحصیل ریاضی از یک سو و فلسفه از سوی دیگر پاسخ دهم. همان طوریکه عرض کردم، فلسفه و ریاضی جدا از هم نیستند، بلکه مکمل یکدیگرند. اما نظر بنده به فلسفه ریاضی بیشتر از دیدگاه مسائل مبانی ریاضی بر مبنای تحلیلات فلسفی است، البته بنده به هیچ وجه ادعای صاحب اندیشه مستقل بودن پیرامون مسائل فلسفه

ریاضی را ندارم وتحقیقاتم درباره‌ٔ افکار و اندیشه‌های دیگران درباره‌ٔ این مسائل است ، ونظر به علاقه‌ای که به نظامهای فلسفی اسلامی دارم ، همواره سعی کرده‌ام ریشه‌های مسائل مطرح شده در فلسفه‌ٔ ریاضی را در نظام‌های فلسفی اسلامی نیز جستجو کنم . بنظر بنده نظریات مثلاً ریاضی دان بزرگ محمدبن موسی خوارزمی پیرامون مسائل مبانی جبر و نظریات نصیرالدین طوسی در مبانی هندسه باید مورد بررسی دقیق ، مبتنی بر اصول دستگاههای فلسفی - ریاضی ، قرار گیرند . باید عرض کنم که هدف از تحقیق پیرامون مسائل فلسفی - ریاضی ، تفهیم و تفاهم مبانی اندیشه است ، و از این طریق است که مفاهیم و معرفت های مکتسب فهمیده میشوند و علم خلاق ، پیشرفت می کند .

سوال : آیا فکر می‌کنید که نوع ریاضیاتی که در یک کشور تحصیل می شود ، تحت تاثیر بینش های فلسفی حاکم بر آنجا است ؟

جواب : باید اینطور باشد و در اصل همواره بینش های فلسفی در کلیه‌ٔ شئون وشیوه‌های تحصیل وکسب علم تاثیر مثبت داشته‌اند . اگر به این اصل (مطرح شده توسط علمای اسلام مثلاً کتاب " تحصیل السعاده " " السیاسة المدنیة " " شواهد الربوبیّة " وغیره وغیره) که تحصیل علم و تحصیل سعادت هنگامی با معنی است وهنگامی امکان واقعی دارد و هنگامی برای بشر مفید فایده است که رابطه سه‌گانه نفس ، مدینه ، ما بعد الطبیعة (یا به عبارت دیگر فرد ، جامعه ، عالم ربوبیّت) درحالت توازن وجود داشته باشد ، قائل به این مطلب اساسی و اصولی خواهیم بود که ، نه تنها تحصیل هر علم مجزا از علم دیگری ، مثبت نیست بلکه ، موجد عدم توازن نیز در رابطه مذکور خواهد بود . مبتنی بر این اصل و از این نقطه نظر ، درهنگام تحصیل مثلاً ریاضیات ضروری است که ، به سوالهای اساسی و بنیانی درباره‌ٔ چیستی آن علم نیز واقف باشیم (البته

وقوف به علم النفس وآگاهی از علوم الهی درمرتبتی که فرد در جامعه دارد نیز ضروری است). البته جوامع امروزی به علت ایجاد تخصص های مختلف وعدم آگاهی از بنیان های علم در رابطه با فرد، جامعه واصول مابعدالطبیعة، ازمبانی اصلی مفهوم تحصیل علم بدور مانده اند. ولی از نقطه نظر بنده، تحصیل علم زمانی موثر است که مبتنی بر رابطه مذکور باشد وهماهنگ با اهداف فردی، اجتماعی وعلوم الهی.

سوال : آیا در تعلیم ریاضیات درسطوح دانشگاهی لزومی به بررسی فلسفهٔ ریاضی می بینید؟ درسطوح پائین تر از دانشگاه چطور؟

جواب : بنده نه تنها بررسی مطالب فلسفهٔ ریاضی را در تعلیم ریاضی درسطوح دانشگاهی، بلکه بررسی نظام ها، ونظریات تحلیلی فلسفی را نیز ضروری میدانم. درسطوح پائین تر از دانشگاه البته نمی توان مطالب را عمیقا "عنوان کرد، چه، بحث فلسفهٔ ریاضی مبتنی بر آگاهی کافی از ریاضیات سطح بالاست ولی مطالب را از دیدگاه های تاریخی می توان مطرح نمود. وچه بسا، مطرح کردن این گونه مسائل درسطوح دبیرستانی درتفهیم بنیان های علوم تاثیر مطلوب ومثبت داشته باشد. بهرحال ضرورت ایجاد آگاهی وبررسی مبانی تفکر درهرسطح امری بدیهی است، شیوه ونحوهٔ تدریس باید خود مورد بررسی قرار گیرد.

سوال : چگونه رابطه ای بین ریاضیات وفلسفه می بینید؟

جواب : پاسخ به این سوال را باید از چند دیدگاه بررسی نمود. اولا" درتاریخ علم مشاهده می کنیم که ریاضیات ونظام های ریاضی ومنطقی درپیشبرد افکار منظم ودستگاه های مدون فلسفی نقش بسیار مهمی را داشته است. جمله منقوش برسردرمدرسه (آکادمی) افلاطون : " هرکس که هندسه نداند وارد نشود" تمثیل گویائی

است از اهمیت ریاضیات در تفکر فلسفی . ثانیا "اگر تعریف رایج ومورد قبول کلی از فلسفه را : " تحقیق درباره ماهیت اشیاء به قدر طاقت بشر" درنظر بگیریم بررسی دقیق تری را از رابطه بین ریاضیات وفلسفه میتوانیم ارائه دهیم . در تحقیق فلسفی پیرامون ماهیت اشیاء احتیاج به شیوه ای داریم ، ونیز احتیاج به ظرف یا نظامی که بتوسط آن نتایج فلسفی را بیان کنیم . نتائج فلسفی مجرد وانتزاعی هستند ونظامی مانند ریاضیات که با مجردات تعمیم یافته بسهولت میتواند کار کند ، میتواند هم در شیوه تحلیل وهم در بیان فلسفی مورد استفاده قرار گیرد . ثالثا "همواره یقینی - بودن ریاضیات ومساله ما تقدم وبدیهی بودن مبانی نظامهای ریاضی فلاسفه را مشتاق به فراگیری این علم می داشته . شیوه اصل متعارفی همواره اصول شیوه تحلیل فلسفی بوده . رابعا "همان طوریکه ایجاد نظامهای اصل متعارفی قرنها مبیّن اساس ومبانی نحوه تفکر وتحلیل فلسفی بوده ونتائج ریاضی در فلسفه تاثیر داشته اند ، اکنون نیز ایجاد نظامهای ریاضی مبتنی بر منطق چند ارزشی ، بحث پیرامون اصل متعارفی کردن علم حساب ، اصول متعارف نظریه مجموعه ها ، مفاهیمی مانند بی نهایت ، بی نهایت کوچک ، اتصال ، انفصال ، وغیره مولد بحث های عمیق فلسفی هستند . ومثلا "اگر ما اصل تناقض وبرهان خلف را در فلسفه حاکم ندانیم (به خاطر اثبات سازگاری دستگاه های منطقی چندارزشی) باید در انتظار تحولات عمیق در مبانی فلسفه باشیم . بنابراین به نظر بنده فلسفه وریاضی رابطه ذاتی دارند ، وعلی - الخصوص بیان ریاضی ومفهوم برهان واثبات در ریاضی ، وبطور کلی صورت استنتاج در ریاضی ، وغیره عناصر متشکله اصول تحقیق فلسفی هستند واز سوی دیگر فلسفه میتواند نتایج مجرد ریاضی را در ارتباط با مباحث کلی علم المعرفة ، علم الوجود ویا مبحث شناخت ومبحث وجود ، بیان کند وپیرامون رابطه وجود وحقیقت ریاضی با

حقیقت علی الاطلاق تحقیق کند.

سوال: اگر ما علم را چنین تعریف کنیم "تمام دانستنیهائی که از طریق تجربه حسی بدست میاید" آیا ریاضیات را میتوان یک علم دانست؟

جواب: بحث درباره اینکه آیا ریاضیات علم هست، و اینکه آیا ریاضیات مبتنی برتجربه حسی است یا خیر، بحثی است طولانی و اذهان متفکران را همواره بخود مشغول داشته. البته اصل این بحث از مساله اشتراک لفظ علم شروع میشود. منظور ما از علم چیست. اگر ما علم را تنها مبتنی برتجربیات حسی بدانیم ریاضیات وفلسفه علم نیستند بلکه نظام یا دستگاهی هستند که به توسط آن مطالب را میتوان بیان کرد. فرضا "ما علم به انحنای فضا را در قالب ریاضی بیان میکنیم و آن علم مبتنی برتجربه و اندازه گیری علوم طبیعی است. در این صورت ریاضیات را دستگاهی صوری (صورت گرایان) یا دستگاهی منطقی (منطق گرایان) دانسته ایم که خود به تنهائی به کشف معلومات واقعی مبتنی برتجربه حسی از ماده نمی پردازد، بلکه صرفا "ظرفی است برای بیان حقائق مکشوف مادی، ولی اگر ما علم را نتیجه هرتحرکی از مجهول به معلوم بدانیم، ریاضیات وفلسفه علم هستند، علم به حقائق. البته دیدگاه اصلی ما تعیین کننده نظر ما نسبت به علم بودن یا نبودن ریاضیات خواهد بود. حقیقت ریاضی چگونه حقیقتی است؟ مثلا "آیا تحقیق هندسی درباره اشکال، روابط واشیاء هندسی مبین حقیقتی از فضای واقعی هست یا نه؟ آیا وجود اشیاء ریاضی وجود ذهنی صرف است؟ این گونه سوالها را باید مطرح کنیم وسپس به پاسخ سوال: "آیا ریاضیات علم است"؟ بپردازیم. البته باید متذکر شد که رأی اکثر ریاضی دانها این است که حقیقت ریاضی را صرفا "در رابطه استحکام اثبات های ریاضی می دانند و درنهایت امر اظهار می کنند که ریاضی علم نیست ودستگاهی است ساخته و

پرداخته اذهان ریاضی دانها وشیوه هائی که درفنشان بکار می برند. آراء دیگری نیزمانندنظرافلاطون گرایان درریاضی وجوددارد که ریاضی راعلمی می داند، دارای موضوعی خاص و نتائجی حقیقی وفراگیر، دراین صورت قائل به حقیقتی والاتر ازصرفا "حقیقت منطقی برای ریاضیات قائل شده ایم. ونیز موضع واقع گرائی درریاضیات قائل به این است که گزاره های ریاضی صادق هستندومبین حقایق طبیعی جهانی که درآن زندگی می کنیم وبه نحوی محسوس است (چه مشارالیه حسی وچه مشارالیه عقلی) .

سوال : چگونه میتوان مفهوم بی نهایت را منطبق برتجربیات حسی دانست ؟

جواب : مساله چیستی ، وجودوحقیقت بی نهایت هم درریاضیات باارزش است وهم درفلسفه ، ومساله ایست که مبتنی بردیدگاههای بنیانی متفاوت پاسخ به آن نیزمتفاوت خواهدبود. ولی دربدو امربایدعنوان کردکه مفهوم بی نهایت را صرفا "منطبق برتجربیات حسی نمی توان دانست ، مگردرابصاروا ینکه قائل بشویم که انسان مسافات فوق العاده زیادرا می تواندمشاهده کند. به عبارت دیگرانسان تنها بواسطه حواس ظاهربی نهایت را نمی تواند تجربه کند. اما اجازه بدهیددرباره بی نهایت یک بررسی خلاصه انجام دهیم . اولا" به خاطرعللی که ذکرخواهم کردوجودبی نهایت رابایدقبول کرد، ولی اینکه بی نهایت چگونه بی نهایتی باشد - بالفعل یابالقوه ، حقیقتی ذهنی ومجردیاواقعی - امری است مستلزم تحقیق عمیق وبحث مفصل . امادرعرف فلسفه چرابایدبی نهایت وجودداشته باشد : ۱ - مساله زمان ، ۲ - مقدارو تقسیم مقادیر - امری درریاضیات که مستلزم وجودبی نهایت است - ونیزدنباله های به بی نهایت رونده (مثلا" اعدادطبیعی وغیره) ۳ - اگرصیرورت ابدی است بایدقائل به مبدأی بی نهایت بود ،

۴ ـ مفهوم حد و محدود بودن یا مساله محیط و محاط ، مستلزم وجود بی نهایت است ، ۵ ـ مسائل دیگری از جمله خلاء ، خود مساله مکان و فضا ، و مفهوم بی نهایت در روابط ریاضی . باید متذکر شد که اخیرا "در ریاضیات درباره‌ٔ بی نهایت مطالب زیادی عنوان شده . کانتور درباره‌ٔ بی نهایت و تمییز بین بی نهایت های بالفعل و بالقوه و کاربرد آن در ریاضیات مطالبی را عنوان کرده ، وجود بی نهایت اصل متعارف ۹ در نظریه‌ٔ مجموعه‌های زرملو ـ فرانکل است ، راسل در ساختمان ریاضیات و در برنامه منطق ـ گرائی خویش برای بار اول در" اصول ریاضیات " (چاپ اول) وجود بی نهایت را بعنوان یک اصل متعارف ، و در چاپ دوم به عنوان یک اصل موضوعه قبول می کند . این گونه مسائل مؤید وجود بی نهایت یا بعبارت دیگر مؤید ضرورت وجود بی نهایت هستند ، ولی اینکه آیا بی نهایت منطبق است با تجربیات حسی جواب ساده‌ای را نمی توانیم ارائه دهیم . اما اگر علم حضوری را نوعی علم تجربی بدانیم ، انسان بی نهایت را تجربه میکند و در لحظات بی نهایت کوچک (یا آنات) اشراق برا و وارد شده و به عنوان یک موضوع مدرِک متناهی با لایتناهی مرتبط می شود . در فلسفه وجود بی نهایت از طرق مختلف بیان میشود . یکی از آن طرق بطور خیلی خلاصه و ساده چنین است : اگر ما اثبات خود آگاهی یا وجود جوهر متفکر را (مانند انائیت معلقه ابن سینا و جوهر متفکر دکارت و انائیت متعالیه هوسرل) قبول کنیم باید تصور لایتناهی را هم قبول کنیم . چون اگر جوهر متفکر متناهی است باید لایتناهی متصور باشد تا متناهی بر وجود جوهر متفکر حمل شود .

اجازه بدهید در اینجا یکی دو مثال از ریاضیات بزنیم .

۱ ـ اصل متعارف ۹ در نظریه مجموعه‌های زرملو ـ فرانکل که وجود نهایت را بیان می کند :

$$\exists x(\exists u(u\varepsilon x) \wedge \forall u(u\varepsilon x \rightarrow \exists v(v\varepsilon x \wedge u\subset v \wedge \neg v=u)))$$

بیانی است مبتنی برثوابت منطقی (یا روابط منطقی) ، سور عمومی ووجودی ، ومفهوم بدیهی شمول یا اندخال ، پس امری است بدیهی .

۲ ـ درنظریه گروه‌ها اگر G شامل تعداد متناهی عناصر باشد ، محدود ودرغیر اینصورت نامتناهی وبی نهایت است . پس ما گروه بی نهایت را موجود دانسته ایم ، ودرهمین نظریه ما ترتیب بی نهایت را نیز موجود می دانیم :

مثلا" وقتی $a_1 = a_2 = a_3 = \ldots\ldots\ldots = a_n = a$ باشد و $aaaa\ldots\ldots a$ راتوسط a^n بیان کنیم و a راتوسط $a^0 = e$ و $a^{-n} = (a^n)^{-1}$ $(n \geqslant 0)$ تعریف کنیم .

حال اگر n وجود داشته باشد به طوری که $a^n = e$ (n عدد صحیح مثبت) کوچکترین عدد صحیح مثبت d به طوریکه $a^d = e$ بنا به تعریف نام " ترتیب " (order) را دارد . ولی اگر n را نداشته باشیم a یک عنصر از ترتیب بی نهایت خواهد بود .

سوال : براساس همین تعریفی که از علم کردیم ، میتوان پنداشت که فلسفهٔ علم نیز علم است . بدان معنی که فلسفهٔ علم فیزیک علمی است . آیا دربارهٔ فلسفهٔ علم ریاضی چنین تفکری صحیح است ؟ (آیا فلسفهٔ ریاضی علم است ؟)

جواب : پاسخ به این سوال نیز مبتنی بر دیدگاه اصلی ما از لفظ ومعنی علم است . اگر فلسفه را علم بدانیم طبعا "فلسفه X را نیز علم دانسته ایم . در اینجا متذکر می شوم که محدود نمودن مفهوم علم برعلوم تجربی امری است تازه والزاما "صحیح نیست ودرثانی بحثی است صرفا "دربارهٔ اشتراک لفظ . مثلا" لفظ آلمانی Wissenschaft یا لاتین scientia هردو به معنی علم وشامل تر از معنی متداول لفظ انگلیسی science

هستند. لفظ علم ولفظ دانش نیزشمول کلی دارند، همانند لفظ یونانی ΕΠΥΣΤΕΜΕ. سوال اینگونه مطرح میشودکه چه چیزی را علمی یا epistemic است دریک نظام فلسفی - ریاضی حقیقتی علمی است که مبتنی بر مقدمات مسلم واستفاده صحیح ازروش های استنتاج باشد، حالا این حقیقت ممکن است حقیقت منطقی صرف باشدولی درعلم بودن آن ودربرهانی بودن آن شک نمی شود. نظریه خاصی که علوم را تنها برابربا برداشت خاصی ازعلوم تجربی می داندجهان شمول نیست.

سوال: می دانیم که متدریاضی مستدل واستنتاجی است. حال می خواهم این سوال را مطرح کنم که آیا این دلیل برحقیقت موضوع هست یا نه؟ مقصودم این استکه اگرما مطلبی را توسط استنتاجات زیادی دریافتیم، آیا دلیل داریم که آن حقیقت دارد. یا این مساله بستگی داردبه اصولی که انتخاب کردیم، و آیا بهترین روش بیان حقائق متدریاضی است؟

جواب: پاسخ به این سوال نیزمبتنی بردیدکلی ما ازمبانی ریاضی متفاوت میتواندباشد. حقیقت ریاضی چه نوع حقیقتی است وبا واقع چه ربطی دارد؟ اگرقائل باشیم که ریاضیات دارای ذوات قائم، وبه عبارت افلاطونی مرتبتی ازوجودراحائزاست، همانندمُثُل معلقه، هم وجودمستقلی برای اشیاء ریاضی وهم حقیقتی رابرای استنتاجات ریاضی قائل شده ایم. البته ممکن است حقائق ریاضی راحقائق منطقی صرف بدانیم ومفهوم حقیقت ریاضی راصرفا "قائم دررابطه بااثبات های ارائه شده" ازصدق گزاره های ریاضی. درآن صورت مقدمات و تعریفات مادراقامه یک برهان ریاضی مبیّن چیستی نتایج ماخواهندبود، که البته درهمه حال صادق است. ولی مثلا" اگرقائل به وجودمقدمات باشیم وقائل باشیم که حدّتامی راکه ازفلان چیزبیان کرده ایم، قولی

است دالّ بر هیّت آن شیء الزاما "قائل به حقیقی بودن نتایج هم باید باشیم. واصولا" مسائل مربوط به وجود موجودات مجرد ریاضی وبطورکلی مسائل مربوط به وجود در ریاضیات مسائلی هستند که درطرح آنها اصول مبانی ومکتب های مختلف فلسفی ریاضی را باید عنوان کنیم (وبنده درمقاله ای که دراین شماره چاپ شده ، سعی کرده ام این مطالب را عنوان کنم.)

اما دراینکه آیا بهترین روش بیان حقائق متدریاضی است ، اکثرفلاسفه قائل هستند که این طوراست . واصولا "یقینی - بودن نظام های ریاضی دالّ براین مطلب است . بیان ریاضی بیانی است دقیق ، مجردوشیوه ای است که اگراصول ، تعاریف ، اشکال مختلف استنتاج (وجوه قیاس ، استقراء وغیره)دربیان بطورکامل درنظرگرفته شوند ، همواره نتایج مکتسب ضروری خواهندبود .

درخاتمه ازاینکه این مصاحبه را با بنده کردیدازشما خیلی متشکرم وباید عرض کنم که بنده هیچ ادعائی بر" استاد" بودن ندارم تا چه رسد بداشتن " محضر" چون اعتقاددارم لفظ " استاد" بایدبه شخصی گفته شودکه درطی سالیان درازوتوسط اندیشهٔ مستقل توانسته باشددراصول ومبانی علم خودتحرکی واقعی ایجادنموده وبه تعلیم وتعلم خدمت کرده باشد .

یادی از غیاث الدین جمشید کاشانی
" ریاضیدان ایرانی "

معرفی مفاخر علمی جهان بطور اعم و ایران بطور اخص زمینه خوبی است برای تجربه اندوزی وچراغ راهی است برای آینده علوم. اگر بتوانیم با شخصیت علمی وروشهای تحقیق دانشمندان گذشته آشنا شویم ، نکات مثبت آنرا برگزینیم ونمایان سازیم ، میتوانیم امیدوار باشیم که درآینده آثار غنی تروبدور از اشکالات گذشته بوجود آید. ازطرف دیگر ، بخصوص آشنائی با بزرگان علم ودانش ایران، حرکتی است درجهت شناسائی فرهنگ این مملکت ، تقویت روحیه ملی دانش پژوهان کنونی . ما نیزسعی برآن داریم که خوانندگان را با چهرهٔ ریاضیدانان " بزرگ " ایران وجهان آشنا سازیم ،دراین مورد بخصوص روی دستاوردهای علمی اوو وجودشخصیت اوتکیه میکنیم .
مناسبت مصادف شدن این شماره مجله با سالروزمرگ غیاث الدین جمشیدکاشانی ، اجمالی ازشرح حال وآثاراورا میآوریم ، به این امیدکه دریک فرصت مناسب بطورمفصل شخصیت علمی وآثاربجا مانده از اورابررسی نمائیم .

یکی ازریاضیدانان برجسته درایران بعدازاسلام غیاث الدین جمشیدکاشانی است . کاشانی که درقرن نهم هجری می زیست درعین حال منجمی زبردست ومخترع وسایل بسیاردقیق رصدنیزبود.

ازکاشانی کتب ورسالات متعددی درزمینهٔ ریاضیات ونجوم به یادگارمانده است که ازآن جمله " زیج خاقانی " ، "مفتاح الحساب" ، " رسالهٔ محیطیه " وغیره است . کاشانی وسیله ای بنام " طبق المناطق " رانیزبرای تعیین عروض کواکب اختراع کردوکتاب " نزهه الحدائق " رادرشرح آن نوشت . اونخستین مخترع کسرهای اعشاری است وعدد رابا تقسیم محیط دایره به قطرآن بادقتی که تقریبا تاصدوپنجاه سال بعدازاودردنیا بی رقیب ماند- حساب کردونیزسینوس زاویهٔ یکدرجه رابا روش تکراری حل نوعی معادله درجه سوم به وجه بسیارجالب توجهی که تازمان وی سابقه نداشت بدست آورد. کاشانی درحدودسال ۸۲۴ هجری قمری به دعوت الغ بیک ازکاشانی به سمرقندرفت ومدیررصدخانه سمرقند ومورد احترام الغ بیک وریاضیدانان دیگری که درسمرقندمی زیستندبود.

لازم به تذکراست که تاکنون هیچیک ازکتابهای کاشانی که در اصل به زبان عربی نوشته شده اندبه زبان فارسی برگردانده نشده انددرحالیکه به بسیاری اززبانهای زندهٔ دنیا ترجمه شده اند امیداست که محققان وریاضیدانان میهن ما به این مسئله مهم توجه کنند.

به مناسبت پانصدمین سالمرگ غیاث الدین جمشیدکاشانی مقاله ای کوتاه به قلم آقای پرویزشهریاری - ریاضیدان و محقق برجسته ایران - نوشته شده است که درذیل آنرا به نظرخوانندگان می آوریم :

اول تیرماه ۱۳۵۸، مصادف باپانصدمین سالمرگ دانشمندوریاضی دان بزرگ ایرانی ، غیاث الدین جمشیدکاشانی است .

کاشانی درزمان الغ بیک ، نوهٔ تیمورمی زیست . هجوم تیمور ، بیشترکشورهای شرق میانه ونزدیک ، منجمله ایران را ، ویران و دانشمندان راتارومارکرده بود. ولی الغ بیک ، که خوددانشمندی دانش دوست بود ، مرکزعلمی تازه ای درسمرقندبنیان گذاشت ودانشمندان رازیرحمایت خودگرفت درهمین شهربودکه بزرگترین رصدخانه شرق زیرنظرغیاث الدین جمشیدکاشانی ، ریاضیدان بزرگ ایرانی ، ساخته شد. کاشانی، پیش ازآنکه به سمرقندبرود، " زیج خاقانی" راودررساله‌ای ، جدول های مثلثاتی راتنظیم کرده بود. این رساله کاشانی به مانرسیده است ، ولی قسمت های مهمی از آن به وسیله قاضی زاده رومی ، وبخصوص آنچه که مربوط به محاسبهٔ سینوس یک درجه است باقی مانده است . کاشانی مقدارسینوس یک درجه راازروی مقدارسینوس ۳ درجه ، و تا ۱۸ رقم دهدهی ، محاسبه کرده است . برای چنین محاسبه ای بایدمعادله درجه سوم $۴x^۳ - ۳x + ۳\text{سینوس}^\circ = ۰$ راحلکردوروشن است که انجام آن با توجه به سطح تکامل ریاضیات درزمان کاشانی به چه نبوغ وظرافت فکری بالایی نیازداشته است .

کاشانی کتاب معروف " مفتاح الحساب " خودراکه درواقع یک دایره المعارف ریاضی است ، درسمرقندنوشت . درهمین کتاب است که اوکسرهای دهدهی راکشف کرده است (کشفی که درفرهنگ غربی معمولاً به سیمون ستون نسبت می دهند ، درحالی که ستون درسال ۱۵۴۸ میلادی به دنیاآمده است یعنی درست ۱۲۱ سال بعداز تنظیم کتاب " مفتاح الحساب " به وسیله کاشانی). کاشانی دراینکتاب علاوه برقانون هایی که برای محاسبه جذر، محاسبه سطح وحجم

شکل های هندسی ، بررسی مثلث ها وتنظیم جدول های مثلثاتی ،حل معادلهٔ درجه‌سوم ، محاسبهٔ مجموع رشته های عددی وحتی تنظیم جدول وزن مخصوص جسم های جامدومایع می‌دهد، به ریاضیات کاربسته هم می پردازدوروش اندازه گیری طاقها وگنبدها را ، که درمعماری شرق به کارمی‌رود، موردبررسی قرارمیدهد. کاشانی درهمین کتاب ضریب های بسط دوجمله‌ای وقانون $C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$ را کشف کرد. کاشانی درکتاب " رسالة المحیطیه " خود، به‌محاسبه عدد π (پی) می پردازد. اوبرای این منظور، محیط دایره را ـ واسطهٔ عددی محیط های چندضلعی های منتظم محیطی ومحاطی با 3×2^n ضلع می‌گیردوضمنا " می گوید: π رابایدچنان گرفت که اگر شعاع دایره برابربافاصله زمین تاستاره های ثابت باشد (که به حساب کاشانی ۶۰۰۰۰۰ برابرشعاع کرهٔ زمین است) ، اختلاف بین محیط های چندضلعی های داخلی وخارجی ، کمترازقطرموی اسب شود. کاشانی به همین هدف ، π رامساوی ۲۸ می‌گیرد، یعنی محیط ۸۰۵۳۰۶۳۶۸ ضلعی منتظم‌داخلی وخارجی رامحاسبه وواسطه عددی‌آنها رابادقت‌کم نظیری به دست می آورد. اوبه این ترتیب ، عدد π راتا ۱۷ رقم دهدهی به دست می دهدکه تنهارقم آخرآن اشتباه است

بررسی مسائل کامپیوتردرایران

استفاده ازکامپیوترمیرفت تا بصورت یک وسیلهٔ تجملی درتمام ادارات ایران رواج یابد. شرکتهای سازنده کامپیوتر که ایران را بازارخوبی برای فروش محصولات خودمیدانستندهرروز دفاترجدیدی می گشودند. وشرکتهای خدمات کامپیوتری مثل قارچ میروئیدند. نداشتن مدیریت مجرب وصادق در ادارات مختلف دولتی موجب شدکه شرکتهای فروشنده کامپیوترباتحمیق و یاتطمیع ، هرچه میخواهندبه خریداران تحمیل کنند. بعدازفروش کامپیوترنوبت به شرکتهای ریزودرشت خدمات کامپیوتری میرسید اگرسفارش ها ووابستگی شرکتها به اشخاص مختلف نمیتوانست راهگشای آنان باشد، نالایقی مدیران بکمک می آمد.

هدف ازیادآوری گذشته روشن کردن وضع امروزاست ، هرروزپروندهٔ جدیدی گشوده میشودکه خبرازسوءاستفاده ای کلان دارد. دیگرهمهٔ مردم ازوجودکامپیوتر غول مانندوزارت گشاورزی وقراردادبلندپروازانهٔ وزارت بهداری وکامپیوترهای دست ـ نخورده وزارت آموزش وپرورش خبردارند. کامپیوترهای ریز و

درشت ارتش وکلکسیون کامپیوترسازمان برنامه وکامپیوترهای بسیاری ازسازمان های دولتی وخصوصی هم کمابیش برای مردم شناخته شده می باشندوهیچکدام ازاینها نه تنها مفیدنبوده اند، بلکه دراکثرموارد بصورت شیئی پرخرج وپردردسربردوش سازمان سنگینی کرده اند.

میدانیم استفاده ازکامپیوتریکی ازنیازهای امروزه جوامع بشری است. ولی تجربهٔ تلخ ما مانع ازآن میشودکه به کامپیوتربصورت یک ماشین سودآورنگاه کنیم. چاره چیست؟ باید هرچه کامپیوترداریم بیرون بریزیم وهمان کارها رابا دست انجام دهیم؟ یا خریدکامپیوتررا متوقف کرده وسعی کنیم کامپیوترهای موجودرا بکارگیریم؟ دراینصورت احتمال موفقیت ما تا چه حد است؟ همین سوالها وبسیاری مسائل دیگرازقبیل وابستگی به کشورهای خارجی وغیره مارابرآن داشت تا بحثی رادراین زمینه آغازکنیم.

برای برداشتن اولین قدم دراین راه، ازکمک دکتر سمسارزاده، استادیاردانشکده ریاضی وعلوم کامپیوتر، بهره میگیریم. شش سال تجربهٔ کاری درادارات مختلف ازقبیل: وزارت دارایی و بانک مرکزی وشرکت داشتن درتمام مراحل کار، ازخریدکامپیوترگرفته تا طراحی وپیاده کردن سیستم های بانک-های اطلاعاتی، باعث شده تا ازنزدیک با مسائل آشنا شوند. از این روبعنوان یک صاحب نظردرمسائل کامپیوتردرایران نظراتشان درخورتوجه وتعمق است.

قبل ازتحولات اخیرایران، مهمترین استفاده کننده کامپیوتردولت وسازمانهای وابسته به آن بودند. باوجودیکه اطلاعات دقیقی ازهزینهٔ سالیانه کامپیوتردرادارات دولتی در دست نیست، برآوردمحافظه کارانه رامیتوان بین ۱ تا ۲میلیارد تومان درسال تخمین زد. این هزینه عظیم بازدهی نداشته است.

بعبارت دقیق تر امروز فقط تعداد بسیار محدودی سیستم اطلاعاتی (که شاید تعداد آنها ۱۰ یا ۲۰ تا بیشتر نباشد) وجود دارد که قطع خدمات کامپیوتری آنها باعث وقفه در عملیات سازمان مربوطه خواهد شد. با توجه به اینکه چنین سیستم‌هایی اکثرا "سیستم های اطلاعاتی ساده‌ای (مانند صدور فیش آب یا برق) هستند هزینه پیاده کردن و استفاده مستمر از آنها نمیتواند بیش از ۱۰ تا ۲۰ میلیون تومان در سال باشد، باین ترتیب میتوان باین نتیجه رسید که رقمی نزدیک به ۹۹ درصد از بودجه‌ای که صرف مکانیزه کردن موسسات دولتی در ایران شده، بیهوده تلف گشته است. چنین درصد اتلافی شاید با هیچ رشتهٔ دیگری در تکنولوژی و یا هیچ مملکت دیگری در دنیا قابل مقایسه نباشد.

با وجودیکه فساد مالی در بوروکراسی دولت سهم مهمی در عدم پیشرفت کامپیوتر داشته است، چنین فسادی را نمیتوان تنها عامل عدم موفقیت دانست. استفاده از کامپیوتر، خیلی بیش از سایر رشته‌های تکنولوژی، احتیاج به محیط و عوامل مخصوص و ویژه دارد. این عوامل را میتوان به دو گروه مهم تقسیم کرد: عامل اول وجود دانش فنی کافی در کاربرد کامپیوتر و عامل دوم وجود نظم اداری در سازمانهائی است که از کامپیوتر استفاده می‌کرده‌اند.

سیستم‌های اطلاعاتی از پیچیده‌ترین سیستم‌هایی هستند که تکنولوژی غرب به آنها دست یافته است. برای مثال در یک برنامه کاربردی بزبان PL/I که در محیط ON-LINE سیستم بانک اطلاعاتی تحت کنترل سیستم عامل OS/VS2 در روی کامپیوتر IBM/158 اجرا میشود، تعداد عناصر و متغیرها و روابطی که لازمست توسط سخت افزار و نرم افزار کنترل شوند تا عملیات مربوطه انجام گیرد، بیش از محیط عملیاتی سفینهٔ فضایی آپولو است، و قدرت فکری هیچ انسانی قادر نیست

که به تنهائی جزئیات کلیه عملیاتی را که در این محیط تحقق می یابند فرا گیرد.

اولین مشکل اساسی در اینست که تصمیم‌گیری در مورد اینکه یک چنین سیستم‌هایی تا چه حد مشکلات اداری سازمانهای دولتی ایران را حل میکند احتیاج به یک حداقل اطلاعات فنی دارد که این حداقل اطلاع در مدیران و مسئولین سازمانها، وجود نداشته است. تقریبا "تمام مدیرانی که مسئول وزارتخانه و سازمانهای بزرگ بوده اند و بودجه های کلان را به فعالیتهای مختلف توسعه کامپیوتر اختصاص میداده اند (حتی با فرض باینکه منافع مادی آنها در بین نبوده است) با عدم یک چنین حداقلی از فهم فنی تصمیم میگرفته اند و با وجودیکه پروژه های سیستم‌های اطلاعاتی یکی پس از دیگری با شکست مواجه میشده است، بررسی علل شکست های گذشته و پیدا کردن راه حلها، معمولا "همیشه فدای بدست آوردن قدرت و اهمیت بیشتر از طریق توسعه واحدهای کامپیوتری میگردیده است.

دومین مشکل ناشی از پیچیدگی سیستم‌های اطلاعاتی، مسائل وسیع مربوط به پیاده کردن و نگاهداری این سیستم‌ها در سازمانهای دولتی ایران است. شرکت های سازنده ماشین اکثرا" فاقد افراد متخصص کافی برای نگاهداری سخت افزار و نرم افزار خود هستند. بسیاری از اشکالات فنی که رفع آنها ظرف یکی دو ساعت امکان پذیر است، روزها و شاید هفته ها و ماهها بطول می انجامند. دانش حرفه ای و دقت عمل در تجزیه و تحلیل مسائل و طراحی سیستم های اطلاعاتی کم است. بسیاری از افراد که خود را متخصص در تجزیه و تحلیل سیستم‌های اطلاعاتی میدانند، یا فارغ التحصیلان جدید دانشگاههای داخلی و خارجی هستند (که در اینصورت هنوز تجربه کافی ندارند) و یا کارمندان قدیمی سازمانهای دولتی

هستند (که در اینصورت تحصیلات آکادمیک لازم را در این رشته نداشته اند) وبدین ترتیب بسیاری از سیستم هایی که طراحی شده اند ، اصولا" جوابگوی احتیاجات اطلاعاتی استفاده کنندگان نمیباشند. ازمسائل طراحی گذشته ، بسیاری از اپراتورها و برنامه نویسان که قبلا" کارمندان معمولی سازمانهای دولتی بوده اند ، قدرت خواندن کتابها ودستورالعمل های ماشین را (که بزبان انگلیسی است) ندارند ، ودرنتیجه تخصص آنها محدود به مطالبی است که ازهمکاران خود میشنوندویا درمحل (پس از اشتباهات متوالی) به آنها پی میبرند.

عامل بعدی عدم موفقیت کامپیوتر ، عدم وجود نظم اداری وسازمانی درموسسات دولتی بوده است . جهت پیاده کردن یک سیستم اطلاعاتی دریک سازمان لازم است روش های انجام کار و مسیرهای گردش اطلاعات درسازمان دقیقا" مشخص باشدواین مسیرها وروش ها درچهارچوب سیستم اطلاعاتی ، برنامه نویسی پیاده شوند . دراکثریت قریب باتفاق سازمانهای دولتی معلوم نیست که هدف هرواحددرسازمان چیست ، این واحدبرای انجام کار خودبه چه اطلاعاتی نیازمنداست وباچه ضوابطی روی اطلاعات موجود تصمیم گیریها وعملیات لازم را انجام میدهد . افرادعادی که بعنوان ارباب رجوع به چنین سازمانهایی مراجعه میکنند ، براحتی متوجه میشوندکه روش انجام کارغالبا" مشخص نیست وهمیشه .در جزئیات مبهم است ، معلوم نیست چه کسی مشغول چه کاری است ویا اینکه چه فرمهایی بایدبرای انجام یک کاربخصوص پرشود . روش - های اداری نه تنها نا مشخص ومبهم هستند ، بلکه درطول زمان بسیارطولانی ووقت گیروپیچیده شده اند ، بطوریکه برای انجام یک کارساده غالبا" دهها وبعضی مواقع صدها نفردرسطوح مختلف بوروکراسی لازم است اظهارنظرودخالت کنند . متدوروش انجام هیچکاری مستندومدون نیست واغلب فقط درفکرکارمندان وجود

داردوعلاوه براین نظرهیچ‌دوکارمندی درموردجزئیات وموارد استثنائی‌یکسان نیست .

یکی ازطرزفکرهای غلطی که مدیران ومسئولین سازمان های دولتی داشتند ، این بودکه اگردرچنین محیطی کامپیوتر را واردکنند ، روش های اداری خودبخوددرست شده ونظم‌لازم‌را بدست خواهندآورد . واقعیت کاملا"بعکس اینست : فقط فعالیت هایی رامیتوان مکانیزه‌کردکه تحت روش معین ومشخصی انجام‌میگیرندو اینگونه‌فعالیتها دراداارات دولتی مابندرت یافت میشود .

به‌چنین بی نظمی اداری وسازمانی میتوان عدم‌علاقه ، دقت وانضباط کاری کارمندان رانیزاضافه‌کرد . چون تصمیم‌گیری درموردپیاده‌کردن سیستم‌های اطلاعاتی اغلب درسطوح بالای بوروکراسی بدون مشارکت ومشورت افرادی که‌قراربودواحدآنها مکانیزه‌شود ، صورت میگرفت ، فعالیتهای مربوط به‌مکانیزه - کردن علاوه‌برمواجه‌شدن باافرادی که‌اصولا"کم‌علاقه وکم‌دقت بودند ، معمولا"اشخاص بدبین واحیانا"کارشکن راهم‌درراه‌خود میافت . بدیهیست که‌پیاده‌کردن یک سیستم‌کامپیوتری دریک واحدسازمانی که‌افرادش مخالف باآن سیستم‌باشند ، کاری غیرممکن است .

تحولات اخیرایران باوجودیکه‌فسادمالی رادردستگاههای اداری ازبین برده‌است ، هنوزاثرات قابل توجهی روی منظم‌کردن روش‌های اداری وسازمانی نداشته‌است . منظم‌کردن روشهای اداری ، دادن ساخت‌سازمانی لازم‌به‌ادارات بوروکراتیک فعلی ، ایجادحس مسئولیت وکارآئی درکارمندان از جمله‌مسائلی است که‌فقط دردرازمدت قابل حل است . تجربهٔ ماوسایرکشورهای درحال توسعه‌نشان داده‌است که‌بدون وجودچنین شرایطی ، استفاده‌ازکامپیوترفقط جنبهٔ تفننی خواهدداشت .

واقعیت اینست که اجتماع ما فعلاً" به یک بازسازی عمیق وطولانی اقتصادی واجتماعی نیاز دارد وفقط پس از تحقق یافتن این چنین بازسازی است که مسأله استفاده از کامپیوتر در جهت بازدهی بیشتر قابل بحث خواهد بود. بنابراین برنامه کوتاه مدت دولت (درظرف ۵ تا ۱۰ سال آینده) باید براین اصل باشد که هزینه های کنونی کامپیوتر را بشدت محدود سازد. تا بدین وسیله از اتلاف منابع جلوگیری شده وافراد با صطلاح متخصصی که در این رشته هستند وهمینطور قشر عظیمی از دانشجویان که مشغول فراگیری این رشته میباشند به سمت رشته های سازندهٔ دیگری که فعلاً" بیشتر مورد نیاز اجتماع است ، سوق داده شود.

ماشین بازی شطرنج

آیا مغز انسان اساساً "یک ماشین است ؟ فلاسفه و دانشمندان قرنها درباره این سوال فکر کرده اند. با پیشرفت کامپیوتر امروزه می توان این سول را به طرز دیگری مطرح کرد: آیا میشود یک ماشین را طوری طرح ریزی کرد که قابلیت " تفکر" داشته باشد. درطول چند دوره گذشته کامپیوترهایی ساخته شده اند که طرز کارشان بسیار نزدیک به کارهای فکری است. در اولین مراحل این کامپیوترها صرفاً "برای محاسبات عددی طرح شدند. ولی طرح اساسی آنها آنقدر کلی و انعطاف پذیر است که بخوبی میتوانند با عناصری که کلمات، موضوعات و سایر مفاهیم قابل درک را نمایش می دهند کار کنند.

یکی از این کارها، (که هنوز هم از جهات مختلف در بارهٔ آن تحقیق می شود) ترجمه متون از زبانی به زبان دیگر بوسیلهٔ کامپیوتر است. منظور از این ترجمه یک ترجمه کامل ادبی نیست، بلکه فقط ترجمه ای تحت الفظی است بطوریکه بتواند مفهوم متن را برساند. همچنین از کار کامپیوتر می توان

درکارهای نیمه مکانیکی ، نیمه فکری دیگری مانندطرح فیلتر-
های الکتریکی ، ومدارهای . Relay ، کمک به تنظیم
ترافیک هواپیما دریک فرودگاه شلوغ ، وکنترل تلفنهای راه دور
بوسیله چندشاه سیم نیزکمک گرفت .

یکی دیگرازاین کارها بازی شطرنج بوسیله کامپیوتر
است . این مسئله بخودی خوداهمیت چندانی ندارد ، بلکه مستلزم
نتایج بسیاری برای تفکراست ، تحقیق درمسئله بازی شطرنج
باعث توسعه تکنیکهایی شدکه میتواندربسیاری ازکاربردهای
عملی مورداستفاده قرارگیرد .

ماشین شطرنج موضوع ایده آلی است که بدلایل مختلف
عنوان شده است . این مسئله هم برای اعمال مجاز (حرکات
شطرنج) وهم برای هدف نهائی (کیش مات) دقیقا "تعریف شده
است . این مسئله چندان واضحی نیست وپیداکردن راه حل مطلوب
هم چندان مشکل نیست . چنین ماشینی که میتواندحریفی علیه
انسان باشد ، حدروشنی ازقابلیت ماشین برای تفکربدست
میدهد . نوشتجات متعددی درپیرامون ماشین بازی شطرنج موجود
است . دراواخرقرن هجده واوائل قرن نوزدهم یک مخترع مجاری
بنام ولفگان وان کمپلن وسیله ای بنام
Maelzel Chess Automation
ساخت که اروپا رادرحیرت فروبردوآوازه اش درسطح وسیعی ازقاره
پیچید . بزودی باکوشش اودگارآلن پومقالاتی که طرزکاراین
وسیله راشرح می دهد ، پیداشد . اکثرتحلیل گران (کاملا"درست)
نتیجه گرفتندکه ماشین اتوماتیک چنان عمل میکندکه گویی استاد
شطرنجی درخودپنهان کرده است . چندسال بعدطرزکاردقیق آن
روشن شد . کوششهای دقیقی برای طرح یک ماشین شطرنج باز در
۱۹۱۴ بوسیله یک مخترع اسپانیائی بنام ل . تورزوای کوئیودو
(کسی که وسیله ای برای یک بازی نهایی شاه درمقابل شاه ورخ

ساخت) انجام گرفت . ماشین ازطرف شاه ورخ بازی میکرد ودر حرکات معدودی حریف انسانش راکیش مات می نمود . از آن جائیکه مجموعه‌ای ازقوانین می توانندبرای انجام حرکات مناسب دراین بازی نهائی عمل کنند این مسئله نسبتا "ساده‌تر است ، ولی ایده طرح آن کاملا "پیشرفته‌تر ازاینهاست .وکامپیوتر الکتریکی می تواندبرای یک بازی کامل شطرنج برنامه ریزی شود . بمنظورطرح واقعی یک ماشین بازی شطرنج ، بهترین راه اینست که مسئله را باطرحی کلی ازکامپیوتروطرزکارش شروع کنیم .

یک کامپیوترالکترونیک همه منظوره وسیله بسیار پیچیده‌ای شامل چندین هزارمدار ، حافظه وعناصردیگراست . قوانین اساسی که درساخت کامپیوتریکارمیرودکاملا "ساده است . ماشین چهارقسمت عمده بشرح زیردارد :

۱ ـ ارگان محاسبه ۲ ـ عنصرکنترل ۳ ـ حافظه عددی
۴ ـ حافظه برنامه (دوقسمت اخیردریک مکان فیزیکی می باشند)

روش عمل دقیقا "مانندمحاسباتی است که یک انسان ، دریک رشته اعمال محاسباتی بایک ماشین حساب معمولی ، انجام میدهد .

دراین عمل ماشین حساب دستی منطبق برارگان محاسبه است ، عنصرکنترل مانندعامل انسان عمل میکند ، حافظه عددی مثل کاغذی که روی آن نتایج میانی ونهائی محاسبه ثبت می‌شود ، وحافظه برنامه بمثابه کاغذی که روی آن روش انجام اعمال نوشته شده است میباشد .

دریک کامپیوترالکترونیکی ، حافظه عددی شامل مقدار زیادی خانه است که هرکدام یک عددرانمایش میدهند . برای برنامه ریزی یک مسئله درکامپیوتر ، برای هریک ازمقادیری که

درفرض مسئله است لازم است یک خانه اختصاص دهیم وسپس برنامه ای بنویسیم که به ماشین روش عمل روی اعداد را بگوید ومحلی که نتیجه باید در آن قرار گیرد مشخص کند. برنامه شامل دنباله ای از دستورات است که هر دستور یک عمل ساده انجام میدهد. برای مثال یک دستور ساده را میتوان بصورت زیر نوشت :

ADD ۳۷۲ و ۴۵۱ و ۱۳۳

این دستور به این معنی است که عدد داخل خانه ۳۷۲ را با عدد داخل خانه ۴۵۱ جمع کن ونتیجه را در خانهٔ شماره ۱۳۳ قرار بده. نوع دیگری از دستورات شرطی هستند به اینصورت

CPA ۲۹۱ و ۱۱۸ و ۳۴۵

که به ماشین می گوید دو خانه ۲۹۱ و ۱۱۸ را با هم مقایسه کن اگر عدد داخل خانه ۲۹۱ بزرگتر از عدد خانه ۱۱۸ است به دستور بعدی برو ودرغیر اینصورت دستور بعدی را از خانه ۳۴۵ دریافت کن

بستگی به نتیجه محاسبات، ماشین را قادر میسازد تا بتواند برنامه های متغیری که بستگی به نتیجه محاسبات قبلی دارند اجرا کند. فهرست دستورات یک ماشین گاهی شامل بیش از ۱۰۰ نوع دستور می باشد.

بعد از اینکه ماشین با یک برنامه آماده شد، اعداد مورد احتیاج اولیه در حافظه عددی قرار میگیرند وماشین بطور اتوماتیک محاسبات خود را انجام میدهد. مسلما "این ماشین در مسائلی که محاسبات زیادی دارند وانجام عملیات آن با دست وقت گیر است، بسیار مفیدتر از محاسبات فردی است.

برنامه ریزی یک کامپیوتر برای بازی شطرنج را میتوان به سه قسمت بشرح زیر تقسیم کرد :

اول : باید یک کد انتخاب شود بطوریکه خانه ها ومهره های شطرنج را بتواند بصورت اعداد نمایش دهد، دوم باید یک نقشه برای انتخاب حرکاتی که انجام میشود تعریف شود وسوم این نقشه را باید

به یک برنامه کامپیوتری (دنباله‌ای از دستورات مقدماتی) ترجمه کرد.

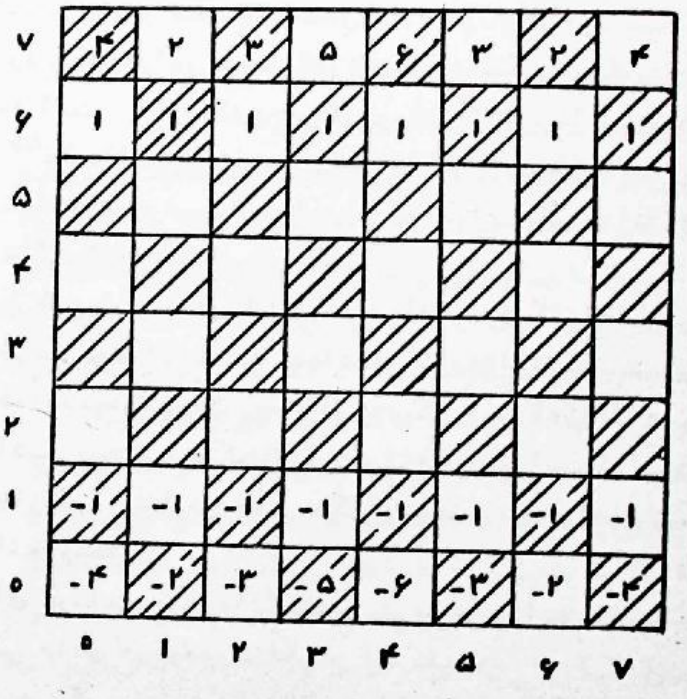
شکل ۱ یک کد مناسب برای صفحه و مهره‌های شطرنج نشان میدهد. هر مربع از صفحه شطرنج با یک عدد دو رقمی نمایش داده میشود، رقم اول آن منطبق بر ردیف افقی است و رقم دومی ردیف عمودی آنرا نمایش میدهد. هر مهره شطرنج بوسیله یک عدد مشخص شده است مثلا "سرباز با ۱ ، اسب با ۲ ، فیل با ۳ ، رخ با ۴ ، وهمینطور بقیه عدد گذاری شده‌اند. مهره‌های سفید با اعداد مثبت و مهره‌های سیاه با اعداد منفی نمایان شده‌اند.

موقعیت هر مهره روی صفحه را میتوان با ۶۴ عدد مشخص کرد (صفر دلالت بر خالی بودن مربع میکند) بنابراین هر موقعیت شطرنج را میتوان با یک سری عدد در حافظه ماشین ذخیره کرد.

یک حرکت شطرنج بوسیله عدد مربعی که مهره در آنجاست و عدد مربعی که به آنجا میرود مشخص میشود. قاعدتا "دو عدد میتواند برای شرح حرکت کافی باشد، اما برای حرکات مخصوص سرباز یک عدد سومی نیز لازم است.

این عدد نشان دهنده مهره ایستگه سرباز به آن تبدیل میشود. در تمام حرکات دیگر عدد سوم صفر است. بنابراین مثلا" یک حرکت اسب از مربع ۰۱ به ۲۲ با ۰ و ۲۲ و ۰۱ کدگذاری میشود و حرکت سرباز از ۶۲ به ۷۲ وتغییرش به وزیر با ۵ و ۷۲ و ۶۲ نشان داده میشود. مسئله اساسی دوم طرح نقشه برای دام گستری است. برای محاسبه حرکت در هر موقعیت شطرنج باید روش مستدل وخوبی ارائه شود. واین سخت ترین قسمت مسئله است. طراح برنامه در اینجا باید از قوانین صحیح بازی که توسط شطرنج بازان حرفه‌ای گفته شده استفاده کند. این قوانین تجربی وسیله‌ای برای دستوردادن در تغییرات جور واجور بازی شطرنج است.

متاسفانه حتی سرعت زیاد کامپیوترهای الکترونیکی



شکل ۱ ـ یک نمونه کدگذاری برای صفحه شطرنج

هم‌برای یک بازی کامل شطرنج (با محاسبه تمام حالات ممکن تا آخربازی) کافی نیست. دریک موقعیت معمولی بازی شطرنج ۳۲ حرکت با ۳۲ جواب ممکن وجوددارد. که این شامل ۱۰۲۴ امکان میباشد. اکثربازیهای شطرنج بابیش از ۴۰ حرکت هرطرف بازی پایان میگیرد. بنابراین تعدادکل تغییرات ممکن دریک بازی متوسط 10^{120} است. اگرماشین هرتغییررادر 10^{-6} ثانیه محاسبه‌کند 10^{95} سال لازم‌است تااولین حرکت راپیداکندوبااین حساب اگرتمام‌کره‌زمین تبدیل به‌انرژی شودبرای تامین انرژی محاسبه‌این حرکت‌کافی نیست.

چون طبق این محاسبات‌کوشش برای بازی کامل شطرنج غیرعملی بنظرمیرسدلذاماخودرابه‌ماشینی که‌بتواندیک بازی ماهرانه‌ارائه‌دهدمحدودمی کنیم. البته‌ممکن است‌که‌گاهگاهی حرکت‌این ماشین بهترین حرکت ممکن نباشدوواضح است‌که‌این ماشین مثل بازیگران شطرنج عمل میکندوهیچکس نمیتواندیک بازی کامل انجام‌دهد.

برای برنامه‌ریزی دام‌گستردن درماشین بایدروشی برای ارزیابی عددی هرموقعیت‌شطرنج تعریف‌شود.

یک شطرنج بازدریک موقعیت‌شطرنج میتواندحدس بزندکه‌کدام طرف (سفیدیاسیاه) وضع بهتری دارد. مثلاً میگویدسفیدیک رخ درمقابل یک اسب داردبنابراین دوسربازجلوتراست ویاسیاه شرایط لازم‌برای جبران سربازقربانی شده‌رادارد.

این قضاوتها براساس تجارب طولانی هستند، واین تجارب درمقالاتی که‌راجع‌به‌شطرنج نوشته‌شده‌است، بطورخلاصه ثبت‌گردیده‌است. برای مثال: یک وزیربااندازه ۹ سرباز، یک رخ به‌اندازه ۵ سربازویک اسب یافیل ۳ سربازارزش دارند. برای ارزیابی شطرنج اولین شرط میتواندمحاسبه‌ساده‌قواپاجمع وتفریق کردن ارزش مهره‌هابرحسب سربازباشد. شرایط دیگری را

موقعیت
که باید درنظرگرفت سربازان غیره میباشند. این شرایط را میتوان با دادن وزنهای عددی وترکیب آنها ارزیابی کرد. ودراین مرحله است که باید معلومات وتجربه استادان شطرنج را بکار گرفت.

فرض کنیم که روشی مناسب برای ارزیابی موقعیت ها پیدا کردیم، چگونه باید یک حرکت انتخاب شود؟
ساده ترین کار درنظرگرفتن تمام حرکات ممکن درموقعیت مفروض و انتخاب راهی که بتواند هرچه سریعتر بهترین ارزیابی ممکن را انجام دهد است. چون بازیگر شطرنج معمولا" تا چند حرکت بعد را در نظر میگیرد لذا باید برای حرکات متقابل حریف درمقابل هرحرکت انجام شده نیز اعتباری درنظرگرفت. فرض کنیم که حریف بهترین حرکت به نفع خودش را انجام میدهد، ما باید حرکتی را انتخاب کنیم که تا حد ممکن بتوانیم درمقابل بهترین حرکت حریف بهترین حرکت را انجام دهیم. متاسفانه با سرعت موجود کامپیوترهای امروزی محاسبه امکانات بیش از سه یا چهار حرکت از هرطرف مقدور نیست، بنابراین دامگستری دراین نوع بازی ازنظر استاندارد های آدمی نمیتواند یک بازی بسیار قوی ارائه دهد. بازیگران خوب شطرنج اکثرا" بازیهای ترکیبی تا چهار یا پنج حرکت بعد را درنظر میگیرند وگاهی قهرمانان جهانی تا ۲۰ حرکت بعد را درنظر می آورند واین کار از اینرو ممکن میشود که آنها فقط بهترین حرکات را پیش بینی میکنند. واضح است که اینطور انتخاب کردن درماشین کار مطلوبیست ولی خیلی بعید است. تحقیق دریک خط مخصوص بازی برای ۴ حرکت به اندازه تحقیق تمام خطوط برای آن دوحرکت بد است. یک کار مناسب اینست که فقط تغییرات مهم را در محاسبه وارد نمود وحرکات بعدی را تا آنجایی درنظرگرفت که بتوان این حرکات را با دنباله های ساده ای تحقیق نمود. محک هایی

برای انتخاب تغییرات مهم را میتوان بصورت برنامه نوشت (نه با راندمانی که یک استاد شطرنج میتواند) که بحد کافی برای کم کردن تعداد تغییراتی که در محاسبه وارد میشوند خوب باشند و در نتیجه حرکاتی را که واقعی بنظر میرسند بیشتر تحقیق کرد .

آخرین مرحله اینست که ، دام گستری به دنباله ای از دستورات تجزیه و به زبان ماشین ترجمه شود . این عمل نسبتاً سرراست ولی کسل کننده است و به این دلیل ما فقط طرحی کلی از آن را عنوان میکنیم . برنامه کامل برای این کار به ۹ زیربرنامه و یک برنامه اصلی که برای انجام هر عمل از یکی از زیربرنامه ها استفاده میکند . احتیاج دارد . درشش تا از زیربرنامه ها حرکات مختلف مهره ها نوشته شده است . این زیربرنامه به ماشین میگویند که چه حرکاتی مجاز است . یکی از زیربرنامه ها ماشین را قادر به انجام حرکت فرضی بدون انجام واقعی آن میکند . به این معنی که از یک موقعیت ذخیره شده در حافظه ماشین میتواند موقعیتی با فرض اینکه حرکت انجام شده ، بسازد . هشتمین زیربرنامه به کامپیوتر امکان فهرست تمام حرکات ممکن در یک موقعیت را میدهد . و آخرین زیربرنامه تمام موقعیتهای داده شده را ارزیابی میکند . و برنامه اصلی استفاده از زیربرنامه ها را بهم مربوط میکند و بر آنها نظارت میکند . طرز کار این برنامه به این صورت است که زیربرنامه هشتم را فرا میخواند و لیستی از حرکات ممکن تهیه میکند (که این زیربرنامه به نوبه خود برای انجام حرکات ممکن از زیربرنامه های دیگر استفاده میکند) آنوقت بوسیلهٔ زیربرنامه آخری موقعیتهای مختلف را ارزیابی میکند و نتایج را برطبق آنچه که در بالا گفته شد با هم مقایسه میکند . بعد از مقایسه تمام تغییرات تحقیق شده حرکتی که بهترین نتیجه را برطبق ارزیابی ماشین نشان میدهد انتخاب می شود ، این حرکت به علامت گذاری استاندارد شطرنج

ترجمه میشودودرخارج ازماشین نوشته میشود.
یک ماشین ازچندلحاظ برانسان مزیت دارد :
۱ ـ میتواندمحاسبات را با سرعت بیشتری انجام دهد.
۲ ـ بازی ماشین بغیرازمواردی که دربرنامه ذکرنشده بـــدون اشتباه است.
۳ ـ ازتنبلی مبراست.
۴ ـ عصب ندارد وبنا براین ازاشتباهاتی که ناشی ازخستگـــی اعصاب است مصون میباشد.
علیه این امتیازات میتوان انعطاف پذیری ، تصورات وقابلیت یادگیری مغزانسان را برشمرد.
با این ترتیب ماشین میتواندبرنامه ریزرا شکست دهد. مسلمـــا" برنامه نویس میتواندباهمان نقشه هایی که ماشین طرح میکنـــد پیش برودوماشین را شکست دهدا ما برای محاسبه یک حرکت گاهـــی چندهفته وقت لازم است درصورتیکه ماشین میتواند درچنددقیقه حرکت را محاسبه کند.
برای تکمیل برنامه میتوان متغیرها وکارهای دیگری رانیزدرنظرگرفت به منظوراجتناب ازطولانی شدن ازگفتـــن آن خودداری میکنیم وبه سوال گوردیان توجه میکنیم. آیا یک ماشین شطرنج بازمیتواندفکرکند؟
جواب این سوال کاملا" بستگی به تعریف ما ازفکرکردن دارد.چون توافقی عمومی درمعنی این کلمه موجودنیست ، سوال جـــواب مشخصی ندارد.
اگرفکرکردن رابه عنوان انعکاس اعمال خارجی بدون اعمـــال داخلی تعریف کنیم مسلما "یک ماشین میتواندفکرکند. جریـــان تفکربوسیله چندروانشناس با مراحل زیرمشخص شده است : حل هـــای مختلف یک مسئله بطورذهنی یا سمبلیک بدون عمل واقعی خـــوب آزموده میشود . بهترین حل با ارزیابی ذهنی نتایج این حل ها

انتخاب میشود
وآنوقت حل انتخاب شده از این طریق اعمال میشود. دیده میشودکه این روش تقریبا "همان روشی است که کامپیوتر انجام میدهد.
ازطرف دیگر ماشین فقط آنچه را انجام میدهدکه به او گفته شده است. ماشین تصمیم میگیرد، اما این تصمیم مرحله به مرحله درموقع طرح برنامه تهیه شده است، بطورخلاصه ماشین نمیتواند (ازهیچ جهت حقیقی) ازآنچه که دراو ساخته شده پا فراترگذارد. ولی فکر انسان که انعکاسی ازتکامل عالی ماده است میتواند ازبرخوردبا مسائل واقعی حالات وحرکاتی فرضی اختراع کندکه ماشین نخواهد توانست به آن مرحله برسد. این موقعیت بخوبی بوسیلهٔ تورز وای کوئیودو (دررابطه با ماشینش که بازی شاه ورخ انجام می داد) تذکرداده شد:
" محدودیتهای ماشین که درآن واقعا "فکرکردن لازم است بهتر شناخته شده...
.... ماشین اتوماتیک میتواندبسیاری ازکارهایی که توده مردم بعنوان فکرکردن می شناسند، انجام دهد."

شهادت بزرگ متفکر وفیلسوف
اسلامی ، استاد مرتضی مطهری
را به مردم ایران تسلیت گفته
وخودرا درغم همکارمان در هیئت
تحریریه آقای علی اردشیر -
لاریجانی سهیم می دانیم .

هیئت تحریریه مجله الگوریتم