

آتش زیر خاکستر:

یاددهی و یادگیری ریاضیات به مثابه مدیریت شکاف بین گفتمانی^۱



آنا اسفارد

تیرماه ۹۹

(نوشته شده برای ویکی نوشت)

ظرفیت انسان‌ها در برقراری ارتباط با یکدیگر، ما را به آنچه هستیم تبدیل کرده است. با این حال توانایی ما در درک یکدیگر، بسیار مستعد شکست است و این خطر شکاف‌های ارتباطی، هیچ کجا بیشتر از کلاس ریاضی نیست. در این ویکی نوشت، به اهمیت توجه به این شکاف‌ها می‌پردازم.

خطرناک‌ترین ویژگی شکاف‌های ارتباطی این است که به راحتی دیده نمی‌شوند. به قول برتراند شوو: «بزرگ‌ترین مشکل در ارتباط، این توهم است که ارتباط برقرار شده است». از طرف دیگر، چه قابل دیدن باشد یا نباشد، برخی شکاف‌ها برای آموزش ضروری است. در

واقع، اساسی‌ترین پیشرفت‌ها در تفکر ریاضی هنگامی اتفاق می‌افتد که دانش‌آموز با گذر از یک خطای ارتباطی اجتناب‌ناپذیر، به قلمرویی جدید می‌رسد که در آن چیزهایی که فکر می‌کرده می‌دانسته، کاملاً متفاوت از آنچه تا کنون بوده‌اند به نظر می‌رسند. حساس کردن یادگیرنده و معلم نسبت به این چالش، گامی اساسی در تبدیل شکاف ارتباطی، از یک مانع به فرصتی برای یادگیری است. در ادامه پس از توضیح ایده با یک مثال، این ادعا را مطرح می‌کنم که توجه به شکاف ارتباطی ممکن است چیزهای پنهانی و عمیقی را در مورد تفکر ریاضی آشکار کند.

توجه به شکاف‌ها، نیازی اساسی برای تدریس مؤثر

در کلاس درس، خطر توهم در ارتباط، زمانی در بدترین حالت خود قرار دارد که هیچ چیز غیرعادی نمی‌نماید و به نظر می‌رسد ارتباطی عالی برقرار شده است. اگر چه خطا در ارتباط کاملاً واقعی است، اما ملموس نیست و خود را نشان نمی‌دهد. مکالمه معلم و دانش‌آموز را در مثال زیر ببینید:

شماره	صحبت کننده	آنچه می‌گوید	آنچه انجام می‌دهد
۱.	معلم:	و این چی می‌شه؟	می‌نویسد: $\frac{1}{3} \times 12$
۲.	دانش‌آموز:	...	
۳.	معلم:	یک بار دیگر سعی کن، یک سوم ضربدر دوازده	
۴.	دانش‌آموز:	فکر کنم ... نمی‌دانم	
۵.	معلم:	یک بار دیگر، یک سوم دوازده	
۶.	دانش‌آموز:	ا ... چهار	
۷.	معلم:	آفرین. دیدی، وقتی بهش فکر کنی، راهش رو پیدا می‌کنی!	

^۱ اسفارد، آنا (تیرماه ۱۳۹۹)، آتش زیر خاکستر: یاددهی و یادگیری ریاضیات به مثابه مدیریت شکاف بین گفتمانی، ویکی نوشت شماره ۱۴.

چنین موقعیتی آنقدر آشنا است که ادعای این که مشکل اولیه دانش آموز به مشکل ارتباطی مربوط است، می‌تواند مورد تردید قرار بگیرد. در واقع هیچ چیز تعجب‌آور نیست. کودک در موضوعی که برای او جدید است، در ضرب یک کسر در یک عدد حسابی، مشکل دارد و موضوع با راهنمایی‌های بیشتر معلم، قابل فهم می‌شود (شماره ۳ و ۵ را در مکالمه ببینید) و در نهایت با تفکر عمیق‌تر دانش آموز، پاسخ به دست می‌آید (شماره ۶ از مکالمه) و در نهایت معلم می‌گوید که تلاش، لازمه رسیدن به موفقیت است (شماره ۷ از مکالمه)؛ هیچ چیز عجیب به نظر نمی‌رسد. با این حال توجه کنید که آن‌چه در ادعای اخیر به طور ضمنی دیده می‌شود، باور معلم به این مطلب است که دانش آموز با رویه لازم برای جواب دادن به پرسش، به اندازه کافی آشنا است. با این فرض، ناتوانی لحظه‌ای کودک در پاسخ‌گویی، مهارت ناکافی او برای انجام عملیات مورد نظر قلمداد می‌شود. به نظر درست است، اما با نگاهی دقیق‌تر به موضوع می‌بینیم که سؤال مهمی بدون جواب می‌ماند. بله، کودک تلاش خود را انجام داد؛ از همان پرسش اول تلاش کرد. اما تنها پس از سومین پرسش معلم توانست پاسخ را ارائه دهد. این پرسش سوم معلم (شماره ۵ از مکالمه) چه چیزی در خود داشت که توانست این بینش ناگهانی را در کودک ایجاد کند؟ چه چیزی در این پرسش با قبلی‌ها متفاوت بود؟ بررسی دقیق این سه پرسش نشان خواهد داد که هر یک، چگونه به عملیات مورد نظر اشاره کرده‌اند.

- در شماره ۱ از مکالمه، این عمل با علائم ریاضی نوشته شده است: $\frac{1}{3} \times 12$.
- در شماره ۳ از مکالمه، همین عملیات به طور شفاهی گفته شده است: یک سوم ضربدر دوازده.
- در شماره ۵ از مکالمه، معلم با این بیان کمک کرده است: یک سوم دوازده.

به ویژگی مشترک دو مورد اول توجه کنید: علامت « \times » و کلمه «ضربدر» معمولاً برای گفتگوی رسمی درباره اعداد استفاده می‌شوند. در مقابل عبارت «یک سوم دوازده» که در سومین پرسش آمده است، برای مردم عادی که تجربه‌ای از ریاضیات رسمی ندارند نیز قابل فهم است. از این رو، در این مثال، دو پرسش اول، کودک را به عملی میان اعداد سوق داد که برایش تا آن موقع ناآشنا بود، در حالی که پرسش سوم یک عملیات آشنا در موقعیت‌های روزمره، یعنی یافتن قسمتی از یک کل را به ذهن او آورد.

این تعبیر اخیر، بر یک شکاف ارتباطی میان معلم و دانش آموز دلالت دارد، شکافی که معلم و دانش آموز در نهایت هم آن را ندیدند. سه عبارتی که در نظر معلم «پرسش‌های یکسان» بودند، در نظر دانش آموز به عنوان دو پرسش مختلف تعریف شدند. تفاوت میان این تلقی و آنچه که معلم به طور ضمنی پیشنهاد داده است، اگرچه ظریف ولی نتیجه‌بخش است. معلمی که مشکل کودک را تنها در کمبود مهارت می‌بیند، احتمالاً همه توان خود را روی تسلط کودک بر رویه می‌گذارد. در مقابل، این واقعیت که کودک ممکن است درباره پرسش‌ها به روشی متفاوت با روش او فکر کرده باشد، می‌تواند توجه معلم را به سمت وجه مفهومی ماجرا برگرداند. با چنین تفسیری، او به احتمال زیاد تصمیم می‌گرفت که به کودک کمک کند تا اتصال میان گفتگوی روزمره درباره تقسیم به قسمت‌های مساوی و گفتمان ریاضی درباره کسرها را ببیند. توجه به این شکاف‌ها در گفتمان، تأثیر عملی بزرگی دارد. آنها همچنان بینش نظری جدیدی در مورد فرایند یادگیری ریاضی ارائه می‌دهند.

شکاف‌های ارتباطی، پنجره‌ای به فرایند یادگیری ریاضی

این حرکت نظری را با شفاف‌سازی مفهومی آغاز می‌کنم. می‌توان تفکر ریاضی را همچون گفتمانی دید که هرگاه درباره اشیا ریاضی مانند اعداد، شکل‌های هندسی، توابع و ... می‌اندیشیم، درگیر آن هستیم.^۲ کلمه «گفتمان» در اینجا به نوع خاصی از ارتباط

^۲ برای مطالعه بیشتر در این مورد، اسفارد ۲۰۰۸ و ۲۰۰۹ را ببینید.

اشاره دارد که ویژه یک جامعه خاص است؛ در متن حاضر، این جامعه خاص، جامعه ریاضی دانان یا کلاس ریاضی است. علی‌رغم اشاره هر دو به ریاضی، این دو گفتمان کاملاً با هم متفاوت هستند. آنچه که در مدارس مورد استفاده قرار می‌گیرد، آن چیزی نیست که در دانشکده‌های ریاضی یا مجله‌های پژوهشی ریاضی یافت می‌شود.

گفتمان‌ها با چند ویژگی، مشخص می‌شوند. برای شروع، هر گفتمان، کلمات کلیدی خودش را دارد و خیلی اوقات کلمات یکسان، در گفتمان‌های مختلف در معناهای متفاوتی استفاده می‌شوند. یکی دیگر از ویژگی‌های معرف یک گفتمان، روال‌ها، یعنی روش‌های متداولی است که در عمل به کار برده و تکرار می‌شوند. محاسبه، مشتق‌گیری، اثبات و رسم شکل‌های هندسی با خط‌کش و پرگار، مثال‌های خوبی از روال‌های ریاضی خوش‌تعریف هستند. توجه کنید که برخی از این روال‌ها الگوریتمی‌اند و رویه‌های مشخص دارند و برخی چنین نیستند.

روال‌ها (اگر چه ممکن است برای برخی خسته‌کننده باشد)، در وهله اول ما را قادر می‌سازند که عملی را انجام دهیم. برای واکنش فوری به یک موقعیت، بهترین کاری که می‌توانیم انجام دهیم این است که به سابقه موجود برگردیم و ببینیم چه چیزی در چنین موقعیت‌هایی کارآمد بوده است. شناسایی یک پیشینه مناسب، ابتدا به ما کمک می‌کند که بفهمیم از ما چه خواسته شده است و هدف از آنچه قرار است انجام دهیم چیست؛ در وهله دوم، روال‌ها، رویه کار یعنی مراحل مناسب برای انجام تکلیف را برای ما مشخص می‌کند. روال مرتبط، زوج تکلیف-رویه است.

اکنون مایلیم با این ابزار مفهومی جدید، مثال بالا را دوباره مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم. سه موقعیتی که معلم ایجاد کرد (شماره‌های ۱، ۳ و ۵ از مکالمه)، گرچه از نظر او یکسان بودند، دانش‌آموز را به جستجو در پیشینه‌های متفاوتی هدایت کردند. دو پرسش اول (شماره‌های ۱ و ۳ از مکالمه) دانش‌آموز را به جلسه‌هایی از کلاس درس هدایت کرد که موضوع آنها الگوریتم مدرسه‌ای برای ضرب کردن اعداد حسابی در کسرها بوده است. از سوی دیگر، پرسش آخر (شماره ۵ از مکالمه)، موقعیت‌های روزمره را به خاطرش آورد که در آن‌ها صحبتی از ضرب نیست؛ بلکه صحبت درباره تقسیم عادلانه خوراکی بین سه دوست است. این گفتمان متفاوت، هم خود تکلیف را و هم رویه‌ی انجام آن را برای دانش‌آموز تغییر داد. در حالت اول، تکلیف را درخواستی برای انجام رویه‌های محاسباتی می‌دید که باید در مدرسه یاد گرفته باشد. در حالت دوم، تکلیف او تقسیم کردن دوازه چیز، بین سه نفر به طور مساوی بود و پاسخ به این پرسش که سهم هر نفر چقدر خواهد شد.

این مثال، بینشی مهم در مورد چگونگی توسعه روال‌ها به ما خواهد داد. اولین چیزی که باید به آن توجه کنیم، تفاوت چشمگیر دو تکلیف بالا یعنی تفاوت انجام ضرب با یافتن سهم است. اگر دیدن این تفاوت کمی برای ما سخت است، احتمالاً به دلیل آشنایی طولانی ما با عمل ضرب کسرها و کاربردهای بی‌شمار آن است. در واقع تسلط ما بر این روال‌ها به مرحله‌ای از خود به خودی رسیده است که فراموش کرده‌ایم که احتمالاً پیش از آن که چیزی از گفتمان رسمی کسرها بدانیم، می‌توانستیم از کلماتی مانند نیم، ربع، ثلث و سه‌ربع استفاده کنیم. به همین ترتیب، احتمالاً فراموش کرده‌ایم که آن روزها، این کلمات ابتدایی کسر، برای ما اسم‌هایی برای اعداد نبودند، بلکه برچسب‌هایی برای روال‌هایی مشخص بودند. در آن زمان، «یافتن یک سوم پیتزا» هیچ چیز بیشتر از یک کار فیزیکی و برش پیتزا به سه قسمت نبود. همچنین، «دادن یک سوم از ۱۲ شیرینی به هر یک از سه دوست» به نوبت شیرینی دادن به سه نفر و تکرار آن تا تمام شدن شیرینی‌ها تعبیر می‌شد (معمولاً می‌گوییم: «یکی مال تو، یکی مال تو و ...»). در واقع خیلی پیش از آن که عبارت $\frac{1}{3} \times 12$ برایمان معنا داشته باشد و بتوانیم آن را انجام دهیم، می‌توانستیم این روش‌ها را به کار ببریم. بنابراین در ابتدا، اعداد گویای مختلف به روش‌های مختلف، در کارهای مختلف به کار گرفته می‌شدند و پس از مدت زمانی، کارهای مختلف تجمیع شدند و رویه‌های متفاوت شاخه‌هایی از یک الگوریتم محاسباتی واحد به حساب آمدند.

چنین پیوندی^۳ میان روال‌های جدا از هم و تبدیل آن‌ها به یک روال، یکی از فرآیندهای اصلی توسعه گفتمان‌ها است. در موردی که بررسی کردیم، پیش از آن که شاخه‌ای به عنوان ضرب اعداد گویا به عنوان یک روال کامل پدیدار شود، روال‌های متعدد دیگری نیز با $\frac{1}{p} \times 12$ پیوند می‌خورند. از نظر دانش‌آموز ممکن است بسیاری از این روال‌های ابتدایی، کاملاً بی‌ارتباط با گفتمان مدرسه‌ای پیرامون کسر باشند. روند پیوند تدریجی روال‌ها، منجر به توسعه پیاپی عملکرد روال کلی‌تری است که به عنوان ضرب اعداد گویا شناخته می‌شود. این توسعه، سودمندی و استفاده از روال ضرب را به طور قابل توجهی افزایش داده و همچنین کاربرد گفتمان پیرامون اعداد گویا را ارتقاء می‌دهد.

مورد بررسی شده، گرچه کوچک بود، اما تصویر خوبی از تأثیر توجه به شکاف در گفتمان ارائه می‌دهد. این امر، اهمیت جستجوی فعال و آگاهانه برای یافتن عدم تطابق کاربرد کلمات و روال‌ها میان اعضای تازه‌کار و با تجربه گفتمان ریاضی را برجسته می‌کند.

مراجع:

Lavie, I., & Sfard, A. (2019). How children individualize numerical routines: Elements of a discursive theory in making. *Journal of the Learning Sciences*, 28(4-5), 419-461

Lavie, I., Steiner, A., & Sfard, A. (2019). Routines we live by: From ritual to exploration. *Educational Studies in Mathematics*, 101 (2), 153-176. Retrieved from <https://rdu.be/RUoM>

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.



مترجم

زهره پندی؛ مجتبع آموزشی مفید

بازبینی متن

امیرحسین اصغری؛ دانشگاه جان مورس لیورپول

ویرایش متن، آماده و خوشگل‌سازی فایل پی - دی - اف

شراره تقی دستجردی؛ خانه ریاضیات اصفهان

^۳ برای تمایز میان پیوند بین رویه‌های مختلف و پیوندهایی که در داخل یک رویه مشخص توسعه می‌یابد، از اولی با عنوان افقی یا خارجی و از دومی به عنوان عمودی یا داخلی نام می‌برند. به لوی و همکاران نگاه کنید، ۲۰۱۹.